

APPENDICE – LS-DYNA 3-D solver

LS-DYNA è un programma a elementi finiti di uso generale che utilizza per la soluzione delle equazioni del moto sia il metodo esplicito che quello implicito. Con il suo ampio spettro di possibilità consente la simulazione di problemi complessi ed è largamente accettato, come primario software di analisi, per le più avanzate applicazioni dell'ingegneria.

LS-DYNA accetta un ampio intervallo di materiali ed modelli di equazioni di stato. Approssimativamente circa 100 modelli materiali sono implementati. In molti di essi sono già incorporati i "failure criteria".

I modelli di materiali utilizzati nelle simulazioni effettuate sono:

1. Material Model 1: Elastic
2. Material Model 3: Elastic Plastic with Kinematic Hardening;
3. Material Model 22: Chang-Chang Composite Failure Model.

Dal LS-DYNA 3-D Theoretical Manual viene riportata una breve descrizione dei suddetti modelli.

Material Model 1: Elastic

In questo modello materiale si calcola la velocità co-rotazionale del tensore degli stress deviatorico di Cauchy con la seguente relazione:

$$\dot{S}_{ij}^{\nabla^{n+1/2}} = 2G \dot{\varepsilon}_{ij}^{\nabla^{n+1/2}}$$

e quello della pressione dalla relazione

$$p^{n+1} = -K \ln V^{n+1}$$

dove G e K sono, rispettivamente, il modulo elastico di shear e di bulk, e V è il relativo volume, ad esempio il rapporto tra il volume attuale e il volume iniziale.

Material Model 3: Elastic Plastic with Kinematic Hardening

Un indurimento isotropico, cinematico, o una combinazione di isotropico e cinematico può essere ottenuto variando un parametro, chiamato β tra 0 e 1. Per β uguale a 0 e 1, rispettivamente, si ottengono un indurimento cinematico ed isotropico. Nell'indurimento isotropico, il centro della yield superficie è fissato ma il raggio è una funzione della deformazione plastica. Nell'indurimento cinematico, il raggio della yield superficie è fissato ma il centro transla in direzione della deformazione plastica. Quindi la yield condizione è:

$$\phi = \frac{1}{2} \xi_{ij} \xi_{ij} - \frac{\sigma_y^2}{3} = 0$$

Dove

$$\xi_y = s_{ij} - \alpha_{ij}$$

$$\sigma_y = \sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{eff}^P$$

la velocità co-rotazionale di α_{ij} è

$$\alpha_{ij}^{\nabla} = (1 - \beta) \frac{2}{3} E_p \dot{\epsilon}_{ij}^p$$

Di qui

$$\alpha_{ij}^{n+1} = \alpha_{ij}^n + (\alpha_{ij}^{\nabla^{n+1/2}} + \alpha_{ik}^n \Omega_{kj}^{n+1/2} + \alpha_{ik}^n \Omega_{kj}^{n+1/2}) \Delta t^{n+1/2}$$

La velocità di deformazione è tenuta in conto utilizzando il modello di Cowper e Symonds che scala lo yield stress per un fattore dipendente dalla velocità di deformazione.

$$\sigma_y = \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{\frac{1}{p}} \right] (\sigma_0 + \beta E_p \epsilon_{eff}^p)$$

Dove p e C sono costanti d'ingresso definite e $\dot{\epsilon}$ è la velocità di deformazione definita come:

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}$$

Il raggio attuale della yield superficie σ_y è la somma della yield forza iniziale σ_0 più l'incremento $\beta E_p \epsilon_{eff}^p$, dove E_p è il modulo plastico di indurimento

$$E_p = \frac{E_t E}{E - E_t}$$

E ϵ_{eff}^p è la deformazione plastica effettiva

$$\epsilon_{eff}^p = \int_0^t \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \right)^{1/2} dt$$

La velocità di deformazione plastica è la differenza tra la la velocità di deformazione totale ed elastica (indicata con l'apice e):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^e$$

Nell'implementazione di questo modello materiale, gli stress deviatorici sono aggiornati elasticamente, come descritto nel modello 1 ma ripetuti qui per amor di chiarezza:

$$\varepsilon_{ij}^* = \sigma_{ij}^n + C_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}$$

dove

ε_{ij}^* è il tensore degli stress di prova;

σ_{ij}^n è il tensore degli stress del primo step;

C_{ijkl} è la matrice modulo elastico tangente;

$\Delta \varepsilon_{kl}$ è il tensore degli stress incrementale.

Se la yield funzione è soddisfatta, null'altro va fatto. Se, tuttavia, la yield funzione è violata, un incremento nella deformazione plastica è computato, gli stress sono riscalati sulla yield superficie, e il centro della yield superficie è aggiornato.

Material Model 22: Chang–Chang Composire Failure Model

In questo criterio di failure vengono utilizzati cinque parametri dei materiali:

- S_1 , forza tensile longitudinale
- S_2 , forza tensile trasversale
- S_{12} , forza a shear
- C_2 , forza trasversale a compressione
- α , parametro non lineare stress a shear.

S_1 , S_2 , S_{12} e C_2 sono ottenuti da misure di proprietà meccaniche del materiale. α è definito da misure stress-strain a shear. Per stress nel piano, la deformazione è definita in funzione dello stress come segue:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \nu_1 \sigma_2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E_2}(\sigma_2 - \nu_2 \sigma_1)$$

$$2\varepsilon_{12} = \frac{1}{G_{12}}\tau_{12} + \alpha \tau_{12}^3$$

La terza equazione definisce il parametro α .