

*La felicità non viene dal possedere un gran numero di cose, ma
deriva dall'orgoglio del lavoro che si fa.
(Mahatma Gandhi)*

Indice dei contenuti

Premessa.....	1
1. Introduzione.....	5
1.1 Obiettivi.....	5
1.2 Metodologia proposta.....	6
2 Stato dell'arte.....	11
2.1 Introduzione.....	11
2.2 Normative di riferimento.....	14
2.3 Studio della letteratura.....	19
3 Il fenomeno vibratorio.....	43
3.1 Introduzione.....	43
3.2 Cenni di teoria dell'elasticità: sforzo e deformazione.....	45
3.3 Propagazione di onde nel terreno.....	48
3.4 L'analisi delle vibrazioni.....	57
4 Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota – rotaia.	63
4.1 Introduzione.....	63
4.2 Modelli di sovrastruttura.....	65
4.2.1 Modello alla Winkler per la modellazione dei supporti.....	65

4.2.2	Modello di trave su suolo elastico (Zimmermann)	68
4.2.3	Modello di trave doppio-strato.....	71
4.2.4	Modellazione dinamica	72
4.3	Modelli di veicolo	74
4.3.1	Modelli ad 1 grado di libertà.....	78
4.3.2	Modelli a 3 gradi di libertà.....	81
4.3.3	Modelli a 4 gradi di libertà.....	83
4.3.4	Modelli a 10 gradi di libertà.....	85
4.4	Modello di contatto ruota-rotaia.....	87
4.5	Modello di irregolarità della rotaia.....	89
4.5.1	La funzione di densità spettrale di potenza (PSD)	91
4.6	Interazione dinamica veicolo-sovrastuttura	99
5	Il ballast	103
5.1	Introduzione.....	103
5.2	Requisiti del ballast	105
5.2.1	Normativa italiana di riferimento.....	106
5.2.2	Normativa estera	113
5.3	Caratterizzazione meccanica del ballast.....	115
5.3.1	La prova triassiale	119
5.4	Sperimentazione	124
5.4.1	Il materiale	127
5.4.2	La resistenza dei singoli aggregati	128
5.4.3	Attrezzatura disponibile	132

5.4.4	Riduzione della granulometria	133
5.4.5	Confezionamento del provino	135
5.4.6	Caratterizzazione dello stato tensionale	136
5.4.7	Le prove statiche	139
5.4.1	Le prove dinamiche.....	142
6	Il modello “ibrido” di propagazione delle onde nel terreno	147
6.1	Introduzione.....	147
6.1.1	Il carico	148
6.1.2	Il fenomeno propagativo	149
6.1.3	La configurazione geometrica.....	151
6.1.4	Le condizioni al contorno	151
6.1.5	Analisi dei dati	152
6.2	Applicazione al case study “Linea 1 della Metropolitana di Napoli”	154
6.2.1	Dati sperimentali	156
6.2.2	Il modello analitico	157
6.2.3	Il modello F.E.M.....	161
6.2.4	Interazione fra i modelli.....	167
6.2.5	Analisi dei risultati	169
6.3	Applicazione al case study “Tratta S.Giorgio-Volla della Ex Circumvesuviana di Napoli”	171
6.3.1	Dati sperimentali	173
6.3.2	Il modello analitico	176
6.3.3	Il modello F.E.M.....	176
6.3.4	Interazione fra i modelli.....	179

6.3.5	Analisi dei risultati	180
7	Conclusioni e sviluppi futuri	183
	Appendice A	187
A.1	Calcolo delle funzioni di Green: metodo dei numeri d'onda discreti	187
	Appendice B.....	191
B.1	La trasformata di Fourier.....	191
B.2	Teorema del campionamento e teorema di Shannon & Nyquist.....	194
B.3	Fenomeno di aliasing.....	199
	Appendice C.....	201
C.1	Point Load Test	201
C.2	Prove dinamiche Granulometria 1.....	205
C.3	Prove dinamiche Granulometria 2.....	209
	Bibliografia	221

Indice delle figure

Figura 2.1 Propagazione delle vibrazioni nell'area circostante una linea ferroviaria (Innorail).	13
Figura 2.2 Assi di riferimento per la definizione delle direzioni delle vibrazioni ..	15
Figura 2.3: Rappresentazione del binario mediante il generico elemento trave (2D).	25
Figura 2.4 Esempio di spettri dei livelli di vibrazione lungo il percorso di propagazione	26
Figura 2.5 Spettri di carico e funzioni di Trasferimento adottate nel modello sperimentale	27
Figura 2.6: Metro tunnel della linea RER B di RATP a Parigi, case study analizzato da Clouteau et al.....	28
Figura 2.7 Percorso delle vibrazioni nel terreno e nelle strutture in elevazione	30
Figura 2.8 Irregolarità del binario schematizzata come spostamento relativo fra asse e rotaia.....	32
Figura 2.9 Software sviluppato da Hussein e Hunt sulla base del modello PiP	33
Figura 2.10 Confronti fra misure reali e risultati attesi, case study Torino (a) e Napoli (b).....	35
Figura 2.11 Confronto della risposta dinamica fra risultati sperimentali e simulazioni numeriche nel dominio del tempo (a) e delle frequenze (b).....	37
Figura 2.12 Confronto numerico sperimentale per linee a bassa (a) ed alta (b) velocità.....	39

Figura 2.13 Schematizzazione del sistema molla-smorzatore tridimensionale	40
Figura 2.14 Confronto fra soluzione analitica e numerica.....	41
Figura 2.15 Confronto fra risultati FEM e dati sperimentali nel dominio del tempo (a) e delle frequenze (b)	41
Figura 3.1 Principali tipi di onde meccaniche che si propagano in un mezzo continuo: onde di volume (a) e di superficie (b)	50
Figura 3.2 Propagazione delle onde nel mezzo continuo (Prof.Ing. Silvestri, 2014)	50
Figura 3.3 Fronti d'onda di onde P, S e R.....	52
Figura 3.4 Rifrazione e riflessione delle onde P, SH e SV.	54
Figura 3.5 Raddrizzamento dell'onda incidente in un multistrato.....	55
Figura 3.6 Rappresentazione di un'onda nel dominio del tempo e dello spazio.....	58
Figura 3.7 Rappresentazione di un segnale periodico.....	58
Figura 3.8 Rappresentazione di un segnale casuale nel dominio del tempo e delle frequenze.....	60
Figura 3.9 Risposta del sistema dinamico alla forza impulsiva.....	60
Figura 4.1 Rappresentazione schematica dell'insieme ruota – binario – ballast - sottofondo.....	66
Figura 4.2 Schematizzazione del modello di Winkler	66
Figura 4.3 Modello di rotaia su appoggi discreti	67
Figura 4.4 Modello di rotaia su appoggio continuo	68
Figura 4.5 Modello di trave su suolo elastico	68
Figura 4.6 Concio di trave.....	68
Figura 4.7 Linea elastica e momento di una trave soggetta a carico concentrato verticale.....	70
Figura 4.8 Modello doppio-strato	71
Figura 4.9 Modello di trave di Eulero.....	72
Figura 4.10 Modello di trave doppio-strato con molle e smorzatori	74
Figura 4.11 Modello ad 1 grado di libertà	78

Figura 4.12 Modello a 3 gradi di libertà	81
4.13 Modello a 4 gradi di libertà.....	83
Figura 4.14 Modello di contatto Hertziano	87
Figura 4.15: Spettro spaziale verticale basico (SAB Swedel) (DB).	93
Figura 4.16: Spettro spaziale verticale spezzato a due rette (British Railways).	94
Figura 4.17: Spettro spaziale verticale spezzato raccordato (SNCF).....	96
Figura 4.18 Spettro proposto per le linee ferroviarie americane.....	97
Figura 4.19 Confronto fra PSD di Montreal e PSD della SNFC	98
Figura 4.20 PSD spaziale proposta da Frederich	99
Figura 4.21 Interazione veicolo-sovrastuttura mediante contatto hertziano.....	100
Figura 5.1 Fuso granulometrico	108
Figura 5.2 Vagli e crivelli allungati	109
Figura 5.3 Abrasione del pezzo di pietrisco in funzione del coefficiente Los Angeles (sotto carico per asse da 22,5 t) (Lichtberger, 2010)	111
Figura 5.4 Stato tensionale nel ballast (Kaya M. , 2004).....	116
Figura 5.5 Deformazione nei materiali granulari durante un ciclo di carico	117
Figura 5.6 Deformazioni verticali totali e residue	119
Figura 5.7 Apparecchiatura triassiale.....	123
Figura 5.8 Tensione di contatto fra due sfere.....	125
Figura 5.9 Dipendenza del Modulo Resiliente dalla dimensione degli aggregati	126
Figura 5.10 Modulo di carico e scarico.....	127
Figura 5.11 Curva granulometrica adottata.....	128
Figura 5.12 Apparecchiatura per eseguire la prova Poin Load Test	129
Figura 5.13 Limitazioni imposte per le dimensioni del provino	130
Figura 5.14 Resistenza in funzione della pezzatura nella prova Los Angeles (a) e in Point Load Test (b)	131
Figura 5.15 INSTRON 8502 disponibile presso il LaStra	132
Figura 5.16 Granulometria 1	134
Figura 5.17 Granulometria 2.....	135

Figura 5.18 Modello teorico di riferimento	137
Figura 5.19 Modello F.E.M. del ballast	137
Figura 5.20 Stato tensionale	138
Figura 5.21 Distribuzione delle tensioni lungo z	138
Figura 5.22 Distribuzione delle tensioni lungo x	139
Figura 5.23 Provino spanciato a fine prova	140
Figura 5.24 Elaborazione prove triassiali statiche	140
Figura 5.25 Moduli di elasticità al variare della tensione di confinamento	141
Figura 5.26 Confronto moduli elastici	141
Figura 5.27 Coefficienti K e n al variare della granulometria adottata (diametro medio della granulometria)	144
Figura 6.1 Sovrastruttura della Linea 1 della Metropolitana di Napoli	155
Figura 6.2 Materiale rotabile della Metropolitana di Napoli	155
Figura 6.3 Sensori disposti sull'armamento e sulla parete della galleria della Linea 1	157
Figura 6.4 Esempio di registrazione usando velocimetri disposti di fianco alla rotaia nel dominio del tempo e delle frequenze	157
Figura 6.5 Modello di veicolo a 10 g.d.l.	158
Figura 6.6 Schematizzazione delle forze di interazione	160
Figura 6.7 Stratigrafia del punto di misura	163
Figura 6.8 Calibrazione del settore smorzante	164
Figura 6.9 Time histories degli spostamenti verticali dei punti sotto forza	164
Figura 6.10 Calibrazione del settore circolare	165
Figura 6.11 Time histories nel modello di settore circolare	165
Figura 6.12 Time history del punto sotto forza al variare della frequenza di acquisizione del segnale	166
Figura 6.13 Modello di propagazione FEM tridimensionale riferito alla Linea 1: modello completo (a) e dettaglio dell'area di studio (b)	166

Figura 6.14 Deformata (analisi statica) del modello di propagazione della Linea 1	167
Figura 6.15 Time histories degli spostamenti verticali dei punti della mesh in direzione longitudinale nel modello relativo alla Linea 1	167
Figura 6.16 Confronto fra i rilievi sperimentali e le simulazioni numeriche nel dominio del tempo (a) e nel dominio delle frequenze (b)	170
Figura 6.17 Schema delle linee della ex Circumvesuviana	172
Figura 6.18 Sovrastruttura della Circumvesuviana di Napoli	172
Figura 6.19 Figurino ETR FE 220	173
Figura 6.20 Localizzazione delle sezioni di misura	175
Figura 6.21 Esempio di registrazione usando accelerometri disposti di fianco alla rotaia nel dominio del tempo e delle frequenze	175
Figura 6.22 Caratteristiche delle sospensioni	176
Figura 6.23 Stratigrafia nelle adiacenze della sezione di misura	177
Figura 6.24 Modello di propagazione FEM tridimensionale riferito alla Tratta S.Giorgio-Volla: modello completo (a) e dettaglio dell'area di studio (b)	178
Figura 6.25 Deformata (analisi statica) del modello di propagazione della tratta S.Giorgio-Volla	179
Figura 6.26 Time histories degli spostamenti verticali dei punti della mesh in direzione longitudinale nel modello relativo alla tratta S.Giorgio-Volla	179
Figura 6.27 Confronto fra i dati sperimentali e le simulazioni numeriche nel dominio delle frequenze	181
Figura A-1 Configurazione del modello: un numero infinito di sorgenti viene distribuito orizzontalmente e distanziate di un intervallo L . La distanza fra le sorgenti ed il punto di osservazione è d , λ è la lunghezza d'onda della radiazione.	188
Figura B-1 Sistema dinamico lineare	191
Figura B- 2 Calcolo della risposta di un sistema dinamico lineare	192

Figura B- 3 Descrizione di un sistema LTI nel dominio del tempo (in blu) e nel dominio delle frequenze (in rosso).....	193
Figura B-4 Spettro $X\delta(f)$ risultante dal campionamento di un segnale $x_a(t)$ a banda limitata: (a) campionamento con $f_c > 2W$; (b) campionamento con $f_c = 2W$; (c) campionamento con $f_c < 2W$	196
Figura B-5 Spettro $X_a(f)$ di un segnale a banda rigorosamente limitata (a); Spettro $X_a(f)$ di un segnale a banda rigorosamente limitata che genera lo stesso spettro $X_d(f)$ del segnale di Figura B-5 (a) nel caso $f_c < 2W$ (b).....	197
Figura B-6 Ricostruzione del segnale $x_a(t)$ a partire dal segnale $x\delta(t)$: (a) spettro $X\delta(f)$ risultante dal campionamento (caso $f_c > 2W$); (a) risposta in frequenza $H_r(f)$ del filtro di ricostruzione; (a) spettro $X_r(f)$ del segnale ricostruito. Si noti che $X_r(f) \equiv X_a(f)$ e quindi $x_r(t) \equiv x_a(t)$ se sono soddisfatte le ipotesi del teorema del campionamento.	198
Figura B-7 Interpretazione nel dominio del tempo del fenomeno dell'aliasing (caso di una sinusoidale a frequenza f_0 campionata con frequenza $f_c < 2f_0$): in alto, campioni della sinusoidale $x_a(t)$; in basso, sinusoidale originale $x_a(t)$ (in nero) e sinusoidale ricostruita $x_r(t)$ con aliasing (in rosso). Si noti che le sinusoidi $x_a(t)$ e $x_r(t)$, pur avendo frequenze diverse, sono caratterizzate dagli stessi campioni $x(n)$	199
Figura C-1 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione. 205	205
Figura C-2 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	205
Figura C-3 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.	206

Figura C-4 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 fuori campo di linearità ($q=510-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	206
Figura C-5 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A1”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	207
Figura C-6 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A2”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	207
Figura C-7 Prova triassiale dinamica “Prova 3-B”, realizzata sulla Granulometria 1 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	208
Figura C-8 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	209
Figura C-9 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	209
Figura C-10 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	210
Figura C-11 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=250-350$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	210
Figura C-12 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	211

Figura C-13 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità (q=150-250 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	211
Figura C-14 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	212
Figura C-15 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	212
Figura C-16 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	213
Figura C-17 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A4”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	213
Figura C-18 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità (q=250-350 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	214
Figura C-19 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=0-100 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	214
Figura C-20 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=0-100 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	215
Figura C-21 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=0-100 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	215

Figura C-22 Prova triassiale dinamica “Prova 3”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità (q=150-250 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	216
Figura C-23 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	216
Figura C- 24 C-25 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	217
Figura C-26 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	217
Figura C-27 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A4”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=50-150 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	218
Figura C-28 Prova triassiale dinamica “Prova 3”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità (q=250-350 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	218
Figura C-29 Prova triassiale dinamica “Prova 4-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=0-100 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	219
Figura C-30 Prova triassiale dinamica “Prova 4-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=0-100 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	219
Figura C-31 Prova triassiale dinamica “Prova 4-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità (q=0-100 kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.....	220

Figura C-32 Prova triassiale dinamica “Prova 3”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione..... 220

Indice delle tabelle

Tabella 2.1 Valori e livelli limite delle accelerazioni complessive ponderate per l'asse z (a) e x e y (b)	16
Tabella 2.2 Valori limite delle accelerazioni ponderate in frequenza validi per le vibrazioni impulsive.....	17
Tabella 4.1 Coefficienti A_v e ω_c	96
Tabella 4.2 Parametri a e b della PSD di Frederich in funzione del grado di invecchiamento della rotaia	98
Tabella 5.1 Fuso granulometrico	107
Tabella 5.2 Contenuto di particelle fini	108
Tabella 5.3 Contenuto di fini	108
Tabella 5.4 Valore limite della perdita in massa per ogni categoria RFI.....	111
Tabella 5.5 Coefficiente di assorbimento per ogni categoria RFI	112
Tabella 5.6 Curva granulometrica definita dalla AS2758.7.....	114
Tabella 5.7 Curva granulometrica definita da AREMA	115
Tabella 5.8 Confronto delle caratteristiche fisiche secondo standard australiano ed americano.....	115
Tabella 5.9 Tipi di prova triassiale.....	121
Tabella 5.10 Risultati Prova Los Angeles.....	129
Tabella 5.11 Setacci convertiti.....	133
Tabella 5.12 Granulometria 1	134

Tabella 5.13 Granulometria 2	134
Tabella 5.14 Regressione lineare multipla dei risultati delle prove triassiali dinamiche	143
Tabella 5.15 Parametri della regressione per il calcolo del modello costitutivo ..	144
Tabella 6.1 Principali caratteristiche della sovrastruttura e del materiale rotabile	156
Tabella 6.2 Dettagli tecnici del materiale rotabile HRT	158
Tabella 6.3 Caratteristiche della rotaia	159
Tabella 6.4 Principali caratteristiche dell'elettrotreno ETR FE 220 e della sovrastruttura.....	173
Tabella 6.5 Disposizione degli accelerometri	174
Tabella C-1 Risultati Point Load Test.....	203

Premessa

La rotaia, intesa come elemento di supporto e di guida, è stata utilizzata per la prima volta nel XVI secolo. In quei tempi nelle miniere in Inghilterra erano adottate strade in legno al fine di ridurre la resistenza dei veicoli minerari e le superfici di scorrimento erano dotate di un bordo sollevato, per garantire il movimento dei veicoli lungo la traiettoria. Nel XVIII secolo, durante la rivoluzione industriale, a seguito di una crisi di sovra-produzione nel settore del ferro in Inghilterra, la superficie di rotolamento fu dotata di piastre di ghisa, consentendo una riduzione dell'attrito. Alla fine del 1800 a Outtram, furono adottate le prime rotaie provviste di una zoccolatura in ghisa poggiante su delle traversine in legno, mentre ruote flangiate consentivano la guida dei veicoli, così come succede ancora nella pratica odierna.

Mentre inizialmente i veicoli erano trainati dall'uomo o dai cavalli, a seguito dell'invenzione della macchina a vapore fu introdotta la prima locomotiva, consentendo di estendere l'uso delle ferrovie anche al trasporto passeggeri. La prima ferrovia fu aperta fra Stockton e Darlington nel 1825, mentre sulla terraferma il primato in Europa va al Belgio, che creò una tratta fra Mechelen e Bruxelles che consentisse un collegamento con l'entroterra tedesco, bypassando i canali navigabili olandesi; in Italia la prima linea ferroviaria fu la Napoli-Portici, nel regno delle due Sicilie, inaugurata il 3 ottobre 1839.

Le ferrovie divennero una nuova forma di trasporto con caratteristiche fino ad allora sconosciute: capacità, velocità ed affidabilità. Furono rese accessibili grandi aree che prima non potevano essere soggette a sviluppo a causa della sola presenza di collegamenti realizzati attraverso strade primitive e collegamenti marittimi.

Le ferrovie formarono un enorme stimolo allo sviluppo politico, economico e sociale nel XX secolo; paesi come gli Stati Uniti ed il Canada furono aperti grazie al trasporto ferroviario e divennero un'unità politica; in Russia e Cina le ferrovie giocano ancora oggi un ruolo cruciale.

Proprio mentre il trasporto ferroviario deteneva il monopolio, nel XX secolo con l'avvento dei motori a combustione e jet questa modalità di trasporto ha dovuto interfacciarsi con forti competitori, quali bus, automobili ed aeroplani.

La motorizzazione di massa avvenuta a seguito della Seconda Guerra Mondiale generò, però, una serie di nuovi problemi soprattutto nelle aree densamente popolate: mancanza di spazi, congestione, mancanza di sicurezza, emissione di sostanze dannose e inquinamento atmosferico.

Proprio in quest'ottica, le ferrovie possono essere considerate preferibili perché sono caratterizzate da:

- uso limitato dello spazio, se comparato all'elevata capacità di trasporto;
- affidabilità e sicurezza;
- elevato grado di automazione e gestione;
- moderato impatto ambientale. (Esveld, 2001)

Negli ultimi decenni si è assistito ad un forte incremento dell'utilizzo dei veicoli e delle infrastrutture ferroviarie, volte a trasformare il sistema in una rete ad Alta Velocità (AV) ed Alta Capacità (AC), allo scopo di migliorare la gestione della linea (sicurezza, puntualità, adattabilità a eventi fuori norma come i ritardi) in presenza contemporanea di convogli con velocità differenti, come treni passeggeri e merci, oppure convogli locali più lenti insieme a treni veloci a lunga percorrenza.

Questo ampliamento strutturale ha comportato negli ultimi anni un incremento di sollecitazioni derivanti da un esercizio più intenso, nonché una maggiore evoluzione dei fenomeni di degrado del materiale rotabile e delle infrastrutture.

Tutto ciò ha reso più evidenti il disturbo ed i danni ambientali causati dalle vibrazioni. Esse possono, infatti, indurre problemi di oscillazione negli edifici adiacenti all'infrastruttura, causando disturbo ai residenti, alle attività, alle apparecchiature particolarmente sensibili e, nella peggiore delle ipotesi, lievi danni agli edifici circostanti. Questo problema, risulta, dunque di particolare interesse nei centri urbani, in cui sono coinvolti edifici, sottoservizi e sovrastrutture.

Esso risulta generato da molteplici cause che possono essere ricondotte a difetti isolati lungo la linea ferroviaria, difetti di natura geometrica, oppure di natura strutturale; in questa sede si vuole porre particolare attenzione ai problemi legati alla sovrastruttura. In quest'ottica, la causa principale delle vibrazioni indotte da traffico ferroviario o metropolitano è identificabile nell'interazione dinamica fra ruota del veicolo in movimento e profilo del binario, indotte dalla micro-rugosità delle superfici di rotolamento. Infatti, siccome quest'ultimo è caratterizzato sempre da un certo grado di irregolarità, si generano delle accelerazioni verticali, determinando, cioè, una variazione dinamica della forza rispetto al caso statico.

La diagnosi precoce dei difetti può consentire un intervento tempestivo e dunque lo scongiurarsi di situazioni di potenziale pericolo.

La garanzia della sicurezza delle infrastrutture passa attraverso la manutenzione che, pertanto, riveste un ruolo cruciale nella moderna gestione di una rete ferroviaria anche in relazione ai notevoli risvolti economici. Nell'ottica di una corretta gestione delle infrastrutture ferroviarie, si ritiene pertanto indispensabile l'individuazione di soluzioni di monitoraggio dei veicoli in transito e delle infrastrutture che consentano di prevenire situazioni di minaccia, pur contenendo i costi.

Nonostante l'importanza del problema, ad oggi, nella pratica ingegneristica italiana non esiste una metodologia diffusa di previsione e controllo delle vibrazioni, anche

Premessa

se si ha un numero crescente di case histories, spesso generati da scontri legali fra comunità danneggiate e aziende ferroviarie.

1. Introduzione

1.1 Obiettivi

Scopo del presente progetto di ricerca è quello di promuovere una metodologia previsionale per lo studio delle vibrazioni che si generano in prossimità di linee metropolitane a causa della presenza di difettosità del binario; il fenomeno di propagazione viene studiato attraverso l'ausilio di un modello che può essere definito "ibrido", in quanto può essere suddiviso in due sotto-modelli: nel primo, detto di "generazione", viene analizzata l'interazione dinamica tra il materiale rotabile e l'armamento ferroviario; nel secondo, detto di "propagazione", le forze di interazione fornite dal modello precedente vengono applicate sull'arco rovescio e la propagazione di onde di vibrazione è ottenuta per mezzo di un approccio con metodo degli elementi finiti (F.E.M.).

1.2 Metodologia proposta

Per conseguire l'obiettivo precedentemente descritto, è necessario avere piena conoscenza dei fenomeni di propagazione delle onde nei mezzi e dell'interazione ruota-rotaia al fine di comprendere come questi fenomeni possano determinare l'instaurarsi del moto vibratorio a seguito del passaggio del treno.

Esso risulta generato da molteplici cause che possono essere ricondotte a difetti isolati lungo la linea ferroviaria, difetti di natura geometrica, oppure di natura strutturale; in questa sede si vuole porre particolare attenzione ai problemi legati alla sovrastruttura. In quest'ottica, la causa principale delle vibrazioni indotte da traffico ferroviario o metropolitano è identificabile nell'interazione dinamica fra ruota del veicolo in movimento e profilo del binario, indotte dalla micro-rugosità delle superfici di rotolamento. Infatti, siccome quest'ultimo è caratterizzato sempre da un certo grado di irregolarità, si generano delle accelerazioni verticali, determinando, cioè, una variazione dinamica della forza rispetto al caso statico.

La ricerca oggetto di questo lavoro di tesi nasce nell'ambito del progetto di ricerca SICURFER (Tecnologie innovative per la SICUREzza della circolazione dei veicoli FERroviari), inteso a studiare nuove unità diagnostiche (UD) installabili a terra o a bordo, a seconda della necessità, per il monitoraggio della linea ferrata. I partner del progetto sono Ansaldo STS, Circumvesuviana, Rete Ferroviaria Italiana, SelexElsag, Intecs, IsaRail, Strago, TecnoSistem, 3F&EDIN, TRS, Università degli Studi del Sannio, Università degli Studi Federico II di Napoli, TEST, TRAIN, Contact, Softeco; la collaborazione con essi ha consentito un produttivo scambio di informazioni e l'accesso a misure dirette realizzate in campo, altrimenti non ottenibili.

Ai fini della validazione dei modelli è, infatti, fondamentale disporre di un adeguato dataset su cui effettuare le calibrazioni.

Nello specifico i dati utilizzati ai fini della ricerca sono raccolti grazie ai database di diverse fonti. Da essi è possibile, ad esempio, risalire a misure, a diverse

profondità, di vibrazioni indotte dal passaggio del treno metropolitano della linea 1, in corrispondenza della fermata Montedonzelli, prima e dopo la riprofilatura del binario. Ad essi si affianca la stratigrafia e la planimetria del sito oggetto di studio, al fine di studiare il fenomeno di propagazione delle onde nel mezzo.

Ai dati della Linea 1 della metropolitana di Napoli, inoltre, si aggiungono le misure di vibrazione realizzate sulla linea EAV (ex Circumvesuviana) sulla tratta San Giorgio – Volla, volte a verificare che le prestazioni delle traverse biblocco “VSB 95 I 50 NABLA” impiegate su ballast fossero tali da garantire, in esercizio, una corretta operatività funzionale, paragonabile a quella delle traverse “VAX 95 I 50 NABLA”, già collaudate per questo tipo di massicciata.

L’importanza di questo secondo dataset di misure risiede nel fatto che, come si vedrà nel Capitolo 6:, esse consentiranno la validazione del modello proposto in questo studio.

Fra gli obiettivi secondari della ricerca, strategici per conseguire l’obiettivo principale, è importante annoverare:

- studio delle caratteristiche meccaniche del ballast;
- definizione di un modello costitutivo del letto di pietrisco utilizzato per massicciate ferroviarie.

A fronte di tale introduzione al problema, la presente ricerca è improntata sull’analisi teorico-sperimentale dei fenomeni fisici connessi alla diffusione delle vibrazioni nel terreno.

In coerenza con il raggiungimento degli obiettivi, l’attività di ricerca della durata di tre anni, è stata articolata temporalmente come di seguito riportato.

1. I anno: analisi bibliografica, della normativa e dell’evoluzione metodologica, riferita allo studio dei problemi ferroviari, in termini di analisi delle vibrazioni e di gestione e manutenzione delle linee. Analisi dei modelli presenti in letteratura allo stato attuale per approcciare il problema ed individuazione di criticità e punti di forza di ciascuno di essi.

2. II anno: Raccolta, analisi e classificazione dati e conseguente creazione di modelli di generazione e di propagazione delle vibrazioni nel terreno. È importante, in questa fase, l'adozione di un modello basato su ipotesi quanto più possibile aderenti alla realtà, al fine di poter ridurre al minimo l'errore e consentire, nelle fasi successive, un soddisfacente confronto di dati reali e dati provenienti dalla simulazione.
3. III anno: Validazione dei modelli attraverso l'applicazione degli stessi a differenti casi studio applicativi.

La struttura della tesi ha una sequenza logica che riflette quindi l'esigenza di conoscere ed analizzare alcuni ambiti per consentire poi un'adeguata risoluzione del problema. Di seguito se ne riporta in maniera schematica la struttura.

1. Capitolo 1: è considerato uno schema utile all'inquadramento della ricerca proposta, finalizzato a chiarire in termini introduttivi gli obiettivi della ricerca e le metodologie impiegate per perseguirli.
2. Capitolo 2: contiene lo stato dell'arte rivolto alla valutazione dei limiti imposti dalle norme europee in merito alla misurazione delle vibrazioni immesse nell'ambiente ed ai limiti massimi che esse possono raggiungere ed allo studio dei principali modelli presenti in letteratura per la schematizzazione del fenomeno.
3. Capitolo 3: fornisce una panoramica sull'approccio che si utilizza per lo studio delle vibrazioni, evidenziando come esse possano essere trattate seguendo la classica teoria delle onde sismiche.
4. Capitolo 4: presenta una dettagliata analisi dei modelli presenti in letteratura per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotai.
5. Capitolo 5: in questo capitolo è presentata la sperimentazione svolta sul ballast ferroviario, volta a definire un modello costitutivo del materiale, testato in una cella triassiale facendo ricorso alla tecnica della riduzione in scala della granulometria.

6. Capitolo 6: fornisce l'esplicitazione del modello "ibrido", attraverso l'applicazione di quanto già presentato nel capitolo 4 ai case study "Linea 1 della Metropolitana di Napoli" e "Tratta S.Giorgio-Volla della ex Circumvesuviana di Napoli".
7. Capitolo 7: sintetizza gli obiettivi raggiunti e quelli che si propone di conseguire in futuro.

In appendice sono riportati approfondimenti riguardanti i modelli matematici del numero d'onda o funzione di Green (Appendice A); cenni sull'analisi di Fourier ed i correlati teoremi del campionamento e di Shannon-Nyquist, nonché il problema dell'aliasing (Appendice B); i risultati delle prove effettuate in laboratorio sul ballast (Appendice C).

2 Stato dell'arte

2.1 Introduzione

Negli ultimi anni, i sistemi di trasporto ferroviario sono stati spesso oggetto di lamentele da parte della popolazione che vive nei pressi delle linee sotterranee e fuori terra; il disturbo è solitamente causato dalla emissione diretta di rumori solidi (o strutturali) e vibrazioni indotti dalle ferrovie, dalle metropolitane e dalle tranvie. Questa problematica, accoppiata alla crescente sensibilità all'impatto ambientale da parte della comunità, richiede sempre più frequentemente la conduzione di studi e di valutazione di impatto per la componente da vibrazione e da rumore solido, sia per le nuove infrastrutture, sia per l'adeguamento ed il potenziamento di linee esistenti (Esveld, 2001) (Pezzoli, 6/2004).

In particolare, a partire dagli anni '60, il rumore è divenuto sempre più una questione di rilevante importanza, in quanto con l'aumento di questo la popolazione ha iniziato a prendere coscienza delle problematiche ad esso connesse. Tuttavia, come rileva la relazione di Wilson del 1963 (Wilson, 1963): "Vi è una notevole quantità di prove che, all'aumentare del tenore di vita, le persone hanno meno probabilità di tollerare il rumore". Nel 1996 durante la European

Commission Green Paper tenutasi a Bruxelles, fu stimato che il 20% della popolazione dell'Europa occidentale aveva vissuto in zone in cui il livello di rumore ambientale era maggiore di 65 dB e ben il 60% della popolazione aveva vissuto nelle zone dove il livello di rumore era più di 55 dB (Future Noise Policy, European Commission Green Paper, COM(96) 540 final, 1996).

La principale fonte di rumore era rappresentato dal traffico proveniente dalle strade e dalle ferrovie.

Allo stesso modo del rumore, anche le vibrazioni generate dal traffico ferroviario causano disturbo.

La modellazione di queste ultime è divenuta negli ultimi decenni sempre più importante, soprattutto perché connessa alla valutazione delle performance attese dalle contromisure adottate.

Le vibrazioni generate dal passaggio dei veicoli ferroviari sono la risultante di molteplici componenti, caratterizzate da differenti proprietà di ampiezza, frequenza ed angolo di fase. Le vibrazioni solitamente avvengono a frequenze inferiori a 50 Hz, mentre a frequenze superiori il fenomeno si attenua molto rapidamente; l'energia alle alte frequenze è trasmessa principalmente sotto forma di rumore attraverso le ruote e le rotaie; in altri termini si può dire che le vibrazioni sono contenute in un range di frequenza che va da 0 a 100 Hz, mentre si ha rumore quando la frequenza del segnale è compresa fra 30 e 2000 Hz (Esveld, 2001).

Il terreno si comporta come un filtro, che generalmente attenua l'intensità delle componenti vibrazionali a tutte le frequenze, tranne che alle proprie frequenze naturali di risonanza, dove amplifica l'ampiezza delle vibrazioni stesse. Una volta che le vibrazioni hanno raggiunto le fondazioni dell'edificio, il campo di moto si trasmette dal terreno alla struttura dell'edificio, modificando la loro ampiezza ed il contenuto in frequenza. Alla stessa maniera del terreno, anche la struttura dell'edificio potrebbe amplificare o attenuare il livello vibratorio, in funzione del tipo di fondazione, del tipo di materiale da costruzione dell'edificio, del numero di piani e della geometria della struttura dell'edificio (Clough & Penzien, 2003).

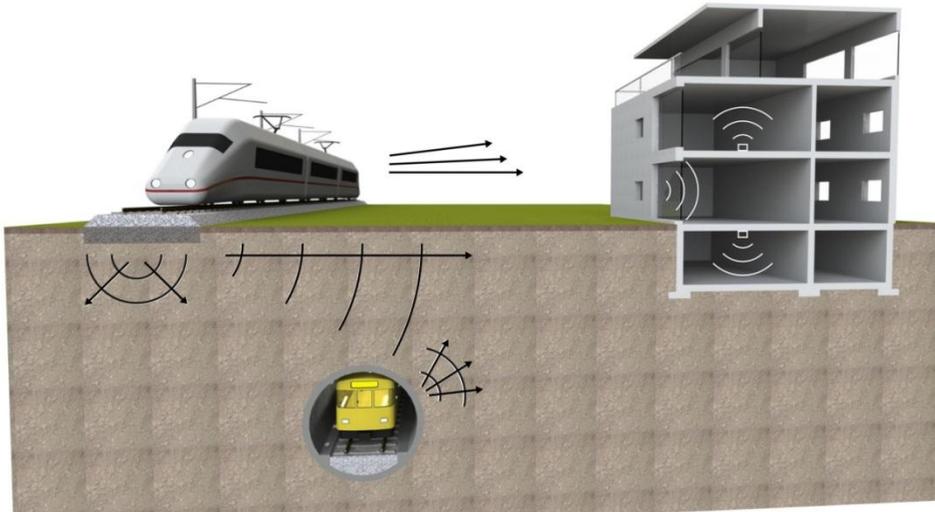


Figura 2.1 Propagazione delle vibrazioni nell'area circostante una linea ferroviaria (Innorail).

Le vibrazioni prodotte dai treni tipicamente non causano problemi di tipo strutturale, ma possono produrre un disagio significativo solo alle persone che si trovano all'interno di edifici. Infatti, le vibrazioni possono produrre movimenti percettibili del pavimento o di finestre, scuotimento di oggetti su mensole o attaccati ai muri, o anche rimbombo acustico. Le ruote dei treni si muovono sui binari creando un'energia vibrazionale che si trasmette verso l'esterno attraverso il sistema di supporto dei binari.

La quantità di energia trasmessa dipende, in maniera rilevante, da alcuni fattori quali la scabrezza delle ruote e dei binari, oppure dalle frequenze di risonanza del sistema di sospensione dei veicoli e del sistema di supporto dei binari. Le vibrazioni dell'armamento ferroviario eccitano il sottosuolo, creando delle onde meccaniche che si propagano attraverso gli strati di terreno e/o di roccia verso le fondazioni degli edifici più prossimi. Le vibrazioni, quindi, si trasmettono dalla fondazione alla struttura in elevazione. Qui la massima ampiezza di vibrazione dei solai e delle pareti spesso si manifesta in corrispondenza della frequenza di risonanza dei singoli elementi.

2.2 Normative di riferimento

Lo studio del moto vibrazionale avviene tramite la descrizione dell'andamento delle grandezze cinematiche che lo caratterizzano (accelerazione, velocità, spostamento) nel dominio del tempo e/o della frequenza.

Le misure di vibrazioni possono essere effettuate con modalità e scopi diversi:

- misura del livello di vibrazione: viene rilevato il livello di vibrazione di un sistema meccanico o il livello di vibrazione trasmesso al corpo umano, per confrontarlo con il valore ammesso da norme di sicurezza o per valutare le sollecitazioni meccaniche indotte;
- misura dell'eccitazione: vengono misurate forze o momenti che possono costituire delle forzanti, cioè azioni che applicate ad un sistema in grado di vibrare lo pongono in vibrazione;
- misura della risposta di un sistema ad un'eccitazione nota: questo tipo di misura viene effettuata per identificare sperimentalmente funzione di risposta in frequenza di un corpo o un sistema di corpi e di stimarne le frequenze proprie e i modi propri di vibrare.

Le normative di riferimento per lo studio di tali grandezze sono:

- UNI 9614:1990;
- UNI 9942:1992 (ritirata il 03/09/2009);
- UNI 9916:2004.

In particolare, la UNI 9614:1990 rappresenta una “*guida per la valutazione delle vibrazioni considerate come possibile causa di danni strutturali o architettonici agli edifici*”.

Le vibrazioni che giungono agli edifici sono definite:

- di livello costante: se l'accelerazione complessiva (ponderata in frequenza) varia nel tempo in un intervallo di ampiezza inferiore a 5 dB;

- di livello non costante: se il suddetto livello varia in un intervallo di ampiezza superiore a 5 dB;
- impulsive: se originate da eventi di breve durata e costituiti da un rapido aumento del livello di accelerazione, con conseguente eventuale oscillazione della struttura, in funzione dello smorzamento della stessa.

Le vibrazioni di livello costante sono caratterizzate mediante la misura del valore efficace di accelerazione (espressa in m/s^2) o del corrispondente livello (espresso in dB) e definito dalla seguente relazione:

$$L = 20 \cdot \log \left(\frac{a}{a_0} \right) \quad (2.1)$$

in cui a rappresenta il valore efficace dell'accelerazione ed $a_0 = 10^{-6} m/s^2$ è il valore efficace dell'accelerazione di riferimento.

Gli effetti delle vibrazioni di frequenza diversa sono cumulativi, per cui bisogna impiegare un metodo di misura basato sulla valutazione complessiva delle accelerazioni. Siccome gli effetti prodotti dalle vibrazioni sono differenti a seconda delle frequenze ad esse associati, la normativa suggerisce di applicare dei filtri che consentano di omogeneizzare gli effetti delle accelerazioni sul soggetto esposto, rendendo tutte le componenti dello spettro equivalenti in termini di percezione e disturbo.

I simboli usati per indicare l'accelerazione complessiva ponderata in frequenza e del corrispondente livello sono a_w e L_w , mentre gli assi di riferimento sono riportati in Figura 2.2.

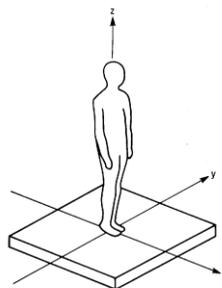


Figura 2.2 Assi di riferimento per la definizione delle direzioni delle vibrazioni

Le vibrazioni di livello non costante possono essere misurate rilevando, in un certo arco di tempo, l'accelerazione equivalente ($a_{w,eq}$) o il livello di accelerazione ($L_{w,eq}$), definiti dalle seguenti relazioni:

$$a_{w,eq} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T [a_w(t)]^2 dt \right]^{0,5} \quad L_{w,eq} = 10 \cdot \log \left[\frac{1}{T} \int_0^T [a_w(t)/a_0]^2 dt \right]$$

dove T è la durata del rilievo espressa in secondi, mentre a_0 è la già precedentemente definita accelerazione di riferimento.

Per la valutazione del disturbo cagionato dalle vibrazioni di livello costante e non, i valori delle accelerazioni complessive ponderate in frequenza o i corrispondenti livello più elevati riscontrati sui tre assi devono essere confrontati con i limiti riportati in Tabella 2.1.

	a m/s ²	L dB
aree critiche	5,0 10 ⁻³	74
abitazioni (notte)	7,0 10 ⁻³	77
abitazioni (giorno)	10,0 10 ⁻³	80
uffici	20,0 10 ⁻³	86
fabbriche	40,0 10 ⁻³	92

(a)

	a m/s ²	L dB
aree critiche	3,6 10 ⁻³	71
abitazioni (notte)	5,0 10 ⁻³	74
abitazioni (giorno)	7,2 10 ⁻³	77
uffici	14,4 10 ⁻³	83
fabbriche	28,8 10 ⁻³	89

(b)

Tabella 2.1 Valori e livelli limite delle accelerazioni complessive ponderate per l'asse z (a) e x e y (b)

Infine, le vibrazioni impulsive possono essere rilevate misurando il valore di picco dell'accelerazione complessiva ponderata in frequenza; tale valore va moltiplicato per 0.71 per misurare il corrispondente valore efficace; per la valutazione del disturbo, il valore efficace dell'accelerazione così calcolato va confrontato con i limiti riportati in

	asse z m/s ²	assi x e y m/s ²
aree critiche	5,0 10 ⁻³	3,6 10 ⁻³
abitazioni (notte)	7,0 10 ⁻³	5,0 10 ⁻³
abitazioni (giorno)	0,30	0,22
uffici e fabbriche	0,64	0,46

Tabella 2.2 Valori limite delle accelerazioni ponderate in frequenza validi per le vibrazioni impulsive.

Con particolare riferimento alle vibrazioni prodotte da veicoli ferroviari ed immesse nelle abitazioni, la normativa indica come riferimento i valori di $30,0 \cdot 10^{-3}$ (asse z) e $21,6 \cdot 10^{-3}$ (assi x e y) m/s².

La normativa UNI 9916:2004 “*fornisce una guida fornisce una guida per la scelta di appropriati metodi di misura, di trattamento dei dati e di valutazione dei fenomeni vibratorii per permettere la valutazione degli effetti delle vibrazioni sugli edifici, con riferimento alla loro risposta strutturale ed integrità architettonica*”.

Definite le caratteristiche del fenomeno vibratorio (in termini di meccanismo di eccitazione e trasmissione, durata del fenomeno, natura deterministica o aleatoria del fenomeno, distribuzione spettrale del moto), la norma definisce quali sono le grandezze da misurare:

- l'accelerazione è la grandezza più facilmente misurabile grazie alla disponibilità di strumenti (accelerometri) molto efficienti che possiedono sensibilità e risposta in frequenza adeguate e robustezza e facilità d'impiego elevata;
- la velocità è la grandezza normalmente utilizzata per definire parametri e valori di riferimento nella valutazione del danno essendo direttamente legata all'energia cinetica. La strumentazione esistente, pur essendo efficiente ed affidabile, presenta però dei limiti nella risposta alle basse frequenze. Per questo motivo, specialmente quando si ha motivo di ritenere importanti le componenti del moto a bassa frequenza, è prassi comune

misurare direttamente l'accelerazione ed ottenere poi la velocità per integrazione del segnale.

In particolare, con riferimento al trattamento dei dati, la normativa introduce la “Velocità di picco puntuale (p.p.v. - peak particle velocity)”, definita come il valore massimo del modulo del vettore velocità, misurato in un dato punto o ottenuto per integrazione, attraverso la misurazione simultanea delle tre componenti mutuamente perpendicolari della velocità nel punto considerato. La “Velocità di picco di una componente puntuale (p.c.p.v. - peak component particle velocity)” è, invece, ottenuta come misurazione del modulo di una sola delle tre componenti ortogonali misurate simultaneamente in un punto o ottenute mediante integrazione. Infine, la normativa affronta il problema dell'analisi spettrale: essa è utilizzata per la determinazione della frequenza ed ampiezza delle componenti armoniche della risposta nel punto di misurazione considerato.

L'analisi, continua la normativa, è, di solito, eseguita sui dati acquisiti attraverso una scheda ADC ("Analog to Digital Converter"), utilizzando un software di analisi. Il sistema di acquisizione deve essere dotato di un filtro passa-basso con funzioni "anti-aliasing", la cui frequenza di taglio deve variare in funzione della massima frequenza di analisi impostata dall'operatore e della pendenza del filtro stesso. In generale l'analisi può essere limitata a 250 Hz, pur considerando con attenzione casi quali esplosioni molto prossime all'edificio o vibrazioni indotte da macchinari interni all'edificio stesso. Si può tuttavia osservare che, ai fini del calcolo della risposta in termini di velocità, l'analisi può essere in genere limitata a frequenze fino a 100 Hz.

2.3 Studio della letteratura

Le vibrazioni della rotaia indotte dal passaggio del convoglio sono generate da tre famiglie di forze: il peso del veicolo in movimento, la reazione inerziale del veicolo che si esplica sotto l'effetto di un'ondulazione verticale su una rotaia indeformabile e la forza di inerzia del veicolo dovuta allo spostamento della rotaia. La difettosità di una linea ferroviaria si traduce in un'accelerazione verticale sulle masse non sospese del veicolo che transitano su di essa. In tal senso può, dunque, essere considerata computabile ad anomalie delle rotaie o ad anomalie geometriche o strutturali. I difetti imputabili alla rotaia, che sono quelli considerati in questo studio e che determinano accelerazione verticale al transito del veicolo, sono ondulazioni con piccola lunghezza d'onda, anche dette marezzature, oppure la presenza di giunti o scambi.

I primi due gruppi di forze non dipendono dallo spostamento della rotaia e la formulazione matematica è facilmente esprimibile attraverso un problema di forze con punto di applicazione mobile; la formulazione delle forze inerziali del veicolo, connesse alla vibrazione della rotaia, richiede, invece, riferimenti alle accelerazioni delle rotaie viste da un osservatore mobile (in movimento con il veicolo stesso). Inoltre, è necessario esprimere l'equazione di equilibrio di due sistemi dinamici, il veicolo ed il binario, in corrispondenza di un punto di contatto in movimento (Castellani, 2000).

Al fine di prevedere il livello vibratorio causato dal passaggio di un treno, è possibile ricorrere a modello matematico e numerici più o meno complessi. Mentre negli ultimi anni si è fatto sempre più affidamento a software numerici basati sulla tecnologia F.E.M. (Finite Elements Method) e F.D.¹ (Finite Differences), per il

¹ L'idea fondamentale per un qualunque metodo alle equazioni differenziali è quello di discretizzare un dato problema continuo con infiniti g.d.l. per ottenere un problema discreto, cioè un sistema di equazioni con un numero finito di incognite che può essere risolto mediante un calcolatore. Sulla base delle equazioni fondamentali che regolano il fenomeno dello studio, mediante una opportuna approssimazione delle variabili in gioco, viene ricercata una soluzione che, pur non

passato si ricorreva, invece, a metodologie più analitiche, i cui vantaggi possono essere riassunti nella semplicità dei modelli con una conseguente maggiore facilità a comprendere i fattori che governano il fenomeno, nonché nella semplicità di calibrazione del modello sulla base di misure sperimentali; di contro, l'uso di tali modelli semplificati non consentiva di considerare geometrie complesse oppure tutti gli scenari possibili.

Nonostante i vantaggi in termini di complessità del modello, gli attuali software presentano, tuttavia, instabilità numeriche, cioè la convergenza a soluzioni stabili non è sempre garantita e risulta difficoltoso calibrare il modello in modo che sia affidabile per condizioni al contorno che siano diverse da quelle in corrispondenza delle quali sono state effettuate le misure in campo.

Ad esempio, la scelta delle dimensioni degli elementi della mesh, dell'estensione dell'intero modello, dello smorzamento del terreno e del numero di punti da energizzare dipendono dalle caratteristiche dinamiche e dalla velocità del treno (Roma, Abate, Mancarella, Pantaleo, & Pezzoli, 2010).

Diversi studi in letteratura si sono concentrati sulle vibrazioni indotte da carichi viaggianti, presentando diverse teorie a riguardo; alcuni di essi si sono riferiti a teorie classiche: modelli di contatto continui o discreti. Questi sono modelli semplici, ma sono, tuttavia, inadeguati a stimare le caratteristiche della vibrazione indotta, in quanto non considerano l'accoppiamento fra binario e materiale rotabile, cosa che è stata fatta, invece, in studi successivi.

Infine, solo una piccola quantità di studi si è concentrata sull'analisi della risposta dinamica dell'accoppiamento dei sistemi materiale rotabile/sovrastuttura e sovrastuttura/terreno (Lei & Noda, 2002).

essendo esatta, fornisce indicazioni utili per l'analisi in problemi la cui soluzione per via analitica, coi metodi classici, risulterebbe onerosa quandanche fosse possibile.

Il metodo numerico classico per le equazioni differenziali a derivate parziali è il metodo alle differenze finite (F.D.), dove il problema discreto è ottenuto rimpiazzando le derivate dei quozienti di differenze che coinvolgono i valori di incognite in un certo numero finito di punti.

Il metodo degli elementi finiti (FEM) è un procedimento di discretizzazione che inizia con una riformulazione di una data equazione differenziale in un equivalente problema variazionale.

L'impossibilità di realizzare un modello di analisi globale, derivante dalla notevole variabilità delle condizioni al contorno, ha portato diversi autori allo studio dei singoli meccanismi di generazione delle vibrazioni, ovvero all'analisi di particolari configurazioni del sistema.

Si riporta, nel seguito, un excursus degli studi presenti in letteratura.

A. Castellani, *Vibrations generated by Rail Vehicles: a mathematical model in the frequency domain* (2000).

A. Castellani nel 2000 facendo riferimento al transito di una ruota singola, analizza e rivisita le teorie di Fryba (Fryba, 1972) e Grassie (Grassie, Gregory, Harrison, & Johnson, 1982), i quali affermano rispettivamente che:

- 1) in assenza di mazzature della rotaia le forze inerziali generate dallo spostamento della stessa sono nulle;
- 2) la forza di contatto che si esplica all'interfaccia ruota/rotaia è di tipo impulsivo; Grassie aggiunge, inoltre, che, in corrispondenza di una ondulazione della rotaia di tipo armonico e con lunghezza d'onda λ , la ruota è soggetta ad un movimento di tipo armonico caratterizzato da frequenza $f=v/\lambda$, dove v è la velocità della ruota; tutte le altre componenti di velocità, dovute all'impulso sono trascurabili.

Castellani ha realizzato un modello matematico semplificato sviluppato nel dominio delle frequenze e che si compone di due sistemi dinamici che interagiscono fra di loro attraverso un punto di contatto variabile e confrontati, poi, con misure sperimentali.

Dal confronto fra le misure sperimentali ed i modelli previsionali, Castellani conclude che per frequenze di vibrazioni sufficientemente basse (0-80 Hz) il modello semplificato ben descrive il fenomeno reale, mentre per frequenze superiori (80-100 Hz), bisognerebbe tenere in conto dell'effetto dell'ondulazione della rotaia, sebbene una soluzione approssimata possa essere considerata accettabile anche in questo caso.

Tuttavia, l'analisi del momento flettente e delle tensioni di taglio che si esplicano nella rotaia, richiedono, come noto dalla scienza delle costruzioni, la valutazione delle derivate seconda e terza dello spostamento della rotaia, necessitando, quindi, di un modello nettamente più accurato.

G. Lombaert, G. Degrande, *Esperimental validation of a numerical prediction model for free field traffic induced vibrations by in situ experiments. (2001)*

Lombaert et al. nel 2001 introducono e validano un modello analitico, per la previsione delle vibrazioni indotte nel terreno dal passaggio dei veicoli (riferendosi, in questo studio, a quelli stradali). Esso si compone di un modello 2D del veicolo che consente il calcolo dei carichi provenienti dagli assi a partire dal profilo longitudinale della strada, mentre le vibrazioni indotte sono calcolate facendo ricorso al Teorema di Reciprocità di Betti-Rayleigh (1872), secondo cui: “il lavoro che un sistema di forze equilibrate (a) compie per effetto degli spostamenti causati da un secondo sistema di forze anch'esse equilibrate (b), coincide con il lavoro del sistema di forze (b) per effetto degli spostamenti dovuti al sistema di forze (a)” e facendo ricorso ad una funzione di trasferimento che consenta di valutare l'interazione dinamica fra terreno e sovrastruttura.

Lo stesso modello è stato poi ripreso nell'anno successivo da Lombaert e Degrande e confrontato con misure sperimentali realizzate sul circuito DAF, verificando che il modello sovrastima le alte frequenze, influenzando anche la previsione delle vibrazioni generate nel terreno. Tuttavia, siccome la sovrastima si riduce gradualmente alle alte frequenze ed all'aumentare della distanza dalla sorgente, gli autori hanno potuto concludere che anche le caratteristiche del terreno hanno notevole importanza nella stima del livello vibratorio.

M. D'Apuzzo, Una metodologia per il calcolo delle vibrazioni trasmesse al sottofondo stradale dal traffico veicolare (2000)

La metodologia proposta da D'Apuzzo, con riferimento alle vibrazioni generate in ambito stradale, può essere riassunto in tre step successivi:

- 1) misura del profilo stradale mediante un'apparecchiatura profilometrica;
- 2) calcolo dei sovraccarichi dinamici dovuti all'interazione dinamica tra veicolo e profilo stradale mediante un modello analitico a 4 gradi di libertà del veicolo;
- 3) calcolo del livello di vibrazione trasmesso al sottofondo mediante un modello numerico agli elementi finiti di tipo piano.

Essa consente di tenere nel debito conto la reale rappresentazione dei sovraccarichi dinamici e del carico mobile, la corretta modellazione del fenomeno propagativo, la possibilità di adoperare materiali a comportamento non lineare, la possibilità di utilizzare tanto un approccio deterministico quanto uno stocastico al problema.

X. Sheng, C.J.C. Jones, D. J. Thomson, Ground vibrations generated by a harmonic moving in a circular tunnel in a layered ground (2002)

Nel 2002 Sheng et al. propongono l'applicazione del metodo dei numeri d'onda discreti (Discrete Wavenumber Method - DWM), già ampiamente consolidato in sismologia, per modellare le vibrazioni generate nei terreni dal passaggio di treni sotterranei. (Appendice A)

Il metodo dei numeri d'onda discreti può essere basato su forze fittizie, su un F.E.M. oppure su un metodo degli elementi di contorno (B.E.M.)² in modo da descrivere sia la propagazione delle onde nel terreno, ma anche il movimento del treno nel tunnel e la propagazione delle onde in quella direzione. In particolare, per questo studio, Sheng et al. hanno sviluppato la prima soluzione.

² Il B.E.M. (Boundary Element Method) adotta una discretizzazione non su tutto il dominio ma solo sul contorno.

La metodologia proposta consiste nel ricavare le equazioni che reggono il fenomeno, analizzando prima separatamente ciascuna sotto-struttura e definendone, poi, le modalità di interazione delle stesse. Si passa, inoltre, attraverso la definizione di *forze fittizie*, ossia di forze che si generano in terreni senza scavi (chiamati free ground) e scelte in maniera da generare lo stesso stato tensionale che si genererebbe all'interfaccia tunnel/terreno.

I risultati, validati grazie all'analisi di segnali a 200 Hz e 40 Hz, hanno dimostrato che la presenza del tunnel influenza notevolmente la direzione di propagazione delle onde: il rivestimento del tunnel può ridurre la risposta della superficie del terreno immediatamente al di sopra del tunnel stesso; tale riduzione è maggiore per le basse frequenze a causa della modalità flessionale dominante del rivestimento del tunnel. In ogni caso, lontano da esso, in prossimità della superficie del terreno, il tunnel può incrementare la risposta alle alte frequenze a causa della irradiazione di energia che esso produce nei terreni circostante.

X. Lei, N.A. Noda, Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical profile. (2002)

La peculiarità dello studio condotto da Lei et al. nel 2002 consiste nel considerare l'irregolarità del binario, fonte di eccitazione del sistema, come un processo ergodico e stazionario, distribuito secondo una variabile casuale Gaussiana³ e rappresentato facendo ricorso alla PSD dell'America Railway Standard. Inoltre l'equazione dinamica del veicolo è descritta in maniera analitica, mediante un sistema di 10 equazioni e 10 incognite (essendo 10 i g.d.l. del veicolo analizzato), mentre l'equazione dinamica della rotaia è ricavata attraverso l'utilizzo di un F.E.M.

³ Un processo si definisce stazionario quando tutte le grandezze statistiche (valore medio, valore quadratico medio, funzione di autocorrelazione) non sono affette da una traslazione dell'asse dei tempi, ossia non mutano nel tempo. Un processo stazionario è anche ergodico quando le grandezze statistiche del processo risultano coincidenti con le grandezze calcolate su di una delle variabili random che definiscono il processo stocastico

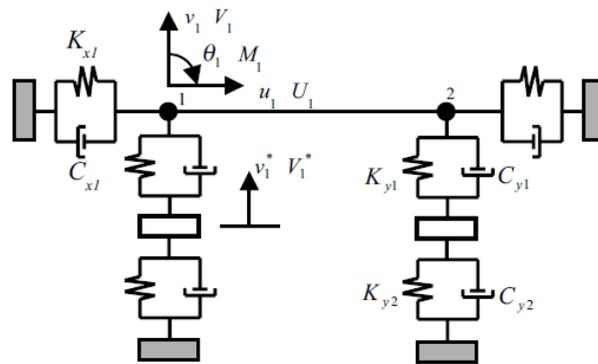


Figura 2.3: Rappresentazione del binario mediante il generico elemento trave (2D).

Il vantaggio di analizzare separatamente il veicolo ed il binario con schemi iterativi risiede nel fatto che è possibile risolvere facilmente il problema non lineare che risulta dal calcolo delle forze di interazione con la formula convenzionale di Hertz, consentendo dunque di evitare l'asimmetria dell'equazione dinamica risultante dall'accoppiamento dei sistemi.

P. Pezzoli, *Le vibrazioni indotte dal traffico su rotaia e tecniche di previsione.* (2004)

Nel 2004 Pezzoli propone un'impostazione di modelli analitici, basati su dati sperimentali e misti (sperimentali ed analitici).

Nei primi (successivamente ulteriormente sviluppati per la presentazione di un nuovo sistema antivibrazioni (Roma, Abate, Mancarella, Pantaleo, & Pezzoli, 2010)) l'autore sottolinea come la definizione di uno spettro del livello vibrazionale sia strettamente correlato a diversi parametri, quali rigidezza e capacità dissipativa della sospensione primaria del carrello ferroviario, l'interazione armamento-veicolo, le condizioni di esercizio della linea, le condizioni di alterazione dell'interfaccia ruota-rotaia, la velocità del treno, il tipo e le dimensioni dell'infrastruttura, la sezione del rilevato, le caratteristiche dinamico-strutturale dei viadotti nonché massa e caratteristiche delle fondazioni e delle pile di sostegno, spessore delle pareti per infrastruttura e tunnel, natura e caratteristiche del suolo,

caratteristiche strutturali degli edifici, caratteristiche del sistema di armamento, l'entità della massa della rotaia, le caratteristiche dei sistemi di attacco della rotaia. Ognuno dei suddetti parametri è descritto dall'autore mediante un modello analitico ed i risultati di un siffatto modello sono riportati in Figura 2.4.

I modelli sperimentali sono, invece, ottenuti mediante un'interpretazione analitica di misure in esercizio effettuate in occasione del transito dei treni su specifico armamento e per un determinato veicolo utilizzate dal sistema di trasporto, completate da prove di carico dinamico sullo stesso armamento. Il calcolo previsionale è, quindi, realizzato effettuando una stima analitica dei livelli di vibrazione e di rumore attesi nelle posizioni di misura monitorate nel corso delle indagini in sito di eccitazione forzata della galleria al rustico, tenendo in conto da un lato la trasmissibilità specifica fra la galleria e l'edificio ricevente e dall'altro gli spettri di input del carico.

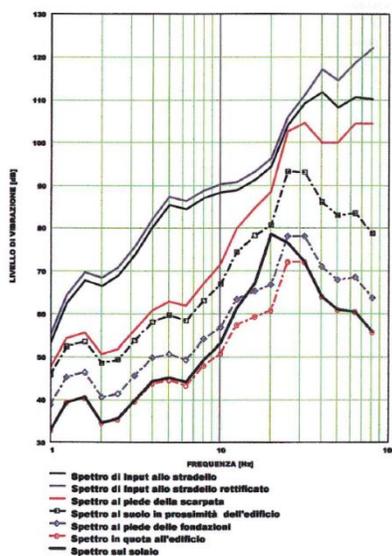


Figura 2.4 Esempio di spettri dei livelli di vibrazione lungo il percorso di propagazione

Gli spettri di carico e le funzioni di trasferimento considerati dall'autore sono riportati in Figura 2.5.

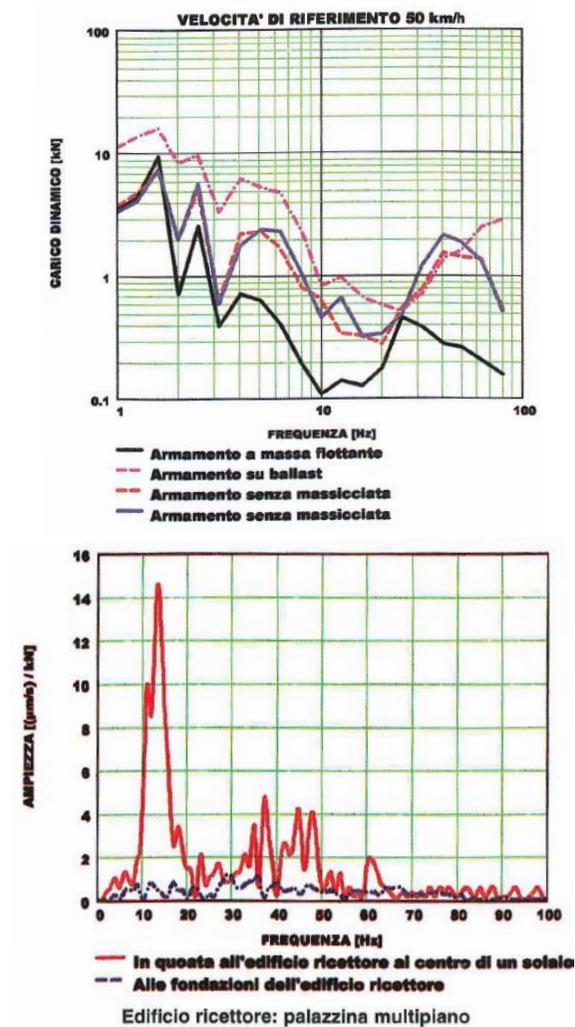


Figura 2.5 Spettri di carico e funzioni di Trasferimento adottate nel modello sperimentale

Infine, i modelli misti nascono dall'applicazione di tecniche sperimentali solo su alcuni edifici ricettori lungo una data infrastruttura, scelti come rappresentativi di una più ampia popolazione di ricettori, raggruppati per tipologie costruttive. I risultati sperimentali vengono, quindi, estesi all'intera popolazione, previa validazione delle tecniche di previsione analitiche.

D. Clouteau, M. Arnst, T. M. Al-Hussaini, G. Degrande, *Freefield vibrations due to dynamic loading on a tunnel embedded in a stratified medium.* (2005)

Clouteau et al. nel 2005 sviluppano un modello di previsione delle vibrazioni e del rumore re-irradiato negli edifici adiacenti e generato dal transito di treni metropolitani in galleria. In particolare, il problema tridimensionale di interazione dinamica tunnel/terreno è risolto ricorrendo al metodo agli elementi finiti per la descrizione del tunnel e al metodo degli elementi di contorno per il terreno. Fino a quel momento si erano fatti diversi tentativi di rappresentare il fenomeno attraverso la metodologia F.E.M. bidimensionale con l'applicazione di opportune condizioni al contorno oppure attraverso modelli analitici, ma tutti questi tentativi richiedevano eccessive approssimazioni nella traduzione dei carichi viaggianti tridimensionali in equivalenti carichi lineari e non consentivano di considerare le strutture nelle tre dimensioni. Inoltre, i modelli bidimensionali sottostimano lo smorzamento che si ha ad opera del terreno e trascurano la propagazione delle onde nella direzione del tunnel.

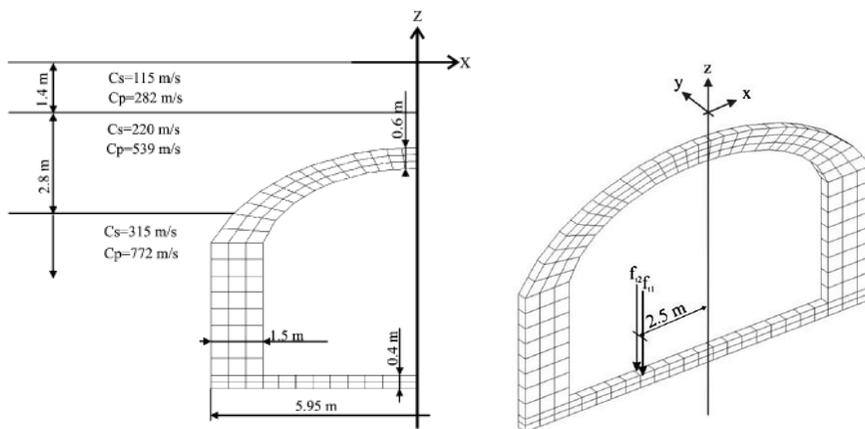


Figura 2.6: Metro tunnel della linea RER B di RATP a Parigi, case study analizzato da Clouteau et al.

Dal confronto della simulazione con dati reali, gli autori hanno potuto verificare che nelle immediate vicinanze del tunnel, la risposta del tunnel e del terreno è fortemente influenzata dalla presenza di una superficie libera e/o di stratificazioni. In particolare, alle basse frequenze si identificava una frequenza di risonanza nella massa di terreno al di sopra del tunnel; inoltre, l'introduzione di un filtro passa-alto,

necessario a causa del rivestimento della sorgente, ha consentito di verificare che il fenomeno è governato dalla profondità del tetto del tunnel, piuttosto che dal punto di applicazione del carico, sull'arco rovescio. Clouteau et al. concludono, quindi, che il campo di onde indotto da una forza puntuale applicata nella parte inferiore del tunnel non può essere approssimato da una forza equivalente nel terreno alla stessa profondità, in quanto c'è bisogno di una forza aggiuntiva in corrispondenza della parte superiore del tunnel, al fine di poter simulare l'accoppiamento dei due sistemi.

Risultati analoghi si sono riscontrati da parte degli stessi autori anche in studi successivi (Degrande, et al., 2006), in cui si analizza un ulteriore case study, la linea Bakerloo di Londra. In ambo i casi si è evidenziato come la differenza di rigidità fra tunnel e terreno influenzi i risultati numerici, confermando quanto già trovato da Sheng. et al. utilizzando un'altra metodologia.

C. G. Lai, A. Callerio, E. Faccioli, V. Morelli, P. Romani, Prediction of railway-induced ground vibrations in Tunnels. (2005)

Lai et al. nel 2005 hanno sviluppato una tecnica di previsione delle vibrazioni provenienti da un tunnel metropolitano e percepite negli edifici, nella città di Roma. La tecnica è basata sull'accoppiamento di modellazione numerica e misure sperimentali.

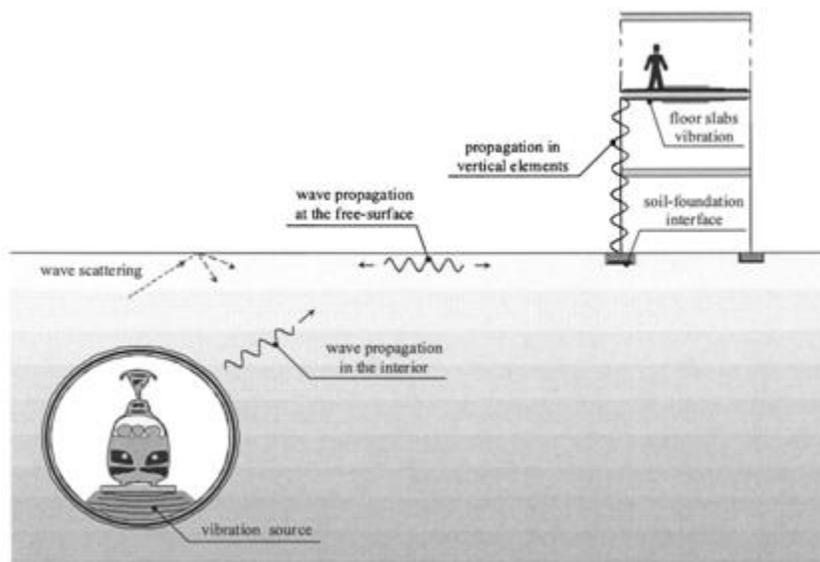


Figura 2.7 Percorso delle vibrazioni nel terreno e nelle strutture in elevazione

Il modello numerico dell'impatto vibrazionale indotto dal passaggio di treni sotterranei, richiede la conoscenza almeno delle seguenti informazioni:

- 1) una funzione descrittiva del carico indotto dal treno, che fornisca la variazione nello spazio e nel tempo del sistema di forze generate al piede della rotaia da un treno che viaggia alla velocità uniforme v ;
- 2) una funzione di influenza dinamica (le già citate equazioni di Green), che descriva la risposta dinamica che giunge al ricevitore disposto nel terreno e che sia una funzione di spazio e tempo, generata da una forza puntuale, impulsiva ed unitaria;
- 3) una funzione di influenza dinamica, che descriva la risposta dinamica che giunge al ricevitore disposto nell'edificio e che sia una funzione di spazio e tempo, generata da una forza impulsiva ed unitaria che parte dal ricevitore disposto nel terreno.

La funzione rappresentativa del carico indotto dal treno viene definita con riferimento a due meccanismi di generazione: il primo è la deformazione quasi-statica causata dal carico in corrispondenza dell'assale, il secondo sono le forze dinamiche che si generano in corrispondenza delle ondulazioni della rotaia. La

funzione di carico associata al primo meccanismo è definita, in questo studio, sulla base di precedenti relazioni sviluppate dalla Compagnia Italferr (ItalferrS.p.A, 2000); con riferimento al secondo meccanismo, l'effetto del secondo meccanismo sullo spettro di carico è stato tenuto in conto facendo ricorso alla funzione di densità spettrale, così definita:

$$G_D(\omega) = \frac{A \cdot a}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 + b^2 \right] \left(\frac{\omega}{v} + b \right)} \quad (2.2)$$

Dove, G_D è la funzione di densità spettrale della pressione, ω è la frequenza angolare, v è la velocità del treno, A è il coefficiente di qualità della rotaia ($A=1,558 \cdot 10^{-7}$ m·rad per binari in buone condizioni, $A=8,974 \cdot 10^{-7}$ m· rad per binari in cattive condizioni) ed a e b sono costanti empiriche e valgono $a=0,8246$ rad/m e $b=0,0206$ rad/m. La trasmissione della vibrazione alla superficie libera avviene, poi, attraverso un integrale di convoluzione fra la funzione di trasferimento rappresentativa dell'accelerazione che si genera sulla superficie del terreno e lo spettro di carico.

Sebbene le simulazioni numeriche forniscano uno scenario compatibile con gli standard ISO, la validazione definitiva del modello non è stata possibile in quanto la rete ferroviaria ai tempi dello studio non era in funzione, non consentendo, quindi, un confronto diretto fra misure previsionali e sperimentali.

M.F.M. Hussein, H.E.M. Hunt, A numerical model for calculating vibrations from a railway tunnel embedded in a full-space. (2007)

Hussein e Hunt nel 2007 hanno integrato il modello PiP (Pipe-in-Pipe), già sviluppato e validato in precedenti studi (Forrest & Hunt, 2006) in un software gratuitamente disponibile in internet (Hussein & Hunt, 2007) con una interfaccia user-friendly. Il modello schematizza la parete del tunnel ed il circostante terreno, considerato infinitamente esteso, come due tubi concentrici; quello interno rappresenta la parete della galleria ed è modellato utilizzando la teoria della piastra

sottile, mentre quello esterno rappresenta il terreno circostante (simulato attraverso una superficie esterna del tubo infinitamente estesa) ed è modellato come un continuo che presenta una cavità cilindrica.

Il software PiP consente di calcolare le vibrazioni prodotte dal transito del convoglio su un armamento caratterizzato dalla presenza di una piastra in calcestruzzo montata nella parte inferiore della galleria, utilizzando come dati di input le caratteristiche del terreno, del tunnel, della piastra, delle rotaie, del treno e le coordinate del punto in cui si vuole ottenere la misura delle vibrazioni, espressa in termini di Power Spectral Density (PSD) dello spostamento verticale.

La limitazione del software risiede nel fatto che esso consente di calcolare con ragionevole precisione le vibrazioni che si generano in prossimità della galleria, ma all'aumentare della distanza dalla stessa la precisione diminuisce, tanto da dover integrare il modello PiP.

Il treno, di lunghezza infinita, è modellato come un numero infinito di assi, con interasse costante, che si muovono sul binario; inoltre, a causa della bassa rigidezza delle sospensioni primarie dei treni moderni, gli autori hanno reputato ragionevole non considerare le masse non sospese.

Il calcolo delle forze che si sviluppano all'interfaccia ruota-rotaia è ottenuto attraverso un modello di un doppio strato di travi su suolo elastico, in cui la fonte dell'eccitazione è rappresentata dall'irregolarità del binario, schematizzata come spostamento relativo (definito secondo una modalità random) fra gli assi e la rotaia.

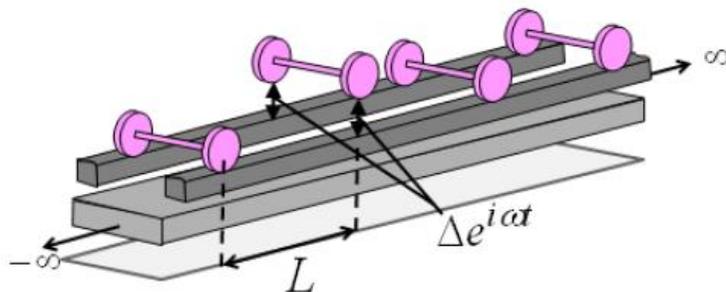


Figura 2.8 Irregolarità del binario schematizzata come spostamento relativo fra asse e rotaia.

Passo successivo è la definizione dello spostamento che le forze precedentemente calcolate producono nel terreno; per far ciò gli autori ricorrono al modello di doppia trave accoppiato ad un modello di galleria avvolta in un semispazio elastico. Un siffatto modello consente di valutare le funzioni di trasferimento fra le rotaie ed il terreno: il binario è accoppiato al sistema tunnel/terreno nel dominio delle frequenze facendo ricorso alla FRF (Frequency Response Function) del doppio strato di travi e del sistema tunnel/terreno.

Infine, facendo ricorso alle funzioni di Green per un semispazio elastico, il cui input è rappresentato dai suddetti spostamenti, sarà possibile valutare le vibrazioni in un punto lontano dalla galleria.

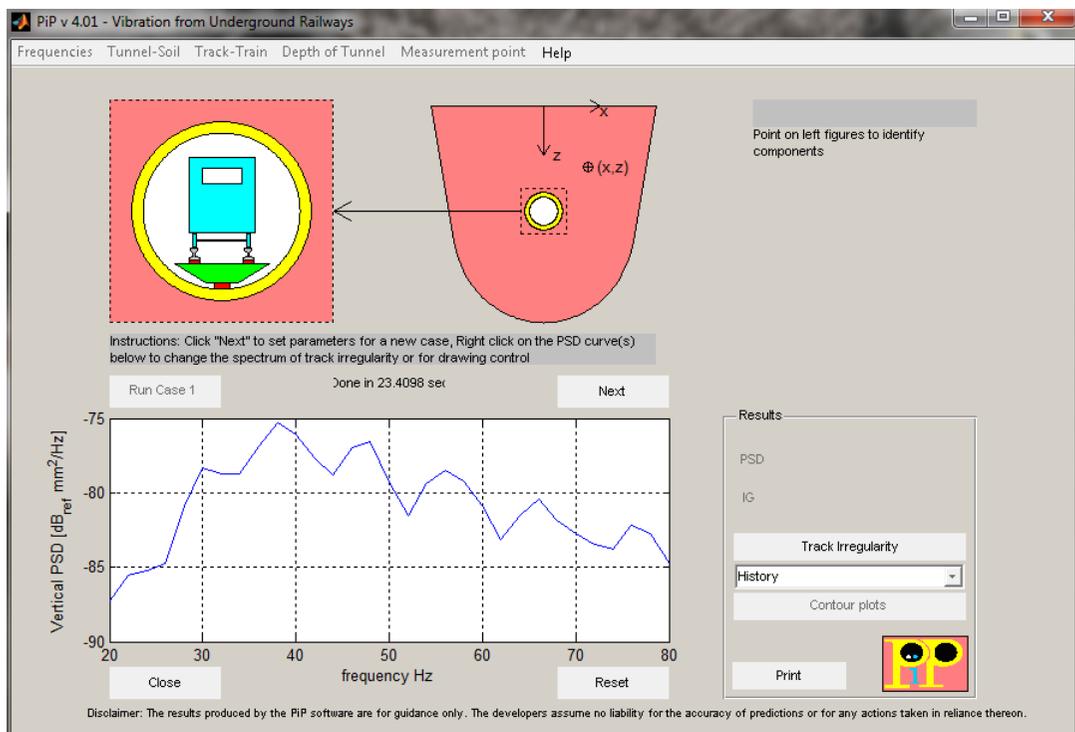


Figura 2.9 Software sviluppato da Hussein e Hunt sulla base del modello PiP

V. Aiello, D. Boiero, M. D'Apuzzo, L. V. Socco, F. Silvestri, *Experimental and numerical analysis of vibrations induced by underground trains in urban areas.* (2008)

Lo studio di Aiello et al. finalizzato alla calibrazione di un approccio di carattere generale alla modellazione delle vibrazioni, partendo da misure reali in sito, in prossimità della linea.

I case studies analizzati sono due: la metropolitana di Torino e la Metropolitana di Napoli. In entrambi i casi gli autori hanno analizzato dapprima il fenomeno di generazione delle vibrazioni (che nel primo caso è stato simulato attraverso il ricorso ad un modello F.E.M. e nel secondo caso attraverso un modello totalmente analitico), seguito, poi, dal fenomeno di propagazione delle onde, (seguendo in ambo i casi un approccio 2D agli elementi finiti).

I confronti fra le misure reali e quelle previsionali è riportato in Figura 2.10: gli autori hanno concluso che un più approfondito confronto dovrebbe essere portato avanti, in termini di contenuto in frequenza dei segnali, al fine di valutare meglio il probabile effetto della risposta dinamica del terreno sui movimenti in superficie.

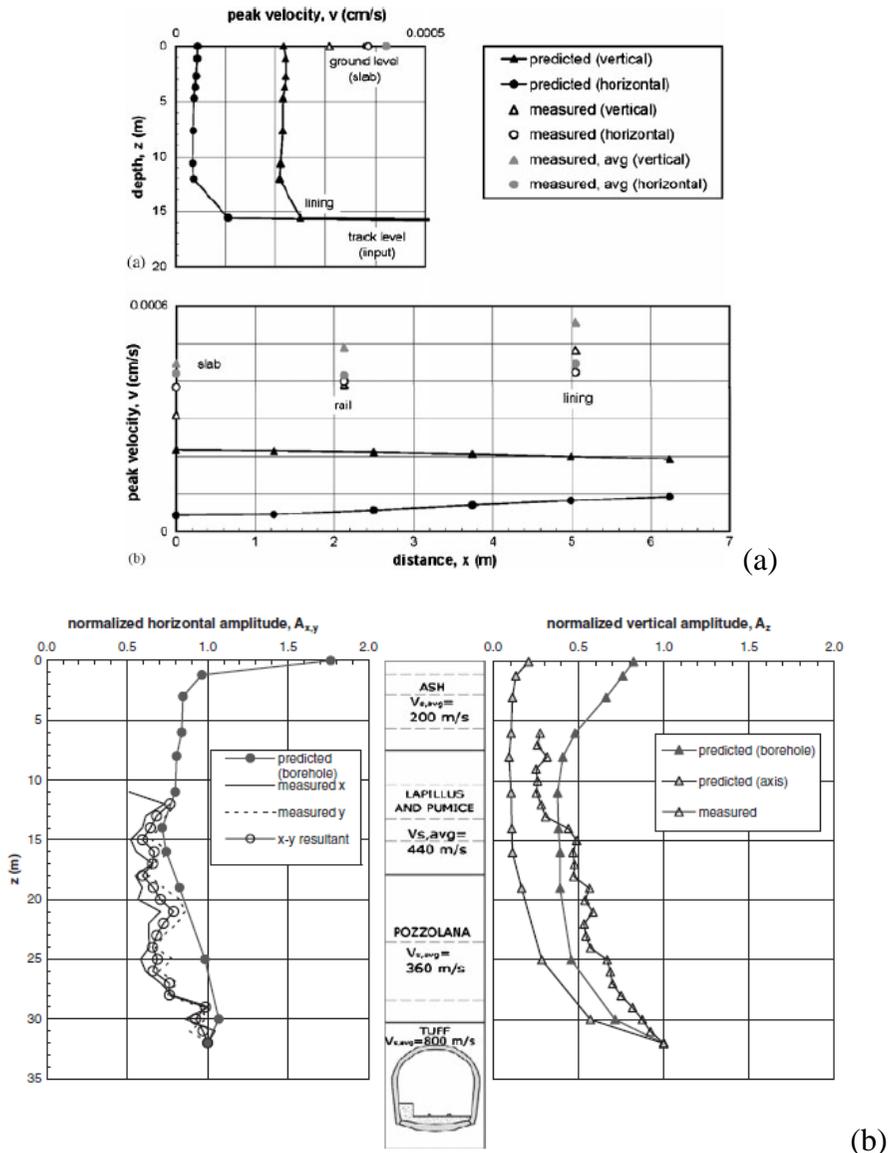


Figura 2.10 Confronti fra misure reali e risultati attesi, case study Torino (a) e Napoli (b)

V. Nicolosi, M. D'Apuzzo, E. Bogazzi, A unified approach for the prediction of vibration induced by underground metro. (2012)

Il modello proposto da Nicolosi et al. nel 2012 può essere suddiviso in due sotto-modelli, che seguono il convenzionale approccio fenomenologico al problema: un modello di generazione in cui si analizza l'interazione dinamica fra il materiale

rotabile e la sovrastruttura, ed un modello di propagazione, che esplicita, invece, la trasmissione delle vibrazioni nel terreno circostante la galleria.

In particolare, il primo sotto-modello è costituito da un modello analitico che schematizza la sovrastruttura come una trave di Winkler su appoggi costituiti da molle e smorzatori, mentre il secondo è stato realizzato facendo ricorso alla metodologia F.E.M., data la complessità di schematizzazione analitica della struttura costituita dalla galleria.

Il modello è stato calibrato sulla base della metropolitana gommata di Torino, per cui il contatto ruota-rotaiia che interviene nel modello di generazione, e che viene generalmente schematizzato come un contatto di tipo hertziano, come si vedrà nel seguito, è stato in questo caso sostituito dalla rigidità verticale del pneumatico; inoltre, siccome il materiale rotabile oggetto di studio prevede un solo livello di sospensioni, il veicolo è stato modellato come un sistema a 4 gradi di libertà (spostamenti verticali degli assi e della cassa e beccheggio della cassa).

Il modello di propagazione ha previsto, inoltre, la presenza di una fascia smorzante sia in direzione radiale che in direzione longitudinale, al fine di simulare correttamente lo smorzamento delle vibrazioni, che avviene ad opera del terreno circostante.

In Figura 2.11 sono riassunti i risultati della simulazione: sembrerebbe che sia nel dominio del tempo che nel dominio delle frequenze si registri una buona sovrapposizione fra i dati previsionali e quelli misurati in sito, tranne alle alte frequenze.

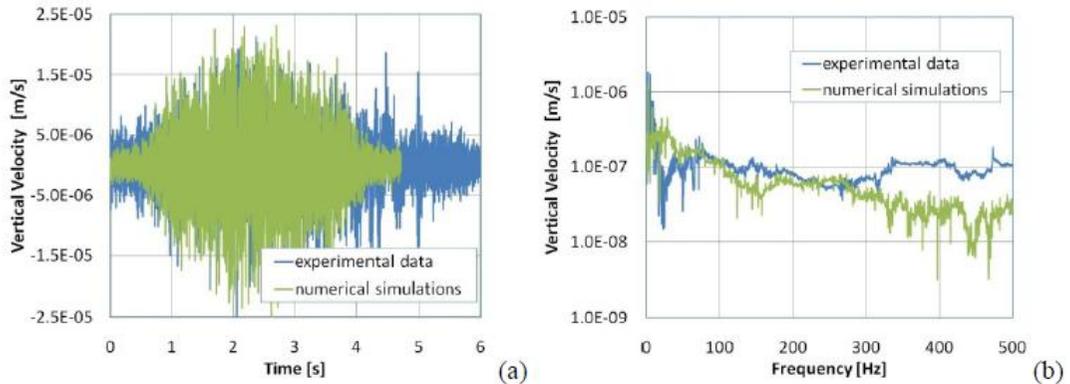


Figura 2.11 Confronto della risposta dinamica fra risultati sperimentali e simulazioni numeriche nel dominio del tempo (a) e delle frequenze (b)

S. Curcuruto, D. Atzori, R. Betti, G. Marsico, E. Mazzocchi, E. Monaco, V. Limone, F. Amoroso, G. Loprencipe, P. Zoccali, Propagazione delle vibrazioni ferroviarie: implementazione di modelli previsionali per treni a basse ed alta velocità. (2013)

Curcuruto et al. nel 2013 hanno implementato un software per il calcolo delle vibrazioni indotte dal transito dei convogli.

Il modello alla base del software è di tipo semi-empirico, secondo cui il disturbo vibrazionale ai ricettori, valutato in termini di spettri nel dominio delle frequenze, dipende da differenti meccanismi di propagazione ed attenuazione (o amplificazione) presenti lungo la catena di trasmissione: sorgente del disturbo, infrastruttura ferroviaria, tipologia del suolo da attraversare, tipologia strutturale dell'edificio, sensibilità fisiologica dell'uomo, ecc.

La relazione utilizzata per il calcolo dell'attenuazione delle vibrazioni durante la propagazione attraverso il terreno è funzione del livello di vibrazione espresso in dB trasmesso attraverso le onde di compressione (L_c), le onde di taglio (L_t) e le onde di superficie (L_s), secondo l'equazione 2.3:

$$L = 20 \cdot \log \left[10^{\frac{L_c}{20}} + 10^{\frac{L_t}{20}} + 10^{\frac{L_s}{20}} \right] \quad (2.3)$$

dove:

- $L_c = L_0 + 20 \cdot \log(\beta_c) - k_c \cdot \log\left(\frac{R}{R_0}\right) - \alpha_c (R - R_0) \frac{f}{V_c}$
- $L_t = L_0 + 20 \cdot \log(\beta_t) - k_t \cdot \log\left(\frac{R}{R_0}\right) - \alpha_t (R - R_0) \frac{f}{V_t}$
- $L_s = L_0 + 20 \cdot \log(\beta_s) - k_s \cdot \log\left(\frac{R}{R_0}\right) - \alpha_s (R - R_0) \frac{f}{V_s}$

Appare evidente la dipendenza del livello di vibrazione dalle velocità delle onde di compressione (V_c), di taglio (V_t) e superficiali (V_s), dalla distanza fra l'asse della linea ed il ricettore (R) e fra l'asse della linea ed il punto di riferimento (R_0), nonché dai fattori di perdita di dissipazione ($\alpha_{c,t,s}$), di importanza relativa fra i diversi meccanismi di propagazione delle onde nel terreno ($\beta_{c,t,s}$) e dai coefficienti di attenuazione geometrica ($k_{c,t,s}$).

Si sottolinea come la seconda parte delle suddette relazioni stia ad individuare una legge di dissipazione lineare nel dominio delle frequenze, in cui i termini funzione di R e R_0 risultano noti.

Il modello implementato nel software è stato, quindi, utilizzato per effettuare un confronto numerico-sperimentale del livello di accelerazione al ricettore, sia per linee a bassa velocità che per linee AV.

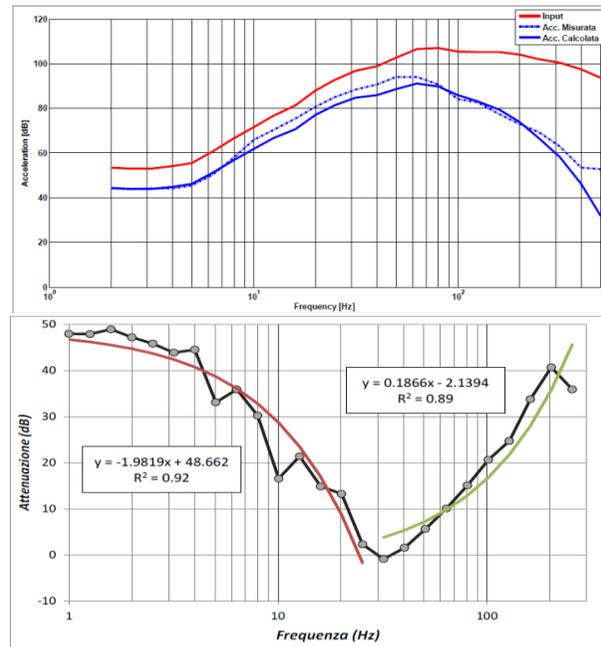


Figura 2.12 Confronto numerico sperimentale per linee a bassa (a) ed alta (b) velocità

Nel primo caso la sovrapposizione dei risultati ha portato ad un confronto soddisfacente, al punto da poter ritenere validata la legge di attenuazione adottata.

Non può dirsi lo stesso per le linee AV, per le quali, individuata una funzione di trasferimento con andamento bi-lineare, gli autori hanno adottato un modello di attenuazione lineare, costituito da due differenti andamenti, corrispondenti a due diversi range di frequenza.

G. Cantisani, G. Loprencipe, Calibrazione di modelli FE per lo studio delle vibrazioni ferroviarie mediante misure sperimentali. (2015)

Cantisani e Loprencipe nel loro studio eseguono un'analisi delle fasi da seguire per la calibrazione di un modello di previsione realizzato agli elementi finiti.

Gli autori impostano il loro studio partendo da un'analisi in frequenza tramite l'applicazione di un carico unitario sulla rotaia, da cui è stato possibile poi estrarre la Funzione di Risposta in Frequenza (FRF) per un intervallo compreso fra 1 e 1400 Hz. Dopodichè hanno valutato il cedimento statico della rotaia applicando ad essa due forze da 120 kN, poste a interasse di 3 metri, con l'intento di simulare il

carico dovuto ad un singolo carrello di un rotabile. In entrambi i casi, il confronto dei risultati con studi precedenti presenti in letteratura ha consentito di validare il modello in merito alla correttezza della risposta strutturale dello stesso per l'applicazione di forze concentrate.

Passo successivo è stata l'introduzione di opportune condizioni al contorno assorbenti, necessarie in quanto la limitata estensione fisica della porzione di terreno rappresentato indurrebbe altrimenti la riflessione delle onde di volume e di superficie che si generano e propagano a seguito dell'applicazione dei carichi.

Come già precedentemente visto, diversi studi in letteratura prevedono l'inserimento dell'elemento molla-smorzatore per la simulazione di un tale comportamento, disposto nelle tre direzioni ed in corrispondenza di ciascun nodo posto ai margini del modello.

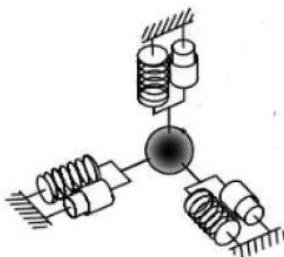


Figura 2.13 Schematizzazione del sistema molla-smorzatore tridimensionale

Cantisani et al. propongono l'introduzione, nel modello F.E.M., di uno strato assorbente posto alle estremità del solido rappresentante il terreno, al fine di simulare ciò che era stato storicamente schematizzato con il complesso molla-smorzatore.

Il confronto fra i risultati relativi alla componente verticale dello spostamento ottenuti tramite il programma agli elementi finiti e le soluzioni analitiche fornite da Pekeris (Pekeris, 1955) è riportato in Figura 2.14: l'introduzione di uno strato assorbente consente di ottenere risultati prossimi a quelli calcolati con le soluzioni analitiche, sebbene non si riesca a riprodurre esattamente l'asintoto verticale che si presenta nell'istante di transito delle onde di Rayleigh nel punto di osservazione.

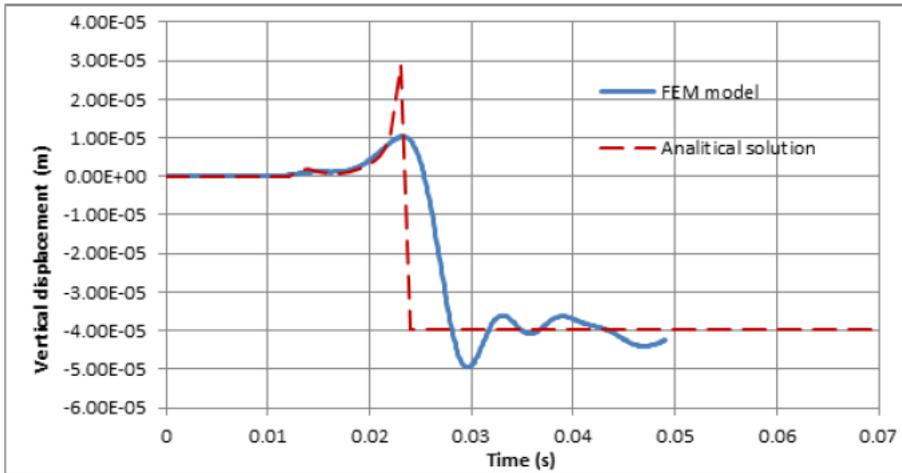


Figura 2.14 Confronto fra soluzione analitica e numerica

Infine, l'ultima fase di calibrazione del modello ha previsto il confronto dei risultati con alcuni dati sperimentali, sia nel dominio del tempo, che nel dominio delle frequenze, come riportato in Figura 2.15.

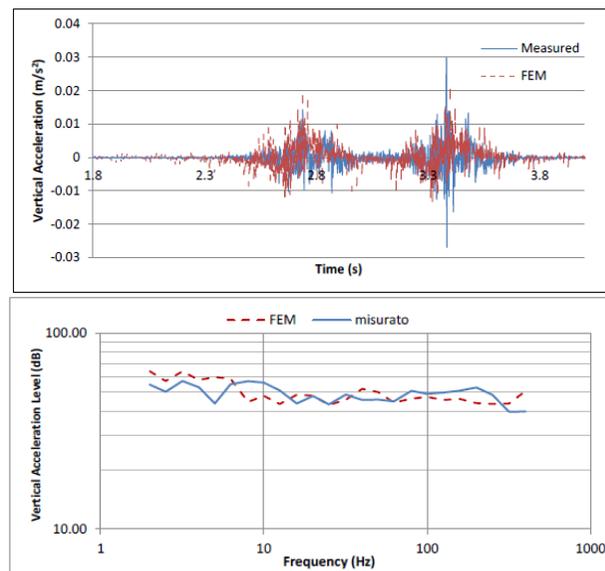


Figura 2.15 Confronto fra risultati FEM e dati sperimentali nel dominio del tempo (a) e delle frequenze (b)

Gli autori hanno concluso che vi è una discreta sovrapposizione fra i risultati ottenuti dal F.E.M. e quelli ottenuti dalle misure sperimentali; pur tuttavia è possibile riscontrare un distacco fra le due curve, imputabile al fatto che il modello

non tiene conto dei difetti di irregolarità del binario, inevitabilmente presenti nella realtà.

Sulla base dei modelli presenti in letteratura, in tale studio sperimentale, sono stati presi in considerazione parametri, procedure e strumenti matematici per sviluppare un modello di previsione diversificato dal punto di vista dei parametri considerati, applicabile alle realtà locali.

3 Il fenomeno vibratorio

3.1 Introduzione

Le vibrazioni in campo ferroviario sono moti secondari ondulatori localizzati, dovuti all'interazione dinamica fra sistemi meccanici complessi: il treno, le ruote, le rotaie, la sovrastruttura ed il corpo stradale.

Tali moti vibratorii si propagano nelle zone limitrofe alla sede ferroviaria, generando effetti dinamici differenziati, per caratteristiche ed entità, sui ricettori collocati a distanze relativamente contenute; tali effetti possono risultare disturbanti o dannosi, in particolare per le strutture e le persone interessate.

La valutazione del disturbo vibrazionale dovuto ai sistemi ferroviari richiede l'analisi dell'intero fenomeno o catena: si considera prima la generazione, dovuta all'interazione fra il treno e la via, esaminando successivamente la propagazione, influenzata dal terreno circostante la sede ferroviaria ed eventualmente dalle caratteristiche delle strutture attraverso le quali si trasmettono le onde, valutando.

In campo ferroviario è possibile distinguere quattro cause o meccanismi principali di generazione delle vibrazioni, in relazione alle caratteristiche dei moti osservati:

- *Vibrazioni quasi-statiche*: sono quelle generate dai carichi statici del treno in moto lungo il sistema flessibile costituito dalla sovrastruttura e dal corpo stradale e contribuiscono al fenomeno producendo effetti significativi nelle basse frequenze (10-20 Hz);
- *Vibrazioni indotte dalle irregolarità presenti fra le superfici di rotolamento*: dipendono fortemente dalla velocità del treno, dalla geometria delle irregolarità della rotaia e dei cerchioni; intervengono prevalentemente nel range delle basse frequenze, dando luogo, però, anche ad altri moti vibratorii della sovrastruttura, come il fenomeno pinned-pinned che si presenta sottoforma di picchi di contenuto energetico, compresi fra 1 e 2 Hz;
- *Eccitazione parametrica*: causata dalla differente rigidità verticale che le ruote incontrano periodicamente, muovendosi lungo il binario, a causa della presenza degli appoggi discontinui costituiti dalle traverse; il range di frequenza dipende dal modulo di rigidità delle traverse e dalla velocità, ma in genere si colloca al di sotto dei 100 Hz.

Per quanto riguarda il fenomeno della propagazione, le vibrazioni si propagano dalla sorgente al ricevitore attraverso moti localizzati interni ai corpi interessati e lungo il percorso di trasmissione. In tali percorsi è pressoché sempre presente il terreno, che pone particolari difficoltà nella modellazione, per due motivi principali:

- la scelta dei parametri che caratterizzano il comportamento dinamico è complessa, trattandosi di un materiale granulare, multifase, in genere disomogeneo ed anisotropo;
- sono diversi i tipi di onde che in esso si propagano. (Loprencipe & Cantisani, 2009)

La varietà dei meccanismi di generazione e di propagazione delle onde nel sottosuolo e la natura granulare e multifase dei terreni fanno sì che il comportamento meccanico di tali materiali, sottoposti al passaggio di onde, risulti un fenomeno estremamente complesso da caratterizzare.

Per l'analisi del fenomeno in questione, si considera la teoria che è alla base della propagazione delle onde sismiche nei terreni, ampiamente consolidata in ambito geotecnico e che verrà riassunta in questo capitolo.

D'ora in poi, si parlerà, dunque, indifferentemente di vibrazioni generate da un evento sismico o dal transito del treno.

3.2 Cenni di teoria dell'elasticità: sforzo e deformazione

La descrizione della propagazione delle onde sismiche presuppone la conoscenza del comportamento meccanico delle rocce, quando esse sono soggette a sollecitazioni di breve durata. Un'onda sismica che si propaga nella materia induce uno spostamento delle singole particelle del mezzo (supposto continuo) rispetto alla loro posizione di equilibrio. Tali spostamenti si presumono essere associati a piccole deformazioni: le equazioni che governano la propagazione delle onde sono quindi ottenute a partire da questa ipotesi semplificativa, che consiste nel considerare piccole perturbazioni rispetto ad una posizione di equilibrio. L'altra semplificazione normalmente utilizzata è quella di linearità fra sforzo e deformazione, che discende dagli esperimenti di Hooke e dal comportamento osservato dei materiali quando soggetti a sollecitazioni di debole intensità.

Per l'analisi quantitativa dei movimenti delle particelle di un volume associati alla propagazione di un'onda è necessario introdurre i concetti di sforzo e deformazione e stabilire una relazione fra queste due quantità nell'approssimazione di piccole deformazioni e comportamento elastico.

Lo sforzo è una quantità fisica che esprime la forza agente per unità di superficie. Se la forza varia da punto a punto della superficie, anche lo sforzo varierà; in tal caso esso si calcolerà considerando un elemento infinitesimo della superficie e

valutando il rapporto fra la forza totale agente in quel punto (F) e la superficie elementare (ΔS):

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{F}{\Delta S} \quad (3.1)$$

Se la forza ha una direzione ortogonale alla superficie, si parla di sforzo normale, se la forza è tangenziale alla superficie lo sforzo è detto di taglio; per una forza orientata in modo generico lo sforzo può essere comunque scomposto nelle sue componenti lungo le direzioni normale (n) e tangenziale (t) alla superficie.

Si consideri, ora, un elemento di volume infinitesimo: quando il suo volume tende a zero, le forze agenti sulle facce opposte diventano uguali e ciò significa che per descrivere lo stato di stress sono necessarie le sole nove componenti cartesiane dello sforzo, che in forma matriciale diventano:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}^4 \quad (3.2)$$

Inoltre, quando il cubetto elementare giace in uno stato di equilibrio, o in uno stato ad esso prossimo (come presuppone l'elasticità) il momento meccanico associato agli sforzi agenti sul cubetto deve essere nullo e di conseguenza le componenti σ_{ij} e σ_{ji} devono essere uguali. Questa osservazione rende il tensore degli sforzi σ simmetrico riducendo a sei il numero delle sue componenti.

Il volume di un materiale soggetto a sforzi subisce una deformazione, cioè cambia la sua forma e le sue dimensioni. Si consideri un punto P appartenente al volume soggetto a deformazione e avente coordinate (x_0, y_0, z_0) all'istante $t = t_0$. La sua posizione è individuata dal vettore $p_0 = x_0 \hat{u}_x + y_0 \hat{u}_y + z_0 \hat{u}_z$. Ad un tempo $t > t_0$, in seguito alla deformazione del volume a cui P appartiene, esso si ritroverà in una nuova posizione definita dal vettore $p = x \hat{u}_x + y \hat{u}_y + z \hat{u}_z$. Il vettore spostamento

⁴ Secondo la notazione utilizzata σ_{ij} , l'indice j rappresenta la direzione della componente di sforzo e l'indice i è la direzione della normale alla superficie considerata.

$s(P) = p - p_0$ indica la posizione relativa di P al tempo t rispetto alla posizione iniziale. Si consideri adesso un punto Q prossimo a P. Nell'approssimazione di regime elastico (piccoli spostamenti), lo spostamento di Q associato alla stessa deformazione di P può essere espresso in termini dello spostamento di P come $s(Q)=s(P)+ds(P)$ dove $ds = dsx\hat{u}_x + dsy\hat{u}_y + dsz\hat{u}_z$, essendo dsx, dsy e dsz i differenziali delle componenti dello spostamento s(P).

La relazione tra sforzo e deformazione in regime elastico (piccole deformazioni) nasce dagli esperimenti di Robert Hooke che stabilì la proporzionalità tra lo sforzo applicato e la deformazione risultante. Nella sua forma generalizzata, la legge di Hooke afferma che ciascuna componente dello sforzo in ogni punto del corpo è una funzione lineare delle componenti indipendenti della deformazione. In un mezzo non isotropo (cioè in cui le proprietà elastiche dipendono dalla direzione) ci sono 81 costanti che legano le nove componenti del tensore degli sforzi alle nove componenti del tensore delle deformazioni. In un mezzo isotropo queste costanti si riducono a due, le costanti elastiche λ e G dette costanti di Lamé ed aventi le dimensioni di uno sforzo.

In definitiva la legge di Hooke in un mezzo elastico ed isotropo si scrive:

$$\sigma_{ii} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2G\varepsilon_{ii} \quad \text{con } i = j \quad (3.3)$$

per gli sforzi normali e

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} \quad \text{con } i \neq j \quad (3.4)$$

per gli sforzi di taglio.

Dalla precedenti equazioni si vede che gli sforzi normali producono deformazione anche in direzioni diverse da quella dello sforzo agente, mentre, a parità di σ_{ij} , essendo G grande per ε_{ij} piccolo, la costante G esprime la resistenza alla deformazione di taglio e per questa ragione essa è nota come modulo di taglio o rigidità (Zollo, Herrero, & Emolo, 2003).

3.3 Propagazione di onde nel terreno

Le vibrazioni meccaniche sono una forma di energia che si propaga con una certa velocità, V , dipendente dal mezzo attraversato, in tutte le direzioni, imprimendo ai punti del mezzo attraversato movimenti di tipo oscillatorio intorno a una posizione di equilibrio.

Come accennato nel precedente paragrafo, nel terreno lo stato vibratorio è legato al fatto che le particelle sono legate fra loro da vincoli elastici e non sono quindi totalmente libere di muoversi. Si generano così delle onde progressive di sforzo e di deformazione (longitudinali e/o trasversali rispetto alla direzione di propagazione) che si propagano con una velocità che dipende dal tipo di terreno e che, per analogia con le onde generate dai terremoti, vengono denominate “onde sismiche”. In generale le vibrazioni si attenuano con la distanza dalla sorgente, e, a meno che il sistema oscillante non riceva continuamente energia dall'esterno esterno (come nel caso delle macchine vibranti), sono per lo più smorzate nel tempo (Prof.Ing.Madiai).

Le onde che si trasmettono sotto forma di vibrazione a seguito dell'applicazione di una sollecitazione dinamica nel mezzo continuo sono anche chiamate onde di volume (Figura 3.1 (a)) poiché si propagano nello spazio, sia esso “il semispazio” o il continuo indefinito, ed in profondità attraversano ammassi di roccia lapidea:

- *onde di compressione o longitudinali P (dal latino Primae)*, che si propagano in direzione parallela allo spostamento dell'elemento di volume investito dall'onda;
- *onde di taglio o trasversali S (dal latino Secundae)*, che sono connesse a fenomeni deformativi di tipo distorsionale e si propagano in direzione perpendicolare allo spostamento dell'elemento di volume.

Il campo di spostamenti prodotti dalle onde S è generalmente scomposto in due componenti perpendicolari: le onde SH , polarizzate nel piano orizzontale, e le onde

SV, polarizzate nel piano verticale. Un'onda S può, quindi, essere rappresentata come somma vettoriale delle sue componenti SH e SV.

Ove siano presenti particolari condizioni al contorno, quali presenza di superficie libera o mezzo limitato, il fenomeno vibratorio si complica. In tal caso, oltre le onde di volume, si può generare un altro tipo di onda, il cui effetto è confinato alla superficie. A questa categoria di onde, dette di superficie (Figura 3.1 (b)), appartengono le

- *onde di Rayleigh R*, che si propagano secondo fronti d'onda cilindrici e producono vibrazioni che sono la risultante di una vibrazione polarizzata su un piano verticale, in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione, e di una vibrazione orizzontale polarizzata lungo la direzione di propagazione; la deformazione indotta è sia di taglio che di compressione;
- *onde di Love L*, che producono vibrazioni orizzontali polarizzate nella direzione perpendicolare alla direzione di propagazione e deformazioni di taglio; sono legate alla stratificazione dei terreni e derivano dalla riflessione multipla tra superficie inferiore e superiore di uno strato di terreno in cui rimangono intrappolate le onde S.

Caratteristica comune ad entrambe è il fatto che la loro ampiezza diminuisce esponenzialmente con la profondità; ciò implica che l'energia da esse trasportata è confinata in prossimità della superficie (o all'interfaccia fra gli strati), ove esse si propagano, interessando in genere formazione di terreni sciolti.

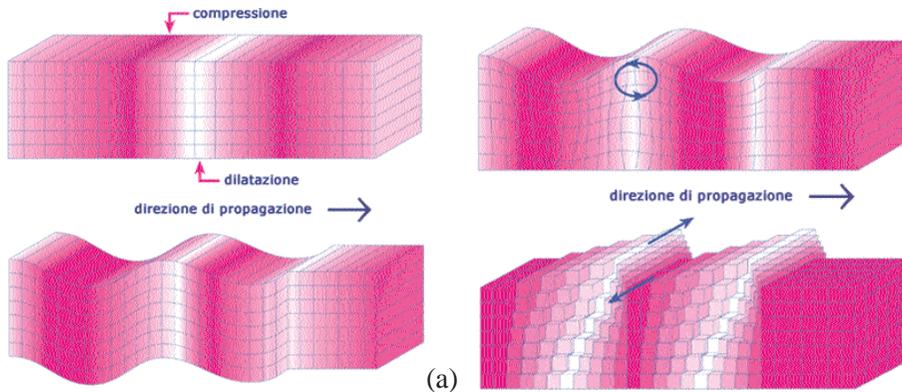


Figura 3.1 Principali tipi di onde meccaniche che si propagano in un mezzo continuo: onde di volume (a) e di superficie (b)

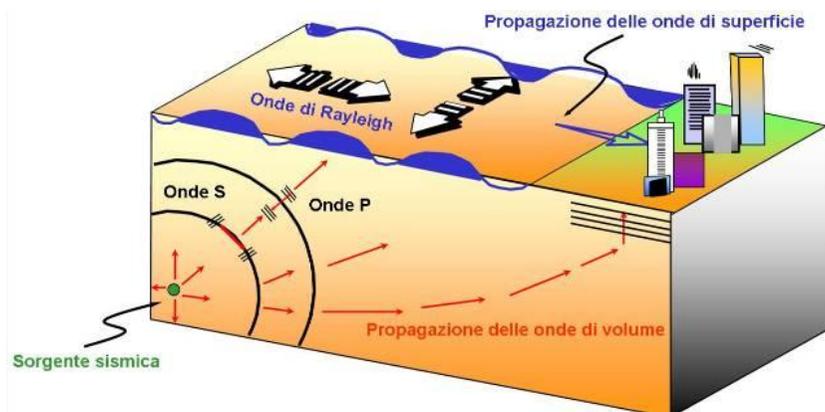


Figura 3.2 Propagazione delle onde nel mezzo continuo (Prof.Ing. Silvestri, 2014)

Lo studio dell'equilibrio dinamico di un mezzo elastico (lineare, omogeneo, isotropo) mostra che le onde sismiche associate a stati deformativi di compressione-dilatazione volumetrica (onde P), si propaga con velocità V_p pari a:

$$v_p = \sqrt{\frac{E_{ed}}{\rho}} \quad (3.5)$$

dove:

- E_{ed} rappresenta il modulo di compressione edometrica, che in un mezzo elastico ideale è funzione del modulo di Young e del coefficiente di

Poisson attraverso la relazione
$$E_{ed} = \frac{(1-\nu) \cdot E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} ;$$

- ρ è la densità del materiale, pari al peso dell'unità di volume γ , diviso per l'accelerazione di gravità g : $\rho = \frac{\gamma}{g}$.

È evidente che per ν tendente al valore 0.5 (in corrispondenza del quale il mezzo elastico diventa incomprimibile) la velocità delle onde di compressione tende a infinito.

Le onde connesse a fenomeni deformativi di tipo distorsionale (onde S), invece, sono caratterizzate da velocità di propagazione V_s pari a:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.6)$$

dove:

- G è il modulo di rigidezza al taglio del materiale, anch'essa funzione del modulo di Young e del coefficiente di Poisson attraverso la relazione

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)};$$

- ρ è la densità del materiale, come precedentemente definita.

Nei terreni saturi la propagazione delle onde P, o onde di compressione, è ovviamente influenzata soprattutto dalle proprietà del fluido di porosità; mentre, la velocità V_s delle onde S, o onde di taglio, dipende sempre esclusivamente dalle caratteristiche dello scheletro solido, in quanto, la mancanza di resistenza al taglio dei fluidi ne impedisce la trasmissione al loro interno.

Inoltre, dalle 3.5 e 3.6, considerata la limitata variabilità in natura della densità dei terreni e rocce, consegue che le onde sismiche si propagano nel sottosuolo con velocità proporzionale alla rigidezza del materiale attraversato.

Infine, introducendo l'ipotesi di semispazio, è possibile calcolare anche la velocità delle onde di Rayleigh, che risulta pari a:

$$v_R = \frac{0.874 + 1.117 \cdot \nu}{1 + \nu} \approx 0.90 \cdot v_s \quad (3.7)$$

Ne consegue, quindi, che le onde di compressione P rappresentano le onde più veloci, seguito dalle onde di taglio S; quasi in contemporanea a quest'ultime giungono al ricevitore anche le onde R.

Studi sperimentali hanno dimostrato che l'energia erogata da una sorgente rappresentata da un carico verticale dinamico e ciclico si compone per il 67% di onde R, per il 26% di onde S e solo per il 7% di onde P, che contribuiscono, quindi, in minima parte al fenomeno vibratorio.

Se la sorgente è superficiale, le onde P e S si propagano secondo fronti d'onda emisferici, mentre le onde R secondo fronti d'onda cilindrici; inoltre, come si vede in Figura 3.3, l'ampiezza delle onde P è sempre dello stesso segno e all'incirca costante lungo il medesimo fronte d'onda, l'ampiezza delle onde S è variabile in ampiezza e segno; infine, la componente verticale delle onde R ha segno costante, quella orizzontale cambia segno con la profondità e l'ampiezza di queste onde decade rapidamente con la profondità.

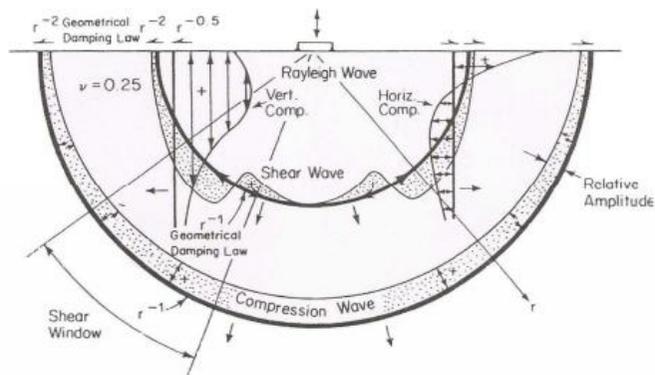


Figura 3.3 Fronti d'onda di onde P, S e R

Poiché le onde investono volumi di terreno sempre maggiori, il loro contenuto energetico diminuisce con la distanza dalla sorgente. Tale fenomeno prende il nome di *attenuazione geometrica*.

Nel caso di sorgente puntuale, l'ampiezza delle onde di taglio e di compressione decade inversamente al quadrato della distanza dalla sorgente stessa secondo la legge $A_{r_2} = A_{r_1} \cdot (r_1/r_2)^2$ con $r_2 > r_1$ le distanze dalla sorgente. Per le onde di

Rayleigh ciò accade in misura inversa alla radice quadrata della distanza, secondo la legge $A_{r_2} = A_{r_1} \cdot \sqrt{r_1/r_2}$.

In caso di sorgente lineare, l'ampiezza delle onde di taglio e di compressione decade inversamente alla distanza della sorgente, mentre l'ampiezza delle onde di Rayleigh risulta indipendente dalla distanza. Conseguentemente, all'aumentare della distanza dal punto di eccitazione, la risposta della superficie sarà progressivamente dominata dalle onde di Rayleigh.

Quando le onde attraversano la roccia o un terreno omogeneo (poco smorzante) si possono considerare con buona approssimazione non dispersive nel campo delle piccole deformazioni (dominio elastico lineare) e delle basse frequenze.

Tuttavia, nei mezzi elastici stratificati e dotati di una frontiera, la propagazione delle onde sismiche segue leggi fisiche più complicate di quelle del mezzo elastico, omogeneo, isotropo ed infinitamente esteso. Infatti, nell'attraversare la superficie all'interfaccia fra due strati di differenti proprietà meccaniche o in corrispondenza della superficie di frontiera si generano onde di volume rifratte e riflesse, nonché (come già detto in precedenza) onde di superficie in corrispondenza delle superfici libere.

Quando un'onda sismica (onda incidente) incontra la superficie di separazione fra due mezzi isotropi con differenti caratteristiche meccaniche, una parte dell'energia si trasmette nello stesso mezzo in cui si propaga l'onda incidente (onda riflessa) ed una parte si rifrange nell'altro (onda rifratta) sotto forma di onde aventi natura e direzione di propagazione diversa da quella dell'onda incidente; in altri termini, ogni onda di volume (P) o di taglio (SV) genera due onde riflesse, una longitudinale (P1) ed una trasversale (SV1), e due onde rifratte, una longitudinale (P2) ed una trasversale (SV2); ogni onda SH, invece, genera un'onda SH rifratta ed una riflessa. Quanto detto è graficamente raffigurato in Figura 3.4, ove si schematizza un'onda incidente avente direzione obliqua rispetto al piano di separazione dei mezzi.

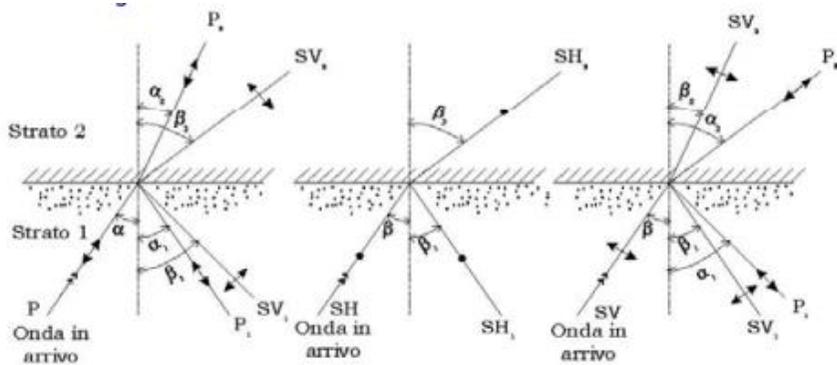


Figura 3.4 Rifrazione e riflessione delle onde P, SH e SV.

Le onde SV e P riflesse e rifratte assumono direzioni diverse da quella originaria, in ragione della “Legge di Snell”:

$$\frac{\sin i}{v_{S_1}} = \frac{\sin r}{v_{S_1}} = \frac{\sin s}{v_{P_1}} = \frac{\sin t}{v_{S_2}} = \frac{\sin u}{v_{P_2}} \quad (3.8)$$

dove:

- i è l'angolo di incidenza;
- r, s sono gli angoli di riflessione (con $r=i$);
- t, u sono gli angoli di trasmissione o rifrazione;
- $v_{S_1}, v_{S_2}, v_{P_1}, v_{P_2}$ sono le velocità delle onde nei due mezzi.

Passando da un mezzo più rigido ad uno più deformabile diminuisce la velocità di propagazione dell'onda e, di conseguenza diminuisce anche il seno dell'angolo, ovvero l'angolo stesso; ciò implica l'avvicinamento alla normale dell'onda trasmessa. Questa situazione si traduce, nel caso limite di terreno multistrato caratterizzato dalla successione di mezzo via via più deformabili, al raddrizzamento dell'onda incidente, che tenderà a divenire ortogonale alla superficie di separazione, come si vede in Figura 3.5

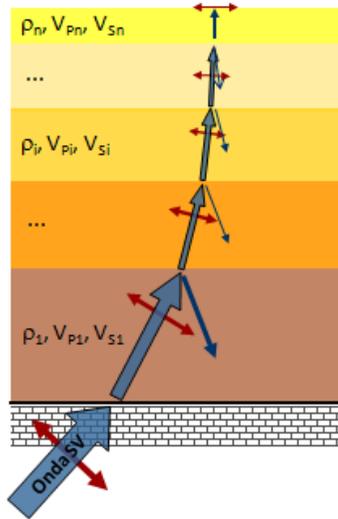


Figura 3.5 Raddrizzamento dell'onda incidente in un multistrato

Passando, invece, da un mezzo più deformabile ad uno più rigido avviene il processo inverso, per cui, per un angolo critico i_c dell'angolo di incidenza si ha rifrazione limite ($t=90$).

Il passaggio attraverso l'interfaccia che delimita due materiali determina anche l'innescarsi di un ulteriore fenomeno: si modifica, infatti, l'ampiezza del moto in relazione al rapporto di impedenza sismica, ovvero al rapporto dei prodotti $\rho \cdot v$ (impedenza sismica) dei mezzi a contatto. Nel caso di onde incidenti lungo la normale all'interfaccia, dette u_i , u_r , u_t rispettivamente le ampiezze di onde incidenti, riflesse e rifratte, si ha:

$$u_r = \frac{I-1}{I+1} \cdot u_i \quad u_t = \frac{2I}{I+1} \cdot u_i \quad (3.9)$$

dove si è definito con I il rapporto fra le impedenze del mezzo di provenienza I rispetto a quello di destinazione 2:

$$I = \frac{\rho_1 \cdot v_1}{\rho_2 \cdot v_2} \quad (3.10)$$

Quale che sia la successione delle formazioni attraversate dalle onde di volume, in genere la velocità, la densità e l'inclinazione degli strati diminuiscono all'approssimarsi della superficie. Ne deriva, quindi, che l'onda sismica, a partire

dalla sorgente, segue un percorso curvilineo che va progressivamente accostandosi alla verticale, mentre gli spostamenti aumentano di entità. Questo comporta, per esempio, brusche deviazioni del tragitto in corrispondenza della trasmissione di onde dalla roccia al terreno.

Nei depositi naturali saturi, per l'elevata rapidità delle azioni, ci si ritrova in condizioni di drenaggio impedito: ne consegue che il fenomeno sismico produce deformazioni volumetriche (associate alle onde P) trascurabili rispetto a quelle distorsionali (indotte dalle onde S).

Si assume, quindi, spesso nella pratica ingegneristica di poter modellare la propagazione di un moto sismico mediante l'analisi (in condizioni non drenate dei terreni saturi) di onde S propagantesi verso l'altro, con un campo di spostamenti del terreno prevalentemente orizzontale.

Dalle considerazioni precedenti consegue che lo stato de formativo maggiormente di interesse per l'analisi del comportamento meccanico dei terreni sotto azioni sismiche è quello distorsionale.

Concludendo, in un sottosuolo reale, allontanandosi dalla sorgente e man mano che i volumi interessati dalla perturbazione diventano maggiori, si ha una modificazione delle caratteristiche delle onde, consistenti in:

- attenuazione della loro ampiezza: l'energia trasportata dalle onde (anche qualora l'energia generata dalla sorgente fosse continua e costante) tende ad attenuarsi con la distanza per effetto di differenti tipi di smorzamento:
 - smorzamento geometrico o per radiazione: è legato al fatto che il volume di terreno investito è sempre maggiore e quindi il contenuto energetico dell'onda diminuisce con la distanza dalla sorgente e con esso anche l'ampiezza dello spostamento nel mezzo;
 - smorzamento per scattering: consiste in una dissipazione di energia dovuta alle riflessioni e rifrazioni multiple;

- smorzamento interno: consiste in una dissipazione di energia legata alle proprietà isteretiche del terreno.
- Raddrizzamento della direzione di propagazione: come visto, in prossimità della superficie libera le onde incidenti si considerano praticamente verticali ed il moto orizzontale.

3.4 L'analisi delle vibrazioni

Per stimare una vibrazione si può scegliere di misurare lo spostamento o le sue derivate prima e seconda, velocità e accelerazione. La scelta del parametro da misurare dipende dal range di frequenza del fenomeno. Con riferimento ad una singola armonica, qualunque sia il parametro considerato, rimangono inalterati forma e periodo della vibrazione, mentre si verifica una variazione di ampiezza e di fase.

L'ampiezza di vibrazione in termini di spostamento accentua le componenti a bassa frequenza rispetto a quelle ad alta frequenza. Viceversa, l'accelerazione enfatizza le componenti ad alta frequenza. Le tre curve coprono un intervallo di frequenza da 1 a 1000 Hz, che coincide con il l'intervallo di interesse delle vibrazioni meccaniche. Per misure a bassa frequenza (<1 Hz) conviene sempre rilevare spostamenti; mentre per misure ad alta frequenza (>100 Hz) conviene sempre rilevare accelerazioni.

Le vibrazioni possono essere rappresentate

- nel dominio del tempo: in questo caso si descrive in uno stesso punto P come varia lo spostamento nel tempo;
- nel dominio dello spazio: si descrive come varia lo spostamento, in uno stesso istante lungo la direzione di propagazione.

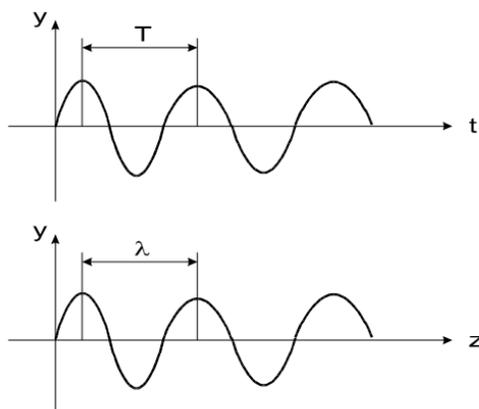


Figura 3.6 Rappresentazione di un'onda nel dominio del tempo e dello spazio

Analiticamente sono descritte da un'equazione (equazione d'onda), che esprime, in ogni istante t e per ogni punto P la distanza tra la posizione perturbata e quella iniziale d'equilibrio.

La forma più semplice di onda è di tipo periodico, vale a dire che, fissato un punto, l'onda si ripete uguale a se stessa ad intervalli regolari (ad esempio quelle generate da macchine industriali). Esse possono essere nella loro forma più semplice di tipo armonico o nella forma più generale ad una componente aleatoria; in entrambi i casi sono necessari pochi parametri per poterle descrivere (ampiezza di picco A_p e periodo T – o la frequenza, suo inverso).

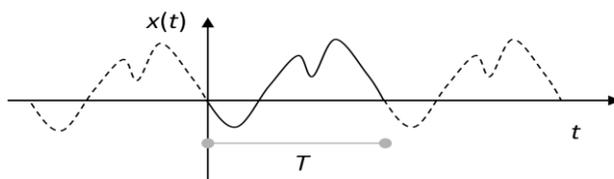


Figura 3.7 Rappresentazione di un segnale periodico

In Figura 3.7 è riportato un esempio di segnale periodico $x(t) = x(t+T) \forall T$.

Un segnale periodico armonico è descritto, invece, da un'equazione del tipo $x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$, dove A rappresenta l'ampiezza del segnale, ϕ la fase espressa in rad e ω la pulsazione espressa in rad/s e pari a $\omega = 2\pi f$. Da

quest'ultima relazione è immediato il calcolo, tramite le formule inverse, della frequenza o del periodo dell'onda.

Nella realtà, la natura delle vibrazioni è tale per cui solo raramente è possibile ricondursi ad un problema di sollecitazioni armoniche; in generale, si presentano condizioni più complicate riconducibili a forme periodiche, casuali o transitorie; per la loro lettura è indispensabile ricorrere all'*Analisi di Fourier*. Tale analisi si riconduce alla definizione di uno *spettro di Fourier*, che rappresenta la scomposizione di un segnale variabile definito nel dominio del tempo in una serie di armoniche con ampiezza e fase variabili in funzione della frequenza.

Qualsiasi segnale sismico può essere infatti riguardato come combinazione di un infinito numero di armoniche di ampiezza (A), fase (ϕ) e frequenza (f) assegnate.

Questo concetto è schematicamente rappresentato in Figura 3.8, che evidenzia l'esistenza di due possibili rappresentazioni di un'onda: quella nel dominio del tempo e quella, meno usuale, nel dominio delle frequenze. Ciò è possibile scomponendo il segnale in armoniche mediante la trasformata di Fourier (equazione 3.11), con la quale si individuano fase ed ampiezza delle armoniche costituenti il segnale sismico.

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df \quad (3.11)$$

La conversione dal dominio delle frequenze al dominio del tempo, si realizza mediante la trasformata inversa di Fourier:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.12)$$

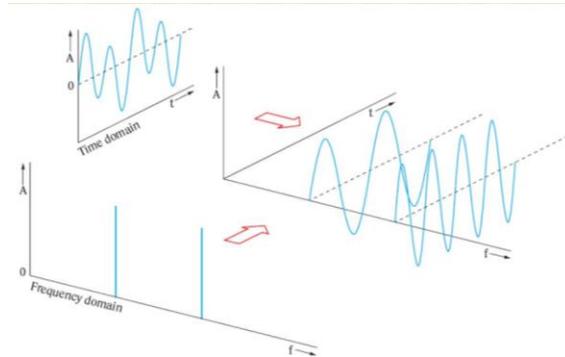


Figura 3.8 Rappresentazione di un segnale casuale nel dominio del tempo e delle frequenze

Si supponga, ora, di avere un segnale $x(t)$ che, immesso in un sistema dinamico, fornisce una risposta $y(t)$; nell'ipotesi che il sistema dinamico sia caratterizzato da una risposta $h(t)$, quando sollecitato da una forza impulsiva $\delta(t)$, anche detta delta di Dirac, la risposta $y(t)$ al segnale $x(t)$ si ottiene attraverso il seguente integrale di convoluzione:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau \quad (3.13)$$

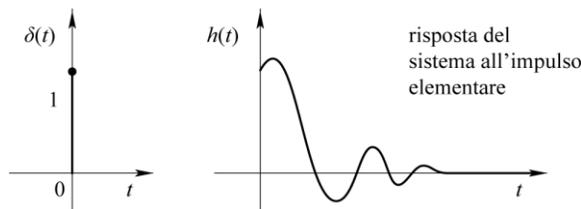


Figura 3.9 Risposta del sistema dinamico alla forza impulsiva

Inoltre, se $x(t) = e^{i\omega t}$, la soluzione dell'integrale si semplifica notevolmente, diventando:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e^{i\omega(t-\tau)} d\tau = e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau = e^{i\omega t} \cdot H(\omega) \quad (3.14)$$

in cui $H(\omega)$ prende il nome di funzione di trasferimento e rappresenta, genericamente, il comportamento del sistema soggetto ad una eccitazione di ampiezza unitaria.

Quanto appena descritto si definisce “omogeneità del sistema”: la risposta che si ottiene dal prodotto di una costante del tempo per l'eccitazione risulta uguale al prodotto della costante per la risposta della sola eccitazione.

4 Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota – rotaia.

4.1 Introduzione

In questo capitolo vengono illustrati i sotto-modelli necessari alla caratterizzazione del modello completo dell'interazione dinamica:

- modello della sovrastruttura,
- modello del veicolo,
- modello dell'eccitazione del binario.

Definiranno il sistema le caratteristiche geometrico-meccaniche dei componenti e quelle reologiche dei legami che li uniscono, mentre le azioni esterne che agiranno su di esso saranno conseguenti alle masse del veicolo ed alla loro accelerazione; in definitiva, all'esercizio ferroviario.

Grazie ai legami che li interconnettono, gli elementi nell'ambito dei sottosistemi ed i sottosistemi fra di loro interagiscono trasmettendosi forse che dipendono dalle proprietà meccaniche dei singoli elementi.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

In definitiva, un'eccitazione in uno dei componenti del sistema si trasmette a tutti gli altri in una maniera condizionata dalle caratteristiche di tutti i componenti del sistema stesso, fino a reagire sull'elemento eccitante con una reazione funzione di tali loro caratteristiche (Bono, Focacci, & Lanni, 1997).

Le vibrazioni indotte dal transito dei veicoli ferroviari sono generate dai sovraccarichi dinamici che il veicolo trasmette alla sovrastruttura per effetto del complesso fenomeno dell'interazione dinamica del veicolo con la sovrastruttura.

I veicoli sono soggetti alle eccitazioni imposte dalle disuniformità altimetriche e planimetriche della linea, dalle deformazioni del binario al passaggio dei convogli e dalla irregolarità delle ruote. Le masse non sospese del veicolo, transitando su tali irregolarità, sono soggette ad una accelerazione verticale che induce nel veicolo delle forze di inerzia, elastiche e dissipative, da cui dipendono le azioni dinamiche agenti sul binario. Tale accelerazione può essere ritenuta dovuta alla difettosità del binario e alla deformazione elastica della sovrastruttura a causa del sovraccarico. Nasce allora una interazione fra il veicolo e la sovrastruttura, essendo il sovraccarico funzione delle deformazioni del sistema le quali, a loro volta, dipendono dai sovraccarichi. Inoltre, per il ripetuto transito dei veicoli, tali sovraccarichi incrementano la difettosità del binario per effetto dei fenomeni di usura e causano delle deformazioni permanenti della sovrastruttura che contribuiscono alle irregolarità della via.

I sovraccarichi dinamici agenti sul terreno, che rappresentano la causa generatrice delle vibrazioni, saranno calcolati utilizzando un modello matematico rappresentante il comportamento dinamico dell'insieme veicolo-sovrastuttura eccitato dalla irregolarità della via.

4.2 Modelli di sovrastruttura

Una sovrastruttura ferroviaria è soggetta ad una molteplicità di carichi, agenti sia verticalmente che orizzontalmente e, questi ultimi, sia trasversalmente che longitudinalmente rispetto al binario.

Tali carichi agiscono secondo direzioni che non sono coincidenti né con gli assi principali di inerzia della sezione, né con l'asse geometrico della rotaia e danno luogo, quindi, a pressoflessione deviata, taglio e torsione.

Tenendo conto del fatto che le forze orizzontali trasversali sono sensibilmente più piccole delle altre, il calcolo viene solitamente effettuato considerando la rotaia come una trave soggetta solo a carichi giacenti nel piano che contiene il maggiore degli assi principali della sezione, avendosi così solo pressoflessione retta.

C'è da dire, comunque, che, essendo in presenza di carichi agenti dinamicamente e ripetuti nel tempo, i modelli più opportuni per la schematizzazione della sovrastruttura appaiono quelli che sviluppano i calcoli tenendo secondo i criteri dell'analisi dinamica (Giannattasio P. , 1984).

In linea di massima, la rotaia è schematicamente rappresentata come:

- rotaia su appoggi discreti
- rotaia su appoggio continuo.

Nel primo caso, la rotaia è considerata come una trave continua sorretta da appoggi puntiformi, ad interasse costante, e che simulano la presenza delle traverse.

4.2.1 Modello alla Winkler per la modellazione dei supporti

Convenzionalmente i binari sono costituiti da due travi continue e parallele, le rotaie, che sono fissate a intervalli regolari su traverse supportate dal basso e lateralmente da un mezzo che non può essere deformato, la massicciata o ballast. A sua volta quest'ultimo si trova su una formazione (il corpo stradale) che neanche può subire deformazioni.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia



Figura 4.1 Rappresentazione schematica dell'insieme ruota – binario – ballast - sottofondo

Nei calcoli più elementari è convenzione presupporre che sia possibile applicare la teoria di Winkler ai supporti del binario; tale ipotesi fu formulata nel 1867 e recita: “in ciascun punto del supporto la tensione di compressione è proporzionale al carico ivi applicato”. Tale relazione, schematizzabile facendo ricordo ad una molla, può essere scritta come segue:

$$\sigma = C \cdot w \quad (4.1)$$

in cui:

- σ è la tensione di compressione puntuale individuata sul vincolo [N/m^2];
- w è il cedimento localizzato del vincolo [m];
- C è il modulo della fondazione [N/m^2].

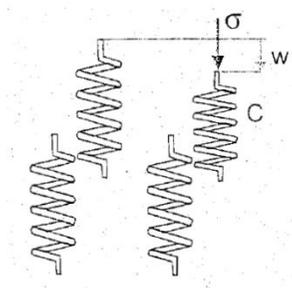


Figura 4.2 Schematizzazione del modello di Winkler

Basandosi sulla teoria di Winkler, in questo caso si può estrarre una correlazione fra la forza verticale $F(x_i)$ che si ha in corrispondenza di un supporto alla progressiva x_i di area A_{rs} ed il corrispondente cedimento w_i :

$$F(x_i) = C \cdot A_{rs} \cdot w(x_i) = k_d \cdot w(x_i) \quad (4.2)$$

da cui, attraverso le formule inverse, è banale il calcolo della costante della molla. Si sottolinea, comunque, che in questo modo si calcola la sola proprietà k_d del supporto, che non deve essere confusa con quella della rotaia come “percepita” dalla ruota; in questo caso, infatti, sarà necessario ricavare un k_{tot} in funzione del carico totale trasferito dalla ruota ed il cedimento massimo registrato.

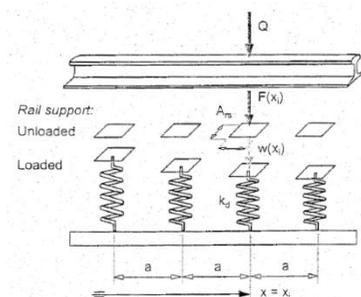


Figura 4.3 Modello di rotaia su appoggi discreti

Nel caso in cui si verifichi la presenza di un carico distribuito $p(x)$ fra la rotaia ed il supporto, esso, in accordo con la teoria di Winkler, è facilmente calcolabile in maniera proporzionale alla funzione descrittiva della deflessione $w(x)$:

$$p(x) = k \cdot w(x) \quad (4.3)$$

In cui k rappresenta il coefficiente della fondazione e che può essere interpretato come una costante elastica della molla, per unità di lunghezza.

In questo caso, la pressione di contatto su appoggio continuo si calcola come segue:

$$\sigma_{rs}(x) = \frac{p(x)}{b_c} \quad (4.4)$$

essendo b_c la larghezza del supporto al di sotto della rotaia.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

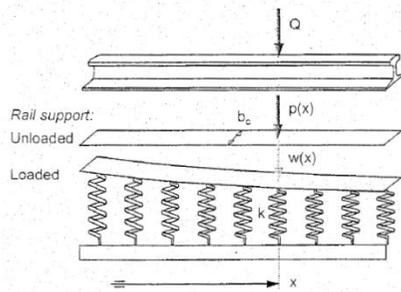


Figura 4.4 Modello di rotaia su appoggio continuo

4.2.2 Modello di trave su suolo elastico (Zimmermann)

Si consideri una trave di lunghezza infinita con rigidezza flessionale EI che poggia su una fondazione continua, con coefficiente di fondazione k e caricata in accordo con la Figura 4.5 con un carico Q alla progressiva $x = 0$. Questo modello è stato introdotto da Zimmermann.

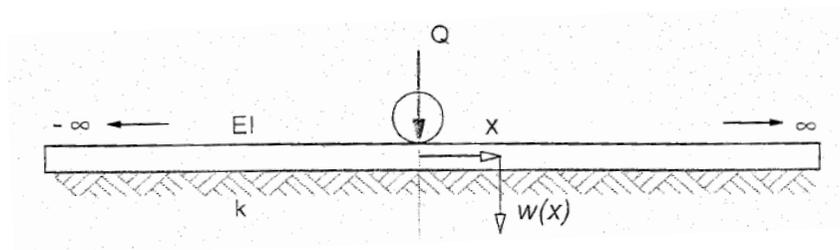


Figura 4.5 Modello di trave su suolo elastico

Con riferimento ad un concio di trave (Figura 4.6), è possibile scrivere le equazioni di equilibrio che governano il problema:

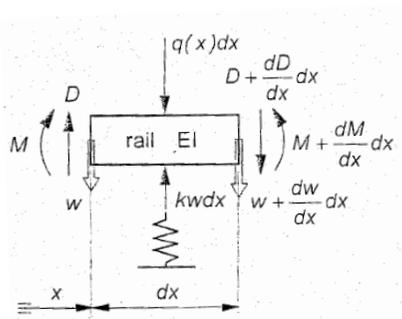


Figura 4.6 Concio di trave

- equilibrio alla traslazione verticale

$$q(x) \cdot dx + \frac{dT(x)}{dx} \cdot dx = k \cdot w(x) \cdot dx \quad (4.5)$$

• equilibrio alla rotazione $T(x) \cdot dx = \frac{dM(x)}{dx} \cdot dx \quad (4.6)$

La soluzione cercata è $w(x)$, ovvero la deformata della trave, che schematizza la rotaia; sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti, la relazione tra rotazione e abbassamento è del tipo $\phi(x) = \frac{-dw(x)}{dx}$ da cui, ricordando le equazioni della linea elastica, si ottiene:

$$\frac{d\phi(x)}{dx} = \frac{M(x)}{EI} = -\frac{dw(x)}{d^2x} \quad (4.7)$$

$$\frac{dT(x)}{dx} = \frac{d^2M(x)}{d^2x} = -EI \frac{d^4w(x)}{d^4x} \quad (4.8)$$

L'equazione di equilibrio a traslazione verticale diventa quindi:

$$q(x) \cdot dx - EI \frac{d^4w(x)}{d^4x} dx = k \cdot w(x) dx, \text{ ovvero}$$

$$EI \frac{d^4w(x)}{d^4x} + k \cdot w(x) = q(x) \quad (4.9)$$

Poiché l'unico carico verticale presente è una forza concentrata (che rappresenta lo scarico del veicolo sulla rotaia) è possibile porre $q(x)=0$ ed introdurre successivamente questo contributo nelle condizioni al contorno.

L'equazione si semplifica ulteriormente, fornendo la ben nota equazione di trave elastica su suolo elastico:

$$EI \frac{d^4w(x)}{d^4x} + k \cdot w(x) = 0 \quad (4.10)$$

Le condizioni al contorno del problema sono:

1. $w(\infty) = 0$ che rappresenta l'estinzione della deformazione ad una distanza infinita dall'ascissa di carico;

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

2. $\phi(0) = w'(0) = 0$ ovvero rotazione nulla in corrispondenza dell'applicazione del carico;
3. $T(0) = w'''(0) = Q/2EI$ ovvero il taglio deve essere pari al carico applicato in $x = 0$.

Ipotizzando una funzione esponenziale per esprimere la deflessione, la soluzione del problema è:

$$w(x) = \frac{Q \cdot L^3}{8EI} \cdot \eta(x) = \frac{Q}{2kL} \cdot \eta(x) \quad (4.11)$$

mentre la reazione distribuita della fondazione ed il momento flettente hanno la seguente espressione:

$$p(x) = kw(x) = \frac{Q}{2L} \cdot \eta(x) \quad M(x) = \frac{Q \cdot L}{4} \cdot \mu(x) \quad (4.12)$$

Le funzioni $\mu(x)$ e $\eta(x)$ determinano la forma della linea elastica e la distribuzione del momento, come mostrato in Figura 4.7, ed hanno la seguente espressione:

$$\eta(x) = e^{-x/L} \left[\cos \frac{x}{L} + \sin \frac{x}{L} \right] \quad x \geq 0 \quad (4.13)$$

$$\mu(x) = e^{-x/L} \left[\cos \frac{x}{L} - \sin \frac{x}{L} \right] \quad x \geq 0 \quad (4.14)$$

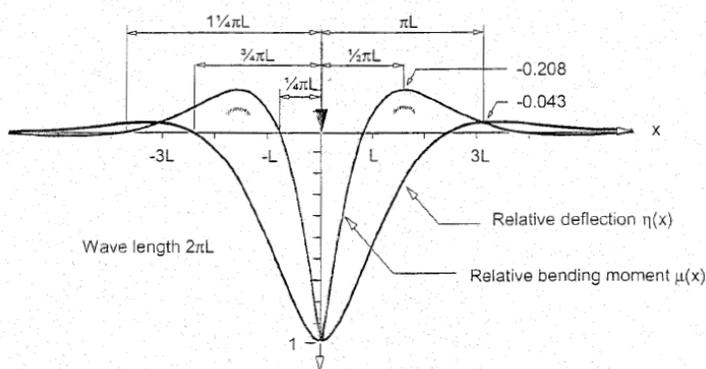


Figura 4.7 Linea elastica e momento di una trave soggetta a carico concentrato verticale

4.2.3 Modello di trave doppio-strato

Un modello di trave doppio-strato è un modello più realistico. In esso la trave superiore rappresenta la rotaia, mentre quella inferiore rappresenta la continuità di supporto della struttura (piastrine sottorotaia).

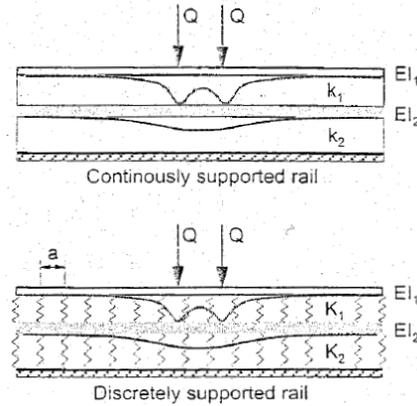


Figura 4.8 Modello doppio-strato

I parametri di rigidezza incogniti sono la rigidezza efficace EI_2 ed i coefficienti di sottofondo k_1 e k_2 (o, nel caso di appoggi discreti, la rigidezza delle molle k_{d1} e k_{d2}). Si assume che la rigidezza della rotaia sia un parametro noto del problema.

Il modello per la rotaia su appoggio continuo è abbastanza semplice; senza carico distribuito sulla rotaia, l'equazione differenziale di tale modello può essere scritta nel modo che segue:

$$EI_1 \frac{d^4 w_1}{d^4 x} + k_1 \cdot (w_1 - w_2) = 0 \quad (4.15)$$

$$EI_2 \frac{d^4 w_2}{d^4 x} + (k_1 + k_2) \cdot w_2 - k_1 \cdot w_1 = 0 \quad (4.16)$$

Dalla prima equazione è possibile ricavare $w_2 = \frac{EI_1}{k_1} \cdot \frac{d^4 w_1}{d^4 x} + w_1$, che, sostituita

nella seconda equazione, fornisce $\frac{d^8 w_1}{d^8 x} + A \cdot \frac{d^4 w_1}{d^4 x} + B \cdot w_1 = 0$, in cui:

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

$$A = \frac{k_1 \cdot (I_1 + I_2) + k_1 \cdot I_1}{E \cdot I_1 \cdot I_2} \quad (4.17)$$
$$B = \frac{k_1}{E \cdot I_1} \cdot \frac{k_2}{E \cdot I_2}$$

4.2.4 Modellazione dinamica

Quanto sinora esposto è adatto a descrivere il comportamento della trave sottoposta ad una azione di tipo costante, ma se l'eccitazione è variabile nel tempo, quale è nel caso di interazione veicolo-sovrastuttura, e se si vuole migliorare il modello di terreno considerando non più un legame di tipo elastico tra forza e spostamenti, ma un legame viscoelastico, bisogna necessariamente ricorrere ad un'analisi dinamica.

I modelli precedentemente visti possono essere, quindi, adattati al fine di introdurre questo nuovo legame costitutivo che schematizza il comportamento del terreno.

Il modello più semplice per rappresentare la generica sovrastruttura consiste nel considerare un unico corpo dotato di massa soggetto alle forze inerziali, cioè la rotaia modellata come trave di Eulero, con rigidezza flessionale EI e massa m uniformemente distribuite, trascurando invece l'inerzia rotazionale e la deformazione a taglio, che potrebbe essere tenuta in conto ricorrendo ad una trave di Timoshenko.

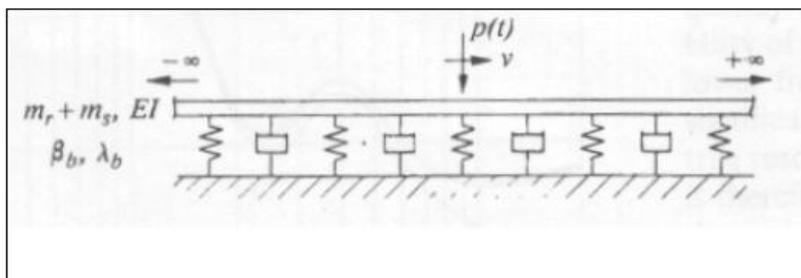


Figura 4.9 Modello di trave di Eulero

Il legame viscoelastico viene rappresentato per mezzo di una serie di molle e ammortizzatori in parallelo (modello reologico di Kelvin), si assume cioè

$$p = k_0 \cdot w + r_0 \cdot \dot{w}.$$

Sotto tali assunzioni, e portando anche in conto il termine inerziale, le due equazioni di equilibrio già illustrate per la modellazione statica, assumono la seguente forma:

$$q(x,t) - EI \cdot \frac{d^4 w(x,t)}{d^4 z} = k \cdot w(x,t) + r \cdot \frac{dw(x,t)}{dt} + m \cdot \frac{d^2 w(x,t)}{d^2 t} \quad (4.18)$$

in cui r è lo smorzamento per unità di lunghezza degli elementi viscosi che lavorano in parallelo con le molle [FTL⁻²]; escludendo la presenza di un carico distribuito e considerando il carico di tipo concentrato più avanti nelle condizioni al contorno, si ottiene:

$$EI \cdot \frac{d^4 w(x,t)}{d^4 x} + m \cdot \frac{d^2 w(x,t)}{d^2 t} + r \cdot \frac{dw(x,t)}{dt} + k \cdot w(x,t) = 0 \quad (4.19)$$

Dunque l'equazione che descrive il problema è un'equazione differenziale alle derivate parziali, ma adottando un'opportuna forma della soluzione è possibile ricondurci ad una equazione differenziale analoga a quella dal caso statico.

La soluzione ipotizzata deve essere del tipo a variabili separabili:

$$\begin{aligned} w(x,t) &= w(x) \cdot e^{i\omega t} \\ F(t) &= P \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (4.20)$$

in cui ω è la pulsazione del carico concentrato. In questo modo l'equazione

$$EI \cdot \frac{d^4 w(x,t)}{d^4 x} + m \cdot \frac{d^2 w(x,t)}{d^2 t} + r \cdot \frac{dw(x,t)}{dt} + k \cdot w(x,t) = 0 \quad (4.19 \text{ diventa:})$$

$$EI \cdot \frac{d^4 w(x)}{d^4 x} \cdot e^{i\omega t} + w(x) \cdot e^{i\omega t} \cdot (-m \cdot \omega^2 + r \cdot (i \cdot \omega) + k) = 0 \quad (4.21)$$

Tale equazione, a meno del termine esponenziale, è analoga a quella del caso statico ponendo $\dot{k} = k - m \cdot \omega^2 + i \cdot \omega \cdot r$, che prende il nome di rigidità complessa; essa è infatti un numero complesso che tiene conto sia delle caratteristiche viscosi che elastiche del mezzo.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

Procedendo alla stessa maniera, è possibile introdurre il concetto di smorzamento anche al caso di trave doppio-strato; con un modello simile è possibile tenere conto anche delle caratteristiche viscoelastiche aggiuntive fornite dalla presenza di un elemento appositamente pensato per lo smorzamento delle vibrazioni (tappetino anti-vibrante) oppure una sovrastruttura di tipo a massa flottante.

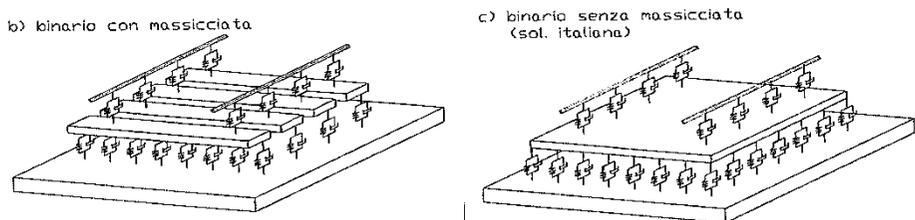


Figura 4.10 Modello di trave doppio-strato con molle e smorzatori

Come già visto nel paragrafo precedente, il problema reale di un modello discreto a 2 strati viene risolto considerando un continuo equivalente: anziché considerare le rigidità k e gli smorzamenti r puntuali dei singoli elementi distanti i , saranno considerate delle distribuzioni uniformi con valori pari a $k \cdot i$ e $r \cdot i$.

4.3 Modelli di veicolo

Nello studio dell'interazione tra piano di rotolamento e veicolo, quest'ultimo viene in genere schematizzato come un sistema meccanico a più gradi di libertà. Quando si parla di sistema meccanico si intende un sistema definito da un insieme di elementi connessi tra di loro e individuati da precise caratteristiche geometriche, inerziali ed elasto-viscose. Una prima classificazione di tali modelli tende a distinguere tra sistemi a parametri concentrati ed a parametri distribuiti. Nei primi, i parametri che contraddistinguono i vari elementi come, la massa, l'elasticità e la viscosità, si suppongono concentrati in punti caratteristici della struttura del veicolo. Nella realtà, i veicoli, come in generale tutte le strutture, sono sistemi a parametri distribuiti nel senso che la massa, così come l'elasticità, sono proprietà

uniformemente distribuite lungo la struttura stessa, per cui è intuitivo comprendere che l'utilizzo di tali modelli fornisce risultati affetti da una maggiore precisione.

D'altra parte, i modelli a parametri distribuiti presentano alcuni inconvenienti: se infatti, in linea teorica, risulta possibile tradurre, *in forma analitica*, un modello a parametri distribuiti, nella pratica tale operazione presenta notevoli complessità ed un'elevata laboriosità, per cui raramente viene intrapresa. Inoltre, ai fini della determinazione dei sovraccarichi dinamici, si è rilevato che in genere la maggiore precisione ottenuta non compensa il più elevato onere connesso al loro sviluppo.

Una diversa classificazione che cerca di ovviare a tali limitazioni, si basa sul numero di gradi di libertà che caratterizza il modello. In effetti un sistema a parametri distribuiti può essere visto come costituito da un numero infinito di gradi di libertà, per cui, all'aumentare di questi ultimi, si può passare gradualmente dall'uno all'altro. In tal caso si preferisce distinguere tra modelli caratterizzati da un ridotto numero di gradi di libertà e quelli caratterizzati da un numero elevato, anche se bisogna precisare che il numero di gradi di libertà va sempre commisurato al tipo di veicolo che si vuole descrivere.

In questo studio si farà riferimento più semplicemente ai *modelli a corpo rigido* ed *a corpo deformabile*, dove i primi rappresentano modelli a parametri concentrati, mentre i secondi presentano un più elevato numero di gradi di libertà e quindi si avvicinano maggiormente, in termini di risposta dinamica, ai modelli a parametri distribuiti.

L'introduzione delle masse nel modello dinamico, una volta individuato lo schema elastico, deve avvenire tenendo conto della reale partecipazione dei carichi inerziali alle accelerazioni dello schema.

Ciò non sempre è possibile a rigore proprio perché lo schema elastico assunto semplifica, generalmente, una realtà più complessa.

L'obiettivo di tale modellazione è ovviamente quello di trovare un compromesso tra una buona semplificazione del complesso sistema reale e i risultati ottenuti in termini di sovraccarichi dinamici trasmessi. Le carrozze (e le motrici) ferroviarie

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

sono composte da sette masse: una cassa, due carrelli e quattro assali. Dato che ogni massa ha sei gradi di libertà, si può affermare che per la cassa e i due carrelli si ha un totale di diciotto modi di oscillare. Gli assali, a loro volta, hanno sei modi di oscillazione di cui tre imposti dalla linea (verticale, laterale e rollio) e tre liberi (longitudinale, serpeggio e rotazione intorno al proprio asse). Quindi, nella generalità dei casi, un veicolo ha 34 gradi di libertà se si considera la linea rigida e 42 gradi di libertà se la linea è elastica. Nella letteratura tecnica ferroviaria sono stati proposti diversi modelli di veicolo, con differenti gradi di accuratezza. Tali modelli sono quasi tutti basati sull'ipotesi di infinita rigidità degli elementi dotati di massa (cassa, carrelli, sale), mentre sono supposti privi di massa gli elementi elastici e dissipativi (sospensioni).

Le principali differenze tra i vari modelli risiedono nella scelta dei gradi di libertà della cassa e dei carrelli e nella schematizzazione dei sistemi di sospensione. Tali scelte dipendono dal tipo di problema che si deve studiare.

Nei modelli più semplici si attribuisce alla cassa il solo grado di libertà verticale, ma un miglioramento può essere ottenuto considerando anche il grado di libertà rotazionale: la sua deformabilità è tenuta in conto solo nei modelli più elaborati, per mezzo di un modello di trave a caratteristiche costanti sulla lunghezza i cui fenomeni dissipativi sono tenuti in conto mediante uno smorzamento isterico lineare.

Per ciò che riguarda i carrelli, si osserva che alcuni modelli particolarmente semplificati, non ne tengono conto, collegando la cassa direttamente alle sale per mezzo della sospensione. In alcuni modelli viene considerato il solo grado di libertà verticale, in altri viene aggiunto il grado di libertà di beccheggio e nei più sofisticati anche quello di rollio.

Le sale sono quasi sempre modellate con una massa concentrata dotata del solo grado di libertà verticale, trascurando la possibilità di distacco dal binario.

Infine, il sistema di sospensioni è quasi sempre modellato mediante sistemi elasto-viscoso lineari attivi nella direzione verticale.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto
ruota-rotaiia

I modelli a corpo rigido, data la loro semplicità, si prestano maggiormente ad una trattazione di tipo analitico nel senso che è possibile ricondurre i modelli ad un sistema di equazioni differenziali di tipo lineare di secondo ordine. Tale sistema per un numero di gradi di libertà non elevato è risolvibile in forma chiusa e permette di ricavare la risposta dinamica del veicolo, nel dominio del tempo e/o in quello delle frequenze per un assegnato profilo della superficie di rotolamento. Già per un numero di gradi di libertà superiori a due, la risoluzione nel dominio del tempo incomincia a presentare alcune difficoltà per cui conviene, in tal caso, ricorrere a metodi di tipo numerico attraverso un'integrazione al passo del sistema di equazioni differenziali talvolta opportunamente ricondotto ad un sistema di primo ordine (metodo di Eulero).

In generale dato un sistema a n gradi di libertà, si possono scrivere n equazioni dinamiche che governano l'equilibrio e che, nel dominio del tempo, sono di tipo differenziale, del secondo ordine a coefficienti costanti.

Con la trasformazione di Fourier (Appendice B) il sistema di equazioni differenziali si riduce, nel dominio delle frequenze, a un sistema algebrico che posto in forma matriciale risulta:

Il sistema di equazioni nel dominio delle frequenze è di tipo lineare: si consideri la forzante del sistema (irregolarità) rappresentata da un'eccitazione armonica; essa può essere descritta mediante una notazione complessa del tipo

$$y(t) = y_0 e^{-i\omega t}.$$

Il sistema è eccitato, in corrispondenza di ogni sala, dalla irregolarità della linea che costituisce l'unico ingresso del sistema; tali irregolarità sono incontrate in successione dalle sale con ritardi che dipendono dall'interasse tra le stesse e dalla velocità del veicolo.

In generale, detto L l'interasse e v la velocità, lo sfasamento temporale è L/v ,

ovvero $y_2(t) = y_1\left(t - \frac{L}{v}\right)$. L'espressione dell'eccitazione nel dominio delle

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

frequenze si ottiene attraverso il passaggio alla trasformata di Fourier, per cui risulta:

$$F(y_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_2(t) \cdot e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} y_1\left(t - \frac{L}{v}\right) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (4.22)$$

Imponendo $t_1 = t - L/v$ e $dt_1 = dt$ si ricava $t = t_1 + L/v$ e la 4.22 diventa:

$$F(y_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_2(t_1) \cdot e^{-i\omega\left(t_1 + \frac{L}{v}\right)} dt_1 = e^{-i\omega\left(t_1 + \frac{L}{v}\right)} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} y_2(t_1) dt_1 = e^{-i\omega\left(t_1 + \frac{L}{v}\right)} \cdot F(y_1) \quad (4.23)$$

In cui $F(y_1)$ rappresenta la trasformata di Fourier dell'eccitazione incontrata dal primo asse.

La linearità del sistema risulta verificata.

4.3.1 Modelli ad 1 grado di libertà

Rappresentano il più semplice modello di veicolo che possa essere sviluppato. Esso risulta composto da una massa m pari ad un quarto di quella di totale del veicolo stesso connessa al piano di rotolamento mediante una molla elastica lineare di costante k in parallelo con un ammortizzatore viscoso lineare di coefficiente c che costituiscono il sistema di sospensione. Si suppone che la massa della ruota e degli assi sia nulla.

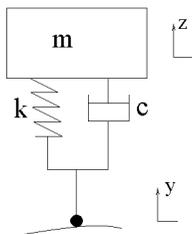


Figura 4.11 Modello ad 1 grado di libertà

Un siffatto sistema è descrivibile facendo ricorso alla similitudine con il caso di un oscillatore che presenti smorzamento; scrivendo l'equilibrio alla traslazione verticale della massa si ottiene e ricordando che in questo caso lo spostamento

verticale sarà dato dalla differenza fra l'elevazione della cassa e quella del piano di rotolamento si ottiene:

$$m\ddot{z} + c(\dot{z} - \dot{y}) + k(z - y) = 0 \quad (4.24)$$

dove in tal caso $y'(x)$ rappresenta la funzione che descrive l'elevazione del profilo in funzione della distanza x . Percorrendo la superficie di rotolamento ad una assegnata velocità V è possibile convertire tale espressione in funzione della variabile tempo $y'(x) = y'(x(t)) = y'(Vt) = y(t)$. Supponendo di rappresentare l'irregolarità del profilo attraverso un'eccitazione armonica mediante una notazione complessa del tipo $y(t) = y_0 e^{i\omega t}$, allora la soluzione dell'equazione sarà anch'essa di tipo armonico $z(t) = z_0 e^{i\omega t}$. Sostituendo tali espressioni nella 4.24 ed eliminando i termini esponenziali, si riconduce l'equazione differenziale ad una semplice equazione algebrica nelle variabili z_0 e y_0 , da cui si ottiene:

$$\frac{z_0}{y_0} = \frac{k + ic\omega}{-\omega^2 m + i\omega c + k} \quad (4.25)$$

Tale espressione rappresenta *la funzione di risposta in frequenza* di un sistema ad un grado di libertà per effetto di un spostamento del supporto ovvero della superficie di rotolamento. Tale funzione è a valori complessi, per cui è possibile razionalizzando il denominatore ricavare la *componente reale* e quella *immaginaria* che sono delle funzioni reali della pulsazione ω . Il *modulo* di tale funzione ottenuto calcolando la radice quadrata della somma dei quadrati delle due componenti corrisponde all'ampiezza dello spostamento verticale armonico a regime (cioè dopo che si è esaurita la fase transitoria) subito dalla massa per effetto di uno spostamento unitario alla base per ogni assegnato valore della pulsazione. Lo *sfasamento* φ tra l'eccitazione armonica ed il corrispondente spostamento è invece ricavato computando l'arcotangente del rapporto tra la componente immaginaria dello spostamento e quella reale ed è anch'esso una funzione reale della pulsazione. Le due espressioni rispettivamente del modulo e dello sfasamento sono le seguenti:

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

$$\left| \frac{z_0}{y_0} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\beta)^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{-2\xi\beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}\right) \quad (4.26)$$

dove β rappresenta la *pulsazione adimensionalizzata* cioè il rapporto tra la pulsazione dell'eccitazione, ω e quella fondamentale del sistema, ϖ , mentre ξ è lo smorzamento relativo.

Per quanto un siffatto modello non sia perfettamente esplicativo del funzionamento di un veicolo ferroviario (a meno che esso non sia caratterizzato da un solo ordine di sospensioni⁵ o si possa considerare ininfluente il contributo delle masse sospese), esso rappresenta comunque il punto di partenza per la risoluzione di tutti i modelli a più gradi di libertà.

Bisogna sottolineare, tuttavia, che nei modelli più complessi le grandezze cinematiche in gioco (spostamenti, velocità ed accelerazioni) non saranno rappresentate più da scalari ma da vettori mentre le caratteristiche inerziali e meccaniche (elastiche e viscosi) del sistema saranno descritte da matrici. Per il resto la procedura è del tutto simile a quella precedentemente utilizzata:

1. scrittura delle equazioni di equilibrio del sistema, tante quanti sono i gradi di libertà presi in esame: si ricava un sistema di equazioni differenziali lineari del secondo ordine nelle variabili z_k per $k = 1 \dots n$, se n sono i gradi di libertà del sistema;
2. rappresentazione armonica della eccitazione alla base mediante una notazione complessa $y_j(t) = y_{j0} e^{i\omega t}$ per $j = 1 \dots m$, se m sono i punti di appoggio del veicolo;
3. rappresentazione armonica della risposta del sistema $z_k(t) = z_{k0} e^{i\omega t}$;

⁵ I veicoli ferroviari sono, in genere, caratterizzati dalla presenza di due ordini di sospensioni: primaria e secondaria. La sospensione primaria è interposta fra gli assi e il telaio, mentre quella secondaria è costituita da una trave detta "trave oscillante", sospesa pendolarmente al telaio del carrello e su di essa appoggia la cassa.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto
ruota-rotaia

4. eliminazione dei termini esponenziali e trasformazione del sistema di equazioni differenziali in un sistema di equazioni algebriche nelle incognite z_{k0} ;
5. risoluzione del sistema di equazioni algebriche che consente di ricavare la funzioni di risposta in frequenza a valori complessi per ogni grado di libertà z_k del modello.

4.3.2 Modelli a 3 gradi di libertà

Il modello a tre gradi di libertà è costituito da una sola ruota (equivalente al peso di due ruote) e la massa della cassa gravante su di essa è pari a metà della massa della cassa complessiva; tutti gli elementi sono collegati fra di loro attraverso molle elastiche lineari disposte in parallelo con smorzatori viscosi lineari ed in esso cassa, carrello ed asse sono considerati corpi rigidi dotati ciascuno del solo gradi libertà verticale, come si vede dalla Figura 4.12.

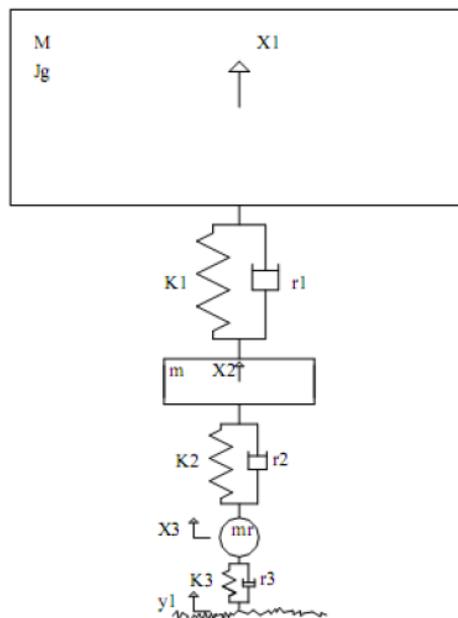


Figura 4.12 Modello a 3 gradi di libertà

Si consideri quindi un sistema costituito da tre masse m_1 , m_2 e m_3 collegate da tre molle di rigidezza k_1 , k_2 e k_3 e da tre smorzatori di costante c_1 , c_2 e c_3 .

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

Assumendo quali incognite del problema gli spostamenti verticali delle masse (z_1 , z_2 , z_3), misurati a partire dalla configurazione in deformata, e considerando un comportamento lineare elastico delle molle, si può scrivere:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{q}_3^2 \\ D &= \frac{1}{2} c_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} c_2 \left(\dot{q}_2 - \dot{q}_1 \right)^2 + \frac{1}{2} c_3 \left(\dot{q}_3 - \dot{q}_2 \right)^2 \\ U_i &= \frac{1}{2} k_1 q_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (q_2 - q_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (q_3 - q_2)^2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

dove T è l'energia cinetica del sistema, D la funzione di dissipazione ed U_i l'energia potenziale interna.

Le equazioni che governano il moto del sistema, nell'ipotesi di piccoli spostamenti, possono ricavarsi attraverso le equazioni di Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial U_i}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad (4.28)$$

Sostituendo $k=1,2,3$ si ottiene un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti nelle incognite q_1 , q_2 , q_3 e che possono scriversi in forma compatta adottando la notazione matriciale:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Y\} \quad (4.29)$$

dove $[M]$, $[C]$, e $[K]$ vengono rispettivamente chiamate *matrice delle masse*, *degli smorzamenti* e *delle rigidità*, mentre $\{q\}$ rappresenta il vettore dei gradi di libertà del sistema q_1 , q_2 e q_3 pari agli spostamenti verticali computati rispetto a tre sistemi di riferimento solidali rispettivamente alla massa m_1 , m_2 ed a quella m_3 ; infine il vettore $\{Y\}$ rappresenta il vettore colonna delle eccitazioni alla base che in tal caso è composta dalla sola grandezza y_3 , diversa da zero, che descrive l'elevazione del profilo in modo analogo a quanto visto in precedenza, ed interviene nella sola equazione di equilibrio della massa m_3 .

Tali equazioni rappresentano le equazioni di equilibrio dinamico delle tre masse del sistema; il prodotto $[M]\{\ddot{q}\}$ fornisce le tre forze di inerzia applicate rispettivamente

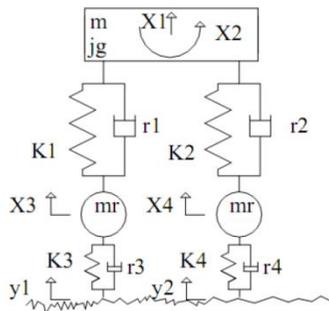
alla massa 1, alla massa 2 ed alla massa 3, mentre i prodotti $[C]\{\dot{q}\}$ e $[K]\{q\}$ definiscono rispettivamente le forze viscosse e quelle di richiamo elastico.

Le matrici $[M]$, $[C]$ e $[K]$ sono esplicitate in 4.30.

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \\
 [C] &= \begin{pmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix} \\
 [K] &= \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

4.3.3 Modelli a 4 gradi di libertà

Il modello a quattro gradi di libertà schematizza metà veicolo senza considerare il contributo della cassa; esso è prevalentemente utilizzato per studiare i moti di beccheggio o, in alternativa, quelli di rollio, a seconda che si consideri metà veicolo rispetto all'asse longitudinale o trasversale. Il beccheggio è la rotazione rispetto ad un asse orizzontale ed ortogonale alla direzione del moto, mentre il rollio è la rotazione intorno ad un'asse parallelo all'asse longitudinale del veicolo.



4.13 Modello a 4 gradi di libertà

L'ipotesi alla base della modellazione è, come al solito per i modelli rigidi, che la cassa sia infinitamente rigida e che sia dotata, inoltre, di due gradi di libertà: una traslazione verticale a cui è associata la massa m ed una rotazione a cui è associato un momento d'inerzia J . La cassa è connessa, attraverso le sospensioni, alle masse

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

delle ruote e degli assali, a loro volta collegate al piano viabile mediante la consueta coppia di molle in parallelo con smorzatori.

In maniera analoga a quanto visto in precedenza, la scrittura delle equazioni del moto del sistema fornisce un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine che può essere rappresentato sinteticamente attraverso la notazione matriciale.

Se ne riporta nel seguito l'esplicitazione.

$$M = \begin{pmatrix} M_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{gc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 2r_1 + r_2 & 0 & -r_1 & -r_1 \\ 0 & 2r_1 \left(\frac{L}{2}\right)^2 & r_1 \cdot \frac{L}{2} & -r_1 \cdot \frac{L}{2} \\ -r_1 & r_1 \cdot \frac{L}{2} & r_1 & 0 \\ -r_1 & -r_1 \cdot \frac{L}{2} & 0 & r_1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 2k_1 + k_2 & 0 & k_1 & k_1 \\ 0 & 2k_1 \left(\frac{L}{2}\right)^2 & k_1 \cdot \frac{L}{2} & -k_1 \cdot \frac{L}{2} \\ -k_1 & k_1 \cdot \frac{L}{2} & k_1 & 0 \\ -k_1 & -k_1 \cdot \frac{L}{2} & 0 & k_1 \end{bmatrix}$$

Dalla risoluzione del sistema di equazioni differenziali ricondotto ad uno algebrico, a differenza dei casi precedenti, nella espressione della risposta in frequenza del sovraccarico dinamico che può essere sinteticamente descritta dalla relazione $F_{dv} = |k_{iw}(z_i - y_i)|$ compaiono entrambi i termini y_1 ed y_2 . Tale dato indica quindi che nel contenuto in frequenza della forza dinamica trasmessa alla pavimentazione dall'asse anteriore, influisce sensibilmente anche la fluttuazione del piano di rotolamento letta, nello stesso istante, dall'asse posteriore. Il discorso va ovviamente ripetuto specularmente per il sovraccarico dinamico trasmesso dall'asse posteriore. Questo aspetto mostra un'importante peculiarità nel comportamento dinamico del veicolo che non poteva emergere dal precedente modello a tre gradi

di libertà, dove le sospensioni e gli assi sono considerati, in termini di risposta dinamica, totalmente indipendenti.

4.3.4 Modelli a 10 gradi di libertà

Un siffatto modello dinamico è costituito da sette masse (una cassa, due carrelli e quattro sale), ognuna collegata alle altre tramite sistemi elasto-viscosi (sospensioni).

La cassa e i carrelli sono considerati come corpi rigidi dotati dei gradi libertà verticale e di beccheggio, per un totale di sei gradi di libertà; le sale sono considerate anch'esse come corpi rigidi e sono dotate del solo grado di libertà verticale, per un totale di quattro gradi di libertà. Complessivamente il modello del veicolo proposto è dotato di dieci gradi di libertà

La scelta dei suddetti gradi di libertà del modello implica che le caratteristiche del veicolo che entrano in gioco per determinare i sovraccarichi dinamici agenti sul binario sono:

- massa della cassa;
- momento di inerzia al beccheggio della cassa;
- massa dei carrelli;
- momento di inerzia al beccheggio dei carrelli;
- rigidità delle sospensioni (primaria e secondaria);
- smorzamento delle sospensioni (primaria e secondaria);
- rigidità e smorzamento degli elementi schematizzanti il contatto ruota-rotaia.

Ancora una volta, in maniera analoga a quanto visto in precedenza, la scrittura delle equazioni del moto del sistema fornisce un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine che può essere rappresentato sinteticamente attraverso la notazione matriciale.

Se ne riporta nel seguito l'esplicitazione, tenendo presente che si è indicato con:

- M massa della cassa;

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

- M_c massa del carrello;
- m massa dell'asse;
- I_g inerzia della cassa;
- I_{gc} inerzia del carrello;
- sec è un pedice utilizzato per indicare la sospensione secondaria;
- $prim$ è un pedice utilizzato per indicare la sospensione primaria;
- w è un pedice utilizzato per indicare il contatto ruota-rotaia;
- L_1, L_2 considerando la cassa come una trave appoggiata-appoggiata sono le distanze del punto di applicazione del carico (baricentro) dagli estremi (appoggi);
- $L_3, L_4; L_5, L_6$ analogamente alla cassa, considerando i carrelli come una trave appoggiata-appoggiata sono le distanze del punto di applicazione del carico (baricentro) dagli estremi (appoggi).

$$M = \begin{pmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{gc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{gc} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 2c_{sec} & (L_2 - L_1) \cdot c_{sec} & -c_{sec} & 0 & -c_{sec} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (L_2 - L_1) \cdot c_{sec} & [(L_2)^2 + (L_1)^2] \cdot c_{sec} & c_{sec} \cdot L_1 & 0 & -c_{sec} \cdot L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{sec} & c_{sec} \cdot L_2 & 2 \cdot c_{prim} + c_{sec} & (L_4 - L_3) \cdot c_{prim} & 0 & 0 & -c_{prim} & -c_{prim} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (L_4 - L_3) \cdot c_{prim} & [(L_3)^2 + (L_4)^2] \cdot c_{prim} & 0 & 0 & c_{prim} \cdot L_3 & -c_{prim} \cdot L_4 & 0 & 0 \\ -c_{sec} & -c_{sec} \cdot L_2 & 0 & 0 & 2 \cdot c_{prim} + c_{sec} & (L_6 - L_5) \cdot c_{prim} & 0 & 0 & -c_{prim} & -c_{prim} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (L_6 - L_5) \cdot c_{prim} & [(L_5)^2 + (L_6)^2] \cdot c_{prim} & 0 & 0 & c_{prim} \cdot L_5 & -c_{prim} \cdot L_6 \\ 0 & 0 & -c_{prim} & c_{prim} \cdot L_3 & 0 & 0 & c_{prim} + c_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{prim} & -c_{prim} \cdot L_4 & 0 & 0 & 0 & c_{prim} + c_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{prim} & c_{prim} \cdot L_5 & 0 & 0 & c_{prim} + c_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{prim} & -c_{prim} \cdot L_6 & 0 & 0 & 0 & c_{prim} + c_w \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 2k_{sec} & (L_2 - L_1)k_{sec} & -k_{sec} & 0 & -k_{sec} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (L_2 - L_1)k_{sec} & [(L_2)^2 + (L_1)^2]k_{sec} & k_{sec} \cdot L_1 & 0 & -k_{sec} \cdot L_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{sec} & k_{sec} \cdot L_2 & 2k_{prim} + k_{sec} & (L_4 - L_3)k_{prim} & 0 & 0 & -k_{prim} & -k_{prim} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (L_4 - L_3)k_{prim} & [(L_3)^2 + (L_4)^2]k_{prim} & 0 & 0 & k_{prim} \cdot L_3 & -k_{prim} \cdot L_4 & 0 & 0 \\ -k_{sec} & -k_{sec} \cdot L_2 & 0 & 0 & 2k_{prim} + k_{sec} & (L_6 - L_5)k_{prim} & 0 & 0 & -k_{prim} & -k_{prim} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (L_6 - L_5)k_{prim} & [(L_5)^2 + (L_6)^2]k_{prim} & 0 & 0 & k_{prim} \cdot L_5 & -k_{prim} \cdot L_6 \\ 0 & 0 & -k_{prim} & k_{prim} \cdot L_3 & 0 & 0 & k_{prim} + k_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{prim} & -k_{prim} \cdot L_4 & 0 & 0 & 0 & k_{prim} + k_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k & k_{prim} \cdot L_5 & 0 & 0 & k_{prim} + k_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{prim} & -k_{prim} \cdot L_6 & 0 & 0 & 0 & k_{prim} + k_w \end{bmatrix}$$

4.4 Modello di contatto ruota-rotaia

Durante il moto, la ruota non rotola solamente lungo la rotaia, ma si manifesta anche uno scorrimento fra le superfici a contatto.

Nel 1880 Hertz descrisse per la prima volta la superficie di contatto fra ruota e rotaia, dimostrando che la deformazione elastica dell'acciaio della ruota e della rotaia crea una superficie di contatto ellittica. Infatti, due corpi con superfici a diversa curvatura hanno idealmente un solo punto (contatto sfera-sfera) o una linea (contatto cilindro-cilindro) di contatto, ma per effetto del carico esterno il punto o la linea si espandono sino a diventare piccole aree.

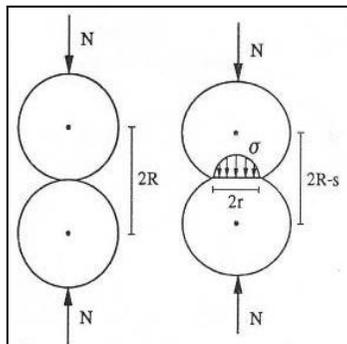


Figura 4.14 Modello di contatto Hertziano

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

La teoria di Hertz permette la determinazione delle tensioni e deformazioni che si producono premendo l'uno contro l'altro due corpi elastici a differente curvatura.

Le ipotesi che sono alla base di tale teoria sono:

- 1) perfetta elasticità del materiale;
- 2) assenza di forze di attrito;
- 3) superficie di contatto piccola rispetto alle dimensioni dei corpi a contatto.

Le dimensioni dell'area di contatto sono determinate dalla forza normale che agisce su di essa, mentre il rapporto fra i semiassi dell'ellisse a e b dipende dai raggi delle superfici che vengono a contatto, dal modulo di elasticità dei due materiali e dalle forze di spinta della forza di trazione.

Le tensioni che si generano a seguito dell'applicazione di una forza normale N sono descritte da:

$$\sigma(x, y) = \frac{3 \cdot N}{2\pi \cdot a \cdot b} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (4.31)$$

che consente di concludere che la sollecitazione di compressione massima si verifica sempre al centro dell'ellisse di contatto ed è pari a $\sigma(x, y) = \frac{3 \cdot N}{2\pi \cdot a \cdot b}$.

Nei modelli di interazione dinamica ruota-rotaia il contatto fra le superfici è, dunque, schematizzato attraverso la cosiddetta *molla hertziana*, ovvero una molla che introduce una relazione non lineare tra forza e spostamento, per tenere conto dell'area di contatto tra ruota e binario e la cui rigidità è esplicitata dalla seguente relazione:

$$k_H = \sqrt[3]{\frac{3E^2 Q \sqrt{R_{wheel} \cdot R_{rail}}}{2(1-\nu^2)^2}} \quad (4.32)$$

in cui:

- E rappresenta il modulo di elasticità;
- ν è il coefficiente di Poisson;
- Q è il carico verticale esercitato dalla ruota;

- R_{wheel} è il raggio della ruota;
- R_{railprof} è il raggio della testa della rotaia.

4.5 Modello di irregolarità della rotaia

Le irregolarità delle vie di corsa, che di fatto sono processi casuali stazionari, possono essere espresse in forma spaziale generalizzata, oppure in forma sintetica tramite gli spettri di densità spaziale e temporale. Nel primo caso si riproduce fedelmente l'andamento del difetto lungo la linea, nel secondo caso si effettua una rappresentazione statistica del dato aleatorio.

Il metodo generalizzato in forma spaziale è il più semplice dal punto di vista del rilievo, ma comporta una più complicata valutazione della risposta sul veicolo, visto che richiede l'integrazione delle equazioni del modello, fatte con passi di integrazione ridottissimi, per poi ritrovarsi con risposte temporali di difficile interpretazione e difficilmente condensabili in un giudizio globale; dall'altro lato, invece, il metodo statistico degli spettri di densità di potenza risulta più complicato nella fase di definizione, ma più semplice ai fini della interpretazione del comportamento del veicolo.

Ai fini della misurazione del fenomeno è importante stabilire se esso debba essere considerato come deterministico o aleatorio; si definiscono:

- fenomeni di tipo deterministico quelli descrivibili, con sufficiente approssimazione, mediante espressioni matematiche;
- fenomeni di tipo non deterministico (o aleatori) quelli descrivibili solo in termini probabilistici.

Le due categorie possono essere a loro volta suddivise come di seguito indicato:

- fenomeni deterministici caratterizzati da un andamento nel tempo di tipo:
 - armonico,

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

- periodico, dato dalla sovrapposizione di componenti armoniche con frequenze multiple di una fondamentale,
 - quasi-periodico, dato dalla sovrapposizione di componenti armoniche con frequenze qualsiasi,
 - transitorio,
 - impulsivo;
- *fenomeni aleatori* di tipo:
- stazionario, in cui i valori delle grandezze statistiche, calcolati su un numero sufficientemente grande di campioni, si mantengono costanti nel tempo,
 - ergodico, in cui i valori delle grandezze statistiche, calcolati su un campione di durata sufficiente, non variano al variare del campione considerato,
 - non stazionario di tipo uniformemente modulato, in cui l'intensità dell'eccitazione varia nel tempo mentre la distribuzione spettrale si mantiene costante,
 - non stazionario generico. (UNI 9916, 2004)

Un segnale monitorato, inteso come una grandezza fisica associata alla misura di un fenomeno di interesse scientifico, è un processo causale se, fissato un qualunque istante di tempo, il valore assunto dal segnale è caratterizzabile solo in senso statistico, cioè è una variabile casuale descritta dalla sua densità di probabilità.

Considerare i rilievi delle difettosità geometriche della linea ferroviaria alla stregua di un segnale di tipo digitale acquisito elettronicamente, permette, almeno teoricamente, di ricondurre lo stesso ad un processo aleatorio stazionario ed ergodico.

Un segnale così fatto può essere rappresentato nel dominio della frequenza spaziale, passando attraverso la funzione di densità spettrale di potenza; inoltre esso può essere scomposto in una somma di funzioni armoniche: solo in tal modo

è possibile descrivere in forma analitica un fenomeno aleatorio. L'insieme delle frequenze delle armoniche contenute nel segnale, e dei relativi moduli e fasi, costituiscono il contenuto in frequenza del segnale.

4.5.1 La funzione di densità spettrale di potenza (PSD)

Diversamente da quanto accade in campo stradale (International Standard ISO 8608 “Mechanical Vibration–Road surface profiles Reporting of measured data”), in campo ferroviario le norme vigenti non raccomandano l'utilizzo delle funzioni di densità spettrale di potenza (Power Spectral Density – PSD) per l'analisi di fenomeni aleatori quali la difettosità della linea ferroviaria.

La PSD è una funzione che restituisce il contenuto in frequenza di un segnale (che nel caso oggetto di studio è rappresentato dal difetto) e il valore delle ampiezze delle diverse armoniche in cui esso è scomposto.

La rappresentazione dell'irregolarità mediante la PSD offre due vantaggi principali: in primo luogo costituisce una generalizzazione del fenomeno (ad esempio linee con profili individuali diversi ma posate con materiale simile e con analoghi metodi di manutenzione avranno con molta probabilità caratteristiche statisticamente simili); inoltre riassume in modo sintetico le proprietà dei dati in esame.

Tale rappresentazione non fornisce, però, indicazioni sui difetti isolati che devono essere individuati per altra via.

Tanto premesso, è possibile quantificare il contenuto in termini di densità spettrale di potenza delle ampiezze della forma d'onda della difettosità superficiale in relazione ad un intervallo di frequenza spaziale.

Considerato un tronco di lunghezza L e passo di campionamento ΔL , l'intervallo di definizione della funzione discreta PSD, espressa in armoniche con una scansione pari a Δn , va da 0 a n_{max} ; con n_{max} pari alla frequenza teorica spaziale massima. I valori di Δn e n_{max} dipendono solamente dalla lunghezza e dal passo adottato per la misura del profilo.

$$n_{max} = \frac{1}{\Delta L}; \quad \Delta n = \frac{1}{L} \quad (4.33)$$

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

Stando al teorema di Nyquist (Appendice B), la frequenza efficace spaziale di campionamento è pari a:

$$n_{eff} = \frac{n_{max}}{2} \quad (4.34)$$

La formula sopra riportata fornisce il valore della frequenza limite utilizzabile per evitare il fenomeno di aliasing (Appendice B) e necessaria per riprodurre il segnale senza distorsioni.

Per un segnale aleatorio stazionario è possibile definire, in forma discreta data la discretizzazione dei rilievi, la PSD come segue:

$$PSD(n_i) = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\varphi_x^2(n_i, \Delta n)}{\Delta n} \quad (4.35)$$

Dove φ_x^2 è il valore quadratico medio della componente del segnale alla frequenza spaziale n , entro la frequenza di banda Δn e i varia tra 0 e $N = n_{max} / \Delta n$.

Considerando una famiglia di funzioni armoniche per descrivere l'andamento del profilo della rotaia si può facilmente dimostrare che esiste una relazione tra il contenuto spettrale, ottenuto con la trasformata di Fourier, e la PSD del profilo discretizzato.

Sperimentalmente le oscillazioni delle linee ferrate in forma stocastica sono rappresentate con spettri che hanno un andamento discontinuo alle varie frequenze, ma che teoricamente vengono mediate da rette o curve.

Nel campo ferroviario sono attualmente usati tre tipi di spettri mediati:

- Spettro basico (SAB Swedel) (DB);
- Spettro spezzato a due rette (British Railways);
- Spettro spezzato raccordato (SNCF);
- Spettri dell'American Railway Standard;
- Spettro della Metropolitana di Montreal (metropolitana gommata);
- Spettro di Frederich.

Lo spettro basico spaziale è espresso matematicamente nel campo logaritmico da una retta:

$$S(F) = CF^{-N} \text{ (m}^2\text{/cicli/m)}$$

Dove in corrispondenza di $F=1$ si ha l'ordinata in corrispondenza della frequenza spaziale unitaria e con N si definisce la pendenza della retta.

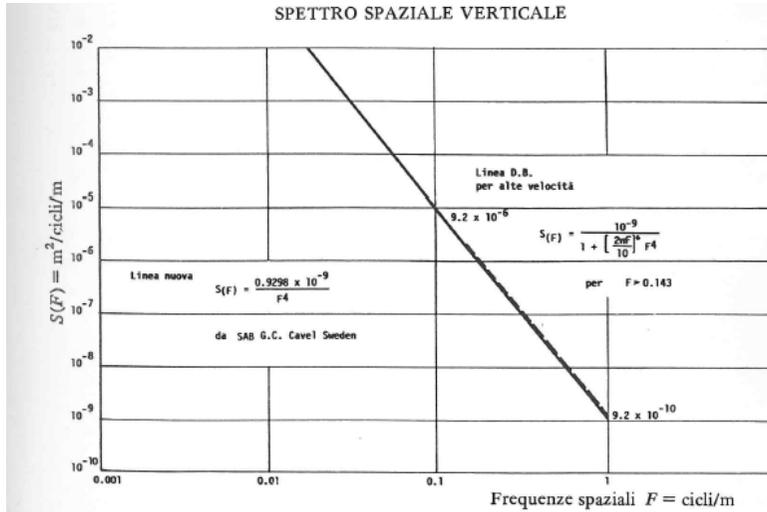


Figura 4.15: Spettro spaziale verticale basico (SAB Swedel) (DB).

Nel caso specifico dello spettro spaziale verticale (SAB Sweden) si ha:

$$C = 0.928 * 10^{-9} \qquad N = 4$$

Passando dallo spettro di densità di potenza spaziale al temporale si ha:

$$S(W) = (2\pi V)^3 CW^{-N} \text{ (m}^2\text{/cicli/m)}$$

Dove, V è la velocità del treno e $W=2\pi FV$ in rad/sec.

Lo spettro basico delle linee Svedesi è migliorativo per le alte frequenze e spaziali e peggiorativo per le basse frequenze.

La DB dispone di uno spettro di densità di potenza spaziale per linee ad alta velocità, nel campo $F > 0.143$ uguale a:

$$S(F) = \frac{10^{-9} F^{-4}}{1 + \left(\frac{2\pi F}{10}\right)^6} \text{ (m}^2\text{/cicli/m)} \qquad (4.36)$$

Passando dal campo spaziale al temporale per $W > 0.9V$, lo spettro di densità di potenza verticale risulta:

$$S(W) = 10^{-9} \frac{(2\pi V)^3 W^{-4}}{1 + \left(\frac{W}{10V}\right)^6} \left(\frac{\text{m}^2}{\text{cicli}}\right) \left(\frac{1}{\text{m}}\right) \qquad (4.37)$$

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

che ricopre fedelmente lo spettro SAB, nel campo considerato.

Lo spettro spezzato a due rette ha la medesima espressione matematica dello spettro basico, solo che alle frequenze spaziali più basse il parametro angolare N della prima retta è di valore inferiore, mentre per la seconda retta, a valori di frequenze spaziali maggiori si ha un esponente N di valore maggiore.

La British Railways dispone di spettri spaziali di linea, per linee di buona qualità con rotaie saldate e di linee tradizionali con rotaie giuntate.

Lo spettro è formato da due rette spezzate congiunte nel punto:

$$F = 0.312$$

Il loro campo di validità è compreso nei seguenti due campi con spettro spaziale verticale per linee tradizionali uguale a:

$$3.2 * 10^{-2} < F > 3.12 * 10^{-1}$$

$$S(F) = \frac{3 * 10^{-7}}{F^2} (m^2 / cicli/m) \quad (4.38)$$

$$3.12 * 10^{-1} < F > 6.24 * 10^{-1}$$

$$S(F) = \frac{3 * 10^{-8}}{F^4} (m^2 / cicli/m) \quad (4.39)$$

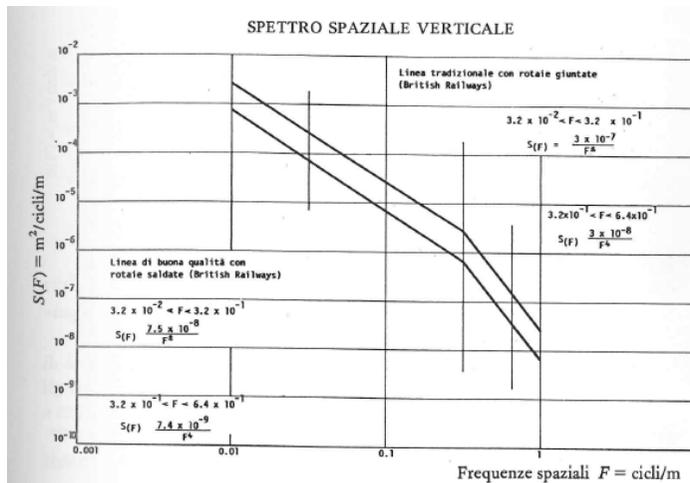


Figura 4.16: Spettro spaziale verticale spezzato a due rette (British Railways).

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto
ruota-rotaia

Le SNFC rilevano nel tratto di linea Paris – Toulouse tra il chilometro 136 e 137 il loro spettro di linea tenendo conto delle disuniformità di linea verticale Z e pure laterale Y, considerando il tratto di linea rappresentativo dell'intero percorso.

Gli spettri sono ottenuti registrando per banda magnetica le disuniformità di linea tramite le vetture Mauzin e partendo dalle registrazioni si sono ottenuti gli spettri che rappresentano le diverse lunghezze d'onda nel campo di rilievo tra 0.025 e 0.5 cicli/m.

Al di fuori di questo campo la precisione del rilievo è insufficiente dati i mezzi di rilievo disponibili, anche se le lunghezze d'onda più corte e più lunghe intervengono in modo non trascurabile nella definizione dello spettro.

Lo spettro spaziale di densità di potenza che media i rilievi sperimentali è espresso matematicamente con una espressione del tipo:

$$S(F) = C(a + F)^{-N} \quad (4.40)$$

In questo caso per $F=1$ non si ha l'ordinata caratteristica C, poiché questa varia in funzione dell'esponente N che definisce la pendenza della retta.

Nel campo delle frequenze spaziali, lo spettro di densità di potenza verticale ha i seguenti valori numerici:

$$2.5 * 10^{-2} < F > 5 * 10^{-1}$$
$$S(F) = \frac{2.004 * 10^{-6}}{(0.36 + 2\pi F)^3} (m^2 / \text{cicli}/m) \quad (4.41)$$

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

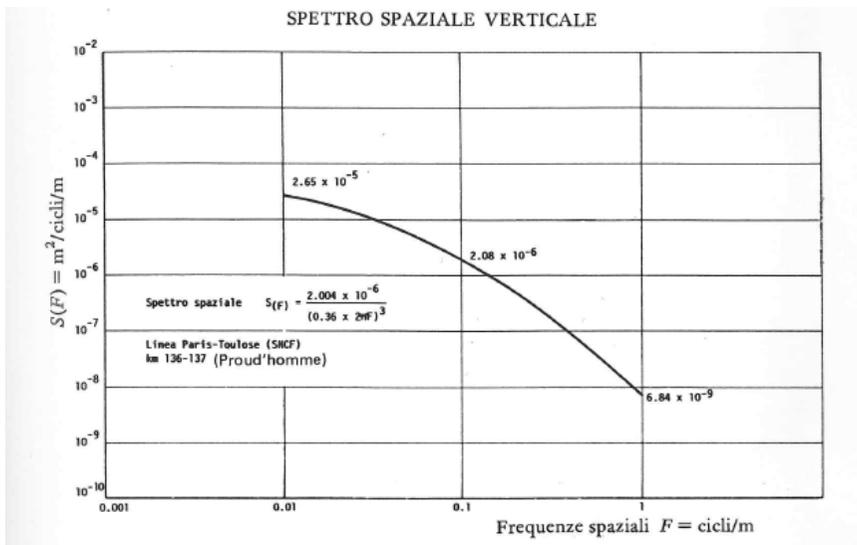


Figura 4.17: Spettro spaziale verticale spezzato raccordato (SNCF).

Per le ferrovie americane, classificate in 6 distinte classi a seconda del degrado (crescente passando dal livello 6 al livello 1), viene proposto il seguente spettro di densità spaziale:

$$S(\omega) = \frac{k \cdot A_v \cdot \omega_c^2}{(\omega^2 + \omega_c^2) \cdot \omega^2} \quad (4.42)$$

dove $k=0.25$ e A_v e ω_c sono coefficienti che dipendono dal degrado della linea (Tabella 4.1). L'andamento è sempre di tipo rettilineo nel campo bi logaritmico.

Line grade	A_v (cm ² rad/m)	ω_c (rad/m)
1	1.2107	0.8245
2	1.0181	0.8245
3	0.6816	0.8245
4	0.5376	0.8245
5	0.2095	0.8245
6	0.0339	0.8245

Tabella 4.1 Coefficienti A_v e ω_c

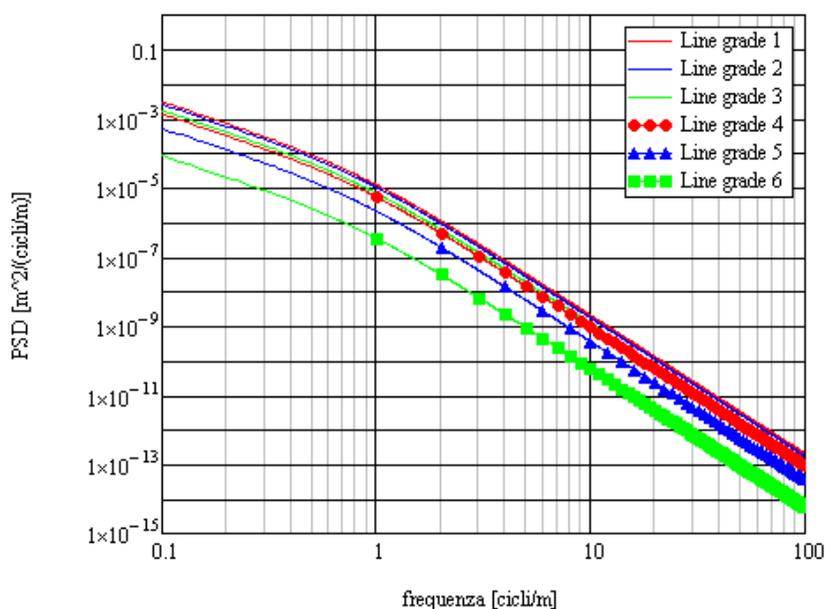


Figura 4.18 Spettro proposto per le linee ferroviarie americane

Recentemente l'Institut de Recherche Robert-Sauvé en Santé et Sécurité du Travail (IRSST) ha condotto uno studio sulle caratteristiche di esposizione alle vibrazioni degli operatori delle motrici MR-63 e MR-73 della linea metropolitana di Montreal; a tal fine sono stati effettuati alcuni rilievi dei profili dei tracciati di rotolamento. La metropolitana di Montreal è stata la prima applicazione di veicoli viaggianti su ruote gommate anziché d'acciaio, perciò la sovrastruttura non presenta il tipico armamento costituito da binari su piastra, ma semplicemente delle travi di calcestruzzo.

Dal confronto delle funzioni di densità spettrali derivanti dai profili della metropolitana di Montreal con i modelli presenti in letteratura si è verificato, poi, che lo spettro che ad esse meglio si adatta è lo spettro spezzato ricordato proposto da SNCF, come si evince dalla Figura 2.1, ove si riporta oltre che la PSD originaria anche quella filtrata mediante una media mobile a 7 punti.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

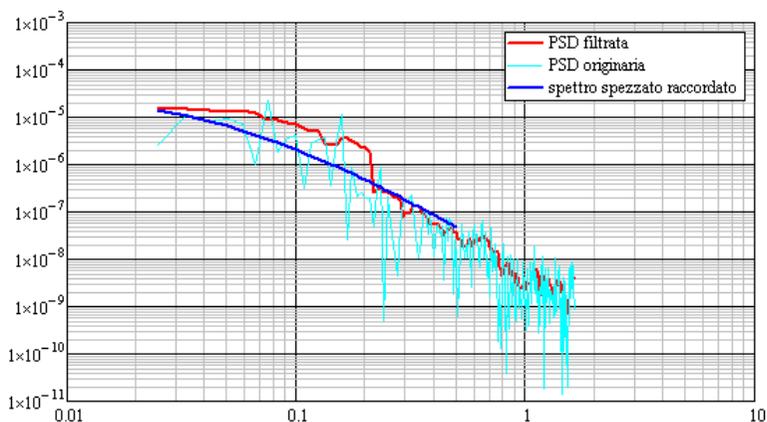


Figura 4.19 Confronto fra PSD di Montreal e PSD della SNFC

Frederich propone una formula per la PSD basata su diverse misure di irregolarità effettuate su vari profili. Lo spettro spaziale delle irregolarità è fornito dalla relazione

$$S_{\delta} = \frac{a}{(b + 1/\lambda)^3} \tag{4.43}$$

In cui λ è la lunghezza d'onda dell'irregolarità, a è un parametro di irregolarità e b è un parametro di ondulazione. I valori di a e b sono riportati in Tabella 4.2

	a [mm ² · (1/m) ²]	b [1/m]
worst	9.39×10^{-1}	6.89×10^{-2}
average	1.31×10^{-2}	2.94×10^{-2}
best	1.90×10^{-4}	9.71×10^{-3}

Tabella 4.2 Parametri a e b della PSD di Frederich in funzione del grado di invecchiamento della rotaia

La formula è valida per lunghezze d'onda comprese fra 0.1m e 200m; lunghezze d'onda minori sono dovute alla rugosità della rotaia, lunghezze d'onda maggiori sono dovute a variazioni topografiche della superficie di posa.

Per passare alla definizione della PSD bisogna effettuare un cambio di variabili, impostando $1/\lambda=f/v$ in cui v è la velocità del treno; la PSD diventa, quindi:

$$S_{\delta}(f) = \frac{1}{v} \frac{a}{(b + f/\lambda)^3} \quad (4.44)$$

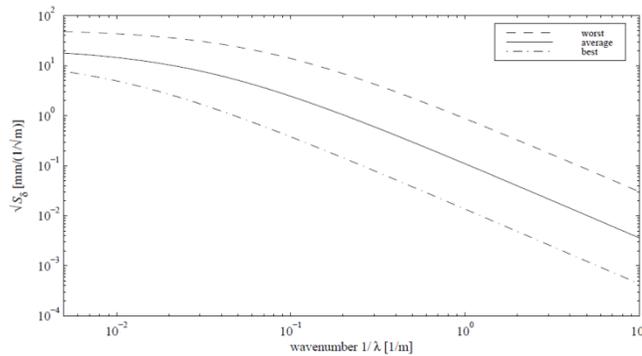


Figura 4.20 PSD spaziale proposta da Frederich

4.6 Interazione dinamica veicolo-sovrastuttura

L'interazione dinamica fra veicolo e sovrastruttura può essere considerata in maniera accoppiata o disaccoppiata; in particolare, nell'ipotesi di disaccoppiamento dei due sistemi, le forze trasmesse al terreno dalla sovrastruttura possono essere ricavate caricando quest'ultima con una forza uguale a quella derivante dal modello del veicolo sollecitato dall'irregolarità della via.

Dovendo considerare l'interazione dinamica si possono adottare 2 approcci:

- il metodo classico, che consiste nel considerare un unico sistema costituito dal modello del veicolo semplificato e dal modello equivalente della sovrastruttura, la soluzione si ottiene analogamente a come descritto per il singolo sistema del veicolo;
- il metodo alternativo, che sfrutta le funzioni di trasferimento⁶ dei singoli modelli disaccoppiati per arrivare ad una espressione generica della forza di interazione.

⁶ La funzione di trasferimento rappresenta lo spostamento dei punti nel dominio delle frequenze.

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

I risultati forniti dai due metodi coincidono, ma sicuramente il secondo è più agevole quando si vogliono considerare singoli modelli più complessi; il secondo metodo, invece, si rivela particolarmente utile per considerare l'interazione tra sistemi a parametri concentrati, come quelli del veicolo, e modelli mono-dimensionali, come quello della sovrastruttura.

Si consideri il più semplice sistema di interazione veicolo-sovrastuttura (Figura 4.21), in modo schematico il contatto tra ruota e binario può essere rappresentato mediante una molla che, come detto, nel caso di contatto ferro-ferro è una molla hertziana.

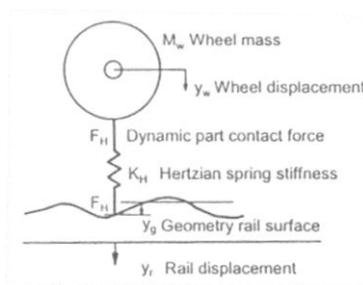


Figura 4.21 Interazione veicolo-sovrastuttura mediante contatto hertziano

La forza di interazione può essere espressa come:

$$F_H = k_H \cdot (y_w - y_p - y_r) \quad (4.45)$$

in cui:

- k_H rappresenta il contatto ruota-rotaia;
- y_w è lo spostamento della ruota;
- y_p lo spostamento imposto dal profilo;
- y_r lo spostamento del binario.

Passando nel dominio delle frequenze, l'espressione della forza di interazione diventa:

$$F_H(f) = k_H \cdot (y_w(f) - y_p(f) - y_r(f)) = k_H \cdot (H_w(f) \cdot F_H(f) - y_p(f) - H_r(f) \cdot F_H(f)) \quad (4.46)$$

Nel caso in esame ci si riferisce alle funzioni di trasferimento dei punti appartenenti al veicolo ed alla sovrastruttura, all'interfaccia di contatto, ovvero laddove nascono le interazioni.

in cui la risposta in frequenza del veicolo e della sovrastruttura è stata espressa come $y(f) = H(f) \cdot F(f)$ con $F(f)$ che rappresenta proprio la forza di interazione e $H(f)$ la funzione di trasferimento.

Questo espediente consente di calcolare la forza di interazione in funzione delle funzioni di trasferimento dei singoli sistemi isolati:

$$F_H(f) = \frac{y_p(f)}{H_w(f) - \frac{1}{k_H} - H_r(f)} \quad (4.47)$$

E che, nel caso di interazione relativa ad un'eccitazione unitaria, si trasforma in:

$$F_H = \frac{1}{H_w - \frac{1}{k_H} - H_r} \quad (4.48)$$

A seconda del grado di complessità dei sotto-modelli che si utilizzeranno, cambierà l'esplicitazione delle funzioni di trasferimento H_w e H_r , ma l'espressione della forza di interazione resta inalterata.

Quanto sinora descritto può essere esteso a modelli più complessi, caratterizzati dalla presenza di più punti di contatto fra ruota e rotaia.

Si consideri, ad esempio, il caso di due punti di contatto; bisognerà, in questo caso, risolvere un sistema lineare caratterizzato da due equazioni. Nell'esplicitazione delle stesse, nel tener conto dello spostamento del veicolo o della sovrastruttura, bisognerà sempre tener conto del contributo dovuto ad entrambe le forze che si generano alle due interfacce; ciò comporta sempre la presenza di due termini, di cui uno "diretto" ed uno "misto", come meglio chiarito nell'esplicitazione del sistema che si riporta nel seguito:

$$\begin{cases} F_{H1} = k_H \cdot (y_{w11} \cdot F_{H1} + y_{w12} \cdot F_{H2} - y_p - y_{r11} \cdot F_{H1} - y_{r12} \cdot F_{H2}) \\ F_{H2} = k_H \cdot (y_{w21} \cdot F_{H1} + y_{w22} \cdot F_{H2} - y_p - y_{r21} \cdot F_{H1} - y_{r22} \cdot F_{H2}) \end{cases} \quad (4.49)$$

che, in termini matriciali, diventa:

Modelli per la schematizzazione di sovrastruttura, materiale rotabile e contatto ruota-rotaia

$$\begin{bmatrix} 1 - k_H \cdot (H_{w11} - H_{r11}) & -k_H \cdot (H_{w12} - H_{r12}) \\ -k_H \cdot (H_{w21} - H_{r21}) & 1 - k_H \cdot (H_{w22} - H_{r22}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_H 1 \\ F_H 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_h \cdot y_{p1} \\ k_h \cdot y_{p1} \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot L / v} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

La matrice dei coefficienti del sistema è simmetrica visto che i termini di tipo misto sono uguali.

Il ragionamento può essere esteso a qualsiasi modello, caratterizzato da n gradi di libertà.

5 Il ballast

5.1 Introduzione

Come introdotto al paragrafo 4.2, la linea ferrata può essere considerata come una trave appoggiata (rotaia) di lunghezza infinita, poggiante su un suolo elastico, tale che in ogni suo punto la sua reazione sia proporzionale al cedimento che la trave subisce nell'infiattersi ed il cui comportamento elastico è caratterizzato da un modulo K , che rappresenta la reazione di 1 cm^2 di suolo quando il cedimento è uguale a 1 cm.

La campata del binario viene posata in maniera “galleggiante” sulla massicciata o ballast, elemento che, quindi, riveste il ruolo di suolo elastico. Le funzioni che essa deve assolvere sono le seguenti:

- distribuire i carichi verticali sul piano di regolamento del corpo stradale;
- assicurare al binario le condizioni geometriche di progetto (livelli e allineamenti sia di costruzione sia di manutenzione);
- assorbire gli sforzi indotti nel binario dalla circolazione dei treni (verticali e orizzontali dovuti alle azioni di guida, ai moti di serpeggio, alle azioni frenanti, alle azioni di martellamento);

- conferire elasticità al binario in modo da permettere all'armamento di reagire elasticamente agli sforzi cui è sottoposto;
- consentire il drenaggio delle acque meteoriche;
- assorbire gli sforzi longitudinali dovuti alle variazioni di temperatura;
- realizzare un filtro fra binario e ambiente nei confronti dei fenomeni vibrazionali.

Tuttavia, queste proprietà possono essere influenzate negativamente dalla presenza di carichi di esercizio che, a causa del processo di rotolamento, determinano il sollevamento della traversa che, battendo sul pietrisco durante la sua discesa, possono generare forze dinamiche che sollecitano il ballast causandone scagliature, ridistribuzione della pezzatura e sfregamento; inoltre, può verificarsi risalita di materiale dalla fondazione nei casi di mancanza di piani di posa o in presenza di piani di posa mal costruiti o anche imbrattamento del pietrisco, generato dalla perdita di carichi, da residui di vegetazione o da altri agenti atmosferici (Lichtberger, 2010).

Minimizzare il fenomeno di decadimento delle prestazioni del ballast è indispensabile per mantenere inalterate nel tempo le sue funzioni primarie e, nel complesso, il funzionamento della sottostruttura.

Problemi di fondamentale importanza sono, quindi, le questioni relative alla stabilità del pietrisco, rappresentando esso un elemento chiave della struttura del binario convenzionale; essi si traducono in deformazioni elastiche causate dal carico, scarico e ricarico a causa del passaggio delle ruote e l'accumulo di deformazioni plastiche derivanti da molti passaggi di ruote singole.

Nella progettazione dei binari tradizionali generalmente la tendenza è quella di ignorare il degrado del ballast e le deformazioni plastiche associate. Questo problema deriva da una mancanza di comprensione di complessi meccanismi di rottura del materiale e l'assenza di modelli costitutivi sforzo-deformazione realistici, che includano deformazione plastica e rottura delle particelle sotto un grande numero di cicli di carico, in genere pochi milioni.

Questo limite nella comprensione dei fenomeni che si instaurano in tale materiale comporta una progettazione della massicciata eccessivamente semplificata e/o carenze tecnologiche nella costruzione, che inevitabilmente si ripercuotono su frequenti e costosi interventi di ripristino e manutenzione. Una buona comprensione del comportamento del ballast e dei parametri geotecnici che controllano le sue prestazioni aiuterà a ridurre i “Costi di manutenzione del Ballast” pur mantenendo inalterate “Efficacia” ed “Efficienza”.

In questo capitolo si affronterà il problema della caratterizzazione meccanica del ballast, mediante la definizione di un legame costitutivo, che possa, poi, essere integrato in un F.E.M. ai fini di una migliore implementazione del modello, che possa essere più fedele possibile alla realtà.

5.2 Requisiti del ballast

In sostanza, con il termine “*ballast*” utilizzato in ingegneria ferroviaria si intendono gli aggregati grossi posti al di sopra del subballast o sottofondo al fine di garantire una piattaforma portante che supporti la sovrastruttura del binario (traverse, rotaie, ecc).

Esso è di solito è composto da aggregati provenienti da cave di rocce ignee o metamorfiche di alta qualità; tuttavia per linee che prevedono il transito di treni passeggeri più leggeri si può prevedere anche l’utilizzo di rocce sedimentarie ben cementate.

Chiaramente, la fonte di ballast varia da paese a paese, a seconda di qualità e disponibilità del materiale, di normative ambientali e di considerazioni economiche.

Non esiste una specifica universale vincolante in merito alle caratteristiche di tale materiale, come dimensione, forma, durezza, attrito, consistenza, resistenza

all'abrasione e la composizione granulometrica che consenta di ottenere le prestazioni ottimali sotto tutti i tipi di carico e con tutti i tipi di sottofondo; pertanto, una grande varietà di materiali (ad esempio basalto, calcare, granito, dolomite, gneiss e quarzite) è impiegata per la costituzione dello strato.

Al fine di garantire le funzioni cui il ballast deve assolvere e che sono state definite nel paragrafo 5.1, il ballast deve possedere caratteristiche quali dimensioni, forma, granulometria, rugosità superficiale, densità delle particelle, resistenza, durabilità, durezza, resistenza all'attrito e all'acqua.

5.2.1 Normativa italiana di riferimento

In Italia l'attività di gestione e manutenzione della rete ferroviaria, nonché l'attività di progettazione costruzione e messa in esercizio degli impianti è affidata a RFI (Rete Ferroviaria Italiana).

Secondo le Specifiche Tecniche RFI, ed in ottemperanza alla norma UNI EN 13450, il ballast da impiegare per i lavori di una nuova costruzione, di rinnovamento e di manutenzione della massicciata ferroviaria, deve rispondere a particolari requisiti. In esso sono contenute tutte le prescrizioni cui attenersi per l'individuazione del materiale, che dovrà quindi essere rispondente ad una serie di caratteristiche, che possono essere raggruppate in due macro-categorie:

- Requisiti geometrici:
 - designazione granulometrica;
 - granulometria;
 - particelle fini;
 - fini;
 - forma delle particelle (coefficiente di forma e lunghezza);
- Requisiti fisici:
 - resistenza alla frantumazione Los Angeles;
 - durabilità (resistenza al gelo e disgelo, massa volumica delle particelle, coefficiente di assorbimento di acqua).

Si riportano, nel seguito, le definizioni di ciascuna delle summenzionate caratteristiche, così come stabilite da RFI (Specifica Tecnica RFI, 2012).

Designazione granulometrica

La dimensione del pietrisco deve essere designata da una coppia di setacci le cui dimensioni nominali inferiore “d” e superiore “D” costituiscono i limiti entro cui si situa la maggior parte della distribuzione granulometrica. Per le massicciate ferroviarie, “D” è pari a 50 mm e “d” è pari a 31,5 mm.

Granulometria (UNI EN 933-1, 2012)

S'intende con il termine granulometria di una terra la distribuzione delle dimensioni degli elementi che la compongono: essa viene di solito rappresentata mediante la curva granulometrica, disegnata con riferimento ad un sistema di assi cartesiani nel quale le ascisse, in scala logaritmica, rappresentano le dimensioni dei vari elementi e le ordinate, in scala naturale, le percentuali, rispetto al peso totale della terra in esame, di quella parte formata dagli elementi le cui dimensioni sono uguali o inferiori a quelle indicate sulle ascisse. Evidentemente, la percentuale in peso del materiale avente dimensioni inferiori a quelle del foro di un dato setaccio (la cosiddetta percentuale del passante attraverso il setaccio in questione) è data dal rapporto percentuale fra il peso dei setacci successivi ed il peso totale del campione. La specifica tecnica prevede che la composizione granulometrica di un ballast sia ricavata per un campione di pietrisco di peso non inferiore a 60 kg e che la determinazione della curva granulometrica sia effettuata tramite i seguenti setacci espressi in mm: 80-63-50-40-31,5-22,4. Rispettando i limiti imposti, la curva granulometrica, dovrà essere compresa nel seguente fuso:

apertura setacci	mm	80	63	50	40	31,5	22,4
passante	%	100	100	70 ÷ 99	30 ÷ 65	1 ÷ 25	0 ÷ 3

Tabella 5.1 Fuso granulometrico

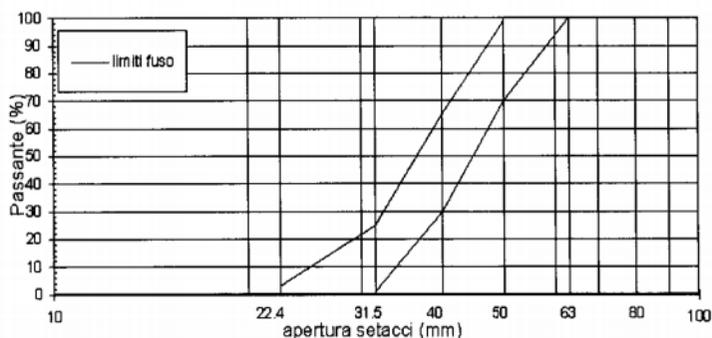


Figura 5.1 Fuso granulometrico

Particelle fini

Il contenuto di particelle fini, secondo la specifica tecnica, deve essere determinato, considerando un campione di pietrisco di peso totale non inferiore a 60 kg, per il quale, al setaccio di dimensione 0,5 mm, la percentuale massima in peso non deve essere superiore a 0,6 %.

Dimensioni setaccio (mm)	Percentuale passante massima in massa	Categoria di particelle fini
0,5	0,6	A

Tabella 5.2 Contenuto di particelle fini

Fini

Riguardo al contenuto di fini, la specifica impone che deve essere determinato, con setacciatura ad umido al setaccio 0,063 mm, considerando come materiale risultante da lavaggio un campione di peso totale non inferiore a 60 kg. La percentuale massima di passante al setaccio 0,063 mm non superiore dello 0,5%.

Dimensioni setaccio (mm)	Percentuale passante massima in massa	Categoria di particelle fini
0,063	0,5	A

Tabella 5.3 Contenuto di fini

Forma delle particelle (UNI EN 933-4, 2008)

La forma del materiale può essere determinata utilizzando setacci e crivelli con aperture allungate o dei vagli a barre. Gli elementi, sottoposti a vibrazione, passano

attraverso le aperture disponendosi secondo la minore delle tre dimensioni L (lunghezza), G (larghezza), E (spessore).



Figura 5.2 Vagli e crivelli allungati

Una caratteristica della forma è la spigolosità del materiale. Essa è importante sia perché aumenta la resistenza al taglio dell'inerte, sia perché, se il materiale è impiegato negli strati superficiali della sovrastruttura, conferisce al manto di usura una maggiore microrugosità. E' generalmente definita dal rapporto tra gli elementi a spigoli vivi (elementi frantumati) e quelli tondeggianti.

$$C_{sp} = E_{vivi} / E_{tond}$$

Coefficiente di forma

Il coefficiente di forma è dato dal rapporto tra il volume del singolo elemento ed il volume della sfera che ha per diametro la dimensione maggiore dell'elemento stesso.

$$C_f = V_{elemento} / V_{sfera (d=\max(L,G,E))}$$

Il coefficiente di forma deve essere determinato, secondo la specifica tecnica, su una quantità di pietrisco non inferiore a 40 Kg, in cui la percentuale in peso degli elementi aventi la dimensione minima inferiore ad 1/3 della massima non dovrà essere superiore al 20%.

Coefficiente di forma	SI ₂₀
-----------------------	------------------

Lunghezza delle particelle

Secondo la specifica tecnica, la percentuale in peso di elementi con lunghezza maggiore o uguale a 100 mm, determinata mediante

misurazione con un calibro appropriato su una quantità di pietrisco non inferiore a 40 kg, non deve eccedere il valore del 6 %.

% in peso di elementi $\geq 100\text{mm}$	$\leq 6\%$
---	------------

Resistenza alla frammentazione Los Angeles (UNI EN 1097-2, 2010)

Con la prova Los Angeles si valutano la resistenza alla frantumazione e la resistenza al consumo per attrito; con questa prova si misura la modificazione della granulometria originaria dovuta alla frantumazione del materiale sia per attrito tra le particelle che per l'urto contro le sfere di metallo. Si opera, generalmente, con classi granulometriche ristrette, definite come il trattenuto a setacci standard (1.6, 10, 11.2, 14, che nel caso di ballast ferroviario diventano 31.5, 40, 50).

Al termine di questo test, il campione viene fatto passare attraverso un vaglio da 1,6 mm; il cosiddetto coefficiente Los Angeles si ricava attraverso la seguente formula:

$$LA = \frac{m}{M} \cdot 100 \quad (5.1)$$

In cui:

- LA è il coefficiente Los Angeles [%];
- m è il peso della frazione vagliata;
- M è il peso del campione.

Quanto più alto è il valore LA, tanto più piccola è la resistenza all'abrasione del materiale in questione.

La prova può fornire risultati diversi con materiali della stessa natura e pezzatura se questi sono naturali o provenienti da impianto di frantumazione.

I primi tendono a fornire quantità di fino minore perché gli elementi arrotondati tendono a scivolare via sotto l'urto delle sfere: i risultati della prova vanno valutati con attenzione.

Si riporta in Figura 5.3, a titolo di esempio, la correlazione fra abrasione e coefficiente Los Angeles valutata per un pietrisco.

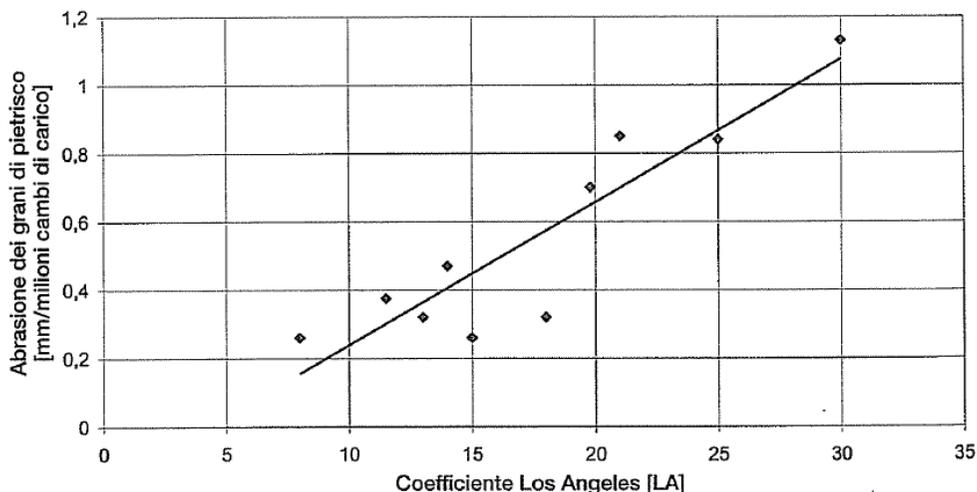


Figura 5.3 Abrasione del pezzo di pietrisco in funzione del coefficiente Los Angeles (sotto carico per asse da 22,5 t) (Lichtberger, 2010)

I valori limite della perdita in massa di ogni singola categoria RFI sono indicati nella seguente tabella:

Coefficiente L.A.	Categoria RFI	Categoria L.A _{rb}
≤ 16 %	1 [^]	LA _{rb} 16
≤ 20 %	2 [^]	LA _{rb} 20
≤ 26 %	3 [^]	LA _{rb} 26

Tabella 5.4 Valore limite della perdita in massa per ogni categoria RFI

Durabilità

La durabilità del materiale è definita come la conservazione delle caratteristiche fisiche e meccaniche dei materiali e delle strutture, quindi è la capacità del materiale di durare nel tempo resistendo alle azioni aggressive dell'ambiente in cui si trova.

Resistenza al gelo e disgelo (UNI EN 1367-1, 2001)

La prova di gelività del materiale si può effettuare con due prove di tipo Los Angeles sulla stessa miscela, condotta secondo le classiche modalità della prova.

Si può considerare anche una prova di alterabilità effettuata dopo aver fatto subire alla miscela campione 25 cicli di gelo disgelo.

La differenza dei valori di S_{LA} trovato tra la prima e la seconda prova rappresenta la misura della gelività (sensibilità all'azione del gelo) del materiale.

Secondo la specifica, la perdita percentuale di resistenza, va calcolata con accuratezza dello 0,1 % secondo la seguente equazione:

$$\Delta S_{LA} = \frac{S_{LA1} - S_{LA0}}{S_{LA0}} \cdot 100 \quad (5.2)$$

dove :

- ΔS_{LA} = è la perdita percentuale di resistenza;
- S_{LA1} = è il coefficiente Los Angeles del campione di prova senza i cicli gelo e di disgelo;
- S_{LA0} = è il coefficiente Los Angeles del campione di prova dopo i cicli gelo e di disgelo.

Pietrisco non gelivo	$\Delta S_{LA} \leq 20\%$
----------------------	---------------------------

Massa volumetrica delle particelle (UNI EN 1097-6, 1999)

Da specifica tecnica, il pietrisco è ritenuto idoneo se la massa volumetrica delle particelle è $> 2,55 \text{ Mg/m}^3$.

Coefficiente di assorbimento dell'acqua

Il pietrisco è ritenuto idoneo se l'assorbimento di acqua delle particelle è $\leq 2\%$ per le categorie RFI 1[^] e 2[^] e $\leq 3\%$ per la categoria 3[^].

Categorie "RFI"	Coefficiente di assorbimento
1 [^]	$\leq 2\%$
2 [^]	$\leq 2\%$
3 [^]	$\leq 3\%$

Tabella 5.5 Coefficiente di assorbimento per ogni categoria RFI

Sostanze pericolose

Infine, il pietrisco per massicciata ferroviaria non dovrà contenere componenti o sostanze pericolose ai sensi del Reg.(CE) 1272/2008 e della direttiva 67/548/CEE e dovrà rispettare i requisiti delle altre normativa vigenti.

In particolare il pietrisco non dovrà contenere i minerali amiantiferi di cui all'art. 247 del D.Lgs n.81/08. L'amianto si considera assente qualora non rilevabile analiticamente. Le metodiche da seguire per la valutazione della presenza di amianto nel pietrisco sono quelle indicate nell'allegato 03 alla procedura RFI DPR SIGS P11.

Non è ammesso l'impegno di pietrisco per massicciata ferroviaria prodotto da rocce classificate "pietre verdi", di cui al D.M. del Ministero della Sanità 14/5/1996, pubblicato sulla G.U. n.251 del 25/10/1996 – art. 4, All.4, nonché da quelle rocce che, in fase di qualificazione, ovvero in corso di fornitura, risultassero caratterizzate da particolari condizioni di alterazione e paragenesi, tali da presentare potenziale rischio per la presenza di minerali amiantiferi.

5.2.2 Normativa estera

Così come per il caso italiano, diversi standard e specifiche tecniche sono state emesse da organizzazioni ferroviarie diverse in tutto il mondo per soddisfare le loro esigenze di progettazione. In generale, come già visto con la normativa italiana, il ballast deve essere spigoloso, forte, duro e resistente sotto il traffico previsto ed in condizioni ambientali difficili, nonché avere una distribuzione granulometrica uniforme.

La normativa australiana di riferimento per la definizione delle caratteristiche del ballast è la AS 2758.7: "Aggregates and rock for engineering purposes. Railway ballast" (AS2758.7, 1996).

L'obiettivo della normativa è quello di porre le basi per i requisiti cui devono attenersi gli aggregati da impiegarsi come ballast ferroviario.

In essa sono definiti diversi standard che il materiale deve rispettare, in particolare definendo, come nel caso italiano, caratteristiche fisiche e geometriche per il pietrisco; in essa sono, quindi, riportate, ad esempio, la granulometria consigliata, nonché la minima resistenza del materiale umido e la variazione di forza umido/secco delle particelle per la frazione di materiale che passa il setaccio 26,5 mm e trattenuta al setaccio di 19,0 mm.

Si riporta, a titolo di esempio, in Tabella 5.6 i requisiti cui il ballast deve attenersi in termini di curva granulometrica.

Sieve size (mm)	% passing (by mass) Nominal size, mm			
	60	60 (steel sleepers)	50	50 (graded aggregates)
63.0	100	100	–	–
53.0	85–100	95–100	100	100
37.5	20–65	35–70	90–100	70–100
26.5	0–20	15–30	20–55	–
19.0	0–5	5–15	0–15	40–60
13.2	0–2	0–10	–	–
9.5	–	0–1	0–5	10–30
4.75	0–1	–	0–1	0–20
1.18	–	–	–	0–10
0.075	0–1	0–1	0–1	0–1

Tabella 5.6 Curva granulometrica definita dalla AS2758.7

L'AREMA (The American Railway Engineering and Maintenance-of-way Association) è un gruppo industriale ferroviario nordamericano. Esso, al pari di RFI in Italia, pubblica specifiche tecniche per la progettazione, la costruzione e la manutenzione delle infrastrutture ferroviarie, definendo quindi i requisiti negli Stati Uniti ed in Canada.

Ancora una volta, il materiale destinato ad essere impiegato come ballast ferroviario, viene definito in termini di caratteristiche fisiche e geometriche, dovendo esso rispondere a requisiti di granulometria, di allungamento, di peso specifico, di resistenza all'attrito, ecc.

Si riporta, a titolo di esempio, in Tabella 5.7 i requisiti cui il ballast deve attendersi in termini di curva granulometrica secondo gli standard americani (AREMA, 2010).

Size No. (See Note 1)	Nominal Size Square Opening	Percent Passing									
		3"	2½"	2"	1½"	1"	¾"	½"	d"	No.4	No. 8
24	2½" - ¾"	100	90-100		25-60		0-10	0-5	-	-	-
25	2½" - d"	100	80-100	60-85	50-70	25-50	-	5-20	0-10	0-3	-
3	2" - 1"	-	100	95-100	35-70	0-15	-	0-5	-	-	-
4A	2" - ¾"	-	100	90-100	60-90	10-35	0-10	-	0-3	-	-
4	1½" - ¾"	-	-	100	90-100	20-55	0-15	-	0-5	-	-
5	1" - d"	-	-	-	100	90-100	40-75	15-35	0-15	0-5	-
57	1" - No. 4	-	-	-	100	95-100	-	25-60	-	0-10	0-5

Note 1: Gradation Numbers 24, 25, 3, 4A and 4 are main line ballast materials. Gradation Numbers 5 and 57 are yard ballast materials.

Tabella 5.7 Curva granulometrica definita da AREMA

Infine, si riporta nel seguito un confronto fra le caratteristiche fisiche richieste dagli standard americano ed australiano.

Ballast property	Australia	USA
Aggregate Crushing Value	<25%	
LAA	<25%	<40%
Flakiness Index	<30%	
Misshapen Particles	<30%	
Sodium Sulphate Soundness		< 10%
Magnesium Sulphate Soundness		
Soft and Friable Pieces		<5%
Fines (<No. 200 sieve)		< 1%
Clay Lumps		<0.5%
Bulk Unit Weight kg/m ³	> 1200	> 1120
Particle Specific Gravity	> 2.5	

Tabella 5.8 Confronto delle caratteristiche fisiche secondo standard australiano ed americano.

5.3 Caratterizzazione meccanica del ballast

Come già visto nei precedenti paragrafi, diversi standard ferroviari nel mondo (RFI, Australiane ed AREMA) selezionano il ballast per uso ferroviario sulla base di test fisici che consentano di valutarne la corretta forma degli inerti, distribuzione

granulometrica, resistenza all'abrasione ed ai cambiamenti climatici, ma i parametri individuati non hanno mai correlazione diretta con il comportamento deformativo del binario e che consentirebbe di schematizzare, come spiegato all'inizio di questo capitolo, il comportamento dello stesso come una trave poggianti su suolo elastico, di parametro K .

Raymond & Davies nel 1978 hanno affermato che per valutare la capacità del materiale di resistere alle forze verticali, la prova triassiale rappresenta probabilmente il test più appropriato.

Nel 1994 Tarumi ha suggerito che lo stato tensionale del ballast durante il passaggio del treno può essere, con buona approssimazione, descritto bene dalla fase di compressione in una prova triassiale, limitatamente alla zona che si trova al di sotto delle traverse, e dalla fase di trazione con riferimento alla zona compresa fra due traverse successive (Kaya M. , 2004), come riportato in Figura 5.4:

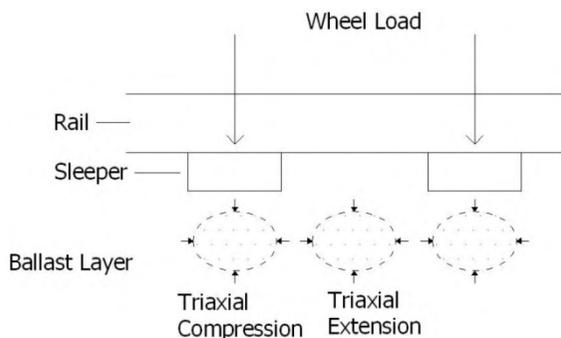


Figura 5.4 Stato tensionale nel ballast (Kaya M. , 2004)

L'obiettivo dello studio che si affronta in questo capitolo è, quindi, quello di caratterizzare il ballast mediante prove sperimentali, facendo riferimento al Modulo di Resilienza.

In ingegneria, la Resilienza è la capacità di un materiale di assorbire energia di deformazione elastica, in particolare il modulo resiliente M_r , è un parametro cosiddetto dinamico, utilizzato per rappresentare la capacità portante del sottofondo quando questo è sollecitato da azioni provenienti da carichi mobili, quali ad

esempio, quelli stradali o ferroviari. E questo interessa proprio per capire come il ballast risponde alle sollecitazioni da traffico dovute al passaggio dei convogli.

Il passaggio dei veicoli induce negli strati della sovrastruttura:

- delle tensioni verticali (σ_v) ed orizzontali (σ_h) che variano con una legge assimilabile ad una sinusoidale;
- una variazione della direzione delle tensioni principali, evidenziata dalla variazione delle tensioni tangenziali τ anch'esse con legge assimilabile ad una sinusoidale.

La risposta dei materiali granulari alle sollecitazioni da traffico, espressa in termini di deformazione, può essere caratterizzata attraverso una componente recuperabile (resiliente) ed una residua (permanente), come illustrato in Figura 5.5:

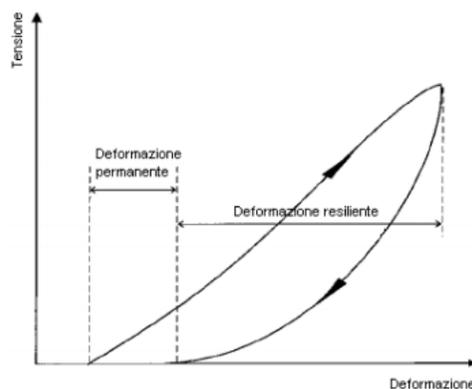


Figura 5.5 Deformazione nei materiali granulari durante un ciclo di carico

Dunque, risulta indispensabile una caratterizzazione meccanica dei materiali soggetti ad un siffatto tipo di carico, che tenga conto non solo della componente elastica della deformazione, ma anche della sua componente viscosa reversibile.

In particolare, il Modulo Resiliente è definito come il rapporto fra il deviatore di tensione q (ovvero la differenza fra le tensioni principali verticale ed orizzontale) e la corrispondente deformazione assiale di recupero (ovvero la differenza fra la deformazione totale e quella residua) ed è valutato, ad esempio, attraverso una prova triassiale.

$$M_R = \frac{q}{\varepsilon_{ra}} \quad (5.3)$$

Con le prove triassiali si persegue l'intento di riprodurre un determinato stato tensionale su un provino e di seguire, attraverso la misura delle pressioni interstiziali, l'evoluzione delle tensioni efficaci fino alle condizioni di rottura.

L'apparecchio triassiale è un dispositivo con il quale è possibile controllare vari percorsi di carico: in via teorica, le sei componenti del tensore degli sforzi, ma per motivi topologici se ne possono controllare al massimo 3.

Questa prova consente di:

- Definire la distribuzione e l'entità delle tensioni e deformazioni principali;
- Definire i percorsi di sollecitazione;
- Definire la curva che esprime il legame tensio-deformativo.

Viste le difficoltà di tipo tecnologico connesse al controllo delle tensioni principali in maniera tale da rendere possibile la realizzazione di stati tensionali generali, si ricorre ad apparecchiature triassiali vere solo per sofisticate prove di ricerca. Normalmente si fa ricorso ad un tipo di prova più semplice, che impropriamente, continua ad essere definita triassiale, ma che in realtà è una prova di compressione o estensione cilindrica.

La differenza sostanziale consiste nel fatto che, date le difficoltà di applicare un carico variabile sulle pareti laterali del provino, che simuli il reale comportamento in sito, si preferisce applicare un carico fisso dettato dalla pressione di confinamento dell'acqua.

Osservando la Figura 5.6, è possibile farsi un'idea dal punto di vista qualitativo dell'andamento delle deformazioni verticali totali e residue che si ricavano da una prova triassiale a pressione di confinamento costante ed a sforzo deviatorico variabile con legge sinusoidale in funzione del tempo.

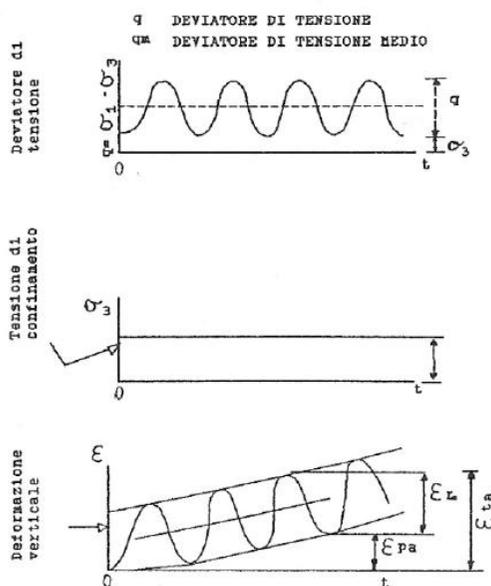


Figura 5.6 Deformazioni verticali totali e residue

Le curve di deformazione totale e residua, che sono crescenti col numero di applicazioni del carico, tendono ad assumere andamenti paralleli dopo un certo numero di cicli di carico; pertanto, la deformazione resiliente dapprima varia sensibilmente col numero di cicli per poi assumere un valore praticamente costante. Il Modulo resiliente viene quindi calcolato come rapporto fra il deviatore di tensione q e la corrispondente deformazione resiliente ε_{ra} oramai stabilizzatasi intorno ad un unico valore (Giannattasio, Caliendo, Esposito, Festa, & Pellicchia, 1989).

5.3.1 La prova triassiale

Una prova triassiale consta di due distinte e successive fasi:

- una prima fase in cui si applica una tensione di cella puramente sferica σ_c , mediante l'immissione di acqua distillata in pressione;
- una seconda fase in cui si mantiene costante la tensione di cella e si produce un incremento della sua sola tensione verticale attraverso un carico p trasmesso al provino dal pistone metallico. Pertanto la tensione verticale

che si sviluppa diventa la tensione principale massima: $\sigma_1 = (F_a / \Omega) + \sigma_c$, mentre le tensioni orizzontali, pari a quella di cella, diventano le tensioni principali minime:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_c.$$

Tenendo dunque conto della possibilità di riprodurre stati tensionali e condizioni di drenaggio che simulano le situazioni reali, le prove triassiali possono essere così distinte:

- Prova non consolidata non drenata (Q – UU);
- Prova consolidata non drenata (Qc - CU);
- Prova consolidata drenata (S - CD).

Nelle prove non consolidate non drenate viene impedito il drenaggio sia in fase di applicazione della pressione isotropa che del carico assiale. In questo modo, nell'ipotesi che il provino sia saturo, contenuto d'acqua, indice dei vuoti e tensioni efficaci rimangono costanti per tutta la durata della prova.

Poiché non si effettua la misura delle pressioni interstiziali, la resistenza massima che si ottiene è espressa in termini di tensioni totali (indicata come “resistenza al taglio non drenata”) e rappresenta la resistenza al taglio offerta dal terreno nelle condizioni in sito, quando non sono ancora intervenute variazioni dell'indice dei vuoti e del contenuto d'acqua, causate, ad esempio, dalle opere eseguite (comportamento del terreno a breve termine).

C'è da sottolineare, comunque, che la resistenza al taglio misurata è utile soltanto per un'analisi in termini di tensioni totali.

Nelle prove consolidate drenate e nelle prove consolidate non drenate durante la fase di consolidazione si controllano la dissipazione delle pressioni interstiziali e la variazione del volume fino al loro esaurimento, in modo che siano note le tensioni efficaci agenti sullo scheletro solido. Successivamente, nella fase di rottura, si applica una tensione verticale crescente fino alla resistenza massima del provino:

- nel caso delle prove consolidate non drenate (CU) la fase di rottura viene condotta in assenza di variazione di volume, misurando le pressioni interstiziali generate;
- nel caso delle prove consolidate drenate (CD) la fase di rottura viene condotta in maniera sufficientemente lenta da permettere la dissipazione delle pressioni interstiziali, misurando la variazione del volume del provino.

Ripetendo le prove su diversi provini sottoposti in fase di consolidazione a stati tensionali diversi, è possibile correlare la resistenza al taglio con le tensioni efficaci applicate e ottenere un diagramma noto come *inviluppo di resistenza al taglio o di rottura*, che permette di definire i parametri ϕ' e c' , denominati rispettivamente angolo di resistenza al taglio e coesione in termini di tensioni efficaci (Raviolo, 1993).

Tipo di prova	Fase Isotropa	Fase Deviatorica
S (CD)	LIBERO $\Delta u = 0$ $\Delta \sigma = \Delta \sigma'$	LIBERO $\Delta u = 0$ $\Delta \sigma = \Delta \sigma'$
Qc (CU)	LIBERO $\Delta u = 0$ $\Delta \sigma = \Delta \sigma'$	IMPEDITO $\Delta u \neq 0$ $\Delta \sigma \neq \Delta \sigma'$
Q (UU)	IMPEDITO $\Delta u \neq 0$ $\Delta \sigma \neq \Delta \sigma'$	IMPEDITO $\Delta u \neq 0$ $\Delta \sigma \neq \Delta \sigma'$

Tabella 5.9 Tipi di prova triassiale

La funzione della cella è essenzialmente quella di contenere il provino, di permettere l'applicazione di una pressione isotropa, di realizzare la saturazione e la consolidazione attraverso appositi circuiti di drenaggio ed effettuare la fase di rottura mediante l'applicazione di un carico assiale trasmesso al provino da un pistone collegato ad un'apposita testina di ripartizione.

L'applicazione della pressione isotropa viene realizzata riempiendo d'acqua disaerata la cella contenente il provino ed applicando successivamente una pressione, mantenuta costante per tutto il periodo di prova.

L'operazione di saturazione del provino viene realizzata introducendo acqua disareata in pressione (back pressure) attraverso il circuito di testa o di base.

La cella triassiale si compone di una cella di compressione formata da due piatti metallici a cui è bloccato, a perfetta tenuta, un grosso cilindro di materiale trasparente in perspex (cioè una materia plastica molto trasparente anche più del vetro con un comportamento assimilabile a quello della fibra ottica per qualità di trasparenza e che risulta infrangibile a seconda della sua mescola) in modo che si possa osservare il comportamento del campione durante la prova; il piatto di acciaio superiore è munito di un foro all'interno del quale scorre senza attrito, ma a perfetta tenuta un pistone metallico necessario a trasmettere il carico F nella fase deviatorica. Anche il piatto inferiore è munito di un foro per consentire l'immissione del fluido di cella in pressione. In genere si usa come fluido di cella acqua distillata per evitare che l'aria presente in acqua normale sotto l'elevata pressione, dia origine ad una violenta fuoriuscita di acqua nel caso di rottura di cella.

Al di sopra della cella è posto un micrometro necessario per valutare gli abbassamenti del provino Δh e quindi ricavare la deformazione assiale $\epsilon_a = \Delta h/h$; è presente inoltre un anello dinamometrico all'interno del quale è posto un ulteriore micrometro per valutare le deformazioni δ di questo, e da queste, moltiplicandole per il modulo di rigidezza del materiale che costituisce tale anello, risalire al carico che bisogna applicare per avere le deformazioni ϵ_a e δ , ovvero al deviatore F_a/Ω , con Ω area di base del provino.

All'interno della cella è posto il provino di forma cilindrica avvolto da una membrana di lattice impermeabile vincolata da due piastre metalliche per evitare il contatto con il fluido di cella. Tra la base inferiore del provino e la piastra metallica che lo sostiene, è posta una piastra porosa collegata con un tubo piezometrico tale che:

- sia possibile misurare il volume di acqua espulso dal provino durante la fase drenata, il quale viene raccolto nella buretta graduata, e da questo risalire al

valore della variazione dell'indice dei vuoti attraverso la relazione: $\varepsilon_v = -\Delta v/v = \Delta e / (1+e)$. Infatti, poiché il provino è saturo, si ha che il volume d'acqua in esso contenuto, coincide con il volume dei vuoti.

- sia possibile misurare, durante la fase non drenata, le pressioni neutre indotte dal carico F.

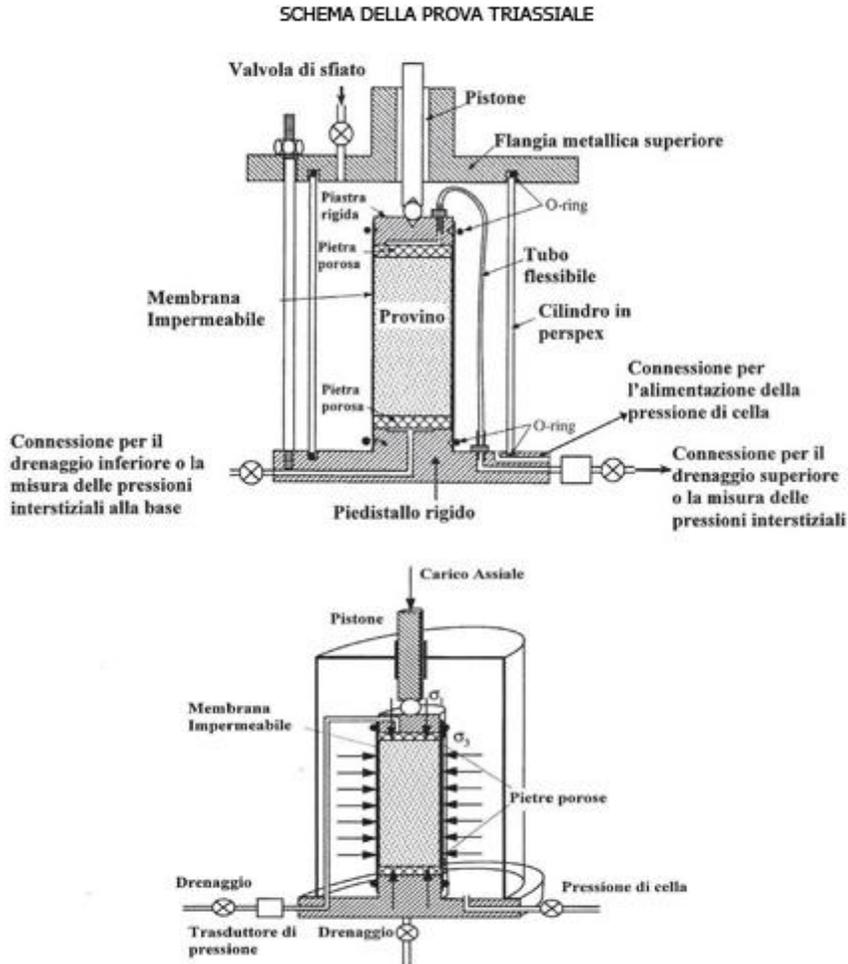


Figura 5.7 Apparechiatura triassiale

5.4 Sperimentazione

Lo scopo di questo capitolo è, quindi, quello di provvedere ad una caratterizzazione del materiale in termini di Modulo Resiliente M_r , attraverso prove triassiali dinamiche. Per fare ciò, a causa delle limitazioni imposte dalla normativa e dalle dimensioni dei macchinari è necessario, come si vedrà nel seguito, ricorrere ad una Riduzione in scala del materiale.

Infatti, la normativa UNI EN 13286-7, in accordo con la ASTM D 2850-87, impone delle restrizioni legate alle dimensioni del provino da sottoporre a prova, il quale deve avere un diametro maggiore di 5 volte la dimensione granulometrica massima del materiale da testare ed un'altezza pari a due volte il diametro ($\pm 2\%$), al fine di ridurre l'effetto di bordo dato dalla presenza delle piastre durante la prova.

Con riferimento ad un ballast ferroviario, la massima dimensione degli inerti costituenti la curva granulometrica è pari a circa 6 – 7 cm, il che equivale a dire che il minimo diametro del provino da sottoporre a prova dovrebbe essere di 35 cm, cui corrisponderebbe un'altezza di 70 cm.

Siccome il ballast contiene aggregati troppo grandi da essere testati nelle attrezzature che si trovano nei comuni laboratori di prova, si propone in questa sede una tecnica di modellazione del materiale, indicata con il termine di *riduzione in scala*. L'obiettivo di questa tecnica è quello di conservare la forma delle particelle, la rugosità superficiale e la natura mineralogica al fine di ottenere una riduzione del materiale che sia caratterizzato da una massima dimensione degli inerti compatibile con quella dei macchinari a disposizione.

Tale tecnica fu utilizzata per la prima volta da Lowe con riferimento a materiali usati per le dighe e poi ripresa da altri autori (Kaya M. , 2004) (Sevi, 2008) in studi successivi anche per testare il ballast.

Le basi teoriche della riduzione in scala si basano sulla formula di Hertz che esplicita la massima tensione che si esplica fra due corpi a contatto.

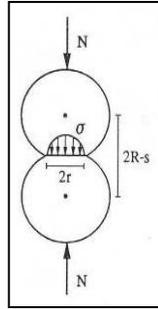


Figura 5.8 Tensione di contatto fra due sfere

$$\begin{cases} \sigma_{N_{max}} = \frac{3P}{2\pi a^2} = \frac{4Ga}{(1-\nu)\pi R} \\ a = \left[\frac{3P(1-\nu^2)}{4E} \right]^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \left[\frac{3(1-\nu)PR}{G} \right]^{\frac{1}{3}} \end{cases} \quad (5.4)$$

La massima tensione di contatto è localizzata in corrispondenza del punto $r=0$ ed il raggio dell'area di contatto è a . Questo calcolo ipotizza che i due corpi siano sferici e dello stesso raggio, R . P rappresenta la forza di compressione che agisce sulle particelle e G è il modulo di taglio del materiale; infine, entrambi i materiali sono caratterizzati dallo stesso modulo di elasticità e dallo stesso coefficiente di Poisson, ν (Hertz, 1899).

Questa relazione per particelle che hanno una perfetta similitudine geometrica dimostra che i valori della tensione di contatto e le deformazioni sono indipendenti dalla dimensione delle particelle.

Test di laboratorio realizzati su un quarzo, che è un materiale altamente elastico, hanno dimostrato che il coefficiente di attrito è costante ed indipendente da entrambe le aree di contatto e dai carichi verticali. Da qui la conclusione che le caratteristiche di deformazione dei materiali rocciosi elastici dovrebbero essere indipendenti dalla dimensione degli inerti del materiale oggetto di prova (Sevi, 2008).

Tuttavia, altri studi condotti da Kaya et al. (Kaya, Jernigan, Runesson, & Sture, 1997) sullo stesso materiale, hanno sorprendentemente condotto a risultati completamente contrastanti rispetto a Sevi e riportati in Figura 5.9:

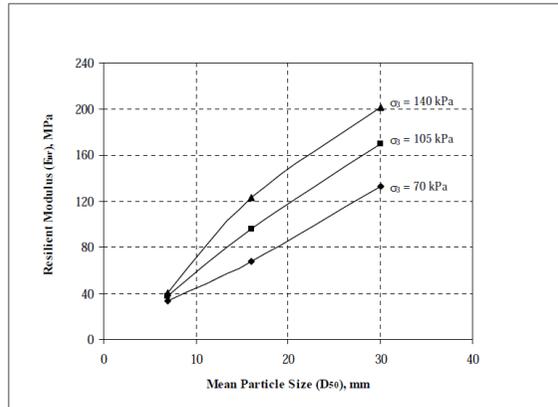


Figura 5.9 Dipendenza del Modulo Resiliente dalla dimensione degli aggregati

Sono state sviluppate diverse formule previsionali per il calcolo del modulo del materiale che tengano conto della dipendenza dallo stato tensionale, ma la più diffusa è quella rappresentativa del modello iperbolico (Janbu, 1968):

$$E = K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (5.5)$$

dove:

- σ_3 è la tensione di confinamento
- p_r è la pressione di riferimento, ovvero la pressione atmosferica introdotta nell'equazione per agevolare la conversione da un'unità di misura ad un'altra, espressa nella stessa unità di misura di M_R e σ_3 ;
- K e n sono costanti del materiale determinate dalla regressione lineare dei dati provenienti dalle simulazioni in laboratorio.

Con riferimento al modulo resiliente, le relazioni iperboliche tensione-deformazione forniscono lo stesso risultato sia in fase di carico che in fase di scarico e si trasformano in:

$$E_{ur} = K_{ur} p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (5.6)$$

dove K_{ur} è maggiore rispetto a K ottenuto al primo ciclo di carico, mentre n risulta molto simile a quello del primo ciclo.

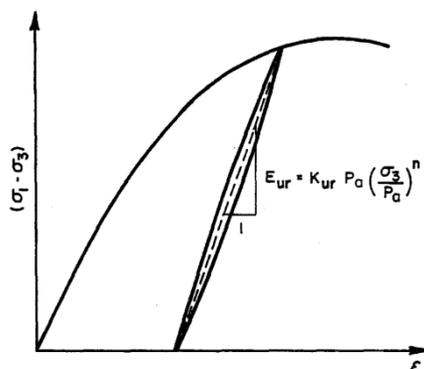


Figura 5.10 Modulo di carico e scarico

Duncan et. Al descrivono le modalità da seguire per poter ricavare le costanti della legge iperbolica tensione-deformazione a partire da test di laboratorio (Duncan, Byrne, Wong, & Mabry, 1980): “Vi sono due passi da compiere nella valutazione dei parametri K ed n . Il primo è quello di determinare il valore di E_i per ciascun test, il secondo è quello di rappresentare tali valori in funzione di σ_3 in un piano bi-logaritmico per determinare i valori di K ed n ...Il valore di K è uguale al valore di E_i/p_a nel punto in cui σ_3/p_a è pari all'unità. Il valore di n è, invece, pari alla pendenza della retta individuata”.

5.4.1 Il materiale

In questo studio è stato analizzato materiale basaltico prelevato da una cava campana, da cui è stata estratta una curva granulometrica compatibile con il fuso granulometrico imposto dal capitolato.

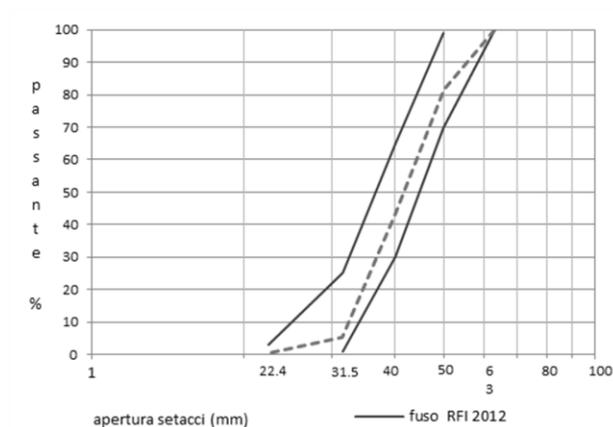


Figura 5.11 Curva granulometrica adottata

5.4.2 La resistenza dei singoli aggregati

Le caratteristiche fisiche e meccaniche delle singole particelle influenzano significativamente il comportamento del ballast in condizioni di carico statico e dinamico.

Solitamente la dimensione degli inerti di ballast varia da 10 a 60 mm; a causa dei fenomeni di trasporto, riposizionamento, movimentazione e compattazione del ballast, nonché i movimenti dei mezzi pesanti al di sopra di esso, avvengono inevitabili cambiamenti nelle asperità del materiale: se i lati più spigolosi sono i primi a rompersi, alcune particelle potrebbero addirittura spezzarsi a metà o in diversi pezzi, cambiando la curva granulometrica originale.

Per questo motivo diversi studi hanno provveduto all'individuazione della resistenza delle singole pezzature, al fine di comprendere come il diametro degli inerti potesse influenzare la resistenza della miscela, portando, tuttavia, a risultati piuttosto contrastanti fra di loro.

Basandosi sullo stesso principio, anche in questo studio il primo step è stato quello di valutare come variasse la resistenza del materiale al variare della pezzatura, così da poter spiegare eventuali variabilità del comportamento globale della miscela.

I metodi utilizzati per indagare la resistenza del materiale sono stati quindi la prova Los Angeles (già ampiamente discussa nel paragrafo 5.2.1), i cui risultati sono stati confrontati con quelli forniti dal Point Load Test.

Per l'esecuzione della prova Los Angeles, gli inerti sono stati suddivisi in quattro categorie, come previsto dalla normativa di riferimento, in funzione delle pezzature adottate, come riassunto in Tabella 5.10:

Classe	Setacci	Coefficiente Los Angeles %
4	16-14-11,2	14,2
3	14-12,5-10	13,2
2	10-8-6,3	12,7
1	8-6,3-4	11,8

Tabella 5.10 Risultati Prova Los Angeles

L'apparecchio per il Point Load Test è un dispositivo con il quale è possibile individuare la forza necessaria per portare a rottura la singola particella di materiale.



Figura 5.12 Apparecchiatura per eseguire la prova Poin Load Test

La prova si esegue in step successivi:

- 1) il campione viene classificato in base allo spessore ed alla larghezza con l'ausilio di un calibro;
- 2) successivamente viene posizionato tra due piastre coniche chiuse fino a toccare il campione e mantenerlo in equilibrio;
- 3) attraverso un pistone idraulico viene aumentato gradualmente il carico in modo che si verifichi la rottura entro 10 - 60 sec; il carico corrispondente viene letto

e registrato.

Attraverso il parametro “ I_s ”, espresso come funzione del diametro equivalente, è possibile omogeneizzare i risultati e rendere confrontabili gli output di elementi di diversa pezzatura e geometria irregolare.

$$I_s = \frac{F}{D_e^2} = \frac{F \cdot \pi}{4A} \quad (5.7)$$

Attraverso la setacciatura gli inerti sono stati suddivisi in quattro classi di appartenenza:

- Classe 1 (31,5-20)
- Classe 2 (40-31,5)
- Classe 3(50-40)
- Classe 4 (63-50).

per ognuna delle quali, mediante l’ausilio di un calibro, s’individuano almeno 15 inerti che rispettino le dimensioni e le proporzioni necessarie affinché, in accordo con le direttive espresse dal protocollo “Suggested Method for Determining Point Load Streght” (Ulusay, 2014), la prova possa essere eseguita. In questo caso si seguono le direttive imposte per i provini di forma irregolare così come riportato in Figura 5.13:

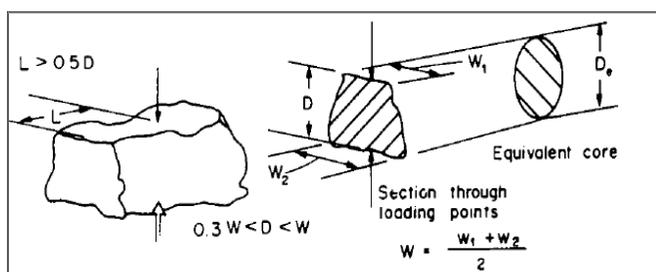


Figura 5.13 Limitazioni imposte per le dimensioni del provino

dove:

- D è la distanza tra i punti del provino scelti come contatto tra la pietra ed i cunei che imprimeranno il carico;

- L è la distanza tra il suddetto punto di contatto e l'estremo libero più vicino, calcolata ortogonalmente rispetto a D, ovvero la direzione in cui è applicato il carico;
- W è la più piccola lunghezza del provino calcolata in maniera perpendicolare rispetto alla direzione del carico. Se la roccia ha una forma molto irregolare, è conveniente considerare più di un valore e calcolarne poi la media.

I risultati delle prove sono riportati in Appendice A, in Tabella C-1.

Ai fini delle elaborazioni dei risultati mediante regressione lineare, sono stati esclusi quei valori che non ricadevano nel 95° percentile.

Si riportano in Figura 5.14 i risultati ottenuti con entrambe le prove.

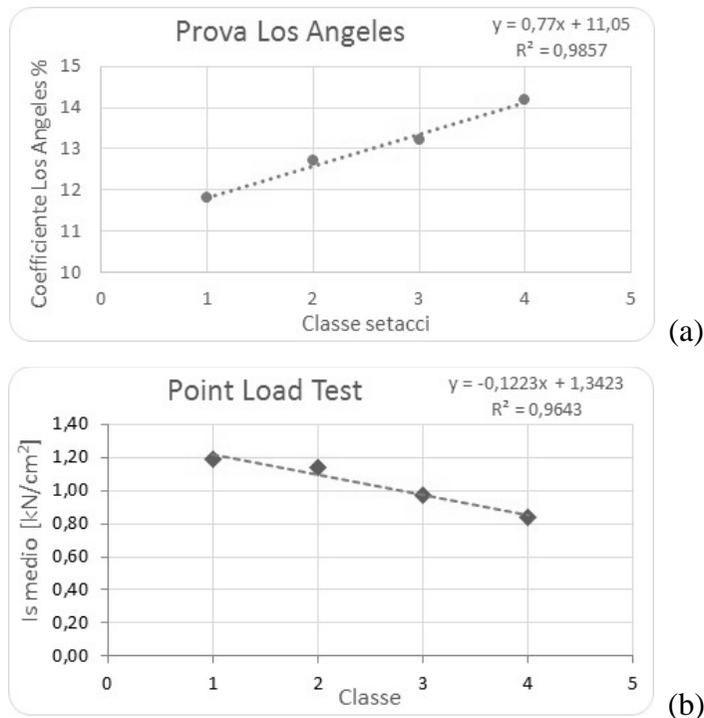


Figura 5.14 Resistenza in funzione della pezzatura nella prova Los Angeles (a) e in Point Load Test (b)

I risultati delle due prove sono in perfetta sintonia fra loro, dimostrando, come ci si sarebbe attesi dall'esperienza, che la resistenza del materiale aumenta al diminuire delle dimensioni degli inerti.

In Figura 5.14 (a) la curva presenta un andamento crescente in funzione della pezzatura: essa raffigura, infatti, il coefficiente Los Angeles al variare del diametro; essendo il coefficiente in questione un indice di quanto gli inerti si siano frantumati, un maggior valore del coefficiente corrisponde, chiaramente, ad una minore resistenza complessiva della miscela. In Figura 5.14 (b) la curva presenta, invece, un andamento decrescente in funzione della pezzatura: in questo caso il diagramma raffigura l'andamento del parametro I_s al variare del diametro; come visto con l'equazione 5.7, esso risulta direttamente proporzionale al carico di rottura dell'inerte, mostrando, quindi, un'inversa proporzionalità rispetto alle dimensioni dello stesso.

5.4.3 Attrezzatura disponibile

Le prove triassiali sono state eseguite mediante l'apparecchiatura INSTRON 8502, in dotazione del laboratorio di strade LaStra del DICEA.

La pressa è dotata di un telaio servo-idraulico che consente il caricamento di campioni per prove cicliche o statiche e collegato ad un computer opportunamente equipaggiato con software di controllo.



Figura 5.15 INSTRON 8502 disponibile presso il LaStra

5.4.4 Riduzione della granulometria

Con riferimento alla normativa UNI EN 13286-7, si consideri un provino di diametro D 10 cm ed altezza h pari a 20 cm, compatibili con le dimensioni della cella triassiale a disposizione; la dimensione granulometrica massima d_{\max} del materiale da testare, è immediatamente valutabile attraverso il limite dettato dalla normativa, secondo cui deve risultare $d_{\max} = D \sqrt{5} = 20\text{mm}$

Il coefficiente di conversione c è, quindi, ottenuto attraverso il rapporto fra il diametro del setaccio standard massimo $D_{\text{setstand(max)}}$ presente nella composizione granulometrica reale per d_{\max} :

$$c = \frac{D_{\text{setstand(max)}}}{d_{\max}} = 3,15.$$

Il coefficiente così ricavato consente la determinazione delle dimensioni dei setacci corrispondenti alla granulometria ridotta, semplicemente ottenuti come rapporto fra le dimensioni dei setacci della curva reale e c :

setacci en	setacci conversione	passante
63	20	100
50	15,87	81,53
40	12,7	43,06
31,5	10	5,28
22,5	7,14	0,53
0,063	0,02	0,48

Tabella 5.11 Setacci convertiti

Infine, siccome la precedente operazione ha portato alla determinazione di aperture che non corrispondono a quelle reali, si è proceduto poi ad un'interpolazione lineare per ricavare il passante ad un setaccio reale e determinare la curva granulometrica ridotta finale, denominata "Granulometria 1":

Granulometria 1		
nset	pass%	tratt.
20,00	100,00	0,00

16,00	82,10	17,90
12,50	40,28	41,82
10,00	5,28	35,00
8,00	1,96	3,32
0,06	0,00	1,96

Tabella 5.12 Granulometria 1

E la cui rappresentazione è riportata in Figura 5.16, dove in blu è rappresentata la curva ottenuta mediante conversione dei setacci ed in rosso è riportata la curva granulometrica finale.

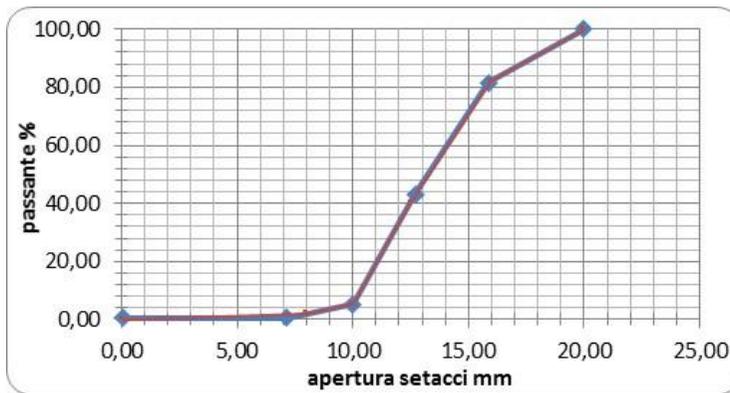


Figura 5.16 Granulometria 1

Ragionando analogamente ed impostando il coefficiente di conversione $c=6,30$ si è, poi, ottenuta una seconda curva granulometrica, denominata “Granulometria 2” e che è rappresentata in Figura 5.17:

Granulometria 2		
nset	pass%	tratt.
10,00	100,00	0,00
8,00	82,10	17,90
6,30	41,49	40,61
4,00	1,96	39,53
2,00	0,51	1,45
0,06	0,00	0,51

Tabella 5.13 Granulometria 2

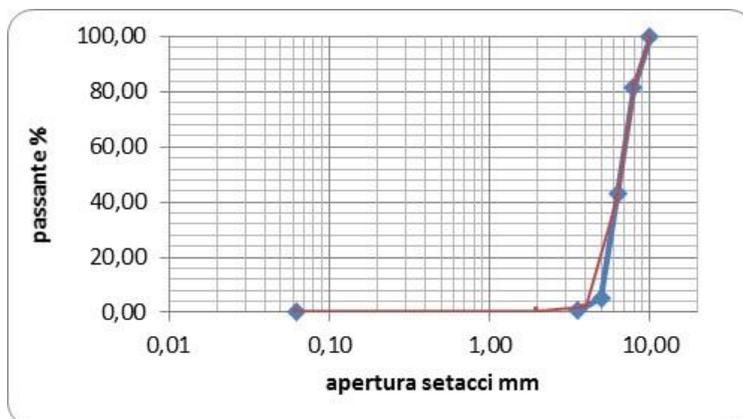


Figura 5.17 Granulometria 2

5.4.5 Confezionamento del provino

Con riferimento alla curva granulometrica adottata, al fine di assicurare la riproducibilità delle prove, si è valutata la massa di ballast da utilizzare per il provino: un attento studio della letteratura, che suggerisce una densità variabile fra 15,4 e 15,6 kN/m³, ha portato a scegliere un valor medio fra quelli proposti; noto, inoltre, il volume della fustella (1,571 dm³), si è potuto, quindi, calcolare la massa necessaria per il confezionamento del provino, pari a 2,435 kg.

Le membrane necessarie per il confezionamento del provino sono state autoprodotte, mediante successive bagnature di un apposito stampo in lattice fuso, fino al raggiungimento dello spessore desiderato.

La membrana viene disposta intorno ad un piatto che funge da base di uno stampo di diametro interno 10 cm, costituito da due metà componibili serrate alle rispettive estremità con due o-ring. Sul piatto va posto un foglio di carta da filtro, al fine di evitare che le particelle di fine blocchino il foro di scarico.

Attraverso un opportuno foro posizionato sulla parete laterale della fustella è possibile praticare il vuoto fra lo stampo e la guaina, in maniera da determinare una perfetta aderenza della stessa alla forma utilizzata. Si riempie quest'ultima con il ballast, suddividendolo in più strati, ognuno dei quali è opportunamente sottoposto

a costipamento attraverso l'azione meccanica esercitata da un martello. Una volta inserito il piatto superiore, è applicato un vuoto parziale di circa 20 - 40 kPa al campione attraverso il foro sul fondo della base, tenendo presente che il vuoto totale non può essere realizzato in quanto causerebbe la foratura della membrana.

Lo stampo può, quindi, essere rimosso, provvedendo al serraggio dei due O-ring.

La cella esterna viene ricoperta da un cilindro di plexiglass, consentendo quindi di applicare al campione, mediante l'introduzione di acqua nella cella, la pressione di confinamento desiderata.

Prima di procedere con la prova vera e propria è necessario che il provino subisca il processo di consolidazione, che rappresenta un fenomeno proprio dei mezzi porosi coesivi saturi dalla bassissima permeabilità sottoposti ad un carico esterno; consistente nella progressiva deformazione del mezzo caricato nel tempo. Questo processo, durante il quale il provino subisce i primi accorciamenti dovuti agli assestamenti delle particelle, nel caso oggetto di questo studio dura circa mezz'ora. A tal fine si impartisce una pressione iniziale di 10 psi a rubinetti aperti (per circa 1 minuto) e successivamente una pressione di cella pari a quella che verrà utilizzata poi durante la prova vera e propria.

Il provino è pronto per prova essere testato.

5.4.6 Caratterizzazione dello stato tensionale

Al fine di poter simulare le condizioni che si determinano in sito, si è reputato indispensabile indagare lo stato tensionale che si determina a seguito del passaggio di un convoglio ferroviario.

Da un'attenta analisi della letteratura si evince la necessità di contenere le tensioni verticali entro un valore massimo di 210 KPa e di confinamento fino ad un massimo di 50KPa (Esveld, 2001) (Indraratna, Salim, & Rujikiatkamjorn, 2011). Tale fase è stata, poi, seguita dalla costruzione di un modello F.E.M. (Finite Element Method) con l'ausilio del programma Lusas (Alhambra Srl), simulando una porzione di sottofondo e ballast, su cui poggia una traversa ferroviaria in

cemento armato precompresso. Sono stati imposti dei vincoli appoggio al sottofondo e dei carichi verticali sulla traversa pari a 130 kN posti ad una reciproca distanza di 1423 mm, ovvero uno scartamento ferroviario, al fine di simulare il peso scaricato dalla singola ruota del treno.

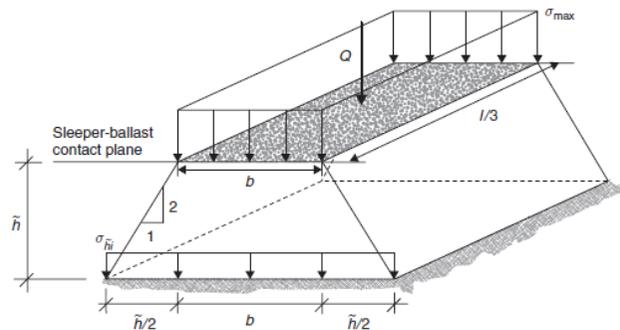


Figura 5.18 Modello teorico di riferimento

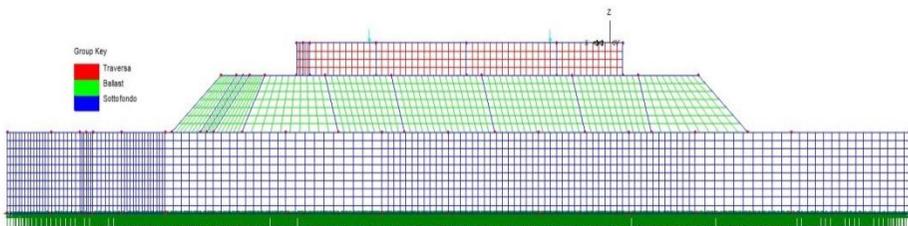


Figura 5.19 Modello F.E.M. del ballast

Le caratteristiche dei materiali adottati sono riassunte nel seguito:

- Ballast

Modulo di Young $E = 150 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,3$

Densità di massa $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

- Sottofondo

Modulo di Young $E = 75 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,47$

Densità di massa $\rho = 1,9 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

- Traversa

Modulo di Young $E = 43 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,15$

Densità di massa $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

Attraverso un calcolo statico si è ottenuto uno stato tensionale come riportato in Figura 5.20.

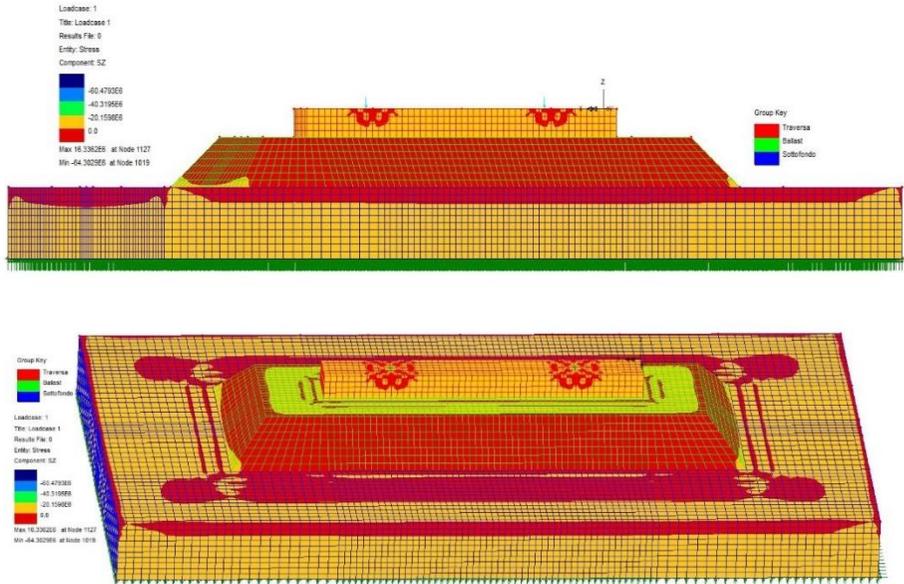


Figura 5.20 Stato tensionale

In particolare, si è fatto riferimento alle σ verticale ed orizzontale che si sviluppano in un punto posto ad una profondità media all'interno del ballast, verificando che la tensione verticale risulta inferiore a quella imposta dalle normative e che il rapporto fra tensione verticale e quella orizzontale è all'incirca pari a 7.

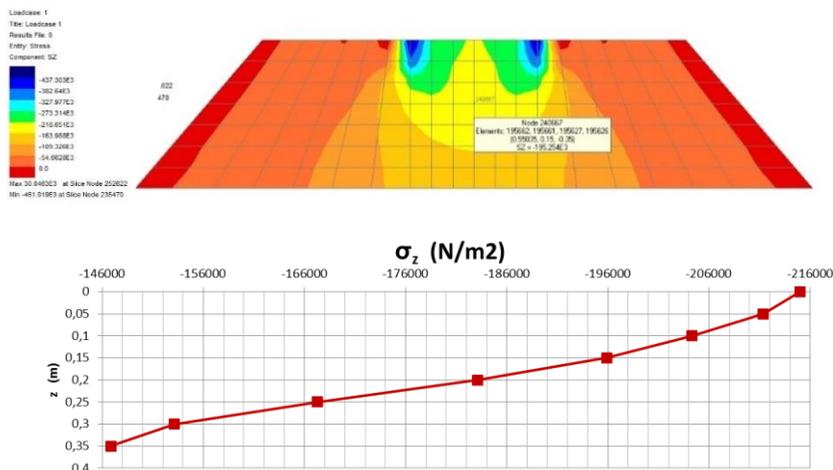


Figura 5.21 Distribuzione delle tensioni lungo z

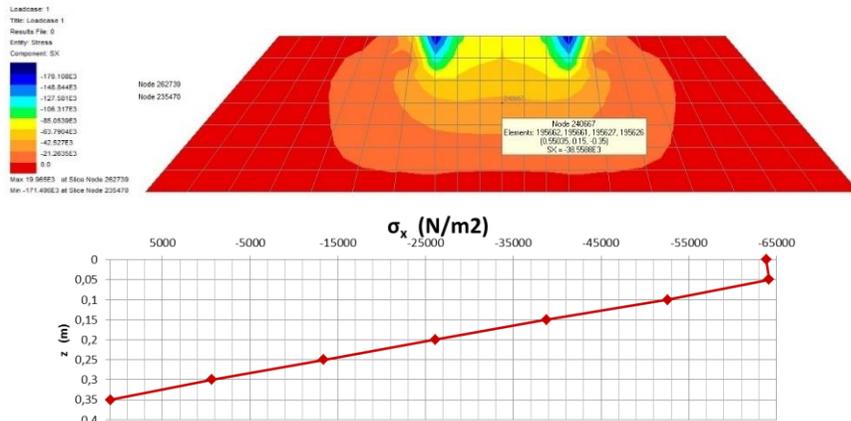


Figura 5.22 Distribuzione delle tensioni lungo x

5.4.7 Le prove statiche

Al fine di poter evidenziare il modello reologico rappresentativo del comportamento del ballast e fare una netta distinzione fra campo di linearità e capo di plasticità, si è ricorsi dapprima a prove triassiali statiche. Esse sono state condotte in controllo di deformazione, ipotizzando una deformazione assiale finale del 20%, in maniera da lasciare inalterate le caratteristiche meccaniche e la resistenza del materiale, ed a cui corrisponde nel caso in esame una velocità di avanzamento della prova di 0,0002 cm/s.

La prova è stata eseguita con diverse tensioni di confinamento, sia per la granulometria 1 che per la granulometria 2, ma non sempre si è riusciti a portarla a termine, a causa di blocchi sistematici dell'apparecchiatura di prova. In ogni caso, dalla post elaborazione degli output, si è potuto constatare che quasi sempre si era raggiunta la rottura, intesa come esaurimento della resistenza.



Figura 5.23 Provino spanciato a fine prova

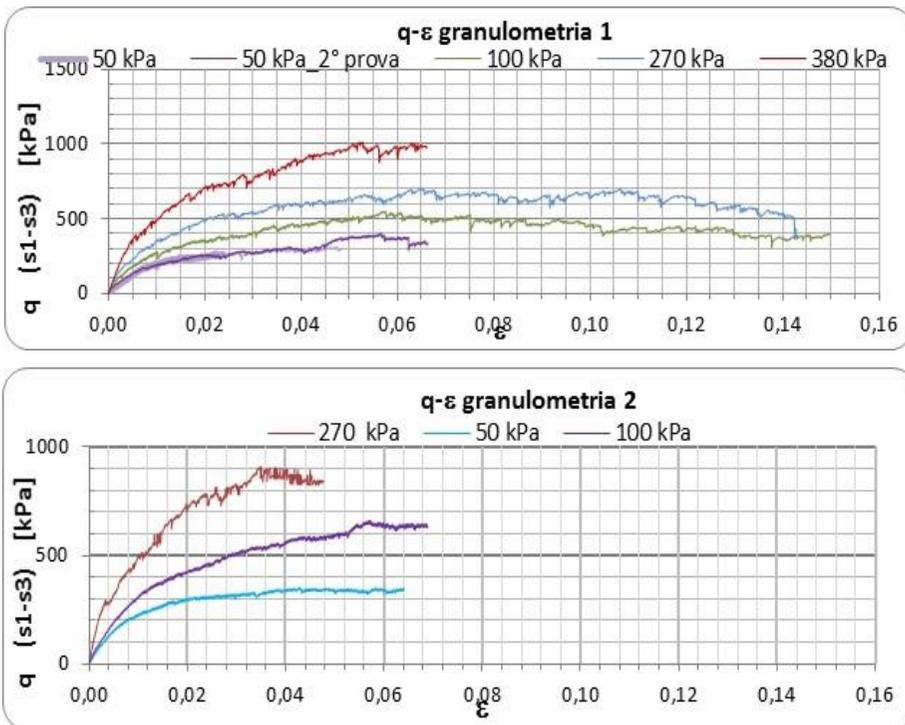


Figura 5.24 Elaborazione prove triassiali statiche

Dall'analisi delle prove triassiali statiche è possibile ricavare il modulo di elasticità del ballast, ottenuto come pendenza del tratto lineare, come mostrato in Figura 5.25

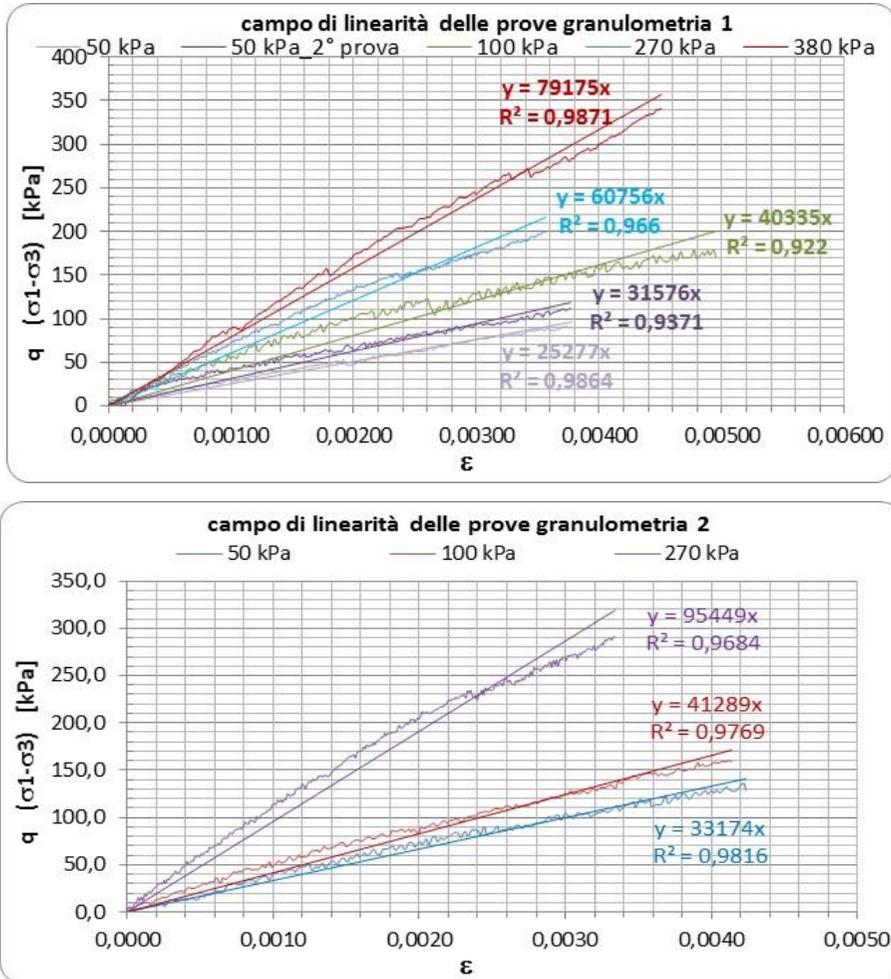


Figura 5.25 Moduli di elasticità al variare della tensione di confinamento

Il confronto fra i moduli elastici è riportato in Figura 5.26: il modulo assume valori maggiori all'aumentare della tensione di confinamento ed al diminuire della granulometria, coerentemente con quanto visto al paragrafo 5.4.2.

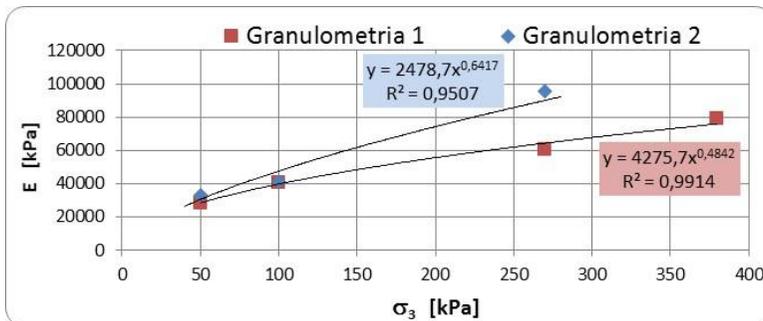


Figura 5.26 Confronto moduli elastici

5.4.1 Le prove dinamiche

Le prove dinamiche sono state realizzate in controllo di carico. Il carico verticale è stato aumentato sino ad eguagliare la tensione di cella in maniera da raggiungere lo stato sferico, dopodichè è stato fatto variare ciclicamente il deviatore in un range differente a seconda che la prova fosse eseguita in campo elastico o campo plastico (definito dagli output delle prove statiche).

Siccome la velocità del treno varia punto per punto, è importante studiare l'influenza della frequenza di carico sul comportamento del ballast; pertanto le prove sono state condotte con frequenze pari a 1, 5, 10 e 20 Hz.

Come si vedrà nel seguito, i risultati ottenuti da questa sperimentazione confermano quanto trovato da Shenton (Shenton, 1975): la frequenza di carico sembra non influenzare significativamente il comportamento del ballast.

Siccome in questa fase non si era interessati a studiare il comportamento a fatica del materiale, i provini sono stati sottoposti complessivamente a 500 cicli di carico, di cui sono stati acquisiti i primi 5 cicli, i cicli dal 149 al 155 ed infine gli ultimi 5 cicli con una risoluzione di 100 punti per onda.

Gli output delle prove dinamiche sono riportati in Appendice C.

Il modulo resiliente è stato valutato sulla 151 onda di carico.

I risultati ottenuti sono stati dapprima analizzati mediante un modello di regressione lineale multipla, al fine di indagare sulla significatività dei parametri oggetto di studio.

<i>Statistica della regressione</i>					
R multiplo	0.97				
R al quadrato	0.95				
R al quadrato corretto	0.94				
Errore standard	18857.90				
Osservazioni	115				
ANALISI VARIANZA					
	<i>gdl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>Significatività F</i>
Regressione	4	6.865E+11	1.716E+11	4.826E+02	9.261E-69
Residuo	110	3.912E+10	3.556E+08		
Totale	114	7.256E+11			

	<i>Coefficienti</i>	<i>Errore standard</i>	<i>Stat t</i>	<i>Valore di significatività</i>	<i>Inferiore 95%</i>	<i>Superiore 95%</i>
Intercetta	265281.18	8876.72	29.89	1.28E-54	247689.61	282872.76
Variabile X 1	-5250.13	1321.76	-3.97	1.28E-04	-7869.54	-2630.71
Variabile X 2	11607.89	451.02	25.74	2.28E-48	10714.06	12501.71
Variabile X 3	-407.05	249.03	-1.63	1.05E-01	-900.57	86.48
Variabile X 4	-132490.31	3709.77	-35.71	2.43E-62	-139842.19	-125138.42

Tabella 5.14 Regressione lineare multipla dei risultati delle prove triassiali dinamiche

Come si vede dal valore di significatività dei vari predittori, il test ($H_0 = \beta$ nullo) risulta rigettato per tutte le variabili (valori molto bassi del p-value inducono a rigettare l'ipotesi H_0 e dunque a considerare significativo il parametro), tranne che per la variabile X_3 , che rappresenta la frequenza e che, pertanto, è un parametro non significativo nel modello, confermando la teoria di Shenton.

I risultati delle prove dinamiche sono stati, poi, elaborati al fine di ottenere un modello coerente con quello precedentemente esposto al paragrafo 5.4.

In particolare, i moduli ottenuti dalle prove triassiali sono stati catalogati in funzione della granulometria e distinti a seconda che essi fossero frutto di prove realizzate in campo di linearità o meno.

Facendo ricordo al software matematico Mathcad, si sono riportati i suddetti moduli in un diagramma bi-logaritmico ricavando i valori dell'intercetta della retta di regressione sull'asse delle ordinate (K) e della corrispondente pendenza (n).

I risultati sono riportati in Tabella 5.15.

Diametro medio della granulometria D_{50}		Intercetta asse y K [kPa]	Pendenza della retta n	Coefficiente di correlazione R^2
13.30	In campo di linearità	$4.605 \cdot 10^4$	0.378	0.611
	Fuori campo di linearità	$9.248 \cdot 10^4$	0.327	0.792
6.06	In campo di linearità	$1.369 \cdot 10^4$	0.648	0.960
	Fuori campo di linearità	$5.944 \cdot 10^4$	0.421	0.756

Tabella 5.15 Parametri della regressione per il calcolo del modello costitutivo

Infine, la variabilità di K e di n è stata correlata al diametro medio degli inerti della granulometria oggetto di studio, come riportato in Figura 5.27, in cui in rosso si sono indicati i risultati ottenuti per la “Granulometria 1” ed in blu quelli ottenuti per la “Granulometria 2”, riscontrando fra i parametri in gioco un legame di tipo polinomiale del secondo ordine.

Le regressioni mostrano un andamento crescente della funzione K all’aumentare del diametro medio, mentre si osserva un andamento decrescente della funzione pendenza.

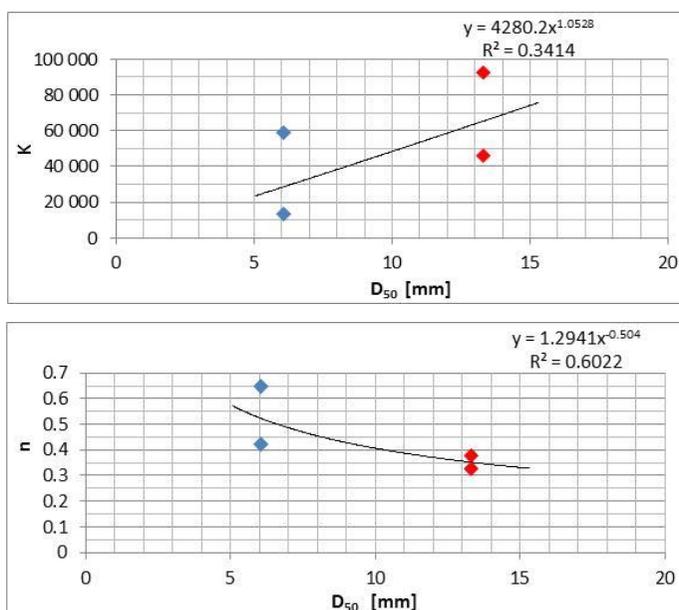


Figura 5.27 Coefficienti K e n al variare della granulometria adottata (diametro medio della granulometria)

Dalla ricerca sperimentale condotta in questo capitolo si evince che il parametro studiato ha caratteristiche prevedibili mediante il ricorso alla tecnica di riduzione in scala, che sarà validata nel seguito.

Il Modulo Resiliente del ballast così individuato sarà infatti utilizzato per la definizione del sub-modello di propagazione del modello ibrido, descritto nel capitolo successivo, con riferimento al case study “Linea Napoli-S.Giorgio della Ex Circumvesuviana di Napoli”.

6 Il modello “ibrido” di propagazione delle onde nel terreno

6.1 Introduzione

In questo capitolo verranno esposte tutte le considerazioni che hanno consentito di giungere alla calibrazione del cosiddetto “modello ibrido”

Come già accennato nel paragrafo 2.3, i modelli di generazione e propagazione delle vibrazioni indotte dal traffico veicolare possono dividersi in modelli risolti attraverso metodi analitici e numerici. È bene precisare che per analitico si intende un metodo che permette una schematizzazione analitica del problema in esame, mediante la risoluzione di un sistema di equazioni differenziali. Tale approccio si traduce, nella pratica ingegneristica, nella schematizzazione della regione di spazio in esame come un continuo e quindi con un numero infinito di gradi di libertà, diventando estremamente complessa e di difficile gestione quando si vogliono rappresentare delle geometrie più articolate e delle condizioni al contorno particolari.

L'approccio numerico prescinde invece dalla formalizzazione analitica: il problema viene "scomposto" in un insieme discreto di sottomodelli (elementi finiti) governati

da relazioni semplificate; il modello matematico viene così rappresentato da un sistema algebrico lineare che viene risolto iterativamente.

L'applicazione di tale approccio allo studio delle vibrazioni si traduce nella suddivisione della regione di spazio in esame in un numero finito di elementi riconducendo il problema da un numero infinito di gradi di libertà ad un numero finito, funzione del numero di elementi considerati e delle condizioni di vincolo. Un siffatto modello permette, fra l'altro, di rappresentare agevolmente anche configurazioni geometriche complesse, variazioni nelle proprietà meccaniche dei materiali, etc.

Con riferimento all'argomento trattato è sempre necessario formulare una serie di considerazioni su alcune problematiche che intervengono nella modellazione, in maniera da soddisfare specifici requisiti quali il carico, il fenomeno propagativo, le condizioni al contorno, l'analisi dei dati.

6.1.1 Il carico

La forza verticale trasmessa al sottofondo può essere considerata come il prodotto di una componente statica ed ad una dinamica dovuta all'interazione tra il veicolo ed il profilo del piano di rotolamento. In base alla particolare modalità di rappresentazione di quest'ultimo si può allora parlare di una forza espressa in termini deterministici o aleatori. Nel primo caso si dispone del profilo reale, che può essere misurato attraverso un'apparecchiatura di rilievo ad alto rendimento, mentre nel secondo caso si dispone di uno spettro di densità di potenza dello spostamento del profilo.

Bisogna comunque sottolineare che se si intende eseguire un'analisi nel dominio delle frequenze, la rappresentazione aleatoria della forza impone che il modello di propagazione sia di tipo lineare. Se invece si intende eseguire un'analisi nel dominio del tempo, tale approccio non permette una ricostruzione del profilo (o dell'andamento temporale della forza) reale univoca per cui diventa necessario effettuare un elevato numero di simulazioni per ottenere dei risultati statisticamente

significativi (metodi Montecarlo), che per un modello di propagazione esteso, può comportare un tempo computazionale eccessivo.

In entrambi i casi deve essere sempre possibile inserire nel modello la forza, espressa nel dominio del tempo o della frequenza, derivante dall'interazione veicolo-profilo.

Assumendo una forza verticale fissa, la risposta dinamica di un qualsiasi punto può essere espressa come il prodotto tra il contenuto spettrale della forzante e la FRF (Frequency Response Function) relativa ad un impulso calcolata nel medesimo punto.

Quando si vuole analizzare la risposta dinamica di un punto ad una forza viaggiante è possibile ricorrere al Teorema di Reciprocità di Betti-Rayleigh, secondo cui *“Il lavoro eseguito dalle forze (a) durante l'applicazione delle forze (b) è uguale al lavoro che le forze (b) compiono durante l'applicazione delle forze (a)”*, sotto l'ipotesi di linearità dei materiali.

In pratica, invece di risolvere realmente il problema della risposta dinamica di un punto P indotta da una forzante viaggiante, è possibile studiare la risposta indotta da una forza fissa lungo il percorso di un osservatore mobile che viaggia parallelamente al percorso della forza e verso di essa.

6.1.2 Il fenomeno propagativo

In base all'intervallo temporale di indagine ed alle caratteristiche del sistema e della forzante applicata può convenire eseguire un'analisi dinamica della risposta in transitorio, in funzione della variabile tempo, o a regime, in funzione della variabile frequenza. Se la "finestra" temporale di indagine è sufficientemente estesa ed il sistema è lineare, si può dimostrare che mediante una trasformazione diretta ed inversa di Fourier si può passare dall'uno all'altro tipo di analisi. È noto che la generazione e la trasmissione delle vibrazioni indotte dal traffico veicolare è un fenomeno di tipo transitorio, l'analisi dinamica da eseguire dovrà quindi essere preferibilmente dello stesso tipo.

Dal momento che la risposta nel dominio del tempo ottenibile dal modello FEM viene utilizzata per ottenere la funzione di risposta in frequenza, bisogna rispettare alcuni criteri nella scelta del tempo di indagine. In primo luogo volendo applicare l'algoritmo FFT, la time history deve avere una lunghezza di 2^n punti; in secondo luogo la scelta dello step di integrazione è legata alla frequenza di interesse. Infatti, in base al teorema di campionamento di Nyquist (Appendice B) volendo analizzare un segnale con contenuto in frequenza fino a F_N , lo step di integrazione deve essere almeno pari a $\Delta t = \frac{1}{2 \cdot F_N}$; volendo inoltre ottenere una time history composta da 2^n punti si ottiene un tempo totale di indagine $T = 2^n \cdot \Delta t$. Ovviamente il tempo di indagine così determinato deve essere anche adatto al tipo di terreno in esame: per ottenere una corretta riproduzione del fenomeno di propagazione, il tempo T deve essere almeno pari al tempo impiegato dall'onda più lenta ad attraversare il modello.

Altro aspetto da considerare nella rappresentazione del fenomeno propagativo riguarda la discretizzazione del continuo nei modelli numerici. Tale operazione si traduce nel considerare come gradi di libertà del problema le grandezze cinematiche calcolate in determinati punti, i nodi del modello, i cui spostamenti consentono di descrivere la deformata del sistema in un dato istante di tempo.

Se si intende rappresentare un fronte d'onda sinusoidale in movimento, si deve operare una discretizzazione tale da permettere una adeguata "risoluzione" descrittiva dell'onda in ogni istante. È ovvio che maggiore sarà il numero degli elementi e più precisa sarà la rappresentazione; per contro, una discretizzazione troppo fitta rischia di sovraccaricare il modello in termini di onere computazionale.

Definita f la frequenza, V la velocità di propagazione di un'onda nel terreno e λ la lunghezza d'onda, sussiste la relazione:

$$\lambda = V/f \quad (6.1)$$

Il valore della lunghezza d’onda così ottenuto dovrà essere, poi, diviso per 8, che rappresenta il minimo numero di punti che consente la descrizione dell’onda senza distorsioni.

6.1.3 La configurazione geometrica

Un modello di tipo "ideale" deve rappresentare in maniera accurata la configurazione geometrica della sovrastruttura. In questo ambito i modelli numerici si configurano più appropriati rispetto a quelli analitici, grazie all’estrema versatilità che li contraddistingue. L’esigenza di rappresentare correttamente la geometria nasce dal fatto che nella propagazione delle onde le superfici di discontinuità rivestono un ruolo determinante, per cui non tenerne conto, può alterare sensibilmente i risultati dell’analisi.

6.1.4 Le condizioni al contorno

Nei modelli numerici la discretizzazione è operata nella regione che ha necessariamente dimensioni finite, ma non va dimenticato che un fronte d’onda che si propaga da una sorgente puntiforme, sebbene subisca una diminuzione della sua energia specifica per effetto della attenuazione geometrica e per effetto dello smorzamento del materiale, può non essere completamente dissipato avvicinandosi al confine dell’area discretizzata. In tal caso, l’onda si riflette e torna verso l’origine, interferendo con la propagazione delle onde successive e provocando un incremento dello stato tensionale che nella realtà non si verifica.

Quando non sia possibile combinare la metodologia FEM con quella BEM (*Boundary Element Method*), e quando per non sovraccaricare il modello non sia possibile aumentare il numero degli elementi, si pone il problema di valutare quali siano le condizioni al contorno che permettano una dissipazione del fronte d’onda prima che questo raggiunga la superficie limite; una possibile soluzione è quella di “avvolgere” il modello con una fascia smorzante, in cui i materiali abbiano le stesse

proprietà del modello caratterizzante l'area di studio, eccetto che per i parametri di smorzamento, i quali variano secondo una legge parabolica del tipo:

$$r_x = r_0 \cdot (x - x_0)^\alpha \quad (6.2)$$

in cui:

- x è la coordinata appartenente alla fascia smorzante
- x_0 è la coordinata di passaggio tra terreno e fascia smorzante
- $\alpha = 1.4$.

Lo smorzamento geometrico è invece garantito da un aumento progressivo delle dimensioni della mesh all'interno della fascia smorzante.

6.1.5 Analisi dei dati

Al fine di snellire l'onere computazionale dei modelli, può sorgere la necessità di estendere l'intervallo dei dati derivanti dalle singole elaborazioni. L'esigenza di sviluppare delle metodologie che permettano di aumentare, anche in maniera significativa, i dati derivanti da una singola elaborazione, nasce dal fatto che un modello, anche lievemente più “pesante” dal punto di vista di numeri di elementi e tempo di simulazione, produce significativi aumenti dei carichi computazionali divenendo così sempre meno gestibile dal punto di vista numerico. Nel seguito verranno illustrate le metodologie adatte all'ampliamento del range dei dati elaborati.

Le estensioni possibili sono rivolte ai seguenti aspetti:

- Frequenza di campionamento
- Tempo di simulazione
- Distanza di ricezione

Nei primi due casi si parla di interpolazione dei dati, nel terzo di estrapolazione. Per le estensioni che si basano sull'interpolazione il concetto base è quello dell'interpolazione mediante curve *spline*, che in questo lavoro è stata effettuata con il programma *Mathcad*.

Estensione Frequenza di campionamento

Lo scopo di tale estensione è quello di aumentare la frequenza di campionamento operando un infittimento della time history risultante dalla simulazione.

Nel caso in esame tale estensione non è risultata necessaria, visto che lo step di integrazione adottato in fase di simulazione forniva già una adeguata frequenza di campionamento.

Estensione Tempo di simulazione

Questa metodologia consente di estendere il tempo di simulazione ottenuto dalle elaborazioni e può risultare particolarmente utile per materiali che posseggono basse velocità di propagazione poiché, per essi, potrebbe verificarsi che, dato un assegnato valore del tempo limite di simulazione, le onde non riescano a raggiungere i limiti geometrici del modello.

In questo studio i materiali analizzati sono caratterizzati da alte velocità di propagazione, tuttavia l'estensione del tempo di simulazione è comunque risultata necessaria per ottenere una congruenza con i dati sperimentali.

Estensione Distanza di ricezione

L'esigenza di estendere la distanza dal punto di applicazione del carico alla quale si vuole ottenere la risposta dinamica nasce dal limite insito nella modellazione agli elementi finiti, per cui non è possibile conoscere la funzione di risposta in frequenza in un punto situato al di fuori del modello. Pertanto si è cercato di individuare una metodologia che permetta di ottenere la risposta nei punti che occupano una posizione esterna alla zona discretizzata come terreno che rappresenta il limite geometrico di studio.

La tecnica di estrapolazione che fornisce i migliori risultati è quella implementata tramite il software *Mathcad* sfruttando la funzione *predict*, specifica proprio per l'estrapolazione di dati. Dato un vettore di dati equi-spaziati la funzione estrapola un numero m di punti basandosi sugli n punti precedenti, adottando il metodo di Burg per calcolarne i coefficienti di autocorrelazione. Per ottenere buoni risultati m deve essere piccolo rispetto al numero di dati originari, per cui, se la distanza di

estrapolazione è notevole, può essere necessario applicare tale procedura in maniera ricorsiva.

6.2 Applicazione al case study “Linea 1 della Metropolitana di Napoli”

La Linea 1 della Metropolitana di Napoli (HRT – Heavy Railway Transit System) è stata progettata a metà degli anni '70 per ridurre i problemi di trasporto in area urbana e per consentire il collegamento veloce con la periferia della città; tuttavia, solo nel 1993 si è avuta l'apertura al pubblico della prima tratta. Tutta la linea, gestita dalla società MetroNapoli, si sviluppa lungo un tortuoso percorso di 13 km, caratterizzato da forti pendenze imposte da vincoli topografici; è inoltre caratterizzata da un tunnel duale che si unisce in prossimità di ciascuna delle 14 stazioni. La sezione del tunnel è in cemento armato ed è scavata in una formazione di tufo sovrapposta a strati di terreni piroclastici.

La sovrastruttura è costituita da un sistema di binari senza traverse, direttamente collegati all'arco rovescio; la rotaia è dotata di piastrine sotto-rotaia costituite dall'alternanza di strati in gomma, sughero ed infine uno strato di finitura di sabbia e resina epossidica.

L'interasse fra gli appoggi è di 0,75 m, mentre il profilo di rotaia utilizzato è UIC60.



Figura 6.1 Sovrastruttura della Linea 1 della Metropolitana di Napoli

Il materiale rotabile, realizzato da Firema Trasporti, è composto da un convoglio costituito da due carrozze a composizione bloccata, per una lunghezza complessiva di 35.680 m ed assemblato con tre unità per treno; ciascuna carrozza è collegata attraverso un sistema di sospensioni secondarie ai carrelli ferroviari, a loro volta collegati all’assale attraverso una sospensione primaria (Aiello, Boiero, D’Apuzzo, Socco, & Silvestri, 2008).

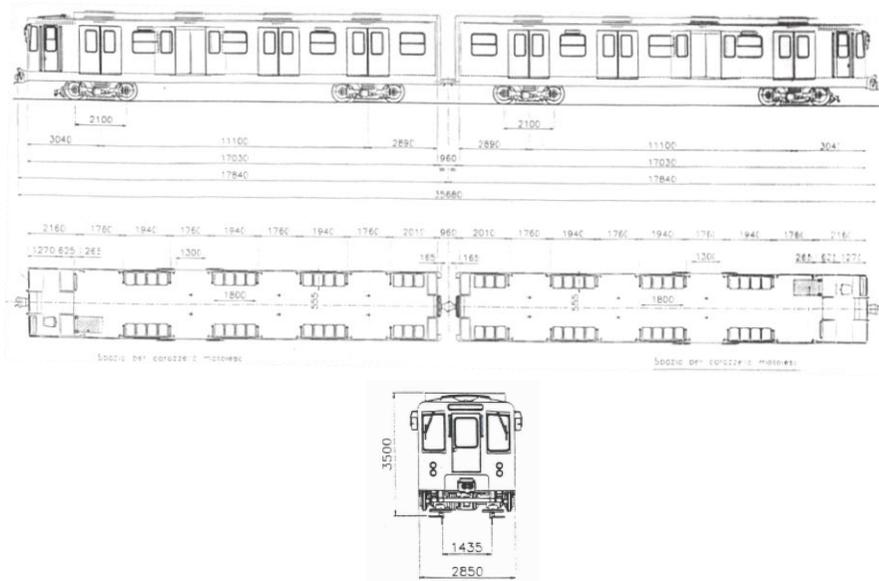


Figura 6.2 Materiale rotabile della Metropolitana di Napoli

VEHICLE		
Parameter		Value
Total vehicle length (m)		35.680
Gauge (m)		1.435
Wheel diameter (m)		0.820
Wheel radius (m)		0.410
Wheel mass (kg)		600
Vehicle width (m)		2.850
Empty mass (kg)		62500
Full load mass (kg)		92740
Maximum axle load (N)		115925
Maximum wheel load (N)		57962
Vehicle speed (m/s)		11.6
Maximum speed (m/s)		22.22
RAIL		
Parameter		Value
Mass per unit length (kg/m)		60.335
Moment of Inertia (m ⁴)		0.00003055
Vertical stiffness per unit length (N/m ²)		150 x 10 ⁶
Rail pad loss factor		0.15

Tabella 6.1 Principali caratteristiche della sovrastruttura e del materiale rotabile

6.2.1 Dati sperimentali

A seguito di un problema di ondulazione verificatasi sulla linea, nel 1996 TecnoIn per conto di MetroNapoli ha condotto una campagna sperimentale di monitoraggio vibrometrico prima e dopo la riprofilatura del binario, all'interno della galleria compresa fra le stazioni di Rione Alto e Montedonzelli.

Sono state, quindi, predisposte due sezioni di misurazione, opportunamente strumentate, rispettivamente nella galleria pari (direzione di marcia del convoglio verso Montedonzelli) e nella galleria dispari (direzione di marcia del convoglio verso Rione Alto).

La metodologia adottata ha comportato la rilevazione delle velocità delle vibrazioni e la valutazione del contenuto in frequenza delle stesse, mediante l'uso di opportuni sensori (velocimetri).

I sensori sono stati posizionati rispettivamente:

- sul piano del ferro, nel punto centrale di una sezione trasversale;
- sulla parete della galleria a 1.20 metri sopra il piano del ferro;
- solidale alla rotaia.

Le due prove hanno comportato complessivamente la registrazione di 96 transiti della metropolitana (eventi), nei due sensi di marcia.

La frequenza di acquisizione del segnale è stata impostata a 200 Hz (TecnoIn, 1996).

Dall’analisi dei dati nel dominio del tempo è possibile ricavare la velocità di percorrenza del convoglio, pari a 40 km/h.

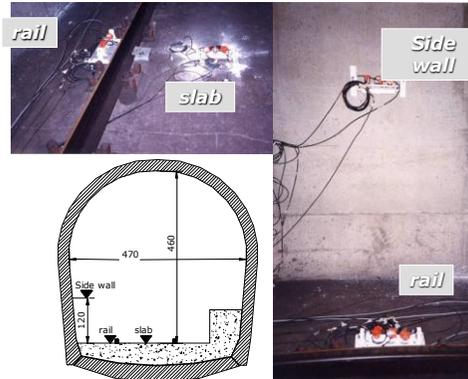


Figura 6.3 Sensori disposti sull’armamento e sulla parete della galleria della Linea 1

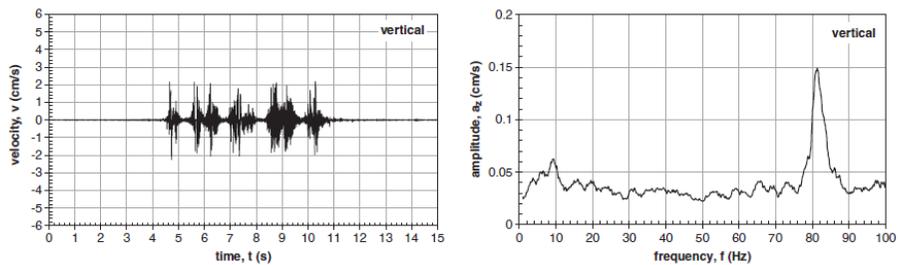


Figura 6.4 Esempio di registrazione usando velocimetri disposti di fianco alla rotaia nel dominio del tempo e delle frequenze

6.2.2 Il modello analitico

Il convoglio è stato modellato come un sistema a 10 gradi di libertà, dati da:

- 4 ruote con traslazione verticale
- 2 carrelli con traslazione verticale e rotazione di beccheggio
- 1 cassa con traslazione verticale e rotazione di beccheggio.

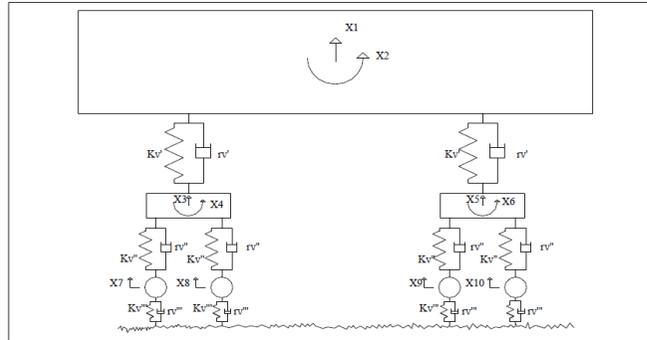


Figura 6.5 Modello di veicolo a 10 g.d.l.

Le caratteristiche tecniche del materiale rotabile sono state ottenute grazie alla consultazione degli archivi di MetroNapoli.

In particolare, i valori di rigidità e smorzamento della sospensione primaria sono stati ricavati passando per il calcolo di frequenza di risonanza e pulsazione. Le caratteristiche delle sospensioni secondarie sono state, invece, ricavate dalla letteratura, in assenza di altri dati a disposizione.

Con riferimento al veicolo, i dettagli dei valori adottati sono riportati in Tabella 6.2:

m cassa[kg]	96000
m carrello[kg]	29300
m sala montata[kg]	2325
ξ	0.107
$k1$ [Pa·m]	$4.61 \cdot 10^6$
$c1$ [Pa·m·s]	$50.33 \cdot 10^3$
$k2$ [Pa]	$8.73 \cdot 10^5$
$c2$ [Pa]	$3.50 \cdot 10^4$
v [m/s]	11.6
L_{int} carrelli [m]	11
L_{int} sale [m]	2

Tabella 6.2 Dettagli tecnici del materiale rotabile HRT

Il contatto ruota-rotaia è stato calcolato con la 4.32, da cui si è ricavato $k_H=2.503 \cdot 10^9$ Pa.

Infine, la sovrastruttura è stata modellata come una trave di Winkler poggiate su uno strato di molle e smorzatori, adottando i valori riportati in Tabella 6.3:

E_r [MPa]	$2.1 \cdot 10^5$
I_r [mm ⁴]	$2.03 \cdot 10^7$
i [m]	1
M_r [kg/m]	60.335
k_r [MPa]	150
ξ	0.05
c_r [Pa]	$13.45 \cdot 10^3$

Tabella 6.3 Caratteristiche della rotaia

L'eccitazione del sistema è rappresentata dall'irregolarità della via di corsa, che, come visto al paragrafo 4.5, in assenza di misure dirette, rappresenta un fenomeno aleatorio.

Si è, quindi, fatto ricorso all'uso della PSD di Frederich, riportata in 4.44. Siccome il confronto sarà effettuato con le misure sperimentali realizzate prima della riprofilatura del binario, i valori adottati per i coefficienti a e b sono quelli relativi ad una rotaia usurata.

Il calcolo delle forze di interazione del sistema veicolo-sovrastuttura-terreno passa attraverso la definizione di:

- forze di interazione fra veicolo e sovrastruttura:

$$F_{wr} = k_H \cdot (y_w - y_p - y_r)$$

- forze di interazione fra sovrastruttura e terreno:

$$F_{rs} = (k_R + i \cdot \omega \cdot c_R) \cdot (y_r - y_s)$$

dove:

- k_H è la rigidità hertziana del contatto ruota-rotaia;
- k_R, c_R sono rigidità e smorzamento delle piastrine sotto-rotaia;

- y_w è lo spostamento nel dominio delle frequenze del veicolo in corrispondenza del contatto con la rotaia;
- y_p è l'irregolarità del binario nel dominio delle frequenze;
- y_r è lo spostamento nel dominio delle frequenze della sovrastruttura in corrispondenza del contatto con il veicolo.

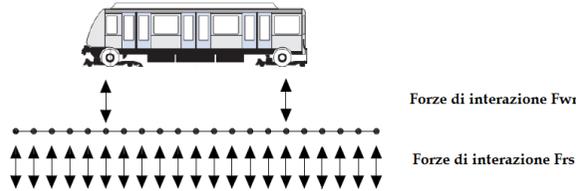


Figura 6.6 Schematizzazione delle forze di interazione

Si generano, dunque, due sistemi di equazioni: il primo sarà costituito da 4 equazioni, essendo quattro i punti di contatto fra veicolo e sovrastruttura, il secondo sarà costituito da 21 equazioni, perché si considera una fascia di studio di 20 metri in cui le piastrine sotto rotaia sono caratterizzate da un interasse di un metro, per un totale di 21 punti di contatto sovrastruttura-terreno.

$$\begin{cases} F_{w1r} = K_H \left(\sum_{m=1}^4 H_{w1m} \cdot F_{wmr} - Y_{p1} - H_{rw1wm} \cdot F_{wmr} - \sum_{i=1}^n H_{rw1si} \cdot F_{rsi} \right) \\ \vdots \\ F_{w4r} = K_H \left(\sum_{m=1}^4 H_{w4m} \cdot F_{wmr} - Y_{p1} - H_{rw4wm} \cdot F_{wmr} - \sum_{i=1}^n H_{rw4si} \cdot F_{rsi} \right) \\ \vdots \\ F_{rs1} = (K_R + j \cdot \omega \cdot C_R) \left(\sum_{m=1}^4 H_{rs1wm} \cdot F_{wmr} + \sum_{i=1}^n H_{rs1si} \cdot F_{rsi} - \sum_{i=1}^n H_{s1si} \cdot F_{rsi} \right) \\ \vdots \\ F_{rsn} = (K_R + j \cdot \omega \cdot C_R) \left(\sum_{m=1}^4 H_{rsnwm} \cdot F_{wmr} + \sum_{i=1}^n H_{rsnsi} \cdot F_{rsi} - \sum_{i=1}^n H_{snsi} \cdot F_{rsi} \right) \end{cases}$$

in cui:

- H_{w1m} è la FRF dello spostamento verticale della ruota del primo assale del veicolo, indotto da una forza unitaria applicata sull'asse m-esimo;

- H_{rw1wm} è la FRF dello spostamento verticale del punto di rotaia posto al di sotto della ruota del primo assale del veicolo, indotto da una forza unitaria applicata nel punto di contatto fra l’asse m-esimo e la rotaia;
- F_{rsi} è l’interazione verticale al punto di contatto i-esimo fra la rotaia ed il terreno sottostante/struttura;
- Y_{pi} è lo spettro del difetto della rotaia riscontrato dalla ruota del primo assale del veicolo;
- H_{rs1wm} è la FRF dello spostamento verticale del punto di rotaia situato al di sopra del primo punto di contatto fra rotaia e terreno/struttura, indotto da una forza unitaria applicata in corrispondenza del punto di contatto fra la ruota dell’assale m-esimo e la rotaia;
- H_{rs1si} è la FRF dello spostamento verticale del punto di rotaia situato al di sopra del primo punto di contatto connesso al terreno/struttura, indotto da una forza unitaria applicata all’i-esimo punto di contatto fra rotaia e terreno/struttura;
- H_{s1si} è la FRF dello spostamento verticale del punto di terreno/struttura situato nel primo punto di contatto fra rotaia e terreno/struttura, indotto da una forza unitaria applicata sul terreno all’i-esimo punto di contatto fra rotaia e terreno/struttura.

6.2.3 Il modello F.E.M.

La geometria del modello FEM, realizzata facendo ricorso al software agli elementi finiti Lusas Alhambra S.r.l., è stata decisa in base ai risultati ottenuti in fase di calibrazione e in base alle caratteristiche stratigrafiche del sito di analisi.

Fase propedeutica per l’implementazione del modello 3D è stata la calibrazione dei parametri (grandezza della fascia smorzante e step di integrazione) per una corretta interpretazione del fenomeno propagativo.

Per far ciò, ci si è serviti di un modello più semplice e meno oneroso dal punto di vista computazionale.

Definita la stratigrafia dell'area oggetto di indagine (Figura 6.7), si è considerato dapprima solo un settore di terreno, avente le caratteristiche del terreno in sito, seguito da una fascia smorzante con coefficienti di Rayleigh che variassero opportunamente con la legge parabolica 6.2 (Figura 6.8).

La dimensione della fascia smorzante è stata fatta variare da un minimo di $2x$ ad un massimo di $7x$ (dove x rappresenta lo spessore dell'area di studio); il modello è stato quindi caricato con una forza impulsiva e, per ciascun caso, si sono registrate le time histories degli spostamenti verticali dei punti disposti in corrispondenza dell'applicazione del carico.

Dal confronto fra i risultati ottenuti si è potuto concludere che una simulazione troppo spinta in merito allo spessore della fascia smorzante non comporti miglioramenti in termini di segnale, determinando solo un eccessivo onere computazionale per il modello (Figura 6.9). L'estensione della fascia di studio può, quindi, essere limitata ad uno spessore pari a $4x$.

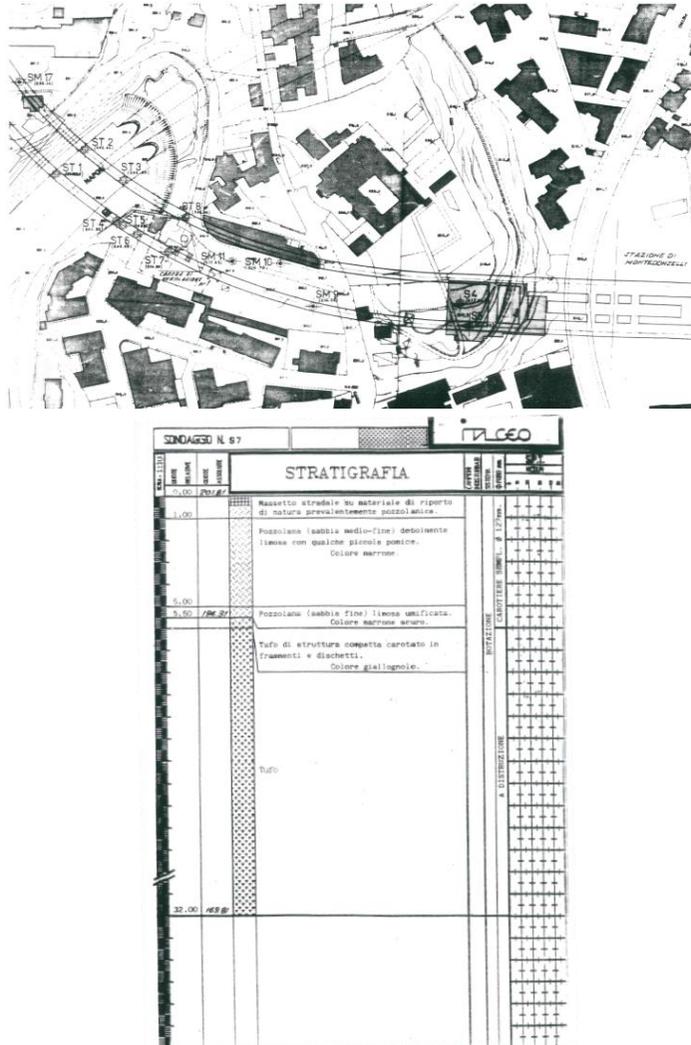


Figura 6.7 Stratigrafia del punto di misura

Le caratteristiche dei materiali adottati sono riassunte nel seguito:

- Tufo

Modulo di Young $E = 3.01 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,28$

Densità di massa $\rho = 1.8 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

Coefficiente di rigidezza di Rayleigh $\alpha: 1.37$

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh $\beta: 0.797 \cdot 10^{-3}$
- Pozzolana

Modulo di Young $E = 216 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,28$

Densità di massa $\rho = 1.5 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

Coefficiente di rigidità di Rayleigh $\alpha: 1.37$

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh $\beta: 0.797 \cdot 10^{-3}$

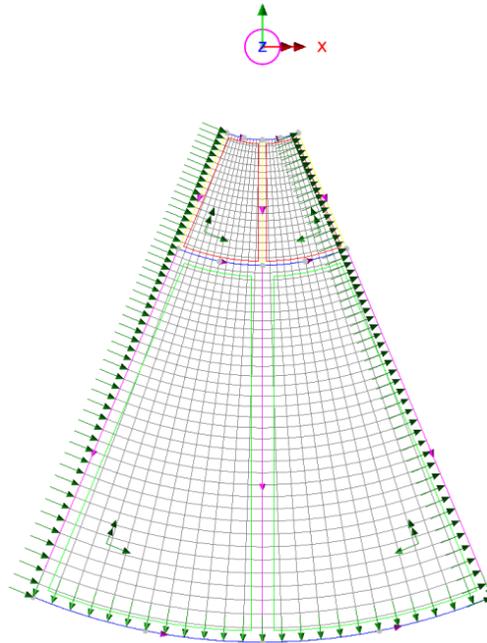


Figura 6.8 Calibrazione del settore smorzante

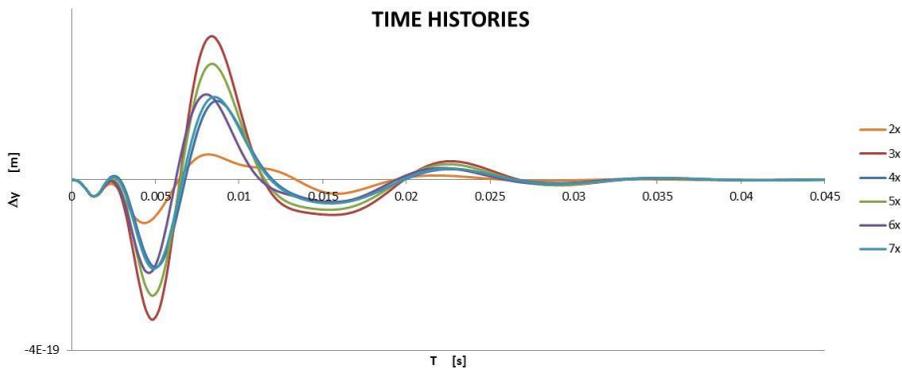


Figura 6.9 Time histories degli spostamenti verticali dei punti sotto forza

Dopo aver stabilito la corretta estensione della fascia smorzante per un settore circolare è stato verificato il comportamento nel caso di modello circolare completo, cercando di valutare anche il corretto step di integrazione, in relazione ai materiali utilizzati.

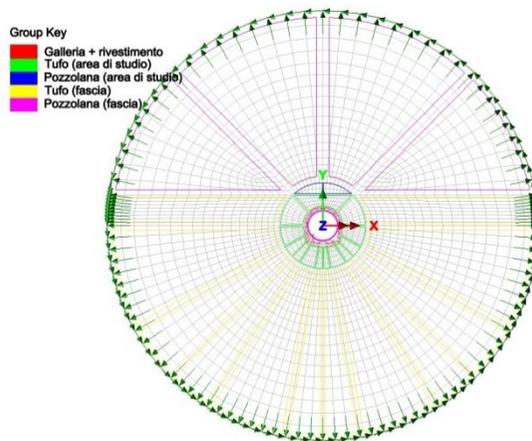


Figura 6.10 Calibrazione del settore circolare

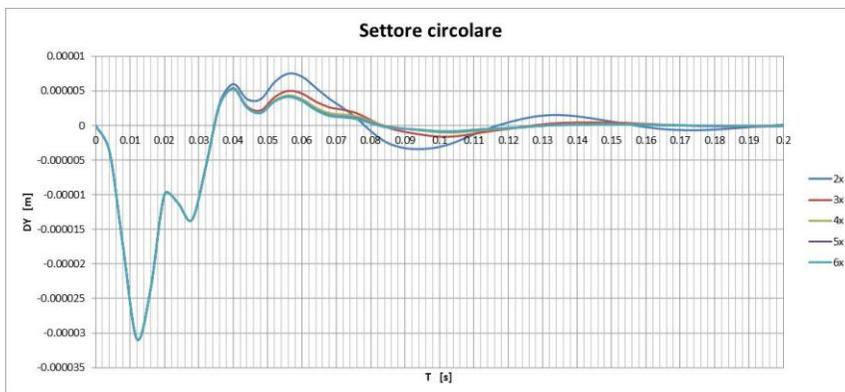


Figura 6.11 Time histories nel modello di settore circolare

Nel modello circolare si notano gli effetti della compresenza di onde di taglio e onde di volume e la risposta nel tempo assume una forma di tipo impulsivo soltanto adottando step di integrazione piccoli, pari ad un millesimo di secondo, a causa dell'elevata velocità di propagazione delle onde nel terreno in esame.

In ogni caso, aumentare eccessivamente la frequenza di acquisizione non comporta un miglioramento nella lettura del segnale; per contro, necessita invece di successive elaborazioni per estenderlo temporalmente, in quanto, onde evitare di sovraccaricare la simulazione, la maggiore frequenza di campionamento va, chiaramente, a discapito dell'intervallo temporale indagato.

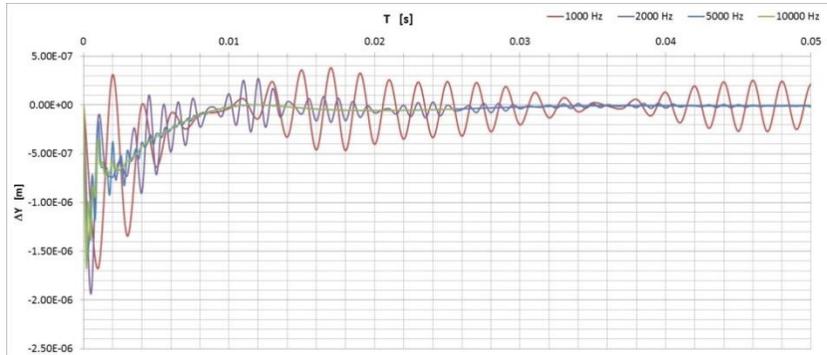


Figura 6.12 Time history del punto sotto forza al variare della frequenza di acquisizione del segnale

Per quanto sinora detto, la frequenza adottata nei modelli proposti nel seguito è stata imposta pari a 1000 Hz.

Con le premesse fatte si è proceduto, quindi, all'implementazione del modello 3D. L'area di studio considerata si estende 5m in direzione radiale, cui corrisponde un deposito omogeneo di tufo sormontato da un tetto di pozzolana, e 10m in direzione longitudinale.

Quest'ultima è stata avvolta in entrambe le direzioni dalla fascia smorzante, che presenta un aumento graduale delle dimensioni della mesh. La superficie cilindrica è stata vincolata nelle due direzioni radiale e tangenziale, mentre sul piano di simmetria sono stati disposti dei vincoli lungo l'asse z, in modo da rispettare la condizione di simmetria.

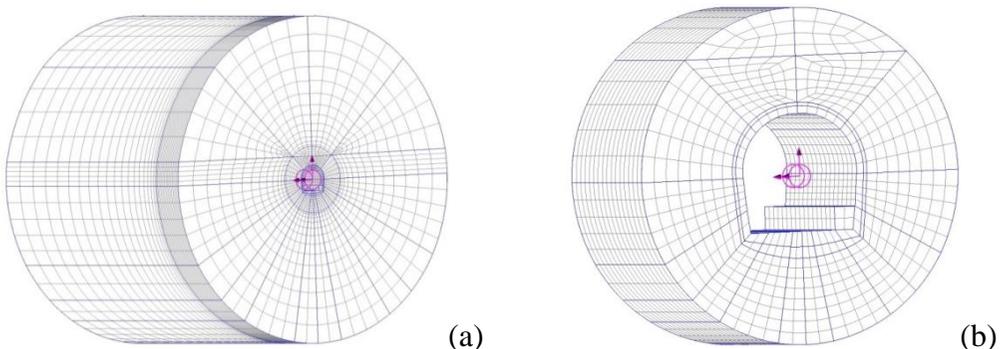


Figura 6.13 Modello di propagazione FEM tridimensionale riferito alla Linea 1: modello completo (a) e dettaglio dell'area di studio (b)

Un'analisi statica ha consentito la verifica della congruenza del modello realizzato.

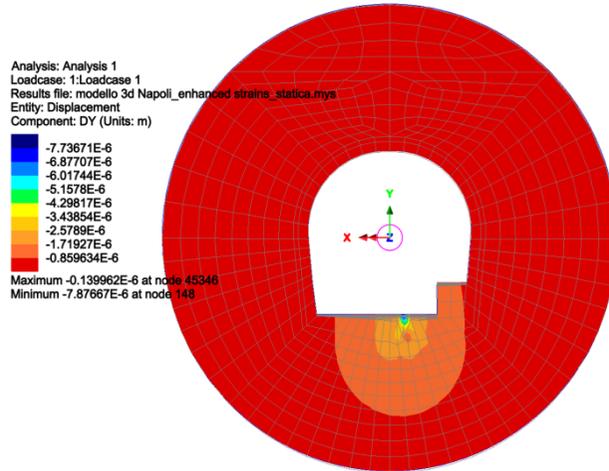


Figura 6.14 Deformata (analisi statica) del modello di propagazione della Linea 1

6.2.4 Interazione fra i modelli

Da un'analisi dinamica del modello FEM è possibile ricavare le time histories degli spostamenti verticali dei vari punti della mesh in direzione longitudinale, lungo l'allineamento interessato e distanziati fra di loro di 1 metro, essendo tale il passo delle traverse schematizzato.

Le time histories estrapolate dal FEM sono riportate in Figura 6.15.

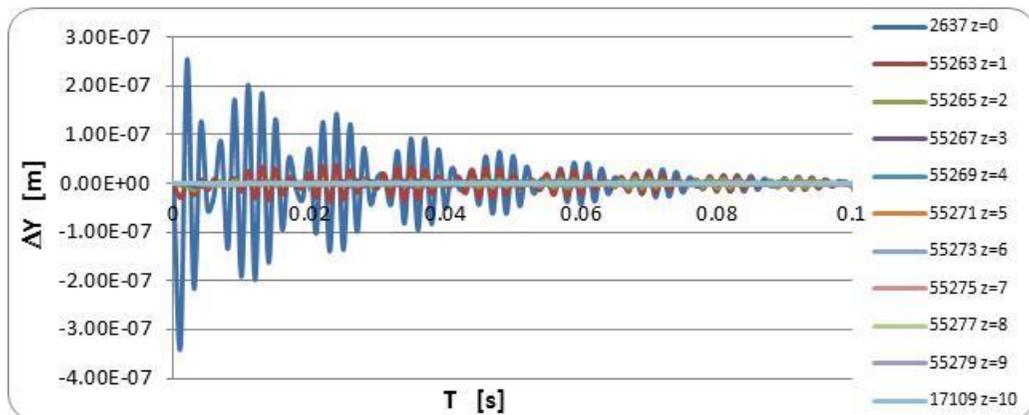


Figura 6.15 Time histories degli spostamenti verticali dei punti della mesh in direzione longitudinale nel modello relativo alla Linea 1

Attraverso l'analisi di Fourier dei segnali ottenuti è, quindi, possibile ricavare la funzione di trasferimento del sistema tunnel-terreno, ovvero la FRF della risposta

nel tempo ad un carico impulsivo, ottenendo così l'azione trasmessa dalla sovrastruttura e che rappresenta il dato di ingresso nei sistemi di equazioni visti al paragrafo 6.2.2.

È evidente che la funzione di risposta in frequenza non sarà generata dallo spostamento verticale del solo punto in corrispondenza del carico applicato, ma sarà data dalla composizione dei segnali provenienti da tutti i punti di contatto sovrastruttura-terreno/tunnel, ovvero le traverse.

Come accennato al paragrafo 6.1.1, il modello analitico sfrutta il Teorema di Reciprocità di Betti-Rayleigh: ciò significa che, data una forza fissa, si considererà mobile il ricevitore, viaggiante in direzione della forza con la stessa velocità V del convoglio.

Lo spostamento del ricevitore sarà, quindi, dato da $dx=v \cdot dt$ ad ogni step temporale; avendo imposto una frequenza di campionamento pari a 1000 Hz, equivalente ad un intervallo temporale di 0,001s, se ne deriva che $dx=0.001m$ (avendo imposto per semplicità di calcolo una velocità di 10 m/s).

Siccome il passo delle traverse adottato nel modello FEM è pari a 1 m, tale sarà anche la distanza fra i punti della mesh in corrispondenza dei quali sono state ottenute le funzioni di risposta in frequenza; se ne deriva, quindi, la necessità di interpolare il segnale fra due nodi successivi mediante il ricorso all'algoritmo spline, in modo da avere un nuovo passo di campionamento pari proprio a dx .

Calcolato, dunque, lo spostamento nel dominio delle frequenze in ciascun punto p attraverso la seguente relazione:

$$y_p(f) = \sum_{i=0}^{21} FRF_{p,i} \cdot F_{int_i}$$

per tenere conto dell'effettiva irregolarità del binario, bisogna ragionare in termini di funzioni di densità spettrali della forza di interazione.

$$PSD_p(f) = \sum_{i=0}^{21} |FRF_{p,i}|^2 \cdot PSD_{F_{int_i}}(f)$$

$$PSD_{F_{int_i}}(f) = |F_{int_i}(f)|^2 \cdot PSD_{rail}(f)$$

Si consideri un sistema in cui la forza eccitante sia una funzione sinusoidale.

L'ampiezza dello spostamento è descritta dalla relazione:

$$x(t) = X \cdot \sin(\omega t) \quad (6.3)$$

in cui:

- X è lo spostamento,
- $\omega=2\pi f$ è la frequenza.

La velocità può essere agevolmente calcolata facendo ricorso alla derivata della 6.3:

$$\dot{x}(t) = \omega \cdot X \cdot \cos(\omega t) \quad (6.4)$$

Le stesse relazioni possono essere applicate alle funzioni di densità spettrali, riscontrando, pertanto, che:

$$VPSD = \omega^2 \cdot DPSD = (2\pi f)^2 \cdot DPSD$$

avendo definito:

- $DPSD$ la funzione di densità spettrale dello spostamento
- $VPSD$ la funzione di densità spettrale della velocità.

Della PSD della velocità così ricavata è possibile, quindi, valutare l'ampiezza mediante la relazione:

$$A_i = \sqrt{2 \cdot df \cdot VPSD}$$

ed infine la time history generata dall'irregolarità facendo ricorso ad una fase random φ uniformemente distribuita:

$$th(t) = \sum_{i=0}^n A_i \cdot \cos((2\pi f)_i \cdot t + \varphi_i).$$

6.2.5 Analisi dei risultati

I risultati ottenuti con le simulazioni numeriche sono stati, infine, confrontati con il livello di vibrazione rilevato dalla campagna di indagine di cui al paragrafo 6.2.1.

Il confronto è stato studiato sia nel dominio del tempo e della frequenza ed è riportato in Figura 6.16.

Nella simulazione numerica si è adottata una frequenza massima di 1000 Hz, che corrisponde, secondo il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon, ad una frequenza limite indagabile di 500 Hz. Purtroppo, la frequenza di campionamento utilizzata nella misurazione era, invece, di 200 Hz, e quindi il confronto ha riguardato il solo l'intervallo tra 0 e 100 Hz nel dominio della frequenza.

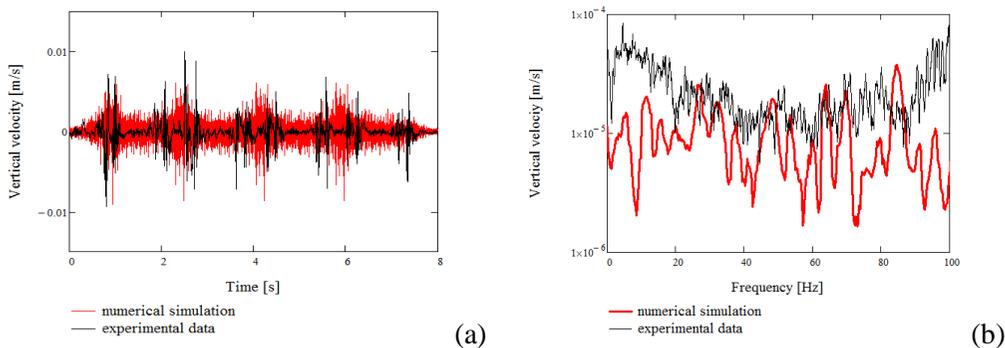


Figura 6.16 Confronto fra i rilievi sperimentali e le simulazioni numeriche nel dominio del tempo (a) e nel dominio delle frequenze (b)

Come si può osservare dalla figura, si è registrato un discreto accordo tra simulazione numerica e dati sperimentali nel dominio del tempo: si osserva un picco nella simulazione quando il transito di un carrello viene registrato da misure sperimentali e le corrispondenti ampiezze di massima velocità di vibrazione sembrano essere paragonabili. Un rumore relativo al contenuto ad alta frequenza è anche chiaramente rilevabile nei risultati numerici, ma, come già sottolineato, può essere attribuito alla frequenza di campionamento più alta (cioè minore tempo di passo di integrazione) utilizzata nelle simulazioni numeriche.

Nel dominio della frequenza il confronto è meno accettabile; ciò può essere imputabile alla frequenza di campionamento eccessivamente bassa: una frequenza di 200 Hz (usata in fase di registrazione del segnale), consente, per il teorema di Shannon-Nyquist (Appendice B), di indagare una banda di frequenze limitata ad un intervallo di 0-100 Hz; per quanto detto al paragrafo 2.1, le vibrazioni sono in genere contenute in un range di frequenza che va all'incirca da 0 a 100 Hz; una sovrapposizione così netta fra il range indagabile e quello effettivamente indagato

può aver comportato una perdita di contenuto in frequenza del segnale registrato, causata dal fenomeno dell'aliasing (Appendice B).

6.3 Applicazione al case study “Tratta S.Giorgio-Volla della Ex Circumvesuviana di Napoli”

La Circumvesuviana è stata una rete di trasporto pubblico locale su ferro che ha servito dal 1890 al 2012 l'area orientale di Napoli, circondando il Vesuvio ed entrando nelle province di Salerno ed Avellino.

Il 27 Dicembre 2012 viene assorbita, insieme ad altre aziende di trasporto pubblico locale campane, dall'Ente Autonomo Volturno (EAV), senza mutare la tipologia di servizio offerto.

Ad oggi la rete ferroviaria locale ex Circumvesuviana, collega circa 50 comuni intorno a Napoli ed ha una rete di circa 145 km, di cui circa 45 km a doppio binario, con un collegamento ferroviario di 4 milioni di chilometri-treno, 40 milioni di passeggeri all'anno. Con 118 elettrotreni si raggiungono in totale 96 stazioni. La maggior parte della rete è realizzata con rotaie del profilo 50 UNI, saldate in barra continua. La sovrastruttura è quasi interamente in ballast salvo alcuni tronchi, principalmente in corrispondenza delle gallerie, dove la sovrastruttura è su piastra. È caratterizzata da uno scartamento ridotto, di 950 mm, inferiore a quello standard per le altre reti ferroviarie italiane.

Le linee della Circumvesuviana sono:

- Napoli - San Giorgio a Cremano (11,9 Km);
- Napoli - Pompei scavi - Sorrento (42,5 Km);
- Napoli - Sarno (38,4 Km);
- Napoli - Nola - Baiano (38,6 Km);
- Napoli - Scafati - Poggiomarino (42,7 Km);

- Napoli - Pomigliano - Acerra (19,8 Km).

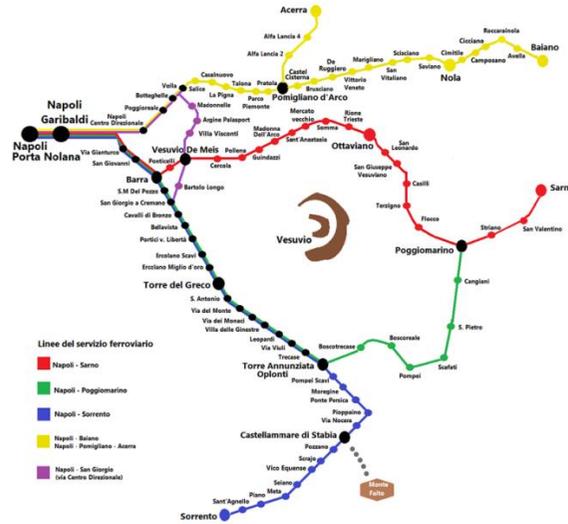


Figura 6.17 Schema delle linee della ex Circumvesuviana



Figura 6.18 Sovrastruttura della Circumvesuviana di Napoli

Il materiale rotabile, ETR FE 220, è a composizione bloccata di tre casse su quattro carrelli, di cui quelli interni sono di trazione e quelli esterni portanti. Ogni elettrotreno è bidirezionale e dotato di due cabine di guida, con una lunghezza complessiva di 40m. Ciascuna carrozza è collegata attraverso un sistema di sospensioni secondarie ai carrelli ferroviari, a loro volta collegati all’assale attraverso una sospensione primaria.

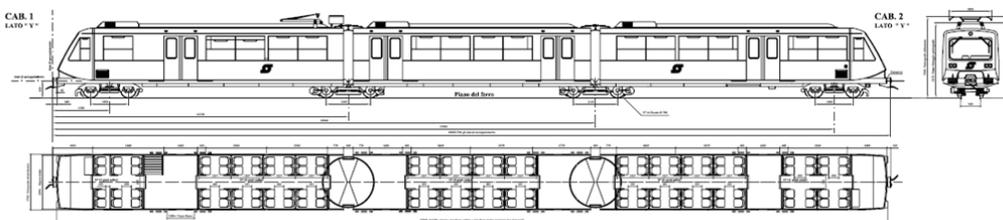


Figura 6.19 Figurino ETR FE 220

Sigla motrice (elettrotreno tre casse/quattro carrelli, rodiggio 2BB2, 2 motori di trazione alimentati a 1500 V cc con avviamento reostatico)	Fe220
Massa a vuoto	56 ton
Scartamento	950 mm
Lunghezza	40 m
Massimo numero di passeggeri (6p/m ²)	376
Passeggeri seduti	124
Velocità massima	90 km/h
Numero assi	8
Rapporto di trasmissione	1/3,61
Diametro delle ruote (a nuovo)	750 mm
Numero di motori	2
Rendimento meccanico	0,93
Tensione nominale	1,5 kV cc
Corrente massima motore	420 A
Potenza nominale singolo motore	350 kW
Tensione minima	1,0 kV cc
Potenza assorbita agli ausiliari (comprensiva della potenza delle scaldiglie e dei compressori a 1500 V)	52 kW
Scostamento % positivo dalla tensione nominale	20%
Scostamento % negativo dalla tensione nominale	33%

RAIL	
Parameter	Value
Mass per unit length (kg/m)	49.90
Moment of Inertia (cm ⁴)	362.4

Tabella 6.4 Principali caratteristiche dell'elettrotreno ETR FE 220 e della sovrastruttura

6.3.1 Dati sperimentali

Nel 2003 è stata svolta, ad opera di STRAGO S.r.l, una campagna di indagine delle vibrazioni trasmesse dal transito dei veicoli ferroviari, finalizzata al confronto fra l'armamento ferroviario con traverse biblocco modello “VSB 95 I 50 NABLA” e l'armamento ferroviario con traverse biblocco modello “VAX 95 I 50 NABLA”, entrambe impiegate su ballast dalla Circumvesuviana S.r.l. per le sue linee a scartamento ridotto.

L’obiettivo delle prove era quello di verificare che le prestazioni delle traverse biblocco “VSB 95 I 50 NABLA” impiegate su ballast fossero tali da garantire, in esercizio, una corretta operatività funzionale, paragonabile a quella delle traverse “VAX 95 I 50 NABLA”, già collaudate su questo tipo di massicciata.

Attraverso l’uso di accelerometri si sono ricavate misure di accelerazione in ampiezza e contenuto in frequenza, nei punti nei quali sono installati e nelle direzioni corrispondenti ai relativi assi di sensibilità.

I sensori sono stati disposti in 3 punti di misura A, B, C, in ognuno dei quali è stato installato un blocco accelerometrico con due assi di sensibilità orientati secondo l’asse Y e l’asse X.

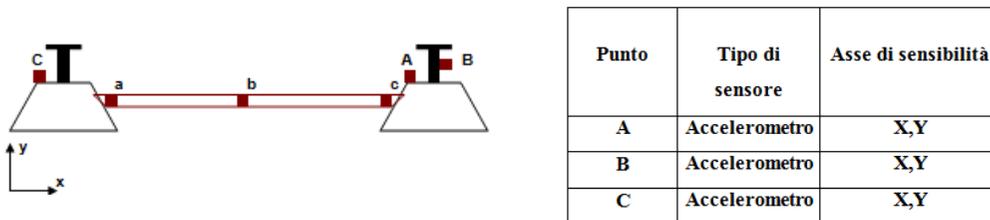


Tabella 6.5 Disposizione degli accelerometri

Punto	Tipo di sensore	Asse di sensibilità
A	Accelerometro	X,Y
B	Accelerometro	X,Y
C	Accelerometro	X,Y

Le prove sono state eseguite a distanza di quindici giorni l’una dall’altra. Durante i quindici giorni, lungo la linea in questione, hanno transitato solo treni speciali, costituiti da tre vagoni di cui due zavorrati come per il convoglio di prova, ed uno solo adibito al trasporto passeggeri.

La frequenza di campionamento adottata è stata di 1000 Hz.

Per le indagini sono state scelte le seguenti sezioni, in cui le distanze sono indicate a partire dalla stazione di S.Giorgio:

- SEZ.1: 735 m. (all’esterno)
- SEZ.2: 1407 m. (all’interno della galleria)
- SEZ.3: 2269 m. (all’interno della galleria)
- SEZ.4: 6600,37 m. (all’esterno) (STRAGO, 2003).

In Figura 6.20 si riporta la localizzazione delle sezioni di misura.

Il modello “ibrido” di propagazione delle onde nel terreno



Figura 6.20 Localizzazione delle sezioni di misura

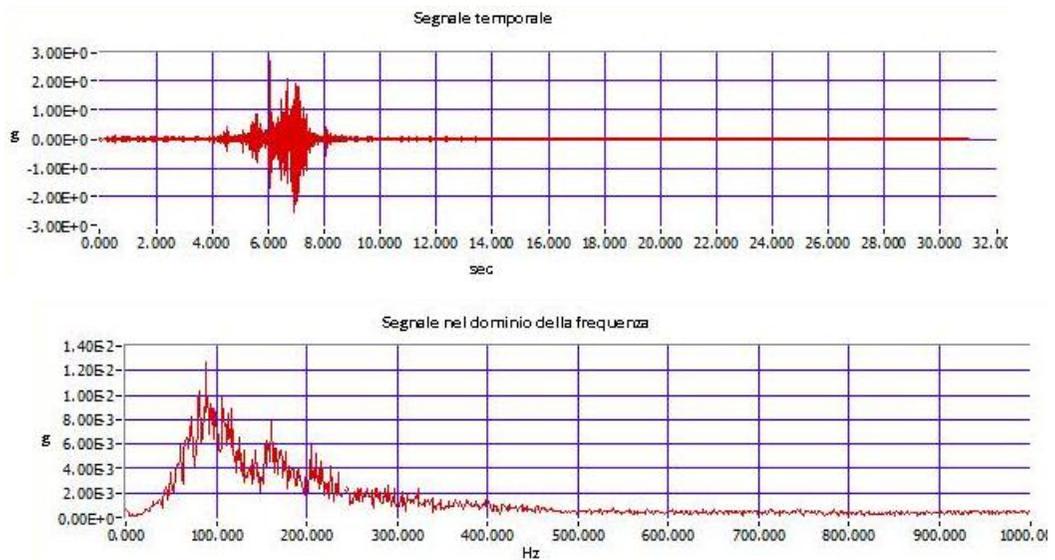


Figura 6.21 Esempio di registrazione usando accelerometri disposti di fianco alla rotaia nel dominio del tempo e delle frequenze

In particolare, per questo studio, si sono prese come riferimento le misure effettuate in corrispondenza della sezione 4.

6.3.2 Il modello analitico

La costruzione del modello analitico si basa sulla stessa impostazione teorica del modello già descritto al paragrafo 6.2.2, riferito al case study Linea 1.

Le caratteristiche delle sospensioni sono state ricavate dai diagrammi riportati in Figura 6.22.

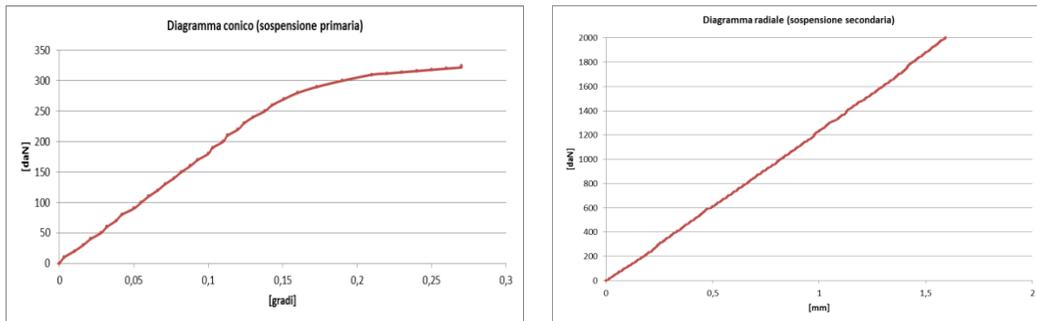


Figura 6.22 Caratteristiche delle sospensioni

Il contatto ruota-rotaia è stato calcolato con la 4.32, da cui si è ricavato $k_H=2.156*10^9$ Pa.

6.3.3 Il modello F.E.M.

Così come per il modello analitico, anche la costruzione del modello F.E.M. ha seguito la stessa impostazione teorica del modello già presentato al paragrafo 6.2.3, con riferimento al case study Linea 1.

L'area di studio si estende 5m in direzione Y e 10 m in direzione Z.

La fascia smorzante è stata, quindi, modellata con uno spessore pari a 4x, con dimensione della mesh che aumenta gradualmente.

La superficie è stata, poi, vincolata nelle due direzioni.

Propedeutica alla costruzione del modello è stata, chiaramente, l'analisi della stratigrafia del sito.

In assenza di prove stratigrafiche, si è fatto riferimento a quanto contenuto in “Il sottosuolo di Napoli” (Comune di Napoli, 1967).

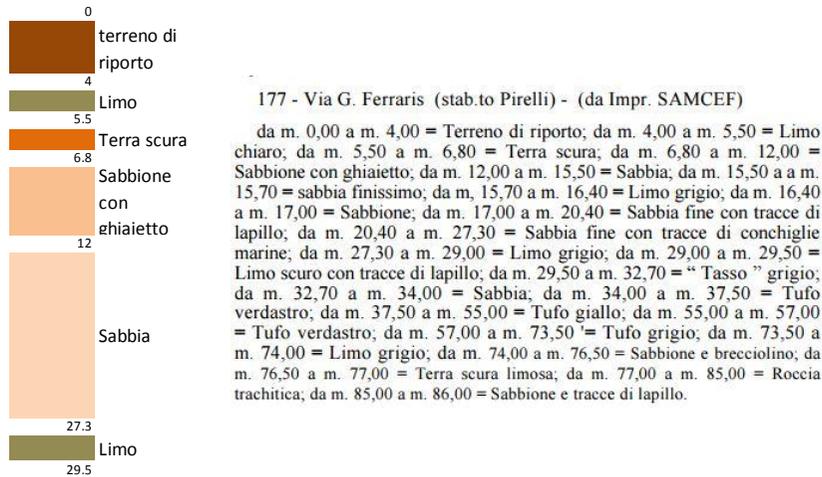


Figura 6.23 Stratigrafia nelle adiacenze della sezione di misura

Le caratteristiche del ballast sono state dedotte dalla sperimentazione di cui al capitolo 5 .

Le caratteristiche dei materiali adottati sono riassunte nel seguito:

- Traversa VAX

Modulo di Young $E = 28.8 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,2$

Densità di massa $\rho = 2.4 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

- Ballast

Modulo di Young $E = 172 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,30$

Densità di massa $\rho = 1.5 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

- Terreno di riporto

Modulo di Young $E = 260 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,35$

Densità di massa $\rho = 1.9 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

Coefficiente di rigidezza di Rayleigh $\alpha: 1.8969$

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh $\beta: 0.251 \cdot 10^{-3}$

- Limo

Modulo di Young $E = 300 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,326$

Densità di massa $\rho = 1.8 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$

Coefficiente di rigidezza di Rayleigh $\alpha: 1.8969$

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh β : $0.251 \cdot 10^{-3}$

- Terra scura

Modulo di Young $E = 643 \cdot 10^6$ N/m²

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,296$

Densità di massa $\rho = 1.9 \cdot 10^3$ Kg/m³

Coefficiente di rigidezza di Rayleigh α : 1.8969

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh β : $0.251 \cdot 10^{-3}$

- Terra scura

Modulo di Young $E = 643 \cdot 10^6$ N/m²

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,296$

Densità di massa $\rho = 1.9 \cdot 10^3$ Kg/m³

Coefficiente di rigidezza di Rayleigh α : 1.8969

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh β : $0.251 \cdot 10^{-3}$

- Sabbia

Modulo di Young $E = 643 \cdot 10^6$ N/m²

Coefficiente di Poisson $\nu = 0,47$

Densità di massa $\rho = 1.9 \cdot 10^3$ Kg/m³

Coefficiente di rigidezza di Rayleigh α : 1.8969

Coefficiente di smorzamento di Rayleigh β : $0.251 \cdot 10^{-3}$

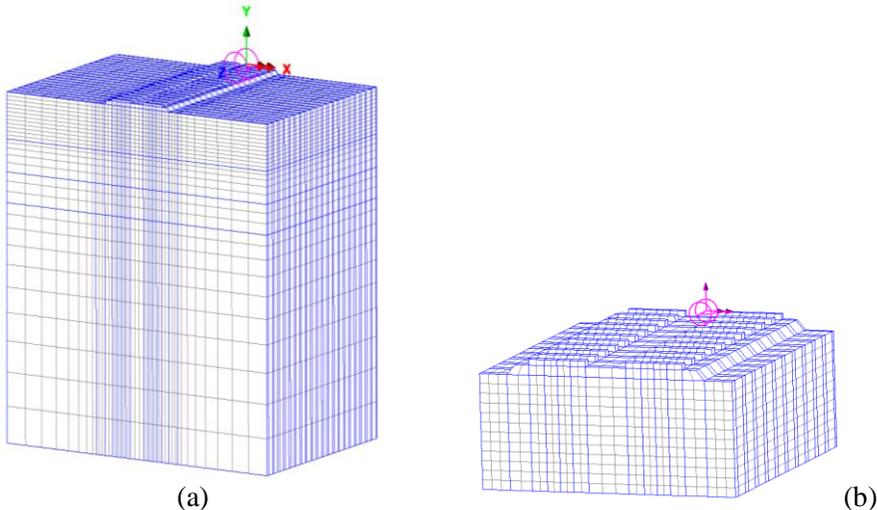


Figura 6.24 Modello di propagazione FEM tridimensionale riferito alla Tratta S.Giorgio-Volla: modello completo (a) e dettaglio dell'area di studio (b)

Un'analisi statica ha consentito la verifica della congruenza del modello realizzato.

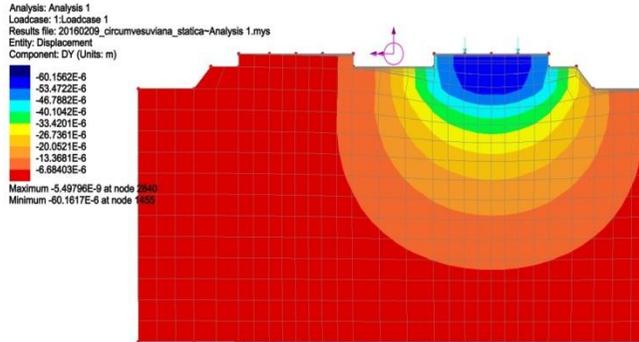


Figura 6.25 Deformata (analisi statica) del modello di propagazione della tratta S.Giorgio-Volla

6.3.4 Interazione fra i modelli

Come già detto al paragrafo 6.2.4, da un'analisi dinamica del modello FEM è possibile ricavare le time histories degli spostamenti verticali dei vari punti della mesh in direzione longitudinale, lungo l'allineamento interessato e distanziati fra di loro di 1 metro, essendo, anche in questo caso, tale il passo delle traverse schematizzato.

Le time histories estrapolate dal FEM sono riportate in Figura 6.26.

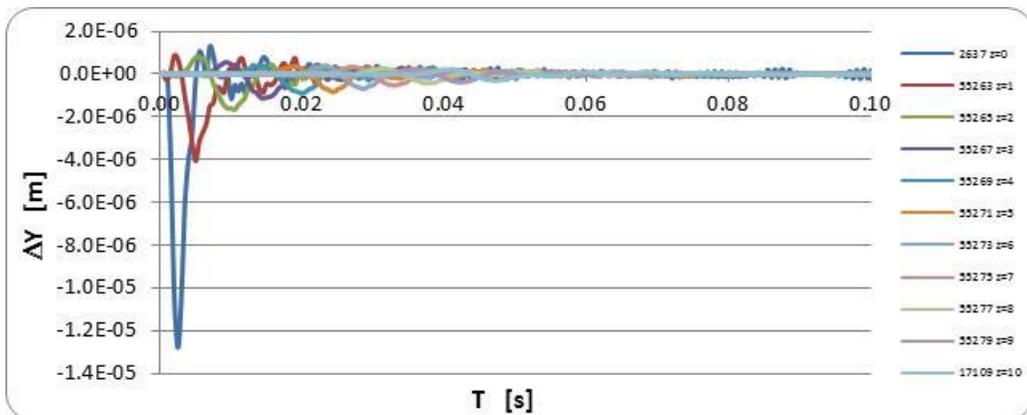


Figura 6.26 Time histories degli spostamenti verticali dei punti della mesh in direzione longitudinale nel modello relativo alla tratta S.Giorgio-Volla

La differenza sostanziale fra il modello realizzato per la Linea 1 rispetto a quello realizzato per la tratta S.Giorgio-Volla risiede nel fatto che nel primo caso i sensori utilizzati sono rappresentati da velocimetri, mentre nel secondo caso sono accelerometri.

Ciò si traduce nel fatto che, se prima il confronto fra le misure sperimentali e quelle provenienti dalla simulazione era effettuato in termini di velocità, ora sarà, chiaramente, effettuato in termini di accelerazioni.

Sono state, quindi, introdotte delle modifiche rispetto al caso precedente per la definizione della PSD.

Si consideri un sistema in cui la forza eccitante sia una funzione sinusoidale e tale che l'ampiezza dello spostamento sia descritta dalla relazione 6.3.

L'accelerazione può essere agevolmente calcolata facendo ricorso alla derivata seconda della suddetta relazione, ottenendo:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \cdot X \cdot \sin(\omega t) \quad (6.5)$$

Le stesse relazioni possono essere applicate alle funzioni di densità spettrali, riscontrando, pertanto, che:

$$APSD = \omega^4 \cdot DPSD = (2\pi f)^4 \cdot DPSD$$

avendo definito:

- DPSD la funzione di densità spettrale dello spostamento
- APSD la funzione di densità spettrale dell'accelerazione.

6.3.5 Analisi dei risultati

I risultati ottenuti con le simulazioni numeriche sono stati, infine, confrontati con il livello di vibrazione rilevato dalla campagna di indagine di cui al paragrafo 6.3.1.

Il confronto, nel dominio delle frequenze, è riportato in Figura 6.27.

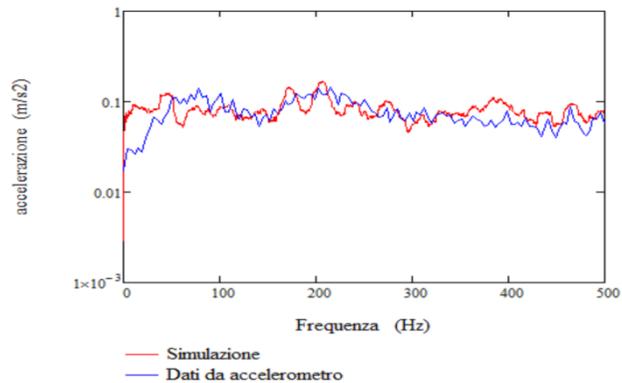


Figura 6.27 Confronto fra i dati sperimentali e le simulazioni numeriche nel dominio delle frequenze

Avendo adottato, sia nel modello F.E.M. che nei rilievi realizzati con l'accelerometro, una frequenza di campionamento pari a 1000 Hz, la massima frequenza indagabile è risultata, per il teorema di Nyquist-Shannon, pari a 500 Hz. Come si può osservare dalla Figura 6.27, si è registrato un discreto accordo tra simulazione numerica e dati sperimentali.

Lo scostamento registrato fra le due curve nel range di frequenze comprese fra 0 e 50 Hz si ritiene sia imputabile alla strumentazione utilizzata durante la campagna di prova: siccome l'ampiezza di vibrazione in termini di spostamento accentua le componenti a bassa frequenza e l'accelerazione enfatizza quelle ad alta frequenza, si ritiene che l'uso degli accelerometri non sia indicato per la registrazione di segnali caratterizzati da frequenze inferiori ai 100 Hz (Dott. Ing. Fichera).

7 Conclusioni e sviluppi futuri

L'ampliamento strutturale, cui si è assistito negli ultimi anni, delle reti ferroviarie, volto alla trasformazione delle linee preesistenti in linee ad Alta Velocità e/o Alta Capacità, ha comportato un incremento di sollecitazioni derivanti da un esercizio più intenso, nonché una maggiore evoluzione dei fenomeni di degrado del materiale rotabile e delle infrastrutture, rendendo più evidenti il disturbo ed i danni ambientali causati dalle vibrazioni.

Tale fenomeno, generato da molteplici cause riconducibili a difetti isolati lungo la linea ferroviaria, di natura geometrica, oppure di natura strutturale, è stato studiato in questo lavoro di tesi con riferimento ai problemi legati alla sovrastruttura. In tal senso, il fenomeno delle vibrazioni indotte da traffico ferroviario o metropolitano è stato considerato come il frutto dell'interazione dinamica fra ruota del veicolo in movimento e profilo del binario, indotte dalla difettosità della superficie di rotolamento, che, caratterizzata da un certo grado di irregolarità, genera delle accelerazioni verticali, determinando una variazione dinamica della forza rispetto al caso statico.

Attraverso un modello a basso costo può essere possibile valutare quale sarà il livello di disturbo cagionato dalla linea ferroviaria, al fine di rientrare nei limiti imposti dalle normative vigenti in termini di impatto ambientale a cose e persone.

Inoltre, la diagnosi precoce dei difetti, attraverso una corretta correlazione fra i problemi individuati, consentirebbe anche il monitoraggio della difettosità, traducendosi in un intervento tempestivo volto a prevenire fenomeni di instabilità di marcia che, talvolta, possono evolversi in veri e propri casi di svio.

Lo scopo di questa ricerca è stato quindi quello di studiare un modello di previsione delle vibrazioni indotte dal passaggio dei veicoli ferroviari, calibrato sulla base del confronto fra i risultati della simulazione numerica e quelli di reali campagne di monitoraggio delle vibrazioni.

L'innovazione di questo studio, rispetto ad altri presenti in letteratura, risiede nel fatto che il modello "ibrido" proposto è frutto di una combinazione di modelli analitici e numerici, sfruttando così la semplicità e gestibilità dei primi, nonché la versatilità ed adattabilità a molteplici scenari dei secondi.

Disponendo, dunque, dei risultati di due campagne di monitoraggio delle vibrazioni, sono stati simulati entrambi gli scenari di riferimento.

La simulazione è passata, chiaramente, attraverso lo studio della geometria del sito, delle caratteristiche dei terreni e la definizione di modelli analitici in grado di schematizzare le sovrastrutture delle linee metropolitane oggetto di studio, nonché i convogli in transito.

La costruzione del modello numerico ha richiesto, fra l'altro, la definizione delle caratteristiche meccaniche di tutti i materiali; da un'analisi della letteratura è risultato che il ballast, ovvero il pietrisco utilizzato per massicciate ferroviarie, non è completamente definito in termini di rigidità. La mancanza di indicazioni relative alla definizione di questo parametro ha comportato la necessità di intraprendere, in maniera parallela, anche uno studio volto alla caratterizzazione meccanica del ballast, al fine di poter garantire al modello previsionale delle vibrazioni una maggior adattabilità a tutti gli scenari possibili.

Il parametro che si è scelto per lo studio delle caratteristiche di portanza del ballast è il Modulo Resiliente, essendo esso un parametro dinamico utilizzato per

rappresentare la capacità portante del sottofondo quando questo è sollecitato da azioni provenienti da carichi mobili, quali ad esempio, quelli stradali o ferroviari.

Il suddetto parametro è stato, quindi, studiato mediante prove triassiali, statiche e dinamiche e al variare di tensione di cella, deviatore e frequenza di carico.

A causa di incompatibilità fra dimensioni di cella e degli inerti presenti nella granulometria del ballast, è stato necessario ricorrere alla riduzione in scala della stessa, per rendere compatibili le dimensioni degli inerti da testare con le dimensioni delle celle presenti nei comuni laboratori di prova.

I risultati delle sperimentazioni portate avanti in questo studio dimostrano che:

- si registra un accordo soddisfacente dal confronto fra dati sperimentali (siano essi ricavati con velocimetri o accelerometri) e le simulazioni numeriche (output del modello “ibrido”); gli scostamenti registrati potrebbero essere imputabili ad errori compiuti in fase di acquisizione del segnale;
- la PSD si rivela uno strumento utile per la simulazione di un fenomeno aleatorio, quale l’irregolarità della via di corsa, in assenza di misure dirette della stessa;
- il modello di previsione delle vibrazioni proposto in questo studio si adatta alle modalità di acquisizione del segnale, facendo ricorso alle funzioni di densità spettrali di velocità o accelerazione, a seconda dello strumento adottato durante la campagna di misura;
- dalle prove triassiali realizzate sul ballast è emerso che il parametro descrittivo delle caratteristiche di portanza del materiale, il Modulo Resiliente, sembra essere indipendente dalla frequenza di carico adottata; assume
- l’applicazione del legame costitutivo ricavato per il ballast al case study “tratta S. Giorgio-Volla” e la concordanza fra dati sperimentali e simulazioni numeriche, rassicura in merito al fatto che è possibile applicare

il concetto di riduzione in scala del ballast per testare il materiale in condizioni dinamiche.

Sarà necessario condurre ulteriori studi per affinare i modelli ottenuti, incrementando il dataset delle vibrazioni, al fine di avere la certezza che gli scostamenti registrati dal confronto fra simulazioni numeriche e dati sperimentali siano solo frutto di errori in fase di acquisizione del segnale.

Altrettanto dicasi per il ballast, per il quale si auspica lo studio di almeno un'altra granulometria ridotta.

Appendice A

A.1 Calcolo delle funzioni di Green: metodo dei numeri d'onda discreti

Il modello di propagazione utilizzato è un modello unidimensionale a strati piani paralleli, in cui il contributo di ciascuna sorgente elementare viene propagato al ricevitore per mezzo della funzione di Green calcolata in campo completo sfruttando il metodo dei numeri d'onda discreti già sviluppati da Bouchon e Aki nel 1977.

La funzione di Green per un mezzo elastico stratificato può essere espressa come un doppio integrale sulla frequenza e sui numeri d'onda orizzontali. Il metodo dei numeri d'onda discreti si basa sul fatto che l'integrale sui numeri d'onda può essere espresso mediante una somma discreta. Questa discretizzazione si ottiene scrivendo la radiazione emessa dalla sorgente come sovrapposizione delle radiazioni emesse da un insieme infinito di sorgenti concentriche, distanziate di un certo intervallo radiale pari a L . La scelta della dimensione degli intervalli dipende dalla lunghezza dell'intervallo di tempo desiderata per la risposta della sorgente e determina l'insieme discreto dei numeri d'onda che contribuiscono alla soluzione.

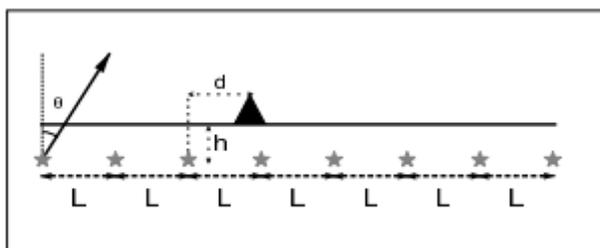


Figura A-1 Configurazione del modello: un numero infinito di sorgenti viene distribuito orizzontalmente e distanziate di un intervallo L . La distanza fra le sorgenti ed il punto di osservazione è d , λ è la lunghezza d'onda della radiazione.

Si consideri un modello bidimensionale, come quello illustrato in Figura A-1. Sia L l'intervallo tra le sorgenti e λ la lunghezza d'onda della radiazione, la direzione della radiazione è data dalla relazione

$$L \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda \cdot \text{con } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (\text{A.1})$$

dove θ è misurata rispetto alla normale al piano orizzontale che contiene le sorgenti. Il termine $L \cdot \sin\theta$ rappresenta la differenza tra i percorsi dei raggi emessi da due sorgenti adiacenti, mentre il termine di destra dell'equazione esprime la condizione per la interferenza costruttiva. Questa relazione è simile alla legge di diffrazione per un fascio luminoso che attraversa un reticolo (Fraunhofer, 1823) o a quella per i raggi x che attraversano un reticolo cristallino (Bragg, 1912). La radiazione irraggiata da una sorgente lineare in un mezzo omogeneo infinito può essere rappresentata come un'onda cilindrica, o come sovrapposizione di onde piane. Indicando con x e z gli assi orizzontale e verticale, posti nel piano normale all'asse della sorgente, ciascun effetto osservabile, quale spostamento o stress, può essere scritto nella forma:

$$F(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(k, z, \omega) e^{-ikx} \quad (\text{A.2})$$

dove k indica la componente orizzontale del numero d'onda. La validità dell'equazione può essere estesa anche al caso di un mezzo stratificato. Se introduciamo un'infinità di sorgenti distribuite lungo l'asse orizzontale delle x , distanziate fra loro di una distanza pari a L , la A.2 diventa:

$$F(x, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(k, z, \omega) e^{-ikx} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{ikmL} dk \quad (\text{A.3})$$

Usando un risultato di teoria delle distribuzioni (Schwarz, 1966), la sommatoria può essere scritta:

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{ikmL} = 2\pi \left[\delta(kL) \right]_{\text{modulo } 2\pi} \quad (\text{A.4})$$

dove δ indica la distribuzione di Dirac. Quindi l'equazione A.3 diventa:

$$G(x, z, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(n, z, \omega) e^{i\frac{2\pi}{L}n\lambda} \quad (\text{A.5})$$

Dove

$$g(n, z, \omega) = \frac{2\pi}{L} f\left(\frac{2\pi}{L}n, z, \omega\right) \quad (\text{A.6})$$

Il prossimo passo consiste nel valutare la trasformata di Fourier dell'equazione A.2 ad una distanza $x=d$ dall'origine. A tale scopo notiamo che l'antitrasformata dell'equazione A.2 e quella dell'equazione A.5 coincidono fino all'arrivo di una fase di disturbo proveniente dalla sorgente posta alla distanza orizzontale di $(L-d)$ dal ricevitore. Quindi indicando con T il tempo di arrivo di tale perturbazione la funzione

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, z, \omega) e^{-i\omega t} \quad (\text{A.7})$$

per $0 < t < T$ può essere scritta come:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(n, z, \omega) e^{-i\frac{2\pi}{L}n\lambda} d\omega \quad (\text{A.8})$$

Se la serie converge, per N molto grandi l'equazione A.8 diventa:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \sum_{m=-N}^{+N} g(n, z, \omega) e^{-i\frac{2\pi}{L}n\lambda} d\omega \quad (\text{A.9})$$

Poiché la risposta temporale del sistema di sorgenti è infinitamente lunga, l'uso della trasformata discreta di Fourier crea un effetto di aliasing nella soluzione

temporale. Questo effetto può essere rimosso introduce una parte immaginaria nella frequenza, scelta in modo tale che le perturbazioni che non rientrano nella finestra temporale di nostro interesse vengano attenuate abbastanza da essere considerate trascurabili. Indicando con ω_r e con ω_i la parte reale e la parte immaginaria della frequenza, la risposta impulsiva può essere riscritta come:

$$f(t) = e^{-\omega_i t} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega_r t} \sum_{m=-N}^{+N} g(n, z, \omega_r) e^{-i\frac{2\pi}{L}n\lambda} d\omega_r \quad (\text{A.10})$$

In sintesi il metodo dei numeri d'onda discreti consiste nel calcolare il segnale sismico emesso da una sorgente puntiforme assumendo una simmetria cilindrica del mezzo. Quindi il segnale registrato in una certa stazione è dato da un doppio integrale sulla profondità z , e sulla lunghezza d'onda radiale λ . Descrivendo la sorgente come un insieme di infinite sorgenti concentriche è possibile scrivere l'integrale su λ come una somma (A.2). Il vantaggio del metodo sta nel fatto che a partire da strutture geologiche relativamente semplici si possono ottenere sismogrammi complessi (Lancieri, 2004).

Appendice B

B.1 La trasformata di Fourier

Si consideri un generico sistema dinamico lineare, soggetto ad una o più grandezze in ingresso (forzanti) e che consenta il calcolo di una o più grandezze in uscita (spostamenti e/o forze trasmesse dal sistema).

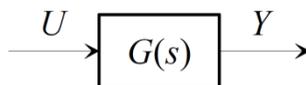


Figura B-1 Sistema dinamico lineare.

Per il calcolo della risposta (uscita) del sistema dinamico lineare soggetto ad ingressi assegnati, si possono seguire due strade:

- Calcolo nel dominio del tempo: con i metodi dell'analisi matematica, si integra il sistema di equazioni differenziali (equazioni di stato) forzato dalle funzioni del tempo assegnate (gli ingressi). Dalla trasformazione di uscita si ricava quindi l'espressione dell'uscita.
- Calcolo nel dominio delle trasformate: Alla funzione del tempo $u(t)$ si associa una funzione U che prende il nome di trasformata del segnale di ingresso. Dalle equazioni del sistema dinamico è poi possibile

ricavare facilmente il legame tra la trasformata U e la trasformata Y del segnale di uscita. Ricavata quindi la trasformata Y , le si associa la funzione del tempo $y(t)$, che ne costituisce l'antitrasformata, e che rappresenta la risposta del sistema cercata.

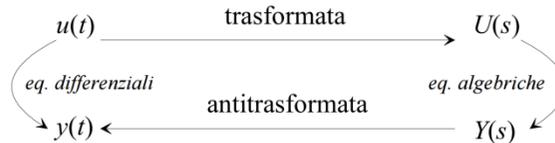


Figura B- 2 Calcolo della risposta di un sistema dinamico lineare

Il vantaggio, notevolissimo, risiede nel fatto che il legame tra la trasformata dell'ingresso e la trasformata dell'uscita è di natura algebrica e non differenziale, come accade invece tra le rispettive funzioni del tempo.

Questa rappresentazione può essere utilmente adottata per tutti i sistemi, più o meno complessi, purché sia possibile individuare un ingresso e una uscita. Il comportamento del sistema è rappresentato dalla *funzione di trasferimento*, che caratterizza il comportamento di un sistema dinamico tempo-invariante nel dominio della frequenza, mettendo in relazione l'ingresso e l'uscita.

A partire dall'espressione della funzione di trasferimento, si ottiene l'espressione della *funzione di risposta in frequenza (FRF)* sostituendo a s il prodotto $j\omega$, e limitando il campo di variabilità di ω ai valori positivi.

L'operatore che consente di ottenere la risposta in frequenza $H(f)$ a partire dalla risposta all'impulso del sistema $h(t)$, viene detto **trasformata di Fourier**. La trasformata di Fourier può essere calcolata per un generico segnale $x(t)$, non solo per la risposta all'impulso di un sistema LTI (dinamico lineare stazionario):

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

L'operatore che consente di riottenere il segnale $x(t)$ a partire dalla sua trasformata di Fourier $X(f)$ viene detto **trasformata inversa di Fourier**:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} dt$$

uguale alla trasformata di Fourier, a parte il segno dell'esponente.

Un'importante relazione della funzione di risposta in frequenza, valida per i sistemi lineari a parametri costanti è: $X(f) = H(f) \cdot Y(f)$; che equivale a dire che la trasformata di Fourier della risposta del sistema è data dal prodotto della risposta in frequenza del sistema per la trasformata di Fourier dell'eccitazione.

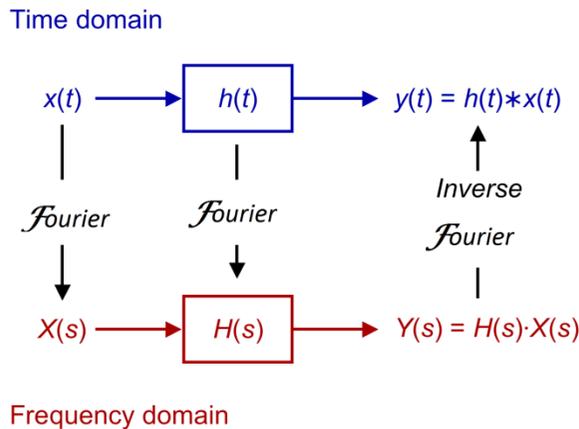


Figura B- 3 Descrizione di un sistema LTI nel dominio del tempo (in blu) e nel dominio delle frequenze (in rosso)

Se $f(t)$ è l'eccitazione e $x(t)$ è la risposta del sistema, la FRF si definisce come rapporto delle loro trasformate di Fourier.

Con riferimento allo studio oggetto di questa tesi, quanto appena detto rappresenta il concetto fondamentale che consente di passare dalle eccitazioni imposte dal binario ai carichi trasmessi alla sovrastruttura fino alle vibrazioni indotte nel terreno.

La funzione di risposta in frequenza è generalmente una grandezza complessa che può essere descritta in termini di ampiezza ed angolo di fase:

$$H(f) = |H(f)| \cdot e^{-i \cdot \varphi}.$$

Il valore assoluto, detto anche fattore di guadagno, rappresenta, dato un ingresso sinusoidale ad una certa frequenza f , il rapporto tra l'ampiezza della risposta e quella dell'ingresso, mentre lo sfasamento tra la risposta e l'ingresso è pari a $\varphi(f)$.

Fisicamente la funzione di risposta in frequenza rappresenta la variazione della risposta del sistema al variare della frequenza dell'eccitazione unitaria.

In un sistema lineare a parametri costanti la FRF è funzione della sola frequenza; se il sistema è non lineare essa è funzione anche dell'intensità dell'ingresso applicato; se il sistema è a parametri non costanti essa è funzione anche del tempo.

B.2 Teorema del campionamento e teorema di Shannon & Nyquist

Dati i campioni $x(n)=x_a(nT_c)$ esistono infiniti segnali $x_a(t)$ che possono averli generati. In termini matematici, il problema può essere assimilato a quello della non unicità dell'interpolazione di un insieme di dati: dato un insieme (finito) di coppie di valori (x_k, y_k) , esistono infinite funzioni $f(x)$ tali che $f(x_k)=y_k$. Per determinare, allora, un'unica soluzione bisogna imporre delle condizioni aggiuntive o dei vincoli al problema. La scelta del sottoinsieme più ristretto in cui andare a ricercare la soluzione del problema e dei vincoli da imporre sul segnale $x_a(t)$ dovrà garantire l'unicità matematica della soluzione, ma non dovrà essere così restrittiva da rendere tale soluzione di scarso interesse pratico.

Per semplificare lo studio matematico del campionamento, è conveniente schematizzarlo come un processo in due stadi. Il primo stadio effettua la moltiplicazione tra il segnale analogico $x_a(t)$ ed un pettine di δ di periodo T_c :

$$\tilde{\delta}_{T_c}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c) \quad (\text{B.1})$$

detto *pettine campionatore ideale*, ottenendo così il segnale:

$$x_\delta(t) = x_a(t) \cdot \tilde{\delta}_{T_c}(t) = x_a(t) \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c) \right] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_a(nT_c) \delta(t - nT_c) \quad (\text{B.2})$$

dove nel passaggio dalla seconda alla terza uguaglianza si è sfruttata la proprietà del prodotto dell'impulso di Dirac.

Il secondo stadio, denominato *convertitore* δ/n , converte il segnale impulsivo $x_s(t)$ in un segnale discreto $x(n)$, associando all' n -esimo impulso $x_a(nT_c)\delta(t-nT_c)$ il campione $x(n) = x_a(nT_c)$.

Il prodotto definito dalla B.2 è detto *campionamento ideale* del segnale $x_a(t)$, ed il segnale $x_s(t)$ è detto *segnale campionato idealmente*. Com'è facilmente intuibile, l'idealità di tale operazione deriva dal fatto che il segnale $x_s(t)$, essendo composto da impulsi di Dirac, è una pura astrazione matematica non riproducibile in pratica.

Il processo di campionamento è invertibile solo se si pone qualche restrizione sul segnale analogico di partenza $x_a(t)$. Il vincolo più semplice e frequentemente considerato è quello che il segnale $x_a(t)$ sia a *banda rigorosamente limitata*, un'ipotesi che, sebbene non possa essere rigorosamente verificata in pratica, è però soddisfatta approssimativamente da molti segnali di interesse. In questo caso, le condizioni che garantiscono l'invertibilità del campionamento sono descritte nel fondamentale *teorema del campionamento* o **Teorema di Shannon**:

*Fissata che sia la frequenza di banda f_b , la più bassa frequenza di campionamento f_c da utilizzare per ottenere informazioni non distorte fino a f_b è pari a: $f_s \geq 2f_b$, in cui la frequenza f_s si dice *frequenza di Shannon*.*

Da esso discende il **Teorema di Nyquist**:

*Fissata la frequenza di campionamento f_c , la più alta frequenza che fornisce informazioni non distorte è pari a: $f_N = \frac{f_c}{2}$, che prende il nome di *frequenza di Nyquist*.*

Definite, quindi, W la larghezza della banda, e f_c la frequenza di campionamento, si possono verificare tre casi:

- $f_c > 2W$, le repliche di $X_a(f)$ non si sovrappongono nel dominio della frequenza;

- $f_c = 2W$, le repliche di $X_a(f)$ si affiancano perfettamente nel dominio della frequenza;
- $f_c < 2W$, le repliche di $X_a(f)$ si sovrappongono nel dominio della frequenza che sono riassunti in Figura B-4.

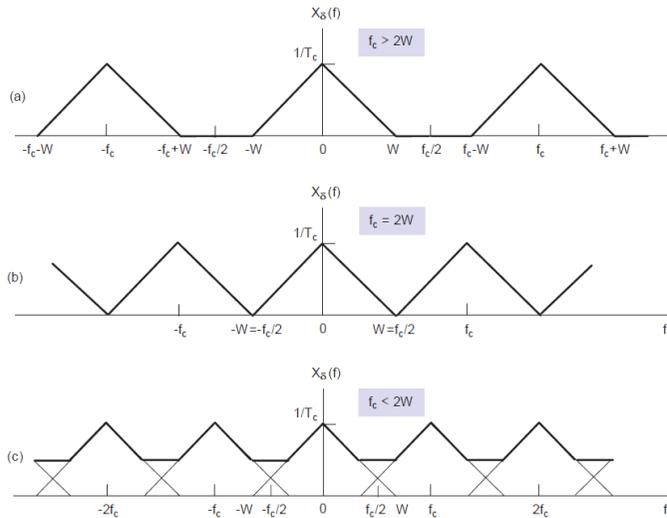


Figura B-4 Spettro $X_{\delta}(f)$ risultante dal campionamento di un segnale $x_a(t)$ a banda limitata: (a) campionamento con $f_c > 2W$; (b) campionamento con $f_c = 2W$; (c) campionamento con $f_c < 2W$.

Dall'esame dei grafici, si nota che lo spettro $X_a(f)$ del segnale di partenza può essere recuperato univocamente solo nei casi (a) e (b). Infatti, nel caso (c), esistono *almeno due* (in realtà infiniti) spettri $X_a(f)$ nell'intervallo $(-W, W)$ che possono aver generato il segnale $X_{\delta}(f)$: uno è evidentemente quello di Figura B-5 (a), l'altro è invece quello raffigurato in Figura B-5 (b), che in effetti costituisce la restrizione del segnale $X_s(f)$ all'intervallo $(-f_c/2, f_c/2) \subset (-W, W)$.

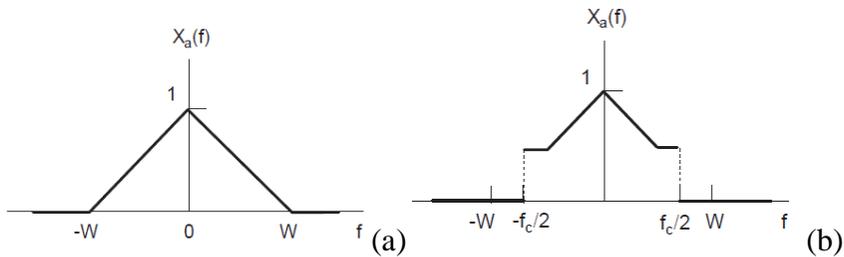


Figura B-5 Spettro $X_a(f)$ di un segnale a banda rigorosamente limitata (a); Spettro $X_a(f)$ di un segnale a banda rigorosamente limitata che genera lo stesso spettro $X_d(f)$ del segnale di Figura B-5 (a) nel caso $f_c < 2W$ (b)

Le considerazioni precedenti costituiscono già una dimostrazione completa del teorema del campionamento, ma non esplicitano chiaramente la relazione che consente di ricavare $x_a(t)$ da $x_s(t)$ e, in ultima analisi, da $x(n) = x_a(nT_c)$. Tale relazione tuttavia può essere ottenuta semplicemente, se si osserva che, nell'ipotesi $f_c \geq 2W$, lo spettro $X_a(f)$ si può ottenere da $X_s(f)$ mediante una finestatura nel dominio della frequenza, equivalente ad un filtraggio passabasso ideale, come riportato in Figura B-6:

$$X_s(f)H_r(f) = X_r(f) \quad (B.3)$$

Dove il *filtro ideale di ricostruzione* ha risposta in frequenza:

$$H_r(f) = T_c \text{rect}\left(\frac{f}{2 \cdot f_r}\right) \quad (B.4)$$

E la sua frequenza di taglio f_r deve soddisfare la seguente condizione:

$$W \leq f_r \leq f_c - W \quad (B.5)$$

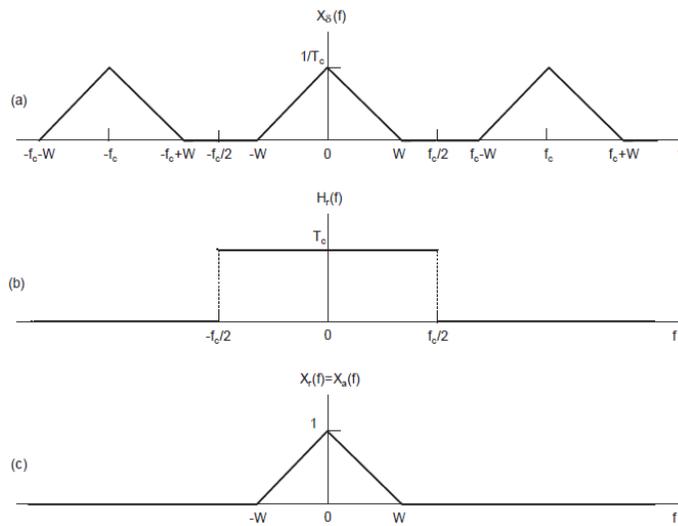


Figura B-6 Ricostruzione del segnale $x_a(t)$ a partire dal segnale $x_\delta(t)$: (a) spettro $X_\delta(f)$ risultante dal campionamento (caso $f_c > 2W$); (a) risposta in frequenza $H_r(f)$ del filtro di ricostruzione; (a) spettro $X_r(f)$ del segnale ricostruito. Si noti che $X_r(f) \equiv X_a(f)$ e quindi $x_r(t) \equiv x_a(t)$ se sono soddisfatte le ipotesi del teorema del campionamento.

In effetti se vale la condizione $f_c \geq 2W$, risulta $X_r(f) \equiv X_a(f)$ che, passando nel dominio del tempo, significa che il segnale $x_a(t)$ è stato perfettamente ricostruito a partire dal segnale $x_\delta(t)$.

Il teorema del campionamento consente di determinare rigorosamente il legame tra frequenza di campionamento e banda del segnale da campionare, che abbiamo già anticipato per via intuitiva. Precisamente, affinché il segnale $x_a(t)$ con banda monolaterale W sia perfettamente ricostruibile a partire dai suoi campioni $x(n)$, occorre che $f_c \geq 2W$; questo significa che quanto più larga è la banda del segnale $x_a(t)$ o, equivalentemente, maggiore è la sua rapidità di variazione nel tempo, tanto più elevata deve risultare la frequenza di campionamento f_c o, equivalentemente, tanto più piccolo deve essere il periodo di campionamento T_c . Tuttavia, il teorema del campionamento mostra anche che la frequenza di campionamento f_c non deve essere *arbitrariamente* elevata, ma è sufficiente che sia maggiore di $2W$ (risultato non facilmente intuibile a priori). (Gelli & Verde, 2008)

B.3 Fenomeno di aliasing

Se la frequenza di campionamento f_c non soddisfa la condizione di Nyquist, le repliche dello spettro del segnale campionato $X_a(f)$ si sovrappongono in frequenza, non consentendo più l'univoca ricostruzione del segnale $x_a(t)$. In questo caso si dice che il segnale all'uscita del filtro di ricostruzione $x_r(t)$ è una versione distorta del segnale $x_a(t)$ o, più comunemente, che è affetto da *aliasing*. Gli effetti dell'aliasing sono facilmente interpretabili sia nel dominio del tempo che nel dominio della frequenza, se si considera il campionamento di un semplice segnale sinusoidale. (Gelli & Verde, 2008)

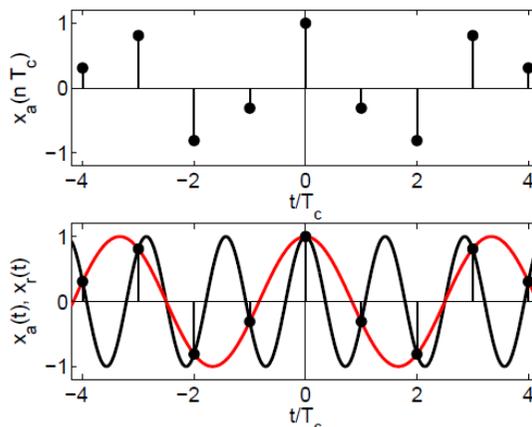


Figura B-7 Interpretazione nel dominio del tempo del fenomeno dell'aliasing (caso di una sinusoide a frequenza f_0 campionata con frequenza $f_c < 2 f_0$): in alto, campioni della sinusoide $x_a(t)$; in basso, sinusoide originale $x_a(t)$ (in nero) e sinusoide ricostruita $x_r(t)$ con aliasing (in rosso). Si noti che le sinusoidi $x_a(t)$ e $x_r(t)$, pur avendo frequenze diverse, sono caratterizzate dagli stessi campioni $x(n)$.

Appendice C

C.1 Point Load Test

	ID	D [cm]	W [cm]	$0,3 < (D/W) < 1$	$L < 0,5 D$ [cm]	P [kN]	A [cm ²]	De ²	Is
GRUPPO 4 TRATTENUTO AL 50	1	2,47	5,07	0,49	4,52	15,5	12,52	15,95	0,97
	2	3,11	5,72	0,54	5,51	21	17,79	22,66	0,93
	3	2,93	6,37	0,46	4,44	20,5	18,66	23,78	0,86
	4	3,94	7,18	0,55	4,61	scartata			
	5	4,56	7,1	0,64	6,27	28	32,38	41,24	0,68
	6	3,91	6,71	0,58	4,5	30	26,24	33,42	0,90
	7	3,13	6,6	0,47	4,41	22	20,66	26,32	0,84
	8	3,76	6,9	0,54	5,26	22,5	25,94	33,05	0,68
	9	3,46	7,84	0,44	5,1	scartata			
	10	3,97	7,3	0,54	6,23	23,5	28,98	36,92	0,64
	11	3,64	5,94	0,61	3,9	scartata			
	12	3,61	6,23	0,58	4,7	30,5	22,49	28,65	1,06
	13	3,2	6,86	0,47	3,97	28,5	21,95	27,96	1,02
	14	3,34	6,6	0,51	4,53	18	22,04	28,08	0,64
	15	3,9	7,31	0,53	5,81	24	28,51	36,32	0,66
GRUPPO 3	1	2,86	4,685	0,59	4,31	24,5	13,40	17,07	1,44
	2	2,5	5,39	0,46	5,2	20	13,48	17,17	1,17

Appendice B

	3	2,91	6	0,485	5,23	24	17,46	22,24	1,08
	4	2,84	4,3	0,66	4,4	16	12,21	15,56	1,03
	5	3,23	4,79	0,67	4,1	19,5	15,47	19,71	0,99
	6	2,4	4,32	0,55	3,84	16,5	10,37	13,21	1,25
	7	3,12	5,095	0,61	4,33	scartata			
	8	2,93	5,155	0,57	5,2	scartata			
	9	3,47	4,6	0,75	4,55	scartata			
	10	3,6	4,43	0,81	5,2	scartata			
	11	4,5	5,6	0,8	5,12	13	25,20	32,10	0,40
	12	3	5,46	0,55	4,11	18	16,38	20,87	0,86
	13	4,21	6,135	0,69	5,19	32,5	25,83	32,90	0,99
	14	2,94	5,46	0,54	3,99	21	16,05	20,45	1,03
	15	2,83	5,3	0,53	4,74	19	15,00	19,11	0,99
GRUPPO 2 TRATTENUTO AL 31,5	1	2,6	4	0,65	3,36	17	10,40	13,25	1,28
	2	2,8	4,7	0,6	3,49	17	13,16	16,76	1,01
	3	3,26	4,5	0,72	4,16	18	14,67	18,69	0,96
	4	3,2	4,22	0,76	3,7	6	13,50	17,20	0,35
	5	3,31	3,89	0,85	3,2	19	12,88	16,40	1,16
	6	2,71	4,51	0,6	4	18	12,22	15,57	1,16
	7	2,61	3,93	0,66	2,53	scartata			
	8	2,55	5,47	0,47	3,5	13	13,95	17,77	0,73
	9	2,69	4,03	0,67	3,91	15	10,84	13,81	1,09
	10	1,99	4,17	0,48	4,7	15,5	8,30	10,57	1,47
	11	3,11	4,235	0,73	3,7	12	13,17	16,78	0,72
	12	2,66	3,745	0,71	3,5	13	9,96	12,69	1,02
	13	2,74	3,3	0,83	3,57	16	9,04	11,52	1,39
	14	2,4	4,23	0,57	3,6	scartata			
	15	2,74	4,9	0,56	2,64	15	13,43	17,10	0,88
GRUPPO 1 TRATTENUTO AL 20	1	2,11	3,73	0,57	2,2	12	7,87	10,03	1,20
	2	2,25	3,97	0,57	2,2	7	8,93	11,38	0,62
	3	1,93	2,91	0,66	2,3	scartata			
	4	2	2,91	0,69	1,8	8	5,82	7,41	1,08
	5	1,61	2,91	0,55	2,01	9	4,69	5,97	1,51
	6	2,1	3,4	0,62	2,12	scartata			
	7	1,79	3,34	0,54	2,19	11	5,98	7,62	1,44
	8	2,35	3,45	0,68	2,19	7	8,11	10,33	0,68
	9	2,93	3,01	0,97	2,01	18	8,82	11,23	1,60
	10	2,24	3,35	0,67	1,2	8	7,50	9,56	0,84

11	1,65	2,5	0,66	2,06	4	4,13	5,25	0,76
12	2,41	3,44	0,7	1,43	scartata			
13	1,71	3,4	0,5	2,04	7	5,81	7,41	0,95
14	2,01	3,3	0,61	2,01	11	6,63	8,45	1,30
15	2,01	2,84	0,71	1,2	8	5,71	7,27	1,10

Tabella C-1 Risultati Point Load Test

C.2 Prove dinamiche Granulometria 1

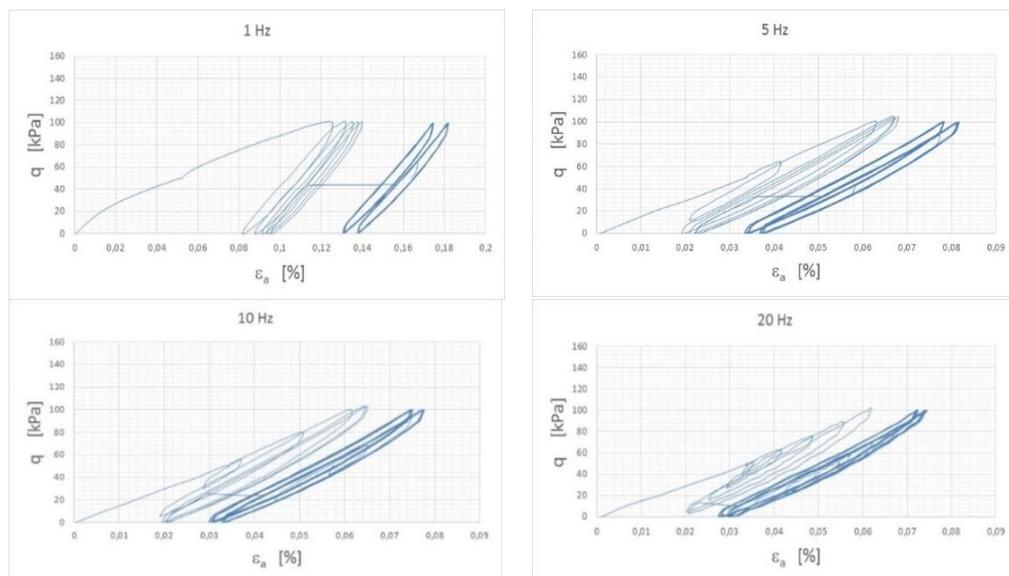


Figura C-1 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.

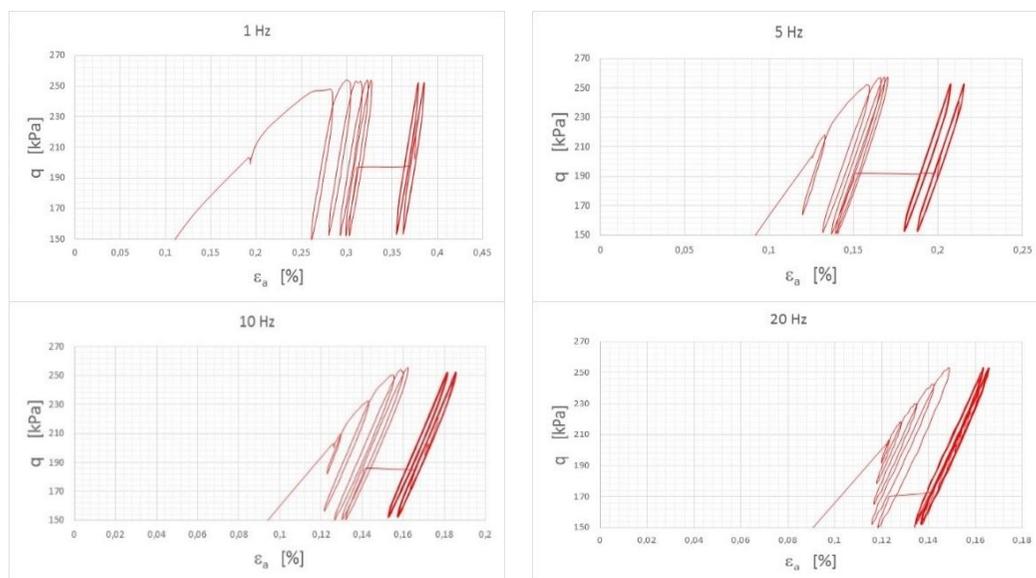


Figura C-2 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8\text{psi}$ ed al variare della frequenza di sollecitazione.

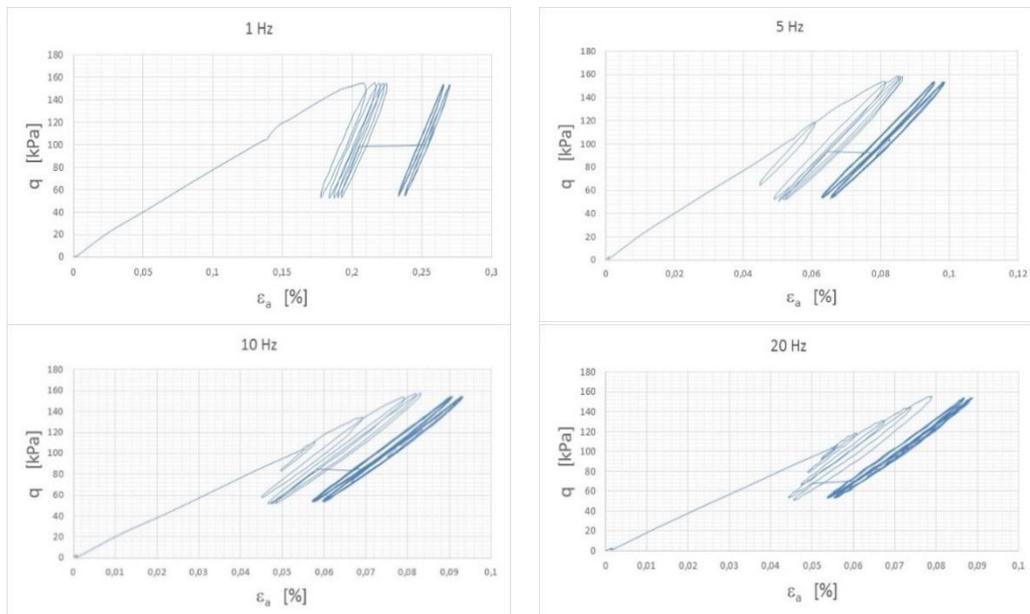


Figura C-3 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

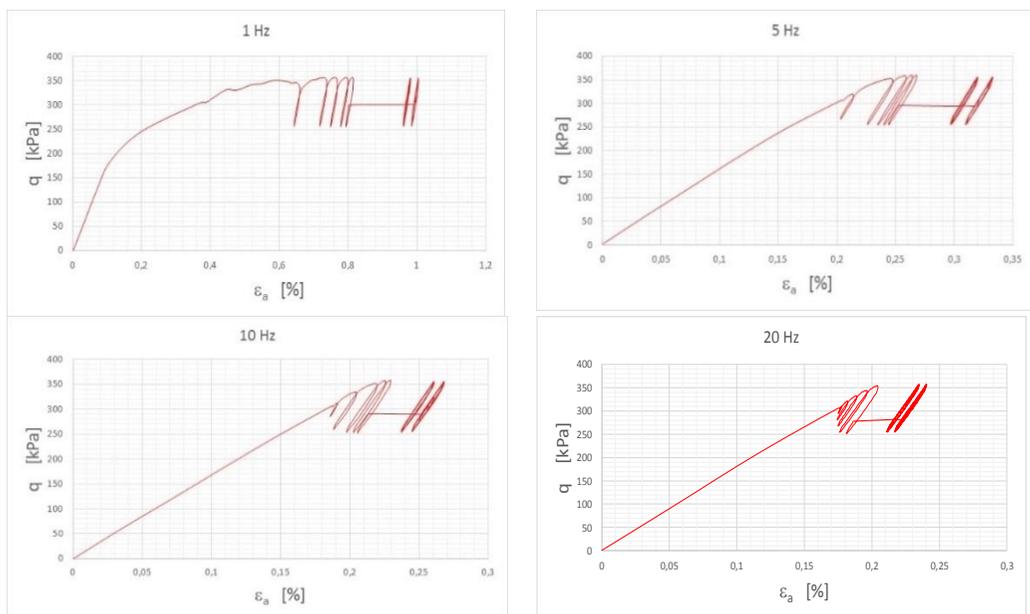


Figura C-4 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 1 fuori campo di linearità ($q=510-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

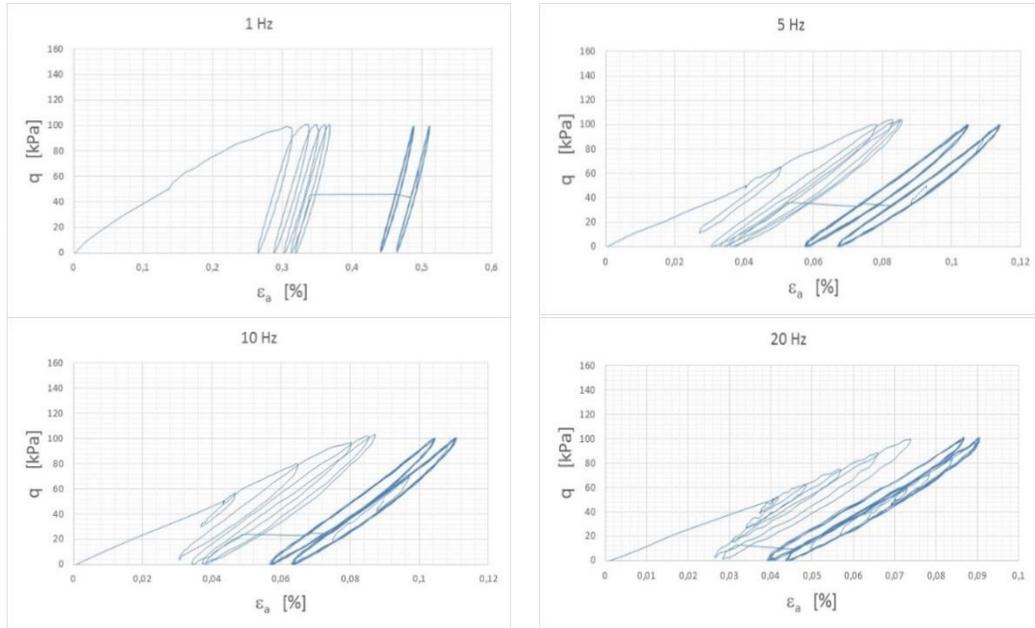


Figura C-5 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A1”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

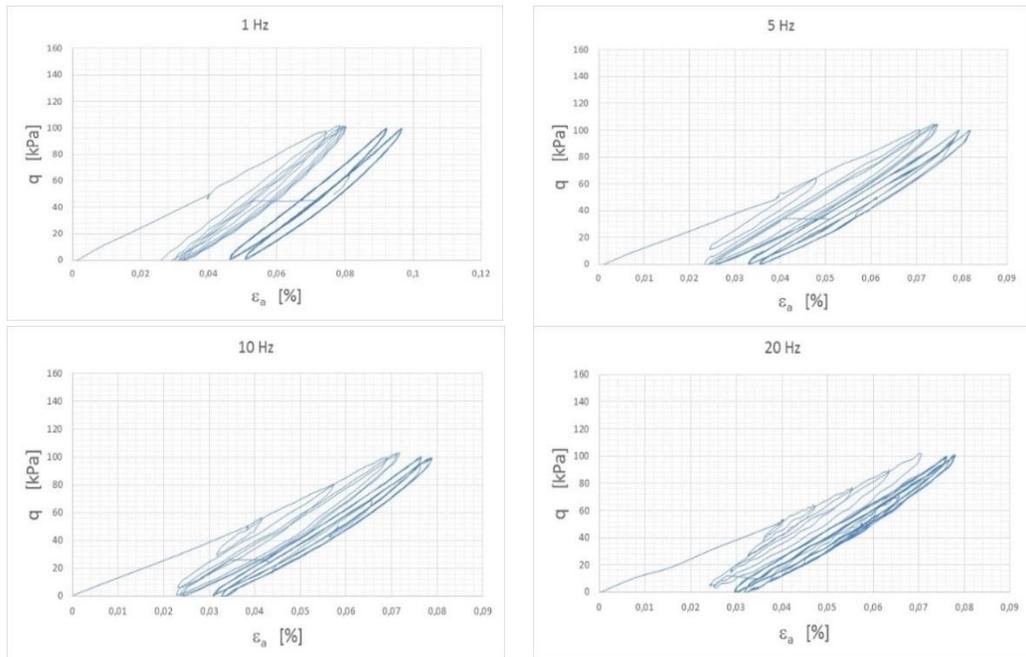


Figura C-6 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A2”, realizzata sulla Granulometria 1 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

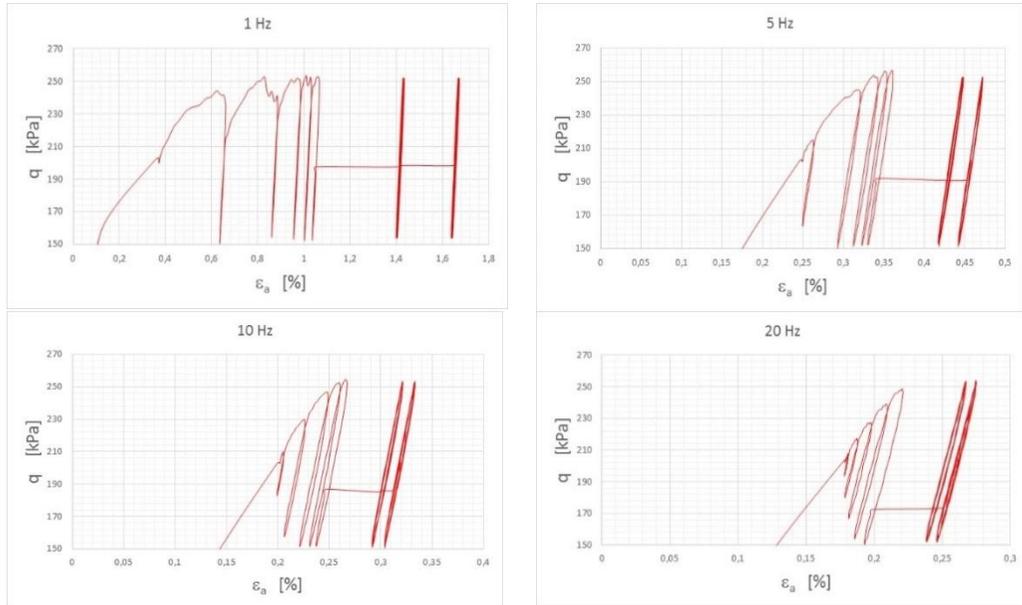


Figura C-7 Prova triassiale dinamica “Prova 3-B”, realizzata sulla Granulometria 1 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

C.3 Prove dinamiche Granulometria 2

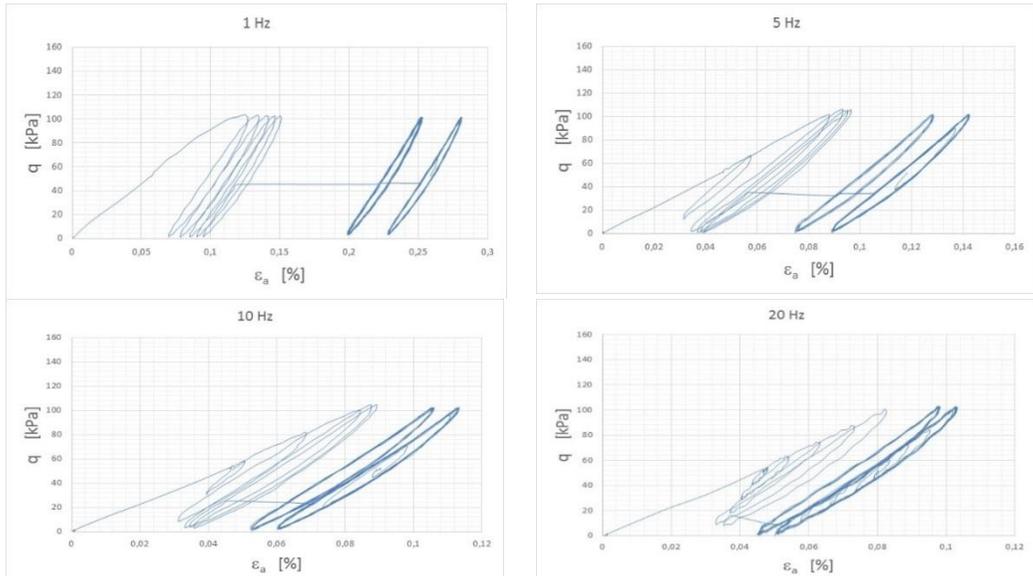


Figura C-8 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

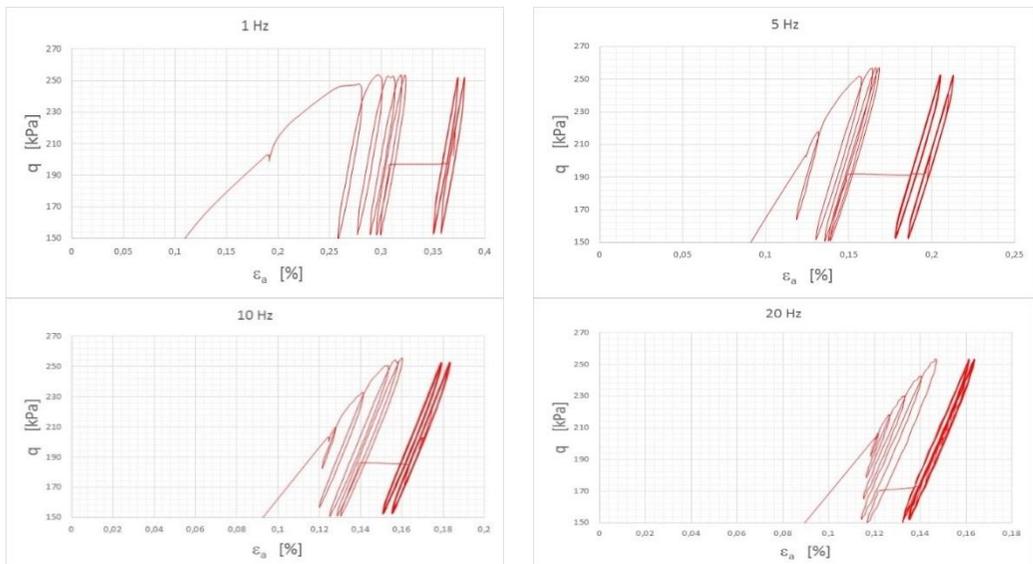


Figura C-9 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

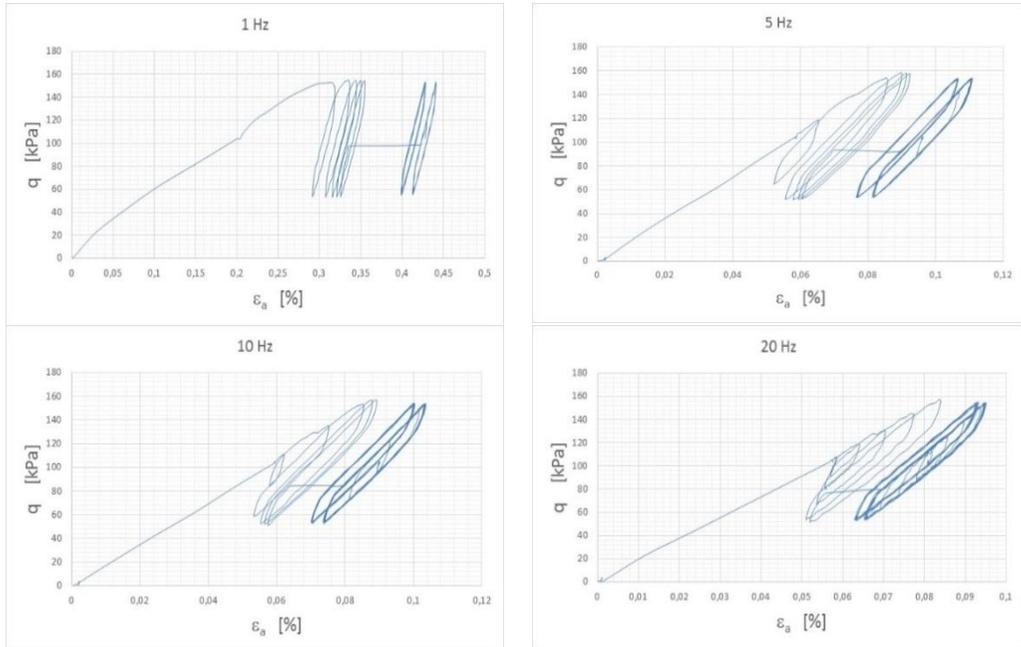


Figura C-10 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

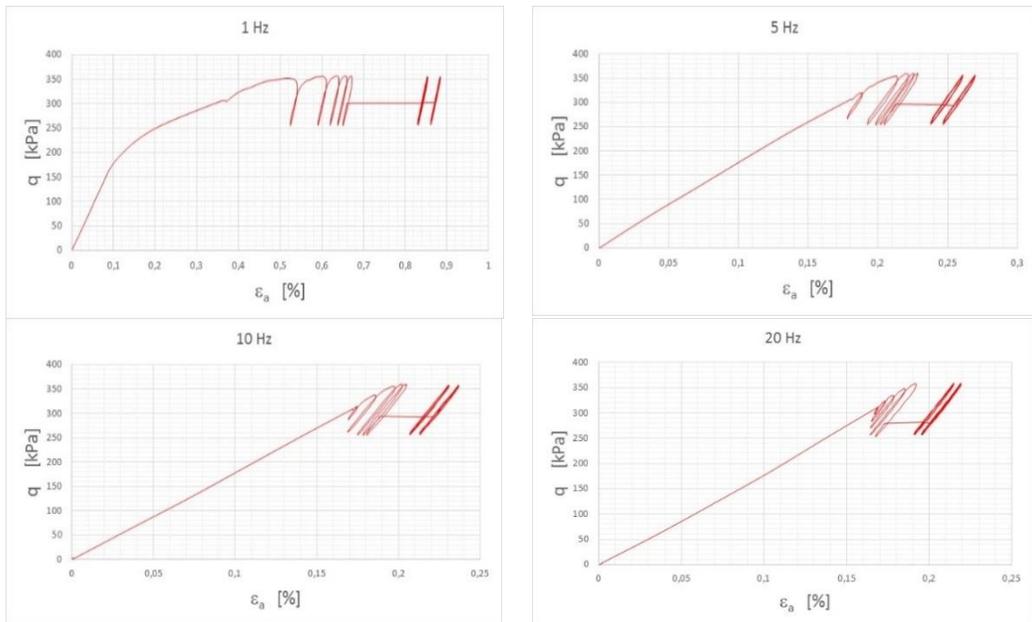


Figura C-11 Prova triassiale dinamica “Prova 1”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=250-350$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

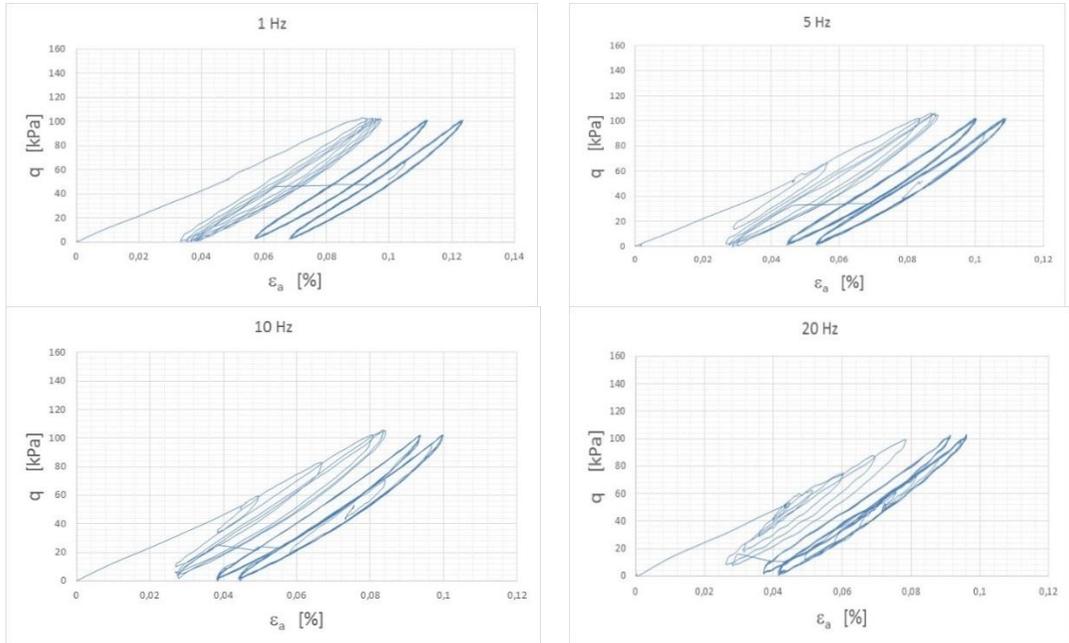


Figura C-12 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

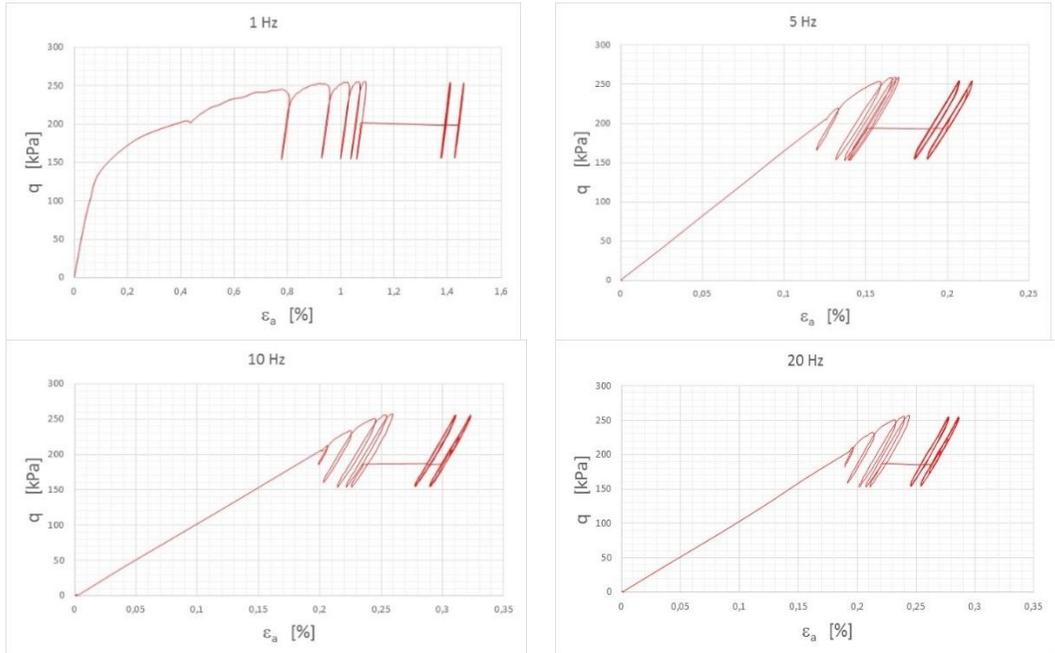


Figura C-13 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

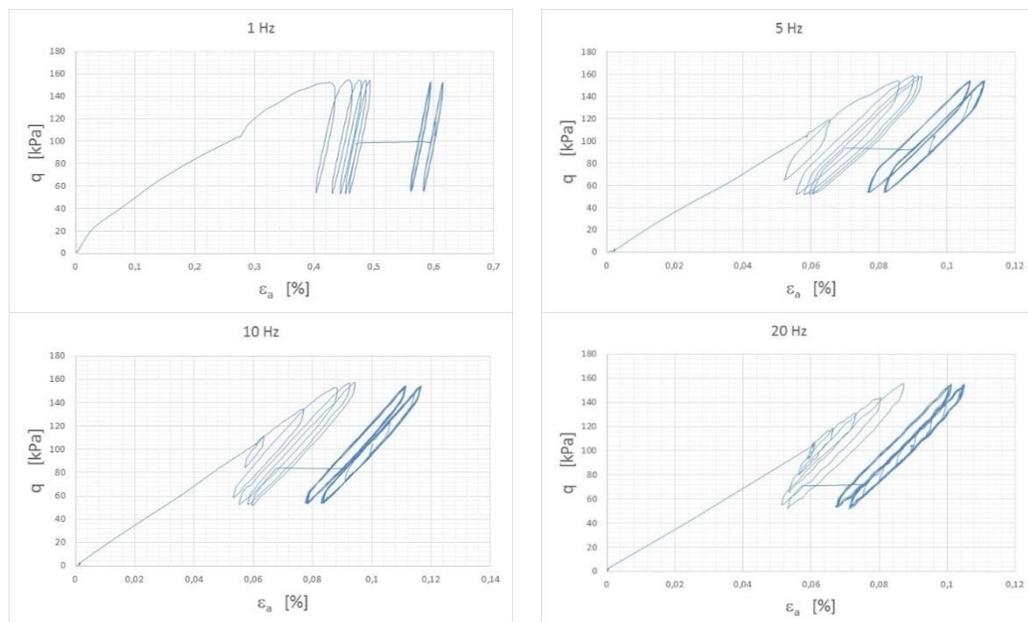


Figura C-14 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

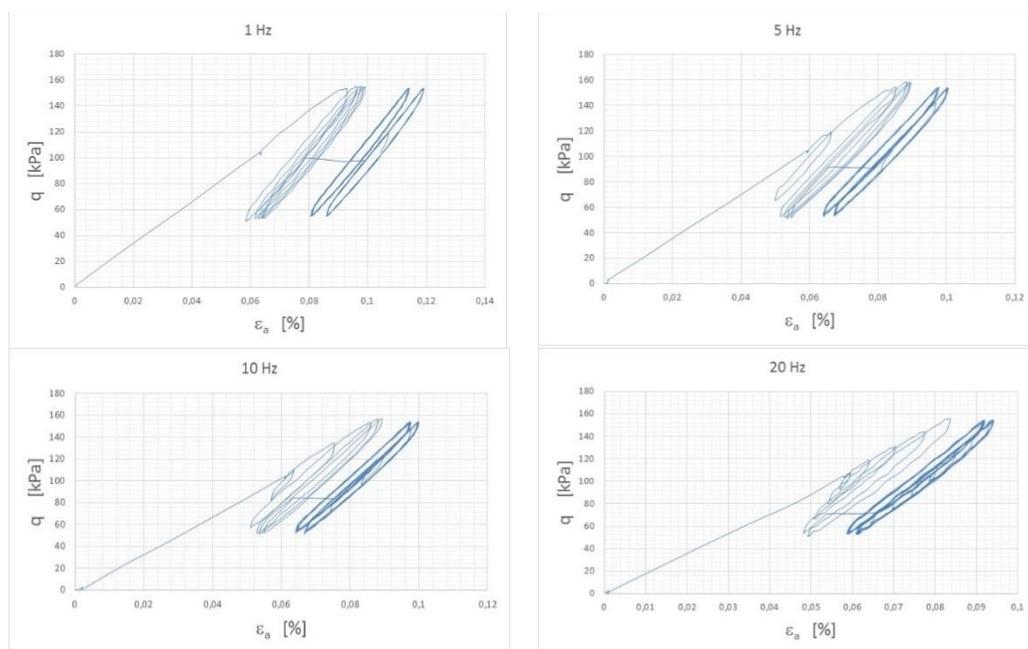


Figura C-15 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

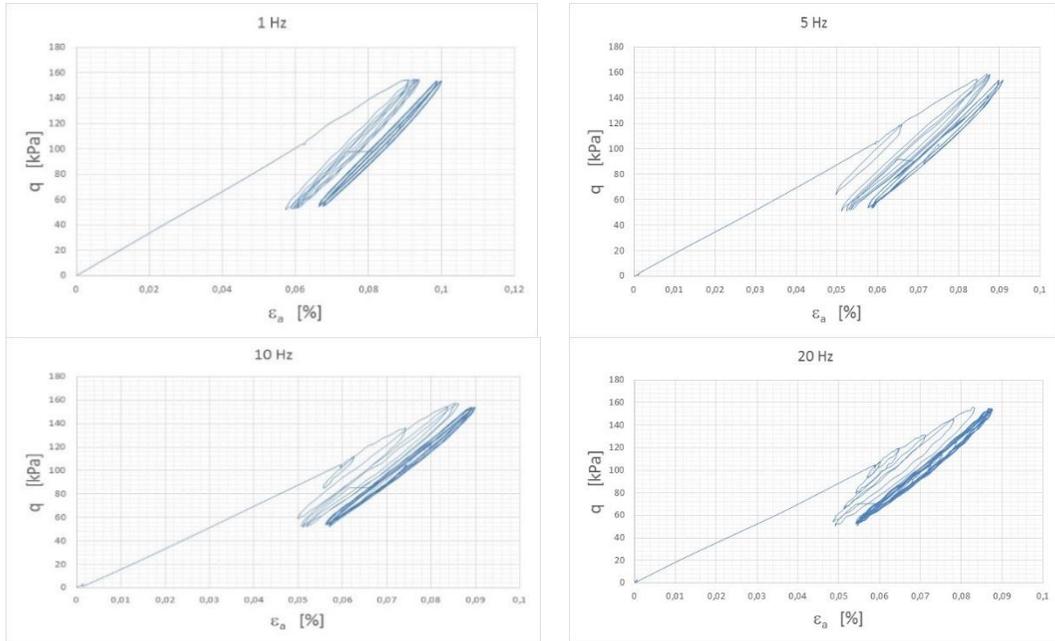


Figura C-16 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

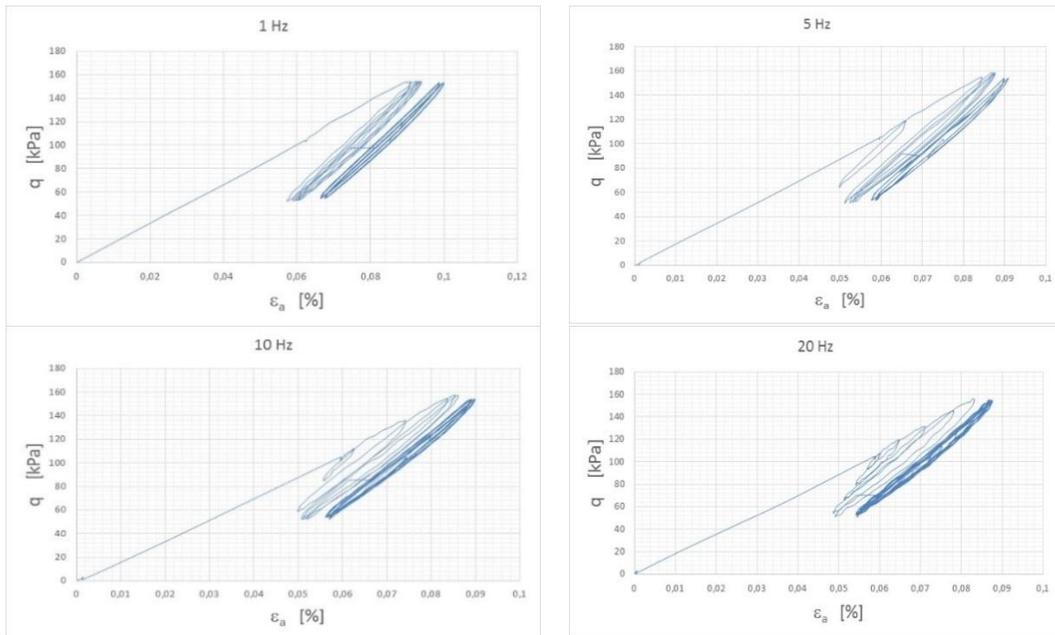


Figura C-17 Prova triassiale dinamica “Prova 2-A4”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

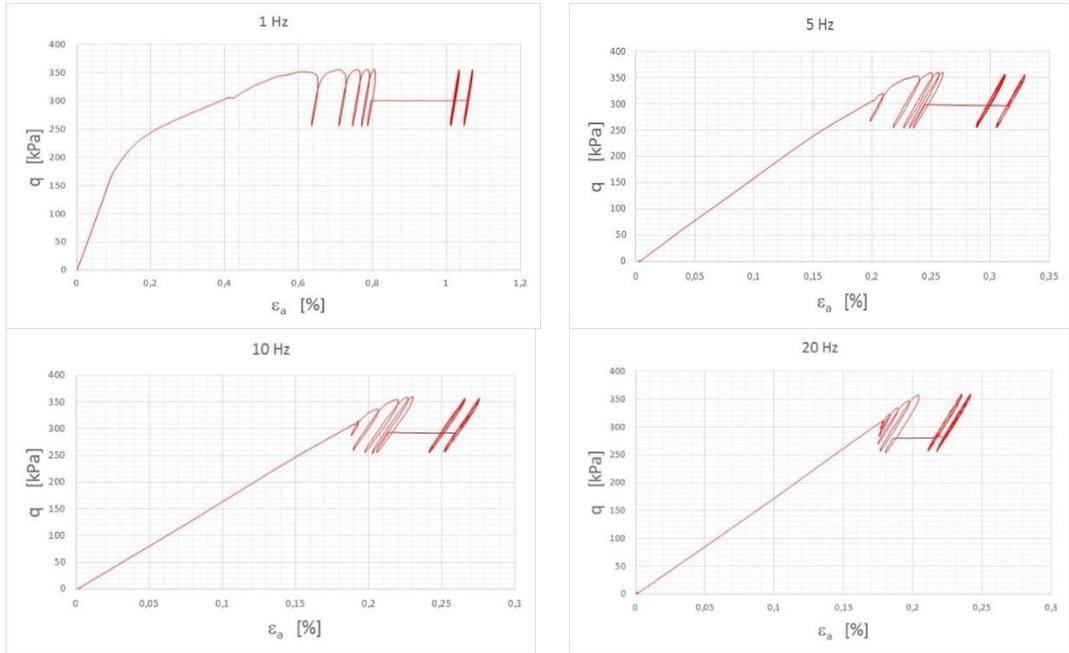


Figura C-18 Prova triassiale dinamica “Prova 2”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=250-350$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

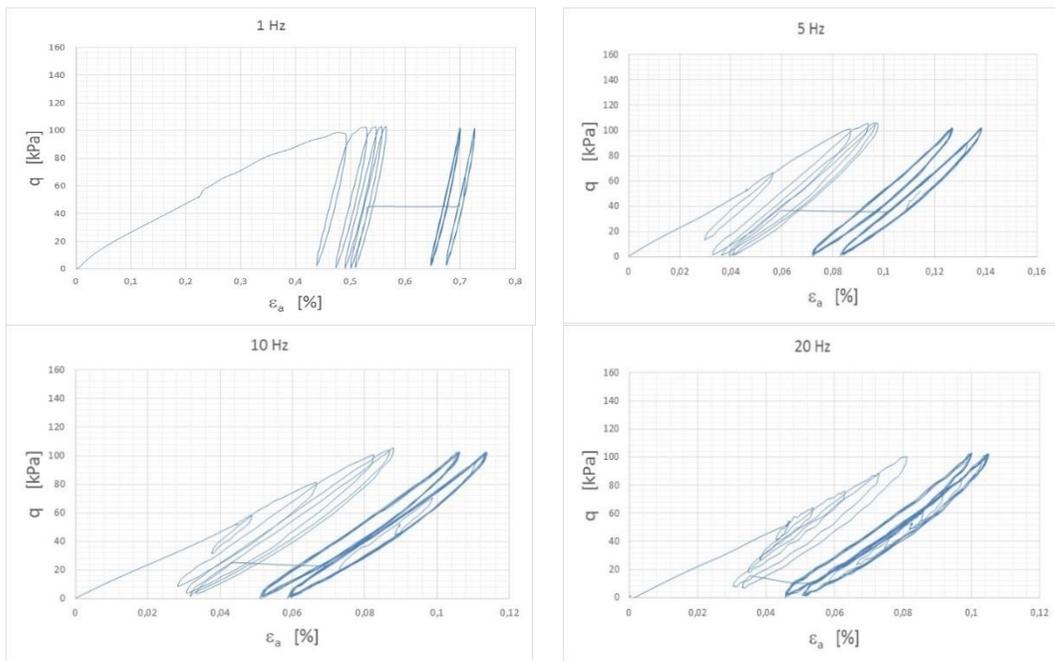


Figura C-19 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

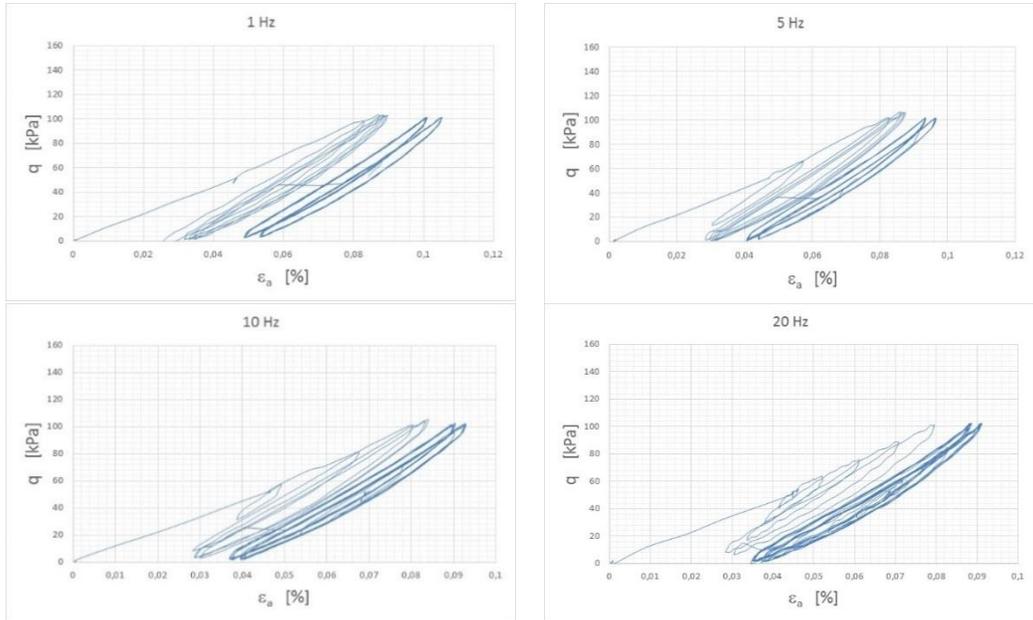


Figura C-20 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

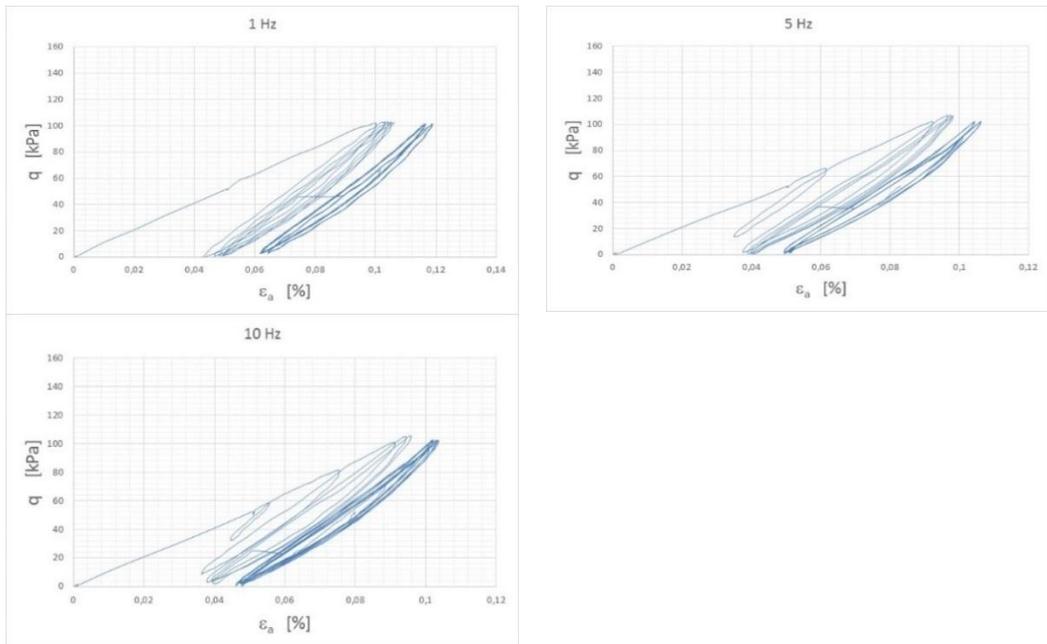


Figura C-21 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

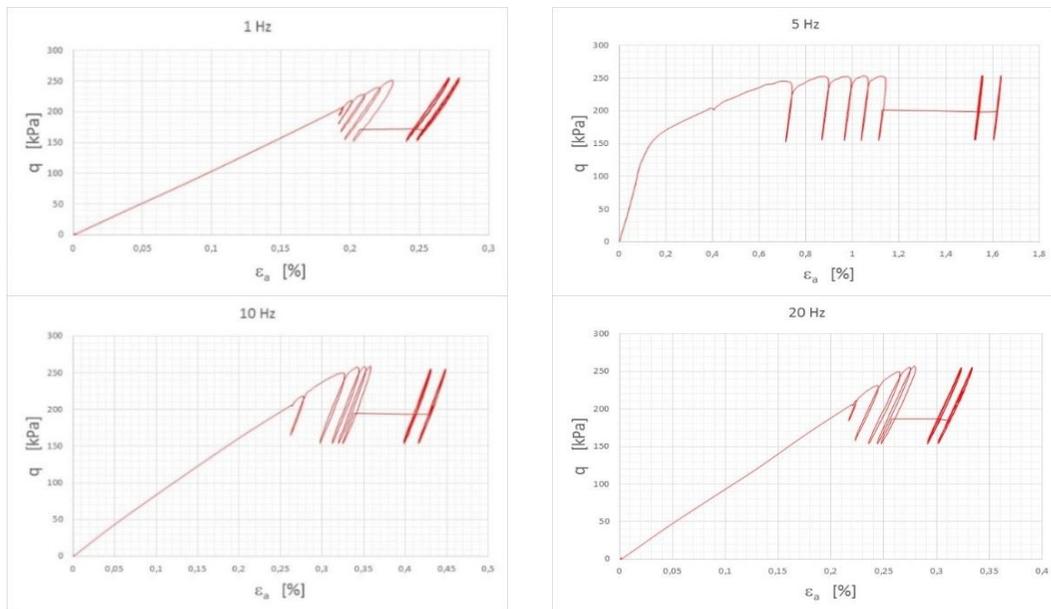


Figura C-22 Prova triassiale dinamica “Prova 3”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

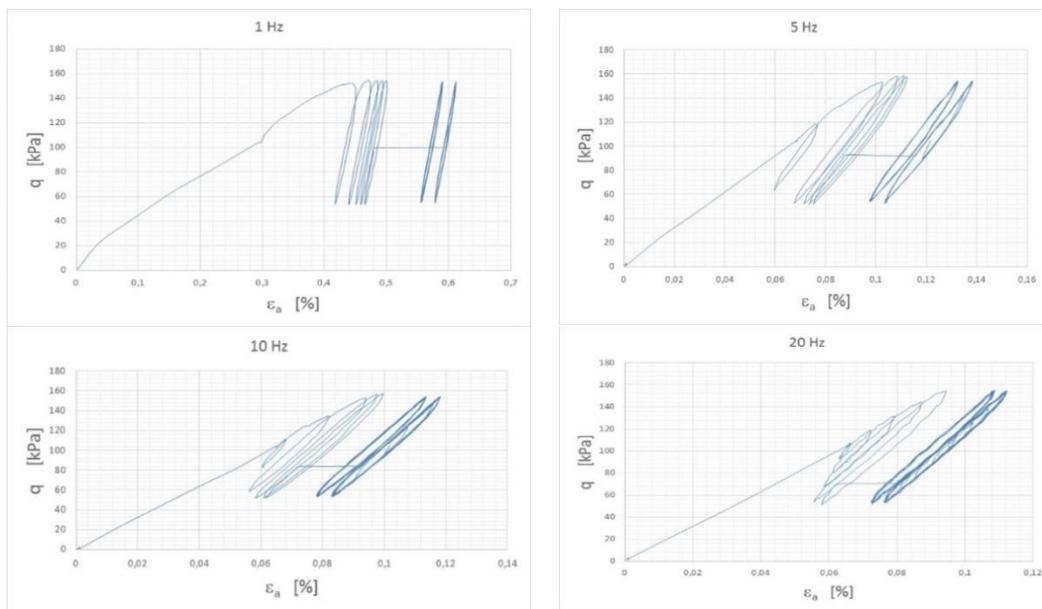


Figura C-23 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

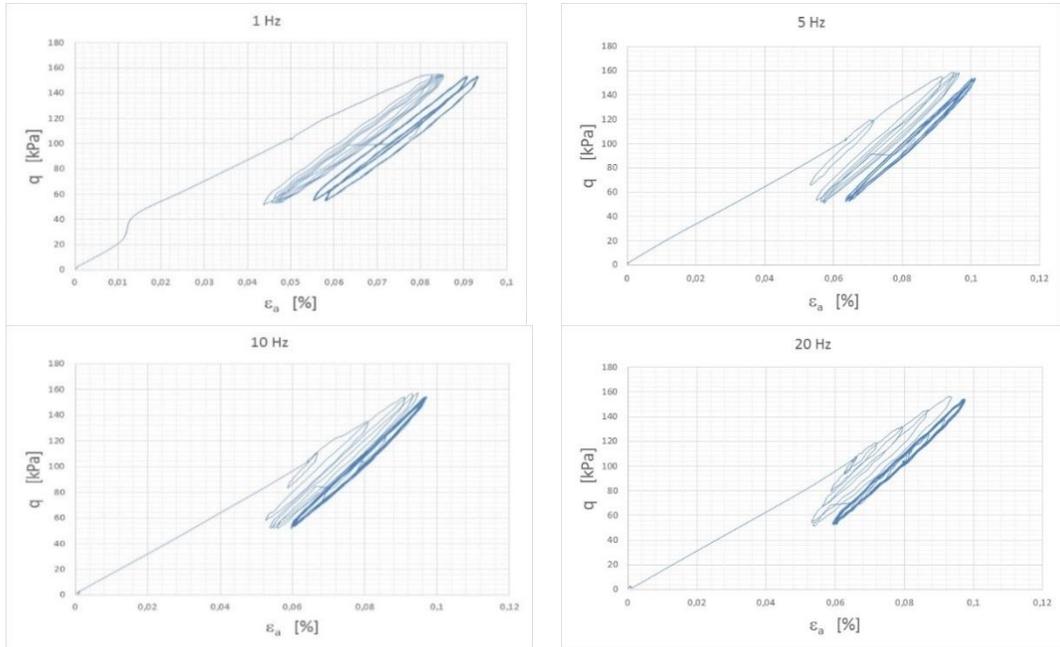


Figura C- 24 C-25 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

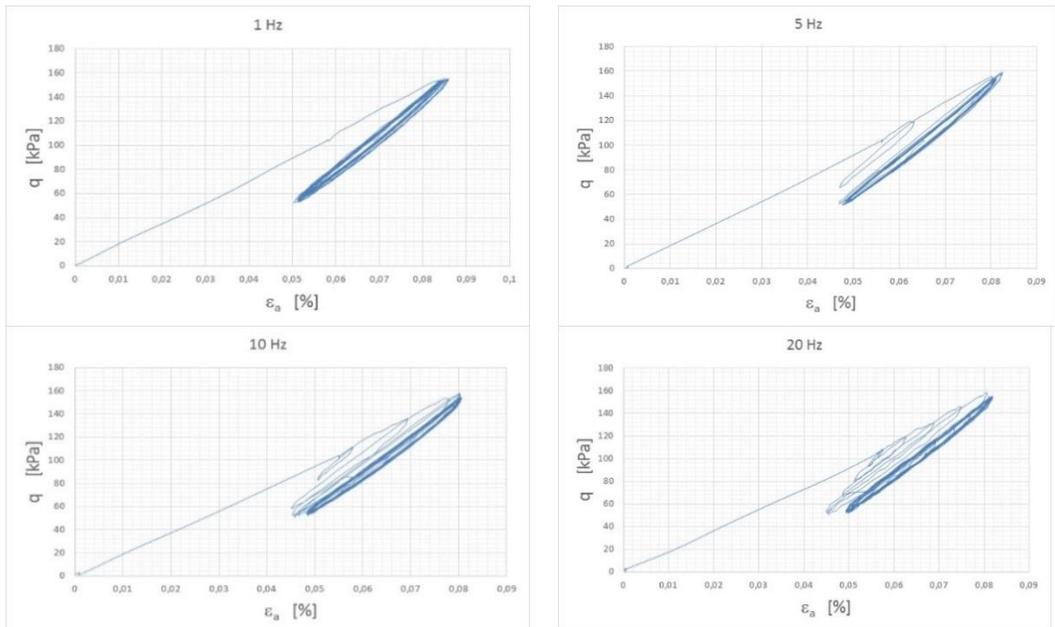


Figura C-26 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

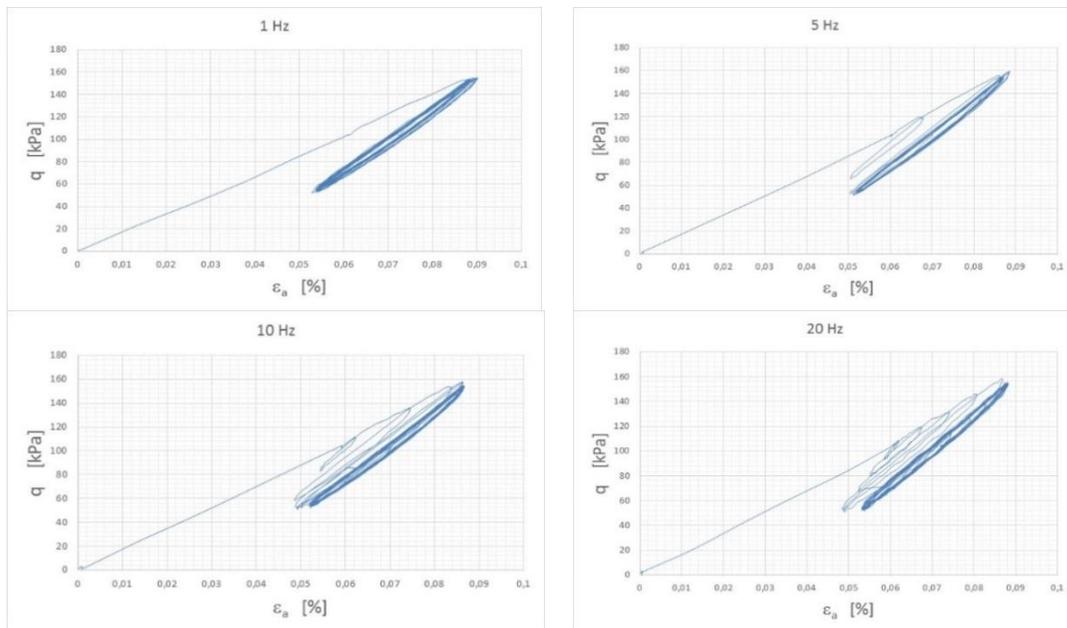


Figura C-27 Prova triassiale dinamica “Prova 3-A4”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=50-150$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

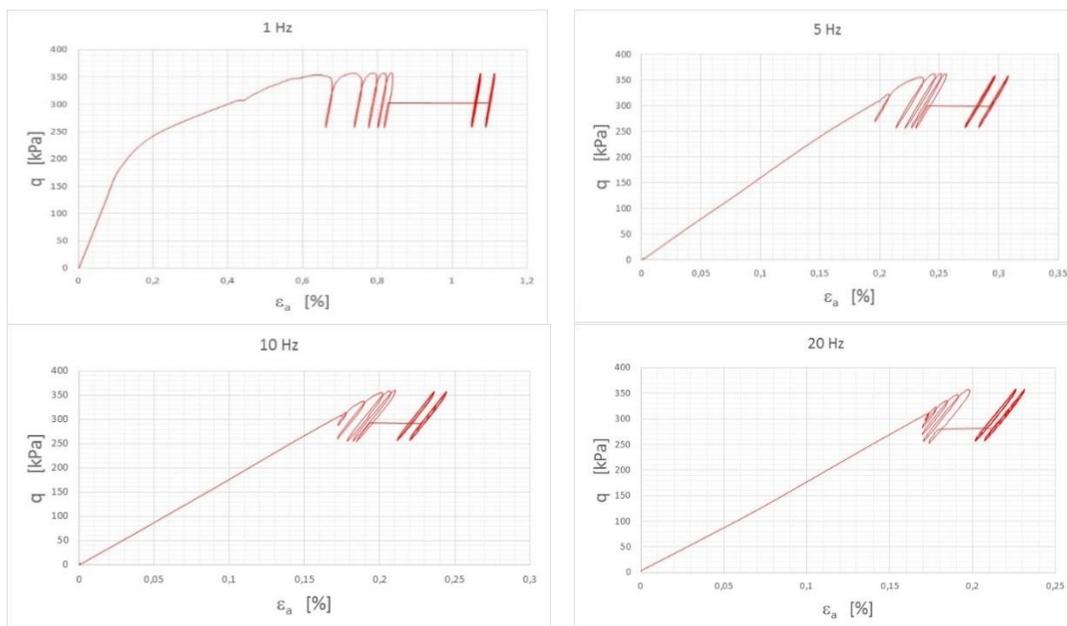


Figura C-28 Prova triassiale dinamica “Prova 3”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=250-350$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=16$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

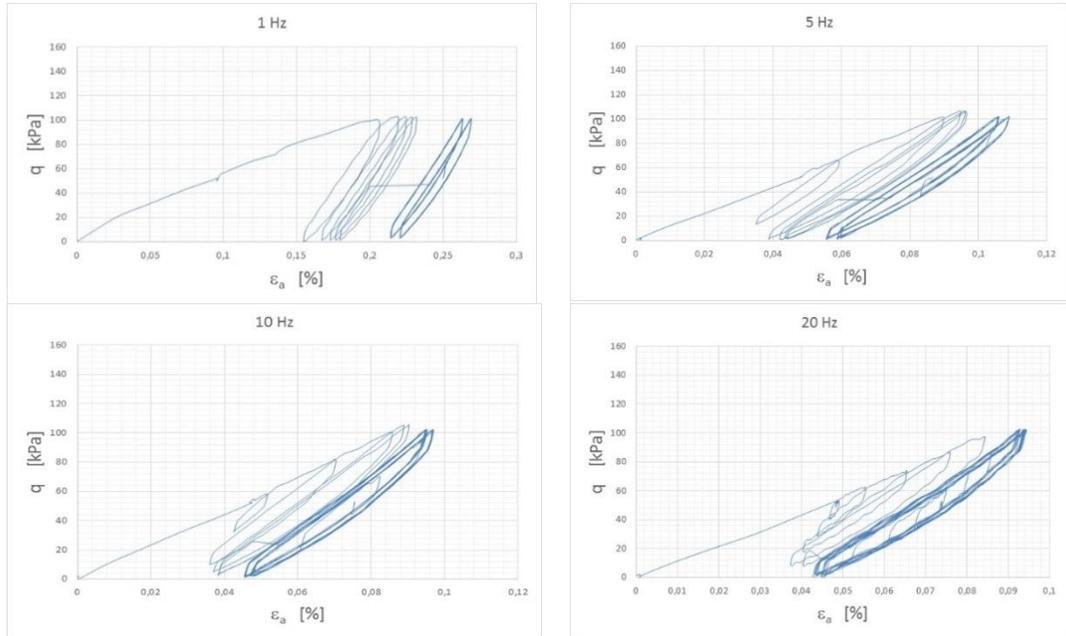


Figura C-29 Prova triassiale dinamica “Prova 4-A1”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

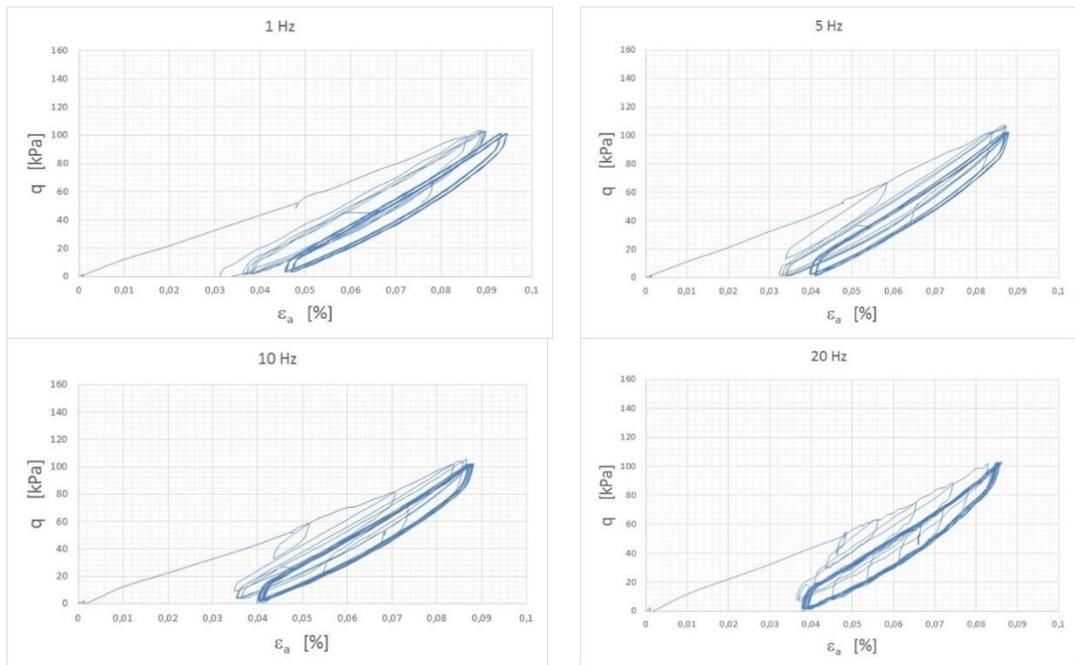


Figura C-30 Prova triassiale dinamica “Prova 4-A2”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

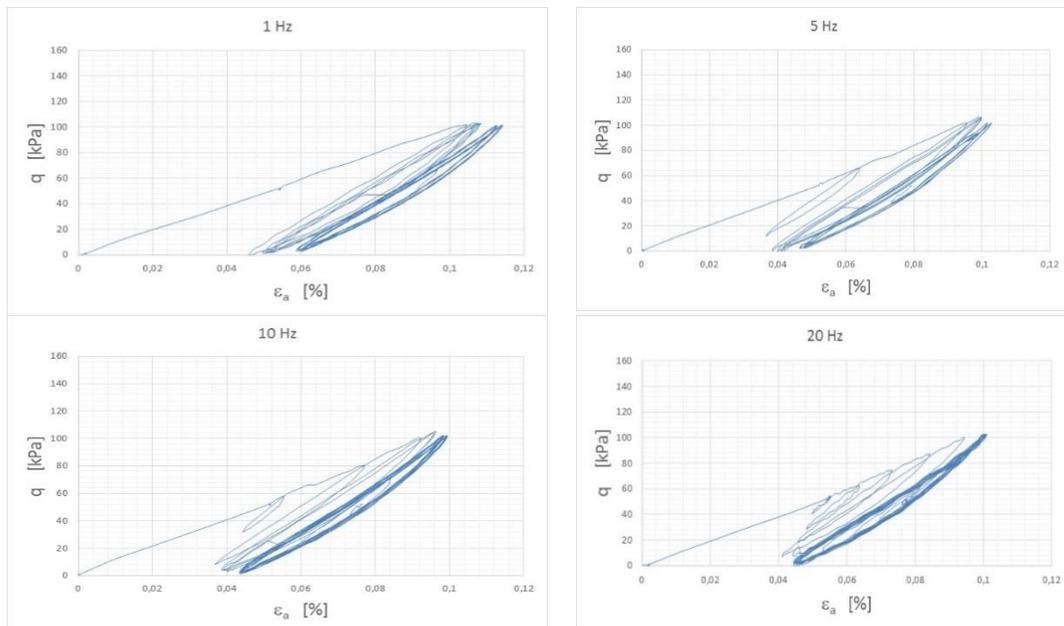


Figura C-31 Prova triassiale dinamica “Prova 4-A3”, realizzata sulla Granulometria 2 in campo di linearità ($q=0-100$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

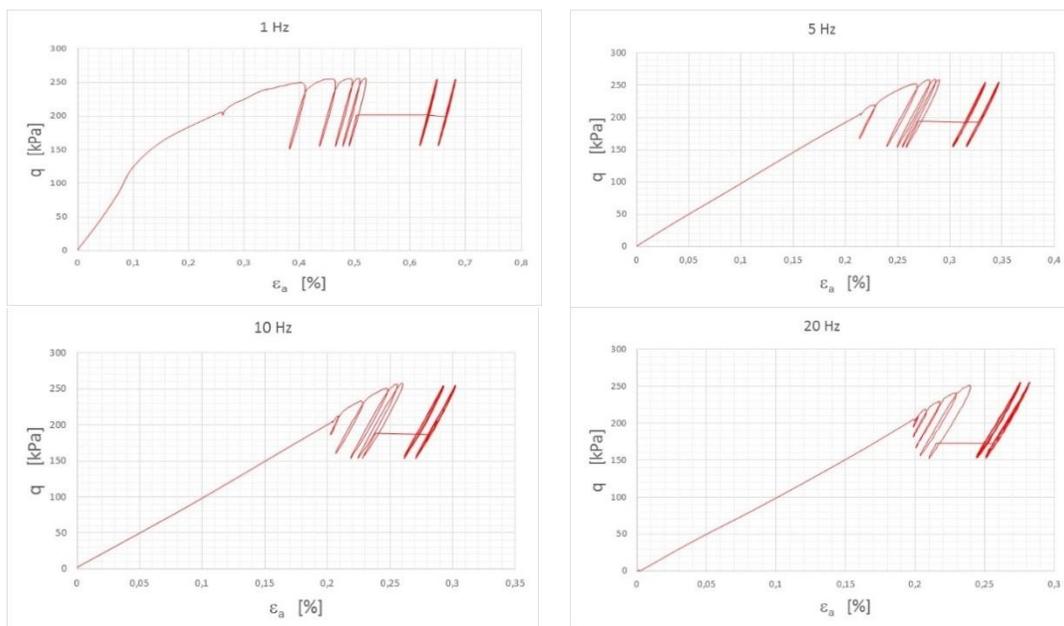


Figura C-32 Prova triassiale dinamica “Prova 3”, realizzata sulla Granulometria 2 fuori campo di linearità ($q=150-250$ kPa), con tensione di cella $\sigma_3=8$ psi ed al variare della frequenza di sollecitazione.

Bibliografia

- 1) (1996). *Future Noise Policy, European Commission Green Paper, COM(96) 540 final*. Brussels.
- 2) UNI EN 1097-6. (1999). *Prove per determinare le proprietà meccaniche e fisiche degli aggregati. Determinazione della massa volumica dei granuli e dell'assorbimento d'acqua*.
- 3) UNI EN 1367-1. (2001). *Prove per determinare le proprietà termiche e la degradabilità degli aggregati. Determinazione della resistenza al gelo e disgelo*.
- 4) UNI EN 13450. (2003). *Aggregati per massicciate ferroviarie*.
- 5) UNI 9916. (2004). *Criteri di misura e valutazione degli effetti delle vibrazioni sugli edifici*.
- 6) UNI EN 13286-7. (2006). *Miscele non legate e legate con leganti idraulici - Metodi di prova. Parte 7: Prova triassiale ciclica per miscele non legate*.
- 7) UNI EN 933-4. (2008). *Prove per determinare le caratteristiche geometriche degli aggregati. Parte 4: Determinazione della forma dei granuli - Indice di forma*.
- 8) AREMA. (2010). *Part 2: Ballast*.

- 9) UNI EN 1097-2. (2010). *Prove per determinare le proprietà fisiche e meccaniche degli aggregati. Parte 2: Metodi per la determinazione alla frammentazione.*
- 10) Specifica Tecnica RFI. (2012). *Pietrisco per massicciata.*
- 11) UNI EN 933-1. (2012). *Prove per determinare le caratteristiche geometriche degli aggregati. Parte 1: Determinazione della distribuzione granulometrica - Analisi granulometrica per setacciatura.*
- 12) Aiello, V., Boiero, D., D'Apuzzo, M., Socco, L., & Silvestri, F. (2008). Experimental and numerical analysis of vibrations induced by underground trains in urban environment. *Structural control and health monitoring*, 315-348.
- 13) AS2758.7. (1996). Australian Standard. *Aggregate and rock for engineering purposes. Part 7: Railway Ballast.*
- 14) ASTM D 2850-87. (s.d.). *Standard Test Method for Unconsolidated-Undrained Triaxial Compression Test on Cohesive Soils.*
- 15) Bogazzi, E. (2007). *Vibrazioni indotte da ferrovie metropolitane: sviluppo di modelli previsionali e calibrazione sperimentale. Tesi di Laurea in Ingegneria Civile.* Università di Roma Tor Vergata.
- 16) Bono, G., Focacci, C., & Lanni, S. (1997). *La sovrastruttura ferroviaria.* Bologna: Metrotipo S.p.A.
- 17) Cantisani, G., Loprencipe, G., & Zoccali, P. (2013). Previsione delle vibrazioni ferroviarie: modelli teorici e agli E.F., (p. 245-256).
- 18) Cantisani, G., Loprencipe, G., & Zoccali, P. (2015). Calibrazione di modelli FE per lo studio delle vibrazioni ferroviarie mediante misure sperimentali.
- 19) Castellani, A. (2000). Vibrations generated by rail vehicles: a mathematical model in the frequency domain. *Vehicle System Dynamics*, 153-173.
- 20) Clough, R., & Penzien, J. (2003). *Dynamics of Structures.* Berkeley: McGraw-Hill Education.

- 21) Clouteau, D., Arnst, M., Al-Hussaini, T., & Degrande, G. (2005). Freefield vibrations due to dynamic loading on a tunnel embedded in a stratified medium. *Journal of Sound and Vibration*, 173-199.
- 22) Comune di Napoli. (1967). *Il sottosuolo di Napoli*. Napoli.
- 23) Curcuruto, S., Atzori, D., Betti, R., Marsico, G., Mazzocchi, E., Monaco, E., et al. (2013). Propagazione delle vibrazioni ferroviarie: implementazione di modelli previsionali per treni a bassa e alta velocità., (p. 259-270).
- 24) Degrande, G., Clouteau, D., Othman, R., Arnst, M., Chebli, H., Klein, R., et al. (2006). A numerical model for ground-borne vibrations from underground railway traffic based on a periodic finite element-boundary element formulation. *Journal of Sound and Vibrations*, 645-666.
- 25) Dott. Ing. Fichera, G. (s.d.). *Misura delle vibrazioni*. Tratto da Università degli Studi di Catania: http://www.diim.unict.it/users/gfichera/MSIM_file/vibrazioni_misura.pdf
- 26) Duncan, J., Byrne, P., Wong, K., & Mabry, P. (1980). *Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analysis of stresses and movement in soil masses*. College of Engineering, Office of Research Services, University of California, Berkeley: Report N. UCB/GT/80-01.
- 27) Esposito, M., D'Apuzzo, M., Festa, B., & Nicolosi, V. (2014). Modelling vibrations induced by underground railways in urban areas. *Proceedings of ICTTE (INTERNATIONAL Conference on Traffic and Transport Engineering)*, (p. 496-504). Belgrade.
- 28) Esveld, C. (2001). *Modern Railway Track*. Delft: MRT-Productions.
- 29) Forrest, J. A., & Hunt, H. E. (2006). Ground vibration generated by trains in underground tunnels. *Journal of Sound and Vibration*, 706-736.
- 30) Fryba, L. (1972). *Vibrations of soils and structures under moving loads*. Groningen: Noordhoff International Publishing.
- 31) Gelli, G., & Verde, F. (2008). *Segnali e Sistemi*. Napoli.

- 32) Giannattasio, P. (1984). *Il progetto delle sovrastrutture ferroviarie*. Napoli: Lithorapid.
- 33) Giannattasio, P., Caliendo, C., Esposito, L., Festa, B., & Pellicchia, W. (1989). *Portanza dei sottofondi*.
- 34) Grassie, S. L., Gregory, R. W., Harrison, D., & Johnson, K. L. (1982). The Dynamic Response of Railway Track to High Frequency Vertical Excitation. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 77-90.
- 35) Hamad, W., Hunt, H., Hussein, M., & Talbot, J. (2014). Tunnel-soil-pile interaction in the prediction of vibration from underground railways: validation of the sub-models. *9th International Conference on Structural Dynamics*, (p. 767-774). Porto.
- 36) Hertz, H. (1899). *The principles of mechanics presented in a new form*. New York: Dover Publications.
- 37) Hussein, & Hunt. (2007). *University of Southampton*. Tratto da http://www2.eng.cam.ac.uk/~mfmh2/ACCESS/PIP_files.html
- 38) Hussein, M., & Hunt, H. (2007). A numerical model for calculating vibration from a railway tunnel embedded in a full-space. *Journal of Sound and Vibration*, 401-431.
- 39) Indraratna, B., Salim, W., & Rujikiatkamjorn, C. (2011). *Advanced Rail Geotechnology – Ballasted track*. Leiden: CRC Press.
- 40) Innorail. (s.d.). <http://innorail.hu/en/vibration-mitigation-with-under-sleeper-pads/>.
- 41) Italferr S.p.A. (2000). *Linee guida per la progettazione e la posa in opera di armamento antivibrante*. Rome.
- 42) Italiana, A. G. (2005). *Linee guida AGI: Aspetti geotecnici della progettazione in zone sismiche*.
- 43) Janbu, N. (1968). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. *European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, (p. 19-25, Vol.I). Wiesbaden.

- 44) Kaya, M. (2004). A study on the stress-strain behavior of railroad ballast materials by use of parallel gradation technique. *A thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of the Middle East Technical University.*
- 45) Kaya, M., Jernigan, R., Runesson, K., & Sture, S. (1997). *Reproducibility and conventional triaxial tests on ballast material.* University of Colorado at Boulder, Colorado, USA: Department of Civil Environmental and Architectural Engineering.
- 46) Lai, C., Calliero, A., Faccioli, E., Morelli, V., & Romani, P. (2005). Prediction of railway-induced ground vibrations in tunnels. *Journal of Vibration and Acoustics*, 503-514.
- 47) Lancieri, M. (2004). *Mappe di scuotimento nell'immediato post-evento. Come includere sorgente e propagazione complesse.* Università degli Studi di Napoli "Federico II": Tesi di dottorato di ricerca (XVII ciclo) in Rischio Sismico.
- 48) Lei, X., & Noda, N.-A. (2002). Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical profile. *Journal of Sound and vibration*, 147-165.
- 49) Lichtberger, B. (2010). *Manuale del binario.* Hamburg: Eurail Press.
- 50) Lombaert, G., & Degrande, G. (2001). Experimental validation of a numerical prediction model for free field traffic induced vibrations by in situ experiments. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 485-497.
- 51) Loprencipe, G., & Cantisani, G. (2009). Modelli per la valutazione delle vibrazioni ferroviarie., (p. 347-358).
- 52) Miraglia, E. (2015). Un contributo sull'analisi delle difettosità geometriche del binario ai fini della manutenzione delle linee ferroviarie. *Tesi di dottorato in Ingegneria dei Sistemi Idraulici, di Trasporto e Territoriali.* Università degli Studi di Napoli "Federico II".

- 53) Nicolosi, V., D'Apuzzo, M., & Bogazzi, E. (2012). A unified approach for the prediction of vibration induced by underground metro. *SIIV - 5th International Congress - Sustainability of Road Infrastructures*, (p. 62-71).
- 54) Panagin, R. (1990). *La dinamica del veicolo ferroviario*. Torino: Levrotto & Bella S.a.S.
- 55) Pekeris, C. (1955). The seismic surface pulse. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A.*, (p. 469-480).
- 56) Pezzoli, P. (6/2004). Le vibrazioni indotte dal traffico su rotaia e tecniche di previsione. *Ingegneria Ferroviaria*, 521-545.
- 57) Prof.Ing. Silvestri, F. (2014). Lezioni del corso di "Dinamica Dei Terreni e Geotecnica Sismica". Università degli Studi di Napoli "Federico II".
- 58) Prof.Ing.Madiai, C. (s.d.). *Richiami di teoria di propagazione delle onde sismiche*. Tratto da Università degli Studi di Firenze, Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile ed Ambientale (DICEA): http://people.dicea.unifi.it/clau/5%20Richiami%20propagazione%20sismiche%20%20AA-2012_13.pdf
- 59) Ramasco, R. (1993). *Dinamica delle strutture*. Napoli: CUEN.
- 60) Raviolo, P. (1993). *Il laboratorio geotecnico*. Controls.
- 61) Roma, V., Abate, G., Mancarella, A., Pantaleo, M., & Pezzoli, P. (2010). Vibrazioni generate dai treni AV sulla linea Torino-Milano e sistemi di mitigazione. *Ingegneria Ferroviaria*, 427-445.
- 62) Sevi, A. (2008). Physical modeling of railroad ballast using the parallel gradation scaling technique within the cyclical triaxial framework. *Ph.D. thesis*. Missouri.
- 63) Sheng, X., Jones, C., & Thompson, D. (2002). *Ground vibration generated by harmonic load moving in a circular tunnel in a layered ground*. Southampton.

- 64) Shenton, M. (1975). Deformation of railway ballast under repeated loading conditions. *Proceedings of a symposium held at Princeton University* (p. 387-404). Railroad Track Mechanics and Technology.
- 65) STRAGO, S. (2003). *Indagini dinamiche finalizzate al confronto fra il comportamento della traversa biblocco tipo "VAX 95 I 50 NABLA" e la traversa biblocco tipo "VSB 95 I 50 NABLA"*.
- 66) TecnoIn, s. (1996). *Analisi delle vibrazioni generate dal transito dei convogli della linea 1 - Metropolitana Collinare di Napoli*.
- 67) Ulusay, R. (2014). *The ISRM Suggested Methods for Rock Characterization, Testing and Monitoring: 2007-2014*. Springer.
- 68) Vinale, F. (2008). *Indirizzi per studi di microzonazione sismica*. Napoli: AMRA S.c.a.r.l.
- 69) Wilson, A. H. (1963). Committee on the problem of noise - final report. London: Cmnd 2056, HMSO.
- 70) Zollo, A., Herrero, A., & Emolo, A. (2003). *Terremoti ed onde: introduzione alla sismologia sperimentale*.