

Università degli studi di Napoli Federico II



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CHIMICA, DEI MATERIALI E DELLA
PRODUZIONE INDUSTRIALE

28° ciclo del Dottorato di Ricerca in
“Tecnologie e Sistemi di Produzione”

TESI DI DOTTORATO

Modellazione analitica di giunzioni incollate in materiale composito

Tutor:
**Ch.mo Prof. Ing.
Antonio Langella**

Dottorando:
Ing. Pierluigi Cirillo

Coordinatore
**Ch.mo Prof.
Luigi Carrino**

Anno 2015/2016

*“Un uomo con un’idea nuova
è un pazzo finché quell’idea non ha
successo!”*

Mark Twain

INDICE

Ringraziamenti	6
Introduzione.....	7
Capitolo 1: Metodologie di collegamento di laminati in materiale composito	9
1.1. Classificazione dei giunti	9
1.2. Giunti imbullonati e rivettati.....	11
1.3. Giunti saldati.....	13
1.4. Giunti incollati	17
1.4.1. Configurazioni giunti incollati	24
1.4.2. Le distribuzioni delle sollecitazioni in un giunto incollato	27
1.4.3. Applicazioni delle giunzioni incollate.....	32
1.4.3.1. Applicazioni nel campo navale.....	33
1.4.3.2. Applicazioni in campo automobilistico	36
1.4.3.3. Applicazioni in campo aeronautico	38
1.4.3.4. Altre applicazioni.....	42
Capitolo 2: Modellazione analitica di giunzioni incollate.....	47
2.1 Introduzione	47
2.2 Tensioni in un giunto	48
2.3 Modello di Shiuh-Chuan Her.....	51
2.3.1. Single-lap.....	51
2.3.2. Double-lap	55
2.4 Modello di Goland e Reissner	57
2.4.1 Aderendi dello stesso materiale e delle stesse dimensioni	58
2.4.2 Aderendi di diverso materiale e diverse dimensioni	67
2.5 Modello di Tsai-Oplinger-Morton	70
2.6 Modello di Zou-Taheri-Shahin	77
Capitolo 3: Modellazione analitica di giunzioni incollate con materiali compositi.....	87
3.1 Introduzione	87
3.2 Il modello di Langella estratto da Wu	93

3.2.1	Le relazioni costitutive per un laminato in composito	93
3.2.2	La distribuzione analitica delle tensioni	95
3.2.3	Le condizioni al contorno e le costanti d'integrazione.....	97
3.2.4	Applicazione del modello analitico	99
3.3	Il modello di Luo e Tong	103
3.3.1	Soluzione analitica dello spostamento della zona di overlap	104
3.3.2	Le relazioni costitutive e la teoria della trave di Timoshenko.....	105
3.3.3	Soluzione analitica per il caso dei laminati compositi	109
3.3.4	Applicazione del modello analitico	110
3.4	Il confronto tra Langella e Luo-Tong	112
Capitolo 4: Validazione sperimentale dei modelli analitici con tecniche di "Digital Image Correlation"		116
4.1.	Scopo dell'attività sperimentale.....	116
4.2.	Realizzazione dei provini in vetroresina.....	117
4.3.	Caratterizzazione dei Laminati Piani	124
4.4.	Valutazione della deformazione dei giunti con il video estensimetro	126
4.5.	Valutazione della deformazione dei giunti con la Digital Image Correlation .	130
4.5.1.	Principi della Digital Image Correlation	130
4.5.2.	Esecuzione della sperimentazione	133
4.5.3.	Preparazione del provino	134
4.5.4.	Calibrazione del DIC	135
4.5.5.	Esecuzione delle prove di carico	136
4.6.	Conclusioni e Sviluppi futuri	144
Bibliografia.....		146

Ringraziamenti

Convinto del fatto che da soli non è possibile realizzare nulla di veramente importante, desidero ringraziare quelle persone con cui ho collaborato affinché questo avvenisse.

Ringrazio “innanzitutto” il mio Tutor, professore Antonio Langella, che ha saputo indirizzare con maestria e saggezza i miei studi e il mio impegno verso risultati importanti per la ricerca scientifica, offrendomi l’opportunità di vivere un’esperienza formativa davvero importante per la mia carriera professionale.

Ringrazio l’ing. Giovanni De Cesare, su cui ho sempre potuto fare affidamento durante il lastricato percorso che ha portato ai risultati mostrati in questo elaborato.

Ringrazio anche coloro che, in diversi momenti e in diversi modi, hanno contribuito alle mie ricerche: l’ing. Lambiase e l’ing. Umberto Prisco.

Ringrazio tutti i ricercatori e dottorandi della “soffitta” grazie ai quali ho potuto alternare le mie attività di ricerca a piacevoli momenti ludici e di confronto.

Ringrazio i miei soci, Antonio Caraviello, Raffaele Sansone e Rocco Di Palma con i quali ho dato vita alla Start Up innovativa “Sòphia High Tech Srl”, riconosciuta Spin Off Accademico dall’Università degli Studi di Napoli Federico II.

Infine, esprimo la mia immensa gratitudine alla mia compagna di vita Arianna Iervolino che, oltre a supportarmi con suo amore, è stata sempre in grado di aiutarmi nei momenti di riflessione e titubanza.

Introduzione

Il lavoro di tesi è focalizzato sullo studio dei modelli analitici in grado predire e certificare il comportamento meccanico dei giunti incollati in materiale composito a semplice sovrapposizione. In questi ultimi anni si sta assistendo ad un crescente interesse all'impiego degli adesivi per la giunzione delle strutture in materiale composito. Tra i principali punti di forza di questa tecnica di giunzione, rispetto a quelle tradizionali come la rivettatura e la bullonatura, vi è la capacità di garantire una maggiore uniformità della distribuzione del carico tra le parti collegate evitando di praticare fori. Questo aspetto è particolarmente importante nei materiali compositi dove la foratura compromette l'integrità del rinforzo, principalmente deputato al sostegno del carico esterno. Per certificare un giunto incollato è necessario prevedere il cedimento della struttura, a tal fine risulta di fondamentale importanza analizzare l'andamento delle tensioni all'interno della zona di collegamento. Da uno studio preliminare è emerso che diversi autori hanno formulato nel tempo modelli in grado di fornire una soluzione in forma chiusa dell'andamento della tensione di taglio e di peeling nell'adesivo per giunti nella configurazione single-lap tra pannelli in materiale composito. Tuttavia, gli aderenti formati da laminati compositi hanno una cedevolezza al taglio trasversale che nei modelli proposti non viene tenuta in considerazione, dal momento in cui sono basati sulla teoria classica della laminazione (CPT – Classica Plate Theory). Per tale motivo è stato svolto uno studio per individuare e analizzare i modelli basati sulle ipotesi di Timoshenko (FSDT - First order Dhear Deformation plate Theory), in grado di ottenere una maggiore capacità predittiva anche in presenza di grandi deformazioni. Questi modelli non sono ancora stati utilizzati ai fini certificativi perché è mancata fino ad oggi una tecnica sperimentale con cui dimostrare la loro validità. Fino ad oggi sono stati sempre confrontati, sia dai loro ideatori che da altri studiosi, con modelli numerici agli elementi finiti (FEM), ritenuti in grado di simulare perfettamente la deformazione del giunto incollato sia per piccole sia per grandi deformazioni.

La tesi descrive le attività sperimentali svolte nella verifica dell'utilizzo della metodologia basata sulla tecnica del DIC (Digital Image Correlation) per rilevare quelle grandezze

meccaniche che, con una semplice elaborazione dei dati, potessero essere confrontate con gli output del modello analitico considerato. Nonostante la difficoltà di acquisizione dovute alle ridotte dimensioni dello strato di adesivo posto al centro del giunto, con la tecnica DIC tradizionale è stato possibile dimostrare che l'andamento qualitativo delle deformazioni di taglio e di peeling nella zona di sovrapposizione coincide con quello previsto dai modelli analitici.

Lo studio ha consentito inoltre di valutare i limiti che sono alla base delle ipotesi dei modelli analitici fino ad ora formulati e di individuare gli aspetti su cui sviluppare un modello più affidabile per i giunti in materiale composito.

Capitolo 1

Metodologie di collegamento di laminati in materiale composito

1.1. Classificazione dei giunti

Con il termine giunto si intende l'unione, secondo diverse tecniche e modalità, di due o più parti per formare un'unica struttura. L'uso del giunto nasce, quindi, dalla necessità di trasferire un carico da una parte all'altra di una struttura, in modo tale che quest'ultima posseda la rigidità richiesta anche se composta da piccole parti. Inoltre, l'uso di tale elemento comporta una serie di accorgimenti e limitazioni a seconda della tecnica utilizzata, come ad esempio l'impossibilità in alcuni casi di realizzare unioni tra materiali completamente differenti.

Le tipologie di giunti, più frequentemente adoperate, possono essere ricondotte a tre classi principali:

- bonded (incollati);
- bolted/riveted (imbullonati/rivettati);
- welded (saldati).

Una classificazione più ampia, delle tecniche di giunzione adoperate, si può fare riferimento alla seguente.



Figura 1 - Classificazione delle tecniche di giunzione

In questi anni sta acquistando una particolare importanza la giunzione dei materiali compositi, data la loro particolare ascesa soprattutto nell'industria dei trasporti. Ora che anche la produzione di autovetture su larga scala punta su un uso più ampio dei compositi (come il programma Alfa 4C), bisogna capire quale è la tecnica di unione più adatta. Per ciò che concerne i giunti imbullonati bisogna notare che l'introduzione di fori in un materiale composito (così come in un qualsiasi altro materiale) determina delle concentrazioni di tensione in prossimità del foro stesso. In questi punti può innescarsi il collasso del giunto quando esso è sottoposto a dei carichi esterni. In particolare quando si pratica un foro in un composito si va ad alterare la sua struttura tranciando il rinforzo fibroso ivi presente. Un discorso del tutto analogo lo si può fare con riferimento ai giunti rivettati. L'impiego dei giunti incollati, invece, è una tecnologia che supera questi limiti permettendo tra l'altro una maggiore resistenza alla corrosione, alla fatica, nonché ritardi nella propagazione delle cricche.

1.2. Giunti imbullonati e rivettati

Il giunto imbullonato rappresenta un vantaggio ogni qual volta si desidera unire due parti (studiate per questo tipo d'assemblaggio) tra loro, invece di utilizzare la saldatura o i rivetti, permettendo di smontare e rimontare velocemente (a differenza di queste ultime) i due componenti senza che questi si rovinino, cosa improbabile con tutti gli altri metodi. Il rivetto, o ribattino, è un giunto meccanico non smontabile usato sia per la giunzione di due o più lamiere, in particolare metalliche, sia per la giunzione di compositi, tra i quali non è possibile realizzare saldature ma solo giunzioni meccaniche o incollaggi.

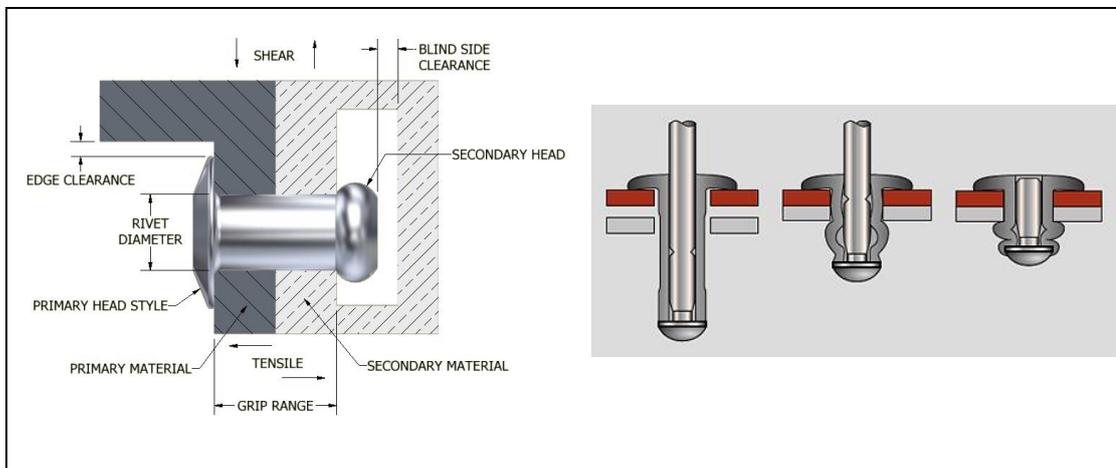


Figura 2 - Il rivetto da ribaditura

Per giunto non smontabile si intende che, una volta applicato, l'accoppiamento meccanico è definitivo e l'unico modo per essere disassemblato è di distruggere il rivetto stesso. I giunti rivettati sono realizzati in lamiere metalliche dove il rivetto subisce solo sforzi di taglio. Prima di essere installato, il rivetto è costituito da un cilindro metallico con una testa da un lato e una volta inserito nel foro, realizzato precedentemente con un trapano, l'estremità senza testa viene ribadita, ovvero deformata plasticamente a formare la controtesta, con un apposito utensile detto "rivettatrice". I fori in cui inserire il rivetto devono essere di diametro calibrato, maggiore del diametro del gambo del rivetto non deformato, il quale si espanderà fino a riempire tutto il foro all'atto della realizzazione della controtesta. Il carico è distribuito tra i rivetti per cui moltiplicandone il numero si riduce la sollecitazione a cui sono

sottoposti gli stessi, fermo restando che i rivetti di estremità sono sempre i più sollecitati.

I rivetti sono forniti in una varietà di dimensioni e materiali ed una delle caratteristiche peculiari è la forma della testa che può essere piatta, a bottone, emisferica, o di altre geometrie. Il dimensionamento del diametro, la scelta della forma e del materiale dei rivetti o dei ribattini è funzione del tipo di giunzione che si necessita effettuare; per applicazioni aeronautiche, ad esempio, si utilizza, sulla fusoliera, la cosiddetta testa svasata (Figura 3) in quanto la superficie esterna dell'aeromobile deve essere il più liscia possibile, per preservare le caratteristiche aerodinamiche.

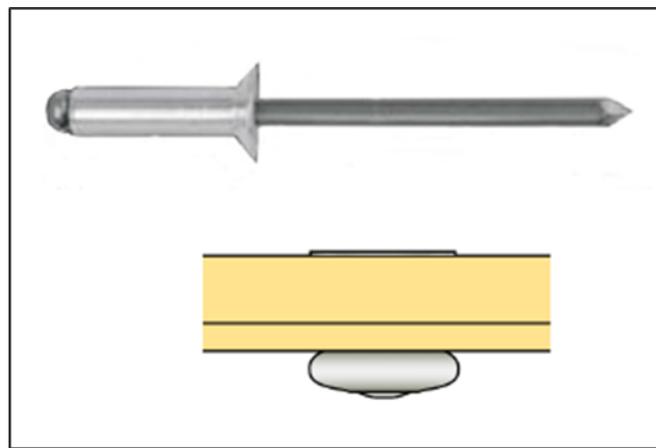


Figura 3 - Rivetto cieco con testa svasata

I rivetti “a strappo” o rivetti “ciechi” sono un tipo di rivetti utilizzati qualora non sia disponibile l'accesso per formare la controtesta; il cilindro del rivetto in tal caso è cavo per contenere una spina, la quale viene poi strappata, deformando plasticamente l'estremità, in virtù di una zona finale con diametro maggiore. Tali rivetti sono installati con un apposito attrezzo che, mentre trattiene la testa con un collare, garantendo così il corretto posizionamento del rivetto, tira verso l'esterno la spina per formare la controtesta; dopodiché la spina viene rotta a flessione, essendo dotata di un'apposita zona di rottura. Prima che fossero sviluppate le tecniche di saldatura e i giunti bullonati, gli edifici con scheletro metallico e le strutture come la Torre Eiffel (prima bullonata e poi rivettata in corso d'opera) erano solitamente giuntate con rivetti; persino per i telai delle automobili e per gli scafi delle navi si adoperava la stessa tecnica, come dimostra il caso del più celebre transatlantico: Titanic. La rivettatura è ancora utilizzata in applicazioni in cui siano richiesti basso peso ed elevate resistenze meccaniche.

Purtroppo il ribattino è un elemento della giunzione che va gestito con cura poiché le parti da unire devono essere pre-forate e l'automazione del processo è complessa e costosa, a differenza della saldatura. Tuttavia, essendo il processo di rivettatura e bullonatura totalmente privo di fumi, scintille, vapori e quant'altro, rappresenta il massimo in termini ecologici. Inoltre è possibile unire materiali diversi, ferrosi e non, materiali verniciati o rivestiti e materiali compositi; è persino possibile unire più di due lamiere o elementi per volta. Infine, va sottolineato il fatto che la qualità della giunzione è valutabile visivamente a differenza della saldatura, la quale richiede tecniche sofisticate e costose.

1.3. Giunti saldati

La saldatura realizza un collegamento permanente, differente dagli altri collegamenti fissi che non realizzano la continuità del materiale. Questa tecnica, eseguibile solo sui materiali metallici, si basa sull'apporto di calore localizzato permettendo la fusione del materiale, il quale può essere appartenente alle parti stesse che vengono unite (materiale base) o estraneo ad esse (materiale di apporto). I giunti saldati, inoltre, possono essere classificati in base alla provenienza del materiale di apporto.

Si parla di *saldatura autogena* quando il metallo base fondendo prende parte alla formazione del giunto. Il materiale d'apporto, se presente, deve essere metallurgicamente simile al metallo base, poiché si tende ad ottenere nella giunzione una continuità strutturale e una resistenza meccanica pari a quella dei pezzi da saldare. A seconda dello stato fisico in cui si trovano i pezzi al momento della loro unione si parla di:

- saldature per fusione quando i pezzi vengono uniti allo stato liquido. In base a come viene prodotto il calore necessario per portare a fusione il metallo si distinguono saldature a gas o ad arco;
- saldature a pressione quando i pezzi vengono collegati non allo stato fuso, ma quando si trovano in uno stato pastoso. Tale stato viene raggiunto, generalmente, per effetto joule, tramite il passaggio di una corrente elettrica.

Con alcuni processi di saldatura autogena, qualora eseguiti correttamente e secondo determinati principi, viene garantita una continuità quasi totale nelle caratteristiche stesse del materiale delle parti unite.

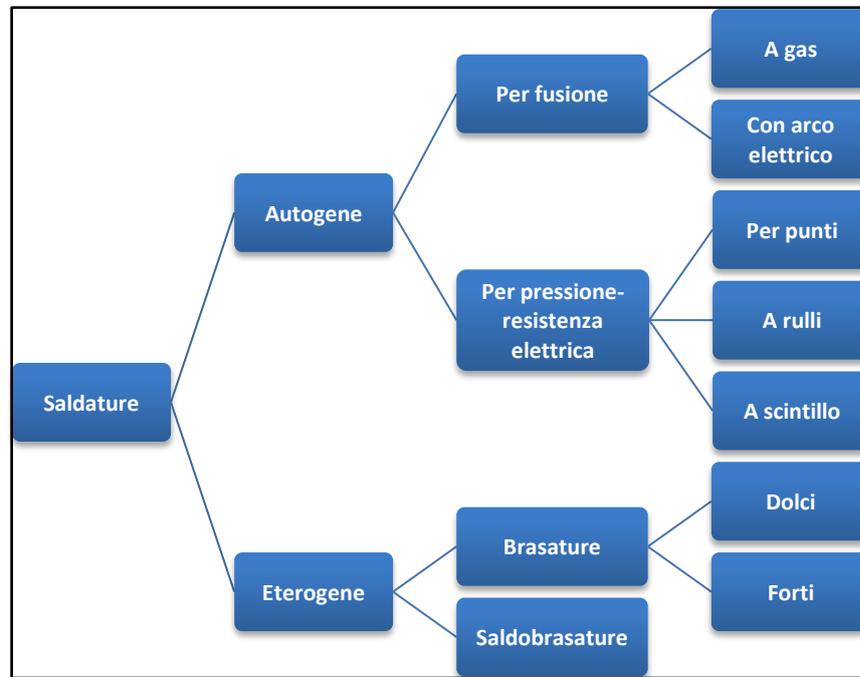


Figura 4 - Classificazione delle saldature

Con il termine *saldature eterogenee* si individuano le saldature in cui il metallo base non prende parte alla formazione del giunto. Il cordone di saldatura è formato dal solo metallo d'apporto, sempre presente, diverso dal metallo base e con temperatura di fusione inferiore.

A seconda di come avviene la formazione del cordone di saldatura si hanno:

- saldobrasature, quando i lembi dei pezzi vengono preparati con cianfrature. Il metallo d'apporto fondendo riempie il cianfrino costituendo il cordone di saldatura.
- brasature, quando i pezzi da saldare sono semplicemente appoggiati l'uno sull'altro: lo spazio capillare che rimane tra i due viene riempito dal metallo d'apporto fuso. In tal caso il giunto è costituito da uno strato sottilissimo di metallo d'apporto che ha formato una lega con il metallo base

La saldatura è utilizzata principalmente per la costruzione di recipienti sottoposti a sforzi significativi (principalmente dovuti a pressione) o per la costruzione di strutture

di supporto più o meno complesse. Fuori da queste due applicazioni, che già coprono un'area estremamente vasta di impieghi, è utilizzata nella costruzione di veicoli, sia marittimi, sia aerei, sia terrestri. Lo sviluppo iniziale della saldatura venne proprio da questo campo di applicazioni, in particolare dalla necessità delle costruzioni navali, che richiedevano la giunzione di lamiere di spessore eccessivo per le chiodature, con una notevole resistenza meccanica ed un peso, per quanto possibile, limitato.

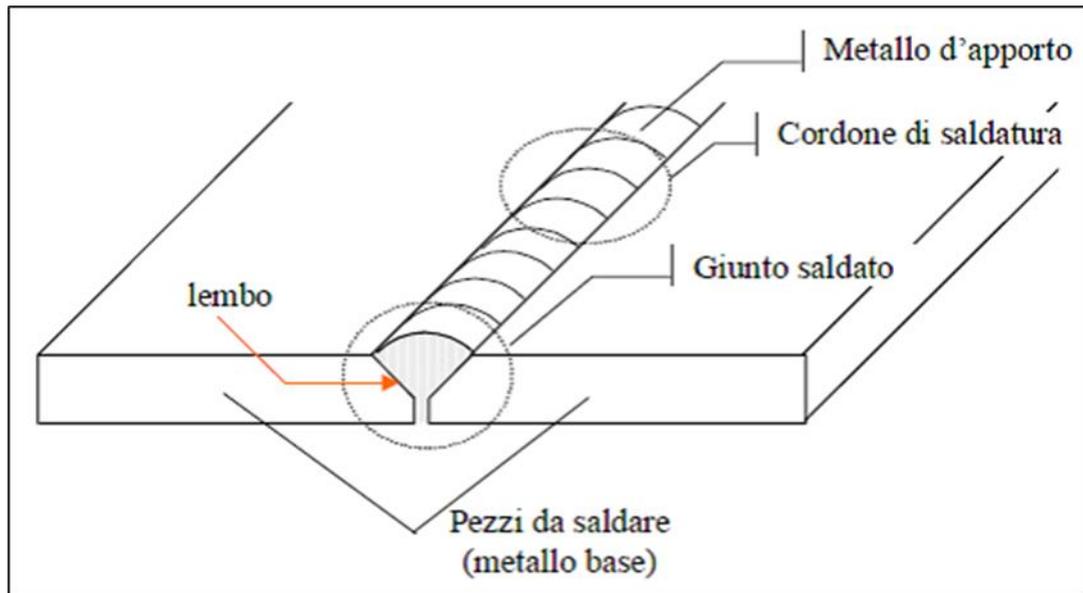


Figura 5 - Schematizzazione della saldatura

Date queste caratteristiche, la saldatura ha applicazioni notevoli in diversi campi dell'ingegneria. Bisogna però tener conto che uno dei principali svantaggi dei giunti saldati rispetto a quelli incollati, rivettati o imbullonati, è che a causa dell'intenso riscaldamento localizzato e del successivo processo di raffreddamento, ci saranno alcune zone in cui le proprietà meccaniche risulteranno inevitabilmente modificate.

Fra i vari tipi di saldature troviamo la saldatura per punti (Figura 6), molto diffusa nel campo delle lamiere sottili (carrozzerie, involucri di elettrodomestici, mobili metallici) e si presta bene alla completa automazione del processo. Le lamiere vengono accostate l'una sull'altra nella posizione in cui si vogliono saldare; due elettrodi in rame (o lega di rame) vengono premuti da una pinza contro le lamiere. Il serraggio della pinza avviene con un dispositivo pneumatico o idraulico.

La macchina elettrica fa passare una corrente di elevata intensità ($1000 \div 100000$ A) per un tempo breve (frazioni di secondo), che sviluppa nella zona di contatto delle lamiere,

una quantità di calore per effetto joule (il calore prodotto dipende dalla resistenza elettrica del metallo base e dal quadrato della intensità di corrente) tale da portare a fusione localizzata il metallo base.

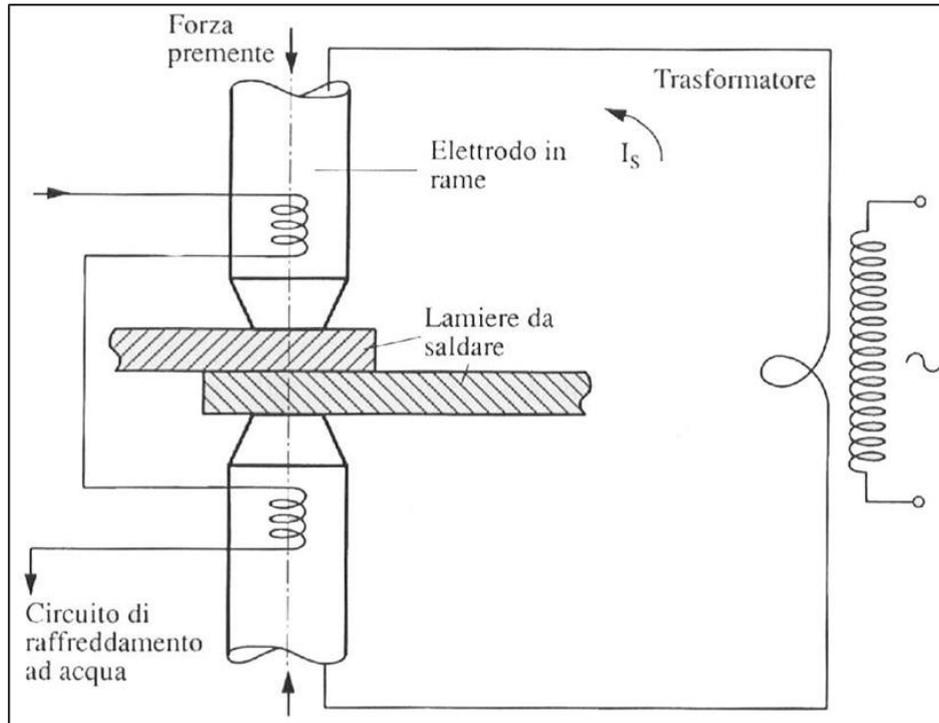


Figura 6 - Schema di funzionamento della saldatura per punti

Le problematiche derivanti da un processo di saldatura sono ben note (difetti dimensionali, difetti di fusione, cricche a caldo e a freddo, inclusioni, ecc.) ma non è di interesse discuterne in questa tesi. Questa tecnica non può essere utilizzata per realizzare giunti con aderenti in materiale composito.

1.4. Giunti incollati

La capacità di garantire una distribuzione uniforme del carico rappresenta il punto di forza delle giunzioni incollate, caratteristica grazie alla quale è possibile sviluppare strutture più estese rispetto a quelle realizzabili con giunti meccanici.

In tali giunti, infatti, il carico viene trasmesso gradualmente da un aderendo ad un altro attraverso lo strato adesivo presente nella zona di sovrapposizione (*overlap region*), il che equivale a dire che l'adesivo si comporta come una sorta di mediatore nella trasmissione del carico.

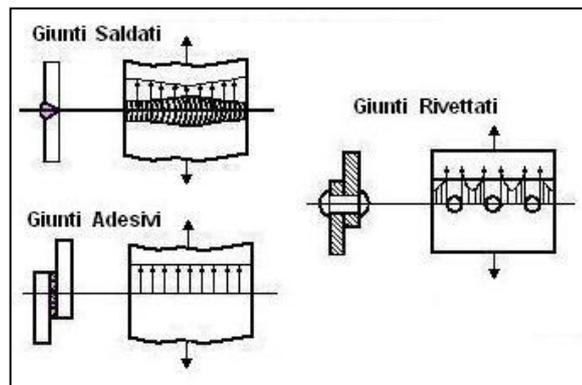


Figura 7 - Distribuzione degli sforzi nei giunti.

La principale differenza di questi giunti adesivi con quelli meccanici precedentemente descritti sta proprio nell'area di incollaggio, che essendo più estesa di quella necessaria a realizzare una chiusura meccanica, permette di minimizzare la concentrazione delle tensioni rendendole quindi più uniformi nella zona di *overlap* [1].

La realizzazione dei giunti adesivi può avvenire attraverso numerose configurazioni ma la più utilizzata, grazie al suo ottimo rapporto tra semplicità di realizzazione ed efficienza, è quella di semplice sovrapposizione detta anche *single-lap*. I requisiti alla base di una ottima sovrapposizione per incollaggio sono pochi ma non semplici:

- ✓ compatibilità dell'adesivo con i materiali da unire;
- ✓ compatibilità dell'adesivo con i requisiti specifici ad esso richiesti;
- ✓ corretta applicazione dell'adesivo.

La capacità dell'incollaggio di distribuire in maniera uniforme lo sforzo ha un effetto positivo sia sulle forze statiche sia su quelle dinamiche che possono raggiungere il

giunto, facendo sì che il carico venga assorbito senza i picchi di stress localizzati presenti nei giunti meccanici (Figura 8). Questa proprietà dell'incollaggio porta ad una maggiore resistenza del giunto a fenomeni di rottura per fatica, grazie anche alla capacità di rallentare la propagazione delle cricche, da parte dei bordi dell'incollaggio. Tra gli altri vantaggi delle strutture incollate troviamo l'assenza di variazioni della superficie o della struttura dei materiali uniti e una maggiore rigidità delle strutture (dovuta alla caratteristica di continuità dell'incollaggio stesso). Quindi l'adesione influenza in maniera ottimale sull'aspetto estetico delle parti, in quanto privo di protuberanze, rispetto alla rivettatura o alla bullonatura, o tracce come nelle saldature a punti.

Ulteriori vantaggi nell'utilizzo degli adesivi possono essere riassunti nei seguenti punti:

- risparmio di peso: gli adesivi sono comunemente utilizzati per le costruzioni leggere, dove devono essere unite parti di rivestimento molto sottili (spessori $\ll 0,5\text{mm}$);
- giunti sigillati: gli adesivi agiscono anche da sigillanti, prevenendo perdite di pressione o liquidi, bloccando la penetrazione o condensazione di acqua e proteggendo dalla corrosione;
- unione di materiali differenti riducendo il rischio di corrosione: gli adesivi formano un film isolante che previene la corrosione da contatto quando sono unite differenti tipologie di metalli;
- agiscono inoltre da isolanti elettrici e termici.

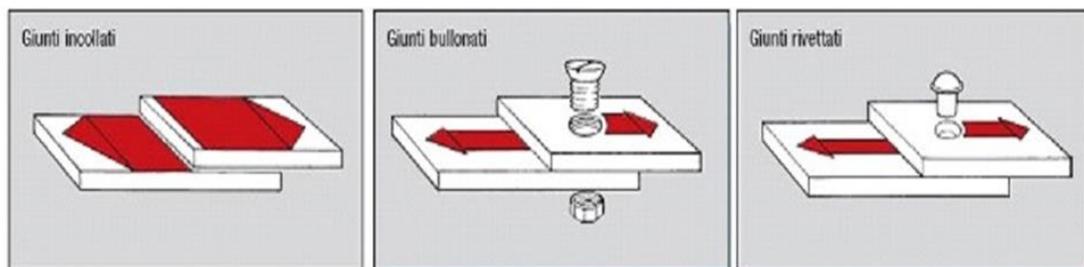


Figura 8 - Distribuzione dello sforzo nelle varie tipologie di giunti

La fase della progettazione di un giunto incollato rappresenta un elemento cruciale poiché bisogna evitare che esso lavori in condizioni di trazione, di spaccatura o di pelatura (peel). Il comportamento dei giunti incollati, infatti, è differente da quelli saldati o rivettati. L'incollaggio lavora in condizioni di carico favorevole se questo ultimo è di taglio (Figura 9) o di compressione, mentre sono sfavorevoli tutte le

altre condizioni (Figura 10). In fase di progettazione diventa quindi fondamentale tenere a mente i seguenti punti chiave:

- le superfici da unire dovrebbero essere il più larghe possibile per massimizzare la capacità di trasmissione del carico;
- le forze che agiscono nel giunto dovrebbero essere distribuite sull'intera linea di giunzione.

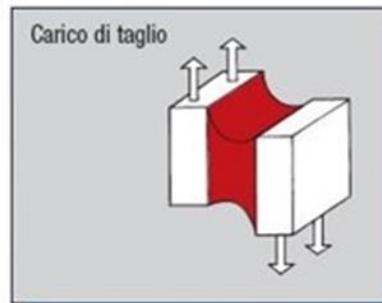


Figura 9 - Condizione di carico favorevoli

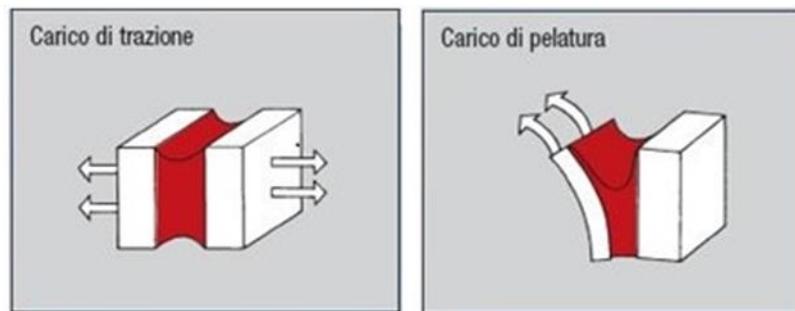


Figura 10 - Condizione di carico sfavorevole

Per una corretta progettazione è necessaria una profonda conoscenza degli adesivi, dei materiali con cui realizzare gli aderenti e una corretta preparazione della superficie da incollare.

La progettazione di un giunto incollato dovrebbe essere chiara, semplice e sicura:

- ✓ **Chiara:** significa che tutte le condizioni di carico e i flussi di carico attraverso il giunto devono essere noti e ben definiti; inoltre dovrebbero essere sempre possibili oltre alla realizzazione e all'utilizzo, anche la manutenzione, la riparazione e il disassemblaggio;
- ✓ **Semplice:** significa che il numero di componenti utilizzati nella realizzazione del giunto è il più basso possibile; dovrebbe essere possibile inoltre poter

ricavare facilmente le relazioni tra i componenti e le grandezze meccaniche, quali tensioni e deformazioni. Quando si applicano soluzioni analitiche, la geometria del giunto deve riflettere le proprietà del modello matematico; è poi auspicabile rispettare delle condizioni che garantiscano la simmetria per quanto riguarda la distribuzione delle temperature e dei carichi meccanici durante la realizzazione e per tutta la durata del giunto;

- ✓ **Sicura:** significa che la progettazione deve soddisfare i requisiti in termini di sicurezza.

Di particolare importanza è l'analisi del flusso del carico, la quale ci permette di capire come si introducono i carichi nel giunto, le deformazioni e l'incidenza sulla resistenza strutturale. Ciò ci porta a stabilire che una buona progettazione deve:

- evitare improvvise variazioni nel flusso del carico attraverso il giunto, tali variazioni si manifestano solitamente negli spigoli d'estremità o a causa di cambi repentini nel diametro dei componenti strutturali (Figura 11);

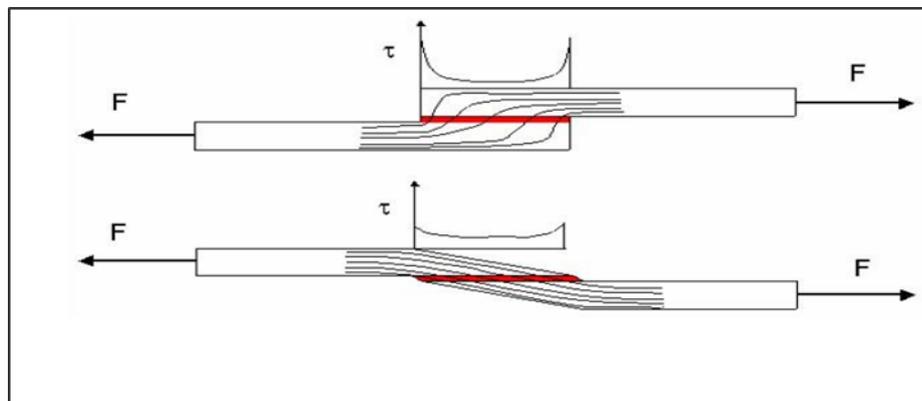


Figura 11 - Esempio di flusso del carico e del principio della simile resistenza strutturale

- la resistenza strutturale locale dei due aderenti dovrebbe essere dello stesso ordine di grandezza; ciò può essere garantito da un'attenta selezione dei materiali, degli spessori locali e della forma degli aderenti;
- lo sfruttamento della resistenza strutturale locale dovrebbe essere uguale attraverso l'intera struttura (il giunto) e non dovrebbe cambiare durante tutta la durata della stessa;

- l'introduzione di carichi nel giunto dovrebbe evitare l'insorgere di momenti flettenti;
- la deformazione degli aderendi dovrebbe corrispondere alla deformazione dell'adesivo nel giunto (Figura 12); ciò riduce le concentrazioni di tensioni all'estremità della zona di sovrapposizione;

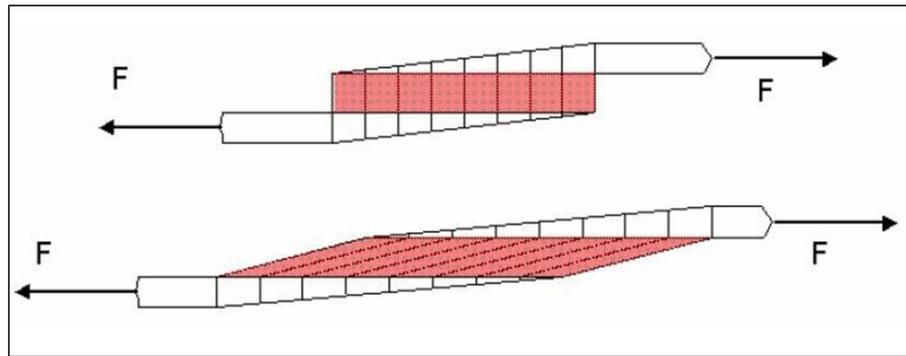


Figura 12 - Esempio del principio delle deformazioni corrispondenti

- con ulteriori accorgimenti e condizioni di simmetria del carico, effetti dannosi quali momenti, carichi secondari e carichi di peel possono essere evitati o quantomeno ridotti (Figura 13 e Figura 14).

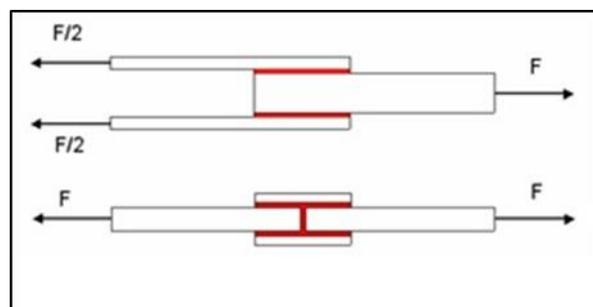


Figura 13 – Condizioni di carico simmetriche

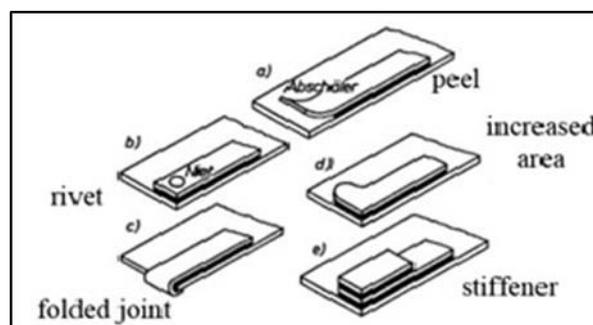


Figura 14 – Condizioni per ridurre ed evitare il peeling

Per quanto riguarda il design e la struttura del giunto, la progettazione deve far sì che questi siano auto-rinforzanti (*self-reinforcing*), auto-eguaglianti (*self-equalising*) e auto-proteggenti (*self-protecting*):

- il *self-reinforcing* indica una progettazione intelligente di un giunto, dove i carichi di trazione e di peel vengono convertiti in pressioni e carichi taglienti. La Figura 16 mostra un esempio in cui tale principio di design è stato applicato;

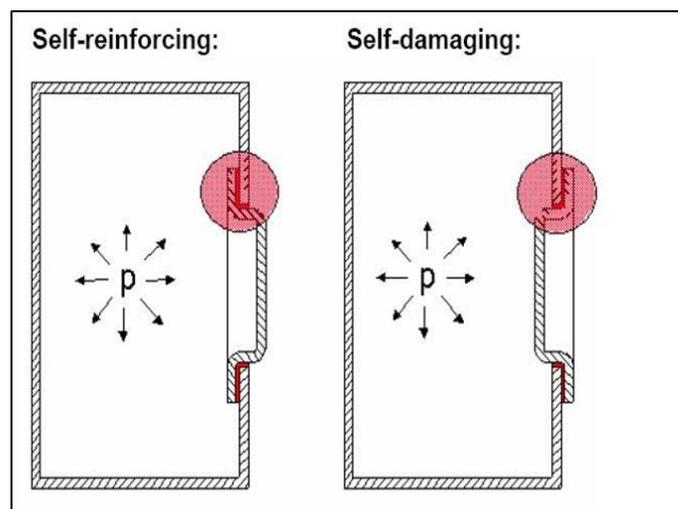


Figura 15 - Esempio di giunto auto-rinforzante e auto-danneggiante

- il *self-protecting* si riferisce al caso in cui il giunto è sovraccaricato; in tale situazione una progettazione del giunto secondo questo principio non porta a rottura ma introduce nuovi meccanismi di trasferimento del carico; ad esempio l'aggiunta di bulloni limita le eccessive deformazioni a taglio quando il giunto è sovraccaricato, senza che i bulloni stessi siano caricati nelle normali operazioni;
- nel *self-equalising* l'idea è di bilanciare il trasferimento del carico all'interno del giunto.

Insieme alle caratteristiche già elencate, non bisogna dimenticare che il design di un giunto deve garantire sempre una soluzione stabile, cosa non soddisfatta nel caso in Figura 16 dove il giunto è caricato di punta e si genera instabilità euleriana.

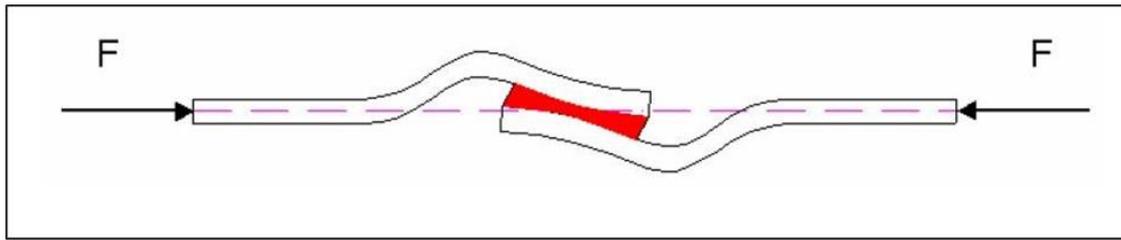


Figura 16 - Soluzione di design instabile per un giunto adesivo

Quelli appena elencati sono principi di progettazione validi in generale per tutte le strutture e devono essere applicati anche al caso della progettazione dei giunti incollati. In conseguenza di questo fatto, in molti casi in cui devono essere utilizzati i giunti adesivi, la struttura circostante deve essere appositamente progettata, il che può richiedere significativi cambiamenti alle geometrie strutturali originariamente concepite per altri tipi di giunzioni come, ad esempio, per la saldatura. Gli adesivi sono materiali polimerici con una resistenza di uno o due ordini di grandezza più bassa di quella degli aderenti. La resistenza di tali giunti strutturali metallici può essere pienamente utilizzata solo se la dimensione dell'area di incollaggio è sufficientemente elevata e se il giunto è caricato a taglio. In base a quanto detto circa le regole di design generali e circa la resistenza meccanica degli adesivi, qualsiasi carico che produce tensioni di peel deve essere evitato (o ridotto quanto più possibile).

Per la realizzazione di giunti strutturali è disponibili una gran varietà di adesivi distinti in *adesivi rigidi* e *adesivi flessibili*. I primi (epossidici e acrilici) forniscono valori molto più elevati della resistenza e della rigidità; in compenso la deformazione a rottura è considerevolmente più piccola e le tolleranze sullo spessore dell'incollaggio sono molto limitate. La rigidità e la resistenza degli adesivi flessibili (poliuretanicici o i siliconici) è relativamente bassa se comparata a quella degli adesivi rigidi; d'altro canto le deformazioni raggiungibili per tali adesivi sono molto elevate, così come elevato può essere lo spessore dell'incollaggio. È chiaro che per la scelta degli adesivi si parte dalle proprietà meccaniche, come rigidità e resistenza, che devono essere in accordo con i requisiti richiesti, ma si tiene in considerazione anche gli aspetti produttivi (l'opening time, il curing time, ecc.).

Sebbene alcuni passaggi nella procedura di progettazione di un giunto incollato dipendano dal tipo di adesivo usato, i passi principali sono sostanzialmente gli stessi. La progettazione parte col determinare la configurazione di base del giunto (pre-design), generalmente sulla base di esperienze passate. Si passa poi all'analisi delle tensioni e delle deformazioni nel giunto quando questo è soggetto ai carichi specificati nel progetto; infine, le tensioni e/o le deformazioni sono inserite all'interno del criterio di resistenza (failure criteria) scelto per il giunto, individuando così la presenza di eventuali punti critici. Uno schema della procedura utilizzata è illustrato in Figura 17.

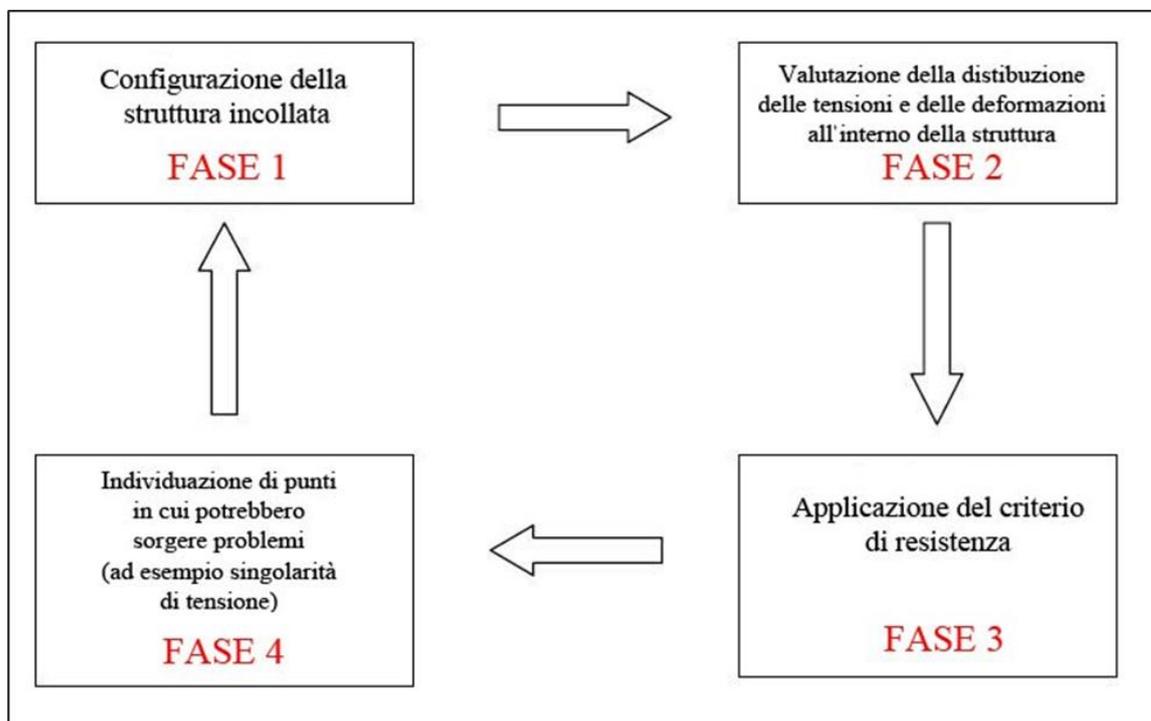


Figura 17 - Procedura generale per la progettazione di un giunto incollato

1.4.1. Configurazioni giunti incollati

Si riportano di seguito le numerose configurazioni a cui si può ricorrere per ottenere una giunzione adesiva:

- giunto a sovrapposizione singola (single-lap joint): adoperato essenzialmente nel caso di sezioni sottili, è sicuramente quella più utilizzata grazie all'ottima combinazione tra semplicità di realizzazione ed efficienza in termini di resistenza meccanica;

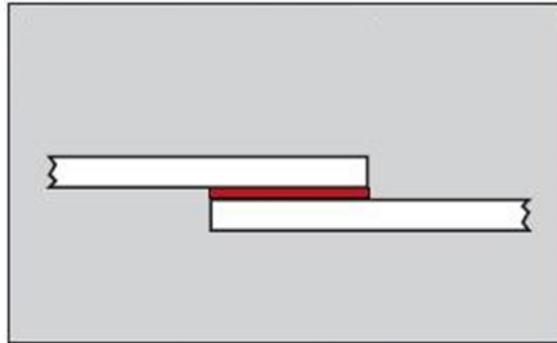


Figura 18 - Single-lap joint

- giunto a sovrapposizione doppia (double-lap joint): permette di raggiungere una maggiore resistenza nel giunto rispetto al caso precedente;

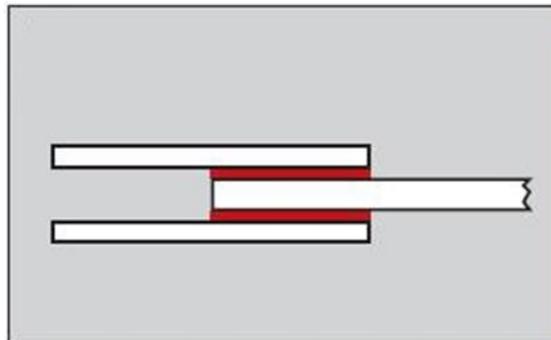


Figura 19 - double-lap joint

- giunzione a spallina singola (single-strap joint): utilizzato frequentemente per ottenere superfici lisce senza ulteriori lavorazioni;

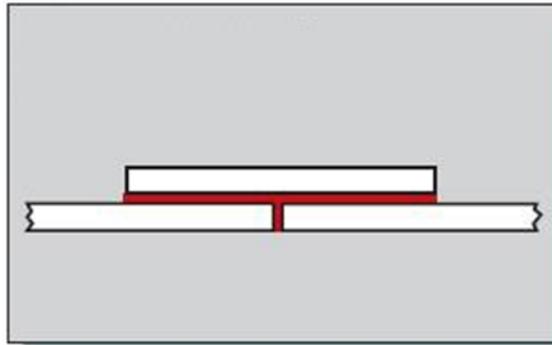


Figura 20 - Single-strap joint

- giunzione a spallina doppia (double-strap joint): fornisce una maggiore resistenza della singola, ma è più complicata da realizzare;

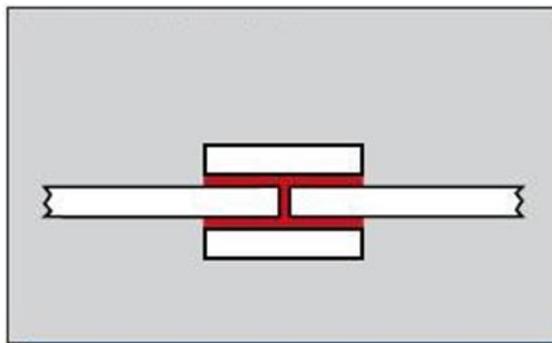


Figura 21 - Double-strap joint

- giunto a spigolo smussato: offre un'eccellente resistenza, ma è molto complicato da realizzare ed è fattibile solo con substrati spessi;

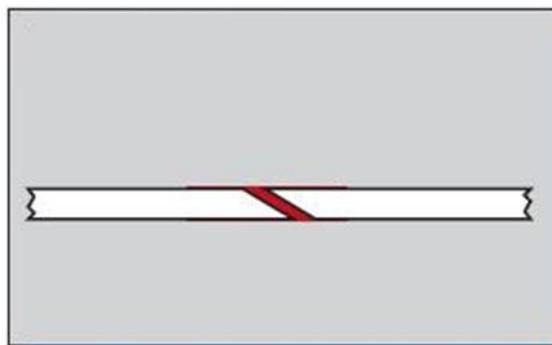


Figura 22 - Giunto a spigolo smussato

- carichi torsionali: giunzioni di tubi a parete sottile o giunti a spallina che sono soggetti a torsione possono raggiungere la stessa resistenza dei metalli coinvolti.

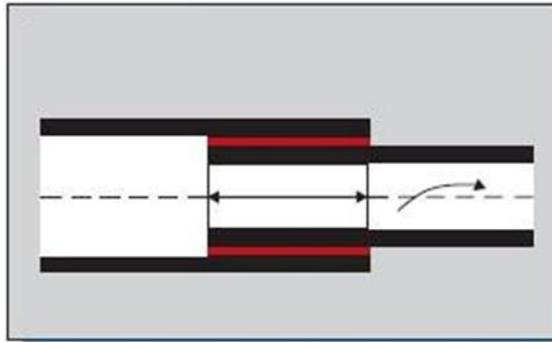


Figura 23 - Giunzioni di tubi a parete sottile

Sono invece svantaggiosi per l'utilizzo degli adesivi i giunti di testa (a causa della bassa resistenza), i giunti a metà ed i giunti a tenaglia (a causa dei costi elevati).

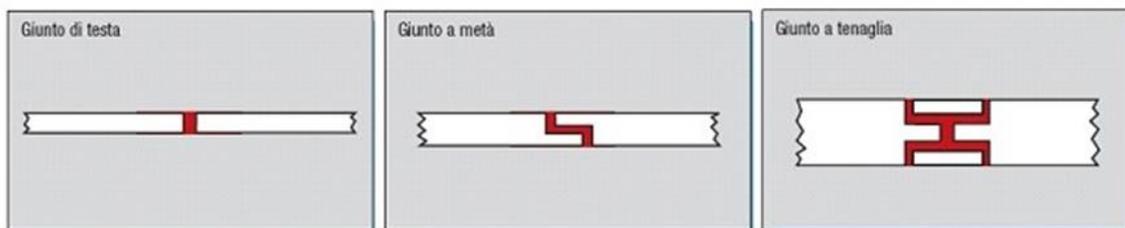


Figura 24 – Configurazione svantaggiosa dei giunti

1.4.2. Le distribuzioni delle sollecitazioni in un giunto incollato

Le distribuzioni delle sollecitazioni che si presentano più di frequente su un giunto, in relazione al tipo di carico applicato, al tipo d'aderendo e al tipo d'adesivo usato sono le seguenti:

- ❖ Distribuzione delle sollecitazioni in giunti laminari: la distribuzione di carico in giunti ad uno strato sovrapposto, soggetti a carichi di trazione-taglio, dipende dalla rigidità delle parti unite e dalla deformabilità dello strato adesivo. L'entità del moto relativo compiuto delle parti unite sotto il carico esterno è il risultato della capacità di deformazione dello strato adesivo (Figura 25).
- ❖ Sollecitazioni in uno strato adesivo fragile e in uno strato adesivo elasto-plastico: gli adesivi di tipo elasto-plastico presentano solo bassi picchi della sollecitazione nelle estremità sovrapposte (Figura 26).

- ❖ Distribuzione delle sollecitazioni di peeling: al manifestarsi di una possibile condizione di peeling (pelatura), la sollecitazione, durante la fase di carico, ha una maggiore influenza sulla resistenza dei giunti adesivi (Figura 27).

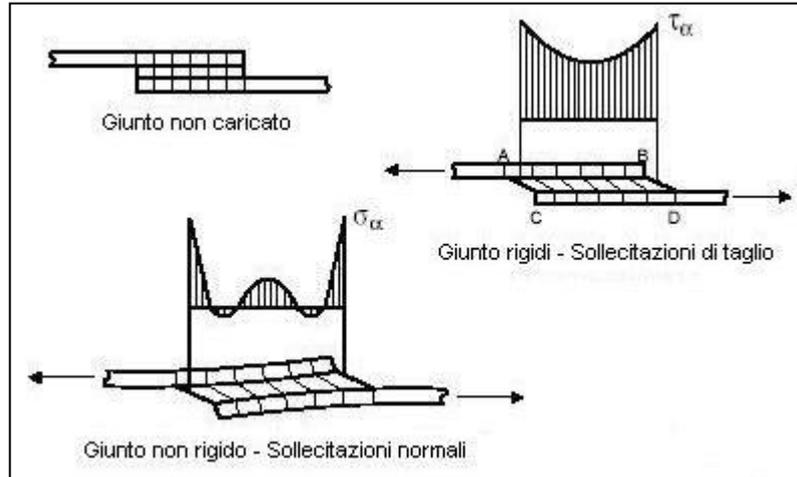


Figura 25 - Distribuzione delle sollecitazioni in giunti adesivi laminari.

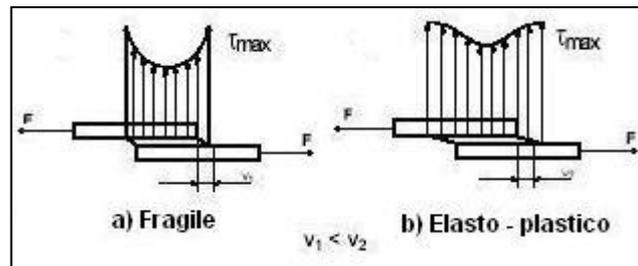


Figura 26 - Sollecitazioni in uno strato adesivo a) fragile e b) elasto-plastico.

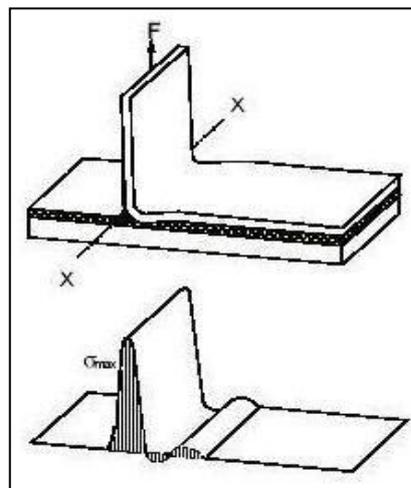


Figura 27 - Sollecitazioni durante la fase di peel.

Uno dei parametri che influisce molto sulle giunzioni adesive è la sovrapposizione. La resistenza dei giunti stretti sovrapposti (≤ 5 mm) è il risultato esclusivamente dell'adesione e delle forze di coesione dello strato di adesivo. Superando un certo valore dell'estensione degli strati sovrapposti, i picchi della sollecitazione si concentrano sulle estremità sovrapposte causando la diminuzione della resistenza [2].

I materiali strutturali non devono essere soggetti a sollecitazioni in eccesso proporzionalmente ai limiti sostenibili. In pratica, la sollecitazione limite dovrebbe essere più bassa dello 0.2 % della tensione di snervamento.

Esiste una correlazione tra l'estensione della parte sovrapposta e l'allungamento della parte unita, quindi la sollecitazione agente alle estremità (Figura 28): l'estensione ottimale della parte sovrapposta, l_0 , di un giunto adesivo è scelta in modo che al più la sollecitazione limite provochi la rottura dello strato adesivo e non un sovraccarico strutturale.

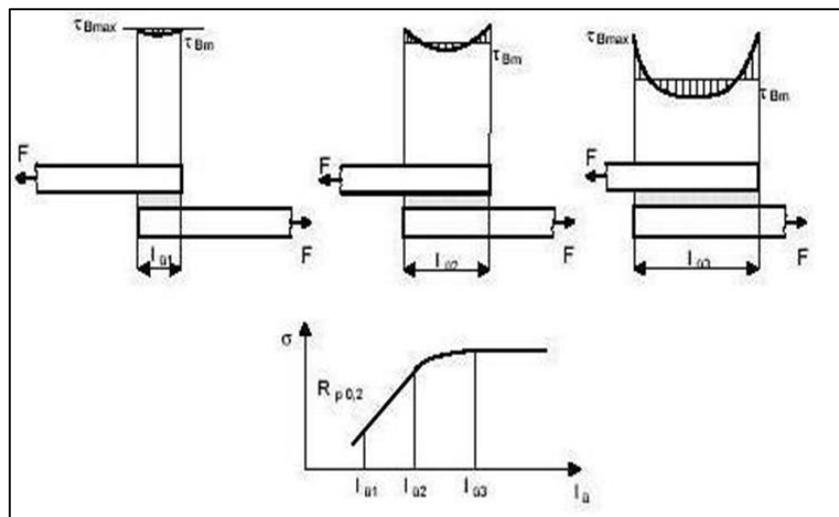


Figura 28 - Legame tra la lunghezza della sovrapposizione e la sollecitazione nell'adesivo.

Esistono, inoltre, legami diretti tra la resistenza di giunti adesivi con lo *spessore dell'aderendo* o con la *resistenza dell'aderendo*.

Lo spessore delle parti da unire incide sulla resistenza del giunto adesivo, infatti uno spessore maggiore delle parti da unire fa aumentare sia la rigidità che il momento flettente complessivo del giunto (Figura 29).

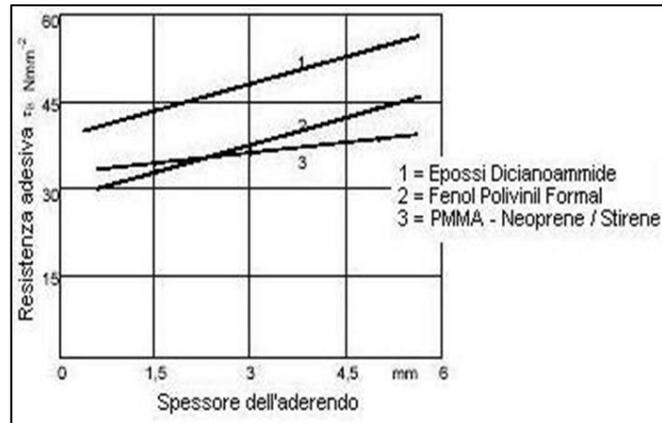


Figura 29 - Legame tra la resistenza dell'adesivo e lo spessore dell'aderendo.

I picchi della sollecitazione, concentrandosi sulle estremità sovrapposte, sono più bassi per gli aderendi più spessi, poiché viene conferita al sistema una rigidità superiore e si consente così allo strato di adesivo di opporsi ad una parte più ampia del carico. Queste osservazioni si applicano in modo simile alla resistenza dei componenti da unire (Figura 30).

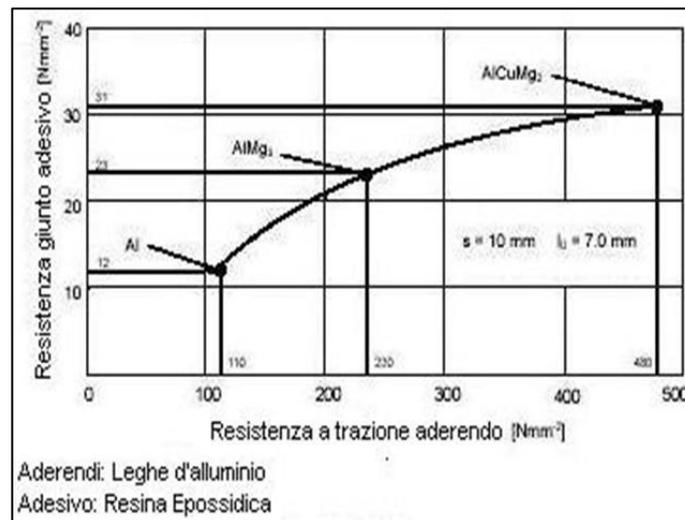


Figura 30 - Legame tra la resistenza adesiva del giunto e la resistenza a trazione dell'aderendo.

La resistenza di un giunto adesivo, su cui è applicato un carico esterno, dipende dall'umidità relativa e dalla temperatura dell'ambiente di lavoro.

La presenza di valori di temperatura e di umidità relativa elevati è molto dannoso per la durabilità del giunto adesivo (Figura 31).

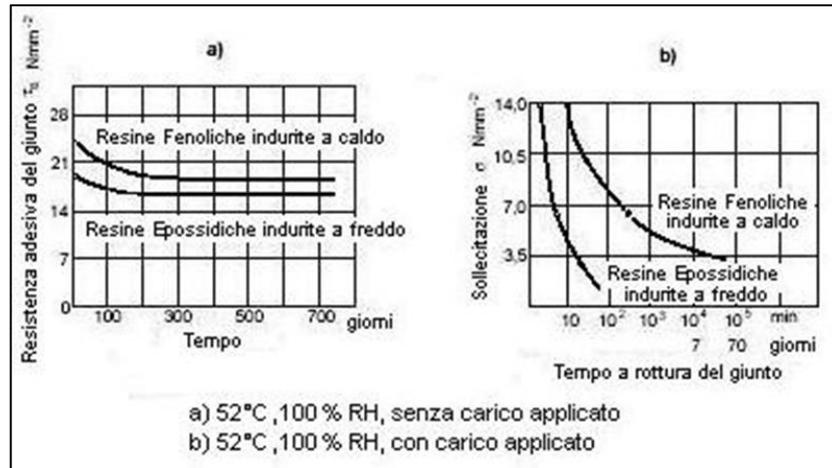


Figura 31 - Caratteristiche di giunti adesivi in lega Al 6060-T6 in condizioni critiche.

Il comportamento insolito della resistenza dei giunti adesivi, è il risultato del fatto che il sistema unito non è omogeneo, ma costituito da un sistema composito in cui le proprietà risultanti sono una combinazione delle singole proprietà delle parti unite, dello strato adesivo e dello strato d'interfaccia pezzo – adesivo.

Le proprietà specifiche del giunto adesivo sono il risultato delle resistenze ottenute dalla progettazione geometrica complessiva e del tipo di materiale utilizzato [3,4].

La prestazione globale di un giunto adesivo di metallo è definita dalla capacità con cui esso riesce a sopportare i carichi senza alcun cambiamento apprezzabile nel valore iniziale di resistenza.

L'azione combinata dei fattori influenzanti e della loro misura costituiscono la base per la produzione di un giunto adesivo ottimale e ne regolano il grado di resistenza ottenibile [5].

La separazione dei giunti adesivi può essere di tipo adesivo, coesivo o mista (Figura 32).

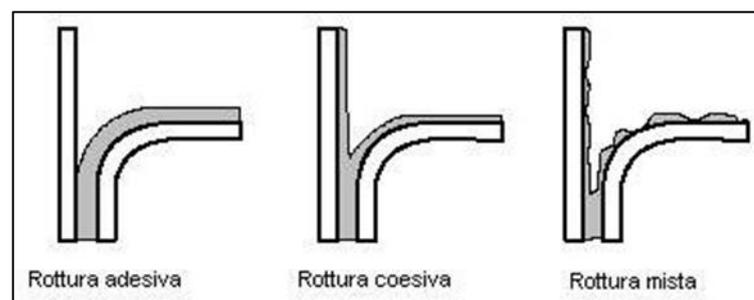


Figura 32 - Tipologia di rottura.

La mancata adesione indica che le superfici delle parti da unire non sono state opportunamente trattate, pertanto deve essere evitata mediante una maggiore cura sul processo.

1.4.3. Applicazioni delle giunzioni incollate

Nella realizzazione di una struttura o di un prodotto di una certa complessità geometrica è necessario eseguire operazioni di giunzione.

La tecnologia di giunzione più appropriata ad una specifica applicazione dovrebbe essere scelta in base ai vantaggi tecnologici e/o economici ad essa legati.

I principali vantaggi offerti da una giunzione adesiva possono così riassumersi:

- possibilità di unire una varietà di materiali, che possono differire per composizione, coefficiente di dilatazione, modulo elastico e spessore;
- eliminazione di contorni superficiali irregolari causati da giunti sporgenti come viti e rivetti, con un conseguente miglioramento dell'aspetto estetico dell'assemblaggio finale;
- possibilità di fabbricazione di forme complesse non ottenibili in altro modo;
- distribuzione più uniforme delle tensioni sull'intera superficie degli aderenti e minimizzazione di sforzi concentrati, tipici delle rivettature, delle bullonature e delle saldature (Figura 7), con la realizzazione di assemblaggi più leggeri e affidabili, a parità di resistenza, rispetto alle giunzioni meccaniche;
- le proprietà elastiche di allungamento di molti adesivi consentono di assorbire, distribuire o trasferire gli sforzi, migliorando così la resistenza a fatica e agli urti, e conferendo poi proprietà di flessibilità e capacità di smorzamento delle vibrazioni;
- effetto sigillante ed isolamento dello strato di adesivo contro l'umidità e agenti chimici;
- i legami adesivi possono agire come isolanti elettrici, termici e sonori;
- possibilità di unire materiali sensibili al calore che verrebbero distrutti se saldati;
- elevato rapporto resistenza-peso.

La giunzione con adesivo presenta anche alcuni inconvenienti che ne restringono il campo di applicabilità, tra cui si possono ricordare:

- necessità di una pulizia molto accurata delle superfici da unire;
- tempi prolungati della fase di cura (polimerizzazione), che spesso deve avvenire in condizioni ambientali opportunamente controllate;
- necessità di attrezzature specifiche;
- difficoltà di ispezionare il giunto una volta realizzato l'incollaggio;
- processi di controllo rigorosi nelle fasi produttive per realizzare giunti della stessa qualità;
- limitata resistenza degli adesivi a temperature di esercizio elevate;
- possibile degrado delle proprietà del giunto nel tempo per l'influenza di parametri quali temperatura ed umidità;
- infiammabilità e tossicità dell'adesivo.

A questi bisogna poi aggiungere la complessa analisi numerica che un materiale visco-elastico richiede.

Tanto premesso, va anche ricordato che un altro problema legato alla scelta dell'incollaggio è spesso la scarsa fiducia e conoscenza dei progettisti su questa tecnica. Nonostante le difficoltà riconducibili agli aspetti appena visti, l'applicazione degli incollaggi è sempre crescente, soprattutto in ambito strutturale aeronautico e navale. Bisogna sottolineare infatti che l'uso di adesivi consente di limitare il peso e si sa che oggi tale obiettivo costituisce una continua sfida.

In Europa vengono prodotti ed impiegati oltre 3.000.000 di tonnellate ogni anno di collanti e tale cifra è in crescita; i produttori di adesivi offrono oltre 250.000 prodotti differenti per le più svariate applicazioni e tali prodotti sono personalizzabili, potenzialmente per qualsiasi utilizzo [6].

1.4.3.1. Applicazioni nel campo navale

Con le leghe di alluminio in ambito navale, la tendenza è quella di unire gli adesivi ad assemblaggi comunemente ottenuti con bullonatura o rivettatura, in modo da avere modelli numerici più affidabili. Il limite vero, infatti, non sta nella resistenza ma nella complessità di preparazione e nell'incertezza dei risultati. Per quanto gli incollaggi siano usati anche con i metalli, la loro applicazione diventa preponderante e necessaria con elementi in composito, in cui non è concesso forare o alterare la geometria del

laminato. Dunque la crescita del loro mercato nel campo navale e aeronautico è dovuta all'uso sempre più spinto dei compositi in questi settori.

Navigazione e traffico su rotaia hanno una cosa in comune: in entrambi i settori la tecnologia di incollaggio è diventata una presenza costante. Grandi navi e treni ad alta velocità hanno esigenze simili: meno peso, maggiore stabilità, velocità superiore, maggiore comfort, più sicurezza. Solo l'alta tecnologia del moderno incollaggio industriale rende possibile una giunzione sicura dei nuovi materiali leggeri.

La cantieristica navale non può più fare a meno della tecnologia di incollaggio; l'ambito di maggiore impiego è il montaggio di cucine nelle navi da crociera. Il basamento della cucina in acciaio inox viene dapprima fissato al ponte con dei bulloni e successivamente incollato su un'ampia superficie con adesivi a due componenti che induriscono in ventiquattro ore. La lunghezza complessiva di queste giunzioni adesive può raggiungere i 2,5 km e con l'utilizzo di adesivi opportuni i materiali restano intatti; le sostanze non vengono né deformate né indebolite. Inoltre ci sono molti effetti positivi addizionali: le giunzioni con adesivo ammortizzano le vibrazioni, riducono il rumore e possono servire da isolamento elettrico e protezione anticorrosione. Nella costruzione di navi non vengono incollate solo le cucine, ma anche i basamenti dei locali di climatizzazione, i rivestimenti del ponte, le basi dei sedili e le finestre.

Mentre i materiali che vengono rivettati, avvitati o saldati devono avere uno spessore tale da evitare strappi nei punti di giunzione, la tecnologia di incollaggio consente di usare materiali più leggeri e sottili. In tal modo si può realizzare un mix di materiali che combini in modo ottimale stabilità e peso ridotto.

La moderna cantieristica navale ne trae profitto; i passeggeri delle navi da crociera sono sempre più esigenti per quanto riguarda la posizione e la dotazione delle cabine che devono essere possibilmente localizzate sopra il livello del mare per consentire una vista migliore. I ponti in alto, magari dotati di piscine ed altre attrezzature per il tempo libero, comportano tuttavia un aumento di peso nella sezione superiore della nave, che diventa più instabile e maggiormente esposta al rischio di ribaltamento in caso di mare molto mosso.

Per evitare tale rischio e mantenere basso il baricentro della nave, i ponti vengono costruiti in materiali particolarmente leggeri. Anche in questo caso la tecnologia dell'incollaggio si è dimostrata molto utile a fornire la necessaria stabilità.

Un open da 88 piedi, l'AB 88 (Figura 33), costituisce un ottimo esempio di applicazione di compositi, alluminio, pannelli ad alta resistenza e adesivi nelle imbarcazioni.

Gli adesivi sono necessari all'assemblaggio in tutte quelle strutture in cui sono presenti alluminio e ferro assieme e in cui è richiesto tra i due un materiale isolante che eviti fenomeni corrosivi.

Il cantiere navale Lürssen, nel 2000 ha costruito per un cliente indonesiano dei traghetti veloci che raggiungono la velocità eccezionale in questo settore di 40 nodi (circa 70 km/h). In caso di mare mosso questi traghetti sono soggetti a forti scosse; per questo le file di sedili sono incollate al ponte con degli adesivi elastici che induriscono con l'umidità.

La forza viene trasmessa su tutta la superficie della giunzione evitando così un possibile strappo dei sedili dal basamento. Inoltre l'adesivo ha la funzione di ammortizzare le vibrazioni, quindi di aumentare il comfort.



Figura 33 - AB 88, della AB Yacht

Anche nel settore del traffico su rotaie l'incollaggio è diventato una tecnologia standard, soprattutto nel montaggio del rivestimento dell'abitacolo, delle finestre anteriori o integrate nelle porte, nonché nei rivestimenti anteriori in plastica rinforzata con fibra di vetro. La tecnologia di incollaggio ha permesso progressi tecnici decisivi nella costruzione di treni metropolitani di superficie, nei quali ormai vengono utilizzati, oltre ad alluminio e vetro, anche materiali leggeri rinforzati in fibre di vetro per l'involucro esterno della struttura metallica di base. Ad esempio, solo per le giunzioni dei vetri laterali di un treno di dodici vagoni ci vogliono circa 550 kg di adesivo; gli elementi vengono dapprima fissati con viti e poi incollati. La combinazione di materiali moderni

e tecnologia di incollaggio rende le vetture non solo più leggere e veloci, ma anche più capaci di sostenere sforzi elevati [6].

1.4.3.2. Applicazioni in campo automobilistico

L'impiego degli adesivi in campo automobilistico, sia pure di scarsa importanza, risalgono a più di mezzo secolo fa, ma la prima applicazione di un certo rilievo si ha con l'incollaggio delle ganasce nei freni a tamburo, prima, e delle pastiglie nei freni a disco, poi, attorno agli anni '60. Qualche anno dopo vengono introdotti i prodotti anaerobici, per fissare con tenuta meccanica ed idraulica parti del motore (lisce e filettate). Negli anni '70 si inizia ad incollare le lamiere della scocca: l'unione delle ossature ai pannelli esterni di porte e cofani, viene eseguita con adesivi epossidici strutturali. Negli anni '80 si adotta l'incollaggio del parabrezza e dei vetri fissi in genere.

Nella Figura 34 seguente è riportata una panoramica degli impieghi di adesivi nella struttura di un'automobile.

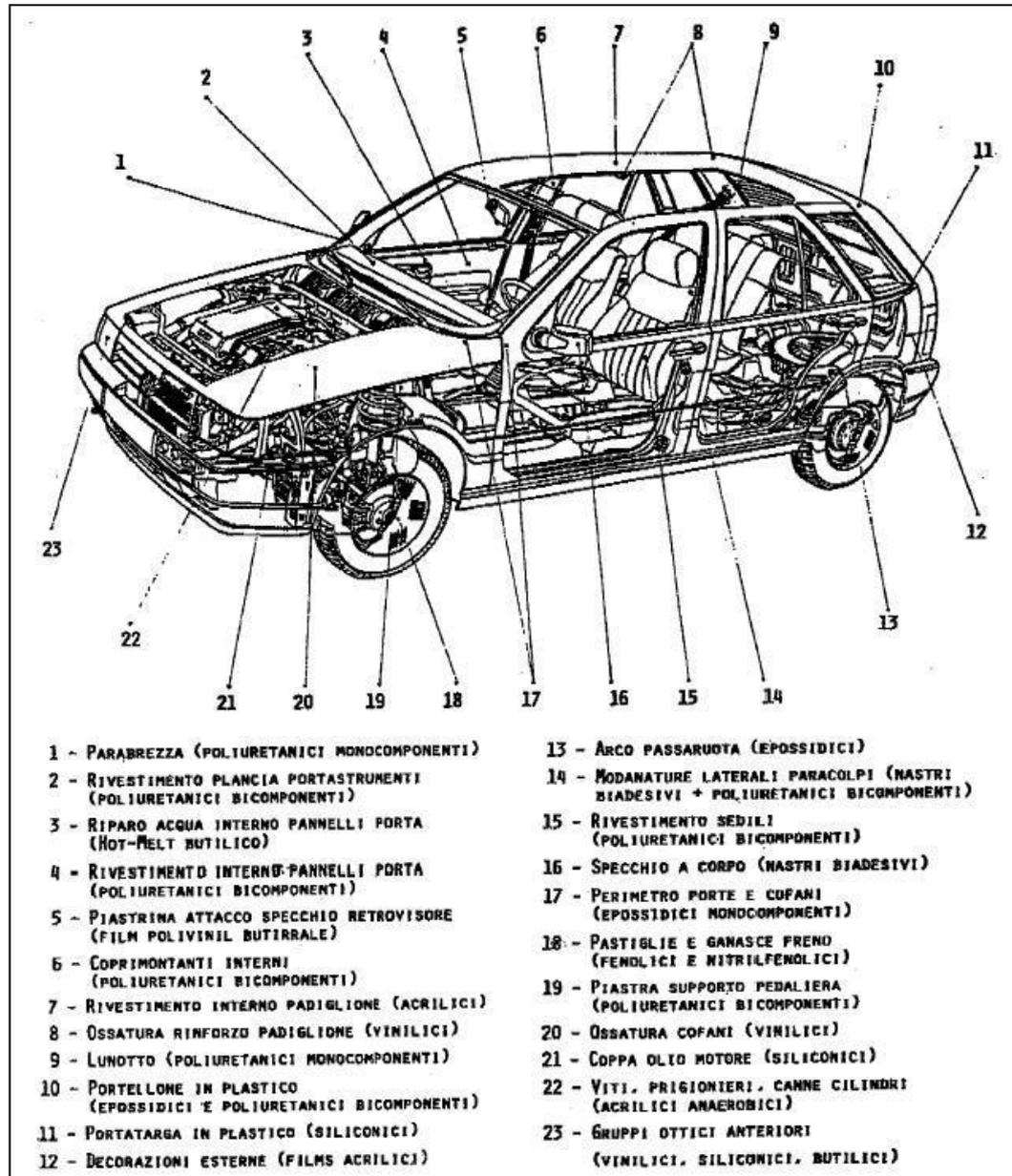


Figura 34 - [7]: Applicazioni degli adesivi nel campo automobilistico.

Gli adesivi epossidici, i poliuretani ed i vinilici si utilizzano nelle parti della carrozzeria. Gli acrilici (anaerobici) ed i siliconici vengono utilizzati per le parti del motore e per gli organi di moto.

Ulteriori vantaggi dell'incollaggio nel settore automobilistico derivano da:

- possibilità di automatizzare le operazioni d'assemblaggio;
- possibilità di smorzare eventuali vibrazioni attraverso l'impiego di giunti adesivi;

- eliminazione dei rumori, provocati tra le 2 parti in seguito a micro-movimenti relativi.

1.4.3.3. Applicazioni in campo aeronautico

L'introduzione di incollaggi in campo aeronautico risale al 1940-45, con l'obiettivo di risolvere particolari problemi, quali, ad esempio, l'applicazione di rinforzi in lega di alluminio su ali costruite in legno.

Dal 1950 l'incollaggio è stato utilizzato in modo sempre più crescente sia per velivoli civili che militari.

Esempi di strutture incollate sono, nel caso di giunzioni metallo-metallo:

- rinforzi locali di piastre (doublers);
- rinforzi in zone particolarmente sollecitate (Figura 35);
- incollaggio irrigidimenti – rivestimento;
- combinazione dei precedenti;
- giunzioni fra pannelli con o senza organi meccanici di collegamento (rivetti ecc...).

Inoltre l'incollaggio ha reso possibile nuove soluzioni strutturali quali le strutture basate su rivestimento in metallo e anima (core) a bassa densità (strutture sandwich):

- incollaggio metallo-balsa in vecchi velivoli;
- incollaggio skin-core in nido d'ape di alluminio, fibra di vetro o altri tipi di fibre (Nomex);
- cornici di chiusura in pannelli.

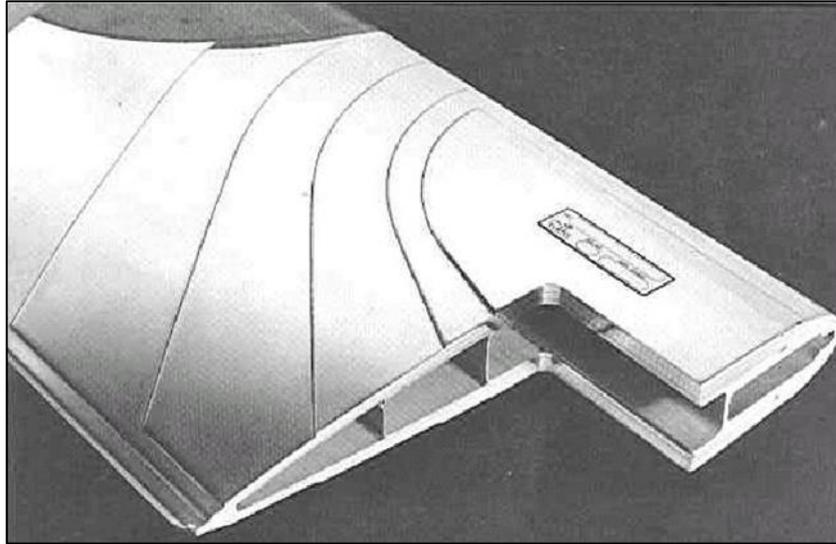


Figura 35 - Rinforzi multipli realizzati con adesivi della pala in metallo dell'elicottero NH3 Colibri.

Le motivazioni che hanno portato all'adozione dell'incollaggio, nelle forme descritte precedentemente, sono diverse:

- l'incollaggio degli irrigidimenti sul rivestimento di pannelli alari o di fusoliera, al posto della tradizionale chiodatura, aumenta localmente la stabilità, essendo la linea di colla continua, per cui si può avere un aumento anche del 30 % della tensione critica di instabilità a compressione rispetto alla soluzione chiodata. Inoltre vengono eliminati i fori di installazione dei rivetti che spesso sono la causa di innesco di rotture per fatica. Un giunto incollato ha maggior resistenza a fatica rispetto ad un giunto chiodato. Anche la propagazione dei difetti viene rallentata dalla presenza di un elemento incollato rispetto ad una soluzione monolitica.
- Le strutture sandwich con "core" a bassa densità sono state adottate originariamente per l'interessante rapporto resistenza/rigidezza/peso dovuto alla completa stabilizzazione del rivestimento esterno. Con queste strutture è comunque possibile ottenere tolleranze molto ristrette in superfici aerodinamiche, per cui le strutture sandwich vengono convenientemente utilizzate per la costruzione di alettoni, impennaggi, spoilers, flaps, freni aerodinamici, tabs, slats ecc... Inoltre le strutture sandwich presentano interessanti caratteristiche di smorzamento acustico, per cui vengono

convenientemente utilizzate nelle zone circostanti i motori per ridurre il rumore all'interno del velivolo ed anche per ridurre il rumore che il velivolo produce verso l'ambiente esterno. Queste strutture presentano anche buone caratteristiche di resistenza a fatica sonora.

- Per strutture in materiale composito l'incollaggio può rappresentare una valida alternativa alle giunzioni meccaniche fra composito – composito o composito – metallo.

La Figura 36 mostra uno schema del Fokker F-27, uno dei primi velivoli nel quale è stato fatto largo uso di incollaggi anche in strutture primarie con ottimi risultati in venticinque anni di esercizio.

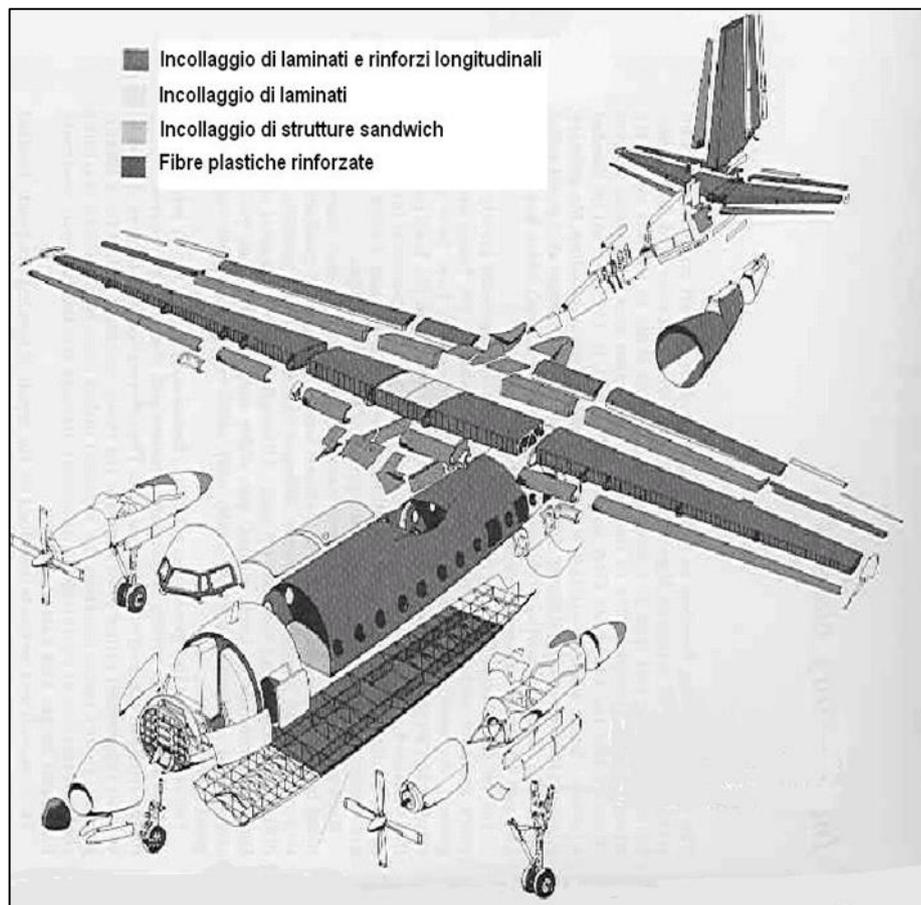


Figura 36 - Struttura dell'aereo Fokker F-27.

L'impiego di adesivi strutturali in campo aeronautico, ampiamente sfruttato per i componenti *secondari* (superfici mobili, sportelli, ecc...), sta quindi coinvolgendo

sempre più il settore dei componenti *primari* (Figura 37), ossia di quelli il cui cedimento comporterebbe la perdita del velivolo.

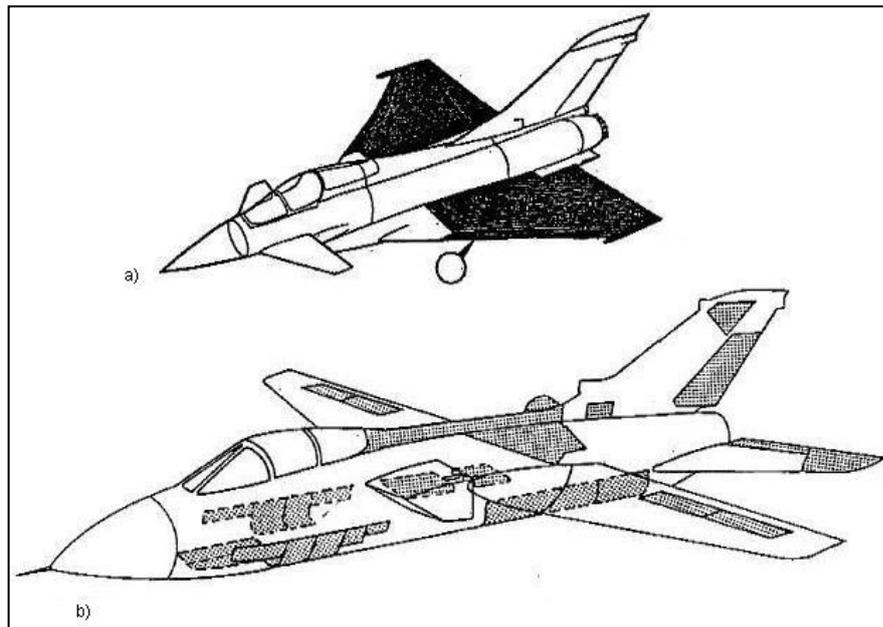


Figura 37 - Aereo: a) parti strutturali primarie e b) parti strutturali secondarie.

Di seguito si riportano altri esempi applicativi di adesivi utilizzati nella realizzazione di velivoli:

- Boeing 767: incollaggio di superfici mobili tra cui: slats, alettoni, stabilizzatori orizzontali;
- AMX: incollaggio di tutte le superfici mobili;
- Tornado: incollaggio di superfici mobili e sportelli;
- EFA: qui l'incollaggio interessa anche parti strutturali primarie, infatti la struttura alare del velivolo EFA è del tipo multi-longherone in fibra di carbonio con centine metalliche e pannelli in fibra di carbonio (Figura 38). I longheroni, che hanno sezione a J rovesciata, sono elementi longitudinali cui spetta il compito di trasportare il carico alare aerodinamico e inerziale agli attacchi con la fusoliera. Il collegamento superiore è realizzato con viti a testa svasata e dadi mentre la giunzione con il pannello inferiore è ottenuta mediante incollaggio strutturale secondo la tecnica di *co-bonding*: ovvero un incollaggio tra due elementi in fibra di carbonio di cui uno già polimerizzato e l'altro ancora fresco

mediante interposizione di uno strato di adesivo in presenza di appropriata temperatura e pressione.

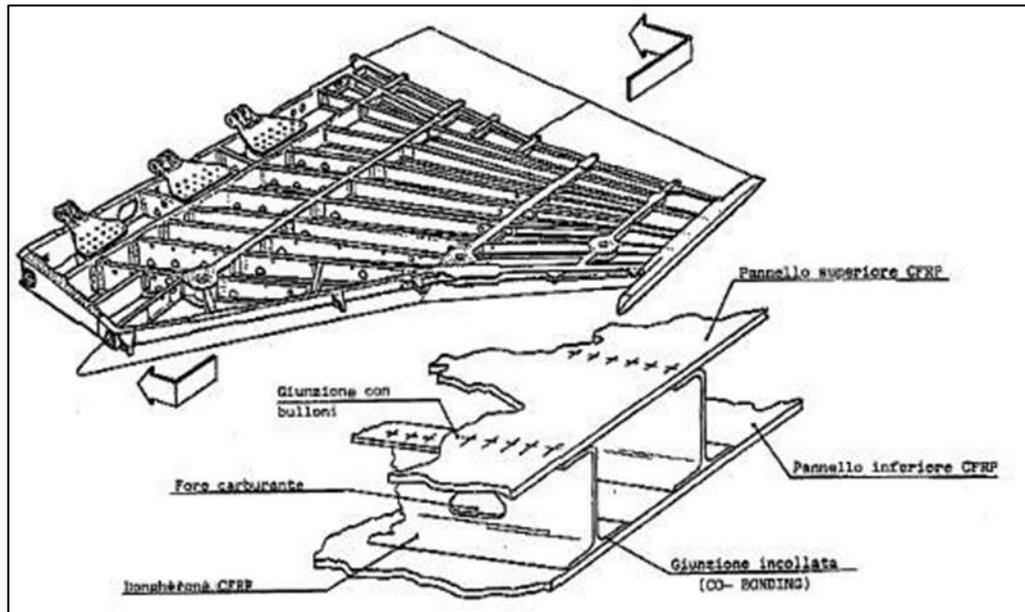


Figura 38 - Architettura generale del Box alare e dettaglio del nodo incollato

1.4.3.4. Altre applicazioni

Oggi gli adesivi hanno moltissimi campi di applicazione [8].

Tipico esempio di tale applicazione è il fissaggio di viti con adesivi anaerobici: le viti sul corpo di un motore sono fissate con un adesivo che ne impedisce l'allentamento ma superando una certa torsione di distacco la vite può essere allentata nuovamente.

Si trovano applicazioni nel campo della realizzazione di articoli e strutture in vetro (epossiacrilati polimerizzati mediante esposizione a raggi UV), nel rivestimento dei freni (mediante resine fenoliche con polimerizzazione per policondensazione), nel campo navale come prima anticipato (basti pensare che i finestrini in policarbonato sono incollati alla struttura di alluminio con poliuretani ottenuti tramite polimerizzazione per poliaddizione), nel campo informatico ed elettronico (l'incollaggio di DVD e l'incollaggio localizzato su circuiti stampati si realizza mediante adesivi acrilici *UV curing* e adesivi termo fusibili speciali), nell'imballaggio flessibile (adesivi

termo fusibili o poliuretanic), nell'edilizia (rinforzi strutturali con applicazione di adesivi epossidici e tessuti in fibra di carbonio).

Nella costruzione degli autoveicoli, come anzidetto, si ha un forte utilizzo di adesivi nella costruzione della carrozzeria (Figura 39); per ogni automobile, in genere, si utilizzano circa 40 kg di adesivo.

La maggiore applicazione degli adesivi è relativa al consolidamento e al rafforzamento di parti dedite alla protezione da urti disassati ad alta velocità; si utilizza per il rinforzo del cofano e delle portiere, per il consolidamento antivibrante delle traverse, per il rinforzo al telaio, portiere, e anche per il montaggio diretto del parabrezza *direct glazing* attraverso polimeri silossani modificati.

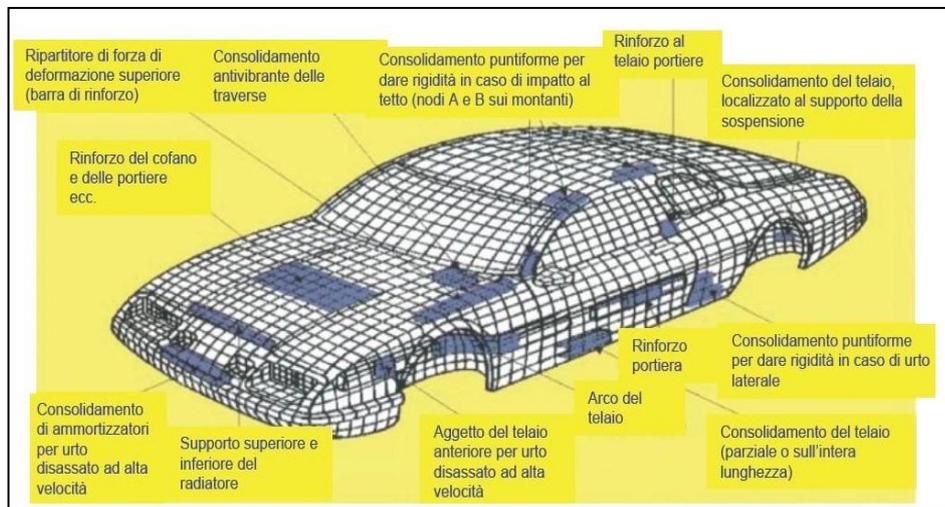


Figura 39 - Applicazione degli adesivi alla carrozzeria di una automobile.

Nella costruzione di aeromobili si utilizzano adesivi epossidici, in particolare nell'accoppiamento e nel consolidamento di lamiere a nido d'ape, come riempitivo, nell'applicazione di inserti e nell'incollaggio di piastre metalliche (Figura 40).

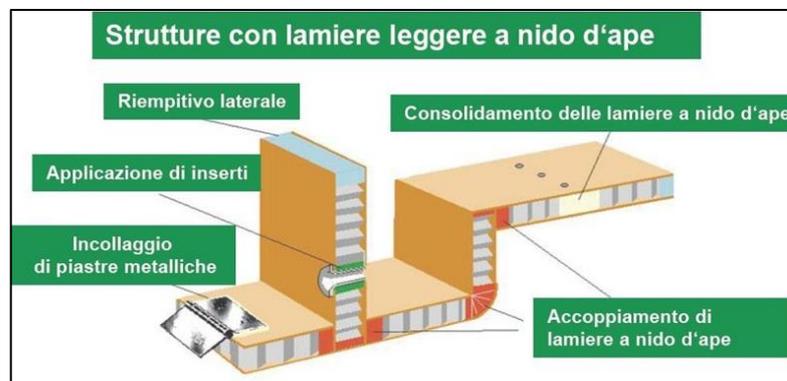


Figura 40 - Applicazione degli adesivi nella costruzione di aeromobili

Inoltre gli adesivi vengono utilizzati nella costruzione di container, in ambito ferroviario e nel campo della medicina (ad esempio le protesi d'anca sono incollate all'osso tramite adesivo a base di metacrilato).

Nella costruzione di motori elettrici sono molto utilizzati gli adesivi anaerobici, come nelle connessioni albero – rotore e albero – commutatore (Figura 41).

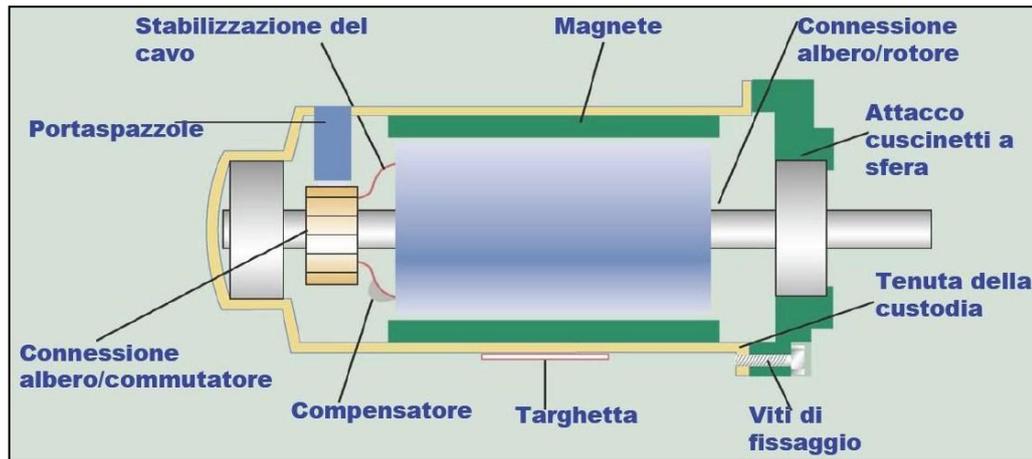


Figura 41 - Applicazione degli adesivi nella costruzione di aeromobili.

Negli ultimi anni le giunzioni adesive sono stato oggetto di importanti progetti di ricerca come il progetto **PRADE** (**PR**ocessi **A**usiliari: le giunzioni **aD**esive e il **rE**pairing) PON02_00029_3205863, a cui ho lavorato con il mio tutor durante il dottorato di ricerca. Questo progetto è stato proposto da IMAST Scarl, il distretto tecnologico campano sull'ingegneria dei materiali polimerici e compositi, e un partenariato di società appartenenti a diversi settori industriali (automobilistico, aeronautico, navale e ferroviario):

- Avio, SpA,
- Centro Ricerche FIAT (CRF)
- CETENA S.p.A. (Centro Studi per la Tecnica Navale)
- CIRA (Italian Aerospace Research Centre)
- CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche)
- CYTEC, Piazzale E. Fermi, 1 80055 Portici (Napoli)
- Università di Napoli Federico II - Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale (DIAS)

- UniNa-CRIB (Centro di Ricerca Interdipartimentale sui Biomateriali).

Il Progetto di Ricerca PRADE è stato indirizzato al miglioramento di alcuni processi, definiti ausiliari rispetto ai principali processi di manifattura ma che concorrono, in fasi diverse del ciclo di vita, alla definizione delle prestazioni del componente finale. Il progetto PRADE ha avuto come scopo l'ottimizzazione di due dei principali processi: le giunzioni adesive ed il repairing. Con particolare riferimento alle giunzioni adesive, si sono stati messi a punto sistemi polimerici opportunamente funzionalizzati capaci di conferire al giunto adesivo proprietà che renderebbero tale processo sempre più competitivo rispetto alle giunzioni classiche, non solo in termini di prestazioni, ma anche di processo.

Gli adesivi oggi disponibili in commercio non dispongono di funzionalità multiple, ma riescono a rispondere contemporaneamente solo ad alcune delle caratteristiche desiderate. Questo perché in molti casi particolari proprietà, come ad esempio la rigidità e la tenacità, sono difficili da raggiungere contemporaneamente. Pertanto l'utilizzo di modificanti ed agenti di rinforzo, sia sulla scala nanometrica che sulla scala micrometrica, permettono di raggiungere con efficienza i risultati desiderati senza dover sacrificare le proprietà strutturali.

La possibilità, dunque di funzionalizzare sistemi adesivi, al fine di ottenere materiali intrinsecamente capaci di conferire alle giunzioni strutturali anche altre particolari proprietà (conducibilità elettrica, proprietà dielettriche, ecc) che i sistemi commerciali non dispongono, rafforzerebbe la posizione dell'adesivo nello scenario del settore trasporti, costituendo un valore aggiunto di notevole interesse.

Con particolare riferimento all'industria automobilistica, i sistemi adesivi attualmente disponibili in commercio non posseggono le funzionalità adatte a particolari processi di assemblaggio che risultano strategici in questo settore.

Un esempio particolare di processo che risulterebbe strategico è l'utilizzo delle radiofrequenze nelle linee di assemblaggio dei componenti in plastica con adesivi termoplastici. La tecnologia attualmente utilizzata per l'assemblaggio di tali componenti, infatti, prevede numerosi step e complessi sistemi di automazione, che in alcuni casi permettono l'assemblaggio di un unico componente per volta. Tale complessità inevitabilmente si riflette sui costi di produzione e quindi del prodotto sul

mercato. Riuscire a trasferire la tecnologia dell'attivazione con radiofrequenze anche a questo tipo di applicazioni, permetterà di proporre a diversi settori industriali una nuova tecnologia di incollaggio con notevoli vantaggi in termini di semplificazioni dei lay-out, rapidità e selettività di processo, reversibilità dell'incollaggio e flessibilità di design rispetto ai processi di incollaggio oggi utilizzati.

Altri esempi che evidenziano la necessità di disporre di adesivi con particolari funzionalità riguardano gli adesivi termoindurenti utilizzati nei processi di cataforesi (processo di protezione alla corrosione) e quelli poliuretanici tipicamente utilizzati nell'incollaggio vetratura scocca.

Riguardo il processo di cataforesi, che è un processo elettrochimico, se sono presenti discontinuità elettriche, rappresentate da adesivi non conduttivi, è necessario creare dei "ponti" di materiale metallico per permettere la deposizione della cataforesi sull'intera scocca. Disporre di adesivi conduttivi permetterebbe di avere una buona deposizione di coating eliminando i ponti conduttivi e semplificando gli step di preparazione alla cataforesi.

Anche per il navale l'utilizzo di adesivi come sistema di giunzione, sebbene strategico in tale settore industriale, è fortemente limitato dalla non disponibilità in commercio di sistemi che riescano a svolgere la propria funzione strutturale anche in particolari condizioni di temperature. Molto spesso ottenere adesivi resistenti ad alte temperature significa ottenere sistemi fragili nelle normali condizioni di esercizio. Ottenere sistemi adesivi flessibili capaci di sopportare gli sforzi derivanti dalle deformazioni della nave nel corso della navigazione, e di resistere anche ad alte temperature, oltre che di semplificare ed economizzare le tecnologie di applicazione, risulta molto strategico per tale settore.

Capitolo 2

Modellazione analitica di giunzioni incollate

2.1 Introduzione

Indagini statistiche hanno evidenziato che circa il 70% dei collassi delle strutture ha inizio a partire dai giunti; alla luce di ciò, in fase di progettazione di un giunto incollato, come accennato nel paragrafo 1.4, è assolutamente necessario andare ad analizzare la distribuzione delle tensioni all'interno del giunto. L'analisi delle tensioni può essere effettuata accuratamente con tecniche numeriche basate sul metodo agli elementi finiti (FEM), che consente di modellare giunti di diverse geometrie in varie condizioni di carico, permettendo di considerare il comportamento non lineare (sia per il materiale che per la geometria). Allo stesso modo bisogna sottolineare come lo strumento analitico sia maggiormente efficace di quello numerico, ai fini dell'analisi parametrica. Difatti una volta scritte le equazioni su di un foglio di calcolo è possibile ottenere in maniera pressappoco istantanea risultati diversi al variare dei parametri geometrici, o del materiale, semplicemente andando a modificare i valori delle costanti.

Nei giunti incollati il cedimento può avvenire a causa della tensione di decoesione, detta tensione di *peeling*, avente la direzione normale alla superficie di incollaggio oppure a causa della tensione di taglio (*shear stress*) dovuta allo scorrimento relativo degli aderenti. Queste tensioni raggiungono valori particolarmente elevati all'estremità della zona di overlap, provocando la rottura dell'adesivo o il distaccamento dello stesso dall'aderendo.

Diversi autori hanno formulato nel tempo modelli in grado di fornire una soluzione in forma chiusa dell'andamento della tensione di taglio e di peeling nell'adesivo per giunti nella configurazione *single-lap* tra pannelli in materiale composito.

Questo capitolo è stato sviluppato in modo da creare un percorso che permetta di capire i principi alla base dello sviluppo dei modelli analitici. Si propone l'analisi di alcuni dei modelli formulati nel corso degli ultimi ottanta anni, non in un ordine meramente cronologico, bensì si è ritenuto opportuno procedere dal più semplice fino ad arrivare al caso più complesso. È importante anche sottolineare sin da ora che in tutti i modelli presentati il comportamento dell'adesivo è assunto elastico lineare, anche se, questa rappresenta una semplificazione che non sempre è da ritenersi accettabile.

2.2 Tensioni in un giunto

È ben noto che la resistenza meccanica delle giunzioni, sia saldate che filettate, può e deve essere prevista tramite calcolo; lo stesso ragionamento va fatto anche nel caso di giunti incollati. L'approccio più comune per il calcolo delle giunzioni incollate è quello di riferirsi ad una tensione media:

$$\tau = F/A \qquad \sigma = F/A$$

in cui A è l'area della zona di sovrapposizione.

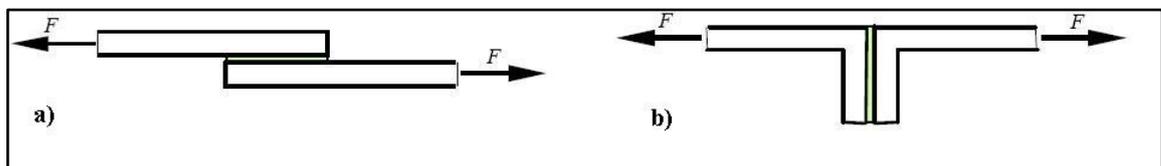


Figura 42 - Determinazione delle tensioni medie di taglio (a) e normale (b)

Si tratta evidentemente di un approccio sovra-semplificato che non permette di sfruttare a pieno le potenzialità degli adesivi e che implica una certa diffidenza nell'uso degli stessi.

In realtà lo stato di sollecitazione all'interno di un giunto incollato è molto più complicato in quanto la giunzione è distribuita su aree estese e la situazione è simile a quella delle saldature, con la differenza che:

- è ridotta la possibilità di redistribuzione plastica delle tensioni in quanto gli adesivi strutturali (ad esempio acrilici, epossidici, ecc.) sono tendenzialmente

fragili, mentre quelli flessibili (ad esempio poliuretanici) operano quasi esclusivamente nella fase elastica;

- si hanno picchi di tensione alle estremità;
- il campo della tensione elastica è singolare a causa della geometria (spigoli) e della discontinuità del materiale (aderendo/adesivo).

Per capire il motivo della disuniformità delle tensioni nell'adesivo, si può fare riferimento ad un caso molto semplice in cui si assume che gli aderendi siano rigidi e che l'adesivo sia deformabile a taglio.



Figura 43 - Giunto single-lap con aderendi rigidi e adesivo deformabile a taglio

Immaginando di suddividere in “celle” la zona della sovrapposizione (sia gli aderendi che l'adesivo), si ha la situazione in Figura 43.

Applicando il carico, come mostrato in Figura 44, si nota che:

- le dimensioni delle celle relative agli aderendi non variano;
- lo spostamento relativo degli aderendi causa deformazione per scorrimento nelle celle di adesivo;
- lo scorrimento e quindi anche la tensione tangenziale τ sono uniformi.

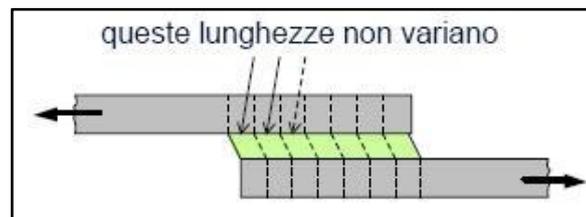


Figura 44 - Deformazioni per effetto del carico applicato

Considerando, invece, il caso in cui l'adesivo è ancora deformabile al taglio mentre gli aderendi sono deformabili estensionalmente, otteniamo, una volta applicato il carico (Figura 45).

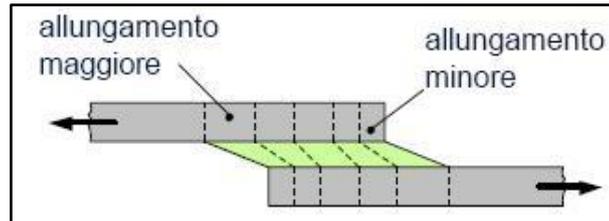


Figura 45 - Giunto single-lap con aderendi deformabili estensionalmente e adesivo deformabile a taglio

In questo caso si può notare che:

- l'allungamento delle celle in ciascun aderendo cresce dall'estremo scaricato verso l'estremo caricato;
- lo spostamento relativo degli aderendi, e quindi lo scorrimento nell'adesivo, è maggiore agli estremi;
- lo scorrimento e quindi anche la tensione tangenziale τ non sono uniformi.

È importante sottolineare che il modello alla base del ragionamento appena fatto è comunque molto semplificato, non essendo stata tenuta in conto né la flessione degli aderendi né essendo verificato l'equilibrio alla rotazione (le forze sono disallineate). Con considerazioni più sofisticate si può dimostrare che sollecita l'adesivo anche una componente di tensione normale σ_y (di pelatura o di *peel*) e che entrambe le tensioni variano sia lungo la zona di sovrapposizione che lungo lo spessore (Figura 46).

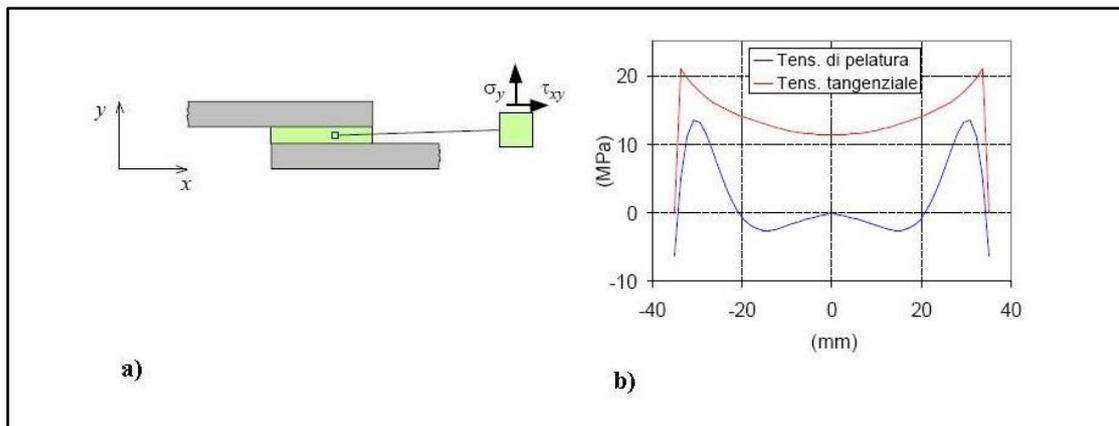


Figura 46 - a) Tensione tangenziale e di pelatura nell'adesivo; b) Esempi di andamenti delle tensioni lungo la zona di sovrapposizione

I modelli esaminati di seguito sono tutti basati su elementi strutturali (travi, piastre, ecc); ciò consente di tener conto della pluriassialità e disuniformità dello stato di

tensione. In ogni caso si assume l'assenza delle singolarità, il che equivale a riferirsi, in pratica, ai valori corrispondenti al piano a metà spessore dell'adesivo (Figura 46,a).

2.3 Modello di Shiu-Chuan Her

Il modello più semplice a cui si può fare riferimento, per la determinazione della sollecitazione di taglio nell'adesivo e delle tensioni longitudinali negli aderendi, è quello proposto da Shiu-Chuan Her [9]. Trattasi di un modello semplificato, monodimensionale, basato sulla teoria classica dell'elasticità che permette di determinare in maniera estremamente semplice soluzioni analitiche in forma chiusa esclusivamente per la sollecitazione di taglio (shear stress) nell'adesivo, sia per giunti nella configurazione single-lap sia per giunti double-lap, senza però dare nessuna informazione circa la sollecitazione normale trasversale (peel stress).

2.3.1. Single-lap

Il modello geometrico utilizzato per un giunto *single-lap* è mostrato in Figura 47, ed essendo monodimensionale, tutte le componenti di tensione variano solo lungo l'asse longitudinale x . A causa dell'eccentricità del carico applicato T , bisognerebbe considerare un momento flettente ai bordi della regione di sovrapposizione ma per poter semplificare il modello, si assume che lo spessore sia sufficientemente piccolo da poter trascurare gli effetti dell'eccentricità, e quindi del momento. Pertanto le ipotesi alla base di questo modello sono le seguenti:

- le sollecitazioni di taglio nell'adesivo non variano lungo lo spessore η , cioè sono ritenute costanti;
- le tensioni longitudinali nei due aderendi non variano lungo gli spessori h_1 e h_2 ;
- aderendi e adesivi sono assunti a comportamento elastico lineare, ed è trascurato il momento ai bordi della zona di sovrapposizione.

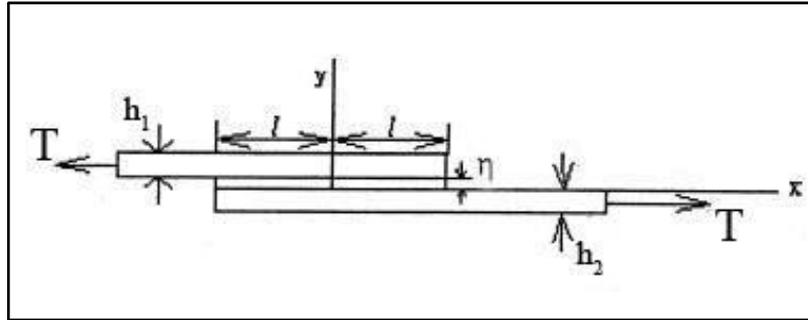


Figura 47 - Profilo geometrico di un giunto single-lap

Con riferimento al giunto di Figura 47, si vanno a considerare due elementini infinitesimali della zona di *overlap* (Figura 48).

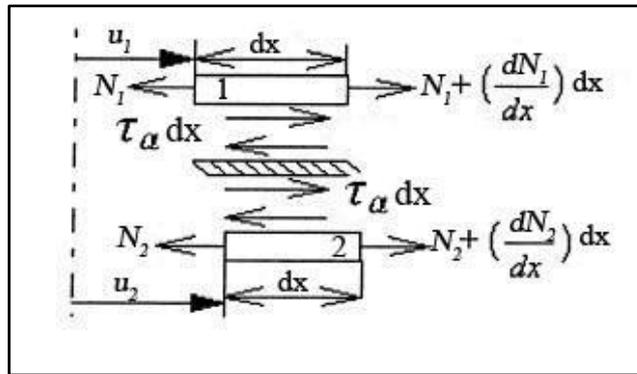


Figura 48 - Schema del corpo libero nella zona di overlap di un giunto single-lap

Andando a scrivere l'equilibrio delle forze per l'aderendo superiore e per quello inferiore, si ottengono due equazioni differenziali:

$$\frac{dN_1}{dx} + \tau_a = 0, \quad \frac{dN_2}{dx} - \tau_a = 0 \quad (2.1)$$

I termini N_1 e N_2 rappresentano le tensioni longitudinali per unità di larghezza, rispettivamente, per l'aderendo superiore ed inferiore, mentre τ_a rappresenta la tensione di taglio nello strato adesivo. Assumendo un comportamento elastico lineare per gli aderendi, le relazioni che legano lo spostamento longitudinale u con la deformazione ε sono le seguenti:

$$\frac{du_1}{dx} = \varepsilon_1 = \frac{N_1}{E_1 h_1}, \quad (2.2)$$

$$\frac{du_2}{dx} = \varepsilon_2 = \frac{N_2}{E_2 h_2},$$

dove u_1 , ε_1 , E_1 e h_1 sono, rispettivamente, spostamento longitudinale, deformazione, modulo di Young e spessore dell'aderendo superiore, mentre u_2 , ε_2 , E_2 e h_2 sono le corrispondenti grandezze per l'aderendo inferiore.

Le equazioni differenziali (2.1) possono essere combinate insieme attraverso la seguente relazione che lega tensione e deformazione di taglio per l'adesivo, assunto anch'esso a comportamento elastico lineare:

$$\tau_a = G_a \gamma_a = \frac{G_a}{\eta} (u_2 - u_1), \quad (2.3)$$

dove G_a , γ_a e η sono, rispettivamente, il modulo a taglio, la deformazione a taglio (assunta costante lungo lo spessore) e lo spessore dello strato adesivo.

Andando a derivare rispetto a x l'equazione (2.3) e la prima delle (2.1) si ottiene:

$$\frac{d\tau_a}{dx} = \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{du_2}{dx} - \frac{du_1}{dx} \right), \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2 N_1}{dx^2} = - \frac{d\tau_a}{dx}. \quad (2.5)$$

Sostituendo le equazioni (2.2) e (2.4) nella (2.5), si ha:

$$\frac{d^2 N_1}{dx^2} = - \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{du_2}{dx} - \frac{du_1}{dx} \right) = - \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{N_2}{E_2 h_2} - \frac{N_1}{E_1 h_1} \right). \quad (2.6)$$

L'equilibrio delle forze nell'elementino (Figura 48) mostra come la somma delle forze longitudinali nei due aderendi deve essere uguale al carico applicato T , quindi valgono le seguenti relazioni:

$$T = N_2 + N_1 \quad \text{o} \quad N_2 = T - N_1. \quad (2.7)$$

Sostituendo la (2.7) nella (2.6) si ottiene un'equazione differenziale del secondo ordine in N rispetto a x :

$$\frac{d^2 N_1}{dx^2} - \lambda^2 N_1 = -\frac{G_a T}{E_2 h_2 \eta}, \quad (2.8)$$

dove:

$$\lambda^2 = \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{1}{E_2 h_2} + \frac{1}{E_1 h_1} \right).$$

Le condizioni al contorno da imporre sono:

$$\begin{aligned} \text{per } x=l, \quad N_1 &= 0, \\ \text{per } x=-l, \quad N_1 &= T; \end{aligned} \quad (2.9)$$

dove “ l ” indica metà lunghezza della zona di *overlap*.

La soluzione dell'equazione differenziale (2.8) può essere scritta infine in questa forma:

$$N_1 = A \sinh(\lambda x) + B \cosh(\lambda x) + \frac{T E_1 h_1}{(E_1 h_1 + E_2 h_2)}. \quad (2.10)$$

Per determinare le costanti di integrazione A e B, basta andare ad imporre le condizioni al contorno (2.9). In definitiva si ottengono le espressioni analitiche per le tensioni longitudinali N_1 e N_2 , rispettivamente nell'aderendo superiore ed in quello inferiore, nonché la tensione di taglio τ_a nell'adesivo:

$$\begin{aligned} N_1 &= T \left[-\frac{1 \sinh(\lambda x)}{2 \sinh(\lambda l)} + \frac{E_2 h_2 - E_1 h_1}{2(E_2 h_2 + E_1 h_1)} \frac{\cosh(\lambda x)}{\cosh(\lambda l)} + \frac{E_1 h_1}{(E_2 h_2 + E_1 h_1)} \right], \\ N_2 &= T \left[1 + \frac{1 \sinh(\lambda x)}{2 \sinh(\lambda l)} - \frac{E_2 h_2 - E_1 h_1}{2(E_2 h_2 + E_1 h_1)} \frac{\cosh(\lambda x)}{\cosh(\lambda l)} - \frac{E_1 h_1}{(E_2 h_2 + E_1 h_1)} \right], \\ \tau_a &= \frac{T \lambda}{2} \left[\frac{\cosh(\lambda x)}{\sinh(\lambda l)} - \frac{E_2 h_2 - E_1 h_1}{(E_2 h_2 + E_1 h_1)} \frac{\sinh(\lambda x)}{\cosh(\lambda l)} \right]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.3.2. Double-lap

Il modello geometrico utilizzato per schematizzare un giunto double-lap è rappresentato in Figura 49, mentre le forze agenti su di un elementino infinitesimale della zona di sovrapposizione sono rappresentate nella Figura 50.

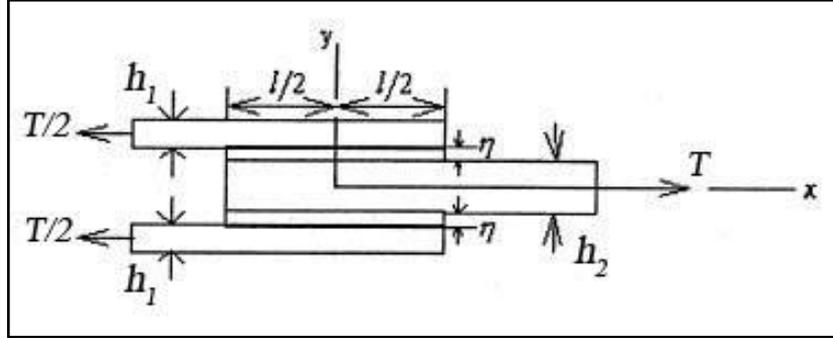


Figura 49 - Profilo geometrico di un giunto double-lap

Ripetendo gli stessi passaggi descritti per i giunti *single-lap* si arriva ad un'equazione simile alla (2.10):

$$N_1 = A \sinh(\lambda x) + B \cosh(\lambda x) + \frac{T E_1 h_1}{(2E_1 h_1 + E_2 h_2)}, \quad (2.12)$$

in cui:

$$\lambda^2 = \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{2}{E_2 h_2} + \frac{1}{E_1 h_1} \right).$$

Ancora una volta, le costanti di integrazione A e B si determinano andando ad imporre le condizioni al contorno. Le espressioni analitiche per le tensioni longitudinali N_1 e N_2 , rispettivamente negli aderendi esterni ed in quello interno, nonché la tensione di taglio τ_a nell'adesivo, assumono in questo caso la seguente forma:

$$N_1 = \frac{T}{2} \left[-\frac{1}{2} \frac{\sinh(\lambda x)}{\sinh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} + \frac{E_2 h_2 - 2E_1 h_1}{2(E_2 h_2 + 2E_1 h_1)} \frac{\cosh(\lambda x)}{\cosh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} + \frac{2E_1 h_1}{(E_2 h_2 + 2E_1 h_1)} \right],$$

$$N_2 = T \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\sinh(\lambda x)}{\sinh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} - \frac{E_2 h_2 - 2E_1 h_1}{2(E_2 h_2 + 2E_1 h_1)} \frac{\cosh(\lambda x)}{\cosh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} - \frac{2E_1 h_1}{(E_2 h_2 + 2E_1 h_1)} \right], \quad (2.13)$$

$$\tau_a = \frac{T\lambda}{4} \left[\frac{\cosh(\lambda x)}{\sinh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} - \frac{E_2 h_2 - 2E_1 h_1}{(E_2 h_2 + 2E_1 h_1)} \frac{\sinh(\lambda x)}{\cosh\left(\frac{\lambda l}{2}\right)} \right],$$

in cui le grandezze con il pedice 1 sono riferite agli aderendi che si trovano esternamente, mentre quelle con il pedice 2 sono riferite all'aderendo che si trova internamente.

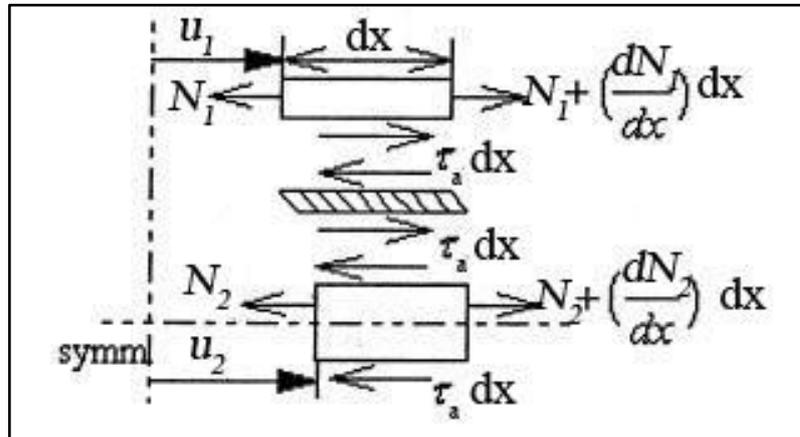


Figura 50 - Schema del corpo libero nella zona di overlap di un giunto double-lap

Se si andassero a diagrammare i risultati analitici ottenuti per le tensioni di taglio, si vedrebbe che i valori massimi si hanno ad entrambi i bordi della zona di *overlap*. È stato largamente dimostrato che proprio queste elevate concentrazioni di tensioni ai bordi della regione di *overlap* sono, nella maggioranza dei casi, responsabili del collasso di un giunto incollato. È però necessario sottolineare che non è solo la tensione di taglio (τ_{xy}) a determinare tale rottura, bensì bisogna tener soprattutto conto anche della tensione normale trasversale, o di *peel*, (σ_y). I parametri che maggiormente influenzano le distribuzioni delle tensioni nella zona adesiva possono essere classificati in due categorie: parametri del materiale, quali ad esempio il modulo elastico di taglio dell'adesivo e quello longitudinale degli aderendi; parametri geometrici, come lo spessore degli aderendi e dello strato adesivo, oppure la lunghezza della zona di *overlap*.

A titolo di esempio, in Figura 51 è riportato l'andamento qualitativo della tensione di taglio lungo l'overlap al variare dello spessore dell'adesivo; la figura mostra che al diminuire dello spessore dell'adesivo aumenta il valore massimo della tensione τ_{xy} ai bordi, e che quindi adoperando uno spessore maggiore si può incrementare la resistenza del giunto.

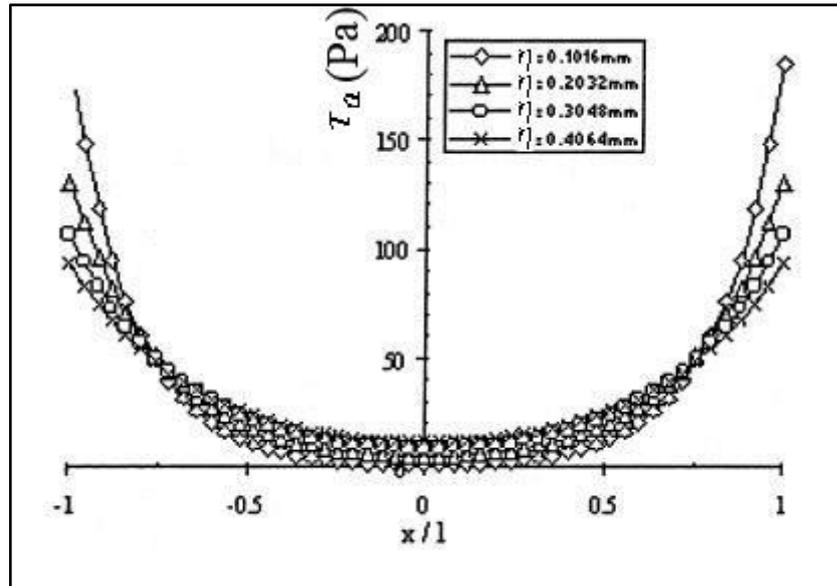


Figura 51 - Andamento della tensione di taglio (τ_a) in funzione dello spessore dell'adesivo (η)

Come già detto, questo modello permette di determinare semplicemente la tensione di taglio (indicata con τ_a), ma non può in nessun modo dare informazioni circa la tensione.

2.4 Modello di Goland e Reissner

Alla base di tutte le moderne teorie che si propongono di determinare lo stato di sollecitazione nello strato adesivo dei giunti *single-lap*, vi è il modello di Goland e Reissner [10]. Nel corso degli anni numerosi altri autori hanno proposto delle teorie che apportano dei perfezionamenti alla formulazione di base di Goland e Reissner, ma in ogni caso la caratteristica comune è sempre quella di fare delle ipotesi semplificative circa il comportamento degli aderenti e dell'adesivo. In particolare non si considerano le singolarità di tensione che si presentano alle estremità della zona di sovrapposizione, e di cui si parlerà in seguito; inoltre la teoria classica di Goland e Reissner trascura la deformazione a taglio degli aderenti, producendo pertanto una sollecitazione di taglio che può arrivare a discostarsi anche per il 30% da quella che si ottiene da altre teorie che invece ne tengono conto. Nonostante questo aspetto, questa teoria è largamente accettata oggi a causa dell'elevata semplicità del modello utilizzato che permette di ricavare, abbastanza agevolmente, le sollecitazioni di taglio (*shear stress*) e normale trasversale (*peel stress*) nello strato adesivo. Nel loro modello di giunto *single-lap*,

Goland e Reissner trattano i due aderendi come piastre di larghezza unitaria (si trascura la terza dimensione) e l'adesivo come uno strato deformabile sia a taglio che allo sforzo normale trasversale. Le deformazioni a taglio degli aderendi invece non sono considerate a causa dei loro valori relativamente bassi rispetto a quelli delle deformazioni normali longitudinali e a causa di una maggiore complessità che si avrebbe nella trattazione.

Bisogna però sottolineare il fatto che originariamente Goland e Reissner fornirono espressioni sbagliate per alcuni parametri; per questo motivo quello che si va a descrivere nel seguito è il modello di Wu (ed altri) [11], in cui sono semplicemente corretti tali errori, senza apportare modifiche sostanziali al modello originale. Lo stesso Wu, partendo dalle ipotesi fatte per il caso di aderendi perfettamente uguali (giunto bilanciato), ha poi fornito le basi per il calcolo delle tensioni nel caso di aderendi differenti tra loro.

2.4.1 Aderendi dello stesso materiale e delle stesse dimensioni

Il modello geometrico utilizzato ed i parametri dei materiali sono mostrati in Figura 52, in cui α rappresenta l'angolo di eccentricità del carico. La differenza con il modello precedente (Shiuh-Chuan Her), quindi, sta proprio nel fatto che, senza trascurare l'eccentricità del carico, bisogna considerare anche il taglio ed il momento che si sviluppano ai bordi della zona di sovrapposizione. Sono quindi rappresentate due lamine di eguale spessore h , di larghezza unitaria e di lunghezza $c+2l$, dove $2l$ è la lunghezza della zona di *overlap*. Lo strato adesivo tra le due lamine ha uno spessore η che è molto piccolo rispetto a quello delle lamine. I due aderendi si possono semplicemente pensare come appoggiati alle estremità a e b , così come mostrato in figura, e soggetti ad un carico di trazione, indicato con T . In questa stessa figura E e ν rappresentano il modulo di Young ed il coefficiente di Poisson per gli aderendi, E_a e ν_a il modulo di Young ed il coefficiente di Poisson per l'adesivo. Da quanto detto evince quindi che il modello considerato è relativo al caso in cui gli aderendi sono in materiale isotropo ed hanno le stesse caratteristiche, sia in termini di geometria che di materiale.

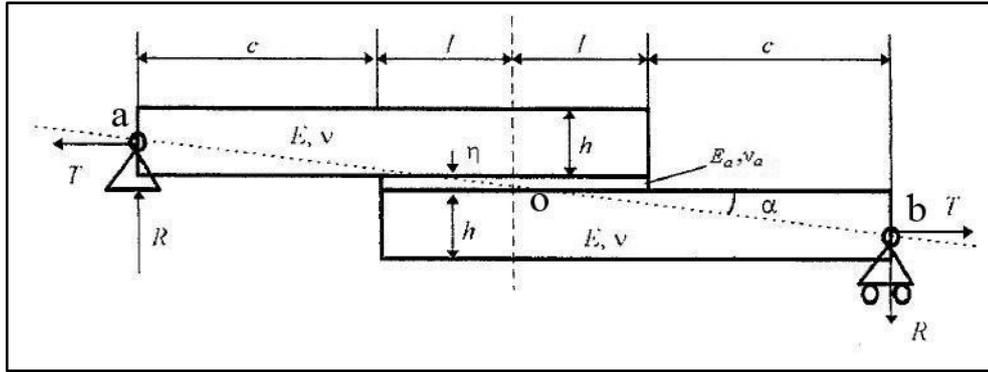


Figura 52 - Parametri geometrici e del materiale per un giunto single-lap bilanciato

Il problema può essere suddiviso in due parti; la prima parte riguarda la determinazione dei carichi alle estremità del giunto, ed è possibile affrontare tale problema utilizzando la teoria delle travi o delle piastre in flessione (o anche flessione cilindrica); la seconda parte del problema riguarda la determinazione delle tensioni, ed è possibile assimilare il problema ad uno di deformazione piana dato che la larghezza degli aderendi è molto grande se comparata allo spessore dell'adesivo.

Determinazione dei carichi

Per una corretta analisi dei carichi bisogna introdurre due sistemi di coordinate (x_1, y_1) e (x, y) in modo da poter studiare le deformazioni (Figura 53).

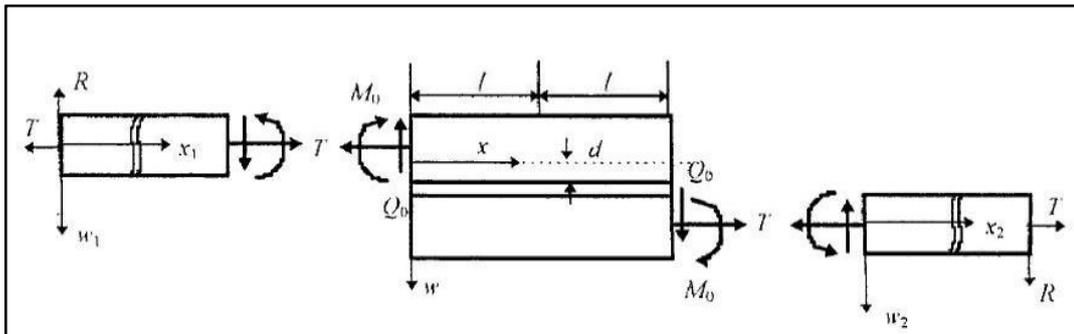


Figura 53 - Schema del corpo libero sotto l'effetto del carico

Se il sistema è soggetto ai supporti a e b ad un carico di trazione T , per unità di larghezza, la linea di azione della forza sarà $a o b$ (Figura 52). Ovviamente risulterà:

$$R = \alpha T$$

dove α è l'angolo formato tra la coordinata x (x_1) e la linea di azione della forza applicata aob , e può essere ritenuto prossimo a:

$$\alpha = \frac{h + \eta}{2(l + c)}.$$

Indicando con M_1 il momento flettente nella lamina (aderendo) superiore e con M il momento nel giunto (cioè all'interno della zona di *overlap*), entrambi per unità di larghezza, si ha:

$$\text{per } 0 \leq x_1 \leq c, \quad M_1 = T(\alpha x_1 - w_1), \quad (2.14)$$

$$\text{per } 0 \leq x \leq 2l, \quad M = T \left[\alpha(c + x) - w - \frac{h + \eta}{2} \right].$$

Le convenzioni positive scelte per il momento M , per lo sforzo normale N e per il taglio Q , per unità di larghezza, sono mostrate nella Figura 54.

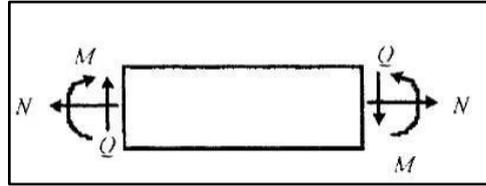


Figura 54 - Convenzione positiva sollecitazioni esterne

In accordo con la teoria delle piastre sottili in flessione (spostamenti e rotazioni sono funzioni solo di x), le curvature dell'aderendo superiore e del giunto possono essere espresse attraverso le seguenti equazioni differenziali:

$$\text{per } 0 \leq x_1 \leq c, \quad \frac{d^2 w_1}{dx_1^2} = -\frac{M_1}{D_1} = -\frac{T}{D_1} (\alpha x_1 - w_1), \quad (2.15)$$

$$\text{per } 0 \leq x \leq 2l, \quad \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M}{D} = -\frac{T}{D} \left[\alpha(c + x) - w - \frac{h + \eta}{2} \right],$$

dove D_1 e D sono le rigidità flessionali dell'aderendo e del giunto, rispettivamente:

$$D_1 = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (2.16)$$

$$D = \frac{Eh^3}{3(1 - \nu^2)} + \left(\frac{1}{2} h\eta^2 + h^2\eta \right) \frac{E}{1 - \nu^2} + \frac{E_a \eta^3}{12(1 - \nu_a^2)}.$$

Le soluzioni delle equazioni (2.15) possono essere scritte nella forma:

$$\text{per } 0 \leq x_1 \leq c \quad w_1 = A_1 \cosh(\mu_1 x_1) + B_1 \sinh(\mu_1 x_1) + \alpha x_1 \quad (2.17)$$

$$\text{per } 0 \leq x \leq 2l \quad w = A \cosh(\mu x) + B \sinh(\mu x) + \alpha(c + x) - \frac{h + \eta}{2}$$

in cui:

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{T}{D_1}}, \quad \mu = \sqrt{\frac{T}{D}}.$$

Le quattro costanti di integrazione A_1 , B_1 , A e B possono essere determinate imponendo le condizioni al contorno, ed in particolare che gli abbassamenti a sinistra della lamina superiore e a destra del giunto devono essere nulli, e che l'abbassamento e la rotazione a destra della lamina superiore devono essere uguali a quella a sinistra del giunto:

$$\begin{aligned} w_1(0) &= 0, \\ w_1(c) &= w(0), \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} w(c) &= 0, \\ \frac{dw_1(c)}{dx_1} &= \frac{dw(0)}{dx}. \end{aligned}$$

Si ottiene quindi:

$$A_1 = 0, \quad B_1 = -\frac{h + \eta}{2} \frac{\cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)}$$

mentre non è necessario, per i successivi calcoli, determinare le costanti A e B .

Il momento M_0 e la forza tagliante Q_0 al bordo della zona di sovrapposizione sono allora:

$$\begin{aligned} M_0 &= M_1|_{x_1=c} = T[\alpha c - w_1(c)] = \\ &= \frac{(h + \eta)T}{2} \frac{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}
Q_0 = Q_1|_{x_1=c} &= \left. \frac{dM_1}{dx_1} \right|_{x_1=c} = T \left[\alpha - \frac{dw_1(c)}{dx_1} \right] = \\
&= \frac{(h + \eta)T}{2} \frac{\mu_1 \cosh(\mu_1 c) \cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)}. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

Se si introduce un parametro adimensionale k :

$$k = \frac{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)}$$

allora si può scrivere molto più semplicemente:

$$M_0 = \frac{(h+\eta)T}{2} k, \quad Q_0 = \frac{(h+\eta)T}{2} k, \frac{\mu_1 \cosh(\mu_1 c)}{\sinh(\mu_1 c)}. \quad (2.21)$$

Se lo spessore dell'adesivo è molto piccolo rispetto a quello dell'aderendo, se cioè $\eta \ll h$, cosicché la presenza dello strato adesivo può essere trascurata, η ed E_a possono essere eliminati dalla formulazione. Applicando inoltre l'approssimazione:

$$\sinh(\mu_1 c) \approx \cosh(\mu_1 c), \quad (2.22)$$

le equazioni del momento e dello sforzo di taglio per un giunto *single-lap*, con aderendi in materiale isotropo, diventano:

$$M_0 = \frac{T}{2} k, \quad Q_0 = \mu_1 M_0 \quad (2.23)$$

in cui:

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{12(1 - \nu^2)T}{Eh^3}},$$

$$k = \frac{1}{1 + 2\sqrt{2} \tanh\left(\frac{\mu_1 l}{2\sqrt{2}}\right)}.$$

A questo punto, calcolati i valori del momento M_0 e del taglio Q_0 ed assegnato il carico di trazione T , si può passare alla determinazione delle tensioni, andando a calcolare le sollecitazioni nell'adesivo. L'ipotesi che si ritiene valida è che la deformazione normale trasversale e la deformazione a taglio negli aderendi sono relativamente piccole rispetto a quelle nell'adesivo. Assumendo quindi che le deformazioni negli aderendi sono dovute esclusivamente alle sollecitazioni longitudinali σ_x , si può utilizzare la teoria delle piastre in flessione con i valori di M_0 , Q_0 e T precedentemente calcolati.

Le sollecitazioni di taglio (τ_a) e trasversale normale (σ_a), all'interno dello strato adesivo, sono assunte costanti lungo lo spessore. In Figura 55 sono illustrati due elementini infinitesimali della lamina 1 e della lamina 2, rispettivamente, con le convezioni positive dei segni per i momenti e per le forze.

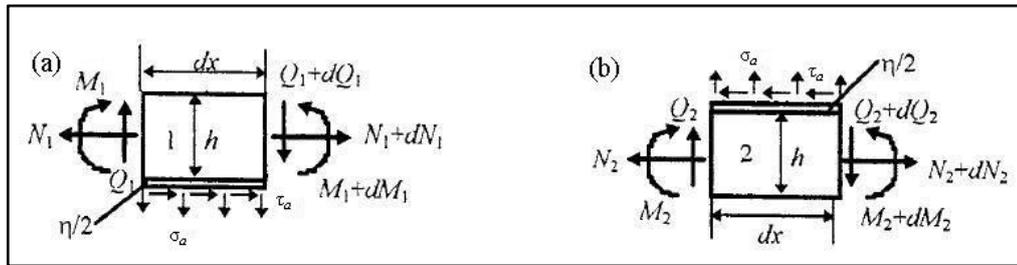


Figura 55 - a) elemento della lamina 1 (aderendo superiore); b) elemento della lamina 2 (aderendo inferiore)

Le equazioni di equilibrio per l'aderendo superiore risultano essere sono:

$$\frac{dN_1}{dx} = -\tau_a, \quad \frac{dQ_1}{dx} = -\sigma_a, \quad \frac{dM_1}{dx} = Q_1 - \tau_a \left(\frac{h + \eta}{2} \right). \quad (2.24)$$

Mentre quelle per l'aderendo inferiore sono:

$$\frac{dN_2}{dx} = \tau_a, \quad \frac{dQ_2}{dx} = \sigma_a, \quad \frac{dM_2}{dx} = Q_2 - \tau_a \left(\frac{h + \eta}{2} \right). \quad (2.25)$$

Ricordando che si sono indicati con w_1 e w_2 gli abbassamenti degli aderendi, superiore ed inferiore rispettivamente, si possono esprimere le curvature attraverso le seguenti equazioni differenziali:

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} = -\frac{M_1}{D_1}, \quad (2.26)$$

$$\frac{d^2 w_2}{dx^2} = -\frac{M_2}{D_2},$$

dove D_1 e D_2 sono le rigidità flessionali pari a:

$$D_1 = D_2 = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}.$$

Indicando con u_1 lo spostamento longitudinale della superficie più in basso della lamina 1, vale a dire quella a contatto con lo strato adesivo, e con u_2 lo spostamento longitudinale della superficie più in alto della lamina 2, anch'essa a contatto con l'adesivo, le relazioni che legano tensioni e deformazioni sono le seguenti:

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\frac{N_1}{h} + \frac{6M_1}{h^2} \right), \quad (2.27)$$

$$\frac{du_2}{dx} = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\frac{N_2}{h} - \frac{6M_2}{h^2} \right).$$

L'equazione (2.27) è compatibile con l'assunzione di stato piano di deformazione per gli aderenti. Goland e Reissner però giunsero, nella loro trattazione originale, a delle relazioni errate trascurando il termine $1 - \nu^2$.

Assumendo elastico lineare il comportamento dell'adesivo, si possono scrivere le seguenti relazioni tra tensioni e spostamenti:

$$\begin{cases} \tau_a = G_a \frac{u_2 - u_1}{\eta} \\ \sigma_a = E_a \frac{w_2 - w_1}{\eta} \end{cases}, \quad (2.28)$$

dove G_a è il modulo elastico trasversale dell'adesivo.

A questo punto si vanno ad imporre le condizioni al contorno al bordo della zona di adesione:

$$\text{per } x = l, \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = 0 \\ M_2 = -M_0, & Q_2 = Q_0, & N_2 = T \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\text{per } x = -l, \quad \begin{cases} M_1 = M_0, & Q_1 = Q_0, & N_1 = T \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

Dalle equazioni (2.24)-(2.28), andando a derivare tre volte τ_a si ottiene:

$$\frac{d\tau_a}{dx} = \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{du_2}{dx} - \frac{du_1}{dx} \right) = \frac{G_a}{\eta} \frac{1-\nu^2}{E} \left[\left(\frac{N_2}{h} - \frac{6M_2}{h^2} \right) - \left(\frac{N_1}{h} + \frac{6M_1}{h^2} \right) \right], \quad (2.30a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\tau_a}{dx^2} &= \frac{G_a}{\eta} \frac{1-\nu^2}{Eh} \left(\frac{dN_2}{dx} - \frac{6}{h} \frac{dM_2}{dx} - \frac{dN_1}{dx} - \frac{6}{h} \frac{dM_1}{dx} \right) = \\ &= \frac{G_a}{\eta} \frac{1-\nu^2}{Eh} \left[\tau_a - \frac{6}{h} \left(Q_2 - \tau_a \frac{h+\eta}{2} \right) + \tau_a - \frac{6}{h} \left(Q_1 - \tau_a \frac{h+\eta}{2} \right) \right] = \\ &= \frac{G_a}{\eta} \frac{1-\nu^2}{Eh} \left[2\tau_a + \frac{6}{h} \tau_a (h+\eta) - \frac{6}{h} Q_2 - \frac{6}{h} Q_1 \right], \end{aligned} \quad (2.30b)$$

$$\frac{d^3\tau_a}{dx^3} = \frac{G_a}{\eta} \frac{1-\nu^2}{Eh} \left[2 \frac{d\tau_a}{dx} + \frac{6}{h} \frac{d\tau_a}{dx} (h+\eta) - \frac{6}{h} \frac{dQ_2}{dx} - \frac{6}{h} \frac{dQ_1}{dx} \right], \quad (2.30c)$$

che, trascurando η rispetto ad h , può essere scritta nella forma:

$$\frac{d^3\tau_a}{dx^3} - \beta^2 \frac{d\tau_a}{dx} = 0, \quad (2.31)$$

in cui:

$$\beta^2 = \frac{1-\nu^2}{E} \frac{8G_a}{\eta h}.$$

Andando invece a derivare quattro volte la σ_a si ottiene:

$$\frac{d^2\sigma_a}{dx^2} = \frac{E_a}{\eta} \left(\frac{d^2w_2}{dx^2} - \frac{d^2w_1}{dx^2} \right) = \frac{E_a}{\eta} \left(-\frac{M_2}{D_2} + \frac{M_1}{D_1} \right) = \frac{E_a}{\eta} \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} (M_1 - M_2), \quad (2.32a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma_a}{dx^3} &= \frac{E_a}{\eta} \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left(\frac{dM_1}{dx} - \frac{dM_2}{dx} \right) = \\ &= \frac{E_a}{\eta} \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left[Q_1 - \tau_a \left(\frac{h+\eta}{2} \right) - Q_2 + \tau_a \left(\frac{h+\eta}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.32b)$$

$$\frac{d^4 \sigma_a}{dx^4} = \frac{E_a}{\eta} \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} \left(\frac{dQ_1}{dx} - \frac{dQ_2}{dx} \right), \quad (2.33c)$$

che, trascurando η rispetto ad h , può essere scritta nella forma:

$$\frac{d^4 \sigma_a}{dx^4} + 4 \left(\frac{\gamma}{h} \right)^4 \sigma_a = 0, \quad (2.33)$$

in cui:

$$\gamma^4 = \frac{6(1-\nu^2)E_a h}{E\eta}.$$

Pertanto le sollecitazioni nell'adesivo risultano:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 \tau_a}{dx^3} - \beta^2 \frac{d\tau_a}{dx} &= 0, \\ \frac{d^4 \sigma_a}{dx^4} + 4 \left(\frac{\gamma}{h} \right)^4 \sigma_a &= 0. \end{aligned}$$

Tenendo conto delle operazioni di derivazione effettuate, le condizioni al contorno (2.29) possono essere riscritte nella seguente forma:

per τ_a :

$$\text{con } x = \pm l, \quad \frac{d\tau_a}{dx} = \pm \frac{G_a}{\eta} \frac{1-\nu^2}{E} \left(\frac{T}{h} + \frac{6M_0}{h^2} \right), \quad (2.34)$$

mentre la condizione di equilibrio è:

$$\int_{-l}^l \tau_a dx = T. \quad (2.35)$$

Per σ_a :

$$\text{con } x = \pm l, \quad \frac{d^2 \sigma_a}{dx^2} = \frac{E_a}{\eta D_1} M_0, \quad (2.36)$$

$$\text{con } x = \pm l, \quad \frac{d^3 \sigma_a}{dx^3} = \mp \frac{E_a}{\eta D_1} Q_0. \quad (2.37)$$

Sulla base delle equazioni (2.34) e (2.37), le soluzioni delle equazioni (2.31) e (2.33), e cioè la distribuzione delle tensioni di taglio e della tensione di *peel* nell'adesivo, sono rispettivamente:

$$\frac{\tau_a l}{T} = \frac{1}{8} \left[\frac{\beta l}{h} (1 + 3k) \frac{\cosh\left(\frac{\beta l x}{h}\right)}{\sinh\left(\frac{\beta l}{h}\right)} + 3(1 - k) \right], \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_a l^2}{Th} = \frac{1}{\Delta} & \left[\left(R_1 \lambda^2 \frac{k}{2} + \lambda k' \sin \lambda \sinh \lambda \right) \sin \lambda \frac{x}{l} \sinh \lambda \frac{x}{l} + \right. \\ & \left. + \left(R_2 \lambda^2 \frac{k}{2} + \lambda k' \lambda \cosh \lambda \right) \cos \lambda \frac{x}{l} \cosh \lambda \frac{x}{l} \right], \end{aligned} \quad (2.39)$$

dove:

$$k' = kl \sqrt{\frac{3(1 - \nu^2)T \cosh(\mu_1 c)}{Eh^3 \sinh(\mu_1 c)}},$$

$$\lambda = \frac{l}{h} \gamma,$$

$$R_1 = \cosh \lambda \sin \lambda \cos \lambda,$$

$$R_2 = \sinh \lambda \cos \lambda - \cosh \lambda \sin \lambda,$$

$$\Delta = \frac{1}{2} (\sinh 2\lambda + \sin 2\lambda).$$

L'errore compiuto nel lavoro originale di Goland e Reissner consisteva in un'errata espressione dei parametri β^2 e γ^4 , in cui fu trascurato il termine: $1 - \nu^2$. Tale errore è stato corretto nel modello di Wu, ed è a questo che è stato fatto riferimento.

2.4.2 Aderendi di diverso materiale e diverse dimensioni

E' opportuno ribadire ancora una volta che il modello originale di Goland e Reissner è unicamente rivolto allo studio di giunti *single-lap* con i due aderendi in materiale isotropo, uguali tra loro, con lo stesso spessore h e di lunghezza $c+2l$ (dove $2l$ è la lunghezza della zona di *overlap*); per questi motivi è difficile adattarne i risultati così ottenuti al caso di aderendi diversi tra loro.

Si passa ora a vedere come si può approcciare il caso di aderendi dissimili con diverso spessore e lunghezza, facendo riferimento alla Figura 56.

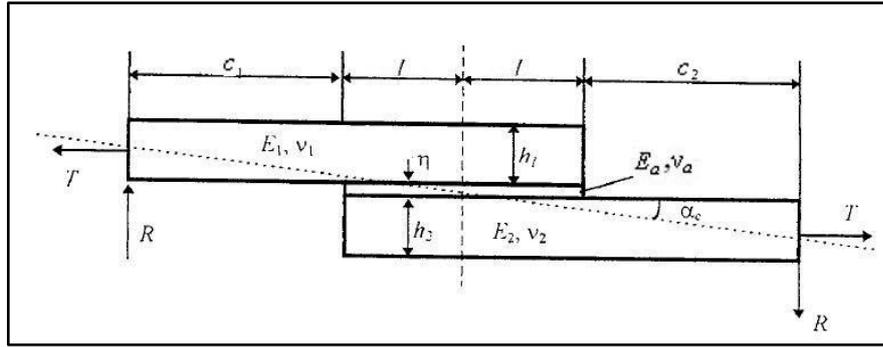


Figura 56 - Parametri della geometria e del materiale

Si considerino quindi ancora due lamine rettangolari, di diverso materiale (ma ancora ritenuto isotropo), con spessori differenti, h_1 per quella superiore e h_2 per quella inferiore, e di lunghezza c_1+2l e c_2+2l , rispettivamente. L'incollaggio tra i due aderendi è realizzato attraverso uno strato adesivo di spessore η , modulo di Young E_a e coefficiente di Poisson ν_a ; siano invece E_1 e ν_1 il modulo di Young ed il coefficiente di Poisson per l'aderendo superiore, E_2 e ν_2 le corrispondenti grandezze per quello inferiore. Ancora una volta, così come fatto in precedenza, si devono calcolare dapprima le forze interne ai bordi della zona di sovrapposizione, e da queste la distribuzione delle tensioni nella zona di incollaggio.

Per determinare i carichi agenti è conveniente introdurre tre sistemi di coordinate (x_1, w_1) , (x_2, w_2) e (x, w) (Figura 53). Utilizzando ancora la teoria delle piastre in flessione, le curvature, all'esterno ed all'interno della zona di sovrapposizione, possono essere valutate nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \text{per } 0 \leq x_1 \leq c_1, \quad \frac{d^2 w_1}{dx_1^2} &= -\frac{M_1^*}{D_1} = -\frac{T}{D_1} (\alpha_c x_1 - w_1), \\ \text{per } 0 \leq x \leq 2l, \quad \frac{d^2 w}{dx^2} &= -\frac{M}{D} = -\frac{T}{D} \left[\alpha_c (c_1 + x) - w - \frac{h_1}{2} + d \right], \\ \text{per } 0 \leq x_2 \leq c_2, \quad \frac{d^2 w_2}{dx_2^2} &= -\frac{M_2^*}{D_2} = -\frac{T}{D_2} \left[\alpha_c (c_1 + 2l + x_2) - w_2 - \frac{h_1 + h_2}{2} + d \right], \end{aligned} \quad (2.40)$$

in cui:

$$D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1 - \nu_1^2)}, \quad D_2 = \frac{E_2 h_2^3}{12(1 - \nu_2^2)},$$

$$D = \frac{E_1}{3(1-\nu_1^2)} [(h_1 - d)^3 + d^3] + \frac{E_2}{3(1-\nu_2^2)} [(h_2 - d)^3 + d^3],$$

$$d = \frac{1}{2} \left(\frac{E_1 h_1^2}{1-\nu_1^2} - \frac{E_1 h_2^2}{1-\nu_2^2} \right) \left(\frac{E_1 h_1}{1-\nu_1^2} + \frac{E_1 h_2}{1-\nu_2^2} \right),$$

$$\alpha_c = \frac{h_1 + h_2}{2(c_1 + 2l + c_2)}.$$

dove d è la distanza tra il piano neutro ed il piano dell'adesivo, così come mostrato in Figura 57

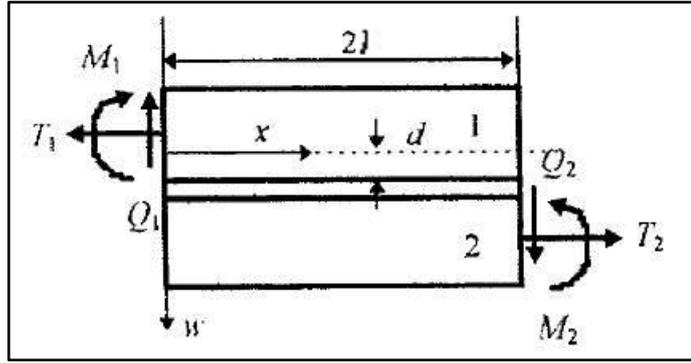


Figura 57 - Schematizzazione dei carichi ai bordi del giunto e della posizione dell'asse neutro

Le soluzioni delle equazioni (2.40), che rappresentano gli abbassamenti, possono essere scritte nella seguente forma:

$$\text{per } 0 \leq x_1 \leq c_1, \quad w_1 = A_1 \cosh \mu_1 x_1 + B_1 \sinh \mu_1 x_1 + \alpha_c x_1$$

$$\text{per } 0 \leq x \leq 2l, \quad w = A \cosh \mu x + B \sinh \mu x + \alpha_c (c_1 + x) - \frac{h_1}{2} + d \quad (2.41)$$

$$\text{per } 0 \leq x_2 \leq c_2, \quad w_2 = A_2 \cosh \mu_2 x_2 + B_2 \sinh \mu_2 x_2 + \alpha_c (c_1 + 2l + x_2) - \frac{h_1 + h_2}{2}$$

in cui:

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{T}{D_1}}, \quad \mu_2 = \sqrt{\frac{T}{D_2}}, \quad \mu = \sqrt{\frac{T}{D}}.$$

Le sei costanti di integrazione A_1, B_1, A_2, B_2, A e B , possono essere determinate andando ad imporre le condizioni al contorno secondo le quali gli abbassamenti, a sinistra della lamina 1 e a destra della lamina 2, devono essere nulli, l'abbassamento e la rotazione a

destra della lamina 1 devono essere uguali a quelli a sinistra del giunto, l'abbassamento e la rotazione a destra del giunto devono essere uguali a quelli a sinistra della lamina 2:

$$\begin{aligned} w_1(0) &= 0, & w_2(c_2) &= 0, \\ w_1(c_1) &= w(0), & \frac{dw_1(c_1)}{dx_1} &= \frac{dw(0)}{dx}, \\ w(2l) &= w_2(0), & \frac{dw(2l)}{dx} &= \frac{dw_2(0)}{dx_2}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

A questo punto, dalle equazioni (2.40) è possibile determinare i carichi ai bordi della zona di sovrapposizione; per esempio i momenti M_1 e M_2 (Figura 57) valgono, rispettivamente:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_1^*|_{x_1=c_1} = -D_1 \left. \frac{d^2 w_1}{dx_1^2} \right|_{x_1=c_1}, \\ M_2 &= M_2^*|_{x_2=0} = -D_2 \left. \frac{d^2 w_2}{dx_2^2} \right|_{x_2=0}. \end{aligned}$$

Una volta determinate tutte le forze interne è possibile calcolare le distribuzioni di tensione nell'adesivo utilizzando la stessa procedura precedentemente illustrata.

2.5 Modello di Tsai-Oplinger-Morton

Nel paragrafo precedente si è più volte sottolineato come il modello di Goland e Reissner si basi su alcune ipotesi semplificative che non permettono di tenere conto di alcuni aspetti e che, soprattutto, non permettono di studiare configurazioni diverse di giunto o giunti *single-lap* con aderendi diversi tra loro. Una delle ipotesi semplificative proposte da Goland e Reissner consisteva nel trascurare integralmente le deformazioni a taglio negli aderendi assimilati a delle travi Figura 58.

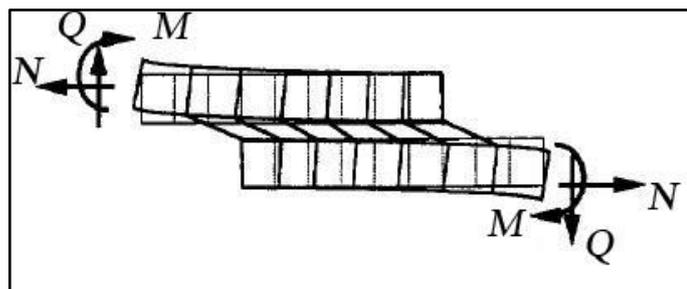


Figura 58 - Schematizzazione di giunto single-lap nel modello di Goland e Reissner

Come più volte detto, lo strato adesivo trasferisce il carico da un aderendo ad un altro, e nel fare ciò può essere sottoposto a significanti sollecitazioni taglianti; queste elevate sollecitazioni saranno presenti anche nelle superfici di aderendo a stretto contatto con l'adesivo, dato l'equilibrio delle tensioni di taglio all'interfaccia. Queste stesse sollecitazioni potrebbero causare deformazioni a taglio negli aderendi, specialmente nel caso di materiale con un valore relativamente basso del modulo elastico trasversale (G), così come si ha nel caso in cui gli aderendi sono dei laminati in materiale composito; per questo motivo le deformazioni a taglio negli aderendi dovrebbero essere incluse nei modelli teorici. Questa operazione è stata fatta da Tsai, Oplinger e Morton [12], sia nel caso di giunti *double-lap*, rivedendo il modello di Volkersen/de Bruyne, sia per giunti *single-lap*, rivedendo il modello di Goland e Reissner.

Per non appesantire troppo la trattazione si farà riferimento esclusivamente al caso di giunti *single-lap* in cui gli aderendi sono trattati come travi, così come fatto da Goland e Reissner; schematizzando gli aderendi come travi, infatti, si ha la possibilità di includere gli effetti del momento e del taglio agenti ai bordi della zona di sovrapposizione. Una trattazione più semplice potrebbe essere quella in cui si schematizzano gli aderendi come barre, così come fatto da Volkersen, in tal caso però bisognerebbe limitarsi a considerare solo un carico di trazione agente sul giunto.

Il modello al quale si fa riferimento è quindi quello mostrato in (Figura 59), dalla quale evince che ci si riferisce al caso di giunti *single-lap* bilanciati.

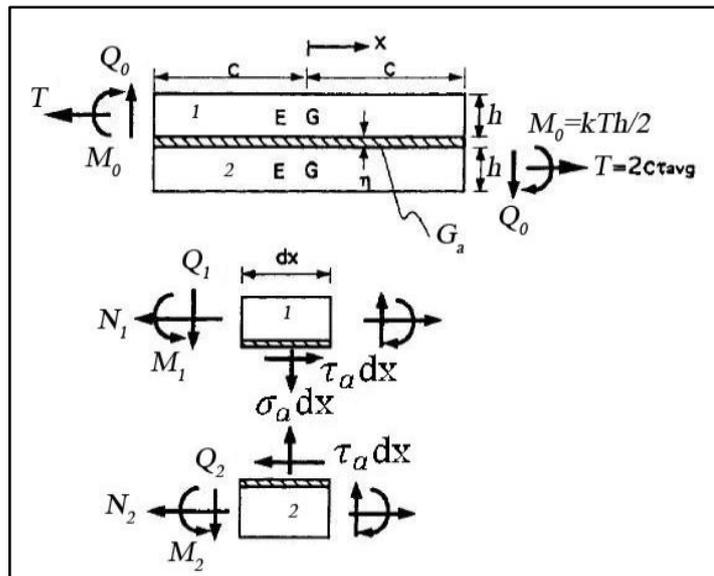


Figura 59 - Parametri geometrici e del materiale per un giunto *single-lap*

Con riferimento alla stessa figura sono stati indicati con E e G i moduli elastici, longitudinali e trasversali, dei due aderendi, e con h il loro spessore. Il termine G_a è il modulo elastico trasversale dell'adesivo, η il suo spessore mentre M_0 e Q_0 sono il momento ed il carico tagliante, entrambi per unità di larghezza, ai bordi della zona di sovrapposizione. Infine T indica il carico longitudinale, per unità di larghezza, agente sul giunto. Dato che le deformazioni a taglio negli aderendi influenzano solo la distribuzione delle tensioni di taglio nell'adesivo, ma non quelle di *peel*, nel seguito l'analisi delle tensioni nell'adesivo sarà confinata solo alla determinazione della tensione di taglio. Le equazioni di equilibrio per i momenti relativamente a due elementini infinitesimali, dell'aderendo superiore ed inferiore rispettivamente, sono date da:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dx} - Q_1 - \tau_a \frac{h}{2} &= 0, \\ \frac{dM_2}{dx} - Q_2 - \tau_a \frac{h}{2} &= 0,\end{aligned}\tag{2.43}$$

dove M e Q rappresentano, rispettivamente, momento e taglio per unità di larghezza. Come sempre le grandezze con il pedice 1 sono riferite all'aderendo superiore, quelle con il pedice 2 all'aderendo inferiore. L'equilibrio delle forze in direzione longitudinale per i due elementini fornisce:

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dx} + \tau_a &= 0, \\ \frac{dN_2}{dx} - \tau_a &= 0,\end{aligned}\tag{2.44}$$

dove N rappresenta la forza longitudinale per unità di larghezza. L'equilibrio delle forze in direzione trasversale per i due elementini fornisce invece:

$$\begin{aligned}\frac{dQ_1}{dx} - \sigma_a &= 0, \\ \frac{dQ_2}{dx} + \sigma_a &= 0,\end{aligned}\tag{2.45}$$

dove σ_a è la tensione di *peel* (normale trasversale) nell'adesivo. Dovendo tener conto della deformazione a taglio negli aderendi, supponiamo che attraverso lo spessore degli

stessi la distribuzione delle tensioni (deformazioni) di taglio sia lineare; pertanto la sollecitazione tagliante, per l'aderendo superiore (τ_1) e per l'aderendo inferiore (τ_2) può essere scritta in questa forma:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= \frac{\tau_a}{h} y', \\ \tau_2 &= \tau_a \left(1 - \frac{y''}{h}\right),\end{aligned}\tag{2.46}$$

dove y' e y'' rappresentano dei sistemi di coordinate locali. Per y' si considera l'origine sulla superficie più alta dell'aderendo superiore, mentre per y'' si considera l'origine sulla superficie più alta dell'aderendo inferiore. Queste ultime equazioni sono basate sulla constatazione che la sollecitazione tagliante deve essere nulla sulle superfici esterne dei due aderendi, e cioè per $y' = 0$ e per $y'' = t$. Inoltre deve risultare:

$$\begin{aligned}\text{per } y' = h, & \quad \tau_1 = \tau_a, \\ \text{per } y'' = 0, & \quad \tau_2 = \tau_a.\end{aligned}$$

A questo punto, assumendo che gli aderendi abbiano comportamento elastico lineare, le relazioni costitutive che legano le tensioni (τ) alle deformazioni (γ) di taglio, sono:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{\tau_a}{Gh} y', \\ \gamma_2 &= \frac{\tau_a}{G} \left(1 - \frac{y''}{h}\right).\end{aligned}\tag{2.47}$$

Gli spostamenti longitudinali, dell'aderendo superiore (u_1^T) e dell'aderendo inferiore (u_2^T), dovuti al carico longitudinale T , possono essere scritti in questa forma:

$$\begin{aligned}u_1^T(y') &= u_{a1}^T - \frac{\tau_a h}{2G} + \int_0^{y'} \gamma_1(\hat{y}') d\hat{y}' = u_{a1}^T - \frac{\tau_a h}{2G} + \frac{\tau_a}{2Gh} y'^2, \\ u_2^T(y'') &= u_{a2}^T + \int_0^{y''} \gamma_2(\hat{y}'') d\hat{y}'' = u_{a2}^T + \frac{\tau_a}{G} \left(y'' - \frac{y''^2}{2h}\right),\end{aligned}\tag{2.48}$$

dove u_{a1}^T (u_{a2}^T) rappresenta lo spostamento dell'adesivo indotto dalla forza longitudinale all'interfaccia tra l'aderendo superiore (inferiore) e l'adesivo. Le forze longitudinali risultanti, N_1 per l'aderendo superiore, e N_2 per l'aderendo inferiore, risultano, rispettivamente:

$$N_1 = \int_0^h \sigma_1^T(y') dy',$$

$$N_2 = \int_0^h \sigma_2^T(y'') dy'',$$
(2.49)

dove σ_1^T e σ_2^T rappresentano le tensioni normali longitudinali per l'aderendo superiore ed inferiore, rispettivamente. Andando ad esprimere queste tensioni come funzioni degli spostamenti, e tenendo conto delle (2.48), le equazioni (2.49) possono essere riscritte nella seguente maniera:

$$N_1 = E \int_0^h \frac{du_1^T}{dx} dy' = Eh \left(\frac{du_{a1}^T}{dx} - \frac{h}{3G} \frac{d\tau_a}{dx} \right),$$

$$N_2 = E \int_0^h \frac{du_2^T}{dx} dy'' = Eh \left(\frac{du_{a2}^T}{dx} + \frac{h}{3G} \frac{d\tau_a}{dx} \right).$$
(2.50)

La deformazione a taglio dell'adesivo (γ_a) è definita semplicemente come:

$$\gamma_a = \frac{1}{\eta} (u_{a2} - u_{a1}),$$
(2.51)

dove u_{a1} (u_{a2}) rappresenta lo spostamento totale all'interfaccia tra l'aderendo superiore (inferiore) e l'adesivo. Questi spostamenti totali possono essere espressi come:

$$u_{a1} = u_{a1}^T - u_{a1}^M,$$

$$u_{a2} = u_{a2}^T + u_{a2}^M,$$
(2.52)

dove u_{a1}^M (u_{a2}^M) rappresenta lo spostamento dell'adesivo indotto dal momento all'interfaccia tra l'aderendo superiore (inferiore) e l'adesivo. Assumendo che la deformazione a taglio negli aderendi non abbia nessun effetto sul momento, le deformazioni indotte dal momento possono essere scritte in questo modo:

$$\frac{du_{a1}^M}{dx} = \frac{M_1}{EI_1} \frac{h}{2} = \frac{6M_1}{Eh^2},$$

$$\frac{du_{a2}^M}{dx} = \frac{M_2}{EI_2} \frac{h}{2} = \frac{6M_2}{Eh^2},$$
(2.53)

in cui I_1 ed I_2 sono i momenti di inerzia dell'aderendo superiore ed inferiore, rispettivamente. Assumendo elastico lineare il comportamento dell'adesivo, la deformazione a taglio può essere scritta come:

$$\tau_a = \frac{G_a}{\eta} (u_{a2} - u_{a1}). \quad (2.54)$$

Differenziando rispetto ad x quest'ultima relazione, si ottiene:

$$\frac{d\tau_a}{dx} = \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{du_{a2}}{dx} - \frac{du_{a1}}{dx} \right), \quad (2.55)$$

tenendo conto delle (2.50), (2.52) e (2.53), fornisce:

$$\frac{d\tau_a}{dx} = \frac{G_a}{\eta} \left(\frac{N_2}{Eh} - \frac{N_1}{Eh} + 6 \frac{M_1 + M_2}{Eh^2} - \frac{2}{3} \frac{hd\tau_a}{Gdx} \right). \quad (2.56)$$

Differenziando una seconda volta rispetto ad x , e tenendo conto delle (2.43) e (2.44), si ottiene:

$$\left(\frac{\eta}{G_a} + \frac{2h}{3G} \right) \frac{d^2\tau_a}{dx^2} = \frac{1}{E} \left(\frac{2\tau_a}{h} + \frac{6\tau_a}{h} + 6 \frac{Q_1 + Q_2}{h^2} \right). \quad (2.57)$$

Differenziando un'ultima volta rispetto ad x , e tenendo conto delle (2.45), si ha infine:

$$\left(\frac{\eta}{G_a} + \frac{2h}{3G} \right) \frac{d^3\tau_a}{dx^3} = \left(\frac{8}{Eh} \right) \frac{d\tau_a}{dx}, \quad (2.58)$$

che può essere riscritta nella forma:

$$\frac{d^3\tau_a}{dx^3} - \frac{\beta^2}{h^2} \frac{d\tau_a}{dx} = 0, \quad (2.59)$$

in cui:

$$\beta^2 = \frac{8hG_a}{E\eta} \left(\frac{1}{1 + \frac{2G_a h}{3\eta G}} \right). \quad (2.60)$$

Le condizioni al contorno da imporre sono:

$$\text{per } x = c, \quad \begin{cases} M_1 = N_1 = Q_1 = 0 \\ M_2 = M_0, N_2 = T, Q_2 = -Q_0 \end{cases};$$

$$\text{per } x = -c, \quad \begin{cases} M_2 = N_2 = Q_2 = 0 \\ M_1 = -M_0, N_1 = T, Q_1 = -Q_0 \end{cases}.$$

Con riferimento a queste condizioni, l'equazione (2.56) può essere riscritta in questo modo:

$$\text{per } x = \pm c, \quad \frac{d\tau_a}{dx} = \pm \frac{1}{Eh \left(\frac{\eta}{G_a} + \frac{2h}{3G} \right)} \left(T + 6 \frac{M_0}{h} \right). \quad (2.61)$$

La condizione di equilibrio è data da:

$$\int_{-c}^c \tau_a dx - T = 0. \quad (2.62)$$

Dall'equazione (2.50), tenendo conto delle (2.61) e (2.62), si può ricavare la sollecitazione di taglio nello strato adesivo:

$$\frac{\tau_a}{\tau_{avg}} = \frac{1}{4} \left[\frac{\beta c}{h} (1 + 3k) \frac{\cos\left(\frac{\beta c x}{h}\right)}{\sinh\frac{\beta c}{h}} + 3(1 - k) \right], \quad (2.63)$$

in cui:

$$k = \frac{2M_0}{Th}, \quad \tau_{avg} = \frac{T}{2c}, \quad \beta^2 = \frac{8hG_a}{E\eta} \left(\frac{1}{1 + \frac{2G_a h}{3\eta G}} \right).$$

Il parametro β può essere ridefinito anche attraverso due ulteriori grandezze, λ (parametro di deformazione longitudinale) ed α (parametro di deformazione a taglio):

$$\beta^2 = \alpha^2 \lambda^2,$$

dove:

$$\lambda^2 = \frac{8G_a h}{E\eta} = \frac{4E_a h}{E\eta(1 + \nu_a)}, \quad \alpha^2 = \frac{1}{1 + \frac{2G_a h}{3\eta G}}.$$

È da notare che nella soluzione di Goland e Reissner risulta $\alpha=1$, ovvero $2G_a h/3\eta G \ll 1$.

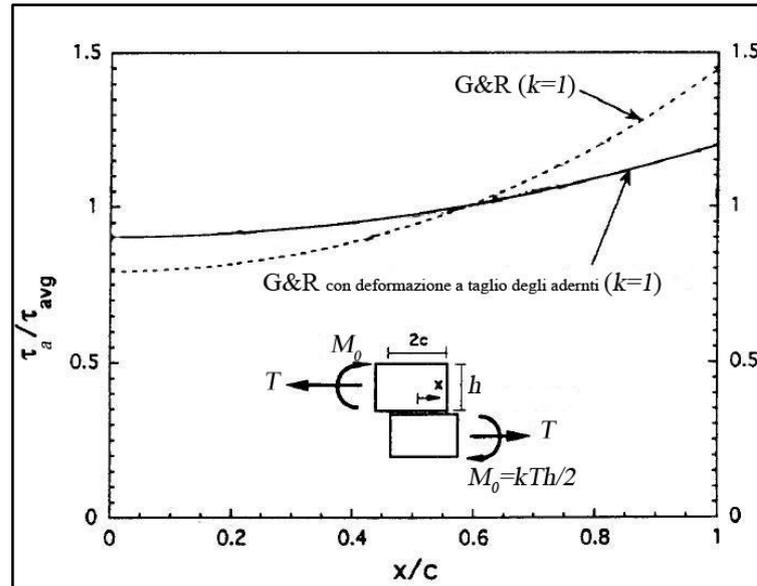


Figura 60 - Andamento della tensione di taglio normalizzata nella zona di overlap

L'analisi sperimentale ha mostrato che questo modello, il quale include le deformazioni a taglio negli aderenti, fornisce una migliore previsione circa la distribuzione delle tensioni di taglio nell'adesivo rispetto alla soluzione originale di Goland e Reissner, soprattutto nel caso di aderenti che hanno un valore relativamente basso del modulo di taglio (come nel caso di aderenti realizzati in laminati di materiale composito). Si è inoltre constatato che la soluzione di Goland e Reissner sovrastima la non uniformità nella distribuzione di tensione nell'adesivo nonché i valori massimi della tensione stessa (Figura 60).

2.6 Modello di Zou-Taheri-Shahin

Come si è avuto modo di vedere finora, la maggior parte dei modelli per la determinazione delle tensioni nei giunti incollati, sono stati sviluppati specificamente per determinate geometrie di giunto e condizioni di carico. Pertanto è desiderabile sviluppare delle soluzioni esplicite quanto più generali possibili, e cioè applicabili alle differenti situazioni che di volta in volta si possono presentare. In tal senso un passo in avanti rispetto al modello precedentemente analizzato è rappresentato dal modello di Zou (e altri) [13]. Tale modello infatti approfondisce lo studio dei giunti bilanciati, e cioè in cui gli aderenti hanno la stessa geometria e le stesse proprietà meccaniche,

contemplando anche la possibilità di avere aderendi in materiale composito e carichi sia nel piano che fuori dal piano. Tramite le solite operazioni che prevedono di determinare dapprima i carichi e in seguito le tensioni, si arriverà ad una relazione del tutto generica in cui basterà particularizzare le condizioni al contorno per le diverse condizioni di carico e le diverse geometrie di giunto prese in esame dagli stessi autori, ovvero ‘stiffened joint’, ‘single-strap joint’ e ‘single-lap joint’.

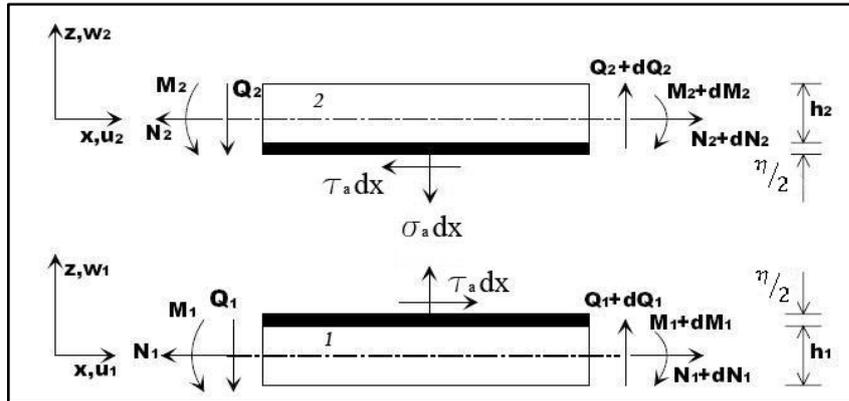


Figura 61 - Equilibrio dei momenti e delle forze in un giunto adesivo

Come ben risaputo dalla teoria dei compositi [14], la relazione costitutiva del laminato può essere scritta nella seguente forma:

$$N_i = A_{11}^i \frac{du_{0i}}{dx} - B_{11}^i \frac{d^2 w_i}{dx^2} \quad (2.66)$$

$$M_i = B_{11}^i \frac{du_{0i}}{dx} - D_{11}^i \frac{d^2 w_i}{dx^2}$$

in cui, con riferimento a (2.66), il pedice i vale 1 se è riferito all'aderendo inferiore, vale 2 se è riferito all'aderendo superiore; N_i e M_i sono i vettori delle forze e dei momenti risultanti; u_{0i} è lo spostamento nel piano, lungo l'asse x , del piano medio (a metà spessore) degli aderendi, mentre w_i è lo spostamento lungo l'asse z ; A_{11}^i , B_{11}^i e D_{11}^i sono, rispettivamente, le matrici di rigidità estensionale (*extensional*), di accoppiamento (*coupling*) e di rigidità flessionale (*bending*) degli aderendi, e sono date da:

$$(A_{11}^i, B_{11}^i, D_{11}^i) = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{+\frac{h_i}{2}} Q_{11}^i(1, z, z^2) dz, \quad (2.67)$$

dove Q_{11}^i rappresenta la rigidezza generica degli aderendi ed h_i lo spessore degli stessi. Le relazioni cinematiche, invece, possono essere scritte facendo riferimento alla formulazione di 'Eulero-Bernoulli' che lega spostamenti e rotazioni:

$$u_i = u_{0i} + z\beta_i, \quad \beta_i = -\frac{dw_i}{dx}, \quad (2.68)$$

dove, evidentemente, sarà $z = \pm h_i/2$.

L'accoppiamento degli aderendi è realizzato attraverso uno strato di adesivo che si assume omogeneo, isotropo ed elastico lineare. Pertanto le relazioni costitutive per l'adesivo risultano:

$$\begin{cases} \sigma_a = \frac{E_a}{\eta} (w_2 - w_1) \\ \tau_a = \frac{G_a}{\eta} \left(u_{02} + \frac{h_2}{2} \frac{dw_2}{dx} - u_{01} + \frac{h_1}{2} \frac{dw_1}{dx} \right) \end{cases} \quad (2.69)$$

in cui E_a e G_a rappresentano, rispettivamente, il modulo elastico longitudinale ed il modulo di taglio dell'adesivo, η il suo spessore, σ_a lo sforzo trasversale normale e τ_a lo sforzo di taglio nel piano medio dell'adesivo.

Con riferimento alla stessa Figura 61, si vanno a scrivere le equazioni di equilibrio:

$$\frac{dN_1}{dx} = -\tau_a, \quad \frac{dQ_1}{dx} = -\sigma_a, \quad \frac{dM_1}{dx} = Q_1 - \tau_a \frac{h_1 + \eta}{2}, \quad (2.70)$$

$$\frac{dN_2}{dx} = \tau_a, \quad \frac{dQ_2}{dx} = \sigma_a, \quad \frac{dM_2}{dx} = Q_2 - \tau_a \frac{h_2 + \eta}{2}.$$

Sappiamo, inoltre, che le deformazioni del piano medio ($u_{0i,x}$) e le curvature ($w_{i,xx}$) sono legate alle risultanti delle forze nel piano e dei momenti attraverso le seguenti relazioni:

$$\frac{du_{0i}}{dx} = k_{11}^i N_i + k_{12}^i M_i, \quad (2.71)$$

$$\frac{d^2 w_i}{dx^2} = -(k_{13}^i N_i + k_{14}^i M_i),$$

in cui i termini k_{ij}^i sono i coefficienti di rigidità del laminato. Pertanto per giunti bilanciati, in cui gli aderenti sono formati da laminati simmetrici ($B_{ij}=0$), i termini di rigidità assumono la seguente forma:

$$\begin{aligned} k_{11}^i &= \frac{1}{A_{11}^i}, \\ k_{12}^i &= k_{13}^i = 0, \\ k_{14}^i &= \frac{1}{D_{11}^i}. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Differenziando tre volte rispetto ad x la seconda delle equazioni (2.69), si ottiene la seguente equazione differenziale per lo sforzo di taglio nell'adesivo:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_a}{dx} &= \frac{G_a}{\eta} \left[\frac{du_{02}}{dx} - \frac{du_{01}}{dx} - \frac{h_2}{2} \frac{d\beta_2}{dx} - \frac{h_1}{2} \frac{d\beta_1}{dx} \right] = \\ &= \frac{G_a}{\eta} \left[\left(k_{11}^2 - \frac{h_2}{2} k_{13}^2 \right) N_2 - \left(k_{11}^1 + \frac{h_1}{2} k_{13}^1 \right) N_1 + \left(k_{12}^2 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 \right) M_2 - \left(k_{12}^1 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right) M_1 \right], \end{aligned} \quad (2.73a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tau_a}{dx^2} &= \frac{G_a}{\eta} \left\{ \left[k_{11}^2 + k_{11}^1 - \frac{h_2}{2} k_{13}^2 + \frac{h_1}{2} k_{13}^1 - \left(k_{12}^2 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 \right) \frac{h_2 + \eta}{2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(k_{12}^1 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right) \frac{h_1 + \eta}{2} \right] \tau_a + \left(k_{12}^2 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 \right) Q_2 - \left(k_{12}^1 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right) Q_1 \right\}, \end{aligned} \quad (2.73b)$$

$$\frac{d^3\tau_a}{dx^3} + \alpha_1 \frac{d\tau_a}{dx} + \alpha_2\sigma_a = 0, \quad (2.73c)$$

in cui:

$$\alpha_1 = -\frac{G_a}{\eta} \left[k_{11}^2 + k_{11}^1 - \frac{h_2}{2} k_{13}^2 + \frac{h_1}{2} k_{13}^1 - \left(k_{12}^2 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 \right) \frac{h_2 + \eta}{2} + \left(k_{12}^1 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right) \frac{h_1 + \eta}{2} \right] \quad (2.74)$$

$$\alpha_2 = -\frac{G_a}{\eta} \left(k_{12}^2 + k_{12}^1 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right)$$

Analogamente, differenziando quattro volte rispetto ad x la prima relazione delle (2.69) si ottiene la seguente equazione differenziale per lo sforzo normale trasversale:

$$\frac{d^2\sigma_a}{dx^2} = \frac{E_a}{\eta} \{ -k_{13}^2 N_2 - k_{14}^2 M_2 + k_{13}^1 N_1 + k_{14}^1 M_1 \}, \quad (2.75a)$$

$$\frac{d^3\sigma_a}{dx^3} = \frac{E_a}{\eta} \left\{ - \left[k_{13}^1 + k_{13}^2 + k_{14}^1 \frac{h_1 + \eta}{2} - k_{14}^2 \frac{h_2 + \eta}{2} \right] \tau_a + k_{14}^1 Q_1 - k_{14}^2 Q_2 \right\}, \quad (2.75b)$$

$$\frac{d^4\sigma_a}{dx^4} + \eta_1\sigma_a + \eta_2 \frac{d\tau_a}{dx} = 0, \quad (2.75c)$$

dove:

$$\eta_1 = \frac{E_a}{\eta} (k_{14}^1 + k_{14}^2) \quad (2.76)$$

$$\eta_2 = \frac{E_a}{\eta} \left[k_{13}^1 + k_{13}^2 + k_{14}^1 \frac{h_1 + \eta}{2} - k_{14}^2 \frac{h_2 + \eta}{2} \right]$$

Quando gli aderendi sono fatti di laminati simmetrici e di eguale spessore, i coefficienti α_2 [equazione (2.73c)] e η_2 [equazione (2.75c)] si annullano. Le tensioni adesive, di

taglio e di *peel*, risulteranno pertanto disaccoppiate, ed il sistema di equazioni può essere riscritto in questo modo:

$$\frac{d^3\tau_a}{dx^3} - \zeta^2 \frac{d\tau_a}{dx} = 0, \quad (2.77)$$

$$\frac{d^4\sigma_a}{dx^4} + \eta_1\sigma_a = 0.$$

dove:

$$\zeta^2 = -\alpha_1, \quad \eta_1 = 4(\xi)^4. \quad (2.78)$$

La soluzione generale delle equazioni (2.77) risulta essere:

$$\tau_a(x) = C_0 + C_1 \cosh(\zeta x) + C_2 \sinh(\zeta x), \quad (2.79a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_a(x) = & C_3 \cosh(\xi x) \cos(\xi x) + C_4 \sinh(\xi x) \sin(\xi x) + \\ & + C_5 [\cosh(\xi x) \sin(\xi x) + \sinh(\xi x) \cos(\xi x)] + \\ & + C_6 [\cosh(\xi x) \sin(\xi x) - \sinh(\xi x) \cos(\xi x)], \end{aligned} \quad (2.79b)$$

in cui le costanti di integrazione $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ e C_6 possono essere determinate tramite le condizioni al contorno.

A questo punto la τ_a e la σ_a possono essere ottenute particolarizzando le condizioni al contorno per $x=\pm l$, nei diversi casi esaminati, dalle seguenti relazioni:

$$\int_{-l}^l \tau_a(x) dx = N_1|_{x=-l} - N_1|_{x=l}, \quad (2.80a)$$

$$\int_{-l}^l \sigma_a(x) dx = Q_1|_{x=-l} - Q_1|_{x=l}, \quad (2.80b)$$

$$\int_{-l}^l \sigma_a(x) x dx = \left\{ M_1|_{x=l} - M_1|_{x=-l} - lQ_1|_{x=l} - lQ_1|_{x=-l} - \frac{\eta + h_1}{2} [N_1|_{x=l} - N_1|_{x=-l}] \right\}, \quad (2.80c)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_a(x)}{dx} \Big|_{x=l} = \frac{G_a}{\eta} & \left[\left(k_{11}^2 - \frac{h_2}{2} k_{13}^2 \right) N_2|_{x=l} - \left(k_{11}^1 + \frac{h_1}{2} k_{13}^1 \right) N_1|_{x=l} + \left(k_{12}^2 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 \right) M_2|_{x=l} \right. \\ & \left. - \left(k_{12}^1 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right) M_1|_{x=l} \right], \end{aligned} \quad (2.80d)$$

$$\frac{d^2\tau_a(x)}{dx^2} \Big|_{x=l} + \alpha_1 \tau_a(x)|_{x=l} = \frac{G_a}{\eta} \left\{ \left(k_{12}^2 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 \right) Q_2|_{x=l} - \left(k_{12}^1 + \frac{h_1}{2} k_{14}^1 \right) Q_1|_{x=l} \right\}, \quad (2.80e)$$

$$\frac{d^2\sigma_a(x)}{dx^2} \Big|_{x=l} = \frac{E_a}{\eta} \left\{ -k_{13}^2 N_2|_{x=l} - k_{14}^2 M_2|_{x=l} + k_{13}^1 N_1|_{x=l} + k_{14}^1 M_1|_{x=l} \right\}, \quad (2.80f)$$

$$\frac{d^3\sigma_a(x)}{dx^3} \Big|_{x=l} + \eta_2 \tau_a(x)|_{x=l} = \frac{E_a}{\eta} \left\{ k_{14}^1 Q_1|_{x=l} - k_{14}^2 Q_2|_{x=l} \right\}, \quad (2.80g)$$

dove $N_i(x=\pm l)$, $Q_i(x=\pm l)$ e $M_i(x=\pm l)$ ($i=1,2$), rappresentando i carichi applicati ai bordi della zona di sovrapposizione (costanti note).

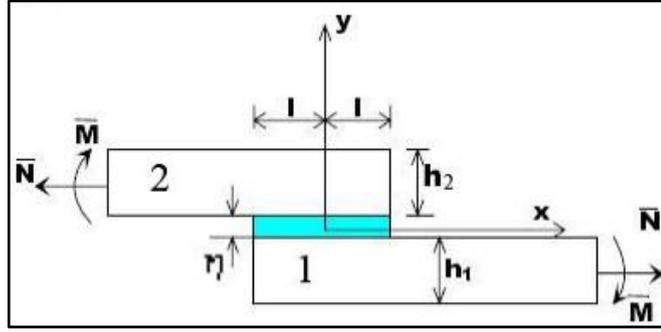


Figura 62 - Single-lap joint sottoposto a carico assiale e momento flettente

Il modello ci permette di analizzare differenti geometrie ma nel nostro caso verrà riportato solo il caso di giunto *single-lap* (Figura 62) in cui viene indicato con r_1 la distanza tra il piano neutro dell'adesivo e il piano neutro di uno dei due aderendi:

$$r_1 = \frac{h_1 + \eta}{2}$$

Le condizioni al contorno possono essere espresse con le seguenti relazioni:

$$N_2|_{x=l} = M_2|_{x=l} = Q_2|_{x=l} = N_1|_{x=-l} = M_1|_{x=-l} = Q_1|_{x=-l} = 0, \quad (2.81)$$

$$M_1|_{x=l} = k \frac{\bar{N}}{2} h_1 = M_2|_{x=-l}, \quad Q_1|_{x=l} = \frac{1}{2l} \left[\frac{\bar{N}}{2} (2h_1 + \eta) - M_1|_{x=l} - M_2|_{x=l} \right],$$

dove k è un parametro che dipende dalle dimensioni geometriche e dalle caratteristiche meccaniche del giunto, ed assume la seguente forma:

$$k = \frac{2 \left\{ r_1 \left[\cosh(2\lambda l) + \frac{\lambda}{\lambda_1} \sinh(2\lambda l) \right] + \frac{h_1}{2} \right\}}{h_1 \left[2 \cosh(2\lambda l) + \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda} \right) \sinh(2\lambda l) \right]},$$

e in cui:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\bar{N}}{(D_{11})_{\text{aderend}}}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{\bar{N}}{D_{\text{overlap}}}},$$

dove con D_{11} e D si intendono le rigidità flessionali degli aderendi e della sezione di sovrapposizione, rispettivamente.

Attraverso semplici passaggi, è possibile determinare la distribuzione delle tensioni nell'adesivo:

$$\tau_a(x) = \frac{2G_a(k_{11}N + k_{14}hM) - N\zeta^2\eta}{2\zeta^2\eta l} + \frac{G_a(2k_{11}N + k_{14}hM)}{2 \sinh(\zeta l)\zeta\eta} \cosh(\zeta x); \quad (2.82)$$

$$\sigma_a(x) = C_3 \cosh(\xi x) \cos(\xi x) + C_4 \sinh(\xi x) \sin(\xi x);$$

in cui:

$$C_3 = \frac{E_a k_{14} k \bar{N} h e^{\xi l} [e^{2\xi l} (\cos(\xi l) - \sin(\xi l)) - \sin(\xi l) - \cos(\xi l)]}{2\eta \xi^2 [e^{4\xi l} + 4e^{2\xi l} \sin(\xi l) \cos(\xi l) - 1]}; \quad (2.83)$$

$$C_4 = \frac{E_a k_{14} k \bar{N} h e^{\xi l} [e^{2\xi l} (\cos(\xi l) + \sin(\xi l)) + \sin(\xi l) - \cos(\xi l)]}{2\eta \xi^2 [e^{4\xi l} + 4e^{2\xi l} \sin(\xi l) \cos(\xi l) - 1]};$$

Le due costanti possono essere semplificate senza compromettere la precisione dei risultati:

$$C_3 = \frac{E_a k_{14} k \bar{N} h (\cos(\xi l) - \sin(\xi l))}{2\eta \xi^2 e^{\xi l}}, \quad (2.84)$$

$$C_4 = \frac{E_a k_{14} k \bar{N} h (\cos(\xi l) + \sin(\xi l))}{2\eta \xi^2 e^{\xi l}}.$$

Il modello di Zou-Taheri-Shahin ha consentito di estrapolare l'andamento delle tensioni nel piano medio dell'adesivo per diverse configurazioni di giunto, andando semplicemente a particolarizzare le condizioni al contorno.

Gli stessi autori hanno eseguito anche una comparazione tra il modello analitico e il modello numerico (FEM) per le diverse configurazioni di giunto, considerando come aderenti sia l'alluminio sia i laminati compositi (CFRP).

Da questa indagine è emersa che gli andamenti delle tensioni di taglio nella zona di sovrapposizione ottenuti con il modello analitico sono molto simili, in alcuni casi sovrapponibili, a quelli ottenuti dal modello numerico.

Tuttavia, confrontando i valori di tensione massima, in tutti i casi il modello analitico sovrastima quello numerico. Questa sovrastima è maggiore per la tensioni di taglio; ciò è dovuto al fatto che affinché sia verificata la condizione di trazione libera ai bordi della zona di sovrapposizione, la tensione di taglio deve annullarsi alle estremità. Nel modello analitico, che non contempla le singolarità geometriche, non si riesce a soddisfare questa condizione.

Capitolo 3

Modellazione analitica di giunzioni incollate con materiali compositi

3.1 Introduzione

Diversi autori hanno formulato nel tempo modelli analitici in grado di fornire una soluzione in forma chiusa dell'andamento della tensione di taglio e di peeling nell'adesivo per giunti nella configurazione *single-lap* ottenendo un ottimo riscontro con i dati numerici. Questi modelli, però prevedono aderenti in materiale isotropo. L'utilizzo crescente della tecnica dell'incollaggio per i materiali compositi ha incentivato un filone di ricerca volto a migliorare le capacità predittive dei modelli analitici anche nel caso di laminati compositi.

Uno dei primi modelli è stato proposto da Zou G P, Shahin K e Taheri nel 2004 [13], che consente di analizzare la tensione di taglio e di peeling in giunti bilanciati, tra cui quelli con laminati compositi simmetrici.

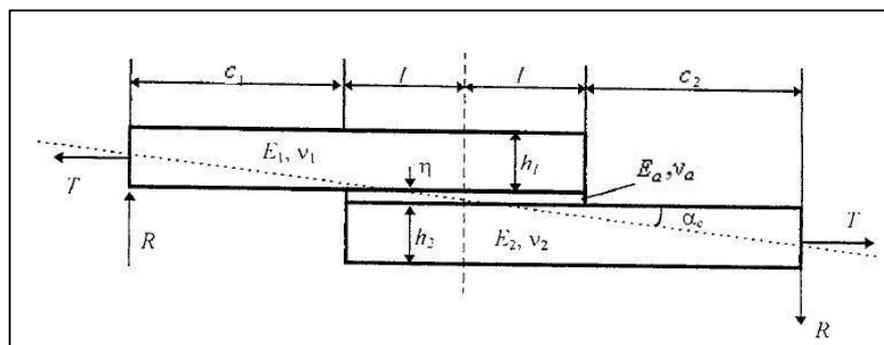


Figura 63 – Schema di carico relativo ad un giunto adesivo di tipo single-lap

Questo modello è stato successivamente migliorato da A. Langella, R. Carbone, L. Nele and M. Rosolia [15] che, rispetto a quello dei predecessori, tiene conto dell'influenza della lunghezza degli aderendi all'esterno della zona di overlap (indicate con C1 e C2 in Figura 63).

Entrambi i modelli considerano trascurabile la variazione delle tensioni lungo lo spessore dell'adesivo e forniscono l'andamento delle tensioni lungo il piano medio dell'adesivo.

I modelli analitici non sempre hanno un buon match con quelli numerici: in genere tendono a sottostimare la massima tensione di peeling e sovrastimare quella di taglio. Inoltre il modello FEM riesce a stimare gli effetti non lineari, a causa dei quali la tensione di taglio raggiunge il massimo valore solo in prossimità della zona esterna di sovrapposizione per poi annullarsi.

Il limite di queste formulazioni è che gli aderendi formati da laminati compositi hanno una certa cedevolezza al taglio trasversale G_{xz} che nei modelli proposti non viene tenuta in considerazione. Ciò è dovuto al fatto che essi sono basati sulla teoria classica della laminazione (CPT – *Classica Plate Theory*) equivalente al modello di piastra di Kirckoff in cui si assume che la sezione trasversale resta piana e ortogonale alla linea elastica anche nella configurazione deformata. Ciò comporta che la deformazione trasversale lungo lo spessore è nulla e che la rotazione della superficie trasversale è pari alla tangente della linea elastica in ogni punto. La teoria di Kirckoff è una estensione del modello di trave di Eulero-Bernoulli al caso bidimensionale.

Mindlin nel 1951 propose un modello teorico in cui si assume una distribuzione lineare degli spostamenti lungo lo spessore della piastra, a cui corrisponde una distribuzione costante delle deformazioni al taglio trasversale (FSDT - *first order shear deformation plate theory*). Pertanto la sezione trasversale della piastra continua a restare piana nella configurazione deformata ma non più ortogonale alla linea elastica. Questa teoria rappresenta un'estensione del modello di Timoshenko al caso bidimensionale e, come nel caso della trave, necessita di un fattore di correzione che nel caso dei laminati compositi è importante perché il modello di per sé non verifica le condizioni al contorno di tensione al taglio trasversale nulla ai bordi del laminato.

I tentativi di approssimare più fedelmente le deformazioni al taglio trasversale hanno trovato il punto di svolta in J. N. Reddy, che nel 1984 propose la teoria che oggi è alla

base della *Higher Order Shear Deformation plate Theory* (HSDT) [16]. Alla base di questa teoria vi è l'assunzione che gli spostamenti lungo lo spessore della piastra si distribuiscono secondo un andamento non lineare, di tipo polinomiale.

In Figura 64 vengono schematicamente rappresentate le ipotesi che sono alla base di ciascuna delle tre teorie descritte.

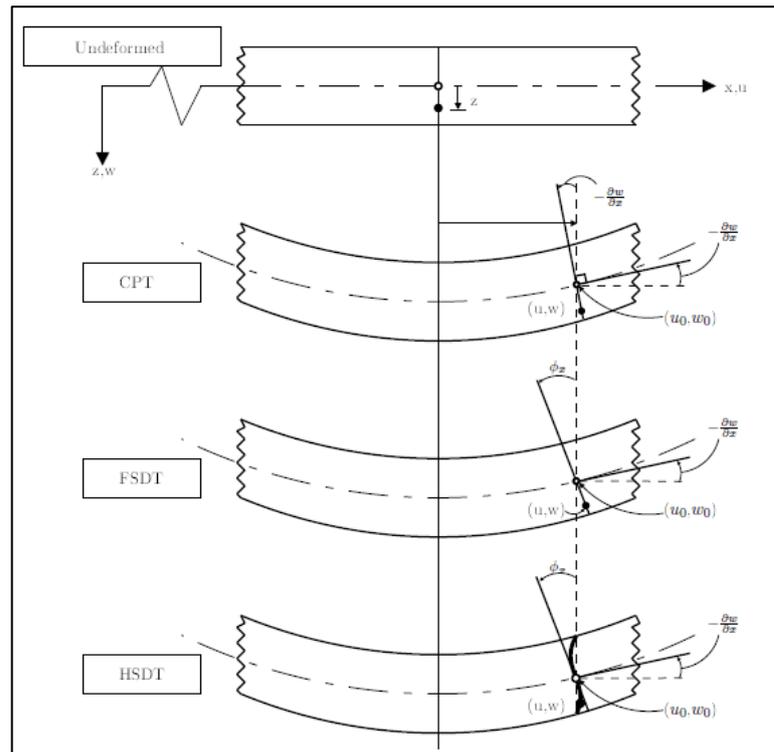


Figura 64 - Confronto tra le diverse teorie della piastra

Da una approfondita ricerca è emerso che in letteratura non vi sono stati molti tentativi che hanno saputo migliorare i modelli analitici per i giunti incollati in materiale composito.

Nel 1998 Tsai MY, Oplinger DW, Morton J. [12] introducono la cedevolezza degli aderenti e per farlo ipotizzano una distribuzione lineare degli spostamenti longitudinali lungo lo spessore degli aderenti.

Questo modello è stato migliorato da Bo Zhao n, Zhen-Hua Lu, Yi-Ning Lu [17], i quali, pur mantenendosi nelle ipotesi della trave Eulero, ipotizzarono che la tensione longitudinale lungo la sezione trasversale dell'aderendo varia linearmente. I risultati ottenuti sono molto soddisfacenti perché dimostrano che il modello è in grado di

prevedere, come il modello FEM, l'annullamento della tensione di taglio alle estremità della zona di sovrapposizione.

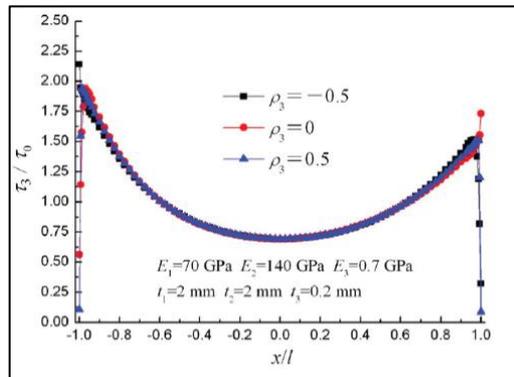


Figura 65 - Distribuzione della tensione di taglio normalizzata ottenuta con il modello di Bo Zhao n, Zhen-Hua Lu, Yi-Ning Lu [17]

Questi modelli, tuttavia, sono stati formulati solamente per giunti con aderenti metallici dimostrando che in questi casi le ipotesi di Eulero sono ancora soddisfacenti.

Nei materiali compositi queste ipotesi non sono sufficienti. Lo dimostra lo studio eseguito da Quantian Luo e Liyong Tong [18] che nel 2008 proposero un modello analitico basato sulla formulazione del campo degli spostamenti con andamento quadratico del modello di trave di Eulero-Bernoulli.

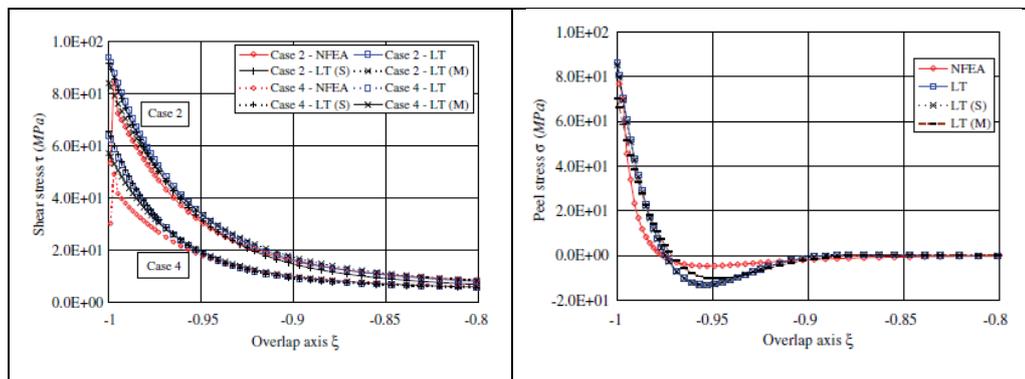


Figura 66 - Risultati ottenuti con il modello di Quantian Luo e Liyong Tong

Come si nota in Figura 66 il modello non riesce ne a cogliere gli effetti di non linearità alle estremità della zona di sovrapposizione che l'effettivo andamento delle tensioni di peeling ottenuto con il modello FEM.

Lo stesso anno Quantian Luo e Liyong Tong [19] proposero un modello analitico basato sulle ipotesi di Timoshenko (FSDT), che tiene conto anche della cedevolezza al taglio trasversale dei laminati compositi. Questo modello è stato applicato al caso di giunti con laminati compositi sottoposti a grandi deformazioni e da un'analisi comparativa risulta molto più accurato di quello basato sulle ipotesi di Eulero.

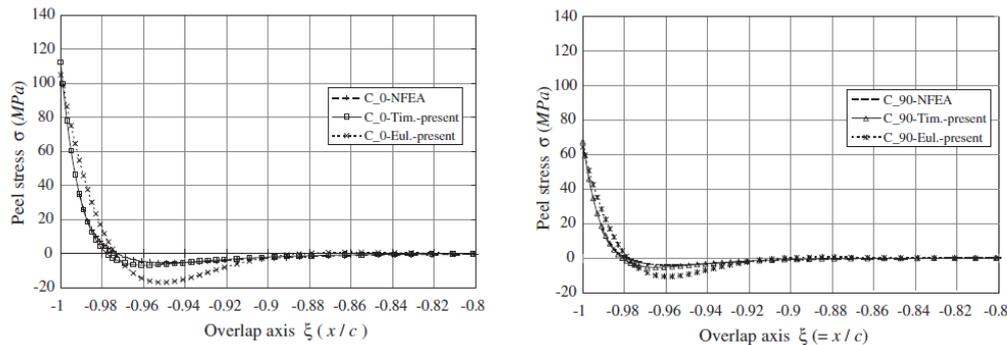


Figura 67 - Analisi comparativa tra i due modelli proposti da Quantian Luo e Liyong Tong [18] e [19]

Il modello seppur accurato si presenta molto articolato nella formulazione e può essere utilizzato difficilmente per l'analisi parametrica delle tensioni agenti nell'adesivo.

Tuttavia, in un recente studio E. Selahi, M. Tahani* e S. A. Yousefsani [20] sono riusciti a fornire una soluzione della distribuzione delle tensioni di peeling e taglio nell'adesivo di un giunto di tipo single-lap con laminati compositi simmetrici, partendo dalle ipotesi degli spostamenti della FSDT particolare al caso monodimensionale:

$$u = u_0(x) + z\psi(x)$$

$$w = w_0(x)$$

avendo indicato con u_0 e w_0 gli spostamenti dei punti della superficie media nella direzione x e z rispettivamente del sistema di riferimento relativo dell'adesivo e con $\psi(x)$ la rotazione nei punti della superficie media nel piano XZ , come mostrato in Figura 68.

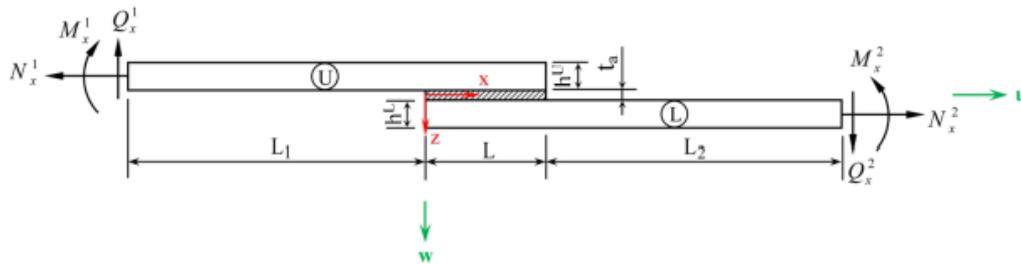


Figura 68 - schema di giunto single-lap utilizzato per la formulazione del modello analitico.

Prima di procedere all'analisi del modello di Quantian Luo e Liyong Tong è stata svolta un'indagine analitica finalizzata a verificare la validità del modello analitico sviluppato da E. Selahi, M. Tahani* e S. A. Yousefsani [20].

Riscrivendo il modello analitico nel software MATLAB e provandolo per lo stesso caso studio della pubblicazione, è stato appurato che il sistema non si presenta ben condizionato e il software non trova la soluzione esatta ma quella che presenta il migliore congruenza con le condizioni al contorno.

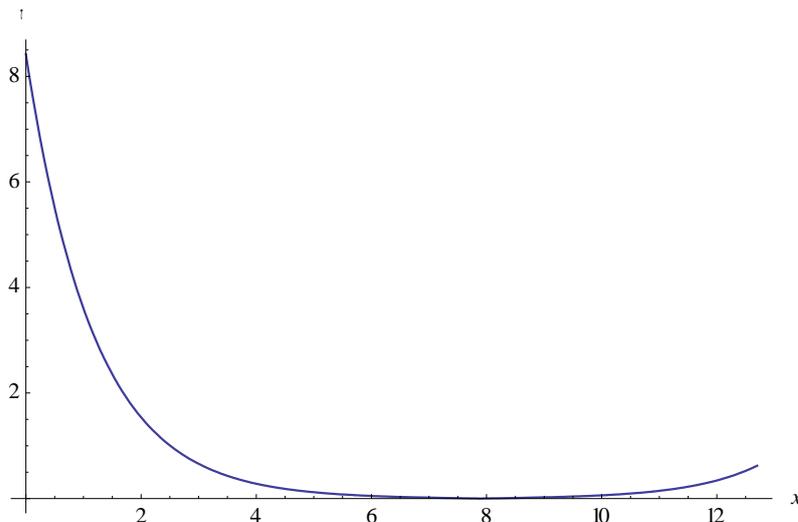


Figura 69 - Diagramma della tensione di taglio lungo il piano medio dell'adesivo

Il risultato ottenuto coincide con quella della pubblicazione. Tuttavia l'andamento delle tensioni ottenute non si presenta simmetrico, discordando da risultati ottenuti in letteratura.

Alla luce dell'attività di ricerca svolta e delle indagini eseguite, sono stati analizzati e messi a confronto il modello di Langella, che si basa sulle ipotesi di Eulero, con il

modello di Quantian Luo e Liyong Tong che si basa sul modello di Timoshenko. Lo scopo è stato quello di analizzare le differenze tra gli andamenti ottenuti con i due modelli nelle condizioni di carico o per quelle configurazioni in cui la cedevolezza trasversale dei laminati potesse avere un'influenza significativa sull'andamento delle tensioni nell'adesivo.

3.2 Il modello di Langella estratto da Wu

In questo paragrafo si presenta il modello sviluppato presso l'attuale DICMAPI (Dipartimento di Ingegneria Chimica, dei Materiali e della Produzione Industriale, Università degli Studi di Napoli Federico II), che attraverso le relazioni della teoria classica della laminazione studia il comportamento di un giunto single-lap con aderendi in materiale composito (caso laminati simmetrici), seguendo il ragionamento di Zou ma con le dovute correzioni. Il grande risultato di questo modello è stato quello di giungere a delle relazioni analitiche per il calcolo delle tensioni che permettano di tenere conto dell'influenza della lunghezza degli aderendi all'esterno della zona di overlap, cosa che non è possibile fare utilizzando il modello di Zou.

3.2.1 Le relazioni costitutive per un laminato in composito

Partendo sempre dall'assunzione che l'adesivo abbia un comportamento elastico lineare, le relazioni costitutive proposte da Zou sono:

$$\begin{cases} \tau_a = G_a \frac{u_2 - u_1}{\eta} \\ \sigma_a = E_a \frac{w_2 - w_1}{\eta} \end{cases}, \quad (3.1)$$

Dove τ_a e σ_a sono le sollecitazioni di taglio e di peel lungo il piano medio dell'adesivo, mentre u_i e w_i sono i termini dello spostamento nel piano e fuori dal piano, per l' i -esimo aderente.

$$u_i = u_{0i} - \frac{h_i}{2} \frac{dw_i}{dx}, \quad (3.2)$$

Andiamo poi a riprendere le inverse della relazioni costitutive per un laminato in composito:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ (B')^T & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}, \quad (3.3)$$

dove ε^0 e κ sono, rispettivamente, i vettori delle deformazioni e delle curvature del piano di mezzeria del laminato, mentre N e M sono, rispettivamente, i vettori delle forze e dei momenti agenti sul laminato. Le sottomatrici A , B e D sono le matrici di rigidezza estensionale, di accoppiamento e di rigidezza flessionale. Per necessità, prendiamo la relazione precedente valida come se trattassimo il laminato come una trave; così facendo la equazioni (3.3) vengono riscritte nel seguente modo:

$$\begin{cases} \frac{du_{0i}}{dx} = k_{11}^i N_i + k_{12}^i M_i \\ \frac{d^2 w_i}{dx^2} = -(k_{13}^i N_i + k_{14}^i M_i) \end{cases} \quad (3.4a)$$

Come si può notare, nella prima relazione i termini N ed M sono ora legati alla deformazione lungo la mezzeria del laminato in composito, mentre nella seconda alla curvatura in mezzeria dello stesso laminato. L'indice i distingue l'aderendo superiore da quello inferiore. Si può notare come questi primi passaggi siano dell'tutto identici al modello di Zou, con la particolare differenza che mentre in quest'ultimo si pongono:

$$\begin{aligned} k_{11}^i &= \frac{1}{A_{11}^i} ; \\ k_{12}^i &= k_{13}^i = 0 ; \\ k_{14}^i &= \frac{1}{D_{11}^i} ; \end{aligned} \quad (3.4b)$$

nel modello di Langella si assume, così come richiesto dalle relazioni costitutive per un laminato in composito, che i termini k_{11} e k_{14} siano quelli posti, rispettivamente, nella prima riga e nella prima colonna delle due sottomatrici A^{-1} e D^{-1} , mentre i termini k_{12} e k_{13} sono quelli posti nella prima riga e nella prima colonna delle sottomatrici B^{-1} .

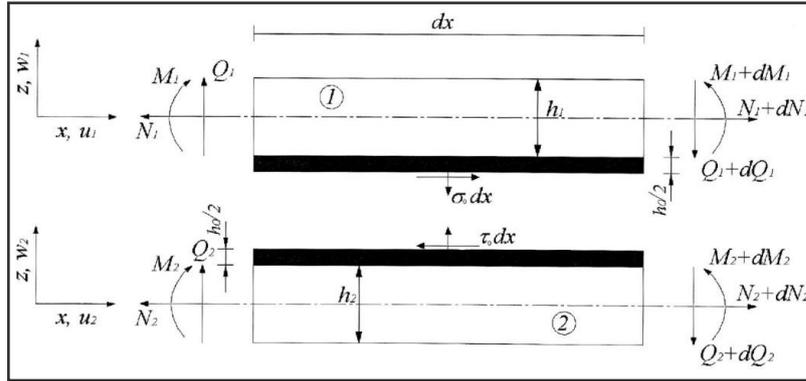


Figura 70 - equilibrio dei momenti e delle forze in un giunto adesivo

Considerando la Figura 70, si vanno a scrivere le equazioni di equilibrio tra elementini infinitesimali, dei due aderenti, nella zona di sovrapposizione:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dx} = -\tau_a, & \frac{dQ_1}{dx} = -\sigma_a, & \frac{dM_1}{dx} = Q_1 - \tau_a \frac{h_1 + \eta}{2} \\ \frac{dN_2}{dx} = \tau_a, & \frac{dQ_2}{dx} = \sigma_a, & \frac{dM_2}{dx} = Q_2 - \tau_a \frac{h_2 + \eta}{2} \end{cases} \quad (3.5)$$

3.2.2 La distribuzione analitica delle tensioni

Se si va a scrivere la (3.2) all'interno della (3.1), la relazione costitutiva per la tensione di taglio può essere riscritta in questo modo:

$$\tau_a = \frac{G_a}{\eta} \left(u_{02} + \frac{h_2}{2} \frac{dw_2}{dx} - u_{01} + \frac{h_1}{2} \frac{dw_1}{dx} \right). \quad (3.6a)$$

Differenziando quest'ultima rispetto a x , utilizzando la relazione (3.4a) e ponendo k_{12} e k_{13} pari a zero, poiché assumiamo che i due aderenti sono simmetrici:

$$\frac{d\tau_a}{dx} = \frac{G_a}{\eta} \left(k_{11}^2 N_2 - k_{11}^1 N_1 - \frac{h_2}{2} k_{14}^2 M_2 - \frac{h_1}{2} k_{14}^1 M_1 \right). \quad (3.6b)$$

Differenziando ancora rispetto ad x tenendo conto delle equazioni di equilibrio (3.5) e trascurando gli indici nello spessore e nei termini di rigidità degli aderenti, assumendo quindi che i due siano identici, si ottiene:

$$\frac{d^2\tau_a}{dx^2} = \frac{G_a}{\eta} \left[2k_{11}\tau_a + \frac{h}{2}k_{14}\tau_a(h + \eta) - \frac{h}{2}k_{14}Q_2 - \frac{h}{2}k_{14}Q_1 \right]. \quad (3.6c)$$

Infine, differenziando un'ultima volta rispetto ad x , tenendo conto ancora delle (3.5) per quanto riguarda Q_i ($i=1,2$) e scrivendo tutti i termini al primo membro, si ottiene:

$$\frac{d^3\tau_a}{dx^3} - \frac{G_a}{\eta} \left(2k_{11} + \frac{h^2}{2}k_{14} \right) \frac{d\tau_a}{dx} = 0, \quad (3.6d)$$

in cui η è stato trascurato rispetto ad h . Un procedimento del tutto simile, assumendo valide le stesse ipotesi, è stato fatto per la tensione di *peel*, con l'unica differenza che si va a differenziare quattro volte anziché tre:

$$\frac{d^2\sigma_a}{dx^2} = -\frac{E_a}{\eta} (k_{14}^2 M_2 - k_{14}^1 M_1), \quad (3.7a)$$

$$\frac{d^3\sigma_a}{dx^3} = -\frac{E_a}{\eta} \left[k_{14} \left(Q_2 - \tau_a \frac{h+\eta}{2} \right) - k_{14} \left(Q_1 - \tau_a \frac{h+\eta}{2} \right) \right], \quad (3.7b)$$

$$\frac{d^4\sigma_a}{dx^4} + 2\frac{E_a}{\eta} k_{14} \sigma_a = 0. \quad (3.7c)$$

Come si può notare quest'ultima relazione è del tutto simile all'equazione 2.75c (capitolo II) del modello di Zou, applicando le stesse ipotesi semplificative. Si è ottenuto quindi un sistema di due equazioni differenziali disaccoppiate, la cui soluzione fornisce la distribuzione delle tensioni di taglio e di *peel* lungo il piano medio dello strato adesivo:

$$\begin{cases} \frac{d^3\tau_a}{dx^3} - \rho^2 \frac{d\tau_a}{dx} = 0 \\ \frac{d^4\sigma_a}{dx^4} + 4\gamma^4 \sigma_a = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

in cui, per rendere più agevole la soluzione dell'equazione differenziale, si è posto:

$$\rho^2 = \frac{G_a}{\eta} \left(2k_{11} + \frac{h^2}{2}k_{14} \right) \quad \text{e} \quad 4\gamma^4 = 2\frac{E_a}{\eta} k_{14}.$$

La soluzione generale del sistema (3.8) può essere scritta nella forma:

$$\tau_a(x) = H_0 + H_1 \cosh(\rho x) + H_2 \sinh(\rho x) \quad (3.9a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_a(x) = & H_3 \cosh(\gamma x) \cos(\gamma x) + H_4 \sinh(\gamma x) \sin(\gamma x) + \\ & + H_5 [\cosh(\gamma x) \sin(\gamma x) + \sinh(\gamma x) \cos(\gamma x)] + \end{aligned} \quad (3.9b)$$

$$+H_6[\cosh(\gamma x) \sin(\gamma x) - \sinh(\gamma x) \cos(\gamma x)]$$

le cui costanti di integrazione H_i ($i=0,\dots,6$) possono essere determinate andando ad imporre le condizioni al contorno così come si è fatto nel modello di Zou.

3.2.3 Le condizioni al contorno e le costanti d'integrazione

Andando a considerare la situazione ai bordi del giunto (Figura 71), dove con 1 si è indicato l'aderendo superiore, con 2 quello inferiore mentre con T è il carico esterno di trazione:

$$\text{per } x = l \quad \begin{cases} M_1 = 0, & Q_1 = 0, & N_1 = 0, \\ M_2 = -M_0, & Q_2 = Q_0, & N_2 = T; \end{cases} \quad (3.10a)$$

$$\text{per } x = -l \quad \begin{cases} M_1 = M_0, & Q_1 = Q_0, & N_1 = T, \\ M_2 = 0, & Q_2 = 0, & N_2 = 0; \end{cases} \quad (3.10b)$$

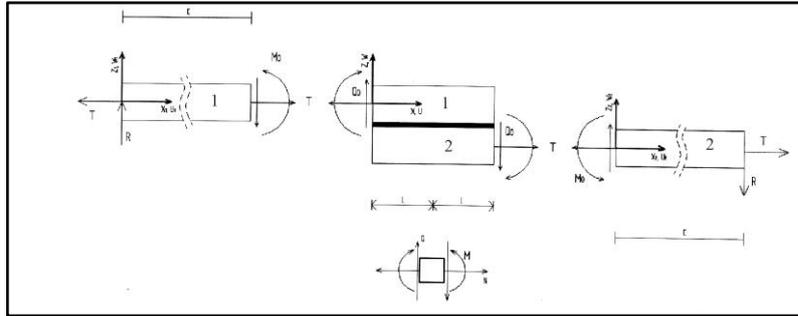


Figura 71 - Condizioni al contorno dalle condizioni di equilibrio

Le condizioni al contorno assumono quindi la seguente forma:

$$\int_{-l}^l \tau_a dx = T,$$

$$\text{per } x = \pm l \quad \frac{d\tau_a}{dx} = \pm \frac{G_a}{\eta} \left(k_{11}T + \frac{h}{2} k_{14}M_0 \right),$$

$$\text{per } x = \pm l \quad \frac{d^2\sigma_a}{dx^2} = \frac{E_a}{\eta} (k_{14}M_0), \quad (3.11)$$

$$\text{per } x = \pm l \quad \frac{d^3\sigma_a}{dx^3} = \mp \frac{E_a}{\eta} (k_{14}Q_0).$$

Sia le condizioni di equilibrio che quelle al contorno sono del tutto simili a quelle ottenute nel modello di Wu ed altri, con la sostanziale differenza che qui è tutto particolarizzato per il caso di aderenti in materiale composito. I valori di M_0 e Q_0 sono dati dalle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} M_0 = \frac{(h + \eta)T}{2} e \\ Q_0 = \frac{(h + \eta)T}{2} e \frac{\mu_1 \cosh(\mu_1 c)}{\sinh(\mu_1 c)} \end{cases} \quad (3.12)$$

Il termine “ e ” è un parametro adimensionale la cui espressione è data da:

$$e = \frac{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l)}{\sinh(\mu_1 c) \cosh(\mu l) + \frac{\mu_1}{\mu} \cosh(\mu_1 c) \sinh(\mu l)},$$

mentre i termini μ_1 e μ sono dati da:

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{T}{D}} \quad \text{e} \quad \mu = \sqrt{\frac{T}{D_{\text{over}}}}.$$

Si vede quindi che nell’espressione di M_0 e Q_0 si è adottata la stessa procedura seguita da Wu piuttosto che quella proposta da Zou, facendo sì che venisse introdotto il parametro e . Questo ultimo termine e , detto *fattore momento angolare*, è di notevole interesse poiché è funzione sia della geometria del giunto (inclusa l’ampiezza all’esterno della zona di sovrapposizione), che dalle proprietà meccaniche. . All’interno di e troviamo, oltre all’ampiezza della zona di sovrapposizione e di quella esterna, i parametri μ_1 e μ , che includono appunto, la forza di trazione T e le caratteristiche meccaniche del materiale del giunto, come per l’appunto i termini di rigidità flessionale (D per i due aderenti in laminato e D_{over} all’interno della zona di sovrapposizione) di cui Wu ha fornito le espressioni analitiche limitandosi al caso di aderenti in materiale isotropo.

Sostituendo, infine, le (3.9a e 3.9b) nelle (3.11) si ottengono le sei costanti di integrazione H_i ($i=0, 1, \dots, 6$) formalmente diverse da quelle ottenute nel modello di Zou:

$$H_0 = \frac{1}{2} \frac{\left[T \rho^2 - 2 \frac{G_a}{\eta} \left(k_{11} T + \frac{1}{2} h k_{14} M_0 \right) \right]}{\rho^2 l};$$

$$\begin{aligned}
H_1 &= \frac{1}{\rho} \frac{G_a}{\eta} \frac{\left(k_{11}T + \frac{1}{2}hk_{14}M_0\right)}{\sinh(\rho l)} ; \\
H_2 &= 0 ; \\
H_3 &= \frac{\left[2 \cosh(\gamma l)\gamma^2 \cos(\gamma l) \frac{E_a}{\eta} k_{14}Q_0 + \frac{E_a}{\eta} k_{14}M_0(2 \sinh(\gamma l)\gamma^3 \cos(\gamma l))\right]}{[A - B]} \\
&\quad - \frac{2 \cosh(\gamma l)\gamma^3 \sin(\gamma l)}{[A - B]} ; \\
H_4 &= \frac{\left[(2 \cosh(\gamma l)\gamma^3 \sin(\gamma l) + 2 \sinh(\gamma l)\gamma^3 \cos(\gamma l)) \frac{E_a}{\eta} k_{14}M_0\right]}{[A - B]} \\
&\quad + \frac{2 \frac{E_a}{\eta} k_{14}Q_0 \sinh(\gamma l)\gamma^2 \sin(\gamma l)}{[A - B]} ; \\
H_5 &= 0 ; \\
H_6 &= 0 ;
\end{aligned}$$

dove:

$$A = 2(2 \cosh(\gamma l)\gamma^3 \sin(\gamma l) + 2 \sinh(\gamma l)\gamma^3 \cos(\gamma l)) \cosh(\gamma l)\gamma^2 \cos(\gamma l) ;$$

$$B = 2(2 \sinh(\gamma l)\gamma^3 \cos(\gamma l) - 2 \cosh(\gamma l)\gamma^3 \sin(\gamma l)) \sinh(\gamma l)\gamma^2 \sin(\gamma l) .$$

3.2.4 Applicazione del modello analitico

Con riferimento alla Figura 72, sono stati considerati tre giunti *single-lap* aventi differenti lunghezze della zona di sovrapposizione (25, 50 e 75 mm). Per gli aderendi è stato considerato un laminato in CFRP avente una sequenza di sovrapposizione delle lamine $[0/90/0/90/45/-45]_s$. Le proprietà meccaniche della singola lamina sono riportate nella Tabella 1. Per l'adesivo si è considerata l'Araldite 420 A/B della Ciba Geigy, un l'adesivo strutturale, le cui caratteristiche meccaniche sono anch'esse riportate nella Tabella 1. In fine, nella Tabella 2, vengono riepilogate le caratteristiche geometriche dei giunti analizzati.

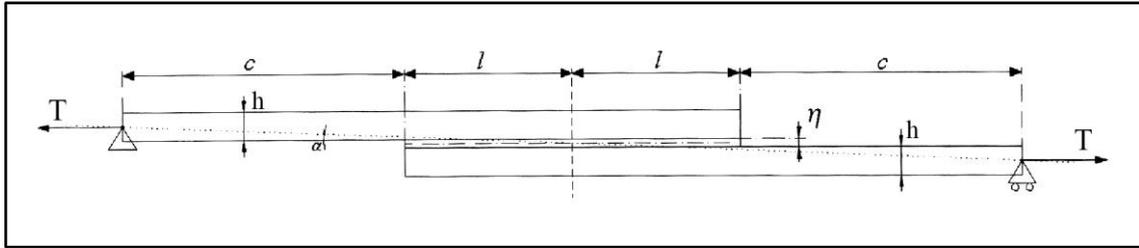


Figura 72 - Parametri geometrici del giunto

Materiale	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	G_{12} [MPa]	ν_{12}
Lamina CFRP	131600	8700	3500	0.33
Araldite 420 A/B	1820	1820	700	0.3

Tabella 1 - Caratteristiche meccaniche dei materiali nel giunto

Giunto	l [mm]	c [mm]	$h_1=h_2=h$ [mm]	η [mm]	Carico/larghezza [N/mm]
1	12,50	100	5,004	0,25	100
2	25,00	100	5,004	0,25	100
3	37,50	100	5,004	0,25	100

Tabella 2 - Caratteristiche geometriche dei giunti analizzati

Al fine di avere un riscontro con i dati analitici ottenuti, è stato risolto tramite la metodologia FEM un modello numerico bidimensionale, sulla cui descrizione noi non ci soffermeremo ma indicheremo solo parte delle proprietà. Il modello FEM è stato creato ed analizzato tramite il software della MSC.Marc Mentat 2007 r1, ottenuto grazie all'assunzione di comportamento lineare sia per gli elementi degli aderenti che per quelli dell'adesivo; inoltre nessuna formulazione specifica è stata utilizzata per gli elementi che si trovano all'interfaccia adesivo-aderendo. Questa analisi numerica è stata effettuata, come già detto, solo per paragonare i risultati con quelli del modello analitico sotto le stesse ipotesi semplificative. Per quanto riguarda le differenze tra i risultati dei due modelli vale la pena sottolineare che mentre nel modello analitico i valori massimi delle tensioni sono stati ottenuti sempre alle estremità della zona di *overlap*, nel modello numerico invece esse si presentano nelle immediate vicinanze di esse; ciò è dovuto al fatto che solo il modello numerico riesce a cogliere le singolarità di tensione dovute alla geometria che si manifestano in tale zona. Nella Figura 73 e Figura 74 sono mostrati gli andamenti delle tensioni di taglio e di *peel* ottenuti per il giunto 1 ($l=12,5$) con il modello numerico e con quello analitico proposto mentre per concludere nelle figure

57-60 si riportano gli andamenti dei valori massimi e minimi delle tensioni al variare della lunghezza degli aderendi all'esterno della zona di *overlap* ($c=50, 100, 150, 200, 250$).

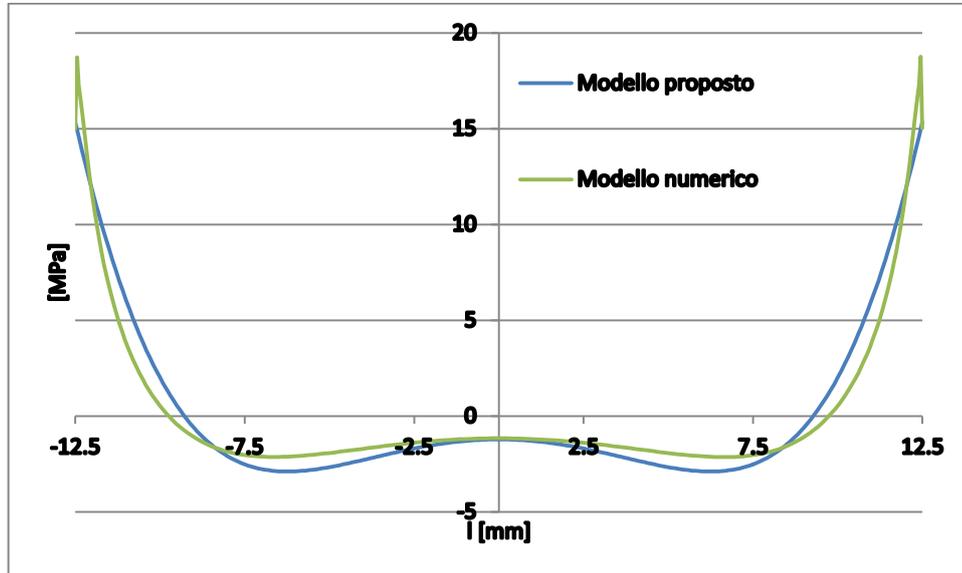


Figura 73 - Andamenti della tensione di peel ottenuti tramite il modello FEM e quello analitico

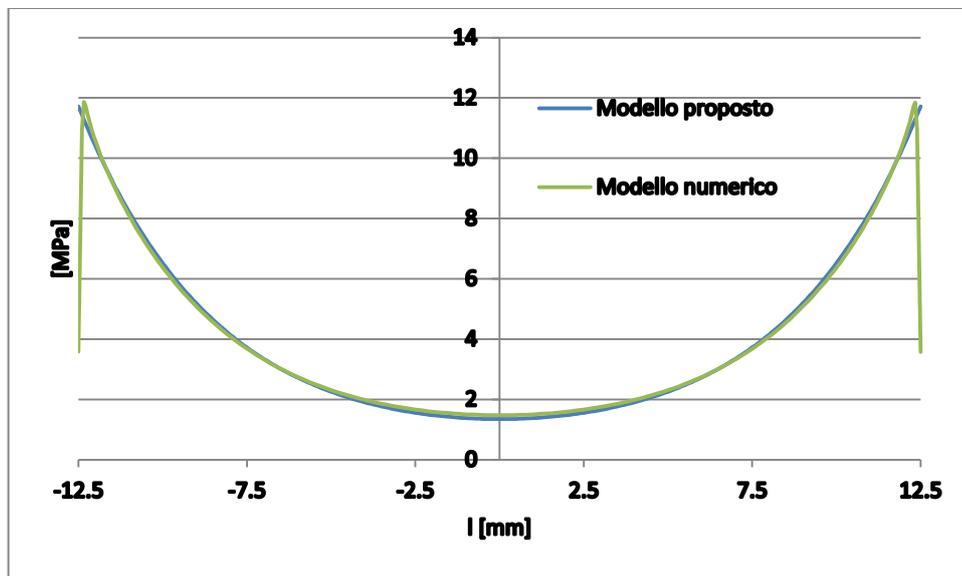


Figura 74 - Andamenti della tensione di taglio ottenuti tramite il modello FEM e quello analitico

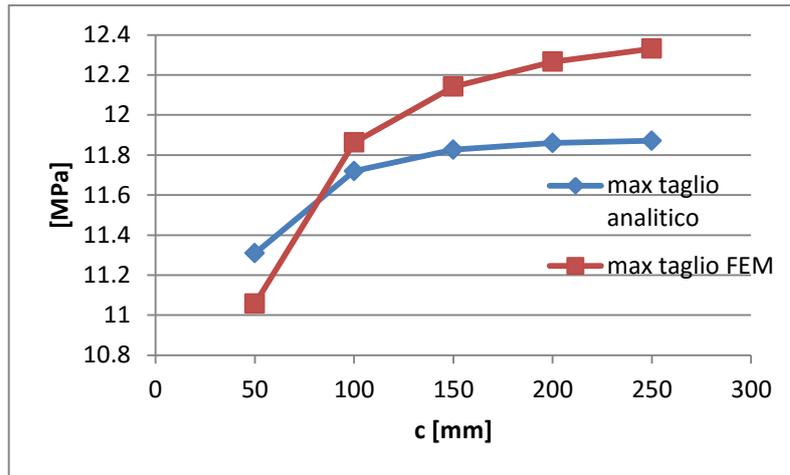


Figura 75 - Valori massimi del taglio al variare di c

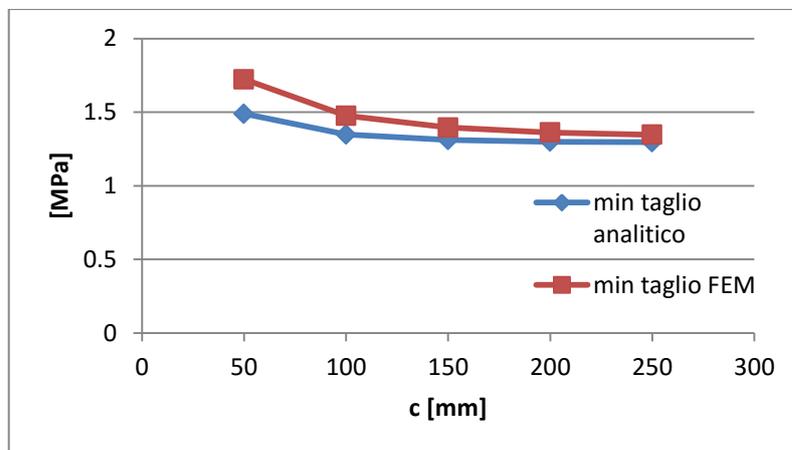


Figura 76 - Valori minimi del taglio al variare di c

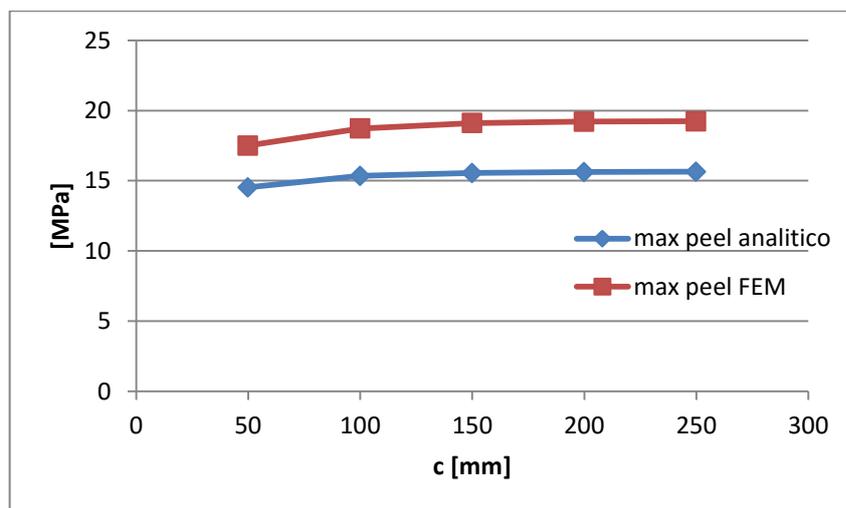


Figura 77 - Valori massimi del peel al variare di c

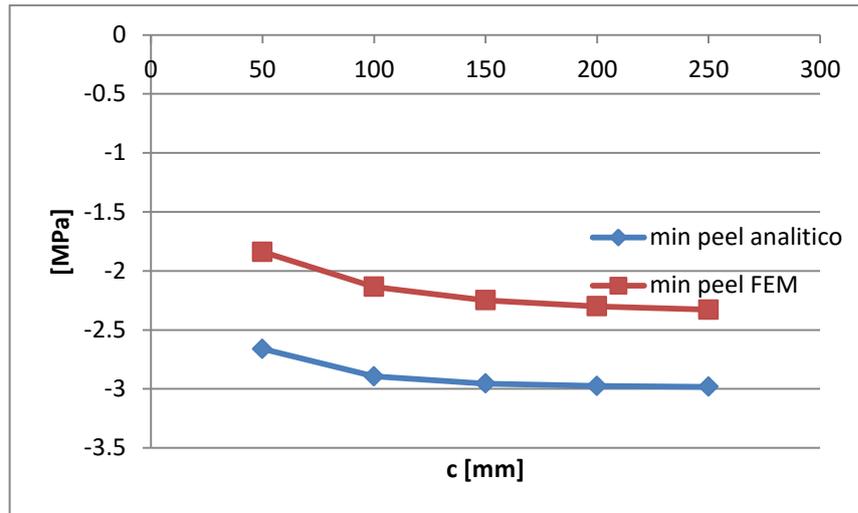


Figura 78 - Valori minimi del peel al variare di c

3.3 Il modello di Luo e Tong

L'articolo di Quantian Luo e Liyong Tong [19] presenta una nuova formulazione analitica, tenendo conto della deformazione di taglio trasversale nel caso di grandi deformazioni. Differentemente da Langella, il modello di Tong si basa sulla teoria della trave di Timoshenko, in grado di considerare la rigidità a taglio trasversale.

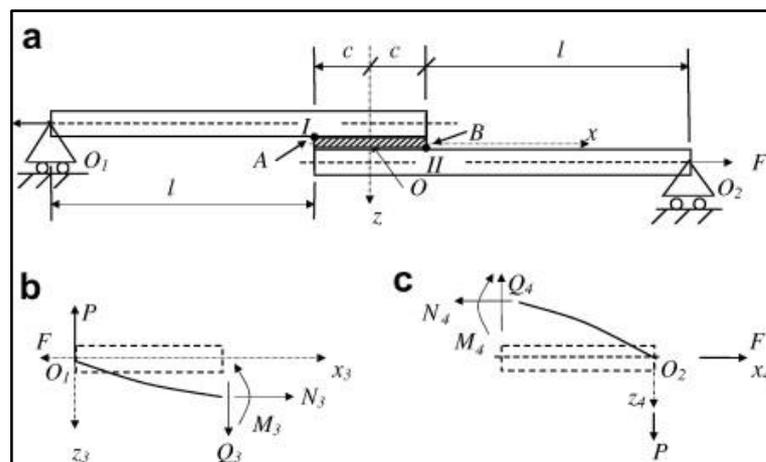


Figura 79 - Coordinate del sistema e definizioni parametri del giunto

3.3.1 Soluzione analitica dello spostamento della zona di overlap

Prima di derivare le equazioni dell'equilibrio, vengono introdotte queste trasformazioni delle variabili fondamentali:

$$\begin{aligned}
 2u_s &= u_2 + u_1, & 2w_s &= w_2 - w_1, & 2\phi_s &= \phi_2 - \phi_1, \\
 2u_a &= u_2 - u_1, & 2w_a &= w_2 + w_1, & 2\phi_a &= \\
 & & & & \phi_2 + \phi_1, & (3.13) \\
 2N_s &= N_2 + N_1, & 2Q_s &= Q_2 - Q_1, & 2M_s &= M_2 - M_1, & 2V_s &= V_2 - V_1, \\
 2N_a &= N_2 - N_1, & 2Q_a &= Q_2 + Q_1, & 2M_a &= M_2 + M_1, & 2V_a &= V_2 + V_1.
 \end{aligned}$$

Subito dopo, possono essere ricavate le equazioni all'equilibrio derivate dall'analisi di un elementino all'interno della zona di overlap, in Figura 80:

$$\frac{dN_1}{dx} + \tau = 0, \quad \frac{dQ_1}{dx} + \sigma + \tau\phi_1 = 0, \quad \frac{dM_1}{dx} + \frac{t_1}{2}\tau - Q_1 = -N_1\phi_1,$$

(3.14)

$$\frac{dN_2}{dx} - \tau = 0, \quad \frac{dQ_2}{dx} - \sigma - \tau\phi_2 = 0, \quad \frac{dM_2}{dx} + \frac{t_1}{2}\tau - Q_2 = -N_2\phi_2,$$

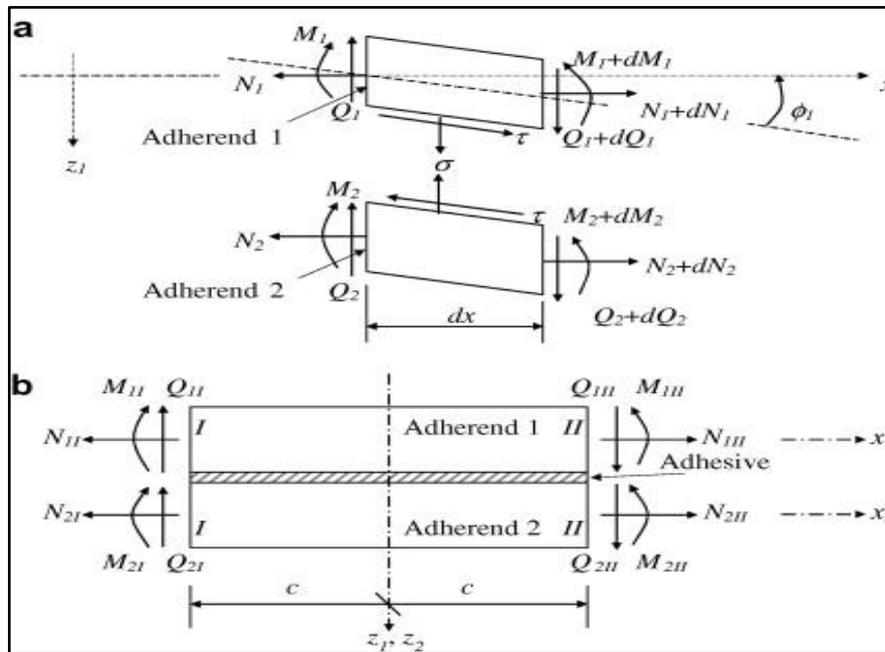


Figura 80 - (a) Modello a corpo libero per l'analisi geometrica non lineare. (b) Componenti delle forze al bordo della zona di sovrapposizione.

che riscritte in termini delle variabili simmetriche e antisimmetriche diventano:

$$\begin{aligned} \frac{dN_s}{dx} = 0, \quad \frac{dQ_s}{dx} - \sigma - \tau\phi_a = 0, \quad \frac{dM_s}{dx} - Q_s = -N_s\phi_s - N_a\phi_a, \quad (3.15) \\ \frac{dN_a}{dx} - \tau = 0, \quad \frac{dQ_a}{dx} - \tau\phi_s = 0, \quad \frac{dM_a}{dx} + \frac{t_1}{2}\tau - Q_a = -N_s\phi_a - N_a\phi_s. \end{aligned}$$

Differenziando le equazioni che fanno parte della terza colonna e andando a sostituire con tutti gli altri termini delle equazioni, si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{d^2M_s}{dx^2} - \sigma = -N_s \frac{d\phi_s}{dx} - N_a \frac{d\phi_a}{dx} \quad (3.16) \\ \frac{d^2M_a}{dx^2} + \frac{t_1}{2} \frac{d\tau}{dx} = -N_s \frac{d\phi_a}{dx} - N_a \frac{d\phi_s}{dx} \end{aligned}$$

Queste forme differenziali contengono termini non lineari ($N_s\phi'_s$, $N_a\phi'_a$, $N_s\phi'_a$ e $N_a\phi'_s$) che se non venissero trascurati potrebbero complicare enormemente la trattazione. Fortunatamente si è visto come per carichi costanti i termini legati a N_s restano lineari (a differenda di N_a), quindi possiamo riscrivere le equazioni trascurando i termini $N_a\phi'_a$ e $N_a\phi'_s$, che restano non lineari:

$$\frac{dN_s}{dx} = 0, \quad \frac{d^2M_s}{dx^2} - \sigma = -N_s \frac{d\phi_s}{dx}, \quad \frac{dN_a}{dx} - \tau = 0, \quad \frac{d^2M_a}{dx^2} + \frac{t_1}{2} \frac{d\tau}{dx} = -N_s \frac{d\phi_a}{dx} \quad (3.17)$$

3.3.2 Le relazioni costitutive e la teoria della trave di Timoshenko

Considerati due aderendi identici e simmetrici, vi si applica la teoria della trave di Timoshenko e si ottengono le relazioni costitutive:

$$N_i = A_{d1} \frac{du_i}{dx}, \quad Q_i = G_{k1} \left(\frac{dw_i}{dx} - \phi_i \right), \quad M_i = -D_1 \frac{d\phi_i}{dx}. \quad (i = s, a, 1, 2) \quad (3.18)$$

Le costanti A_{d1} , G_{k1} e D_1 indicano la rigidità estenzionale, di taglio e flessionale degli aderendi 1 e 2, per quanto riguarda il caso generico; nel caso specifico dei laminati in composito ci sarà bisogno di specificare l'origine del termine G_{k1} . Le relazioni che esprimono le sollecitazioni di taglio e peeling all'interno dello strato adesivo sono [9][10] (Goland and Reissner, 1944; Luo and Tong, 2007):

$$\begin{cases} \tau = \frac{G_a}{t_a} \left[(u_2 - u_1) + \frac{t_1}{2} (\phi_1 + \phi_2) \right] = \frac{2G_a}{t_a} \left(u_a + \frac{t_1}{2} \phi_a \right), \\ \sigma = \frac{E_a}{t_a} (w_2 - w_1) = \frac{2E_a}{t_a} w_s. \end{cases} \quad (3.19)$$

L'importanza di questa formulazione e quella di ottenere le equazioni costitutive in termini dello spostamento degli aderendi, in particolare troviamo la di mettere in relazione il termine legato alla rotazione della sezione trasversale ϕ_i con la curvatura. Sostituendo la definizione dello sforzo di taglio trasversale Q_i della (3.18), nella seconda e nella quinta relazione della (3.15), e considerando la seconda equazione della (3.19), abbiamo:

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_1}{dx} &= \frac{d^2w_1}{dx^2} + \frac{2E_a}{G_{k1}t_a}w_s + \frac{2G_a}{G_{k1}t_a}\left(u_a + \frac{t_1}{2}\phi_a\right)\frac{dw_1}{dx}, \\ \frac{d\phi_2}{dx} &= \frac{d^2w_2}{dx^2} - \frac{2E_a}{G_{k1}t_a}w_s - \frac{2G_a}{G_{k1}t_a}\left(u_a + \frac{t_1}{2}\phi_a\right)\frac{dw_2}{dx}\end{aligned}\quad (3.20)$$

dove andiamo a trascurare i termini non lineari $(u_a w'_1), (u_a w'_2), (\phi_a w'_1), (\phi_a w'_2)$, in modo da ottenere finalmente la relazione desiderata:

$$\frac{d\phi_s}{dx} = \frac{d^2w_s}{dx^2} - \frac{2E_a}{G_{k1}t_a}w_s, \quad \frac{d\phi_a}{dx} = \frac{d^2w_a}{dx^2}. \quad (3.21)$$

L'ultimo passo derivare le equazioni differenziali, per un giunto adesivo in condizioni di grandi deformazioni, basate sulla teoria della trave di Timoshenko, è quello di derivare dalle relazioni (3.17), sviluppate attraverso la (3.18), (3.19) e (3.21) le equazioni rispetto ai termini relativi allo spostamento u_i e w_i :

$$\frac{d^2u_s}{dx^2} = 0, \quad (3.22)$$

$$\frac{d^4w_s}{dx^4} - 4\beta_{ng}^2 \frac{d^2w_s}{dx^2} + 4\beta_{n\sigma}^4 w_s = 0,$$

$$\frac{d^3u_a}{dx^3} - \frac{\beta_\tau^2}{4}\left(\frac{du_a}{dx} + \frac{t_1}{2}\frac{d^2w_a}{dx^2}\right) = 0, \quad (3.23)$$

$$\frac{d^4w_a}{dx^4} - \frac{A_{d1}t_1\beta_\tau^2}{8D_1}\left(\frac{du_a}{dx} + \frac{t_1}{2}\frac{d^2w_a}{dx^2}\right) - \frac{\beta_k^2}{2}\frac{d^2w_a}{dx^2} = 0.$$

Dove per semplificare la formulazione sono state definite le seguenti variabili:

$$\beta_{ng}^2 = \left(\beta_g^2 + \frac{\beta_k^2}{8}\right), \quad \beta_{n\sigma}^4 = \left(\beta_\sigma^4 + \frac{\beta_k^2\beta_g^2}{2}\right), \quad (3.24)$$

$$\beta_g = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{2E_a}{G_{k1}t_a}}, \quad \beta_\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt[4]{\frac{2E_a}{D_1t_a}}, \quad \beta_\tau = \sqrt{\frac{8G_a}{A_{d1}t_a}}, \quad \beta_k = \sqrt{\frac{2N_a}{D_1}}.$$

La soluzione dell'equazione (3.22) dipende dal valore del delta:

$$\Delta = \beta_{ng}^4 - \beta_{n\sigma}^4 = \beta_g^4 - \beta_\sigma^4 - \frac{\beta_g^2 \beta_k^2}{4} + \frac{\beta_k^4}{64}. \quad (3.25)$$

Per $\Delta < 0$, la soluzione è del tipo:

$$u_s = A_{s1}x + A_{s2}, \quad (3.26a)$$

$$w_s = (B_{s1} \sinh \beta_{s1}x + B_{s2} \cosh \beta_{s1}x) \sin \beta_{s2}x \\ + (B_{s3} \sinh \beta_{s1}x + B_{s4} \cosh \beta_{s1}x) \cos \beta_{s2}x$$

dove:

$$\beta_{s1} = \sqrt{\beta_{n\sigma}^2 + \beta_{ng}^2}, \quad \beta_{s2} = \sqrt{\beta_{n\sigma}^2 - \beta_{ng}^2}. \quad (3.27a)$$

Per $\Delta > 0$ la soluzione è invece del tipo:

$$u_s = A_{s1}x + A_{s2} \quad (3.26b)$$

$$w_s = B_{s1} \sinh \beta_{s1}x + B_{s2} \cosh \beta_{s1}x + B_{s3} \sinh \beta_{s2}x + B_{s4} \cosh \beta_{s2}x$$

dove:

$$\beta_{s1} = \sqrt{2} \sqrt{\beta_{ng}^2 + \sqrt{\beta_{ng}^4 - \beta_{n\sigma}^4}}, \quad \beta_{s2} = \sqrt{2} \sqrt{\beta_{ng}^2 - \sqrt{\beta_{ng}^4 - \beta_{n\sigma}^4}}. \quad (3.27b)$$

La soluzione della (3.23) è invece del tipo:

$$u_a = A_{a1} \sinh \beta_{a1}x + A_{a2} \cosh \beta_{a1}x + A_{a3} \sinh \beta_{a2}x + A_{a4} \cosh \beta_{a2}x + A_{a5}x^2 + \\ A_{a6}x + A_{a7},$$

$$w_a = B_{a1} \sinh \beta_{a1}x + B_{a2} \cosh \beta_{a1}x + B_{a3} \sinh \beta_{a2}x + B_{a4} \cosh \beta_{a1}x + B_{a5}x^2 + \\ B_{a6}x + B_{a7}.$$

(3.28)

Dove:

$$\beta_{a1}^2 = \frac{1}{2} \left[\alpha_a \beta_\tau^2 + \frac{\beta_k^2}{2} + \sqrt{\alpha_a^2 \beta_\tau^4 + \left(\alpha_a - \frac{1}{2} \right) \beta_\tau^2 \beta_k^2 + \frac{\beta_k^4}{4}} \right] \quad (3.29a)$$

$$\beta_{a2}^2 = \frac{1}{2} \left[\alpha_a \beta_\tau^2 + \frac{\beta_k^2}{2} - \sqrt{\alpha_a^2 \beta_\tau^4 + \left(\alpha_a - \frac{1}{2} \right) \beta_\tau^2 \beta_k^2 + \frac{\beta_k^4}{4}} \right] \quad (3.29b)$$

$$\alpha_a = \frac{1}{4} (1 + \alpha_k), \quad \alpha_k = \frac{A_{d1} t_1^2}{4D_1}. \quad (3.30)$$

Mentre A_{ai} e B_{ai} , sono le costanti di integrazione non indipendenti, infatti sostituendo la (3.28) nella (3.23) e nella (3.17), si ottengono le relazioni:

$$\begin{aligned} A_{a1} &= K_{a1}B_{a2}, & A_{a2} &= K_{a1}B_{a1}, & A_{a3} &= K_{a2}B_{a4}, & A_{a4} &= K_{a2}B_{a3}, \\ A_{a7} &= \frac{t_1}{2} \left(\frac{Q_a}{G_{k1}} - B_{a6} \right), \end{aligned} \quad (3.31)$$

dove:

$$K_{a1} = \beta_{a1}K_{a10} = \frac{t_1\beta_{a1}\beta_{\tau}^2}{2(4\beta_{a1}^2 - \beta_{\tau}^2)}, \quad K_{a2} = \beta_{a2}K_{a20} = \frac{t_1\beta_{a2}\beta_{\tau}^2}{2(4\beta_{a2}^2 - \beta_{\tau}^2)}. \quad (3.32)$$

Quando le condizioni al contorno sono imposte, si possono determinare cinque delle sei costanti d'integrazione delle equazioni (3.26)-(3.27) e dodici delle quattordici costanti dell'equazione (3.28). Riferendoci alla Figura 80, le forze imposte per le condizioni al contorno sono date da:

$$N_i(\pm c) = N_{ik}, \quad M_i(\pm c) = M_{ik}, \quad Q_i(\pm c) = Q_{ik} \quad (i = s, a, \quad k = I, II) \quad (3.33)$$

Per esprimere le condizioni al contorno attraverso i termini relativi allo spostamento, dobbiamo riprendere le equazioni costitutive e quelle che dell'equilibrio, e attraverso le relazioni della terza colonna dell'equazione (3.15), ottenendo ancora un'espressione rispetto ai termini ϕ_s e ϕ_a :

$$\frac{d^2\phi_s}{dx^2} = -\frac{(Q_s - N_s\phi_s) - N_a\phi_a}{D_1}, \quad (3.34)$$

$$\frac{d^2\phi_a}{dx^2} - \frac{t_1}{2D_1}\tau = -\frac{(Q_a - N_s\phi_a) - N_a\phi_s}{D_1}.$$

dove trascurando i termini $N_a\phi_a$ e $N_a\phi_s$, diventano:

$$\frac{d^2\phi_s}{dx^2} = -\frac{(Q_s - N_s\phi_s)}{D_1}, \quad (3.35)$$

$$\frac{d^2\phi_a}{dx^2} - \frac{t_1A_{d1}}{2D_1}\frac{d^2u_a}{dx^2} = -\frac{(Q_a - N_s\phi_a)}{D_1}.$$

A partire da queste relazioni è possibile esprimere le condizioni al contorno attraverso i termini relativi allo spostamento:

$$x = \pm c: \quad \frac{du_{sk}}{dx} = \frac{N_{sk}}{A_{d1}}, \quad \frac{d^2w_{sk}}{dx^2} - 4\beta_g^2 w_{sk} = -\frac{M_{sk}}{D_1}, \quad \frac{d^3w_{sk}}{dx^3} - 4\beta_g^2 \frac{dw_{sk}}{dx} = -\frac{V_{sk}}{D_1}$$

$$\frac{du_{ak}}{dx} = \frac{N_{ak}}{A_{d1}}, \quad \frac{d^2w_{ak}}{dx^2} = -\frac{M_{ak}}{D_1}, \quad \frac{d^3w_{ak}}{dx^3} - \frac{t_1 A_{d1}}{2D_1} \frac{d^2u_{ak}}{dx^2} = -\frac{V_{ak}}{D_1} \quad (k = I, II)$$

3.3.3 Soluzione analitica per il caso dei laminati compositi

Per non appesantire la trattazione si descrive direttamente il caso specifico relativo agli aderenti in composito, riportando in maniera diretta i valori delle costanti di integrazione, senza riportare di seguito le relazioni che esprimono le condizioni al contorno utilizzate. Nel caso simmetrico, i termini sono pari a:

$$A_{s1} = \frac{F}{2A_{d1}}, \quad A_{s2} = 0, \quad B_{s2} = 0, \quad B_{s3} = 0,$$

$$B_{s1} = \frac{M_k(a_{22} + a_{12}\beta_k \coth(\beta_k l))}{2D_1 \Delta_a}, \quad B_{s4} = \frac{M_k(a_{21} + a_{11}\beta_k \coth(\beta_k l))}{2D_1 \Delta_a}$$

Mentre per quelli antisimmetrici:

$$A_{a5} = A_{a6} = 0, \quad A_{a1} = A_{a3} = 0, \quad A_{a2} = K_{a1}B_{a1},$$

$$A_{a4} = K_{a2}B_{a3}, \quad A_{a7} = \frac{t_1}{2} \left(\frac{\alpha F}{G_{k1}} - B_{a6} \right)$$

$$B_{a2} = B_{a4} = B_{a5} = B_{a7} = 0,$$

$$B_{a1} = \frac{\frac{F}{A_{d1}} - K_{a20}M_k/D_1}{2\beta_{a1}^2(K_{a10} - K_{a20})\sinh\beta_{a1}c}, \quad B_{a3} = \frac{\frac{F}{A_{d1}} - K_{a10}M_k/D_1}{2\beta_{a2}^2(K_{a20} - K_{a10})\sinh\beta_{a2}c}$$

I termini u_{o1} , B_{a6} ed M_k vengono ricavati dalle relazioni relative alle condizioni di continuità, che risolte ci danno:

$$u_{o1} = -\frac{F}{2} \left(\frac{2l+c}{A_{d1}} + \frac{t_1\alpha}{2G_{k1}} \right) - B_{a1}K_{a1}\cosh\beta_{a1}c - B_{a3}K_{a2}\cosh\beta_{a2}c + \frac{t_1}{2}B_{a6},$$

$$B_{a6} = \frac{M_k - \alpha F}{cF} - \frac{1}{c} (B_{a1}\sinh\beta_{a1}c + B_{a3}\sinh\beta_{a2}c + B_{s1}\sinh\beta_{s1}c \sin\beta_{s2}c$$

$$+ B_{s4}\cosh\beta_{s1}c \cos\beta_{s2}c) \quad \Delta < 0,$$

$$B_{a6} = \frac{M_k - \alpha F}{cF} - \frac{1}{c} (B_{a1}\sinh\beta_{a1}c + B_{a3}\sinh\beta_{a2}c + B_{s2}\cosh\beta_{s1}c + \cosh\beta_{s2}c), \quad \Delta > 0,$$

$$M_k = kF \left(\frac{t_1 + t_a}{2} \right)$$

Dove k è il fattore momento di taglio, dato dalla relazione:

$$k = \frac{1 + (\beta_k c)^2 \alpha_{aF}}{1 + \beta_k c \coth \beta_k l + (\beta_k c)^2 (\alpha_{sM} + \alpha_{aM})}$$

Una volta note le costanti d'integrazione e il termine momento angolare, lo spostamento relativo si ricava andando a sostituire le costanti d'integrazione trovate:

$$u_s = A_{s1} x;$$

$$W_s = B_{s1} \sinh \beta_{s1} x \sin \beta_{s2} x + B_{s4} \cosh \beta_{s1} x \cosh \beta_{s2} x, \quad (\Delta < 0)$$

$$W_s = B_{s2} \cosh \beta_{s1} x + B_{s4} \cosh \beta_{s2} x, \quad (\Delta > 0)$$

$$u_a = A_{s2} \cosh \beta_{a1} x + A_{a4} \cosh \beta_{s2} x + A_{a7},$$

$$W_a = B_{a1} \sinh \beta_{a1} x + B_{a3} \sinh \beta_{a2} x + B_{a6} x.$$

Note quindi le relazioni relative allo spostamento si possono ricavare tramite l'equazione, che lega lo spostamento alle deformazioni sollecitazioni di taglio e di peel.

$$\tau = \frac{2G_a}{t_a} \left[\left(K_{a10} + \frac{t_1}{2} \right) \beta_{a1} B_{a2} \cosh \beta_{a1} x + \left(K_{a20} + \frac{t_1}{2} \right) \beta_{a2} B_{a3} \cosh \beta_{a2} x \right]$$

$$\sigma = \frac{2E_a}{t_a} (B_{s1} \sinh \beta_{s1} x \sin \beta_{s2} x + B_{s4} \cosh \beta_{s1} x \cosh \beta_{s2} x); \quad (\Delta < 0)$$

$$\sigma = \frac{2E_a}{t_a} (B_{s2} \cosh \beta_{s1} x + B_{s4} \cosh \beta_{s2} x). \quad (\Delta > 0)$$

3.3.4 Applicazione del modello analitico

Con riferimento alla Figura 79, è stato considerato un giunto incollato con aderenti in materiale composito. La sequenza di sovrapposizione delle lamine è stata analizzata sia secondo la tipologia $[0/90/0/90]_s$ che $[90/0/90/0]_s$, mentre lo spessore della singola lamina è pari a 0.2 mm. Le proprietà meccaniche della singola lamina sono riportate nella Tabella 3, mentre per l'adesivo, di cui non si conosce marca, sono anch'esse

riportate nella Tabella 3. In fine, nella Tabella 4, vengono riepilogate le caratteristiche geometriche del giunto.

Materiale	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	G_{12} [MPa]	G_{23} [MPa]	ν_{12}
Lamina CFRP	138000	9400	6700	3560	0.32
Adesivo	2400	2400	857		0.4

Tabella 3 - Caratteristiche meccaniche dei materiali nel giunto

Laminato	c [mm]	l [mm]	$h_1=h_2=h$ [mm]	η [mm]	Carico/larghezza[N/mm]
$[0/90/0/90]_s$	51.2	64	1.6	0.2	1039
$[90/0/90/0]_s$	51.2	64	1.6	0.2	526.7

Tabella 4 - Caratteristiche geometriche del giunto analizzato

Al fine di avere un riscontro con i dati analitici, i risultati vengono confrontati con software della MSC/NASTRAN, ottenuto grazie all'assunzione di comportamento lineare sia per gli elementi degli aderenti che per quelli dell'adesivo. Va specificato che le condizioni di lavoro presentate in questo esempio servono ad indicare i limiti di validità del modello di Luo-Tong. Il modello oltre ad includere il termine di taglio trasversale, mira a lavorare in condizioni di grandi deformazioni, espresse attraverso il prodotto $\beta_k \cdot c$. Le condizioni previste dagli autori prevedono che per una corretta validità del modello, il prodotto $\beta_k \cdot c$ sia pari a 9. Questa condizione si verifica in presenza di elevati carichi (il termine N_a della relazione 3.24), come quello adottato dell'esempio oppure quando i laminati hanno una bassa rigidità trasversale (basso valore della costante D_1) Questo prodotto ha la stessa validità del termine e definito nel modello di Langella, infatti include sia fattori geometrici che meccanici.

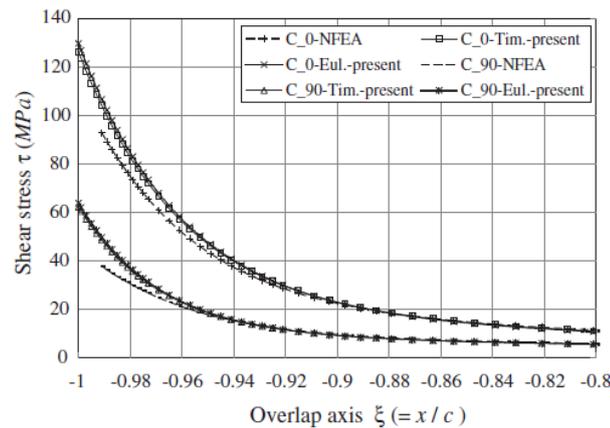


Figura 81 -Distribuzione sollecitazione di taglio

Questa analisi numerica è stata effettuata, come già detto, solo per paragonare i risultati con quelli del modello analitico sotto le stesse ipotesi semplificative. Come è possibile evincere dai grafici, la distribuzione delle sollecitazioni ha un ottimo riscontro con il modello numerico

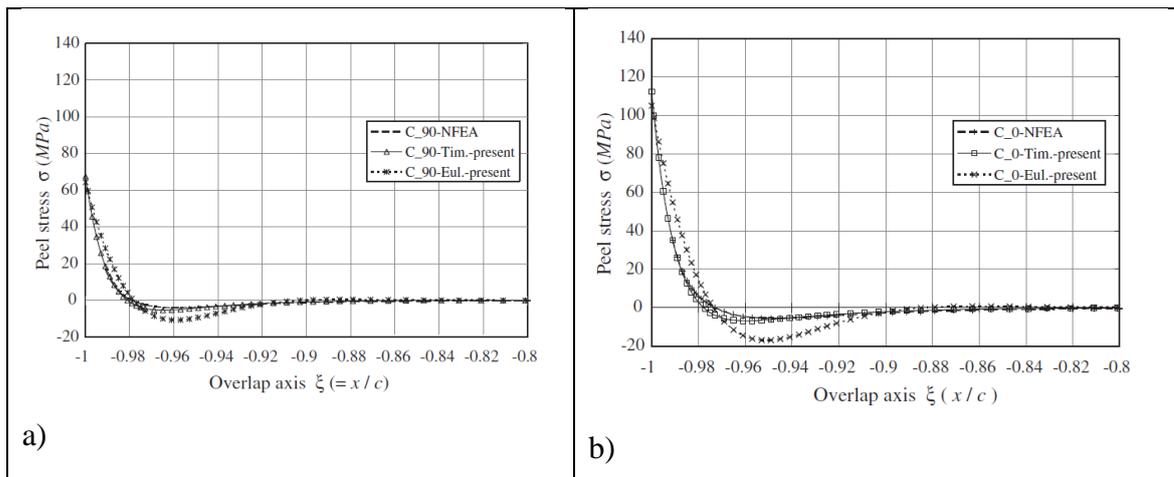


Figura 82 - Distribuzione sollecitazione di peeling per laminato a) simmetrico rispetto a 90°; b) simmetrico rispetto a 0°

3.4 Il confronto tra Langella e Luo-Tong

Una volta analizzati entrambi i modelli e prima di passare al confronto con i dati sperimentali, è stata svolta un'indagine comparativa tra gli andamenti previsti dai due modelli su due casi studio. Il primo confronto è stato svolto rispetto ai dati relativi al caso studio considerato per il modello di Langella in cui sono previsti piccole

deformazioni degli aderenti ($\beta_k \cdot c < 1$) visto il basso carico applicato 100N/mm. In particolare è stato analizzato il comportamento delle sollecitazioni taglienti e di peel, per tre differenti ampiezze della zona di sovrapposizione lasciando inalterata la lunghezza della zona esterna degli aderenti. Nella Tabella 5 vengono riportati i dati relativi alle proprietà meccaniche delle lamine che formano gli aderenti e dell'adesivo, mentre nella tabella 2 vengono riportate le proprietà geometriche del giunto.

Materiale	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	$*G_{12}$ [MPa]	ν_{12}
Lamina CFRP	131600	8700	3500	0.33
Araldite 420 A/B	1820	1820	700	0.3

*=Per quanto riguarda la costante G12, bisogna specificare che per il modello di Tong non è sufficiente come dato poiché è richiesta anche una G23, quindi per rendere valido il confronto, abbiamo assunto il termine G23 pari ad un valore tendente ad infinito.

Tabella 5 - Caratteristiche meccaniche dei materiali nel giunto

Insieme alle proprietà della singola lamina è necessario specificare anche il tipo di laminato, lo spessore della singola lamina e l'ordine di sovrapposizione del laminato. In questo caso, si tratta di un laminato simmetrico in carbo-resina la cui singola lamina ha spessore pari a 0.417 mm e l'ordine di sovrapposizione è [0/90/0/90/45/-45]_s.

Giunto	** c [mm]	** l [mm]	$h_1=h_2=h$ [mm]	η [mm]	Carico/larghezza [N/mm]
Caso 1	12,50	100	5,004	0,25	100
Caso 2	25,00	100	5,004	0,25	100
Caso 3	37,50	100	5,004	0,25	100

**=Nei due modelli si indicano in maniera opposta i termini relativi alla semi-ampiezza della zona di sovrapposizione, quindi si assume in maniera definitiva il termine c per indicare la semi-ampiezza della zona di sovrapposizione, mentre l indica l'ampiezza della zona esterna dell'aderendo che va dall'estremità a contatto con l'adesivo, fino all'estremità opposta a contatto con la ganascia.

Tabella 6 - Caratteristiche geometriche dei giunti analizzati

Il risultato importante che si può vedere dai grafici in Figura 83 e in Figura 84, è che per carichi lineari dell'ordine di pochi centinaia di Newton l'andamento delle sollecitazioni taglienti e di peel, all'interno dello stato adesivo, è praticamente lo stesso con una completa sovrapposizione. Osservando in maniera più attenta si può notare come il modello di Langella mostri dei massimi leggermente più conservativi.

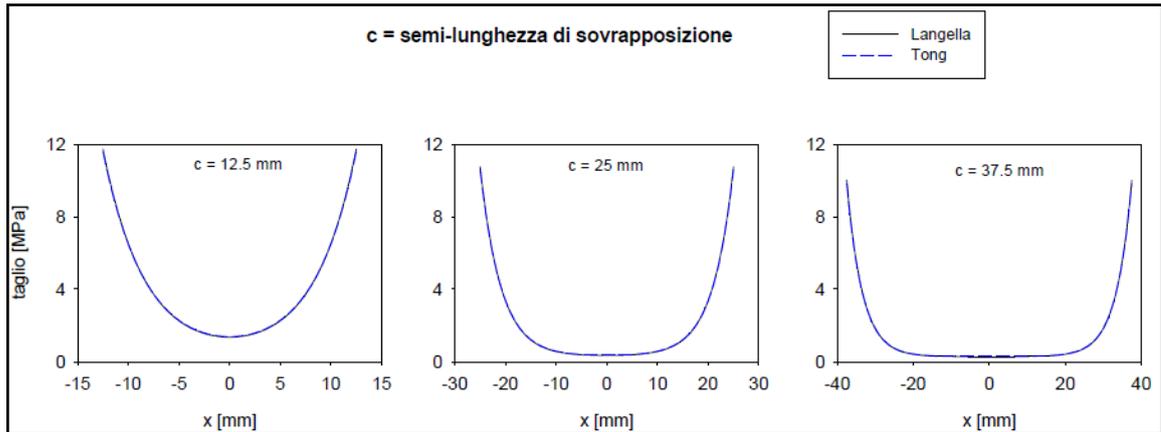


Figura 83 - Sollecitazioni di taglio

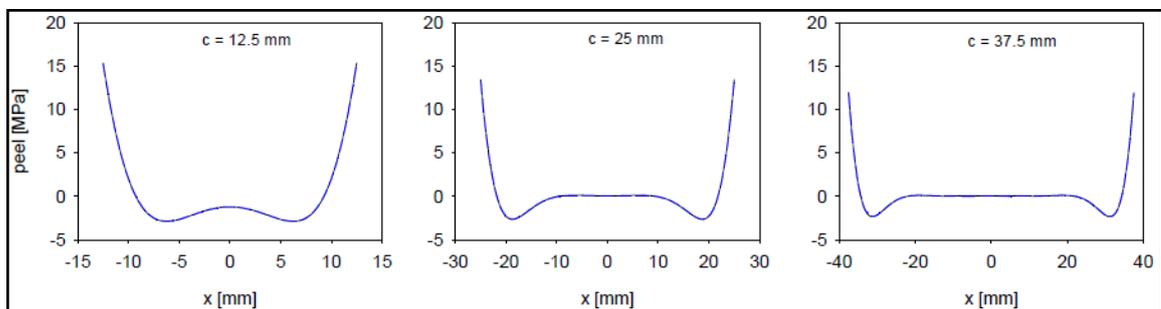


Figura 84 - Sollecitazione di peeling

Il secondo caso studio è quello preso in considerazione dal modello di Luo-Tong. Nelle tabelle 7 e 8 sono riportate le proprietà meccaniche e geometriche del giunto analizzato, dove non viene specificato l'adesivo usato ma ne vengono riportate solo le proprietà:

Materiale	E_{11} [MPa]	E_{22} [MPa]	G_{12} [MPa]	G_{23} [MPa]	ν_{12}
*Lamina CFRP	138000	9400	6700	3560	0.32
Adesivo	2400	2400	857		0.4

*Anche in questo caso si tratta di un laminato simmetrico in carbo-resina la cui singola lamina ha spessore pari a 0.2 mm e l'ordine di sovrapposizione è [0/90/0/90]s.

Tabella 7 - Caratteristiche meccaniche del giunto analizzato

c [mm]	l [mm]	$h_1=h_2=h$ [mm]	η [mm]	Carico/larghezza [N/mm]
51.2	64	1.6	0.2	1039

Tabella 8 - Caratteristiche geometriche del giunto analizzato

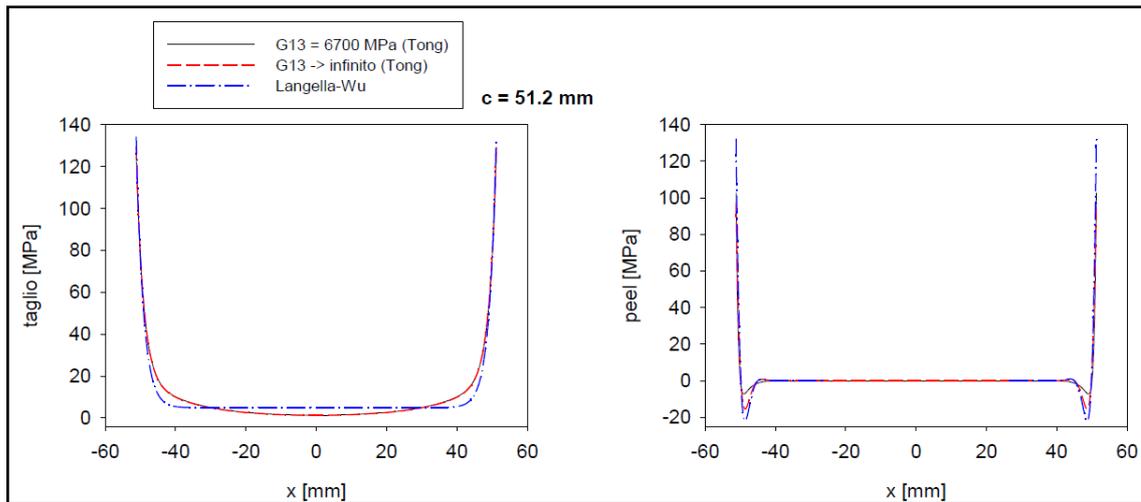


Figura 85 - Distribuzione delle sollecitazioni di taglio e di peel

Nei grafici riportati in Figura 85 i due modelli restituiscono andamenti differenti, dimostrando come in condizione di grandi deformazioni ($\beta_k \cdot c = 9$), secondo le ipotesi alla base del modello di Luo-Tong), la distribuzione delle sollecitazioni di taglio assumono andamenti differenti sia al centro che in prossimità dei bordi della zona di sovrapposizione, mentre le sollecitazioni di peeling si discostano sollo alle estremità. Ancora una volta si evidenzia come i picchi delle sollecitazioni previste dal modello Langella-Wu sono più elevate rispetto a quello di Luo-Tong, dimostrando un andamento più conservativo rispetto a questo ultimo.

Capitolo 4

Validazione sperimentale dei modelli analitici con tecniche di "Digital Image Correlation"

4.1. Scopo dell'attività sperimentale

In genere la validazione dei modelli analitici dei giunti incollati viene effettuata mediante confronto con i risultati di analisi condotte con l'utilizzo di tecniche numeriche agli elementi finiti (FEM). Infatti, non esistono in letteratura procedure sperimentali per la validazione dei modelli analitici [9,11,12,13]. A tal proposito abbiamo condotto una campagna prove sui giunti incollati, con lo scopo di individuare la metodologia più efficace per acquisire informazioni direttamente dalle deformazioni del provino che potranno essere confrontate con i gli andamenti forniti dai modelli analitici studiati. In questo capitolo viene mostrato come, per la prima volta, sono state utilizzate due procedure di prova sperimentali: la prima che prevede l'utilizzo di un sistema video estensimetrico che, nella configurazione usata, in Italia si trova solo presso i laboratori del CRIB (DiCMaPi); la seconda si basa sulla correlazione digitale di immagini (DIC).

Le due procedure hanno portato a risultati diversi sia in termini di dettaglio che di ripetibilità.

4.2. Realizzazione dei provini in vetroresina

Per la verifica sperimentale dei modelli studiati, sono stati realizzati giunti incollati in materiale composito di tipo single lap. Gli aderendi sono stati ricavati da laminati piani di vetroresina, realizzati tramite tecnologia RIFT (Resin Infusion under Flexible Tool). Nello specifico, sono stati realizzati cinque laminati variando il numero di strati del rinforzo fibroso: 16, 22, 32 lamine. Per la matrice, è stata utilizzata una resina epossidica del tipo MATES SX10, combinata con l'indurente, con un rapporto in peso pari a 26:1. Come rinforzo, invece, sono stati utilizzati tessuti in fibra di vetro con grammatura pari a 400 gr/m², disposti alternativamente a 0° e 90°, a formare laminati simmetrici ed equilibrati.

Per quanto concerne la preparazione, come stampo ci si è avvalsi di una lastra di vetro avente dimensioni 70 cm x 70 cm; si è preferito questo tipo di materiale per le ottime finiture superficiali che lo stampo conferisce al pezzo finito, per il basso costo d'acquisto iniziale e per le capacità di resistenza agli agenti chimici utilizzati per la pulitura di questo ultimo. In seguito vengono elencate le fasi del processo a partire dalla preparazione dei pannelli fino a giungere alla realizzazione dei giunti in composito:

1. Applicazione del sigillante: una volta fissata la dimensione del pezzo finito (50 cm x 50 cm) il sigillante è stato applicato in modo da creare un area di dimensioni 55cm x 55cm (Figura 86 a).
2. Applicazione del distaccante: il distaccante è un elemento fondamentale di questo tipo di processo di fabbricazione, infatti, senza di esso dopo la polimerizzazione della resina il composito non si staccerebbe dallo stampo, nel caso in esame è stata utilizzata della cera (Figura 86 b).



Figura 86 - a) applicazione del sigillante; b) applicazione del distaccante.

3. Disposizione delle fibre di rinforzo sullo stampo: di seguito all'applicazione del distaccante, il rinforzo fibroso può essere sistemato sullo stampo curando la perfetta sovrapposizione degli strati di fibra previsti (Figura 87 a).
4. Applicazione del peel-ply: dopo la sistemazione delle fibre sullo stampo, al di sopra di esse va posizionato il peel-ply, un tessuto di materiale permeabile il quale consente l'impregnazione delle fibre, garantendo nel contempo che la rete e il controstampo non si attacchino al pezzo finito (Figura 87 b).
5. Posizionamento del distributore a rete (Figura 87 c).
6. Applicazione dei distributori: nel nostro caso, per la realizzazione dei distributori, sono stati utilizzati degli avvolgitori elastici a spirale in plastica, che rispondono perfettamente all'esigenze richieste dal tecnologia R.I.F.T. mostrando delle ottime capacità di distribuzione della resina (Figura 87 d).
7. Applicazione del sacco elastomerico: il sacco elastomerico funge da controstampo flessibile (Figura 88 a).

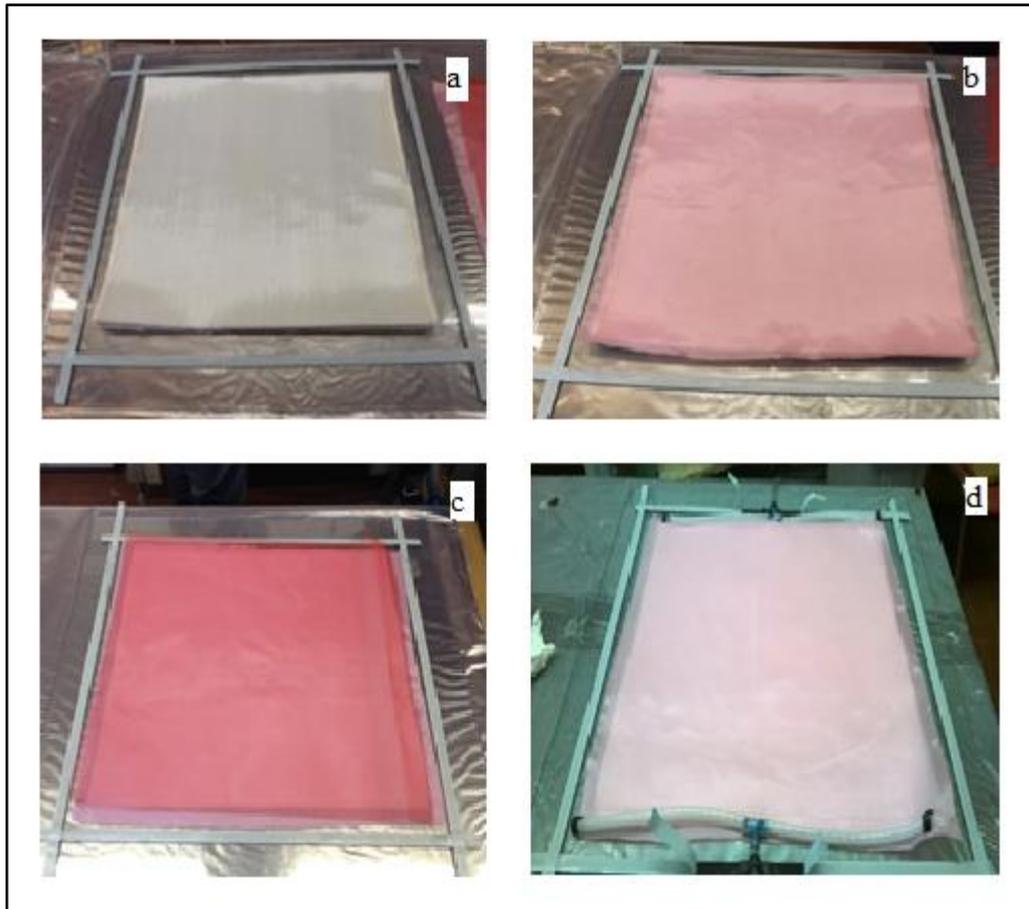


Figura 87 - a) Deposizione del rinforzo sullo stampo; b) del peel-ply; c) della rete di distribuzione e d) dei tubi di distribuzione

Dopo l'applicazione del sacco che agisce da controstampo e dopo aver perfettamente chiuso l'area delimitata dal sigillante, così da renderla a tenuta d'aria, si collega il dispositivo ad una pompa per creare il vuoto.

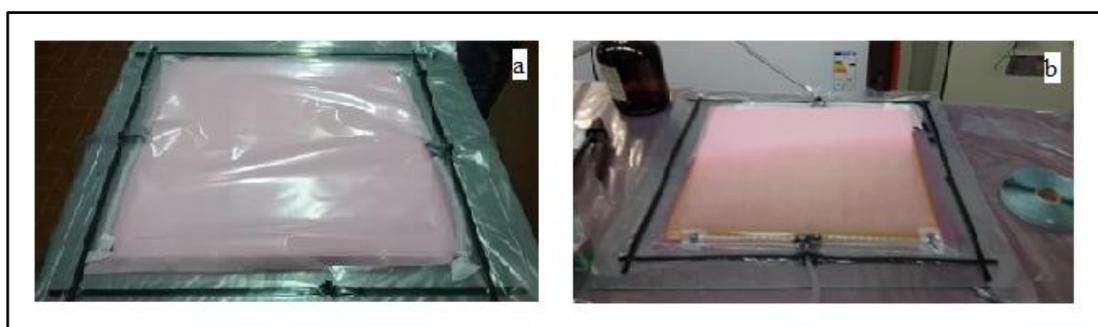


Figura 88 - a) Posizionamento del sacco di chiusura; b) Impregnazione con un solo punto di infusione.

8. Fase d'impregnazione: la fase d'impregnazione ha una durata variabile e dipende essenzialmente dal numero di strati, di cui è costituito il rinforzo fibroso, infatti, al crescere del numero degli stessi, si osservano tempi d'impregnazione più lunghi (Figura 88 b).

Una riduzione dei tempi di impregnazione si può ottenere utilizzando un doppio punto di infusione (Figura 89 a). Questo accorgimento si è reso indispensabile nella realizzazione dei laminati costituiti da 32 strati di fibra di vetro, infatti, se in questi casi si utilizzasse solo una pompa del vuoto, il tempo d'impregnazione risulterebbe essere maggiore/uguale all'intervallo di tempo che la resina impiega per gelificare e dunque il processo non arriverebbe alla completa impregnazione del rinforzo.

9. Polimerizzazione della resina: una volta impregnato completamente il rinforzo fibroso, termina il processo d'impregnazione e inizia la fase di polimerizzazione della resina. Terminata quest'ultima, si procede alla rimozione del sacco e alla sformatura del laminato (Figura 89 b).

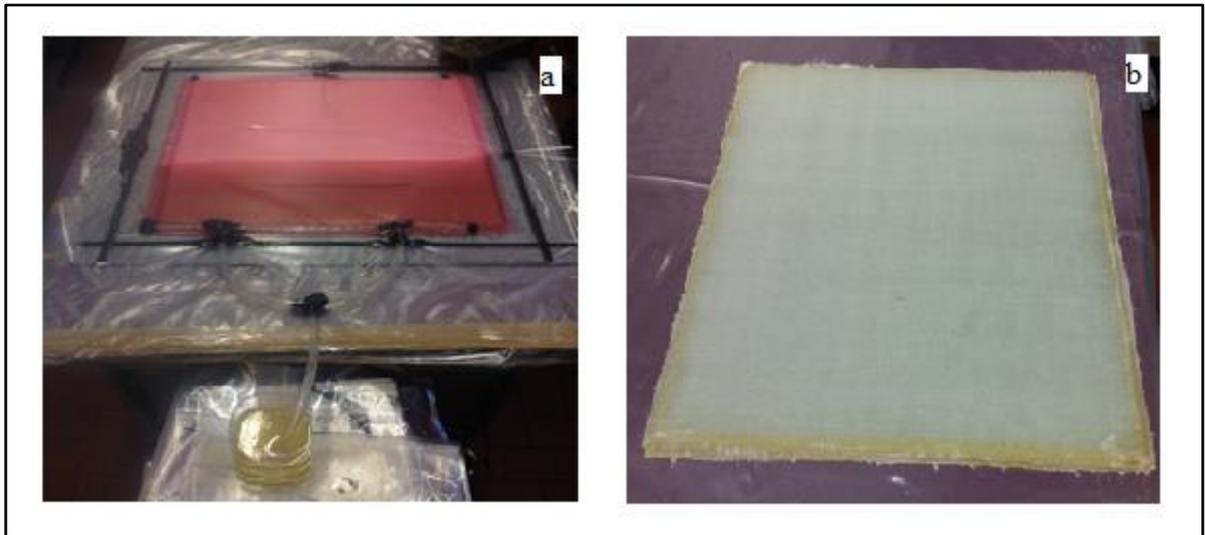


Figura 89 - a) Impregnazione con due punti di infusione; b) laminato dopo polimerizzazione.

Una volta completato il processo e sformato il laminato, affinché esso possa essere ritenuto idoneo è necessario verificare che nella sua struttura non siano presenti bolle d'aria, nel qual caso sarebbe compromessa la resistenza meccanica del materiale vanificando lo scopo del lavoro ed invalidando i risultati delle eventuali prove effettuate su di esso.

10. Fase di taglio del laminato: con una sega a disco sono state estratte delle strisce di laminato larghe 25 mm (Figura 90).

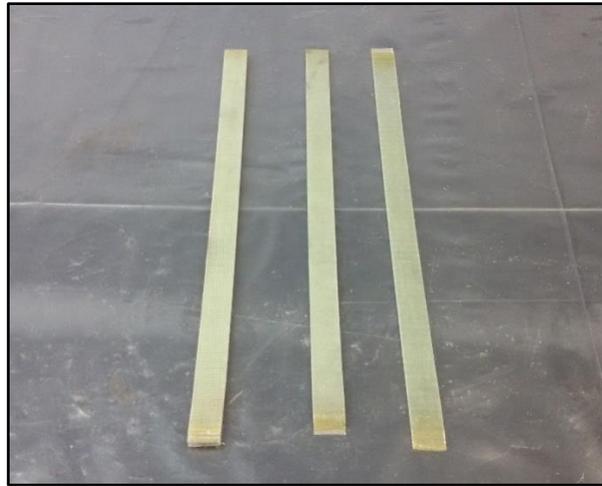


Figura 90 - Taglio longitudinale del laminato.

11. Fase di preparazione dei giunti: sono stati effettuati ulteriori tagli trasversali per ricavare aderenti di varie misure (Figura 91).

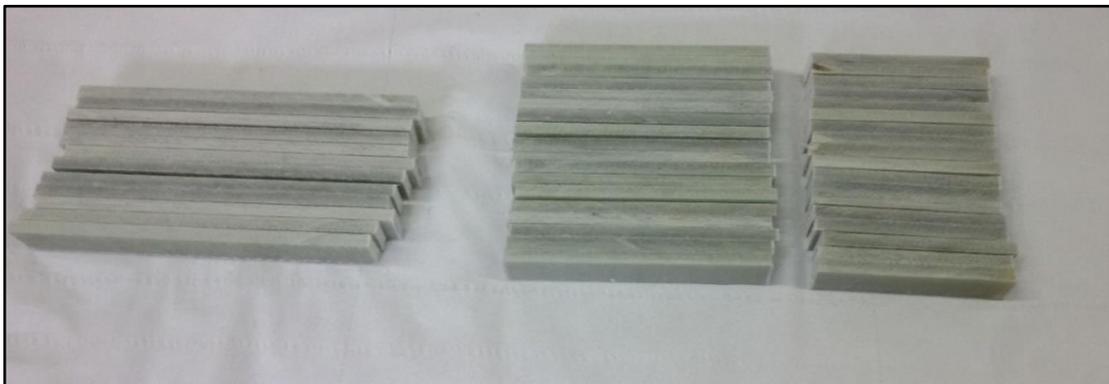


Figura 91 – Aderendi tagliati

12. Fase di incollaggio: i provini sono pronti per essere incollati con Araldite A/B, adesivo di epossidico, molto usato nell'ambito aeronautico, con un rapporto in peso tra la componente collante A e indurente B di 1:0,8. L'adesivo è stato utilizzato sia per realizzare la giunzione sia per l'applicazione dei Tabs. Si riportano di seguito a titolo esemplificativo la preparazione dei giunti relativi ad aderendi di spessore pari a 22 strati. La distanza tra i tabs e la zona di

sovrapposizione è stata assunta pari a 10, 50, 100 mm, mentre lo spessore di adesivo utilizzato nelle prove è di 0,2 mm.

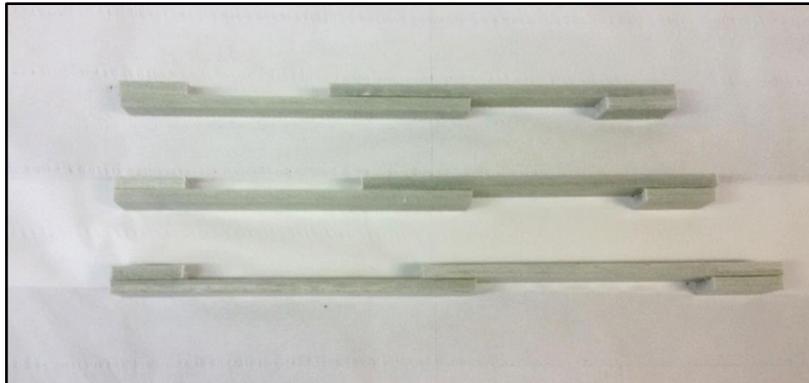


Figura 92 - Esempio di giunti incollati: vista laterale.

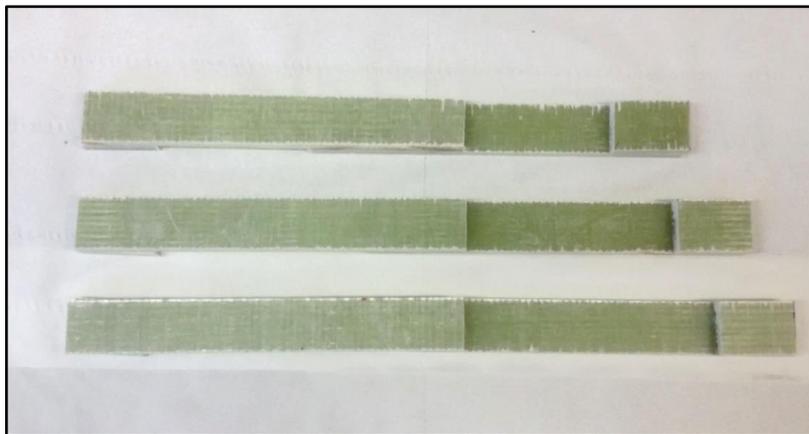


Figura 93 - Esempio di giunti incollati: vista dall'alto.



Figura 94 – Provini di giunti incollati

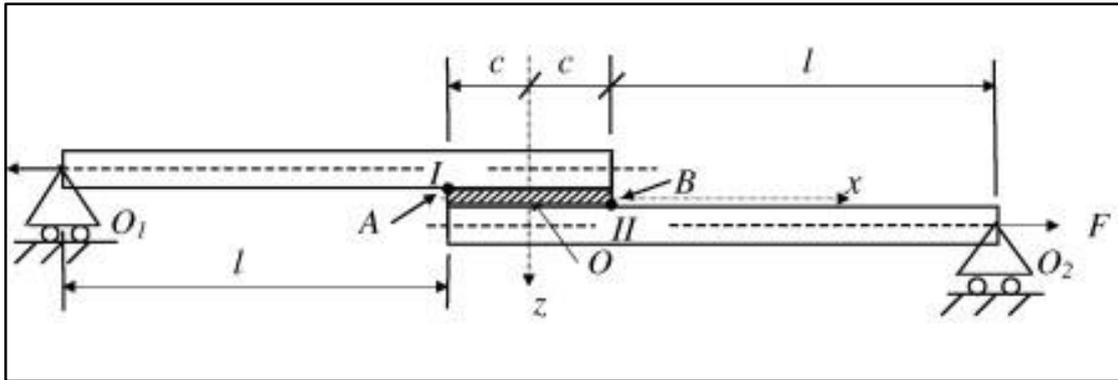


Figura 95 - Coordinate del sistema e definizione parametri del giunto

In riferimento alla Figura 95, in cui viene riportato lo schema rappresentante la tipologia di giunto incollato con i relativi parametri geometrici, nella Tabella 9 vengono elencati tutti i provini con le relative dimensioni.

Numero Provino	c [mm]	l [mm]	$h_1=h_2=h$ [mm]	η [mm]
C11	25	10	7.0	0.2
C12	25	50	7.0	0.2
C13	25	100	7.0	0.2
C21	50	10	7.0	0.2
C22	50	50	7.0	0.2
C23	50	100	7.0	0.2
C31	75	10	7.0	0.2
C32	75	50	7.0	0.2
C33	75	100	7.0	0.2

Tabella 9 - Tabella riassuntiva caratteristiche geometriche dei giunti realizzati

Come si può vedere dalla Tabella 9 sono stati ricavati nove provini, variando la lunghezza della zona di sovrapposizione $2C$ e la lunghezza libera l . Le caratteristiche geometriche dei provini non seguono volutamente la norma ASTM D1002 (usata per i giunti metallici single-lap) poiché nel nostro caso l'intento è stato quello di verificare la

validità e l'elasticità dei modelli analitici anche per i casi in cui ci si allontana dalle ipotesi geometriche su cui questi si basano.

4.3. Caratterizzazione dei Laminati Piani

A differenza dell'adesivo le cui proprietà meccaniche sono ben note, le caratteristiche elastiche degli aderendi da inserire nel modello analitico vanno determinate sperimentalmente.

Da altri pannelli, prodotti allo stesso modo di quelli per i giunti ma con spessore normato, sono stati estratti i provini per ottenere le caratteristiche elastiche degli aderendi, a trazione e a taglio, secondo le indicazioni fornite dalla norma ASTM D3039. Su ciascun provino sono stati incollati degli estensimetri per la misura della deformazione sia in direzione longitudinale che in direzione trasversale per la misura del modulo di Poisson. Nella Figura 96 sono visibili i provini prima delle prove.

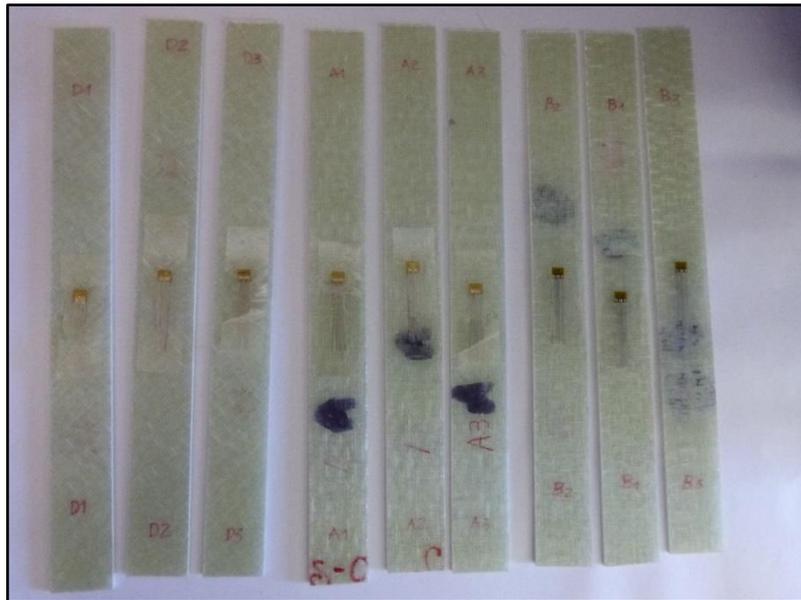


Figura 96 - Provini per la caratterizzazione a trazione degli aderenti

Sono state realizzate tre serie di prove, per ciascuna di esse sono stati testati tre provini:

- Provini di tipo A sono stati testati per la determinazione del modulo elastico longitudinale e del modulo di poisson;

- Provini di tipo B si differenziano dal tipo A poiché sono stati ritagliati in direzione trasversale alla direzione di estrazione di questi ultimi; sono stati testati per la determinazione del modulo elastico longitudinale e del modulo di poisson nella direzione trasversale;
- Provini di tipo D, con fibre disposte a $\pm 45^\circ$, per ottenere il modulo di elasticità tangenziale.

Nelle immagini della Figura 97 sono riportati alcuni dettagli delle prove eseguite.

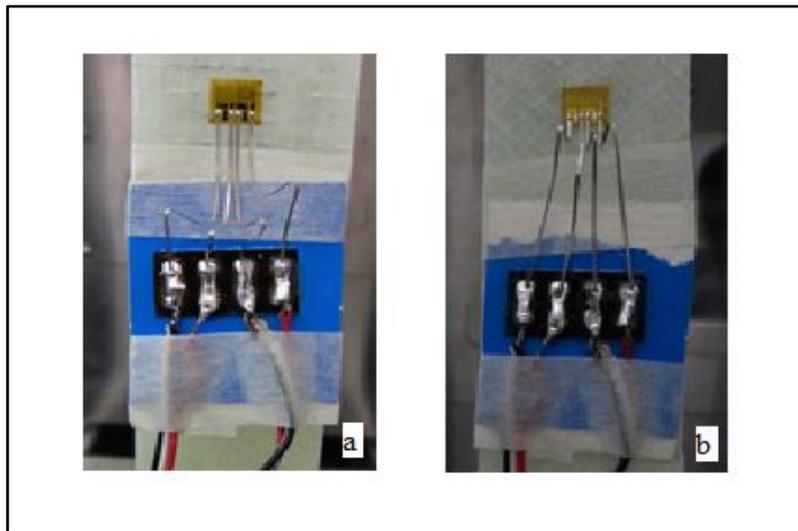


Figura 97 - Dettaglio provini prima delle prove di caratterizzazione a) Orientazione fibre a $0/90^\circ$; b) Orientazione fibre a $\pm 45^\circ$

Nelle seguenti tabelle sono riassunti i risultati dei valori delle proprietà meccaniche ottenuti ed utilizzati nei modelli analitici implementati in ambiente Matlab.

Provino	Modulo di Elasticità E (MPa)	Modulo di Poisson	Provino	Modulo di Elasticità E (MPa)	Modulo di Poisson
A1	26933	0.072	B1	28246	0.061
A2	25914	0.078	B2	31886	0.072
A3	30207	-	B3	23000	-
Valore medio	27685		Valore medio	27711	
Deviazione standard	2243		Deviazione standard	4467	

Tabella 10 - Riepilogo proprietà laminati aderenti in vetroresina ($0/90$)

Provino	Modulo di Elasticità
	G (MPa)
D1	5134
D2	5023
D3	4252
Valore medio	4803
Deviazione standard	480

Tabella 11 Riepilogo proprietà laminati aderenti in vetroresina (+/- 45°)

4.4. Valutazione della deformazione dei giunti con il video estensimetro

Il sistema video estensimetrico utilizzato per la misura della deformazione dei giunti è rappresentato in Figura 98.

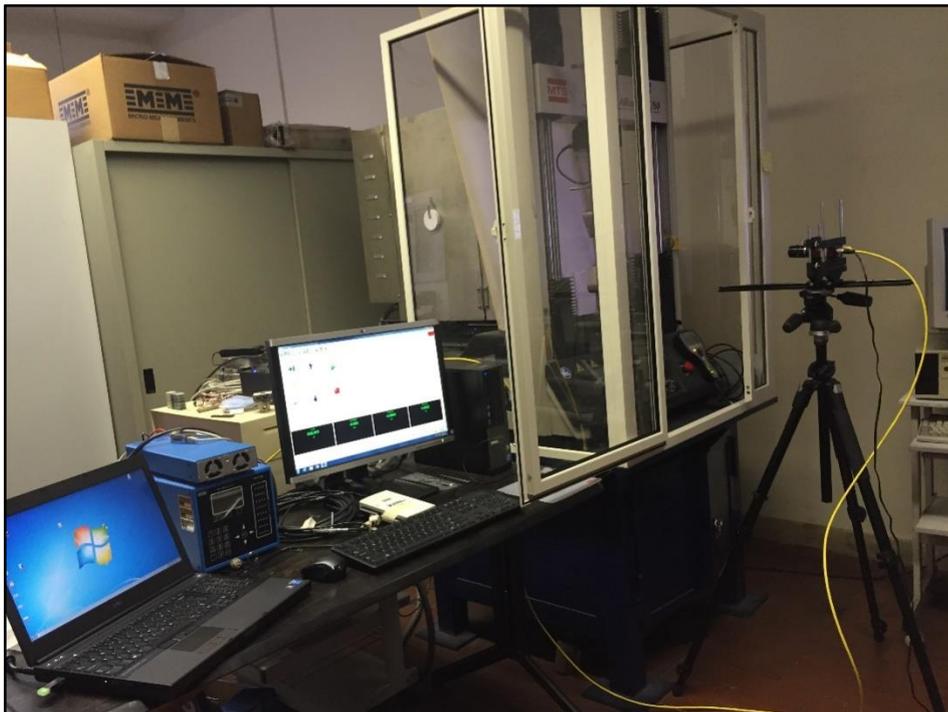


Figura 98 - Sistema video estensimetrico AVX

In particolare, l'intero sistema video estensimetrico MTS AVX 04 è costituito da una telecamera (Figura 99) con obiettivo da 16 mm di focale, posizionata su di un cavalletto rigido e collegata al computer tramite il software Video Gauge (dell'Imetrum), presente

in dotazione (Figura 100), il quale permette di acquisire le immagini ad una frequenza fissata di 17 Hz.

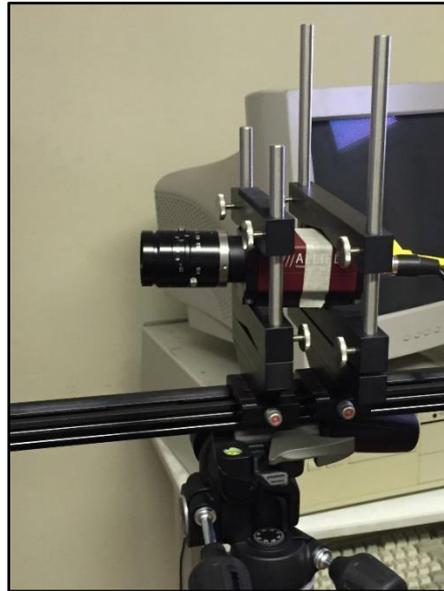


Figura 99 - Dettaglio della telecamera del sistema AV

Il metodo prevede di individuare dei “targets” sul provino, che vengono “seguiti” durante l’intera prova, dal sistema video estensimetrico (Figura 101); A tal fine per ogni prova è prevista un’accurata fase di calibrazione. I targets vengono individuati a video in corrispondenza di una mesh di punti previamente tracciata sulla superficie del provino in esame.

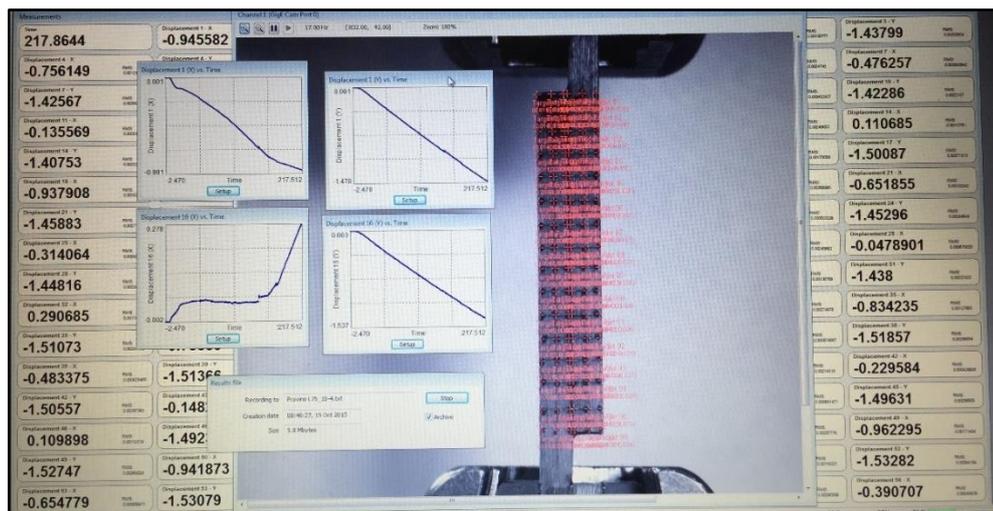


Figura 100 - Interfaccia del software di acquisizione del sistema AVX

Con questo sistema è possibile rilevare il valore dello spostamento di tutti i punti del piano x-y, individuati attraverso i target della calibrazione.

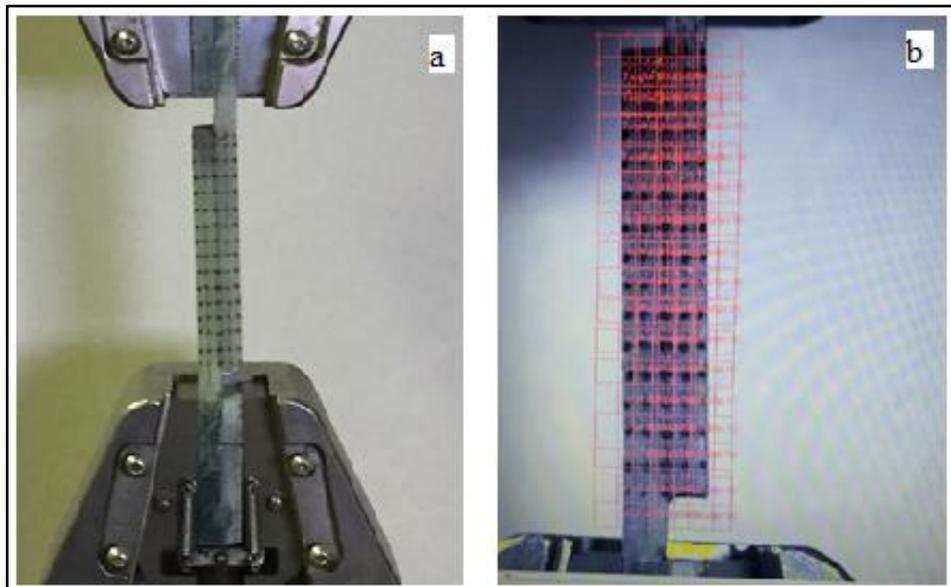


Figura 101 - Dettaglio della telecamera del sistema AVX

Il sistema non si limita ad acquisire i valori numerici degli spostamenti, ma registra l'intera fase di prova in modo da ricavare un video che può essere rianalizzato per ulteriori approfondimenti anche in tempi successivi.

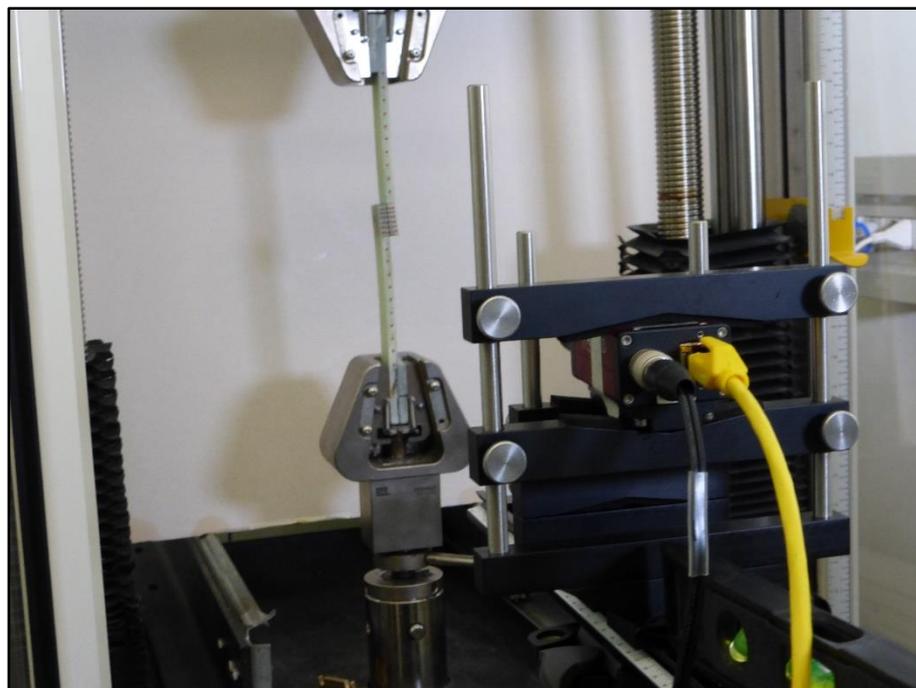


Figura 102 – Disposizione della videocamera rispetto al provino

Nelle immagini della Figura 101 e Figura 102 si riportano i primi due tipi di giunti analizzati: il primo (C31) con un'ampia zona di sovrapposizione ma con una ridotta distanza tra tabs e zona di sovrapposizione, il secondo con una configurazione opposta in cui ad una ampia zona tra il vincolo e la zona giuntata corrisponde una ridotta area incollata (C13). Nella Figura 101 è possibile notare il modello di pattern utilizzato per marcare i punti necessari allo studio degli spostamenti lungo la zona di incollaggio. In particolare nella zona di overlap è stata tracciata una linea di punti in prossimità del confine aderendo1-adesivo e della zona di confine adesivo-aderendo2 con l'obiettivo di ricavare gli spostamenti longitudinali $u1$ e $u2$, relativi appunto all'aderendo 1 e 2, lungo la zona di sovrapposizione. Sono state eseguite due prove di carico a trazione, senza portare a rottura il provino. Per ogni valore di carico, stabilito ad incrementi regolari, il sistema registra gli spostamenti dei targets nelle direzioni X e Y del piano di visione. Seguendo la formulazione di Goland and Reissner, dove le sollecitazioni taglianti nell'adesivo sono dovuti alla differenza di questi $u1$ e $u2$ *a meno di un termine costante che dipende dalle proprietà del materiale e dalla geometria,*

$$\begin{cases} \tau = \frac{G_a}{t_a} \left[(u_2 - u_1) + \frac{t_1}{2} (\phi_1 + \phi_2) \right] = \frac{2G_a}{t_a} \left(u_a + \frac{t_1}{2} \phi_a \right), \\ \sigma = \frac{E_a}{t_a} (w_2 - w_1) = \frac{2E_a}{t_a} w_s. \end{cases} \quad (3.19)$$

sono stati confrontati proprio i Δu ricavati dalla differenza degli $u2-u1$ misurati con il videoestensometro con i Δu previsti dai modelli studiati per un determinato valore di carico. La mole di dati già registrati e dei provini realizzati e sottoposti a prove è stata così consistente da non poter essere analizzata nella sua interezza e approfonditamente nel corso di questo lavoro di tesi. Quindi in Figura 103 si riporta l'andamento del Δu ricavato dal provino C31, confrontato con il modello di Tong per un carico di trazione pari a 8002 N (312 N/mm). Il modello analitico è stato sviluppato in Matlab, utilizzando le proprietà meccaniche ricavate sperimentalmente e imponendo le caratteristiche geometriche del provino analizzato.

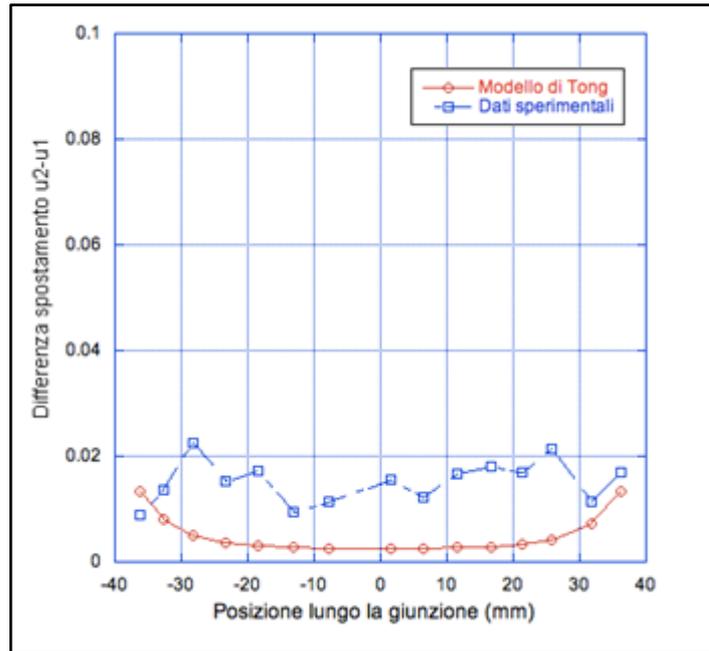


Figura 103 - Confronto Δu tra quello sperimentale e il modello di tong

Le curve degli spostamenti, pur mantenendo un andamento simile, mostrano un significativo scostamento, soprattutto nella zona centrale. Ciò è dovuto al fatto che per avere un'acquisizione più accurata bisognerebbe avere una rete di targets più fitta e monitorare con maggior dettaglio gli spostamenti dei punti all'interfaccia tra aderendo e adesivo. Tuttavia, siccome il diametro dei targets è paragonabile a quello dell'adesivo, con questa tecnica è possibile disporre solo una fila di targets sull'adesivo.

4.5. Valutazione della deformazione dei giunti con la Digital Image Correlation

4.5.1. Principi della Digital Image Correlation

Per avere una migliore correlazione con i dati analitici abbiamo deciso di ricorrere ad una tecnica di acquisizione che garantisca un maggior grado di dettaglio. La tecnica considerata è la correlazione digitale di immagini. La DIC è una tecnica ottica di recente sviluppo, nasce e si sviluppa nei primi anni '80 [21,22], e si basa sull'impiego di una o più telecamere (almeno due per misure in 3D mediante la tecnica della stereovisione) e si sta rapidamente diffondendo in tutti i settori dell'ingegneria poiché permette di

valutare, in modo non distruttivo e senza contatto, lo stato di deformazione di un'intera superficie.

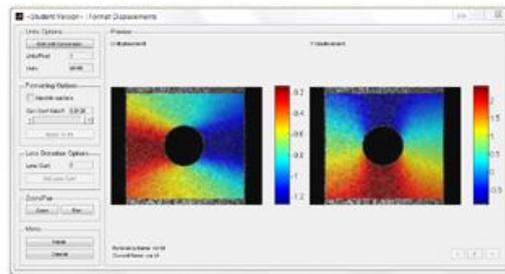


Figura 104- Esempio di funzionamento del DIC

L'applicazione della DIC ha già dato soddisfacenti risultati per la caratterizzazione del processo di deformazione e rottura di diversi materiali, anche a livello microstrutturale, in particolare nello studio dei processi di rottura per fatica con analisi dell'intera zona critica di concentrazione di tensioni [23], per mappature di stress e strain su provini in plastica, materiale composito, acciaio o metalli in genere, [24,25,26]; a tale scopo con questa tecnica sono state fatte misure anche su mini macchine di prova a trazione [27]. Interessanti applicazioni sono state proposte anche per l'analisi di vibrazioni [28,29] e fenomeni dinamici in genere. Inoltre, i recenti sviluppi di sistemi di acquisizione di immagini ad alta velocità, in particolare quelli basati su tecnologie CMOS, hanno reso possibile l'applicazione della correlazione di immagini in crash test e in altri fenomeni dinamici particolarmente veloci, quali l'impatto di proiettili su lastre, la cui deformazione, rilevata in 3D con telecamere ultraveloci, è risultata comparabile con quella ottenuta con le tradizionali metodologie estensimetriche ed interferometriche [30]. Il metodo è potenzialmente applicabile a qualsiasi materiale o elemento strutturale sottoposto a distorsioni, causate da azioni termiche o meccaniche e consente di ricavare mappature ad alta definizione (sia 2D che 3D) di spostamenti e deformazioni, confrontando immagini acquisite in stati deformativi diversi.

Grazie alla particolare configurazione stereoscopica ogni punto della superficie in esame può essere associato a uno specifico pixel dell'immagine. Conoscendo i parametri intrinseci delle fotocamere, la loro distanza relativa e il loro orientamento rispetto alla superficie inquadrata possono essere calcolate le coordinate di un qualsiasi punto della superficie stessa. Le coppie di immagini digitali registrate da ciascuna fotocamera, prima e durante la deformazione dell'elemento considerato, sono poi

confrontate pixel a pixel, mediante un algoritmo di correlazione. Il campo di spostamento è determinato quindi attraverso la corrispondenza di punti delle immagini e da questo, mediante un altro specifico algoritmo matematico si può risalire al campo di deformazione, visualizzato in scala di grigi o a colori, al variare del carico o di altra azione meccanica applicata. L'accuratezza della tecnica dipende da diversi fattori tra cui gli algoritmi di interpolazione, la distorsione delle lenti, l'uniformità della distribuzione della luce e la qualità del pattern. I primi due parametri sono caratteristici della strumentazione impiegata mentre la luminosità e il pattern di punti sono invece controllati e definiti dall'operatore. In particolare, la luminosità dovrebbe essere costante e omogenea durante l'intera prova e la superficie deve stare preparata in modo da avere un pattern di punti casuale il più possibile non ripetitivo, isotropo e con zone a elevato contrasto cromatico.

Per quanto riguarda la metodologia alla base dei vari software commerciali, questi usano dividere l'immagine di riferimento e quella deformata in sottoimmagini costituite da celle di indagine formate tipicamente da 10x10 fino a 40x40 pixel. Successivamente ogni sottoimmagine di riferimento è confrontata con la corrispondente ottenuta con il provino deformato.

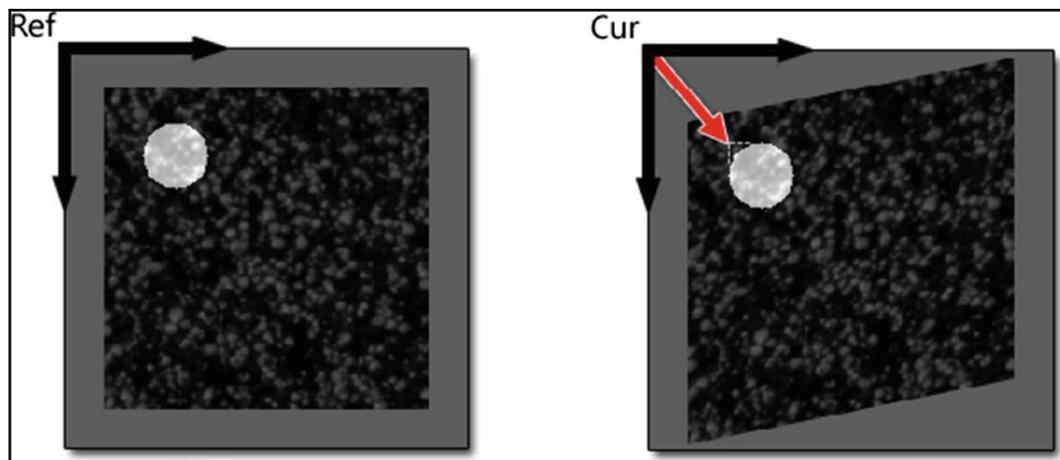


Figura 105 - Spostamento della regione di materiale monitorata, dalla posizione di riferimento a quella deformata

Per l'analisi di tali celle alcuni software eseguono una semplice correlazione bidimensionale, utilizzando la trasformata di Fourier veloce (FFT) sulla coppia di sottoimmagini. Il massimo della correlazione individua un vettore spostamento, cioè lo spostamento subito da una sottoimmagine tra i due fotogrammi considerati. Ripetendo

tale operazione su più coppie di sottoimmagini successive acquisite in sequenza durante la deformazione si ottiene l'evoluzione temporale del campo di spostamenti. In tal modo si giunge alla determinazione di un vettore spostamento per ogni cella d'indagine, e quindi alla deformazione complessiva rispetto alla configurazione iniziale. Più di recente sono stati proposti metodi di elaborazione basati su trasformazioni affini e pseudo-affini, ovvero sull'individuazione della trasformazione subita da ogni sotto immagine che minimizza la differenza di toni di grigio tra l'immagine di riferimento e quella deformata. Tale formulazione evidenzia che una singola sottoimmagine può subire spostamenti rigidi: allungamenti, taglio, distorsione. L'algoritmo di correlazione cerca il set di parametri tali che risulti minima la differenza tra i pattern dei toni di grigio dell'immagine originaria e dell'immagine trasformata, dove quest'ultima è già il risultato di una compensazione di intensità e contrasto sull'immagine deformata acquisita (si veda Appendice).

4.5.2. Esecuzione della sperimentazione

La sperimentazione eseguita ha previsto l'esecuzione delle prove di carico di trazione sugli stessi provini testati con videoestensometro, utilizzando la DIC per l'acquisizione dello stato deformazione nella zona di sovrapposizione degli aderenti.

I dati ottenuti dalle fotocamere sono stati elaborati con software Ncorr, un programma opensource in ambiente MATLAB per la correlazione di immagini digitali 2D basato sugli algoritmi DIC più moderni proposti in letteratura. Per la raccolta delle immagini abbiamo fatto uso di una macchina fotografica da 24 megapixel, la Nikon D5200 in grado di raccogliere immagini alla velocità di 0.5 frame al secondo. La macchina usata invece per la prova di carico è la MTS Alliance RT/50.

Di seguito si riportano tutte le fasi in cui si è articolato lo svolgimento della campagna prove:

1. Preparazione del provino
2. Calibrazione della DIC
3. Esecuzione delle prove di carico
4. Elaborazione dei dati

4.5.3. Preparazione del provino

Dato che il calcolo degli spostamenti si traduce nella ricerca della corrispondenza dei subset all'interno delle immagini acquisite, risulta evidente l'importanza rivestita dall'impiego di un pattern adeguato con il quale marcare la superficie oggetto della misurazione. Lo speciale pattern utilizzato per analisi DIC prende il nome di "speckle pattern", traducibile letteralmente come pattern a macchioline o a puntini, per via del suo caratteristico aspetto (Figura 106) Questo si presenta tipicamente composto da macchioline scure di grandezza uniforme disposte su sfondo bianco per massimizzare il contrasto. Sebbene una formulazione matematica per la designazione del pattern non sia stata ancora formalizzata, i parametri importanti per la costruzione di un buon pattern sono comunque già stati analizzati, come è pure stato dimostrato che le caratteristiche del pattern influenzino direttamente la grandezza ottimale del subset da scegliersi per l'analisi DIC [31]. L'obiettivo è di preparare il provino in modo tale da rendere ciascuna regione riconoscibile e inconfondibile al software NCORR.

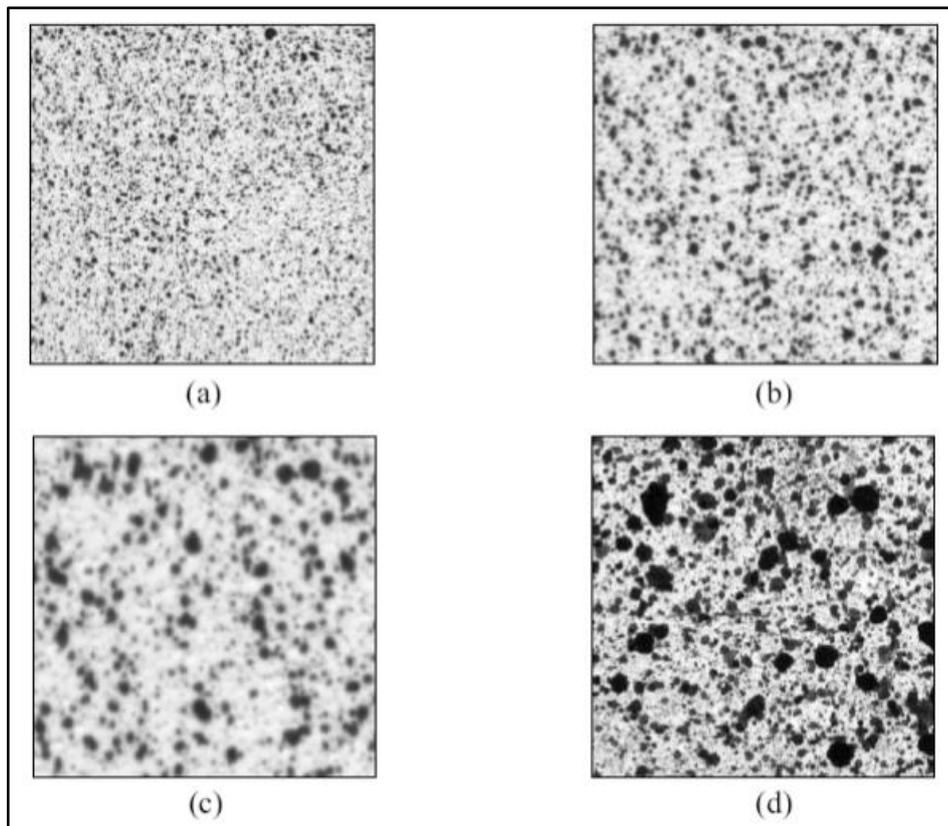


Figura 106 - Esempi di speckle pattern

Il fatto di dover “preparare” un provino potrebbe far nascere dubbi circa l’affermazione di tecnica non invasiva; il motivo per cui viene considerata “non invasiva” risiede nel fatto che la “preparazione” consiste solamente in uno strato di vernice, di spessore trascurabile, che non modifica le caratteristiche meccaniche dell’oggetto. Ovviamente sarà scelta la vernice più adatta in relazione al provino che si intende utilizzare. Per realizzare un pattern adeguato [31,32] è stata utilizzata la tecnica a spruzzo. L’attrezzatura utilizzata consiste in un aerografo, vernice bianca, vernice nera, diluente, acetone e dei provini, piani, di prova. Una volta rettificati i provini, viene pulita e sgrassata la superficie da trattare, facendo attenzione a non lasciare impurità. Vengono passate più mani di bianco e lasciate ad asciugare. In seguito viene realizzato lo speckle pattern, nero (Figura 107).

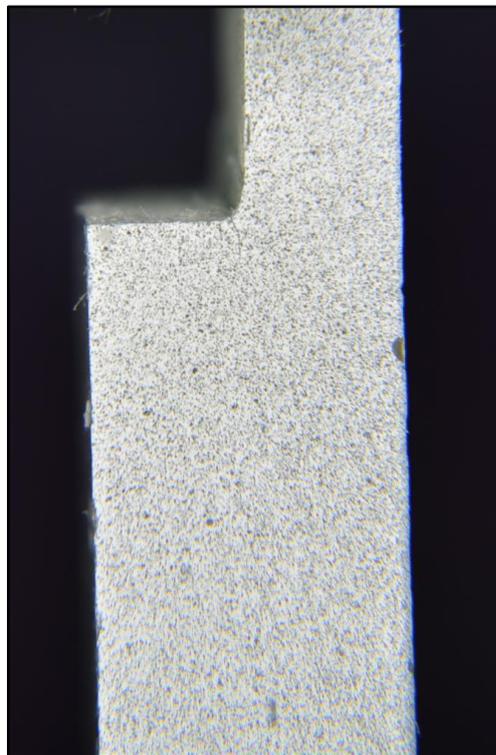


Figura 107 - Dettaglio del pattern realizzato

4.5.4. Calibrazione del DIC

Prima di eseguire le prove di trazione sui provini, sono state svolte delle prove di accuratezza per quanto riguarda i valori di misura rilevati dal DIC. Per fare questo è stato svolto su un provino a norma, in materiale plastico, un confronto tra i valori di

deformazione longitudinale rilevati dal Dic, rispetto a quelli ottenuti da un estensimetro fatto aderire sulla superficie non inquadrata dalla fotocamera. I risultati (Figura 108) hanno mostrato che il sistema DIC Ncorr misura nel tempo gli stessi valori di deformazione.

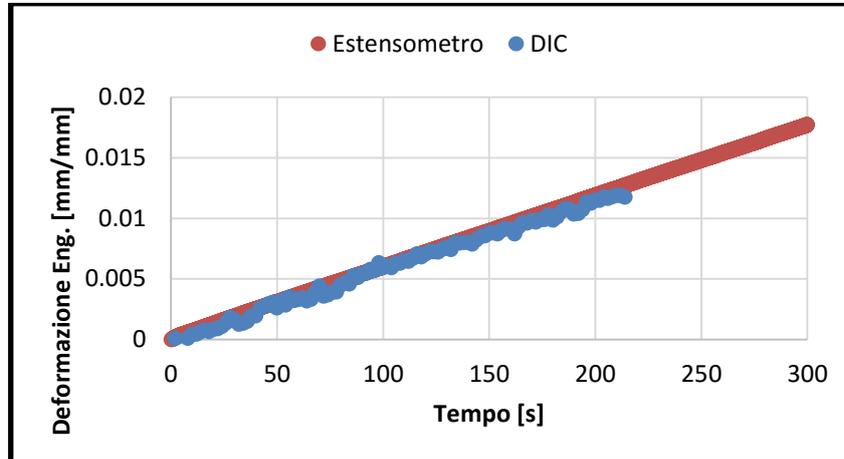


Figura 108 - Confronto tra DIC ed estensimetro

4.5.5. Esecuzione delle prove di carico

Come per il video estensimetro, anche con per il DIC sono state svolte delle prove di trazione sui vari provini ad una velocità di carico di 0.2 kN/sec mentre la fotocamera che inquadra la zona di sovrapposizione del provino, raccoglie le immagini ad una frequenza di 0.5 frame al secondo.

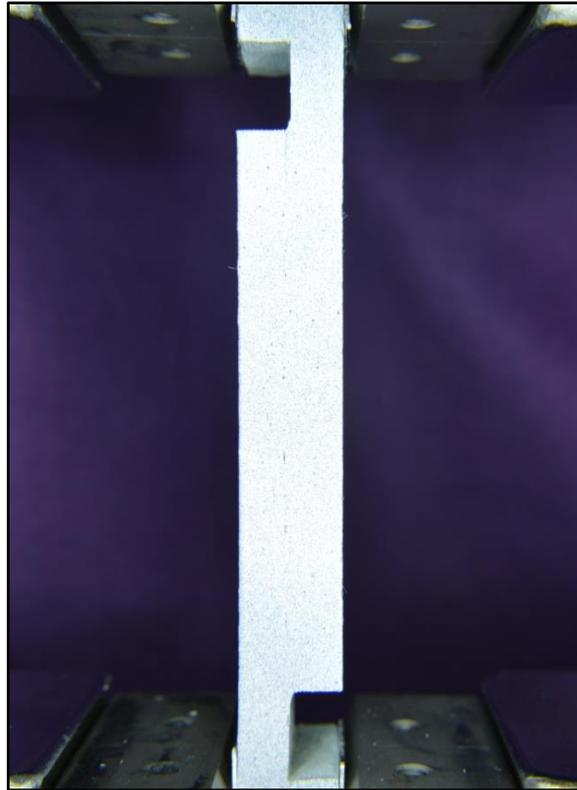


Figura 109 – Regione monitorata del provino C31 durante le prove

Il carico applicato è stato aumentato a velocità costante fino al valore di 4kN, al quale è stato mantenuto per altri 20 secondi prima di azzerare il carico.

Sono stati testati solo i provi C31, C32 e C33 perché gli altri avevano un elevato numero difetti superficiali e non hanno consentito di realizzare un buon speckle pattern.

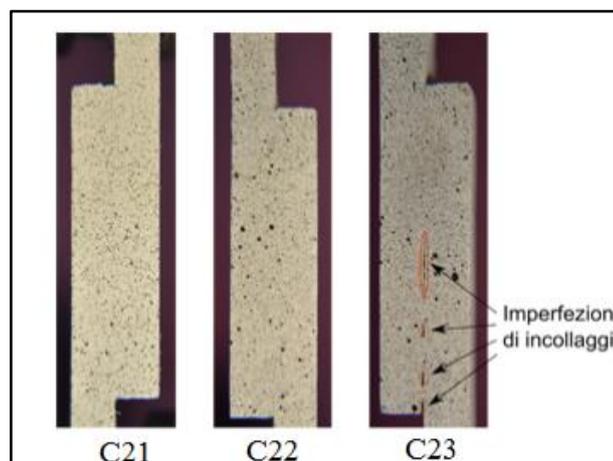


Figura 110 - Particolare provini C21-C22-C23 danneggiati

Dall'analisi delle immagini è con l'ausilio del DIC è stato possibile ricavare una serie di fotogrammi grazie ai quali è possibile seguire l'andamento della deformazione lungo l'intera zona di sovrapposizione (Figura 111) per valori crescenti di carico, in particolare all'estremità. Come è possibile notare nella figura seguente, le deformazioni inizialmente incrementano in maniera random per poi polarizzarsi intorno alle estremità della zona di sovrapposizione, come evidenziato dalle cromature in blu.

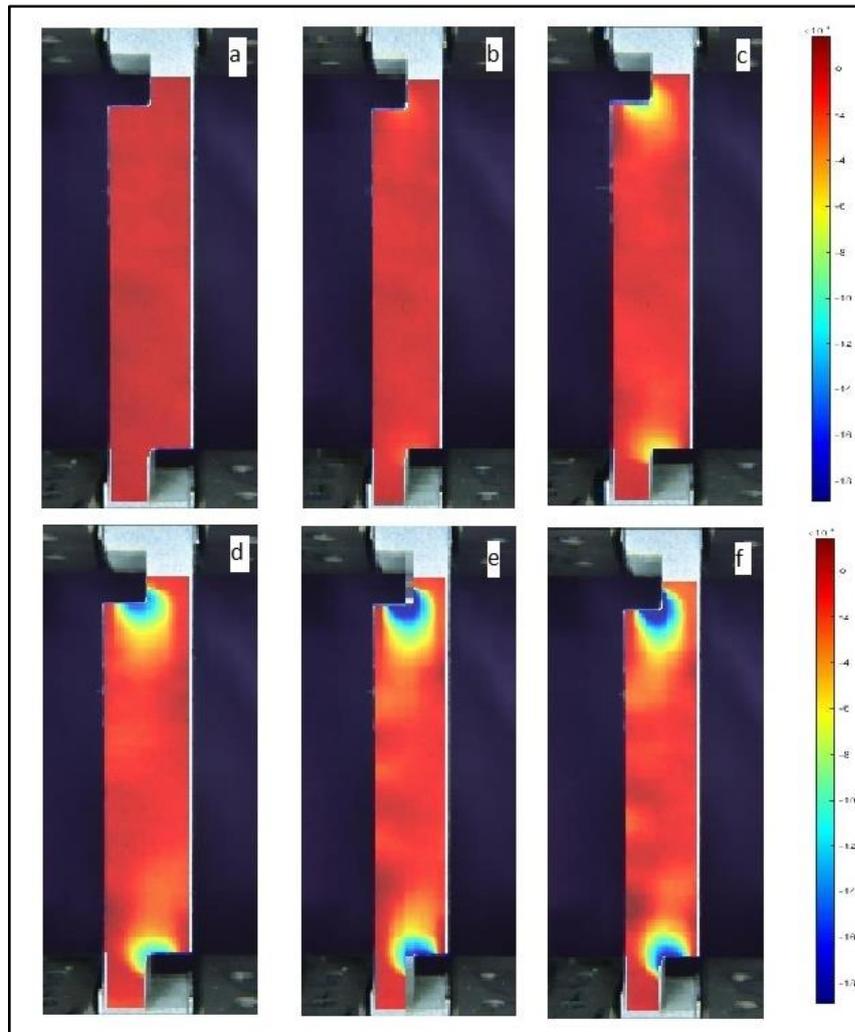


Figura 111 - Evoluzione delle deformazione lungo la zona di sovrapposizione del provino C31

In Figura 113 si riportano gli andamenti della deformazione di taglio, misurati lungo il piano medio dell'adesivo, per le diverse tipologie di provini (C31,C32,C33). I grafici mostrano che, come ci si aspettava, all'aumentare della lunghezza libera l dell'aderendo, aumentando la rotazione della zona incollata, si hanno picchi di deformazione più elevati alle estremità. Le curve presentano un andamento regolare solo nel caso del

provino C32, che rispetto agli altri aveva una superficie più omogenea. Le cavità della superficie creano piccole concentrazione di tensioni come mostrato in maniera evidente nel caso del provino C33.

In Figura 112 sono riportati i picchi di tensione di taglio, che si registrano alle estremità del provino, durante l'intero ciclo di carico.

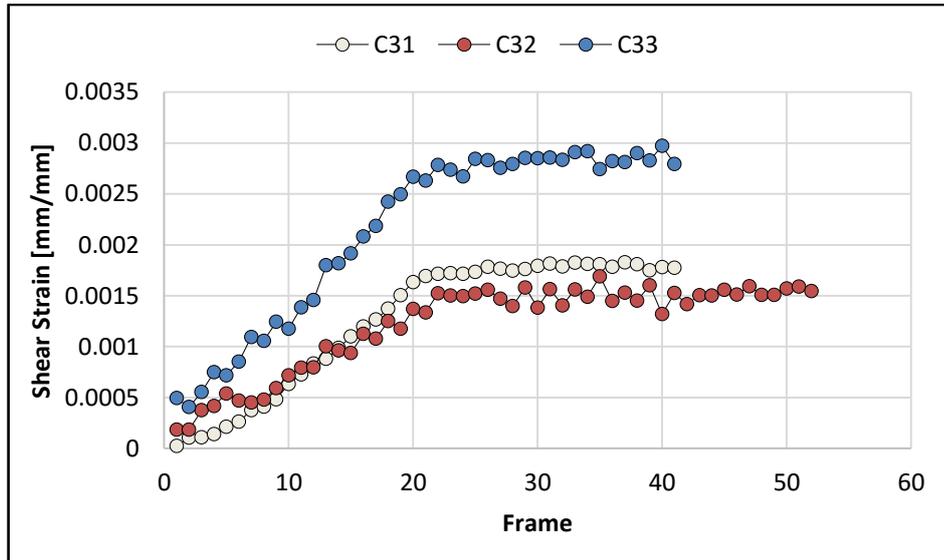


Figura 112 - Variazione dei picchi di shear strain a differenti frame

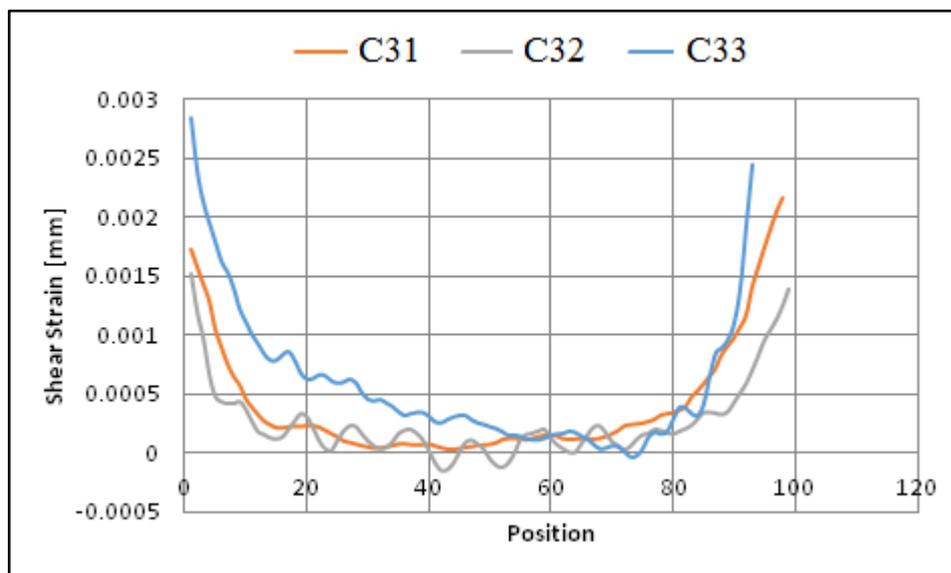


Figura 113 - Confronto deformazioni di taglio tra i vari provini

I risultati sperimentali sono stati successivamente confrontati con quelli analitici. Di seguito, infatti, viene riportato per ciascuno dei tre provini analizzati il confronto tra il

grafici delle deformazioni di taglio ottenuti con i dati sperimentali del DIC e i modelli analitici di Tong e Langella.

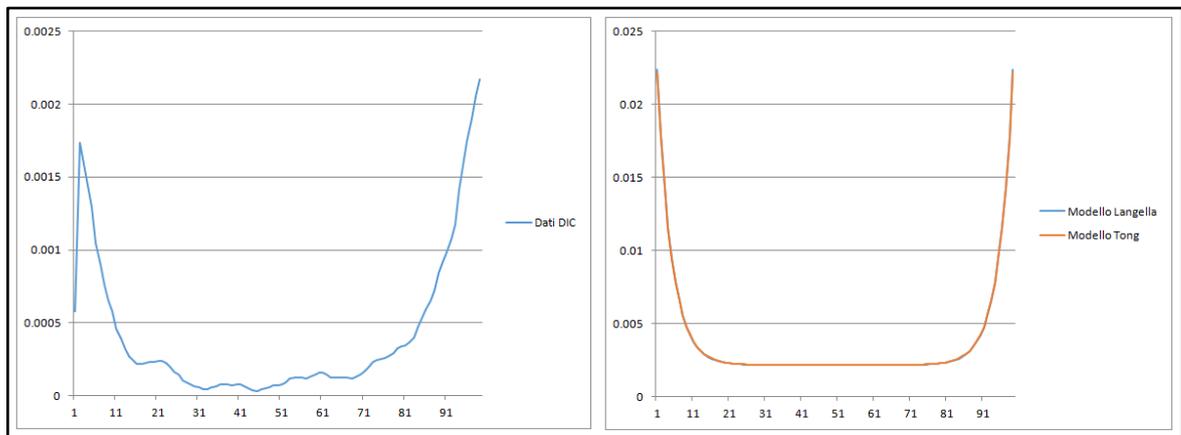


Figura 114 – Diagrammi della shear strain del provino C31

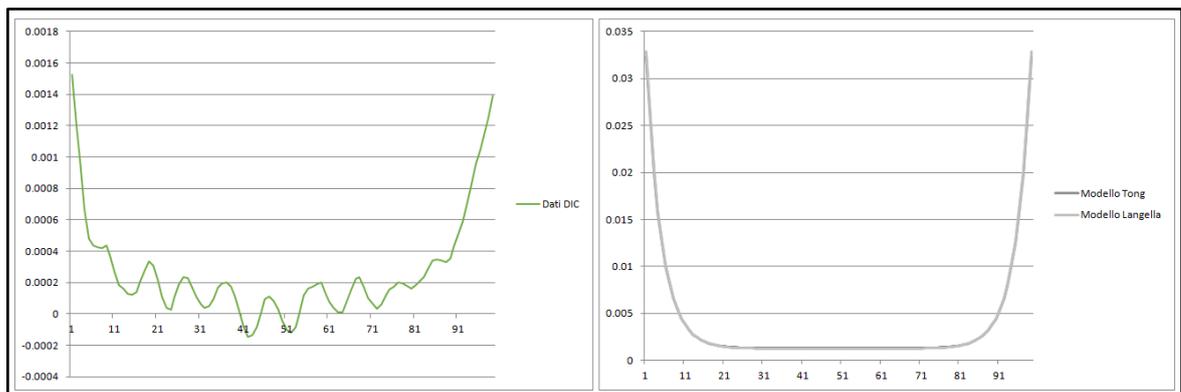


Figura 115 - Diagrammi della shear strain del provino C32

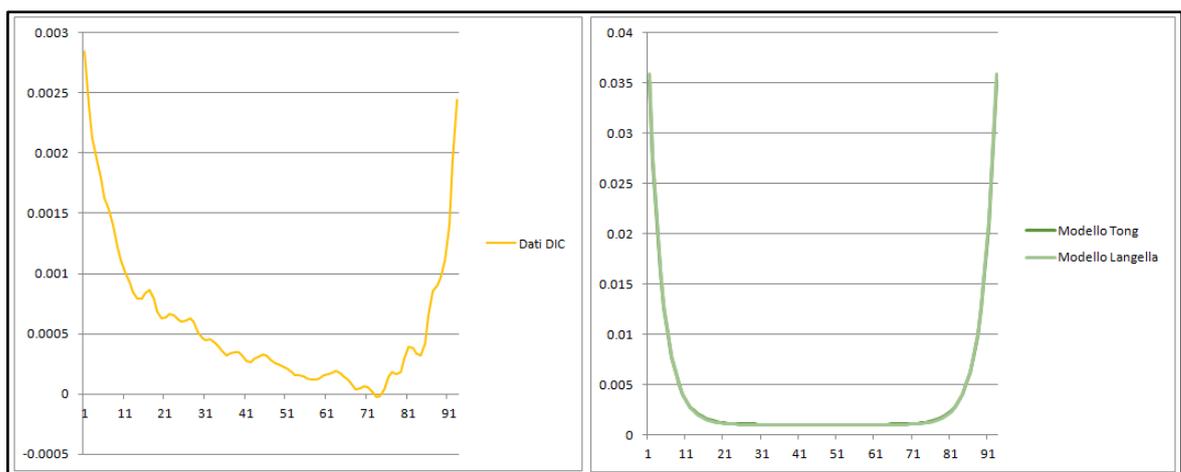


Figura 116 - Diagrammi della shear strain del provino C33

Allo stesso modo vengono riportati gli andamenti delle deformazioni di peeling ricavati dal DIC e dai modelli di Langella e Luo-Tong.

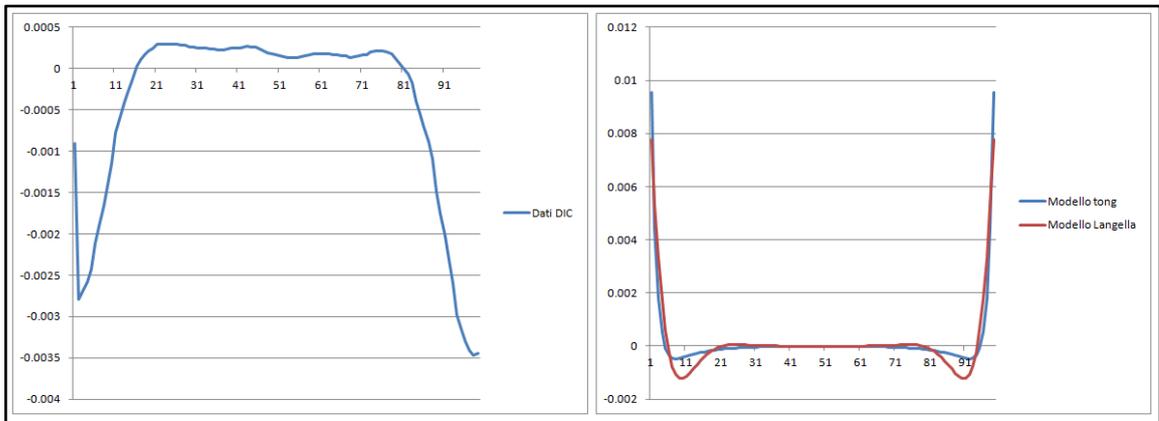


Figura 117 - Diagrammi della deformazione di peeling del provino C31

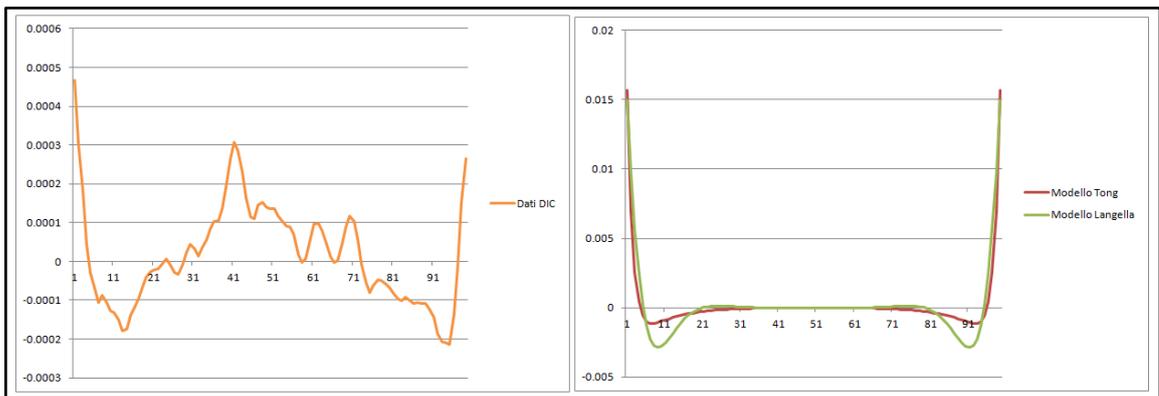


Figura 118 - Diagrammi della deformazione di peeling del provino C32

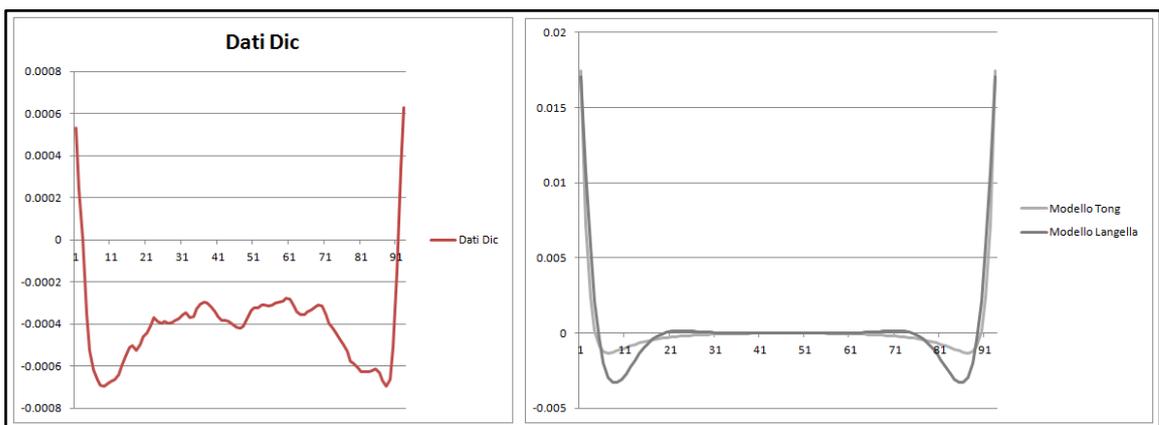


Figura 119 - Diagrammi della deformazione di peeling del provino C33

Le curve sperimentali ottenute dalla DIC, mostrano di avere lo stesso andamento delle curve analitiche; tra i picchi dei valori però, vi è una differenza di un ordine di grandezza.

Al fine di indagare su questa discrepanza di valori è stata condotta una prova di ripetibilità: per ciascun provino sono stati eseguiti 4 cicli di carico e scarico, come mostrato in Figura 120. I primi tre cicli sono stati eseguiti nelle stesse condizioni, senza mai disingaggiare il provino dalle morse. Nel quarto il provino è stato prima liberato e poi reinserito nelle morse di carico.

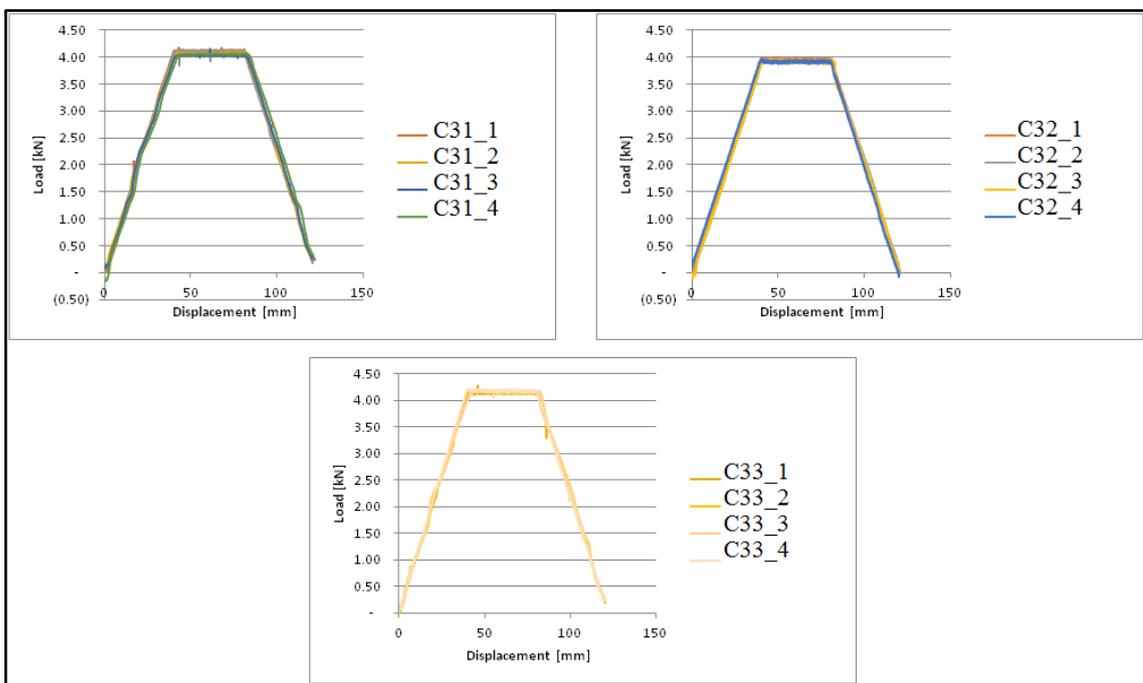


Figura 120 - Cicli di carico eseguiti sui tre provini

Di seguito si riporta per ciascuno dei tre provini il diagramma dei picchi di carico all'aumentare del numero di frame e il diagramma delle deformazioni lungo la zona di sovrapposizione, per ciascuno dei quattro cicli di carico.

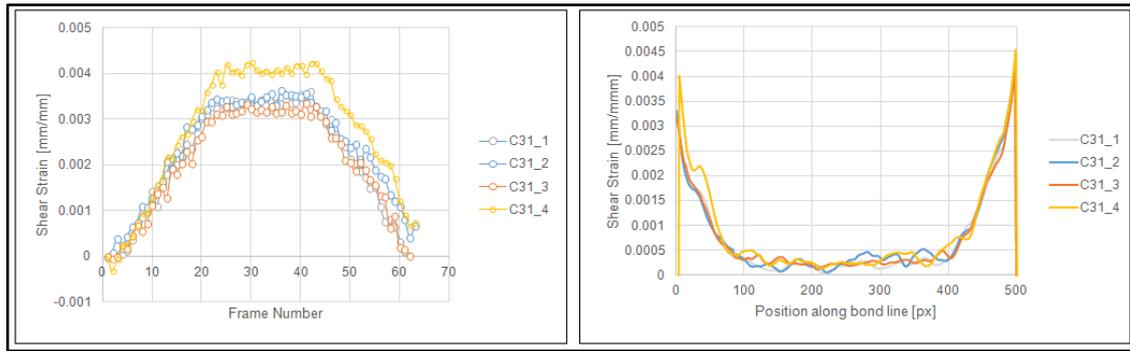


Figura 121 - Picchi di deformazione e diagramma delle deformazioni del provino C31

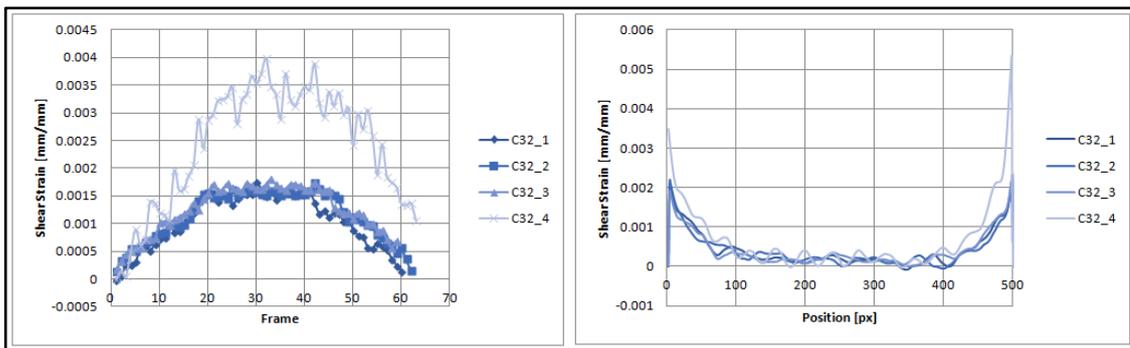


Figura 122 - Picchi di deformazione e diagramma delle deformazioni del provino C32

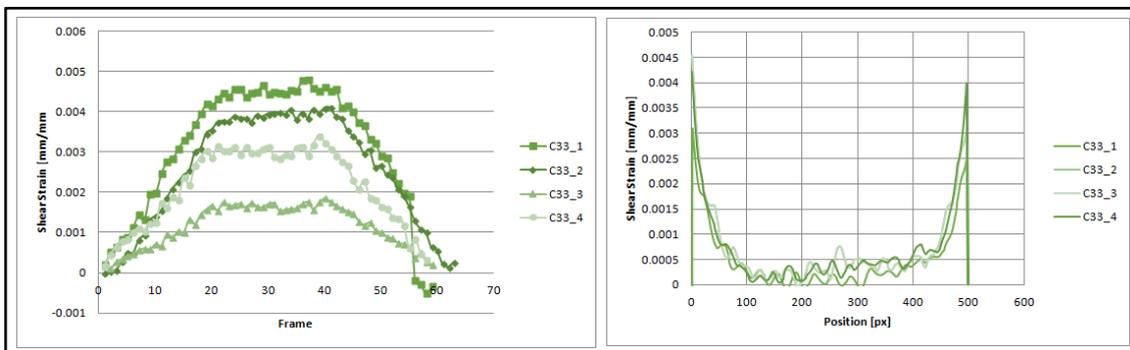


Figura 123 - Picchi di deformazione e diagramma delle deformazioni del provino C33

I risultati dimostrano che nei primi tre cicli di carico si hanno gli stessi picchi di deformazione al taglio. Durante il quarto ciclo di carico, invece, si registra un significativo aumento dei valori, dimostrando che in base alla condizione di afferraggio si possono ottenere deformazioni di diversa entità nella zona di sovrapposizione del giunto. Infatti se gli aderendi slittano nelle ganasce durante la prova, essi si spostano gli

l'uno rispetto all'altro meno di quanto dovrebbero, riducendo la deformazione subita dall'adesivo.

Un'altra prova è stata quella di verificare l'andamento delle deformazioni lungo lo spessore dell'adesivo. In Figura 124 vengono riportate le deformazioni di taglio lungo la linea 1 tracciata lungo il piano medio e lungo due linee poste rispettivamente al di sopra e al di sotto del piano medio. Dal grafico emerge che l'andamento delle deformazioni è lo stesso, validando l'ipotesi di base del modello che la tensione lungo lo spessore del provino è praticamente costante. Grazie al DIC sia possibile mostrare anche come l'andamento della tensione vada a zero all'estremità, in pieno accordo alle previsioni del FEM.

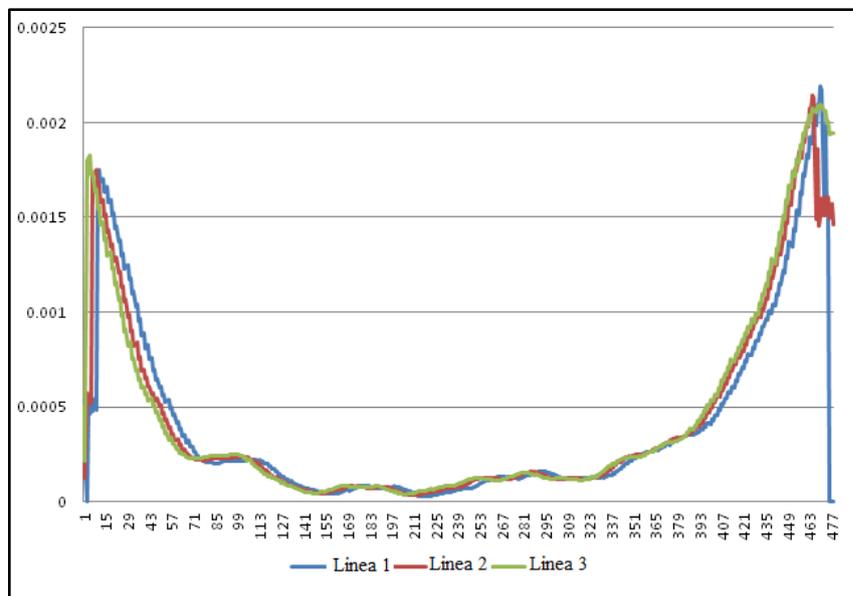


Figura 124 - Grafico delle differenti linee di deformazione tracciate lungo lo spessore

L'andamento non sempre simmetrico delle deformazioni di taglio per i differenti provini può essere dovuto alla non uniformità geometrica dei provini e quindi alla possibilità che questi non siano perfettamente bilanciati.

4.6. Conclusioni e Sviluppi futuri

Le indagini sperimentali condotte hanno confermato la difficoltà di acquisizione delle deformazioni lungo il sottile strato di adesivo di un giunto single lap con un sistema DIC tradizionale. Tuttavia, con la tecnica della DIC è stato possibile dimostrare che l'andamento delle deformazioni di taglio e di peeling nella zona di sovrapposizione

coincide con quello previsto dai modelli analitici. Ciò detto, vanno approfondite le cause che hanno prodotto la forte differenza tra i valori sperimentali e quelli analitici. Infatti, se da un lato i modelli analitici non sono mai stati validati sperimentalmente ma soltanto con modelli numerici, dall'altro vi sono degli aspetti riguardanti la preparazione e l'esecuzione delle prove che vanno perfezionati. Bisogna innanzitutto controllare che il sistema di afferraggio del provino garantisca, così come previsto dai modelli analitici, che le estremità degli aderenti si spostino rigidamente per effetto dell'applicazione del carico.

Un'altra causa potrebbe essere ascritta al fatto che il sistema di acquisizione dei dati e di elaborazione previsto dalla DIC potrebbe avere una scarsa sensibilità alle piccole deformazioni in quanto le immagini acquisite fanno riferimento al provino nella sua interezza (zona di sovrapposizione fino a 100 mm e spessori dei provini dell'ordine di 3-10 mm) e questo porta in funzione della focale delle ottiche utilizzate (≤ 50 mm) ad una ovvia ridotta definizione dell'immagine.

La definizione dell'immagine potrebbe essere migliorata ricorrendo a ottiche di focale maggiore di 50 mm in ambito macro con un sistema che utilizzi più fotocamere sincronizzate per acquisire porzioni di immagini della zona da misurare, immagini da comporre durante l'elaborazione dei risultati.

In questo modo sarebbe possibile ottenere immagini complessive a maggiore ingrandimento e con un'elevata definizione e quindi realizzare misurazioni più precise.

Bibliografia

- [1] - Educational program TALAT: www.eaa.net/eea/education/TALAT
- [2] - Packham D.E., J. Adhes., 39, 137, 1992.
- [3] - S.S. Vojutskii, Autohesion and Adhesion of high polymers, Interscience, New York 1983.
- [4] - D.A. Dillard, A.V. Pocius, The Mechanics of adhesion, Adhesion Science and Engineering – 1, Elsevier Publication, 2002.
- [5] - A.J Kinloch, Interfacial Fracture Mechanical Aspect Bonded Joint – A, Review, Journal of Adhesion, 10, 193-219, 1979.
- [6] - Reinhart F.W. in Adhesion and Adhesives, Fundamentals and Practice, Society of Chemical Industry, London, 9, 1954.
- [7] - *Dispense del corso di “Tecniche delle Giunzioni e delle Saldature”*, prof. Nele L., Università degli Studi di Napoli Federico II, CdS Ingegneria Meccanica.
- [8] - Roberto Leoni in *La Chimica che non si vede*, AVISA, Federchimica.
- [9] - Shih-Chuan Her. Stress analysis of adhesively-bonded lap joints. Composite Structures Vol.47; 1999; pp. 673-678
- [10] - Goland M, Reissner E. J Appl Mech 1944;66:A17.
- [11] - Wu Z J, Romeijn A, Wardenier J. Improved Stress expressions of single-lap adhesive joints of dissimilar adherends. Composite Structures Vol.38, No. 1-4; 1997; pp. 273-280
- [12] - Tsai M Y, Oplinger D W, Morton J. Improved Theoretical Solutions for adhesive lap joint. Int. J. Solid Structures Vol.35, No. 12; 1998; pp. 1163-1185

- [13] - Zou G P, Shahin K, Taheri F. An analytical solution for the analysis of symmetric composite adhesively bonded joints. *Composite Structures* Vol.65; 2004; pp. 499-510
- [14] - Robert M. Jones, *Mechanics Of Composite Materials*, 1999; pp. 222-223
- [15] - A. Langella, R. Carbone, L. Nele and M. Rosolia An analytical closed-form model to evaluate the peel and shear stresses in middle plane for adhesively bonded composite single-lap joints. *Journal of Composite Materials* 46(1) 3–17.
- [16] - Reddy JN. A simple Higher order Theory for laminated composite plates. *ASME J Appl Mech* 1984;51:745 - 752.
- [17] - B. Zhao, Z-H. Lu, Y-N. Lu: Closed-form solutions for elastic stress-strain analysis in unbalanced adhesive single-lap joints considering adherend deformations and bond thickness: *Int. J. Adhes & Adhes* Vol. 31 (2011), pp. 434-445
- [18] - Quantian Luo, Liyong Tong. Analytical solutions for nonlinear analysis of composite single-lap adhesive joints. *International Journal of Adhesion & Adhesives* 29 (2009) 144– 154.
- [19] - Luo Q, Tong L. Analytical solutions for adhesive composite joints considering large deflection and transverse shear deformation in adherends. *Int J Solids Struct* 2008;45(22/23):5914–35.
- [20] - E. Selahi, M. Tahani*, S. A. Yousefsani. Analytical Solutions of Stress Field in Adhesively Bonded Composite Single-lap Joints under Mechanical Loadings. *IJE TRANSACTIONS C: Aspects* Vol. 27, No. 3, (March 2014) 475-486
- [21] - Chu, T. C., Ranson, W. F., Sutton, M. A., Peters, W. H., Application of digital image correlation techniques to experimental mechanics. *Experimental Mechanics*. Vol 25, 232-244, 1985
- [22] - Sutton, M. A., McNeil, S. R., Jang, J., Babai, M., Effect of subpixel image restoration on digital correlation error estimates, *Optical Engineering*. Vol 27, 870-877, 1988.

- [23] - S. Yoneyamaa. Y. Morimoto, M. Takashic, “Automatic Evaluation Of Mixed-Mode Stress Intensity Factors Utilizing Digital Image Correlation”, ICEM12-12th International Conference on Experimental Mechanics, Bari, (2004).
- [24] - M. Li, J. Zhang, C.Y. Xiong, J. Fang, J. M Li, Y. Hao - “Damage and fracture prediction of plastic-bonded explosive by digital image correlation processing”, *Optical and Lasers in Engineering* 43 (2005).
- [25] - D. Corr, M. Accardi, L. Graham-Brady, S. Shah - “Digital image correlation analysis of interfacial debonding properties and fracture behavior in concrete”, *Engineering Fracture Mechanics* 74 (2007)
- [26] - J. Kang, Y. Ososkov, J. David Embury and D. S. Wilkinson - “Digital image correlation studies for microscopic strain distribution and damage in dual phase steels”, *Scripta Materialia* 56 (2007)
- [27] - P. Baicchi, A. Cabrio, G. Nicoletto, R. Roncella - “Sviluppo di una mini macchina di prova per misure di deformazione con la tecnica di correlazione di immagini digitali”, XXXV Convegno Nazionale, 13-16 settembre 2006, Univ. Politecnica Marche
- [28] - P. Sandoza, JM. Friedtb, E. Carrya - “In-plane displacement measurement with sub pixel resolution: Application to vibration characterization of a shear-force scanning probe”, *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection V*, edited by Wolfgang Osten, Christophe Gorecki, Erik L. Novak, *Proc. of SPIE* Vol. 6616, 66162W, (2007)
- [29] - M.N. Helfrick, C. Niezrecki, P. Avitabile, T. Schmidt - “3D Digital Image Correlation Methods for Full-Field Vibration Measurement”, XXVI IMAC, Orlando Florida (2008)
- [30] - T. Schmidt, J. Tyson, D.M. Revilok JR., S. Padula, J.M. Pereira, M. Melis, K. Lyle - “Performance Verification of 3D Image Correlation Using Digital High-Speed Cameras” *Proceedings of the 2005 SEM Annual Conference and Exposition, Portland, Oregon, (2005)*

- [31] - D. Lecompte; A. Smits; S. Bossuyt; H. Sol; J. Vantomme; D. Van Hemelrijck; A. Habrakenc; "Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation", Optics and Lasers in Engineering, vol.44, pp.1132-1145, 2006
- [32] - Pan, B., et al., Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns. Opt. Express, 2008. 16: p. 7037 - 7048.