

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

DOTTORATO DI RICERCA IN RISCHIO SISMICO

COORDINATORE PROF. P. GASPARINI

XIX CICLO - 2003/2006



**TESI DI DOTTORATO
DELL'ING. NICOLA CATERINO**

**ANALISI DECISIONALE MULTICRITERIO PER
L'ADEGUAMENTO SISMICO DI EDIFICI IN C.A.**

TUTOR PROF. G. MANFREDI

INDICE

	<i>pag.</i>
Capitolo 1 - Introduzione	1
Capitolo 2 - Adeguamento sismico degli edifici: il problema della selezione dell'intervento	6
2.1. Strategie di adeguamento sismico	6
2.1.1 Strategie tecniche	8
2.1.2 Strategie di gestione	13
2.2. Criteri di scelta dell'intervento	14
Capitolo 3 - Procedure decisionali multicriterio	16
3.1. Il problema delle decisioni	16

3.2. Metodi MCDM	18
3.2.1 Metodo della somma pesata (WSM)	21
3.2.2 Metodo del prodotto pesato (WPM)	22
3.2.3 Processo analitico gerarchico (AHP)	23
3.2.3.1 Processo analitico gerarchico (AHP) modificato	25
3.2.3.2 Metodo dell'autovalore e dei confronti binari	26
3.2.4 Metodo ELECTRE	29
3.2.5 Metodo TOPSIS	33
3.2.6 Metodo VIKOR	38
3.2.7 Criticità nell'applicazione dei metodi MCDM	40
3.2.7.1 Valutazione delle alternative rispetto a criteri qualitativi: conversione in termini quantitativi	40
3.2.7.2 Determinazione dei pesi dei criteri	41
3.2.8 Scelta del metodo MCDM per il problema dell'adeguamento sismico	42
Capitolo 4 - Valutazione sismica di un edificio in c.a. (caso studio) e strategie alternative di adeguamento	44
4.1. Descrizione e modellazione della struttura	45
4.1.1 Proprietà dei materiali e modelli di comportamento meccanico	49
4.1.2 Carichi gravitazionali e masse	50
4.1.3 Modellazione della struttura	51
4.2. Valutazione sismica dell'edificio	56
4.3. Interventi di adeguamento alternativi	63

Capitolo 5 - Progettazione alternative di adeguamento.	66
Misura capacità sismica post-intervento.	
5.1. Alternativa A ₁ : fasciatura con GFRP	66
5.2. Alternativa A ₂ : controventi metallici	73
5.3. Alternativa A ₃ : camicie in c.a.	79
5.4. Alternativa A ₄ : isolamento alla base	86
Capitolo 6 - Criteri di giudizio e definizione dei pesi	95
6.1. Criteri di giudizio delle alternative	95
6.2. Definizione dei pesi dei criteri	98
6.2.1 Verifica di consistenza	104
6.2.2 Analisi di sensibilità	106
Capitolo 7 - Valutazione delle alternative di adeguamento	108
7.1. Criterio C1: costi di installazione	109
7.2. Criterio C2: costi di manutenzione	111
7.2.1 Alternativa A ₁ (GFRP)	112
7.2.2 Alternativa A ₂ (controventi metallici)	113
7.2.3 Alternativa A ₃ (incamiciatura in c.a.)	115
7.2.4 Alternativa A ₄ (isolamento alla base)	116
7.3. Criterio C3: durata dei lavori	120
7.4. Criteri C4 (compatibilità funzionale) e C5 (specializzazione manodopera)	123
7.5. Criterio C6 (intervento in fondazione)	126
7.6. Criteri C7 (rischio di Danno Severo) e C8 (rischio di Danno Limitato)	127

Capitolo 8 - Metodo decisionale TOPSIS e selezione della "migliore" alternativa di adeguamento	130
8.1. Matrice di decisione e pesi dei criteri	130
8.2. Applicazione del metodo TOPSIS: classifica delle alternative	131
8.3. Analisi di sensibilità	135
Capitolo 9 - Conclusioni	139
Bibliografia	145

Capitolo 1

Introduzione

L'adeguamento o *retrofit* sismico degli edifici esistenti è uno dei più diffusi ed efficaci approcci tesi alla mitigazione del rischio. Consiste nella realizzazione di interventi volti a far sì che la *capacità* della struttura sia almeno pari alla *domanda* che il moto sismico del suolo produce e si propone come scopo ultimo quello di ridurre la vulnerabilità dell'edificio ad un livello accettabile.

Nel corso degli ultimi anni sono state impiegate notevoli risorse nel campo dell'ingegneria sismica per sostenere la ricerca volta all'applicazione di nuovi materiali allo studio di nuove tecnologie utili per il controllo delle prestazioni strutturali. Se a questi interventi, cosiddetti innovativi, si sommano i numerosi di tipo tradizionale volti allo stesso scopo, si conclude che, data una struttura da adeguare, il progettista strutturale è chiamato ad operare la selezione del tipo di intervento all'interno di una gamma piuttosto vasta.

I criteri di giudizio dei possibili interventi, necessari per operare tale selezione, sono anch'essi numerosi, comprendendo sia criteri tecnici (prestazioni strutturali, protezione degli elementi non strutturali, rilevanza dell'intervento in fondazione, specializzazione della manodopera richiesta, compatibilità strutturale, ecc.) che socio-economici (costi di installazione, costi di

manutenzione, durata dei lavori, disturbo nell'uso dell'edificio, compatibilità estetico-funzionale, reversibilità, ecc.). Tali criteri sono generalmente *conflittuali*, nel senso che non esiste una soluzione di adeguamento che li soddisfi tutti al meglio contemporaneamente: la selezione va allora operata cercando di individuare quella caratterizzata dalla migliore risposta *globale* ai criteri visti nel loro insieme.

Appare ovvio che non possa definirsi una tipologia di intervento di adeguamento *migliore* in senso assoluto e che la stessa vada individuata di volta in volta, in funzione delle peculiarità del caso in esame. Vista la molteplicità di alternative e di criteri di giudizio, tale selezione può risultare anche molto complessa. È da questa osservazione che scaturisce l'idea portante del presente lavoro ovvero l'applicazione dei cosiddetti metodi di decisione multicriterio (*Multi-Criteria Decision Making, MCDM*) al problema della scelta dell'intervento di adeguamento sismico di un dato edificio. I metodi MCDM, già comunemente adottati in campi diversi dall'ingegneria sismica (allocazione delle risorse, scelta della migliore terapia medica, ecc.), forniscono, infatti, un valido supporto al *decisore* (cosiddetto *Decision Maker, DM*) quando lo stesso è chiamato a prendere decisioni in problemi complessi, caratterizzati, cioè, da numerose possibili soluzioni alternative e numerosi criteri rispetto ai quali queste ultime devono essere giudicate.

È stato scelto, tra i numerosi metodi MCDM, uno dei più diffusi tra le applicazioni di letteratura: il cosiddetto TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*, Hwang e Yoon, 1981), che, come sarà chiaro nel seguito, ben si presta alla risoluzione del particolare problema decisionale in questione. Al fine di individuare, analizzare nel dettaglio e risolvere tutte le criticità connesse all'utilizzo pratico di tale metodo per il problema dell'adeguamento sismico, il TOPSIS è stato fin da subito applicato ad un caso studio. Trattasi di un edificio di tre piani, in calcestruzzo cementizio armato con barre lisce, irregolare in pianta, progettato per soli carichi verticali e senza particolare cura dei dettagli costruttivi. Tale struttura è stata realizzata in scala reale presso il laboratorio ELSA (*European Laboratory for Structural Assessment*) del centro comune di ricerca JRC (*Joint Research Center*)

di Ispra (VA) per un progetto di ricerca europeo denominato *SPEAR* (da *Seismic PErformance Assessment and Rehabilitation*, Fardis e Negro, 2005). È opportuno specificare che la campagna sperimentale condotta su tale edificio non costituirà oggetto del presente lavoro. La scelta della struttura *SPEAR* come caso studio scaturisce dal fatto che essa è stata volutamente progettata senza alcun criterio antisismico (in accordo con la normativa greca in vigore dal 1954 al 1995) e può, pertanto, ritenersi rappresentativa della gran parte delle costruzioni dell'Europa meridionale realizzate in epoca (anni '60 e '70) precedente la nascita dei moderni codici di progettazione in zona sismica. In più, si è goduto del vantaggio, rispetto ad un edificio reale, dell'accurata conoscenza preventiva di tutti i dettagli strutturali (geometria, caratteristiche dei materiali, distinte di armatura, staffe, ecc.) necessari per una corretta modellazione, altrimenti reperibili mediante indagini generalmente laboriose.

È stato assunto che l'edificio sorga nel comune di Pomigliano d'Arco (NA): tale sito è stato classificato come sismico per la prima volta nel 2003 (OPCM 3274/2003) e rientra, allora, tra le aree italiane in cui è di fatto molto forte ed urgente l'esigenza di adeguamento delle strutture esistenti.

Come era prevedibile, la valutazione della struttura ha messo in luce una capacità non sufficiente in confronto alla domanda sismica imposta dalla normativa. Attesa, dunque, l'esigenza di adeguare, si è proceduto alla definizione di un numero finito di interventi alternativi, ritenuti potenzialmente adatti al caso, orientando tale scelta sulla scorta delle particolari deficienze prestazionali esibite dall'edificio.

Un totale di quattro interventi è stato considerato. Tre di questi sono volti ad incrementare la capacità sismica dell'edificio, il quarto a ridurre la domanda alla base. La prima alternativa consiste nella fasciatura di pilastri e nodi con lamine di plastica rinforzata con fibre di vetro (GFRP, ovvero *Glass Fiber Reinforced Plastic*) ed induce un incremento quasi esclusivo della duttilità globale della struttura. La seconda prevede, invece, l'installazione di controventi metallici a croce di S. Andrea in alcuni campi di telaio ed è volta all'incremento della resistenza e della rigidezza globali, lasciando praticamente inalterata la duttilità. Il terzo

intervento consiste nell'incamiciatura con calcestruzzo cementizio armato di alcuni pilastri e comporta un incremento contemporaneo di duttilità e resistenza dell'edificio. La quarta strategia prevede l'isolamento alla base dell'edificio mediante l'inserimento, all'interfaccia pilastri/fondazione, di dispositivi elastomerici armati e conduce alla riduzione della domanda (in termini di accelerazione) attraverso l'incremento della capacità dissipativa e la dilatazione del periodo proprio di vibrazione della struttura.

Progettati i diversi interventi, la procedura decisionale prevede la definizione dei criteri di giudizio, ovvero dei diversi punti di vista secondo i quali ciascuna alternativa deve essere valutata. A ciascun criterio deve essere, poi, associato un *peso*, ovvero una stima percentuale dell'importanza relativa che il DM associa, per la scelta finale, alle prestazioni delle singole alternative rispetto ad esso. Successivamente, occorre valutare ciascuna soluzione rispetto a ciascuno dei criteri di giudizio selezionati per poter, così, applicare il metodo MCDM scelto (TOPSIS) ed individuare, come scopo ultimo della procedura, la *migliore* soluzione di adeguamento.

La fase di valutazione delle alternative richiede particolare attenzione, specie in riferimento ai criteri cosiddetti *qualitativi* (come la compatibilità funzionale dell'intervento o la specializzazione della manodopera richiesta per la sua installazione) ovvero quei criteri che, per loro stessa natura, non consentono una misura quantitativa diretta delle diverse soluzioni. Per tali criteri è necessaria, infatti, una conversione dei giudizi di tipo linguistico, che il DM è in grado di fornire in base alla rispondenza delle alternative al particolare criterio in esame, in misure quantitative degli stessi. È stata adottata, a tal fine, una speciale procedura ampiamente diffusa in letteratura.

È importante porre in evidenza il fatto che, nelle fasi in cui i giudizi personali del DM devono necessariamente essere introdotti (valutazione dei pesi dei criteri e conversione dei giudizi qualitativi in quantitativi), è sempre necessario effettuare una misura di *consistenza* dei giudizi stessi che consente, con modalità che saranno chiare nel seguito, di controllare se il grado di coerenza del decisore è accettabile oppure no.

In seguito all'individuazione della migliore alternativa, la procedura proposta prevede la realizzazione di un'*analisi di sensibilità* del risultato. In pratica, si misura in modo quantitativo l'influenza delle scelte del DM (in particolare di quelle necessarie per la definizione dei pesi dei criteri) sulla soluzione finale per valutare la *stabilità* della stessa e, dunque, in un certo senso, il suo grado di oggettività.

Capitolo 2

Adeguamento sismico degli edifici: il problema della selezione dell'intervento

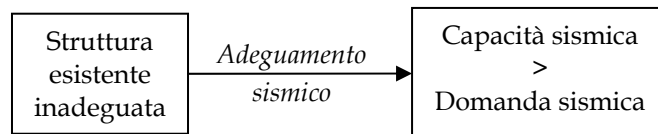
In questo capitolo si intende inquadrare il problema dell'adeguamento sismico e prospettare, in linee generali, tutte le possibili soluzioni, tecniche e di gestione, tradizionali ed innovative, oggi disponibili. Ponendo, poi, in evidenza la molteplicità di aspetti, sia di carattere socio-economico che tecnico, di cui tener conto nella comparazione tra interventi diversi, si vuole rilevare la complessità oggettiva nell'individuazione diretta della *migliore* soluzione, che soddisfi al meglio tutti i suddetti criteri visti nella loro globalità.

2.1. STRATEGIE DI ADEGUAMENTO SISMICO

Molte delle strutture presenti sul territorio dell'Europa meridionale sono inadeguate a resistere ai terremoti di progetto previsti dalle normative vigenti. Alcune di queste sono, infatti, state progettate senza alcun riguardo alle prestazioni sismiche perché d'epoca precedente l'emanazione delle prime normative specifiche per le costruzioni in zona sismica, altre sono invece state

dimensionate con riferimento a normative in seguito sostituite o radicalmente modificate, altre ancora sorgono su siti la cui pericolosità sismica è andata evolvendosi, crescendo, nel tempo.

L'adeguamento sismico può costituire una valida alternativa alla demolizione e successiva ricostruzione delle suddette costruzioni. Consiste nella realizzazione di interventi volti a far sì che la *capacità* della struttura in esame di resistere al terremoto sia almeno pari alla *domanda* che il moto sismico del suolo produce.



Per *strategia* di adeguamento si intende generalmente l'approccio base adottato per migliorare la probabile prestazione sismica di un edificio. Si dicono *sistemi*, invece, le specifiche tecniche che possono adottarsi per realizzare una particolare strategia (ATC 40, 1996).

Tra le strategie è poi utile distinguere le cosiddette strategie *tecniche*, volte ad incrementare la capacità dell'edificio di resistere al sisma e/o a ridurre la domanda, dalle strategie di *gestione* che attengono, invece, più in generale, alle modalità operative e logistiche in cui ciascun intervento può essere implementato ed alla gestione, appunto, dell'edificio nel suo complesso (è in questo gruppo che, ad esempio, è opportuno inserire anche la demolizione come possibile strategia da perseguire). Nella tabella che segue sono riassunte, in breve, le principali strategie tecniche (con l'indicazione in parentesi di possibili sistemi utili ad attuarle) e di management.

Tab. 2.1 Strategie tecniche e di gestione per l'adeguamento sismico (come in ATC 40, 1996)

STRATEGIE TECNICHE	STRATEGIE DI GESTIONE
<i>Completamento</i> Connessione di elementi esistenti, ancoraggio, controventatura di componenti esistenti, ...	<i>Cambio di destinazione d'uso</i> <i>Demolizione</i>
<i>Rinforzo ed irrigidimento</i> Pareti, contrafforti, rinforzo impalcati esistenti, ...	<i>Retrofit transitorio</i> <i>Retrofit per fasi successive</i>
<i>Miglioramento capacità deformativa</i> Confinamento, rinforzo pilastri, riduzioni locali di rigidezza, appoggi supplementari, ...	<i>Retrofit edificio occupato</i> <i>Retrofit edificio vuoto</i>
<i>Riduzione domanda sismica</i> Isolamento alla base, sistemi di dissipazione energetica, riduzione delle masse, ...	<i>Retrofit esterno</i> <i>Retrofit interno</i>

2.1.1 Strategie tecniche

Una breve descrizione delle strategie tecniche di cui in Tab. 2.1 precedente è riportata nel seguito.

Completamento: alcune strutture possiedono le principali caratteristiche di un edificio sismo-resistente ma sono carenti in alcuni dettagli riguardanti, ad esempio, la trasmissione dei carichi tra gli elementi strutturali. L'adeguamento sismico in questi casi può limitarsi a realizzare le connessioni mancanti o insufficienti per garantire un efficace trasferimento delle sollecitazioni.

Rinforzo ed irrigidimento: tipici sistemi adottati al fine di conseguire il miglioramento delle prestazioni strutturali in tal senso consistono nella realizzazione di nuovi elementi verticali (pareti di taglio, controventi, contrafforti, telai). Gran parte dei sistemi di adeguamento che incrementano la resistenza strutturale apportano anche un incremento della rigidezza. Nei casi di edifici fortemente irregolari (sia in termini di rigidezze che di

distribuzione della sovraresistenza), tali interventi dovrebbero garantire il più possibile la regolarità strutturale, sia in elevazione che in pianta (Eurocodice 8, parte 3, 2004).

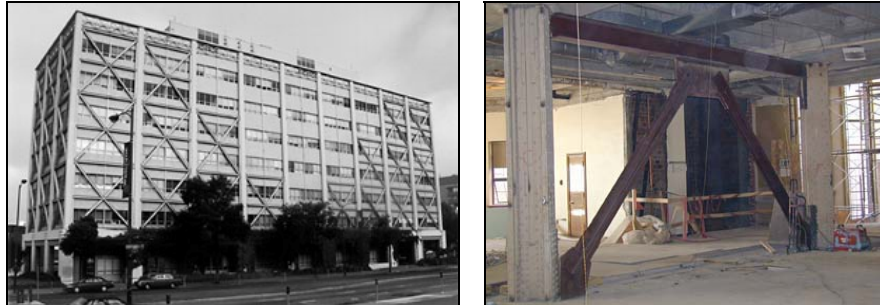


Fig. 2.1 Esempi di controventi metallici per l'adeguamento di edifici in cemento armato



Fig. 2.2 Realizzazione di una parete di taglio in c.a. per l'adeguamento sismico di un edificio esistente

Miglioramento capacità deformativa: questa strategia consiste nel migliorare le prestazioni sismiche dell'edificio attraverso l'incremento della capacità deformativa dei singoli elementi strutturali. Sistemi utili a conseguire tali obiettivi comprendono il confinamento di elementi esistenti (mediante camicie in acciaio o

in calcestruzzo cementizio armato o mediante fasciatura con materiali compositi fibrorinforzati) o il rinforzo delle colonne, al fine di modificare i meccanismi di collasso (passando da un sistema trave forte-pilastro debole a quello, più dissipativo, pilastro forte-trave debole), o ancora riduzioni locali di rigidità, al fine di evitare modalità di crisi indesiderate (ad esempio per prevenire il collasso di pilastri tozzi o per evitare che elementi non strutturali influenzino le prestazioni globali dell'edificio interferendo con esse) o, infine, la realizzazione di appoggi supplementari per elementi che non partecipano attivamente alla resistenza laterale dell'edificio ma che possono essere soggetti a crisi indotte da deformazioni eccessive (ad esempio le travi in cemento armato prefabbricato con luci inadeguate).



Fig. 2.3 Da sinistra: rinforzo con angolari e calastrelli in acciaio, incamiciatura in c.a. (gabbia di armatura) e fasciatura con plastica rinforzata con fibre di vetro (GFRP) di un pilastro in c.a..

Riduzione domanda sismica: piuttosto che modificare la capacità dell'edificio di resistere alle sollecitazioni e deformazioni indotte dal sisma, questa strategia punta a modificare la risposta della struttura di modo che risulti, di fatto, una riduzione della domanda. La domanda sismica imposta ad un edificio può essere attenuata riducendo le masse (ad esempio rimuovendo pesanti

elementi non strutturali o, in alcuni casi particolari, rimuovendo i piani alti dell'edificio), con conseguente riduzione del periodo fondamentale di vibrazione, delle forze di inerzia e della richiesta di spostamento; oppure è possibile installare un sistema di isolamento alla base che induce un allungamento sostanziale del periodo fondamentale e, dunque, della domanda di accelerazione; si può, infine, ridurre la domanda sismica anche mediante l'installazione di appositi sistemi di dissipazione energetica in grado, cioè, di attenuare, nel breve intervallo di durata dell'evento sismico, l'energia in ingresso nella struttura.



Fig. 2.4 Da sinistra: isolamento alla base di un edificio in c.a.; adeguamento con controventi collegati alla struttura mediante coprigiunti dissipativi.

La Tab. 2.2, tratta dal bollettino *fib* n. 24 (2003), riporta un elenco dei possibili interventi di adeguamento, indicando per ciascuno di essi, oltre agli effetti sulle prestazioni strutturali, informazioni qualitative sui costi, sul disturbo arrecato agli occupanti e sul livello tecnologico richiesto per la loro realizzazione. Si osserva, a rigore, che tale elenco non comprende le tecniche di adeguamento volte alla riduzione della domanda sismica.

TECNICA	EFFETTI LOCALI	EFFETTI GLOBALI	COSTO RELATIVO	DISTURBO	LIVELLO TECNOL.	COMMENTI
Iniezione di resine	Ripristino resistenza e rigidezza.	Nessuno	Basso-medio	Basso	Medio	Volta al ripristino.
Camicie in c.a.	Incremento rigidezza e resistenza; eventualmente duttilità.	Modifica della risposta sismica. Se applicate ai pilastri, sposta la richiesta plastica verso le travi.	Basso, per elemento	Medio-alto	Basso	Può porre rimedio alla risposta di "piano soffic". Va estesa a più piani.
Camicie o collari in acciaio	Incremento duttilità e resistenza a taglio; di rigidezza, se garantita l'azione composita.	Incrementa capacità deformativa globale.	Medio	Basso	Medio	Efficace ove sia scarsa l'armatura trasversale. Veloce installazione.
Fasciatura parziale con FRP	Sensibile incremento di duttilità. Limitati effetti su resistenza o rigidezza.	Come per collari in acciaio.	Alto	Basso	Medio-alto	Soluzione adeguata quando il costo non è il criterio predominante.
Rinforzo dei nodi con FRP	Prevenzione rottura a taglio dei nodi.	Riduce marginale dello spostamento globale riducendo la deformabilità dei nodi trave-pilastro.	Alto	Basso	Medio-alto	Come sopra
Fasciatura completa in FRP	Notevole incremento di duttilità e resistenza a taglio; modesto incremento di rigidezza.	Distribuzione delle rigidezze invariata. Sensibili effetti in termini di distribuzione delle resistenze.	Alto	Basso	Medio-alto	Come sopra
Tecniche selettive	Incremento di un parametro scelto o di una combinazione di parametri.	Regola la risposta strutturale per adeguarla agli obiettivi prestazionali.	Basso, per elemento	Medio	Medio-alto	E' l'approccio più adeguato se si dispone di elevate capacità di analisi ed esperienza .
Pareti in c.a.	Potrebbe portare ad un incremento di sollecitazioni negli elementi connessi.	Riduce domanda di deformazione negli altri elementi. Risolve problemi di "piano soffic".	Medio	Alto	Basso	E' necessario un drastico intervento in fondazione.
Controventi in acciaio	Può indurre notevoli sollecitazioni nei nodi.	Incrementa la duttilità globale a capacità dissipativa. Può risolvere i problemi di "piano soffic".	Medio-alto	Basso-medio	Medio	Occorre proteggersi da fenomeni di instabilità locale e rotture post-buckling.
Inserimento di pannelli murari	Induce sensibili sollecitazioni nei nodi. Incrementa la rigidezza di piano (riduce spostamenti di interpiano)	Incremento di peso: di forze sismiche. Riduce periodo: incremento di accelerazioni.	Medio	Medio-alto	Basso	Efficace per pannelli applicati all'esterno, solidali alla struttura. Anche con moduli prefabbricati in c.a..
Contrafforti esterni	Induce notevoli sollecitazioni locali.	Come per le pareti in c.a..	Medio-alto	Basso	Medio	Occorre prevedere un intervento in fondazione.

Tab. 2.2 Bollettino *fib* n. 24 (2003): tecniche di adeguamento e parametri sintetici utili alla selezione

2.1.2 Strategie di gestione

Si riporta di seguito una breve descrizione delle strategie di gestione indicate nella Tab. 2.1.

Cambio di destinazione d'uso: un modo semplice per ridurre ad un livello accettabile il rischio sismico di un edificio può consistere nell'imporre un diverso utilizzo dello stesso. Questa strategia risulta efficace, ad esempio, in quei casi ove le masse associate ai sovraccarichi variabili sono consistenti e determinanti ai fini della verifica sismica.

Demolizione: se l'edificio non riveste una particolare importanza dal punto di vista storico-artistico e se non risiedono al suo interno funzioni ed attività che non possano essere interrotte o rilocalizzate, è giusto considerare la demolizione dell'edificio e la sua ricostruzione come una possibile.

Adeguamento transitorio: in alcuni casi, prima di realizzare un progetto definitivo, qualora sia necessario che le attività nell'edificio continuino nel breve termine, è possibile adeguare l'edificio anche con modalità che risulterebbero inaccettabili per un'applicazione permanente (ad esempio con elementi strutturali aggiuntivi in vista, controventi, ecc.).

Adeguamento per fasi successive: l'intervento di adeguamento, qualora sussistano particolari vincoli economici o non si possa arrecare eccessivo disturbo alle attività insediate nell'edificio, può essere organizzato in fasi successive.

Adeguamento dell'edificio occupato: in alcuni casi il committente preferisce implementare l'adeguamento mentre l'edificio è ancora occupato; in tal modo, infatti, gode del vantaggio di non dover rilocalizzare le persone e le attività presenti nell'edificio. Ma è importante considerare che tale scelta comporta costi totali maggiori: se l'edificio non è vuoto, i lavori vanno necessariamente condotti per fasi e la durata degli stessi non può che aumentare.

Adeguamento dell'edificio vuoto: come alternativa alla precedente, questa strategia è certamente la più adottata. Essa comporta, generalmente, minori costi di costruzione ed una più rapida esecuzione del progetto.

2.2. CRITERI DI SCELTA DELL'INTERVENTO

Per quanto descritto al paragrafo precedente, appare chiaro che il progettista strutturale, chiamato ad adeguare dal punto di vista sismico un edificio, deve operare la selezione del tipo di intervento all'interno di una gamma molto vasta. Tale scelta può essere tutt'altro che semplice, tenendo conto del fatto che numerosi sono anche i diversi punti di vista (criteri) sotto i quali è necessario, in generale, sottoporre a paragone le molteplici soluzioni.

Thermou e Elnashai (2002) raggruppano i criteri di scelta in due famiglie distinte e forniscono la seguente lista di possibili aspetti da considerare per il confronto tra soluzioni diverse di intervento. Dal punto di vista *economico* e *sociale* dovrebbe essere portato in conto:

- il costo da sostenere in rapporto all'importanza della struttura;
- la disponibilità di manodopera;
- la durata dei lavori e del conseguente disturbo alle normali attività;
- il disturbo agli occupanti;
- il conseguimento degli obiettivi prestazionali fissati del proprietario;
- la compatibilità funzionale ed estetica dell'intervento nei confronti dell'edificio preesistente;
- la reversibilità dell'intervento;
- il livello del controllo di qualità;
- l'importanza politica e/o storica della struttura.

Dal punto di vista *tecnico*, invece, gli stessi autori propongono di tener conto dei seguenti aspetti:

- compatibilità strutturale con il sistema strutturale preesistente;
- regolarità di rigidezze, resistenze e duttilità;
- adeguatezza delle rigidezze, resistenze e duttilità locali;
- protezione nei confronti del danneggiamento non strutturale;
- capacità del sistema di fondazione;
- disponibilità di materiali e tecnologie necessari per l'intervento.

La lista di criteri testé citata non è necessariamente da intendersi come esaustiva e sempre valida. Secondo le peculiarità del caso in esame è, infatti, opportuno considerare la possibilità di aggiungere criteri di giudizio diversi da quelli di cui sopra e, comunque, prendere in esame solo quelli che possono effettivamente essere discriminanti ai fini della scelta finale.

Capitolo 3

Procedure decisionali multicriterio

La prima parte del presente capitolo è dedicata alla descrizione delle principali procedure decisionali multi-criterio, con particolare riferimento a quelle volte a risolvere problemi con un numero finito di soluzioni. Attinge, in buona parte, dal testo specialistico di Triantaphyllou (2000).

A valle della presentazione dei diversi metodi e note le caratteristiche del particolare problema decisionale che si intende risolvere, si opera la scelta del metodo più adatto alla finalità preposta.

La terza parte del capitolo contiene, infine, una disamina degli aspetti critici di una qualsivoglia procedura decisionale e sono suggerite possibili modalità di risoluzione dei medesimi.

3.1. IL PROBLEMA DELLE DECISIONI

L'uomo è storicamente sempre andato alla ricerca di sistemi che fossero utili a prendere la migliore decisione in una data situazione. Se nell'antichità cercava di indirizzare le sue scelte mediante metodi empirici o addirittura metafisici (si pensi agli oracoli o alle profezie o, ancora, al "linguaggio" delle stelle), oggi la specie umana si serve della scienza e della tecnologia moderne. Lo sviluppo di discipline scientifiche come la ricerca operativa, la scienza del *management*, la *computer science* e la statistica, abbinato

all'uso dei moderni calcolatori elettronici, garantisce oggi all'uomo un valido supporto decisionale, utile specie in situazioni complesse, qualora, cioè, risultano numerose le possibili soluzioni e molteplici anche gli aspetti di cui tener conto per la scelta finale.

Tra i diversi metodi volti alla ricerca della soluzione ottima per un dato problema (programmazione lineare, programmazione dinamica, ottimizzazione dei sistemi a coda, ecc.), sicuramente i cosiddetti *metodi decisionali multicriterio* (in inglese, *Multi-Criteria Decision Making* ovvero *MCDM*) sono tra quelli che hanno suscitato maggiore interesse tra gli studiosi del settore.

I metodi MCDM si distinguono, generalmente, in due gruppi (Zimmermann, 1996): si parla di metodi *multi-obiettivo* (*Multi-Objective Decision Making, MODM*), quando tesi a risolvere un problema decisionale la cui soluzione appartiene ad uno spazio continuo, di metodi *multi-attributo* (*Multi-Attribute Decision Making, MADM*) quando invece la soluzione ottima è da determinarsi all'interno di un set discreto di alternative. I metodi MODM cercano di individuare la soluzione compromesso ideale assumendo, generalmente, che il problema da risolvere possa essere schematizzato con un modello matematico. Purtroppo la programmazione matematica, pur elegante e rigorosa nell'approccio, non si presta di risolvere la maggior parte dei problemi decisionali pratici. I metodi MADM prevedono, invece, l'applicazione della matematica discreta (dunque meno elegante) ad un gruppo predefinito di possibili soluzioni, consentendo di fornire un valido supporto alla decisione in molteplici e variegati casi reali.

Per la selezione del miglior intervento di adeguamento sismico di un edificio sembra ragionevole considerare un numero finito di possibili alternative ed applicare, pertanto, gli strumenti decisionali discreti di cui sopra. Per questi, nel prosieguo, si adotterà la dizione più generale di "metodi MCDM" (come nella gran parte della letteratura specialistica), ricordando, però, che essi non sono diretti ad individuare una soluzione "ottima" in senso assoluto, rigorosamente matematico, ma, piuttosto, a stilare una *classifica* delle considerate soluzioni, in funzione delle prestazioni che esse offrono nei confronti di prestabiliti e discriminanti criteri di giudizio.

3.2. METODI MCDM

Sebbene i problemi decisionali di tipo *discreto* siano i più rilevanti e, soprattutto, i più frequenti nella vita pratica, sono pochi i metodi disponibili in letteratura tesi alla loro risoluzione, se confrontati con quelli inerenti le decisioni di tipo *continuo*. Tali procedure, talvolta radicalmente diverse l'una dall'altra, hanno però in comune alcuni aspetti e definizioni chiave che si ritiene utile riportare in sintesi di seguito.

Le *alternative* rappresentano le differenti scelte di azione disponibili per il decisore. Nei metodi in esame, esse sono in numero finito e predeterminate.

Ad ogni problema decisionale MCDM è associata una molteplicità di *attributi* (di qui la dizione MADM di metodi decisionali multi-attributo), ovvero di "obiettivi" o "criteri di giudizio", che rappresentano i diversi punti di vista sotto i quali ciascuna alternativa può essere osservata e, appunto, giudicata. È da tenere presente che tali criteri sono, in generale, *conflittuali*, nel senso che migliorare le prestazioni rispetto ad uno di essi può comportare il peggiorare quelle rispetto ad un altro criterio. D'altra parte è evidente che, se così non fosse, il problema decisionale sarebbe di semplice soluzione, potendosi in modo diretto individuare, tra quelle disponibili, la soluzione che risponde nel modo migliore a tutti i criteri di giudizio. I metodi MCDM permettono, invece, di valutare la migliore soluzione "di compromesso" come quella che manifesta la miglior risposta *globale* agli obiettivi preposti.

Altro aspetto chiave di tutti i metodi MCDM, che può renderne particolarmente complessa l'applicazione, consiste nel fatto che la valutazione delle alternative rispetto ai diversi criteri comporta necessariamente il coinvolgimento di grandezze fisiche diverse (si pensi ai criteri di costi, tempi, prestazioni strutturali, ecc.) che richiede un passaggio ulteriore nell'*omogeneizzazione* delle variabili in gioco. Ancora più delicato è, poi, l'aspetto della valutazione rispetto ai criteri cosiddetti *qualitativi*, quelli, cioè, che, per loro stessa natura, non consentono una misura quantitativa diretta delle prestazioni delle alternative rispetto ad essi, ma richiedono l'espressione di giudizi linguistici, verbali, da convertire, in una

fase successiva, in termini numerici per le necessarie elaborazioni volte a stilare la classifica delle soluzioni considerate.

Ancora, molti metodi MCDM richiedono che a ciascun criterio di giudizio sia assegnato un *peso* ovvero una misura percentuale (la somma dei pesi dei diversi criteri considerati deve esser pari all'unità o, equivalentemente, al 100%) dell'importanza relativa che lo stesso deve avere per la decisione finale.

Infine, altro aspetto che accomuna tutti i metodi decisionali multi-attributo è l'opportunità di esprimere il problema decisionale in una comoda forma matriciale. Si costruisce, cioè, la cosiddetta *matrice di decisione* A di ordine $n \times m$ (con n numero di soluzioni alternative e m numero di criteri di giudizio) il cui generico elemento a_{ij} esprime la prestazione della generica alternativa A_i ($i=1, 2, \dots, n$) rispetto al generico criterio C_j ($j=1, 2, \dots, m$).

		Criteri di giudizio (pesi)			
		$C_1 (w_1)$	$C_2 (w_2)$...	$C_m (w_m)$
Alternative	A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}
	A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}

	A_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}

Fig. 3.1 Matrice di decisione (Triantaphyllou, 2000)

Amnesso che il decisore abbia determinato (con l'ausilio degli strumenti che si descriveranno più avanti) il valore dei pesi w_j dei criteri ($j=1, 2, \dots, m$), il problema decisionale multiattributo può essere formalmente formulato nel modo che segue (Zimmermann, 1996). Sia $A=(A_i$ per $i=1, 2, \dots, n$) un gruppo finito di decisioni alternative, $C=(C_j$ per $j=1, 2, \dots, m$) un insieme finito di criteri rispetto ai quali le prestazioni di ciascuna azione deve essere giudicata e w_j ($j=1, 2, \dots, m$) l'importanza relativa, o peso, associata a ciascuno di essi. Il problema decisionale multi-attributo consiste nel determinare la soluzione ottima A^* , appartenente all'insieme A , come quella caratterizzata dalla migliore rispondenza globale ai criteri C_j , rilevata associando i dovuti pesi a ciascuna prestazione.

I metodi MCDM possono, in generale, raggrupparsi in *deterministici, stocastici e fuzzy* a seconda della tipologia di dati che essi utilizzano. Possono anche classificarsi, rispetto al numero di decisori coinvolti, come metodi MCDM *a singolo decisore* ed *a gruppo di decisori*. Nel seguito si esamineranno solo i metodi di tipo deterministico ed a singolo decisore. Chen e Hwang (1991), con riferimento a questi ultimi metodi, propongono la classificazione descritta dallo schema di Fig. 3.2, operata in funzione del tipo di informazione disponibile presso il decisore.

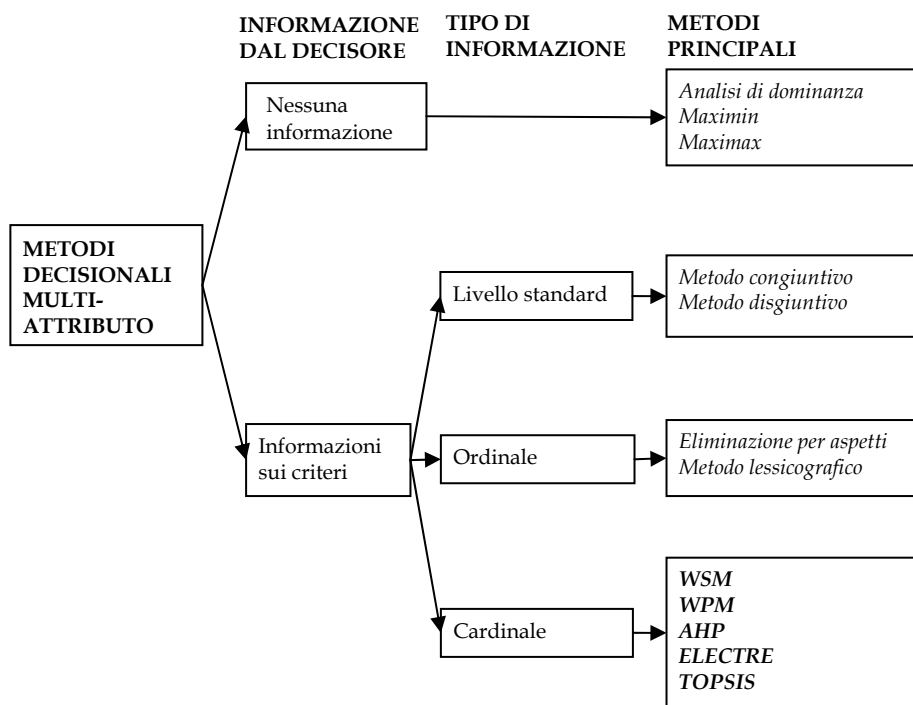


Fig. 3.2 Classificazione dei metodi MCDM proposta da Chen e Hwang (1991)

Nel prosieguo si concentra l'attenzione sui metodi che sfruttano informazioni di tipo cardinale (evidenziate in neretto in Fig. 3.2), più largamente adottati rispetto agli altri: il metodo fondato sul modello della somma pesata (*Weighted Sum Model, WSM*), quello basato sul modello del prodotto pesato (*Weighted*

Product Model, WPM), il processo analitico gerarchico (*Analytic Hierarchy Process, AHP*), i metodi *ELECTRE* e *TOPSIS*. Si aggiungerà anche la descrizione del metodo *VIKOR*, appartenente alla stessa famiglia, ma non citato da Chen e Hwang (1991) nel prospetto precedente perché di epoca successiva (Opricovic, 1998).

Nei paragrafi che seguono si adotteranno i già introdotti simboli A_i ($i=1, 2, \dots, n$) per le alternative, C_j ($j=1, 2, \dots, m$) per i criteri, w_j ($j=1, 2, \dots, m$) per i pesi dei criteri stessi e a_{ij} per la misura della prestazione dell'alternativa A_i rispetto al criterio C_j .

3.2.1 Metodo della somma pesata (WSM)

Il metodo della somma pesata o *Weighted Sum Model (WSM)*, introdotto da Fishburn nel 1967, è probabilmente quello usato più di frequente, specie per problemi “monodimensionali” che coinvolgono, cioè, variabili aventi tutte le stesse dimensioni fisiche. Dati n alternative ed m criteri ed adottando i simboli di cui al paragrafo precedente, tale metodo individua la migliore alternativa A^*_{WSM} come quella che soddisfa la seguente espressione:

$$\text{punteggio } A^*_{WSM} = \max_i \sum_{j=1}^m a_{ij} w_j \quad (3.1)$$

o la seguente:

$$\text{punteggio } A^*_{WSM} = \min_i \sum_{j=1}^m a_{ij} w_j \quad (3.2)$$

a seconda che l'obiettivo del decisore sia, rispettivamente, massimizzare (si pensi, ad esempio, a profitti, vantaggi in genere, ecc.; si parla di *criteri di beneficio* in questi casi) o minimizzare il valore delle variabili a_{ij} (come, ad esempio, costi da sostenere per compiere una certa azione, svantaggi in genere, ecc.; si parla, in generale, di *criteri di costo*). L'ipotesi posta alla base di tale metodo è quella dell'*utilità additiva*: si assume, cioè, che il valore complessivo di ciascuna alternativa sia pari alla somma delle sue prestazioni, opportunamente pesate, rispetto a tutti i criteri.

Come anticipato, tale metodo trova facile applicazione allorché si ha a che fare con variabili tutte delle stesse dimensioni fisiche (euro, metri, secondi, ecc.). Serie difficoltà nel suo pratico utilizzo si riscontrano, invece, nei problemi MCDM multidimensionali ove il principio dell'utilità additiva perde evidentemente significato.

3.2.2 Metodo del prodotto pesato (WPM)

Il metodo del prodotto pesato o *Weighted Product Model* (WPM), introdotto da Bridgman nel 1922 e ripreso da Miller e Starr nel 1969, è molto simile al metodo WSM. Prese in esame due generiche alternative A_k e A_p , il metodo WPM considera A_k migliore di A_p se il valore $R(A_k/A_p)$ di cui nella (3.3), ottenuto moltiplicando i rapporti tra le prestazioni delle due alternative rispetto a ciascun criterio (elevati al peso del criterio stesso), risulta maggiore dell'unità (se i criteri sono di tipo *beneficio* e l'obiettivo è, pertanto, massimizzare le prestazioni rispetto ad essi) o minore dell'unità (se i criteri sono di tipo *costo*).

$$R(A_k / A_p) = \sum_{j=1}^m (a_{kj} / a_{pj})^{w_j} \quad (3.3)$$

L'alternativa migliore è, banalmente, quella che risulta essere migliore o al più uguale di tutte le altre.

Il metodo WPM viene, talvolta, indicato come *analisi adimensionale* in quanto la sua struttura (3.3) elimina automaticamente tutte le unità di misura. Rispetto al metodo WSM ha, allora, il vantaggio di poter essere adottato tanto per i problemi decisionali monodimensionali che multidimensionali.

Un limite di tale metodo consiste nel fatto che, per la sua concreta applicabilità, è necessario che tutti i criteri siano di tipo *costo* o di tipo *beneficio* (le variabili prestazionali in gioco devono essere, cioè, tutte da minimizzare o tutte da massimizzare).

3.2.3 Processo analitico gerarchico (AHP)

Il processo analitico gerarchico o *Analytic Hierarchy Process* (AHP) è stato introdotto da Saaty nel 1980 e ripreso successivamente dallo stesso autore nel 1994 e nel 1999. Scopo principale del metodo è quello di costruire la matrice di decisione $n \times m$ (si ricorda che n è il numero di alternative e che m è il numero di criteri), avente come generico elemento a_{ij} la misura della prestazione dell'alternativa i -ma rispetto al criterio j -mo (Fig. 3.3). In particolare, tali valutazioni sono “scalate” di modo che la somma dei valori su ciascuna colonna sia pari all'unità.

		Criteri di giudizio (pesi)				
		$C_1 (w_1)$	$C_2 (w_2)$...	$C_m (w_m)$	Punteggio
Alternative	A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1m}	$\rightarrow \sum_{j=1}^m a_{1j} w_j$
	A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}	$\rightarrow \sum_{j=1}^m a_{2j} w_j$

	A_n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}	$\rightarrow \sum_{j=1}^m a_{nj} w_j$

Fig. 3.3 Matrice di decisione e calcolo del punteggio di ciascuna alternativa

La particolarità risiede nelle modalità con cui viene generata ciascuna colonna (corrispondente al generico criterio) di tale matrice, come si vedrà tra breve. Costruita la matrice di decisione, il punteggio da associare a ciascuna alternativa ai fini della classifica finale viene determinato, come per il metodo WSM, sommando le prestazioni pesate (del tipo $a_{ij} w_j$) di quell'alternativa rispetto a tutti i criteri (ultima colonna in Fig. 3.3). La migliore alternativa, nel caso di criteri tutti di beneficio o tutti di costo, è quella caratterizzata dal massimo o minimo punteggio, rispettivamente.

La j -ma colonna $(a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn})^T$ della matrice di decisione di Fig. 3.3 si ricava con il cosiddetto *metodo dell'autovalore* di Saaty basato su *confronti binari* (ovvero *a coppie*), che consente una valutazione coerente delle alternative rispetto al criterio j -mo senza richiedere al decisore difficili misurazioni cardinali delle sue preferenze (sulla base di un'ipotetica funzione di "utilità") e senza i limiti delle impostazioni puramente ordinali. Il metodo dell'autovalore consiste nel:

- richiedere al decisore di confrontare le prestazioni di due alternative alla volta A_k ed A_p rispetto al criterio in esame e di associare a tale confronto un numero d_{kp} , scelto sulla scala lineare di Saaty (1980) di cui in Tab. 3.1, funzione dell'intensità di dominanza, ovvero di preferenza, di A_k su A_p ; è chiaro che deve essere, per coerenza, $d_{kp}=1/d_{pk}$ nonché $d_{kk}=1$. Ne consegue che, raggruppando tali valori d_{kp} in una matrice di ordine $n \times n$, quest'ultima risulta avere sulla diagonale principale tutti elementi di valore unitario e, per la sua completa definizione, basta fornire solo i valori degli elementi posti al di sopra (o al di sotto) della diagonale stessa (v. Fig. 3.4);

Tab. 3.1 Scala lineare di Saaty (1980) per la misura della preferenza d_{kp} di A_k su A_p rispetto al generico criterio di giudizio

Intensità di dominanza d_{kp}	Definizione
1	Indifferenza
3	Moderata preferenza
5	Forte preferenza
7	Preferenza molto forte
9	Estrema preferenza
2,4,6,8	Giudizi di preferenza intermedi
Reciproci (1/2, 1/3, ...)	Per misurare il grado di dominanza di A_p su A_k

- determinare l'autovalore principale λ_{max} della matrice così ottenuta: il corrispondente autovettore è proprio il vettore $(a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn})^T$ ricercato (cfr. Fig. 3.4). Un qualsiasi autovettore risulta definito a meno di una costante: il valore di quest'ultima va, allora, fissato imponendo, come anticipato innanzi, che la somma degli elementi sia pari all'unità.

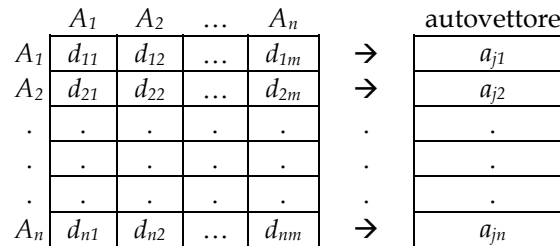


Fig. 3.4 Matrice dei confronti binari delle n alternative rispetto al criterio C_j ed autovettore principale della stessa

Le motivazioni matematiche poste alla base del metodo dell'autovalore nonché i criteri da adottare per misurare la *consistenza* dei giudizi formulati dal decisore saranno descritti separatamente, al paragrafo 3.2.3.2., poiché determinanti per l'applicazione numerica contenuta nei prossimi capitoli.

3.2.3.1 Processo analitico gerarchico (AHP) modificato

Sebbene l'AHP sia uno dei metodi MCDM più largamente adottati, nel corso degli anni numerose critiche sono state mosse nei suoi riguardi. Belton e Gear (1983), sulla scorta di risultati inconsistenti prodotti in taluni casi dal metodo di Saaty, hanno proposto una modifica alla versione originale. In pratica tali autori hanno svolto un semplice esempio numerico, con tre criteri e tre alternative, mostrando che l'indicazione della migliore alternativa fornita dall'AHP cambiava allorquando veniva aggiunta una quarta soluzione identica ad una di quelle "non ottime"; il che è, evidentemente, inconsistente.

Belton e Gear hanno attribuito la causa di tali risultati incoerenti al fatto che la somma degli elementi in colonna nella

matrice di decisione sia posta pari all'unità ed hanno suggerito di "normalizzare" i valori numerici nella stessa colonna rapportando le valutazioni relative, non già alla somma delle stesse, ma al massimo valore da esse assunto in quella colonna.

Successivamente, Triantaphyllou e Mann (1989) hanno dimostrato che risultati contraddittori secondo logica possono riscontrarsi sia applicando il metodo AHP nella sua versione originale che in quella modificata, anche quando non si considerino due alternative identiche all'interno del set di possibili scelte.

3.2.3.2 Metodo dell'autovalore e dei confronti binari

Tale metodo, formulato da Saaty (1980) si pone, in generale, lo scopo di determinare il valore di n variabili sulla base della conoscenza o, meglio, della stima di tutti i rapporti tra le stesse, prese due per volta. Siano, ad esempio, u_1, u_2, \dots, u_n le variabili di cui occorre determinare il valore e si ammetta di conoscere il valore esatto dei rapporti $u_{ij}=u_i/u_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) riassunti nella seguente matrice \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = [u_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{u_1}{u_1} & \frac{u_1}{u_2} & \dots & \frac{u_1}{u_n} \\ \frac{u_2}{u_1} & \frac{u_2}{u_2} & \dots & \frac{u_2}{u_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{u_n}{u_1} & \frac{u_n}{u_2} & \dots & \frac{u_n}{u_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{u_1}{u_2} & \dots & \frac{u_1}{u_n} \\ \frac{u_2}{u_1} & 1 & \dots & \frac{u_2}{u_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{u_n}{u_1} & \frac{u_n}{u_2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

È evidente che gli elementi u_{ii} sulla diagonale principale debbano avere tutti valore unitario e che risulti $u_{ij} = u_{ij}^{-1}$ nonché $u_{ij} = u_{ik} \cdot u_{kj}$. Ancora si osserva che, siccome la riga i -ma può sempre ricavarsi dalla prima moltiplicando tutti gli elementi per il rapporto costante u_i/u_1 ed, allora, tutte le righe sono linearmente dipendenti dalla prima, il rango della matrice è 1. Ne consegue che la matrice \mathbf{U} è caratterizzata da un solo autovalore non nullo (λ). Siccome, poi, la somma degli autovalori di una qualunque matrice è sempre pari alla traccia della stessa, ovvero alla somma degli

elementi disposti sulla diagonale principale, e siccome nel caso in esame risulta $Tr(U)=n$, non può che essere $\lambda=n$.

D'altra parte, detto \mathbf{u} il vettore colonna delle variabili ricercate, risulta evidentemente:

$$\mathbf{U} \mathbf{u} = n \mathbf{u} \tag{3.5}$$

in quanto è:

$$\mathbf{U} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{u_1}{u_1} & \frac{u_1}{u_2} & \dots & \frac{u_1}{u_n} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_n \\ \frac{u_2}{u_1} & \frac{u_2}{u_2} & \dots & \frac{u_2}{u_n} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{u_n}{u_1} & \frac{u_n}{u_2} & \dots & \frac{u_n}{u_n} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n u_1 \\ n u_2 \\ \dots \\ n u_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_n \end{bmatrix} = n \mathbf{u} \tag{3.6}$$

Dunque si conclude che la matrice \mathbf{U} ha come unico autovalore il suo ordine n e come corrispondente autovettore il vettore delle variabili ricercate. È così mostrato come sia possibile ricavare i valori delle variabili u_1, u_2, \dots, u_n a partire dalla conoscenza dei rapporti tra gli stessi, presi due per volta.

Tale circostanza permette di affermare che, qualora non si disponga dell'esatto valore dei rapporti u_i/u_j ($i, j=1, 2, \dots, n$), bensì di una loro stima, il metodo dell'autovalore può ancora utilmente adoperarsi per la valutazione approssimata delle variabili. I valori così ottenuti saranno tanto più vicini a quelli esatti quanto più le stime fornite per i rapporti u_i/u_j sono coerenti (o consistenti) tra loro. In tal caso, tutti gli n autovalori sono non nulli e, se i rapporti sono stati forniti in modo sufficientemente coerente, l'autovalore massimo λ_{max} dovrebbe essere non lontano dal valore di n .

$$\mathbf{U} \mathbf{u} = \lambda_{max} \mathbf{u} \quad \text{con} \quad \lambda_{max} \geq n \tag{3.7}$$

I rimanenti autovalori dovrebbero assumere valore pressoché nullo. Come anticipato, l'autovettore corrispondente a λ_{max} può essere assunto come stima approssimata del vettore u_1, u_2, \dots, u_n .

In alternativa al calcolo "rigoroso" dell'autovalore e dell'autovettore appena descritto, lo stesso Saaty propone una via più speditiva per la determinazione del vettore \mathbf{u} consistente nell'assumere che il suo i -mo elemento sia pari alla media

geometrica degli elementi presenti sulla i -ma riga di \mathbf{U} , normalizzata per la somma delle medie geometriche di tutte le righe. Ai fini della misura di *consistenza* (come si vedrà a breve) è comunque necessario disporre del valore di λ_{\max} . Saaty, ancora in via speditiva, propone, allora, di calcolare λ_{\max} moltiplicando il vettore riga ottenuto sommando tra loro tutti gli elementi della matrice \mathbf{U} posti nella stessa colonna, per il vettore colonna \mathbf{u} , appena determinato col metodo “approssimato” detto.

Infine, Fishburn (1967) suggerisce, in via alternativa, di determinare il vettore \mathbf{u} normalizzando la matrice \mathbf{U} attraverso il rapporto di ogni suo elemento per la somma degli elementi posti nella stessa colonna e computando la media aritmetica di ciascuna delle sue righe.

La misura di consistenza dei valori assegnati ai rapporti u_i/u_j può essere condotta sulla base della differenza tra λ_{\max} e n (nulla, come detto, per stime perfettamente consistenti). In particolare, si definisce *indice di consistenza IC* il rapporto:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (3.8)$$

Per fornire un giudizio di accettabilità del grado di consistenza, occorre rapportare tale indice IC ad un *indice di consistenza random ICR*, il cui valore è da assumersi in funzione del numero n di variabili in accordo alla tabella che segue. Ciascun valore di ICR è stato ricavato come indice random di consistenza medio derivato da un campione di 500 matrici di confronti binari generate in modo random e aventi un IC minore del 10%. Il rapporto tra IC e ICR viene definito *rapporto di consistenza (RC)*.

Tab. 3.2 Valori di ICR in funzione della dimensione n del set di variabili in esame (Saaty, 1980)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ICR	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

$$RC = \frac{IC}{ICR} \quad (3.9)$$

Ebbene, Saaty (1999) stabilisce che i confronti binari possono definirsi sufficientemente coerenti tra loro se risulta:

- $RC < 5\%$ per $n=3$;
- $RC < 9\%$ per $n=4$;
- $RC < 10\%$ per $n>4$.

Nel prosieguo, il metodo dell'autovalore e dei confronti binari sarà adottato per la determinazione dei *pesi dei criteri* nonché per la *valutazione quantitativa delle alternative con riferimento ai criteri qualitativi* che si dovranno considerare. I confronti binari (tra l'importanza che il DM associa ai criteri, nel primo caso e tra le preferenze che il decisore definisce tra alternative, nel secondo) sono formulati in entrambi i casi con l'ausilio della scala lineare di Saaty (Tab. 3.1). Il vantaggio di tale metodo risiede, essenzialmente, nel fatto che richiede al DM di fornire semplici giudizi derivanti da confronti di due elementi alla volta e non presuppone che egli debba eseguire difficili misurazioni cardinali (sulla base di un'ipotetica funzione di "utilità") delle sue preferenze assolute.

3.2.4 Metodo ELECTRE

Il metodo Electre (*Elimination and Choice Traslating Reality*) fu formulato inizialmente da Benayoun et al. nel 1966 e poi perfezionato da Roy (1973). Ha come scopo finale quello di costruire relazioni cosiddette di *outranking* tra le alternative.

Considerate due alternative A_k e A_p , una relazione di outranking tra di esse, stabilita sulla scorta di preferenze espresse dal decisore e indicata generalmente con $A_k \rightarrow A_p$, stabilisce il fatto che, quand'anche A_k non dominasse in termini quantitativi A_p , il DM accetta il rischio di considerare A_k non peggiore di A_p . Le alternative si definiscono *dominate* se esiste un'altra alternativa che risponde in modo migliore ad uno o più criteri ed eguaglia le altre per i rimanenti.

Il metodo prevede che si effettuino confronti binari tra le alternative con riferimento a ciascun criterio. Indicando con $g_j(A_k)$

e $g_j(A_p)$ le valutazioni delle alternative A_k e A_p con riferimento al criterio C_j ed introducendo dei valori limite per le differenze $g_j(A_k) - g_j(A_p)$, il DM può dichiarare di porre allo stesso livello di preferenza le due alternative o di avere una preferenza per una delle due o, ancora, di non essere in grado di esprimere alcuna relazione di preferenza. Dunque, il set di relazioni (di *outranking*, appunto) binarie tra le alternative può essere completo oppure no. Successivamente, il DM è chiamato ad assegnare i pesi ai criteri al fine di definire la loro importanza relativa.

Attraverso valutazioni successive delle relazioni di *outranking*, il metodo consente di dedurre il cosiddetto *indice di concordanza*, che in qualche modo misura l'ammontare di evidenze che supportano la conclusione che l'alternativa A_k domini (ovvero *outranks*, in inglese) la A_p , nonché l'*indice di discordanza*, complemento dell'indice di concordanza.

Il metodo ELECTRE porta, dunque, ad un sistema di relazioni binarie di *outranking* tra le alternative. Poiché, come detto, questo sistema non è necessariamente completo, il metodo ELECTRE non è, talvolta, in grado di identificare la migliore alternativa. In tali casi conduce, però, ad individuare un sottogruppo di alternative da preferire alle altre. Per questa sua capacità di individuare, in un gruppo di alternative, un sottogruppo da preferire e, dunque, di eliminare alcune alternative meno favorite, ELECTRE risulta molto conveniente allorché il problema decisionale coinvolga pochi criteri ma un gran numero di alternative (Lootsma, 1990).

Si riassumono di seguito le principali fasi da seguire per l'applicazione pratica del metodo.

Fase 1: normalizzazione della matrice di decisione.

Nota la matrice di decisione (cfr. Fig. 3.1), occorre effettuare la normalizzazione delle variabili secondo l'espressione (3.10) allo scopo di definire la matrice di decisione normalizzata (3.11):

$$x_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n a_{kj}^2}} \quad (3.10)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Fase 2: costruzione della matrice di decisione normalizzata pesata.

Ciascuna colonna della matrice decisionale normalizzata X deve essere moltiplicata per il peso del criterio ad essa corrispondente. La matrice normalizzata pesata si indica nel seguito con Y .

$$Y = \begin{bmatrix} w_1 x_{11} & w_2 x_{12} & \dots & w_m x_{1m} \\ w_1 x_{21} & w_2 x_{22} & \dots & w_m x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1 x_{n1} & w_2 x_{n2} & \dots & w_m x_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Fase 3: determinazione degli insiemi di concordanza e di discordanza.

Il set di concordanza C_{kp} di due alternative A_k e A_p è l'insieme di tutti i criteri per i quali l'alternativa A_k risulta preferibile all'alternativa A_p ed è definito analiticamente come segue:

$$C_{kp} = \{j, y_{kj} \geq y_{pj}\} \quad \text{per } j=1, 2, 3, \dots, m \quad (3.13)$$

Viceversa, il set di discordanza è definito come segue:

$$D_{kp} = \{j, y_{kj} < y_{pj}\} \quad \text{per } j=1, 2, 3, \dots, m \quad (3.14)$$

Fase 4: costruzione delle matrici di concordanza e di discordanza.

Il valore degli elementi della matrice di concordanza C si calcolano in funzione dell'indice di concordanza. L'indice di concordanza c_{kp} è la somma dei pesi associati ai criteri contenuti nel set di concordanza:

$$c_{kp} = \sum_{j \in C_{kp}} w_j \quad \text{per } j=1, 2, 3, \dots, m \quad (3.15)$$

L'indice di concordanza indica l'importanza relativa dell'alternativa A_k rispetto all'alternativa A_p . È evidente che risulti:

$$0 \leq c_{kp} \leq 1 \quad (3.16)$$

La matrice di discordanza D esprime, invece, il grado con cui una alternativa A_k risulta essere peggiore di un'altra A_p . I suoi elementi d_{kp} sono calcolati tramite la seguente formula:

$$d_{kp} = \frac{\max_{j \in D_{kp}} |y_{kj} - y_{pj}|}{\max_j |y_{kj} - y_{pj}|} \quad (3.17)$$

Fase 5: costruzione delle matrici di dominanza di concordanza e di dominanza di discordanza.

La matrice di dominanza di concordanza viene determinata sulla scorta di un valore limite (o soglia) \underline{c} dell'indice di concordanza. Tale valore è stabilito dal DM o ricavato come indice di concordanza medio:

$$\underline{c} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^n \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n c_{kp} \quad (3.18)$$

Fissato tale valore soglia, gli elementi della matrice di dominanza di concordanza F si determinano come nella (3.19).

$$\begin{aligned} f_{kp} &= 1 & \text{se } c_{kp} \geq \underline{c} \\ f_{kp} &= 0 & \text{se } c_{kp} < \underline{c} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Analogamente, definito un valore soglia \underline{d} dell'indice di discordanza (3.20), gli elementi della matrice di dominanza di discordanza G si determinano secondo quanto contenuto nella (3.15).

$$\underline{d} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^n \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n d_{kp} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} g_{kp} &= 1 && \text{se } d_{kp} \geq \underline{d} \\ g_{kp} &= 0 && \text{se } d_{kp} < \underline{c} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Fase 6: determinazione della matrice di dominanza aggregata.

Il generico elemento di tale matrice è definito come prodotto degli omologhi elementi delle matrici C e G precedentemente determinate.

$$e_{kp} = f_{kp} \cdot g_{kp} \quad (3.22)$$

Fase 7: eliminazione delle alternative meno favorevoli.

Nota la matrice di dominanza aggregata, è possibile stabilire un parziale ordine di preferenza delle alternative e, dunque, eliminare quelle meno favorevoli. Infatti, se risulta $e_{kp} = 1$, l'alternativa k -ma è da preferire a quella p -ma perché risulta tale sia secondo il criterio della concordanza che secondo quello della discordanza.

Si deduce, poi, che se una colonna della matrice di dominanza aggregata ha almeno un elemento uguale ad 1, allora l'alternativa ad essa corrispondente può considerarsi dominata da quella corrispondente alla riga in cui compare l'elemento unitario. È possibile, dunque, semplicemente eliminare tutte le colonne che posseggono almeno un elemento pari ad 1. Eliminate le alternative dominate, il procedimento si può iterare variando le soglie \underline{c} e \underline{d} fino a determinare la migliore alternativa come quella che domina tutte le altre nel senso detto.

3.2.5 Metodo TOPSIS

Il metodo TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarità to Ideal Solution*) è stato sviluppato da Hwang e Yoon nel 1981 come alternativa al metodo ELECTRE e può essere considerato una delle sue varianti più diffusamente accettata ed applicata. Il concetto posto alla base del metodo è che l'alternativa da selezionare dovrebbe avere la minima distanza dalla soluzione *ideale* e la

massima distanza da quella peggiore ideale (indicata nel seguito come *negativa-ideale*). Dunque, scopo ultimo del metodo TOPSIS è quello di definire le due soluzioni virtuali (ideale e negativa-ideale) e di misurare, rispetto a queste, la distanza di ciascuna alternativa reale.

Anche il metodo TOPSIS parte dalla conoscenza preventiva della matrice di decisione D (Fig. 3.1), riportata nella (3.23). Le fasi che portano all'individuazione della *migliore* alternativa sono descritte nel seguito.

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Le prime due fasi del metodo TOPSIS ed ELECTRE coincidono. Si riportano, per completezza, anche qui, adottando i simboli più comunemente utilizzati in letteratura.

Fase 1: costruzione della matrice di decisione normalizzata R .

Tale normalizzazione, necessaria in virtù della presenza (in generale) di diverse unità di misura nella matrice D , si effettua determinando ciascun elemento r_{ij} della matrice R (3.25) come indicato nella (3.24).

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n a_{kj}^2}} \quad (3.24)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Fase 2: costruzione della matrice di decisione normalizzata pesata.

Ciascuna colonna della matrice decisionale normalizzata R deve essere moltiplicata per il peso del criterio ad essa corrispondente. La matrice normalizzata pesata si indica nel seguito con V .

$$V = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_m r_{1m} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_m r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1 r_{n1} & w_2 r_{n2} & \dots & w_m r_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1m} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nm} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Fase 3: determinazione della soluzione *ideale* A^* e della soluzione *negativa-ideale* A^- .

Le soluzioni A^* e A^- sono soluzioni virtuali costruite sulla scorta delle valutazioni normalizzate e pesate contenute nella matrice V . La soluzione ideale A^* si determina considerando, per ciascun criterio, la migliore prestazione offerta dalle alternative in gioco. La soluzione A^- si ottiene, invece, combinando le peggiori prestazioni delle alternative rispetto a ciascun criterio. È chiaro che per “migliore” prestazione si intende il massimo valore offerto dalle alternative, se ci si riferisce ad un criterio di beneficio, il minimo, se invece, si sta facendo riferimento ad un criterio di costo. Viceversa, per la definizione di “peggiore prestazione. Detto allora J_b l’insieme di criteri di beneficio considerati e J_c quello dei criteri di costo, la definizione analitica delle due soluzioni virtuali può essere fornita come nelle (3.27) e (3.28).

$$A^* = \left\{ \left(\max_i v_{ij} \mid j \in J_b \right), \left(\min_i v_{ij} \mid j \in J_c \right), i = 1, 2, \dots, n \right\} = \{v_{1^*}, v_{2^*}, \dots, v_{n^*}\} \quad (3.27)$$

$$A^- = \left\{ \left(\min_i v_{ij} \mid j \in J_b \right), \left(\max_i v_{ij} \mid j \in J_c \right), i = 1, 2, \dots, n \right\} = \{v_{1^-}, v_{2^-}, \dots, v_{n^-}\} \quad (3.28)$$

Fase 4: calcolo della distanza di ciascuna alternativa (reale) dalle due alternative (virtuali) A^* e A^- .

Ciascuna delle n alternative (reali) A_i e due alternative (virtuali) A^* e A^- può essere intesa come un punto in uno spazio a m dimensioni (si ricorda che m è il numero di criteri) ove il generico j -mo asse misuri le prestazioni normalizzate e pesate (del tipo v_{ij}) della considerata alternativa rispetto al criterio C_j . Ciò fatto, la distanza euclidea S_{i^*} dell'alternativa A_i ($i=1, 2, \dots, n$) da quella ideale A^* e quella S_{i^-} di A_i dalla negativa-ideale A^- possono banalmente ottenersi, per definizione, come nelle (3.29) e (3.30).

$$S_{i^*} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_{j^*})^2} \quad \text{per } i=1, 2, \dots, n \quad (3.29)$$

$$S_{i^-} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_{j^-})^2} \quad \text{per } i=1, 2, \dots, n \quad (3.30)$$

Fase 5: determinazione della distanza relativa delle alternative dalla soluzione ideale.

Note le distanze S_{i^*} e S_{i^-} dell'alternativa A_i ($i=1, 2, \dots, n$) dalle soluzioni virtuali A^* e A^- rispettivamente, è possibile determinare la distanza relativa dell'alternativa stessa dalla soluzione ideale mediante il seguente rapporto:

$$C_{i^*} = \frac{S_{i^-}}{S_{i^-} + S_{i^*}} \quad (3.31)$$

È evidente che, se A_i coincide con la soluzione negativa-ideale A^- , risulta $S_{i^-} = 0$ e, dunque, $C_{i^*} = 0$. Viceversa, per $A_i = A^*$ risulta $S_{i^*} = 0$ e, dunque, $C_{i^*} = 1$. In generale è:

$$0 \leq C_{i^*} \leq 1 \quad (3.32)$$

Fase 6: classifica di preferenza delle alternative.

Per quanto appena osservato, appare chiaro che una classifica di preferenza delle alternative possa condursi con riferimento

proprio al valore che C_i^* assume per ogni alternativa. In particolare, sono da preferire le soluzioni caratterizzate dal più alto valore C_i^* .

Osservando la struttura (3.31) del rapporto C_i^* (definito, appunto, distanza *relativa*) è importante notare che, ai fini della classifica delle soluzioni, non conta solo la distanza delle alternative da quella ideale, ma anche quella delle stesse dalla soluzione negativa-ideale. Ebbene, spesso accade che la soluzione migliore (quella caratterizzata, cioè, dal più alto valore di C_i^*) presenta contemporaneamente la distanza minima da A^* e quella massima da A^- . Tuttavia, in taluni casi tale condizione non si verifica. Si considerino due alternative qualsiasi A_k e A_p . Affinché risulti la prima preferibile alla seconda basta che sia $C_k^* > C_p^*$ ovvero, sostituendo l'espressione (3.31):

$$\frac{S_{k-}}{S_{k-} + S_{k^*}} > \frac{S_{p-}}{S_{p-} + S_{p^*}} \quad (3.33)$$

Ebbene, tale disuguaglianza è verificata se risulta:

$$S_{k^*} < S_{p^*} \text{ e } S_{k-} > S_{p-} \quad (3.34)$$

che è la situazione tipica cui si è fatto cenno, ma può anche aversi per:

$$S_{k^*} > S_{p^*} \text{ e } S_{k-} > S_{p-} \text{ con } S_{k^*} < \frac{S_{p^*} S_{k-}}{S_{p-}} \quad (3.35)$$

Dunque l'alternativa A_k potrà risultare migliore dell'alternativa A_p anche se presenta una maggiore distanza dalla soluzione ideale, purché la terza disuguaglianza (3.35) sia rispettata e, cioè, se A_k risulta anche significativamente più distante da A^- rispetto ad A_p .

3.2.6 Metodo VIKOR

Il metodo VIKOR o metodo della classifica di compromesso (*compromise ranking method*) è stato introdotto da Opricovic nel 1998. Partendo dalla determinazione preventiva della matrice di decisione e dei pesi dei criteri ed adottando i simboli finora utilizzati, esso classifica le alternative A_i ($i=1, 2, \dots, n$) in funzione dei valori che tre quantità scalari (S_i , R_i e Q_i) assumono per ciascuna di esse. Per comprenderne il significato, si descrivono di seguito le fasi della procedura.

Fase 1. Si determinano le migliori e le peggiori prestazioni, a_j^* e a_j^- rispettivamente, di tutte le alternative rispetto a ciascun criterio ($j=1, 2, \dots, m$). Se il j -mo criterio è di tipo *beneficio* è:

$$a_j^* = \max_i a_{ij} \quad ; \quad a_j^- = \min_i a_{ij} \quad (3.36)$$

Viceversa se è un criterio di tipo *costo*:

$$a_j^* = \min_i a_{ij} \quad ; \quad a_j^- = \max_i a_{ij} \quad (3.37)$$

Fase 2. Si calcolano i valori S_i e R_i per ciascuna alternativa ($i=1, 2, \dots, n$) nel modo che segue:

$$S_i = \sum_{j=1}^m \frac{w_j(a_j^* - a_{ij})}{a_j^* - a_j^-} \quad ; \quad R_i = \max_j \left[\frac{w_j(a_j^* - a_{ij})}{a_j^* - a_j^-} \right] \quad (3.38)$$

Fase 3. Si calcolano i valori Q_i per ciascuna alternativa ($i=1, 2, \dots, n$) nel modo che segue:

$$Q_i = \nu \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - \nu) \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*} \quad (3.39)$$

ove:

$$S^* = \min_i S_i \quad ; \quad S^- = \max_i S_i \quad ; \quad R^* = \min_i R_i \quad ; \quad R^- = \max_i R_i \quad (3.40)$$

Il termine v è introdotto come variabile (di valore compreso tra 0 e 1) atta a dare un differente peso ai due addendi nell'espressione (3.39) di Q_i . Può dirsi, in pratica, che assumendo $v > 0.5$ si dà maggior peso al primo addendo e, dunque, alla risposta globale di ciascuna alternativa ai criteri visti nel loro complesso. Con $v < 0.5$, invece, si conferisce maggior peso al secondo addendo e, quindi, all'entità delle peggiori prestazioni offerte dalle alternative nei confronti dei singoli criteri. Quando si vuol dare uguale importanza ai due aspetti si pone, ovviamente, $v = 0.5$.

Fase 4. Si classificano le alternative in funzione del valore che Q_i assume per ciascuna di esse. L'alternativa migliore A' (soluzione *compromesso*) è quella caratterizzata dal minor valore di Q_i se, però, sono soddisfatti i seguenti due criteri di *accettabilità*:

C1. "Vantaggio Accettabile". Deve risultare, cioè:

$$Q(A'') - Q(A') \geq DQ \quad (3.41)$$

se con A'' si indica l'alternativa cui corrisponde il secondo miglior valore di Q_i e con DQ il seguente rapporto:

$$DQ = \frac{1}{n-1} \quad (3.42)$$

con n , al solito, pari al numero di alternative.

C2. "Accettabile stabilità della decisione". L'alternativa A' deve essere anche la migliore, ovvero presentare il valore minimo, nella classifica in termini di S_i e/o di R_i .

Se una delle due condizioni non è soddisfatta, non è possibile individuare in modo diretto la migliore soluzione, bensì è possibile individuare un set di soluzioni compromesso all'interno del gruppo di alternative preso in esame. Tale set è costituito dalle:

- alternative A' e A'' se solo la condizione C2 non è soddisfatta; oppure dalle
- alternative $A', A'', \dots, A^{(N)}$ se la condizione C1 non è soddisfatta. $A^{(N)}$ è l'ultima soluzione (presa nell'ordine classificato secondo i valori Q_i) per la quale risulti ancora $Q(A^{(N)}) - Q(A') < DQ$. Le alternative del set individuato sono, allora, caratterizzate da una sensibile "vicinanza" reciproca.

3.2.7 Criticità nell'applicazione dei metodi MCDM

È stato posto in evidenza che ciascuno dei metodi MCDM si basa sulla conoscenza preventiva della *matrice di decisione* (dunque delle valutazioni di tutte le alternative rispetto a ciascun criterio di giudizio) nonché dei *pesi dei criteri*. Note tali quantità, infatti, ciascuno dei metodi descritti in precedenza consente, in generale, di giungere a definire una soluzione ottima (o un gruppo di soluzioni compromesso) in modo praticamente “automatico”. Molte delle difficoltà oggettive nell'applicazione di tali metodi risiede, però, proprio nella compilazione della matrice di decisione e nella definizione dei pesi dei criteri.

3.2.7.1 Valutazione delle alternative rispetto a criteri qualitativi: conversione in termini quantitativi

Per quanto riguarda il primo aspetto critico segnalato sopra, consistente nella compilazione della matrice di decisione, occorre tener conto del fatto che, mentre la valutazione delle alternative rispetto ai criteri cosiddetti *quantitativi* (quali costi, tempi, ecc.) può essere espressa in maniera diretta (da soggetti competenti del settore investito), per quella nei riguardi dei criteri *qualitativi* (quali, nel caso del problema dell'adeguamento sismico, il grado di compatibilità estetico-funzionale dell'intervento con la struttura esistente, il livello di invasività dello stesso, della sua reversibilità, ecc.), data la natura stessa di detti criteri, non sono consentiti che giudizi di tipo linguistico. Si pone, pertanto, ai fini della completa e numerica compilazione della matrice di decisione, il problema della conversione dei giudizi qualitativi in valutazioni di tipo quantitativo.

Esistono diverse procedure in letteratura che consentono tale tipo di conversione. In questa sede si ritiene tra le più efficaci e di pratico utilizzo quella basata sul metodo dell'autovalore di Saaty, descritto al paragrafo 3.2.3.2.. Fissato il criterio qualitativo rispetto al quale occorre fornire le valutazioni numeriche, essa richiede al DM di esprimere, servendosi della scala di Saaty di cui in Tab. 3.1, giudizi di preferenza delle alternative, prese due alla volta, in

termini di grado di rispondenza al criterio in esame. Si compila, in tal modo, la matrice dei confronti binari. Si osserva che, se n sono le alternative e, dunque, $n \times n$ le dimensioni della suddetta matrice, il DM è chiamato a fornire un numero di giudizi pari solo a:

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad (3.43)$$

in quanto occorre escludere gli elementi unitari disposti sulla diagonale principale e quelli posti al di sotto della stessa che, come noto, risultano automaticamente definiti come i reciproci di quelli in posizione ad essi simmetrica.

Applicando, allora, il metodo dell'autovalore, si individua l'autovettore principale della matrice su definita, che rappresenta, con i suoi n elementi, proprio la valutazione quantitativa delle n alternative rispetto al criterio qualitativo in esame.

Un'apposita misura di consistenza, eseguita come descritta al paragrafo 3.2.3.2, consente, poi, di giudicare se i giudizi binari del DM sono stati da lui espressi in maniera sufficientemente coerente. In caso di esito negativo di tale controllo, l'autovettore calcolato è da intendersi non attendibile e la procedura va ripetuta (reinterpellando il decisore) finché non si raggiunge un grado di consistenza ritenuto adeguato (in accordo ai criteri descritti nel paragrafo citato).

3.2.7.2 Determinazione dei pesi dei criteri

L'altro aspetto critico, citato in precedenza, nell'applicazione pratica dei metodi MCDM consiste nella definizione dei *pesi dei criteri*. L'esigenza del loro utilizzo discende dalla necessità del decisore di differenziare l'importanza che, a suo parere, ciascun criterio deve avere nella selezione dell'alternativa ottima.

Si intuisce che i pesi dei criteri assumono un ruolo fondamentale nel processo decisionale. In base al valore che essi assumono, infatti, alcune valutazioni delle alternative saranno amplificate (conferendo, dunque, ad esse maggiore "importanza"), altre saranno ridotte: la classifica finale delle alternative può essere, in generale, stravolta in corrispondenza di variazioni

sensibili del valore dei pesi. Appare evidente, pertanto, il bisogno di uno strumento analitico che supporti il DM nel fornire tali valori di importanza relativa (generalmente espressa in termini percentuali), che ne garantisca un adeguato grado di affidabilità e coerenza con le reali volontà del decisore.

A tal fine si ritiene opportuno adottare anche in questo caso il metodo dell'autovalore di Saaty, già applicato per la conversione delle variabili qualitative in quantitative e descritto in linee generali nel paragrafo 3.2.3.2.. Tale strumento, come già evidenziato in precedenza, richiede al DM solo confronti piuttosto semplici perché condotti considerando solo due criteri alla volta. Non presuppone, cioè, che il decisore debba esprimere difficili misurazioni cardinali delle sue preferenze assolute. A ciascuno di tali confronti corrisponde un giudizio di importanza relativa tra i due criteri considerati, espresso numericamente con l'ausilio della scala di Saaty (Tab. 3.1). L'elemento i -mo dell'autovettore principale della matrice di confronti binari così costruita può essere considerato il peso di importanza del criterio i -mo implicitamente espressione dei molteplici semplici giudizi di preferenza espressi dal DM. La misura di consistenza, eseguita come descritto nei paragrafi precedenti, consentirà, poi, di giudicare se il decisore ha espresso tali giudizi in modo adeguatamente coerente o se è, invece, opportuno richiederli di riformulare i confronti di importanza.

3.2.8 Scelta del metodo MCDM per il problema dell'adeguamento sismico

Occorre operare la scelta del metodo MCDM che meglio si adatti al problema decisionale connesso all'adeguamento sismico di un edificio esistente. Decidendo di adottare uno di quelli precedentemente descritti, più diffusamente applicati in letteratura, si ritiene opportuno selezionare il metodo TOPSIS.

Tale metodo consente, in modo agevole, di tener conto del fatto che alcuni criteri di giudizio possono essere di tipo *costo* ed altri di tipo *beneficio* (cosa, tra l'altro, impossibile per altri; il

metodo della somma pesata e quello del prodotto pesato, ad esempio). Le soluzioni virtuali A^* e A^- che esso determina, infatti, semplicemente raggruppano in sé rispettivamente le *migliori* e le *peggiori* prestazioni offerte dalle alternative in gioco rispetto a tutti i criteri, intendendo per “migliore” il *massimo* valore per i criteri di *beneficio*, il *minimo*, per i criteri di *costo*. Viceversa, per la definizione di “peggiore” prestazione.

Anche il metodo VIKOR consente tale tipo di considerazioni. Tuttavia, si preferisce, in questa sede, adottare il TOPSIS in virtù della semplice comprensione “fisica” o, meglio, geometrica del modo in cui viene affrontato il problema decisionale e della possibilità di visualizzare la posizione reciproca delle diverse alternative nello spazio dei criteri, ivi includendo anche le soluzioni ideale e negativa-ideale.

La procedura decisionale volta alla selezione dell'intervento di adeguamento sismico di un edificio, come anticipato al Cap. 1, deve necessariamente prevedere la progettazione completa di ciascuna alternativa. È chiaro che, per la pratica applicabilità del metodo, è bene scegliere un numero non eccessivo di soluzioni alternative. D'altra parte, come è stato già osservato, le carenze prestazionali esibite dall'edificio durante la fase di valutazione consentono già di scartare molte tipologie di intervento, tra le molteplici viste al Cap. 2, perché non volte a sanare le deficienze stesse. Altri interventi, infine, non possono, talvolta, essere proprio considerati per l'impossibilità pratica, logistica della loro effettiva implementazione sul caso in oggetto.

Ciò premesso, non si ritiene opportuno adottare metodi come ELECTRE o VIKOR che si ritengono più adatti, per loro natura, ai problemi decisionali con pochi criteri e numerose alternative.

È noto che il metodo TOPSIS, come gli altri, prevede la determinazione preventiva della matrice di decisione (dunque la valutazione di ciascuna alternativa rispetto a ciascuno dei criteri di giudizio, quantitativi e qualitativi) e dei pesi dei criteri. Come detto nei paragrafi precedenti, è stato scelto di adottare il *metodo dell'autovalore* e dei *confronti binari* per la conversione delle valutazioni qualitative in termini quantitativi e per la definizione dell'importanza relativa (peso) dei criteri di giudizio.

Capitolo 4

Valutazione sismica di un edificio in c.a. (caso studio) e strategie alternative di adeguamento

Obiettivo dell'applicazione ad un caso studio della procedura decisionale proposta è individuare, analizzare e risolvere tutte le criticità tipicamente occorrenti nell'utilizzo pratico del metodo e fornire, al tempo stesso, un esempio numerico completo che ne agevoli la comprensione.

Questo capitolo contiene la descrizione dell'edificio in calcestruzzo cementizio armato assunto come caso studio, nonché la valutazione delle sue prestazioni sismiche. L'esito negativo del confronto tra la capacità sismica della struttura nel suo stato originale e la domanda imposta dalla normativa vigente mette in luce la necessità di *adeguare* l'edificio stesso. Nell'ultima parte del capitolo è, allora, contenuta la definizione di un gruppo di interventi di adeguamento alternativi che costituirà il *set* cui applicare (nei successivi capitoli) il metodo MCDM prescelto (TOPSIS) per la selezione della soluzione ottima.

4.1. DESCRIZIONE E MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA

Trattasi di un edificio di tre piani, in calcestruzzo cementizio armato (c.a., nel seguito) con barre lisce, irregolare in pianta, progettato per soli carichi verticali e senza particolare cura dei dettagli costruttivi. Tale struttura è stata realizzata in scala reale presso il laboratorio ELSA (*European Laboratory for Structural Assessment*) del centro comune di ricerca JRC (*Joint Research Center*) di Ispra (VA) per un progetto di ricerca europeo denominato SPEAR (da *Seismic PERformance Assessment and Rehabilitation*, Fardis e Negro 2005).

È opportuno specificare che la campagna sperimentale condotta su tale edificio non è oggetto del presente lavoro. La scelta della struttura SPEAR come caso studio scaturisce dal fatto che essa è stata volutamente progettata senza alcun criterio antisismico (in accordo con la normativa greca in vigore dal 1954 al 1995) e può pertanto ritenersi rappresentativa della gran parte delle costruzioni dell'Europa meridionale realizzate in epoca (anni '60 e '70) precedente la nascita dei moderni codici di progettazione in zona sismica. In più si è goduto del vantaggio, rispetto ad un edificio reale, dell'accurata conoscenza preventiva di tutti i dettagli strutturali (geometria, caratteristiche dei materiali, distinte di armatura, staffe, ecc.) necessari per una corretta modellazione, altrimenti reperibili mediante indagini generalmente laboriose.

È stato assunto che l'edificio sorga nel comune di Pomigliano d'Arco (NA): tale sito è stato classificato come sismico per la prima volta nel 2003 (OPCM 3274/2003) e rientra, allora, tra le aree italiane in cui è di fatto molto forte ed urgente l'esigenza di adeguamento delle strutture esistenti. Il suolo è supposto di tipo sabbioso-ghiaioso, mediamente addensato (classificato come suolo *tipo C* dalla norma di cui sopra).

La pianta tipo dell'edificio è riportata in Fig. 4.1., ove sono altresì indicate le etichette dei pilastri (C1, C2, ..., C9) e delle travi (B1, B2, ..., B12) nonché il sistema di assi cartesiani X, Y (Z è verticale) assunto. Sulla destra è visibile un balcone, presente a tutti i piani, avente larghezza variabile da 0,7 m a 1,7 m.

L'altezza di interpiano è 3,0 m (cfr. Fig. 4.2).

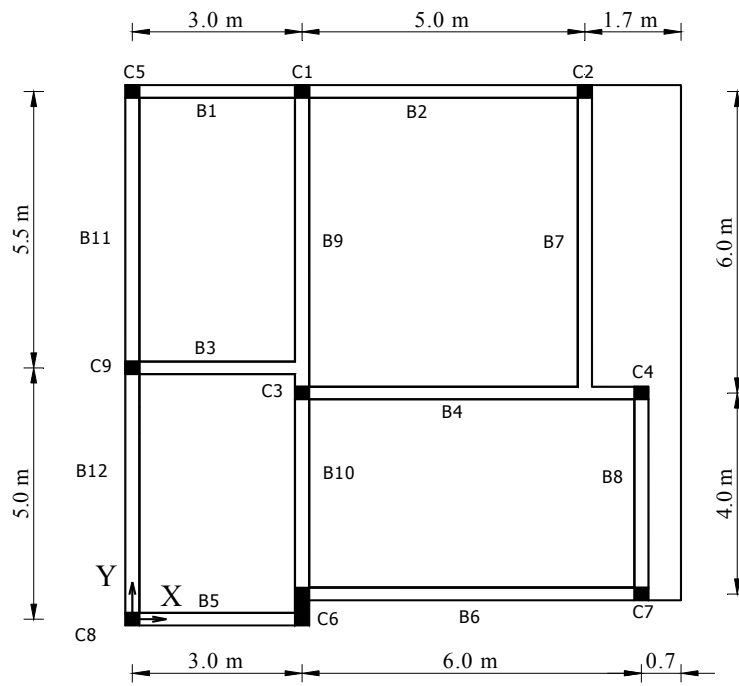


Fig. 4.1 Pianta tipo dell'edificio SPEAR

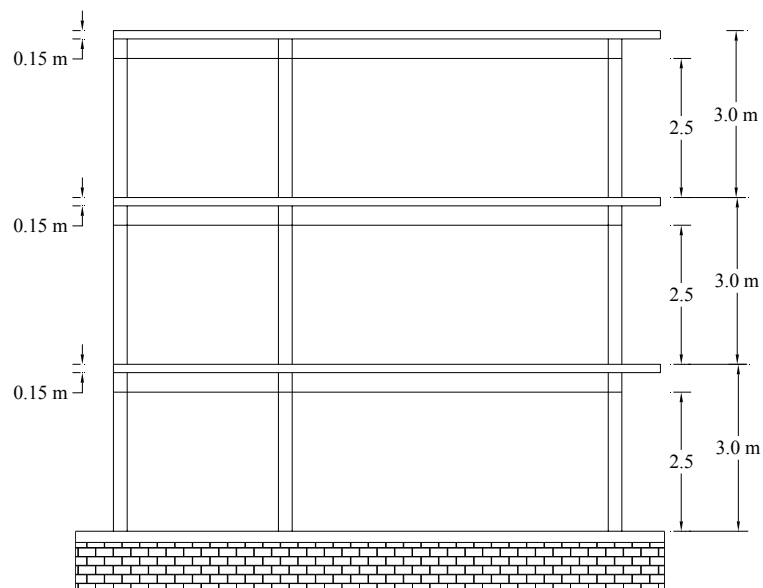


Fig. 4.2 Vista (nel piano XZ) dell'edificio

La pianta è fortemente irregolare in virtù della presenza di un pilastro molto più rigido degli altri (C6) e di alcuni innesti diretti trave-trave, cosiddetti a *baionetta* (ovvero con pilastro assente nell'intersezione delle travi). Questa particolare configurazione in pianta della struttura comporta, come si vedrà nel seguito, una significativa torsio-deformabilità dell'edificio, particolarmente dannosa in zona sismica, dovuta alla significativa distanza tra il baricentro delle masse di ciascun piano da quello delle rigidezze.

In Fig. 4.3 è riportata una foto dell'edificio scattata presso il laboratorio ELSA.



Fig. 4.3 Foto della struttura SPEAR presso il laboratorio ELSA di Ispra (VR)

Le travi hanno tutte la stessa sezione rettangolare $30 \times 50 \text{ cm}^2$. Anche i pilastri hanno tutti ugual sezione trasversale, $25 \times 25 \text{ cm}^2$, eccezione fatta per la colonna C6, cui si è fatto già cenno in precedenza, che ha sezione $25 \times 75 \text{ cm}^2$. Gli elementi strutturali si ripetono identicamente nei diversi piani. I solai sono realizzati con solette piene di spessore 15 cm .

Le Figg. 4.4 e 4.5 mostrano l'armatura tipo nelle travi e nei pilastri. Le travi sono armate con barre lisce $\Phi 12 \text{ mm}$ e $\Phi 20 \text{ mm}$, dritte o con sagome a 45° . In pratica, due barre $\Phi 12 \text{ mm}$ sono

disposte nella parte superiore della sezione, quattro barre $\Phi 12$ mm nella parte inferiore (tre nella trave B4), due delle quali arrivano agli appoggi, le altre due sono, invece, piegate verso il lembo superiore in prossimità degli appoggi stessi. Due barre $\Phi 20$ mm sono state aggiunte in corrispondenza dell'incrocio delle travi B9 e B10 con la colonna C3.

I pilastri presentano un'armatura longitudinale costituita da 4 barre $\Phi 12$ mm (una per angolo), eccezion fatta per la colonna C6 armata, invece, con 10 barre $\Phi 12$ mm distribuite lungo il perimetro come mostrato in figura.

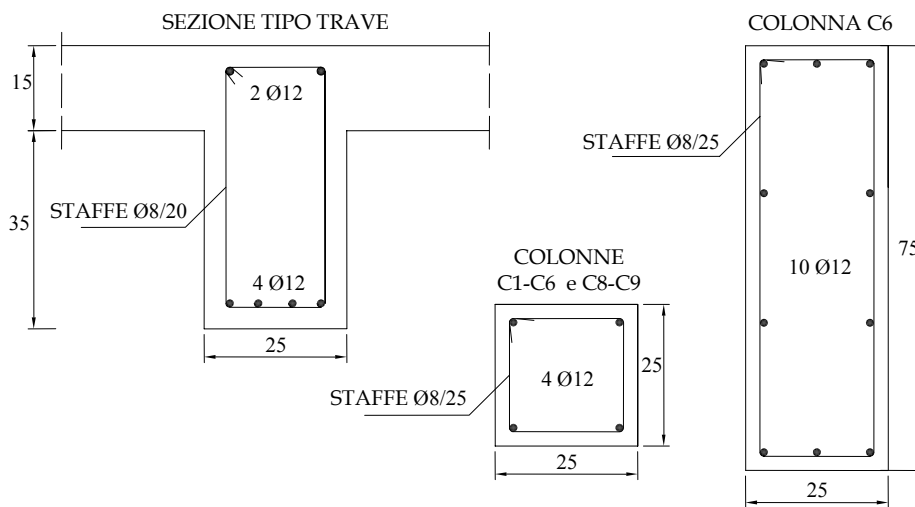


Fig. 4.4 Sezioni tipo delle travi e dei pilastri (dimensioni in *cm*)

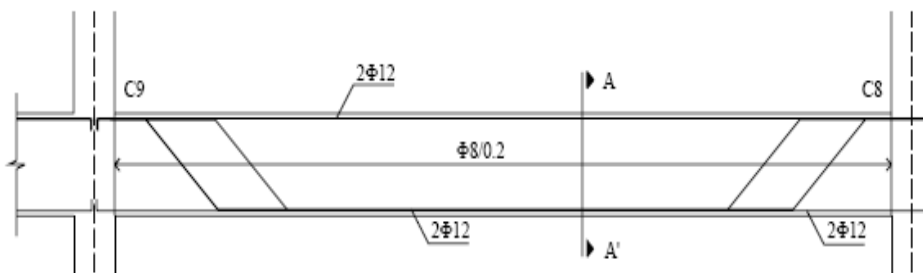


Fig. 4.5 Sezione longitudinale tipo di una trave (Jeong e Elnashai, 2004)

Le staffe sono realizzate mediante barre lisce $\Phi 8 \text{ mm}$ e poste ad interasse di 200 mm nelle travi e 250 mm nei pilastri. Sono assenti nei nodi trave-colonna. Essendo state progettate solo per resistere al taglio generato dai carichi gravitazionali, si può affermare che il confinamento al calcestruzzo da esse fornito sia del tutto trascurabile (Jeong e Elnashai, 2004).

4.1.1 Proprietà dei materiali e modelli di comportamento meccanico

Il calcestruzzo utilizzato per la realizzazione dell'edificio in esame ha resistenza nominale f_c pari a 25 MPa . Le barre lisce $\Phi 12 \text{ mm}$ e $\Phi 20 \text{ mm}$ disposte nelle travi e nei pilastri hanno, invece, le caratteristiche meccaniche riassunte nella Tab. 4.1.

Per il calcestruzzo è stato assunto, quale legame costitutivo σ - ε , il modello proposto da Mander et al. (1988). È stato determinato il rapporto di confinamento K tra la resistenza del calcestruzzo confinato f'_{cc} e quella del calcestruzzo semplice f'_c : a causa dell'insufficienza di staffe, K risulta essere prossimo all'unità. È per tale motivo che è stato trascurato del tutto l'effetto di confinamento sul calcestruzzo. La deformazione ultima ε_{cu} del calcestruzzo è stata assunta pari a 0.004.

In Fig. 4.6 sono raffigurati, per l'acciaio e per il calcestruzzo, i diagrammi dei legami costitutivi assunti.

Tab. 4.1 Proprietà meccaniche dell'acciaio in barre (Jeong e Elnashai, 2004)

Diametro barre Φ (mm)	Resistenza snervamento f_y (MPa)	Resistenza rottura f_u (MPa)	Modulo elastico E_1 (MPa)	Mod. elastico post snerv. E_2 (MPa)	E_2/E_1	Deform. ultima ε_u
12	459	571	206000	650	0,0032	0,174
20	377	567	206000	11477	0,0056	0,168

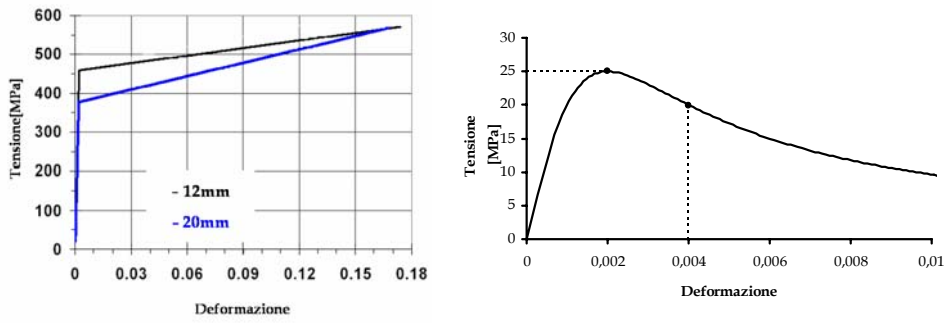


Fig. 4.6 Diagrammi σ - ϵ assunti per l'acciaio in barre (a sinistra, Jeong e Elnashai, 2004) ed il calcestruzzo (a destra)

4.1.2 Carichi gravitazionali e masse

I carichi gravitazionali sono assunti pari alla somma dei carichi permanenti totali (somma, a loro volta, del peso proprio degli elementi strutturali e di quello delle finiture, pari a 0.5 kN/m^2) e del 30% di quelli accidentali (2 kN/m^2). Come descritto nel paragrafo che segue, ai fini dell'analisi dell'edificio, tali carichi sono stati applicati, secondo il metodo delle *aree di influenza*, alle travi poste a ciascun piano.

Le masse associate a ciascun piano sono state, poi, valutate rapportando i *pesi* di piano per l'accelerazione di gravità $g=9,81 \text{ m/s}^2$, ottenendo i risultati di cui in Tab. 4.2.

Tab. 4.2 Carico gravitazionale e massa di ciascun piano

Piano <i>n.</i>	Peso di piano <i>kN</i>	Massa di piano <i>t</i>
1	647	66,0
2	647	66,0
3	621	63,3

4.1.3 Modellazione della struttura

L'edificio è stato modellato utilizzando il software agli elementi finiti *SAP 2000 Non linear 8.2.3*, prodotto dalla *Computers and Structures, Inc.* di Berkeley, California (Sap 2000, 1998). Sono stati adottati tutti elementi tipo *frame* (monodimensionali) collegati l'un l'altro da nodi (intesi di dimensioni pari agli spessori degli elementi in esso confluenti) rigidi. I pilastri al primo piano sono incastrati alla base. I solai non sono stati modellati quali elementi strutturali, ma si è tenuto conto della loro collaborazione in termini di rigidezza e resistenza con le travi adottando per queste, non già la sezione rettangolare 25x50 cm, bensì una sezione a T (Fig. 4.7) caratterizzata da una *larghezza efficace* della flangia superiore pari alla larghezza, 25 cm, della trave più 7% della luce netta da ciascuno dei due lati (Fardis, 1994). Le caratteristiche, così valutate, della geometria trasversale delle 12 travi sono riportate in Tab. 4.3, ove i simboli assumono il significato indicato in Fig. 4.7.

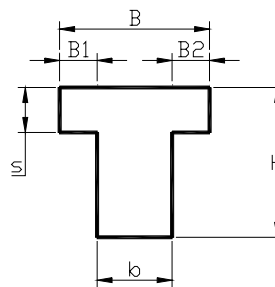


Fig. 4.7 Sezione trasversale a T per le travi

L'elevata rigidezza del solaio nel suo piano è stata, poi, portata in conto applicando a ciascun nodo di uno stesso piano un vincolo interno (*diaframma*) che garantisce un moto rigido dei nodi stessi nel piano dell'impalcato.

La modellazione del nodo tra le travi B5, B6 ed il pilastro C6 ha meritato un'attenzione particolare. Si è scelto di modellare ciascuno degli elementi in esso confluenti (B5, B6, C6) come elementi monodimensionali rappresentati al SAP2000 dal loro asse geometrico e dalla rispettiva sezione trasversale. La connessione tra questi 3 assi è stata, poi, garantita dall'introduzione di opportuni bracci rigidi, come indicato in Fig. 4.8.

Al fine della determinazione delle sollecitazioni indotte dai soli carichi gravitazionali, non avendo modellato l'elemento strutturale solaio, si è dovuto procedere alla ripartizione sulle travi dei carichi agenti sulle solette, adottando il metodo delle *aree di influenza*, assunte come schematicamente indicato nella Fig. 4.9.

Tab. 4.3 Caratteristiche della geometria trasversale a T delle travi

Trave	b (mm)	H (mm)	s (mm)	B1 (mm)	B2 (mm)	B (mm)
B1	250	500	150	192,5	0	442,5
B2	250	500	150	332,5	0	582,5
B3	250	500	150	192,5	192,5	635
B4	250	500	150	402,5	402,5	1055
B5	250	500	150	192,5	0	442,5
B6	250	500	150	402,5	0	652,5
B7	250	500	150	402,5	402,5	1055
B8	250	500	150	262,5	262,5	775
B9	250	500	150	402,5	402,5	1055
B10	250	500	150	262,5	262,5	775
B11	250	500	150	367,5	0	617,5
B12	250	500	150	332,5	0	582,5

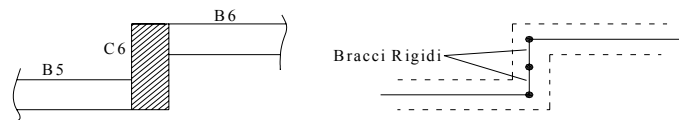


Fig. 4.8 Particolare modellazione del nodo tra le travi B5 e B6 ed il pilastro C6

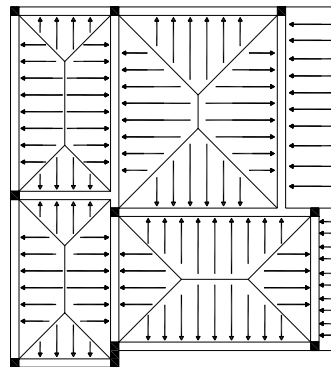


Fig. 4.9 Aree di influenza per la ripartizione dei carichi gravitazionali sulle travi

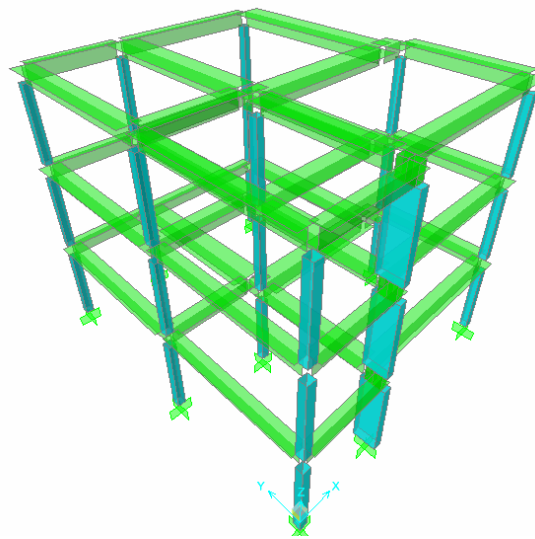


Fig. 4.10 Modello 3D dell'edificio (SAP2000)

La modellazione dinamica si completa introducendo un nodo *master* per ciascun impalcato, avente le coordinate x_{Gm} , y_{Gm} del *baricentro delle masse* di quel piano, cui si associa l'intera massa del piano stesso. Al fine di garantire un comportamento dinamico della struttura quanto più fedele a quello reale, tali coordinate sono state valutate, non già semplicemente come quelle del baricentro geometrico dell'area in pianta degli impalcati, bensì operando un calcolo rigoroso del baricentro delle masse realizzato portando in conto l'effettiva posizione in pianta e la reale entità delle singole masse (associate ai carichi fissi ed al 30% di quelli accidentali, come detto) afferenti a quell'impalcato. Tale calcolo ha condotto anche alla valutazione del raggio $\rho_{z,g}$ e del momento di inerzia polare I_z di ciascun impalcato. I risultati ottenuti sono riportati nella tabella che segue.

Tab. 4.4 Massa totale, baricentro delle masse e caratteristiche inerziali di ciascun impalcato

impalcato	massa (t)	x_{Gm} (m)	y_{Gm} (m)	$\rho_{z,g}^2$ (m ²)	I_z (t m ²)
1°	66,0	4,55	5,30	18,96	1251
2°					
3°	63,3	4,58	5,34	18,49	1171

Si ritiene utile riportare qui anche la valutazione del *baricentro delle rigidezze* G_R per ciascun piano, al fine di valutare l'eccentricità esistente tra questo ed il baricentro delle masse G_M . È stata effettuata, a tal fine, un'analisi statica lineare dell'edificio lungo le due direzioni X e Y, assumendo la distribuzione di forze laterali prevista dalla normativa sismica italiana (OPCM 3431, 2005). Facendo riferimento ad un piano alla volta, è stato valutato il valore del taglio V_p sollecitante ciascun pilastro e misurato lo spostamento orizzontale relativo d_p tra le sue due estremità. Il rapporto V_p/d_p costituisce la rigidezza laterale della colonna in esame, nella direzione parallela a quella del sisma applicato. Determinato il valore della rigidezza laterale V_p/d_p di ciascun pilastro a ciascun piano e per ciascuna delle due direzioni del sisma, X e Y, le coordinate x_{Gr} , y_{Gr} del baricentro delle rigidezze del generico piano possono agevolmente calcolarsi rapportando i momenti statici delle rigidezze laterali dei pilastri di quel piano rispetto agli assi Y e X rispettivamente, per la somma delle rigidezze stesse. Si ricavano, così, i valori contenuti nella Tab. 4.5 ove sono, altresì, riportate le coordinate x_{Gm} , y_{Gm} del baricentro delle masse ed i valori e_x , e_y delle eccentricità riscontrate tra G_M e G_R ai vari piani.

Le eccentricità tra baricentro delle masse e delle rigidezze sono tutt'altro che trascurabili. È questa una diretta conseguenza dell'irregolarità in pianta dell'edificio ed, in particolare, della presenza del pilastro C6, molto più rigido (almeno in direzione Y) degli altri ed in posizione decentrata. Tali eccentricità (cfr. Fig. 4.11) rendono l'edificio *torsiodeformabile* nel senso che, sottoposto al terremoto, tenderà facilmente ad oscillazioni rotazionali (intorno all'asse Z), oltre che traslazionali, particolarmente pericolose a causa della pressoflessione deviata indotta nei pilastri.

Tab. 4.5 Posizione baricentro delle masse e delle rigidezze elastiche ai vari piani: eccentricità.

Piano	Baricentro masse		Baricentro rigidezze		Eccentricità G_M-G_R	
	x_{Gm} (m)	y_{Gm} (m)	x_{Gr} (m)	y_{Gr} (m)	e_x (m)	e_y (m)
1°	4,55	5,30	3,49	4,64	1,06	0,66
2°	4,55	5,30	3,67	4,93	0,88	0,37
3°	4,58	5,34	3,76	4,97	0,82	0,37

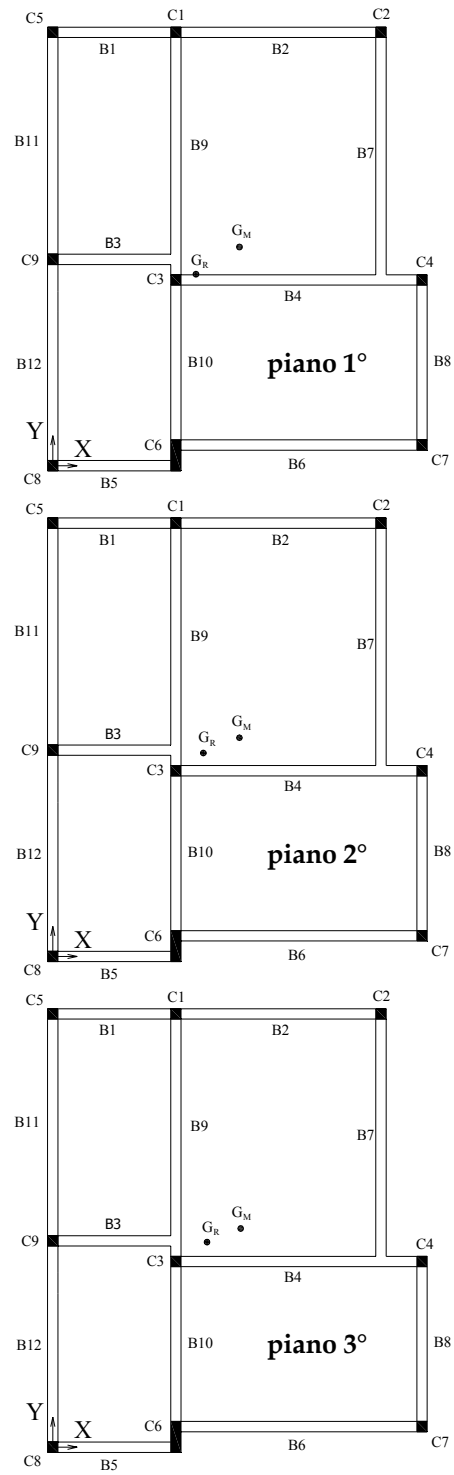


Fig. 4.11 Posizione del baricentro delle masse (G_M) e delle rigidezze (G_R) per ciascun piano (1°, 2° e 3° partendo dall'alto)

4.2. VALUTAZIONE SISMICA DELL'EDIFICIO

È stata condotta l'analisi modale dell'edificio, nel suo stato originale, al fine di conoscerne le caratteristiche dinamiche (periodi e modi di vibrazione).

I 9 periodi di vibrazione e la percentuale di massa partecipante a ciascun modo nella traslazione lungo le direzioni X e Y e nella rotazione torsionale θ_z intorno all'asse verticale z , sono riportati nella tabella che segue. Si intuisce che il primo modo è essenzialmente traslazionale lungo X , il secondo prevalentemente traslazionale lungo Y , il terzo principalmente torsionale. Ma si osserva ulteriormente un significativo accoppiamento dei modi medesimi. D'altra parte tale circostanza era prevedibile in virtù delle già evidenziate caratteristiche di irregolarità in pianta dell'edificio.

L'accoppiamento modale può leggersi in modo evidente anche dalle figure seguenti, che riportano le forme di vibrazione associate ai primi 3 modi.

Tab. 4.6 Periodi propri di vibrazione dell'edificio e percentuali di massa partecipante per ciascun modo

Modo	Periodo (s)	X	Y	θ_z
1	0,52	<u>0,81</u>	0,04	0,05
2	0,46	0,07	<u>0,63</u>	0,16
3	0,37	0,01	0,18	<u>0,68</u>
4	0,18	0,08	0,00	0,00
5	0,15	0,01	0,07	0,03
6	0,12	0,00	0,04	0,06
7	0,12	0,02	0,01	0,00
8	0,09	0,00	0,01	0,01
9	0,07	0,00	0,03	0,01

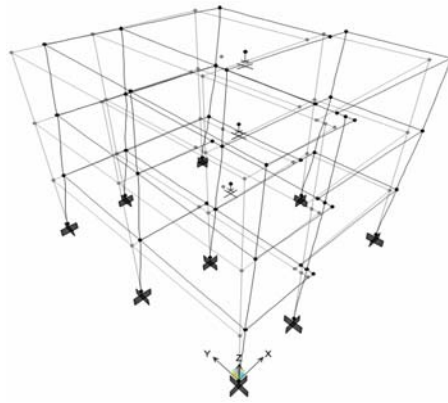


Fig. 4.12 Primo modo di vibrazione ($T_1=0,52$ s)

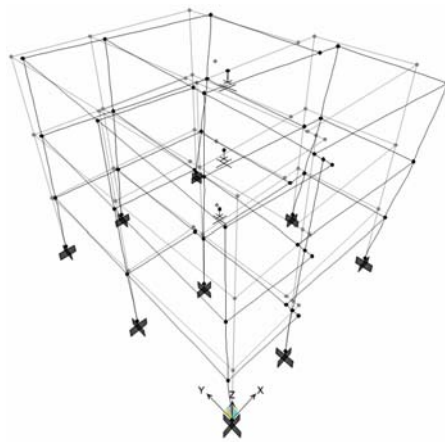


Fig. 4.13 Secondo modo di vibrazione ($T_2=0,46$ s)

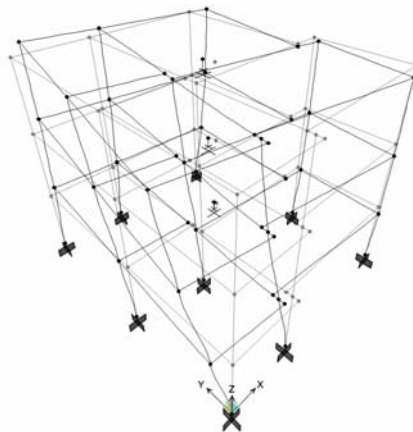


Fig. 4.14 Terzo modo di vibrazione ($T_3=0,37$ s)

È stata, successivamente, condotta l'analisi statica non lineare (*pushover*) dell'edificio, secondo le modalità previste dalla OPCM 3431 (2005). La modellazione non lineare dell'edificio è stata operata concentrando le deformazioni inelastiche nei nodi di estremità di ciascun elemento (*modello a plasticità concentrata*). In tali nodi sono state introdotte, pertanto, *cerniere plastiche* caratterizzate dal loro distintivo legame momento-rotazione, modellato, a sua volta, con legge bilineare. La valutazione delle rotazioni plastiche di snervamento θ_y e dello stato ultimo θ_u è stata fatta secondo le indicazioni della OPCM 3431, in funzione dei rispettivi valori di curvatura ϕ_y e ϕ_u :

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_v}{3} + 0.0013 \left(1 + 1.5 \frac{h}{L_v} \right) + 0.13 \phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (4.1)$$

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \left(\theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left(1 - \frac{0.5 L_{pl}}{L_v} \right) \right) \quad (4.2)$$

$$L_{pl} = 0.1 L_v + 0.17 h + 0.24 \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (4.3)$$

dove h è l'altezza totale della sezione trasversale in esame, d_b è il diametro medio delle barre longitudinali, f_c e f_y sono rispettivamente la resistenza a compressione del calcestruzzo ed allo snervamento dell'acciaio, L_v è la cosiddetta *luce di taglio* (distanza, dalla sezione in esame, del punto di nullo del diagramma del momento, assunta approssimativamente pari a metà della luce dell'elemento cui la sezione appartiene), L_{pl} è la lunghezza equivalente della cerniera plastica e γ_{el} è un coefficiente posto pari a 1.5 per gli elementi principali, 1.0 per gli elementi secondari.

È stato, allora, necessario condurre preventivamente l'analisi momento-curvatura delle sezioni di estremità di tutti gli elementi. La curvatura ultima ϕ_u è stata determinata al raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo o dell'acciaio. Una bilinearizzazione di tali curve è stata, poi, operata assumendo la tangente all'origine e ricercando il secondo ramo lineare del diagramma come passante per il punto rappresentativo della

condizione ultima e tale da garantire l'uguaglianza dell'area sottesa (ipotesi di conservazione dell'energia). Il momento allo snervamento M_y e la rotazione allo snervamento ϕ_y sono, così, individuati dall'intersezione dei due segmenti.

L'edificio è stato supposto localizzato a Pomigliano d'Arco (Napoli). Tale sito è stato classificato come sismico per la prima volta nel 2003 (OPCM 3274/2003) e rientra, allora, tra le aree italiane in cui è di fatto molto forte ed urgente l'esigenza di adeguamento delle strutture esistenti. È una zona sismica di categoria 2 e presenta, pertanto, secondo la citata norma, una *PGA* (*Peak Ground Acceleration*, ovvero accelerazione massima al suolo) pari a 0,25g.

L'analisi statica lineare nelle 4 direzioni (+X, -X, +Y, -Y) è stata condotta assumendo una distribuzione di forze laterali affine al prodotto degli spostamenti modali (relativo al modo principale nella direzione di spinta in esame; 1° modo per la spinta in direzione +X e -X, 2° modo, per quella lungo +Y e -Y) per le masse di impalcato.

I risultati sono riassunti in Fig. 4.15 in cui, su ciascuna curva taglio alla base/spostamento in sommità, relativa ad una delle quattro direzioni di spinta, sono indicati i punti in cui:

- la prima cerniera plastica attinge la rotazione di snervamento θ_y ;
- il massimo valore del cosiddetto *Interstorey Drift Ratio (IDR)*, rapporto tra lo spostamento di interpiano e l'altezza di interpiano, attinge il 5‰ (valore limite fornito dall'OPCM 3431 (2005) in corrispondenza del quale si attinge il cosiddetto stato limite di *Danno Limitato*);
- la prima cerniera plastica attinge un valore della rotazione pari a $\frac{3}{4}$ della rotazione ultima θ_u (la normativa definisce di *Danno Severo* tale stato limite);
- la prima cerniera plastica attinge il valore ultimo della rotazione θ_u (stato limite di *Collasso*, secondo normativa).

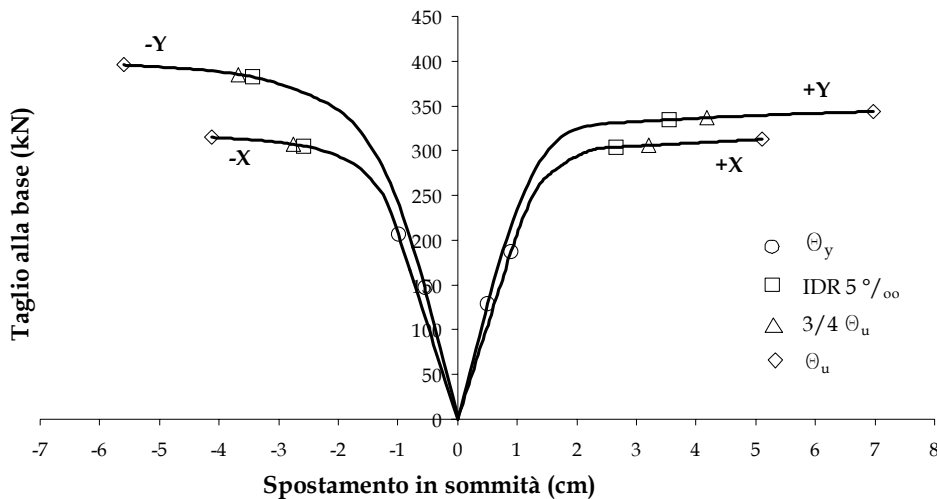


Fig. 4.15 Curve di pushover nelle direzioni +X, -X, +Y, -Y per l'edificio nel suo stato originario. Indicazione dell'attingimento dei diversi stati limite.

Il confronto capacità/domanda sismica dell'edificio è stato condotto mediante il metodo dello *spettro di capacità* di Fajfar (1999). Si riporta di seguito, a titolo di esempio, con riferimento alla sola *spinta* in direzione +X, tale confronto grafico effettuato per la verifica al Danno Limitato (Fig. 4.16) ed al Danno Severo (Fig. 4.17). Si trascura, ai fini dell'applicazione in oggetto, lo stato limite di Collasso. La spezzata in rosso è la curva di capacità o di pushover bilinearizzata secondo i criteri contenuti nell'OPCM 3431. Lo spettro elastico è quello imposto dalla stessa norma per la zona sismica 2 in cui l'edificio è situato e per il suolo tipo C ipotizzato. Lo spettro inelastico, a richiesta di duttilità costante, rappresenta la domanda sismica imposta all'edificio, tenendo conto del suo comportamento non lineare. Tali curve sono contenute nel piano S_d, S_a (nel formato cosiddetto *ADRS*, *Acceleration-Displacement-Response-Spectrum*) indicando con S_d lo spostamento spettrale e S_a l'accelerazione spettrale. La verifica si ritiene, in generale, soddisfatta se la curva di capacità (bilineare) e la curva di domanda (spettro in elastico) si intersecano in un punto (il cosiddetto *performance point*, ovvero punto di prestazione).

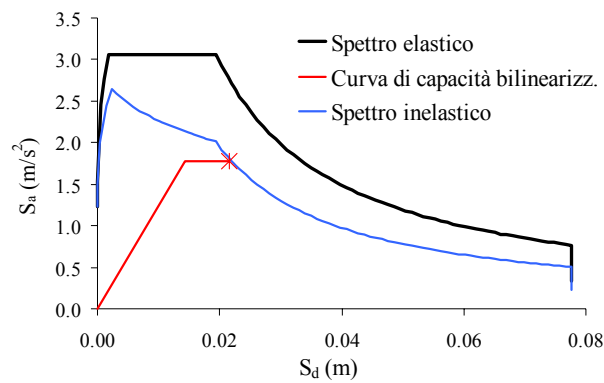


Fig. 4.16 Metodo dello spettro di capacità per la verifica allo S.L.D.L. dell'edificio nello stato originale (dir. +X)

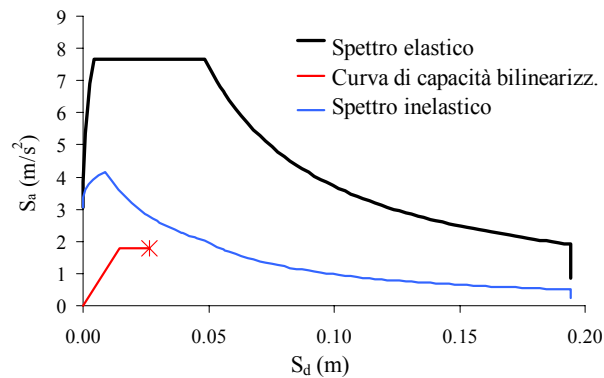


Fig. 4.17 Metodo dello spettro di capacità per la verifica allo S.L.D.S. dell'edificio nello stato originale (dir. +X)

Dalle figure precedenti (relative alla sola direzione +X; nelle altre direzioni i risultati, omessi per brevità, sono analoghi) appare, allora, evidente che l'edificio risulta verificato, seppur in modo strettamente sufficiente, nei confronti dello S.L.D.L., mentre non soddisfa affatto la verifica nei confronti dello S.L.D.S.

È interessante valutare numericamente la capacità sismica dell'edificio. Tale misura è stata operata in termini di massima accelerazione al suolo (PGA) mediante lo stesso metodo dello spettro di capacità adottato per le verifiche, ma usato in modo inverso. In pratica, nota la forma spettrale della zona sismica (zona

2) del sito, si va alla ricerca del valore di PGA tale che la domanda sismica inelastica imposta al telaio sia proprio pari alla sua capacità (performance point coincidente con il punto ultimo della curva di capacità bilineare). Misurando, allora, con una procedura iterativa, i valori di PGA cui corrisponde, per ciascuna delle 4 direzioni di spinta, l'attingimento dello stato limite di Danno Limitato (DL) e dello stato limite di Danno Severo, si ottengono i valori in tabella:

Tab. 4.7 Capacità sismica dell'edificio originale

Direzione spinta	PGA (g) di capacità al DL	PGA (g) di capacità al DS
+X	0,10	0,12
-X	0,10	0,10
+Y	0,14	0,16
-Y	0,14	0,15
<i>min</i>	0,10	0,10

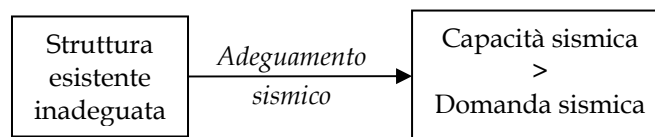
Siccome in zona 2 la normativa OPCM 3431 (2005) fissa in 0.25g il valore di PGA cui "ancorare" lo spettro di progetto al fine di verificare lo stato limite di D.S. di un edificio, ed in 0.10g (0.25g/2.5) quello in corrispondenza del quale verificare lo stato limite di D.L., si giunge, in modo diverso, alle stesse conclusioni operate con riferimento alla verifica grafica: l'edificio in esame, nel suo stato originario, soddisfa i requisiti di capacità in termini di Danno Limitato, sebbene in modo appena sufficiente, ma non è affatto verificato in termini di Danno Severo (si osservi che la capacità al DS, 0.10g, assunta come il minore dei valori, per quello stato limite, nelle 4 direzioni, è 2,5 volte minore della 'richiesta' 0.25g).

Dalle verifiche sismiche dell'edificio, grafiche ed analitiche, consegue, pertanto, un'insufficiente capacità dello stesso a resistere al terremoto di progetto previsto dalla normativa in vigore, per la zona sismica su cui la struttura è situata. Tale risultato, prevedibile stante le modalità di progettazione adottate, mette in evidenza l'esigenza di *adeguare* l'edificio.

4.3. INTERVENTI DI ADEGUAMENTO ALTERNATIVI

In questa fase occorre definire il gruppo di interventi di adeguamento alternativi cui applicare, nei capitoli successivi, la procedura decisionale multi-criterio volta ad individuare la *migliore* soluzione. La scelta, tra i numerosi tipi di intervento descritti al Cap. 2, va operata in ragione delle carenze strutturali esibite dall'edificio durante la fase di valutazione. In più, per la particolare applicazione al caso studio in esame, si è scelto di considerare strategie tese a conseguire l'obiettivo dell'adeguamento secondo filosofie radicalmente diverse l'una dall'altra.

La valutazione sismica dell'edificio ha messo in luce la scarsa capacità dello stesso di *resistere* al Danno Severo contro la capacità, appena sufficiente invero, di *resistere*, invece, al Danno Limitato. Siccome l'adeguamento o *retrofit* sismico di una struttura esistente ha, come noto, lo scopo di rendere la sua *capacità* di resistere al terremoto almeno pari alla *domanda* che il moto sismico del suolo produce, esso può essere realizzato, nella pratica, cercando di incrementare la capacità e/o ridurre la domanda.



Un totale di quattro alternative di adeguamento sarà considerato nel seguito:

- tre alternative (A_1 , A_2 e A_3) volte all'incremento della capacità;
- una quarta soluzione (A_4) volta, invece, alla riduzione della domanda sismica.

La progettazione di un intervento di adeguamento volto ad aumentare la capacità sismica può essere, in generale, orientato secondo tre diverse filosofie: come illustrato graficamente in Fig. 4.18 (Sugano, 1996), un intervento strutturale può essere teoricamente teso ad aumentare solo la duttilità (a), solo la resistenza (b) o entrambi tali caratteristiche globali dell'edificio (c).

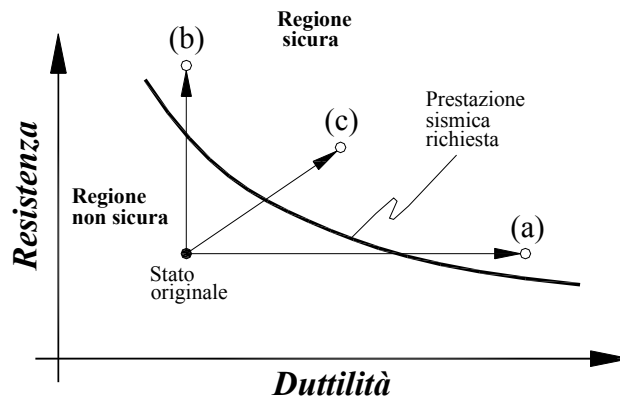


Fig. 4.18 Diverse modalità di incremento della capacità sismica di una data struttura (Sugano, 1996)

Ebbene, ciascuna delle tre alternative di adeguamento volte all'incremento della capacità sarà progettata in modo da perseguire ciascuna delle tre differenti filosofie appena descritte.

Il primo intervento (alternativa A_1) consiste nella fasciatura dei pilastri e dei nodi con plastica rinforzata con fibre di vetro (*GFRP*, ovvero *Glass Fiber Reinforced Plastic*) e mira essenzialmente ad incrementare la duttilità della struttura (perseguendo, pertanto, la filosofia (a)).

Il secondo intervento (alternativa A_2) prevede, invece, l'installazione di *controventi in acciaio*, determinando un incremento di resistenza (e rigidità) dell'edificio, lasciando la duttilità pressoché invariata (in accordo alla strategia (b)).

Il terzo intervento (alternativa A_3) consiste, infine, nell'*incamiciatura in cemento armato* di alcune colonne ed apporta, in termini di prestazioni globali dell'edificio, un incremento sia di resistenza che di duttilità (filosofia (c)).

La quarta alternativa (A_4) volge, come detto, alla riduzione della domanda sismica imposta all'edificio. Si è scelto di perseguire tale strategia attraverso l'*isolamento alla base* della struttura che, incrementando la capacità di smorzamento ed allungando sensibilmente il periodo proprio di vibrazione della stessa, comporta una drastica riduzione delle accelerazioni sismiche sollecitanti.

Nella progettazione di ciascuno dei quattro interventi considerati, particolare attenzione andrà posta alle caratteristiche di irregolarità (in pianta) dell'edificio. In altre parole, quando possibile, occorrerà cercare di ridurre l'eccentricità tra baricentro delle masse e baricentro delle rigidezze elastiche (per disaccoppiare i modi di vibrazione e prevenire dannose risposte torsionali, in fase elastica, dell'edificio sotto sisma) e/o ridurre quella tra baricentro delle masse e delle resistenze plastiche (in modo da garantire una risposta, in avanzato campo non lineare, quanto meno torsionale possibile).

Capitolo 5

Progettazione alternative di adeguamento. Misura capacità sismica post-intervento.

5.1. ALTERNATIVA A₁: FASCIATURA CON GFRP

L'alternativa di adeguamento A₁ consiste nella fasciatura dei pilastri e dei nodi con plastica rinforzata con fibre di vetro (GFRP, ovvero *Glass Fiber Reinforced Plastic*) e mira a migliorare la capacità sismica dell'edificio incrementando la sua duttilità globale. In generale, tale obiettivo di miglioramento prestazionali può essere conseguito usando i materiali compositi in due modi diversi (CNR-DT 200, 2004): il primo consiste nello stabilire una corretta gerarchia della resistenze rilocalizzando le potenziali cerniere plastiche; il secondo, invece, mira ad incrementare la duttilità delle cerniere plastiche, senza variare la loro posizione originale. Nel caso in esame, è stato scelto quest'ultimo approccio. Dettagli specifici sulla progettazione di tale intervento sono contenuti in Cosenza et al. (2005).

Sono state adottate lamine di plastica rinforzata con fibre di vetro per fasciare i pilastri ed i nodi e conferire, così, una consistente azione di confinamento del calcestruzzo, originariamente molto scarso in virtù della povera armatura trasversale. Tale confinamento induce un aumento della deformazione ultima del calcestruzzo e, conseguentemente, della curvatura ultima delle cerniere plastiche.

Due strati di fibre di vetro uni-direzionali sono state usate per tutte le colonne, tranne che per la colonna C6, rinforzata con due strati di fibre di vetro quadriassiali. I fogli di GFRP fasciano solo una parziale lunghezza della colonna (proporzionata alla lunghezza teorica della cerniera plastica), eccezion fatta per il pilastro C6, fasciato a tutt'altezza per realizzare anche un rinforzo a taglio di tale pilastro/setto. Tale intervento è stato effettivamente realizzato sul telaio SPEAR del laboratorio ELSA e si coglie, pertanto, l'occasione per mostrare alcune foto ritraenti gli elementi fasciati.

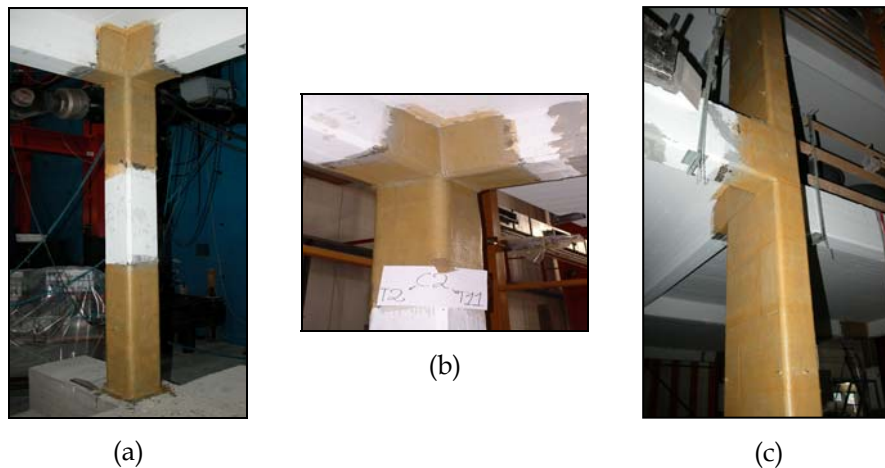


Fig. 5.1 Foto del telaio SPEAR rinforzato con GFRP. Particolare di una generica colonna (a), di un nodo (b) e del pilastro/setto C6 (c).

Le lamine uni-direzionali hanno densità 900 gr/m^2 , spessore 0.48 mm /strato, modulo di elasticità 81 GPa e resistenza a trazione 2560 MPa . Quelle quadri-direzionali hanno, invece, densità 1140 gr/m^2 , spessore 0.11 mm /strato, modulo di elasticità 73 GPa e resistenza a trazione 2600 MPa .

Il modello di Spoelstra e Monti (1999) è stato utilizzato per descrivere il comportamento σ - ε del calcestruzzo confinato con FRP. La deformazione ultima del calcestruzzo confinato ε_{ccu} è stata, invece, valutata secondo le indicazioni delle istruzioni CNR-DT 200 (2004):

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_{cu} + 0,015 \sqrt{\frac{f_l}{f_{cd}}} \quad (5.1)$$

dove ε_{cu} è la deformazione ultima del calcestruzzo non confinato (0.004), f_{cd} è la resistenza di calcolo a compressione del calcestruzzo, f_l è la pressione laterale di confinamento calcolata come segue:

$$f_l = \frac{E_f \varepsilon_{fd,rid} t_f}{\max\{b, d\}} \quad (5.2)$$

dove E_f è il modulo di Young delle lamine in composito, t_f è lo spessore del rivestimento in FRP, b e d sono le dimensioni della sezione trasversale, $\varepsilon_{fd,rid} = \min\{\eta_a \varepsilon_{fu} / \gamma_f; 0.004\}$ con η_a fattore ambientale che dipende dal tipo di fibre e dalle condizioni di esposizione e γ_f il coefficiente di sicurezza parziale del materiale FRP, il cui valore dipende dal tipo di fibre (carbonio, aramide o vetro) e dal tipo di applicazione.

Per tutte le colonne rinforzate con fibre uni-direzionali la deformazione ultima risulta $\varepsilon_{cu}=0,007$; per la colonna C6, avvolta con fibre di vetro quadri-direzionali, la deformazione ultima risulta invece $\varepsilon_{ccu}=0.006$.

I legami momento-curvatura delle sezioni dei pilastri avvolti da GFRP mostrano un significativo incremento della duttilità, in particolar modo per quelle (come la colonna C3) che hanno un alto valore di carico assiale. L'incremento della resistenza, invece, come previsto è praticamente trascurabile. A titolo di esempio, in Fig. 5.2 sono mostrati i legami momento-curvatura della sezione al piede della colonna del primo piano C3, nuda e confinata con i compositi. Tale sezione è quella sollecitata dal valore massimo di sforzo normale gravitazionale (405 KN). Si legge un notevole incremento della curvatura ultima e, dunque, della duttilità della

sezione, ed una sostanziale costanza del momento flettente ultimo (resistenza flessionale della sezione). Su ciascuna delle due curve è stato evidenziato il punto corrispondente al conseguimento della deformazione ultima del calcestruzzo ($\epsilon_{cu}=0.004$ e $\epsilon_{ccu}=0.007$) e, dunque, all'attingimento, per convenzione, della curvatura ultima.

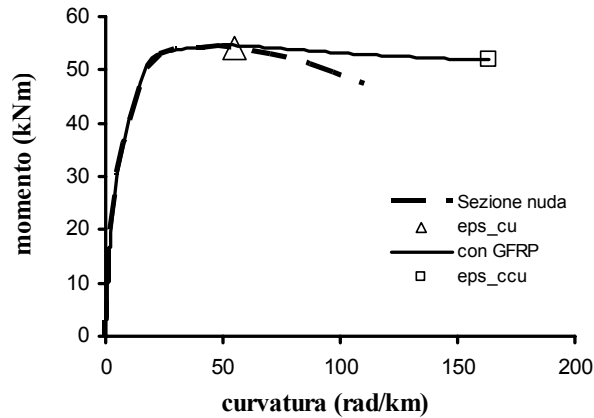


Fig. 5.2 Diagramma momento flettente - curvatura per la sezione di un pilastro (C3, 1° piano, al piede) nudo e fasciato con GFRP

La progettazione dell'intervento (tipo di lamina e numero di strati) è stata orientata a conseguire una sufficiente duttilità rotazionale delle sezioni critiche dei pilastri (prima tra tutte, quella alla base della colonna C3) tale da almeno eguagliare quella richiesta dal terremoto di progetto allo S.L.D.S. imposto dalla normativa per la zona 2 in cui l'edificio è supposto di essere situato.

Il modello elastico e dinamico della struttura è, nella pratica, lo stesso di quello relativo all'edificio nudo, non intervenendo il rinforzo nella modifica delle masse né delle rigidezze elastiche. Le caratteristiche proprie di vibrazione (periodi e modi) sono, pertanto, invariati.

Il modello non lineare dell'edificio è, invece, stato aggiornato per tener conto del modificato comportamento ultraelastico degli elementi fasciati con le fibre di vetro. Sulla base dei diagrammi momento-curvatura tracciati per le sezioni di estremità dei pilastri fasciati con GFRP, si è proceduto alla ricaratterizzazione delle

relative cerniere plastiche, secondo quanto indicato nelle istruzioni CNR-DT 200 (2004). L'analisi statica non lineare operata sul modello così ottenuto ha fornito le curve di capacità riportate nella figura seguente, ove è, altresì, riportato il confronto con quelle relative all'edificio nudo. Si osserva che l'obiettivo prestazionale prefissato, consistente nell'incremento della "sola" duttilità globale dell'edificio con resistenza praticamente costante è stato effettivamente conseguito.

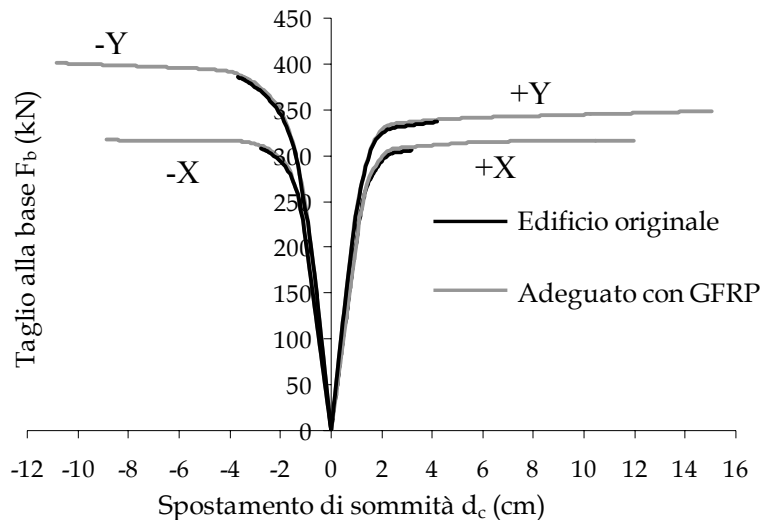


Fig. 5.3 Curve di pushover (arrestate all'attingimento dello S.L.D.S.) per l'edificio nello stato originale ed adeguato con GFRP (alternativa A_1)

Il confronto capacità/domanda sismica dell'edificio rinforzato con GFRP è stato condotto, come per l'edificio originale, mediante il metodo dello *spettro di capacità* di Fajfar (1999). Si riporta di seguito, a titolo di esempio, con riferimento alla sola *spinta* in direzione +X, tale confronto grafico effettuato per la verifica al Danno Severo. Si omette l'analogo esempio relativo allo stato limite di Danno Limitato perché sostanzialmente coincidente con quello, mostrato in Fig. 4.16, per l'edificio originale. Si è già osservato, infatti, che l'alternativa di adeguamento A_1 non modifica in sostanza il comportamento elastico della struttura e, dunque, quello indotto da terremoti di progetto con basso periodo

di ritorno (come quello previsto, appunto, dalla norma per la verifica nei confronti dello S.L.D.L.).

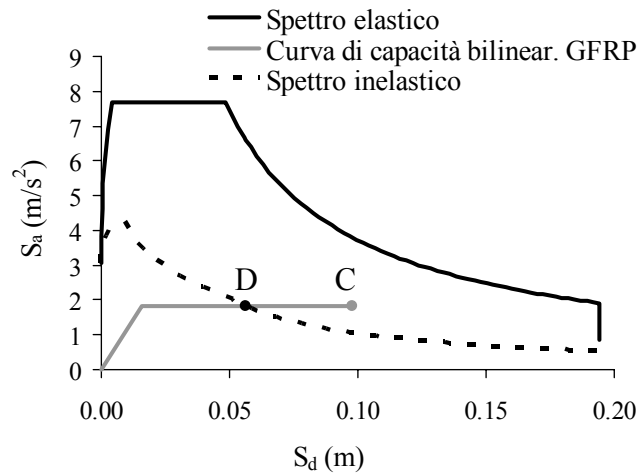


Fig. 5.4 Confronto tra domanda (D) e capacità sismica (C) allo S.L.D.S. per la struttura adeguata secondo l'alternativa A₁ e spinta in direzione +X

Atteso che anche con riferimento alle altre tre direzioni di spinta (-X, +Y e -Y) si ottengono risultati analoghi (omessi per brevità), si può concludere che l'edificio, rinforzato con il descritto intervento in GFRP, "resiste" nella zona sismica 2 in cui è situato visto che, oltre ad essere verificato nei confronti dello S.L.D.L. (come lo era l'edificio originale), soddisfa la verifica ($C > D$) anche con riferimento allo stato limite di D.S..

Occorre, ora, misurare in termini di PGA la capacità sismica dell'edificio post-intervento, con le modalità già descritte al Cap. 4 per l'edificio nudo. Fissata, cioè, la forma spettrale della zona sismica (zona 2) del sito, si va alla ricerca del valore di PGA (cosiddetto "di ancoraggio" per lo spettro) tale che la domanda sismica inelastica imposta al telaio (punto D' nella figura seguente) sia proprio pari alla sua capacità (punto C). Misurando, allora, con una procedura iterativa, i valori di PGA cui corrisponde, per ciascuna delle 4 direzioni di spinta, l'attingimento dello stato limite di Danno Limitato (DL) e dello stato limite di Danno Severo, si ottengono i valori in Tab. 5.1.

A titolo di esempio, si riporta in Fig. 5.5 la rappresentazione grafica della misura di capacità (PGA=0,43g) in direzione +X, allo S.L.D.S., dell'edificio rinforzato con GFRP.

Tab. 5.1 Capacità sismica dell'edificio adeguato con GFRP (alternativa A₁)

Direzione spinta	PGA (g) di capacità al DL	PGA (g) di capacità al DS
+X	0,10	0,43
-X	0,10	0,33
+Y	0,12	0,52
-Y	0,13	0,40
<i>min</i>	0,10	0,33

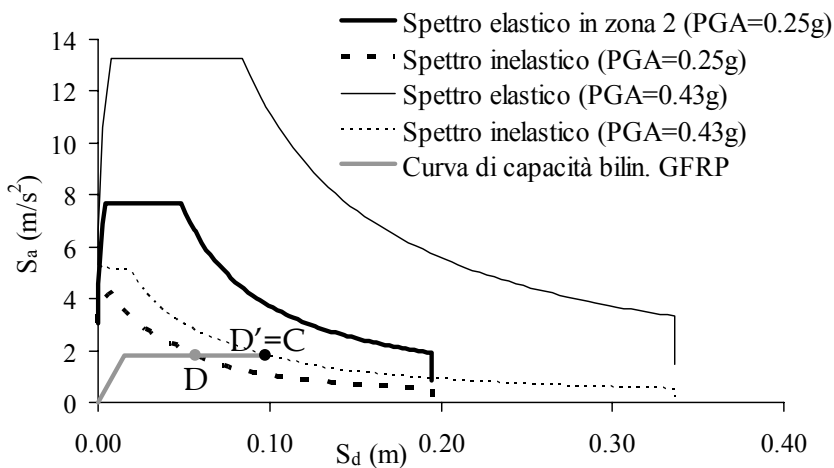


Fig. 5.5 Misura della PGA di capacità (0,43g) allo S.L.D.S. per la struttura adeguata secondo l'alternativa A₁ e spinta in direzione +X

È chiaro che per capacità dell'edificio allo S.L.D.L. ed allo S.L.D.S. è da intendersi il minore dei quattro valori (0,10g e 0,33g, rispettivamente) di PGA misurati per ciascuna direzione.

Siccome in zona 2 la normativa OPCM 3431 (2005) fissa in 0.25g il valore di PGA di domanda al D.S. ed in 0.10g quello al D.L., si giunge, in modo diverso, alle stesse conclusioni dedotte con riferimento alla verifica grafica: l'edificio, modificato secondo

l'alternativa di intervento A_1 , soddisfa i requisiti di capacità sia in termini di Danno Limitato, sebbene in modo appena sufficiente, che di Danno Severo ($0,33g > 0,25g$) e risulta, pertanto, *adeguato* a tutti gli effetti.

5.2. ALTERNATIVA A_2 : CONTROVENTI METALLICI

L'alternativa di adeguamento A_2 consiste nell'installazione di controventi metallici 'a X' ovvero *a croce di S. Andrea* in un certo numero di campi di telaio. Mira a migliorare la capacità sismica dell'edificio incrementando la sua resistenza globale ed operando un ricentraggio delle rigidezze in pianta (lasciando pressoché inalterata la capacità ultima di spostamento laterale). Inevitabilmente, all'incremento di resistenza così ottenuto si accompagna anche un incremento di rigidezza laterale dell'edificio (con il conseguente miglioramento, dunque, anche delle prestazioni allo S.L.D.L.).

Il progetto dell'intervento è stato condotto sulla scorta delle seguenti considerazioni. È stato considerato opportuno:

- rinforzare due telai paralleli per ogni direzione (X e Y), al fine di garantire una sufficiente regolarità delle rigidezze in pianta e tendere a disaccoppiare i modi di vibrazione;
- alternare in pianta le campate interessate dal controventamento (disposizione "a scacchiera"); in tal modo, gli sforzi concentrati che i controventi trasmettono ai nodi in occasione di un terremoto risultano distribuiti tra il maggior numero di colonne;
- realizzare il controventamento per ciascun piano dell'edificio, per garantire la regolarità delle rigidezze in elevazione.

Queste considerazioni hanno portato a stabilire la configurazione dell'intervento rappresentata in Fig. 5.6.

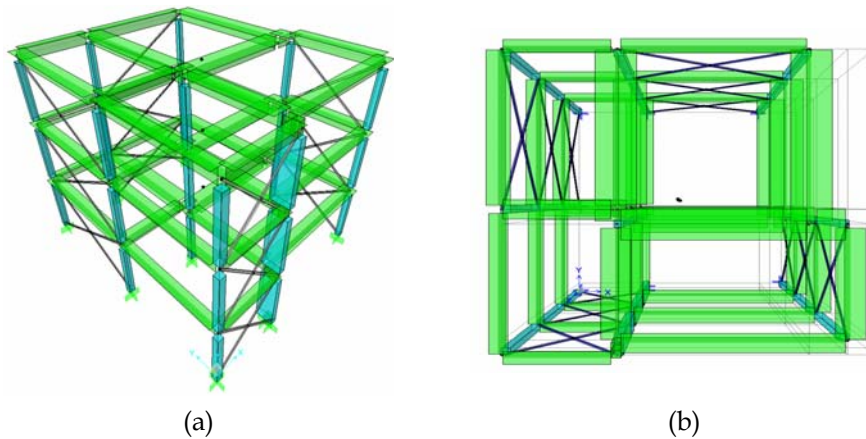


Fig. 5.6 Configurazione dei controventi in due viste prospettiche: laterale (a) ed in pianta (b)

L'acciaio utilizzato è il tipo Fe430 ($f_y=275$ MPa, $f_u=430$ MPa) e la sezione trasversale scelta per tutti gli elementi diagonali è quella ad "L" a lati disuguali di dimensioni $65 \times 100 \times 7$ mm. Questa scelta è stata operata nel rispetto dei criteri progettuali indicati nella nuova normativa sismica italiana OPCM 3431 (2005) con riferimento agli edifici in acciaio. In particolare, scelta la tipologia di controventi a croce con sola diagonale tesa attiva, si è dovuta contenere la snellezza adimensionale λ / λ_y (con $\lambda_y = \pi \sqrt{E / f_y}$) delle aste nei limiti $1.3 \leq \lambda / \lambda_y \leq 2.0$ e garantire che le sole aste tese riescano a resistere alle sollecitazioni indotte dal sisma. Per ragioni pratiche, è stato poi imposto l'utilizzo di un solo tipo di sezione trasversale per tutti i controventi.

Il bollettino *fib* No. 24 (2003), con riferimento al rinforzo di telai in c.a. mediante installazione di controventi metallici, sconsiglia, per un corretto funzionamento dell'organismo strutturale risultante, il collegamento delle aste ai telai stessi mediante semplici collari in acciaio o piastre d'angolo. In Fig. 5.7 sono riportati due collegamenti di questo tipo, da evitare.

Seguendo le raccomandazioni dello stesso bollettino, è stato, allora, realizzata, per ciascun campo di telaio da rinforzare, una sorta di "controtelaio" in acciaio (si veda, a tal proposito, la foto in Fig. 5.8 raffigurante un esempio di "controtelaio" realmente eseguito). Sono stati, cioè, ancorati alle travi ed ai pilastri al

contorno, mediante connettori inghisati, elementi orizzontali e verticali in acciaio. Gli elementi orizzontali (piatti con sezione $250 \times 15 \text{ mm}^2$) aiutano le travi in c.a. a resistere alle sollecitazioni sismiche e, soprattutto, agiscono come elementi di collegamento in grado di trasferire le forze di inerzia dalle solette al sistema di controventi. Gli elementi verticali (2 profili UPN 280 per ogni colonna) aiutano, invece, le colonne esistenti a resistere ai notevoli sforzi assiali indotti dalle azioni nodali dei controventi.

La configurazione tipo di un campo di telaio rinforzato con aste diagonali e contro telaio in acciaio è riportata in Fig. 5.9.

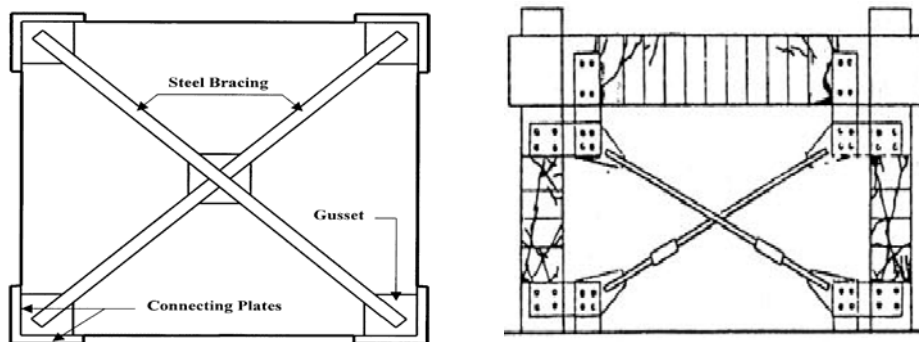


Fig. 5.7 Collegamento puramente nodale delle aste metalliche diagonali al telaio in c.a., sconsigliato dal bollettino *fib* No. 24 (2003)



Fig. 5.8 Esempio di corretto collegamento di controventi metallici ad un telaio in c.a.

I due profili ad U presenti su ciascuna colonna sono collegati mediante calastrelli in acciaio di spessore 15 mm e passo 500 mm. Ove possibile (i campi di telaio controventati sono tutti esterni, ovvero di facciata), i nodi sono fasciati con piatti in acciaio che garantiscono la trasmissione degli sforzi tra i pilastri di una stessa verticale.

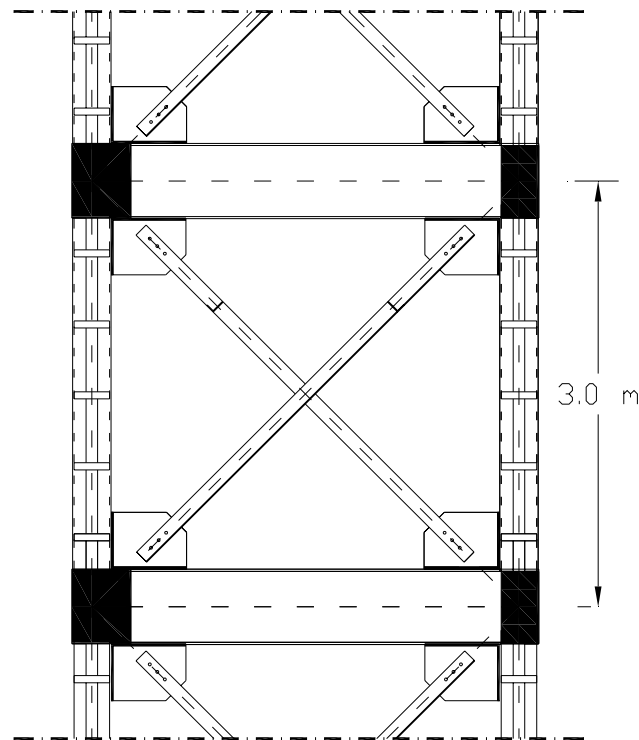


Fig. 5.9 Configurazione tipo di un campo di telaio rinforzato con le aste diagonali L 65x100x7 e contro telaio in acciaio

La presenza di tali elementi aggiuntivi in acciaio è stata debitamente portata in conto in fase di modellazione considerando l'azione composta acciaio-calcestruzzo tra le travi ed i pilastri esistenti in c.a. e gli elementi in acciaio stessi. Dunque, da un lato il contro telaio in acciaio è intervenuto nella modellazione elastica dell'edificio assumendo per le travi ed i pilastri una rigidezza flessionale equivalente (combinazione lineare dei contributi del

calcestruzzo e dell'acciaio, secondo le indicazioni fornite dall'OPCM 3431 per le strutture composte acciaio-calcestruzzo), dall'altra nella modellazione non lineare delle cerniere plastiche, tracciando i diagrammi momento-curvatura delle sezioni composte acciaio-calcestruzzo.

Passando alla fase di valutazione dell'edificio rinforzato secondo l'alternativa di intervento A_2 , si riportano di seguito i principali risultati dell'analisi modale condotta sul modello di cui in Fig. 5.6. Si raffigurano, in particolare, in Fig. 5.10 le prime tre forme modali di vibrazione, viste dall'alto, con l'indicazione del periodo di vibrazione (in secondi) corrispondente. Si osserva, rispetto ai modi di vibrare dell'edificio originale, che, con l'installazione dei controventi, si è ridotto drasticamente l'accoppiamento dei modi traslazionali con quello rotazionale, con il conseguente beneficio in termini di risposta dinamica della struttura.

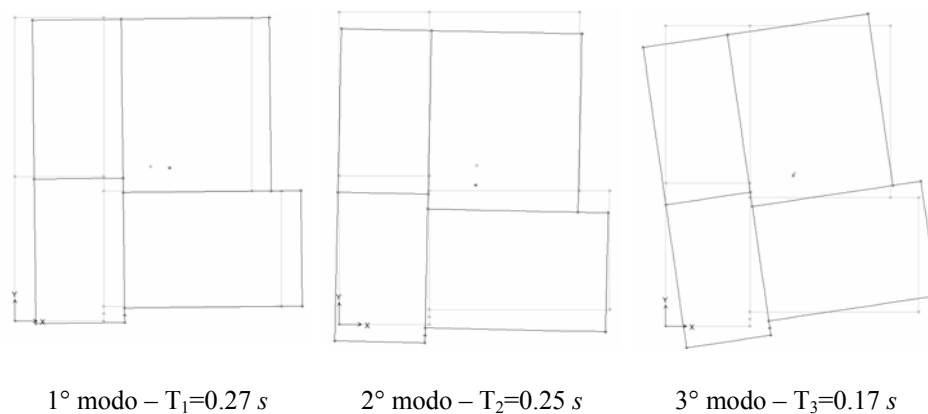


Fig. 5.10 Primi tre modi (visti in pianta) e periodi di vibrazione per l'edificio rinforzato con i controventi metallici (alternativa A_2)

L'analisi di pushover condotta sul modello non lineare dell'edificio controventato ha portato alle quattro curve di capacità riportate in Fig. 5.11 (insieme alle omologhe per l'edificio nel suo stato originale). Si osserva che, come desiderato, tale intervento comporta l'incremento di resistenza globale dell'edificio, lasciando sostanzialmente inalterata la sua capacità di spostamento ultimo laterale.

La valutazione della capacità sismica post-intervento dell'edificio, espressa in termini di PGA, per lo stato limite di D.L. e per quello di D.S., è stata, al solito, condotta mediante il metodo dello spettro di capacità (Fajfar, 1999), fornendo i valori riassunti nella Tab. 5.2. Ricordando che la normativa impone, quale domanda sismica di PGA nella zona 2 in cui l'edificio è supposto essere situato, il valore 0,25g per la verifica al D.S. e 0,10g per quella al D.L. ed avendo misurato (cfr. ultima riga nella Tab. 5.2) in 0,32g e 0,31g le corrispondenti capacità esibite dall'edificio modificato con l'intervento A₂, si conclude che quest'ultimo effettivamente garantisce l'adeguamento sismico della struttura.

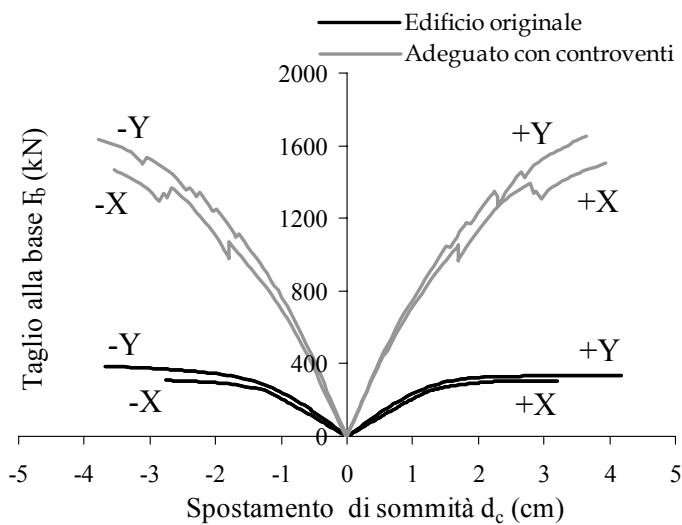


Fig. 5.11 Curve di pushover (arrestate all'attingimento dello S.L.D.S.) per l'edificio nello stato originale ed adeguato con controventi metallici (alternativa A₂)

Tab. 5.2 Capacità sismica dell'edificio adeguato con controventi metallici (alternativa A₂)

Direzione spinta	PGA (g) di capacità al DL	PGA (g) di capacità al DS
+X	0,31	0,32
-X	0,31	0,32
+Y	0,34	0,34
-Y	0,35	0,35
min	0,31	0,32

5.3. ALTERNATIVA A₃: CAMICIE IN C.A.

L'alternativa di adeguamento A₃ consiste nel ringrosso di alcuni pilastri opportunamente selezionati, ovvero nella realizzazione, per questi elementi, di una camicia in c.a. che ne aumenti le dimensioni trasversali. È uno degli interventi spesso catalogati come *tradizionali*.

La selezione dei pilastri su cui intervenire, la definizione delle dimensioni trasversali delle "camicie" e della loro armatura sono state operate in modo da assicurare una congrua riduzione dell'eccentricità esistente a ciascun piano tra baricentro delle masse e baricentro delle resistenze (ovvero dei momenti di snervamento delle sezioni dei pilastri) e, dunque, una buona risposta dinamica della struttura in campo non lineare. In più, come anticipato, tale alternativa di intervento A₃ è indirizzata al miglioramento della capacità sismica dell'edificio attraverso l'incremento contemporaneo di resistenza e duttilità globali.

I pilastri selezionati per il ringrosso sono C1, C3 e C4. Le camicie di calcestruzzo (Fig. 5.12) hanno spessore 75 mm, di modo che la sezione dei pilastri interessati passi da 250x250 mm² a 400x400 mm², e sono realizzate con un calcestruzzo di alta resistenza (valore medio della resistenza a compressione pari a 50 MPa) in cui sono immerse 8 barre longitudinali di diametro 16 mm e staffe $\phi 8$ mm aventi passo 150 mm e 100 mm rispettivamente nella parte centrale ed agli estremi dell'elemento (acciaio FeB44k).

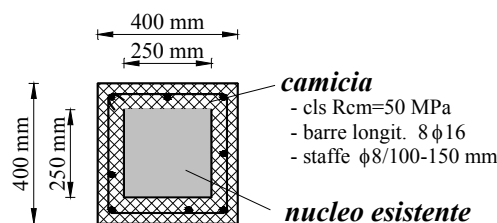


Fig. 5.12 Sezione di un pilastro modificata dalla camicia in c.a.

La Fig. 5.13 riporta la posizione dei pilastri interessati dalle camicie in c.a. (evidenziati in grigio) e, con riferimento al primo piano, la localizzazione del centro delle masse e delle resistenze per l'edificio nello stato originale (G_M e G_R , rispettivamente) ed in quello adeguato secondo l'alternativa di intervento A_3 in esame (G'_M e G'_R , rispettivamente). Si osserva, allora, che il ringrosso delle colonne C1, C3 e C4 effettivamente comporta una sensibile riduzione dell'eccentricità esistente tra baricentro delle masse e delle resistenze, mitigando i dannosi effetti torsionali che l'edificio presenterà nella risposta non lineare.

Si precisa che per "baricentro delle resistenze" si vuole qui intendere, per un determinato piano, il baricentro dei momenti di snervamento relativi a ciascuno dei nove pilastri.

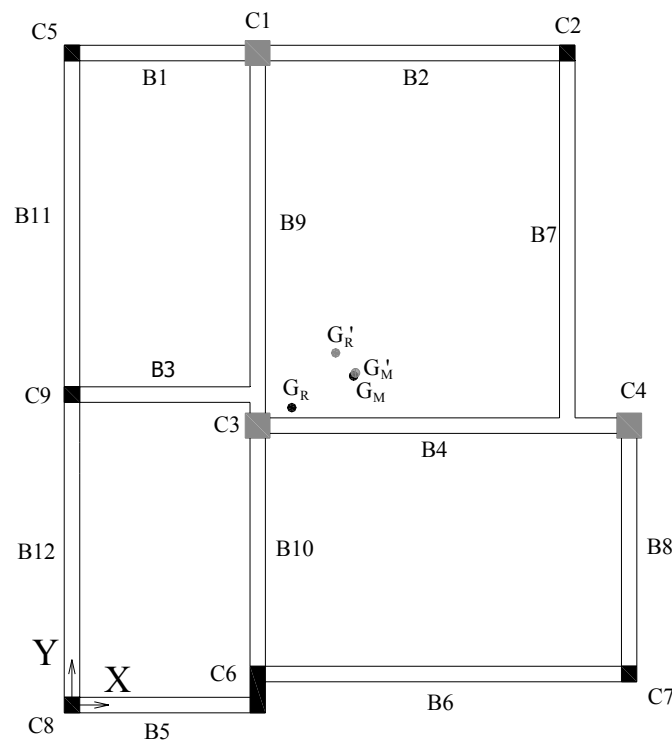


Fig. 5.13 Posizione dei ringrossi in c.a.. Centro delle masse e delle resistenze per il primo piano, per l'edificio originale (G_M e G_R) e quello adeguato secondo A_3 (G'_M e G'_R).

Un intervento simile (ma riguardante due soli pilastri, C1 e C4) a quello descritto è stato effettivamente realizzato per il telaio SPEAR del laboratorio ELSA. Si coglie, allora, l'occasione per mostrare due foto (Fig. 5.14) che mostrano la gabbia d'armatura completa, prima del montaggio della cassaforma e del successivo getto, e l'aspetto del pilastro ad avvenuto disarmo.



Fig. 5.14 Foto relative all'intervento di ringrosso realizzato presso il laboratorio ELSA di Ispra (VR). Gabbia di armatura (a sinistra) e pilastro ringrossato in fase di disarmo (a destra).

In Fig. 5.15 è riportato, a titolo di esempio, il confronto tra il diagramma momento-curvatura che la sezione al piede del pilastro C3 esibisce prima e dopo la realizzazione della camicia in c.a.. Assumendo tanto per il calcestruzzo della camicia quanto per quello del nucleo una deformazione ultima ε_{cu} pari al 4 per mille, appare evidente che il ringrosso comporta un incremento sia della resistenza che della duttilità della sezione.

Ebbene tale risultato si riflette tal quale nel comportamento globale della struttura consentendo, così, di perseguire la prefissata filosofia di miglioramento della capacità sismica dell'edificio stesso. Ciò si rende evidente se si osservano le curve di pushover

riportate in Fig. 5.16, ricavate mediante l'analisi statica non lineare del modello dell'edificio opportunamente aggiornato (modificando i legami costitutivi delle cerniere plastiche localizzate lungo i pilastri interessati dai ringrossi).

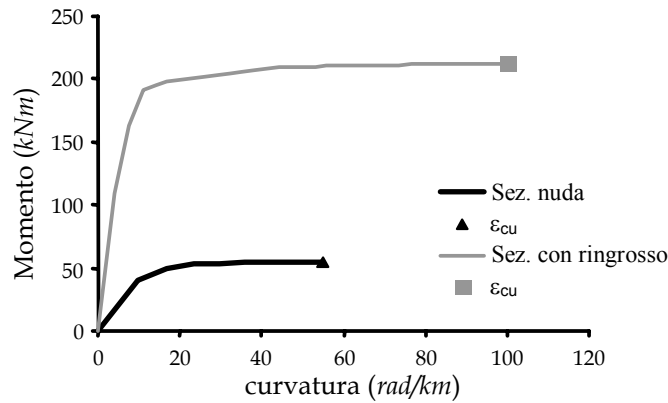


Fig. 5.15 Diagramma momento curvatura della sezione al piede del pilastro C3, prima e dopo il ringrosso

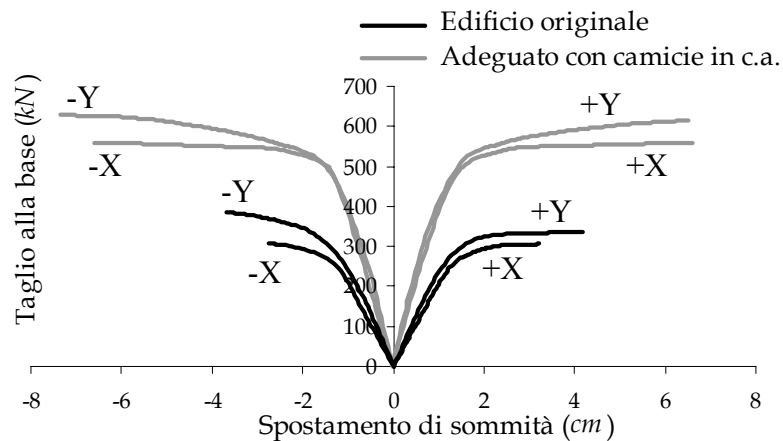


Fig. 5.16 Curve di pushover (arrestate all'attingimento dello S.L.D.S.) per l'edificio nello stato originale ed adeguato con camicie in c.a. (alternativa A₃)

Per la verifica sismica dell'edificio così rinforzato, come per le alternative precedenti, si procede operando il confronto tra capacità e domanda sismica mediante il metodo dello spettro di capacità di Fajfar (1999). A titolo di esempio, si riporta in Fig. 5.17 la verifica allo S.L.D.S. dell'edificio sollecitato dal sisma nella direzione +X. Il punto terminale C della curva di capacità bilinerizzata dell'edificio post-intervento A_3 , corrispondente all'attingimento dello stato limite di Danno Severo, viene in sostanza a coincidere con quello (D) rappresentativo della domanda inelastica. Tale circostanza si verifica anche per le direzioni -X e +Y (si omettono i relativi grafici per brevità) per le quali può concludersi che la verifica al DS è strettamente soddisfatta. Per la direzione -Y, invece, la capacità è lievemente superiore della domanda e la verifica al DS risulta soddisfatta in modo lievemente più ampio. La verifica al DL è, invece, soddisfatta con un discreto margine.

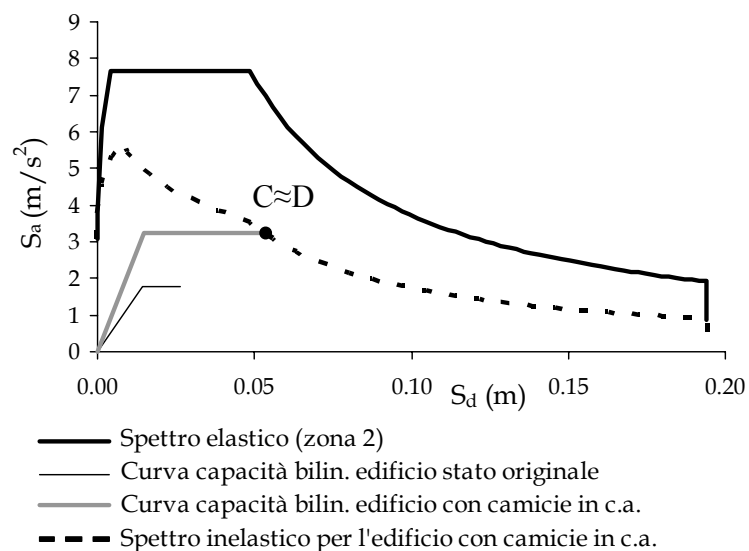


Fig. 5.17 Confronto tra capacità (C) e domanda sismica (D) per l'edificio adeguato con camicie in c.a. (S.L.D.S., direzione +X)

Alle stesse conclusioni si può pervenire, come noto, anche confrontando la domanda e la capacità sismica dell'edificio in termini di PGA. L'applicazione inversa del metodo dello spettro di capacità conduce, infatti, ai valori di PGA riportati nella Tab. 5.3. Ricordando, poi, i valori della PGA di domanda in zona 2 per lo S.L.D.L. e per lo S.L.D.S., si conclude che la verifica dell'edificio modificato con l'intervento A₃ risulta soddisfatta con un discreto margine ($C=0,14g > 0,10g=D$) nei riguardi dello stato limite di danno limitato, in modo appena sufficiente ($C \approx 0,25g = D$) nei confronti del danno severo. Ad ogni modo, l'obiettivo di adeguamento sismico della struttura è stato perseguito.

Tab. 5.3 Capacità sismica dell'edificio adeguato con camicie in c.a. (alternativa A₃)

Direzione spinta	PGA (g) di capacità al DL	PGA (g) di capacità al DS
+X	0,20	0,25
-X	0,21	0,25
+Y	0,14	0,25
-Y	0,14	0,29
min	0,14	0,25

Prima di passare ad esaminare la quarta ed ultima alternativa di adeguamento, quella volta, cioè, alla riduzione della domanda sismica piuttosto che all'incremento della capacità, si ritiene utile ed interessante sovrapporre tutte le curve di pushover ricavate finora, relative all'edificio nello stato originale ed in quello adeguato secondo una delle tre alternative fin qui considerate.

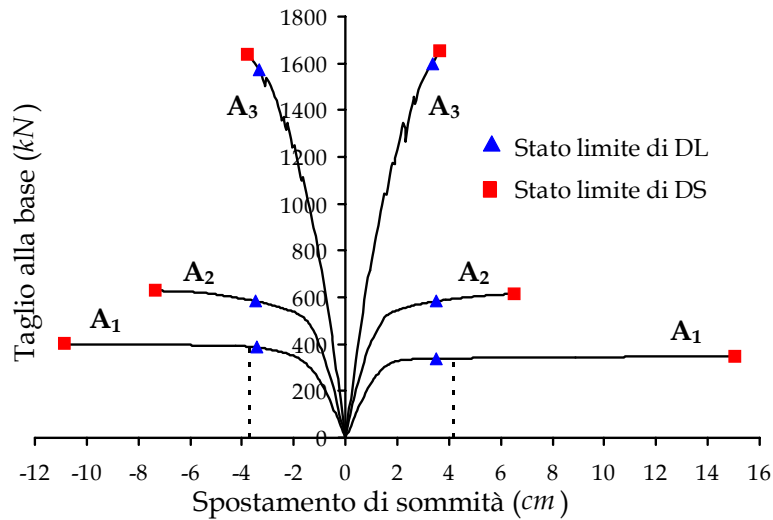
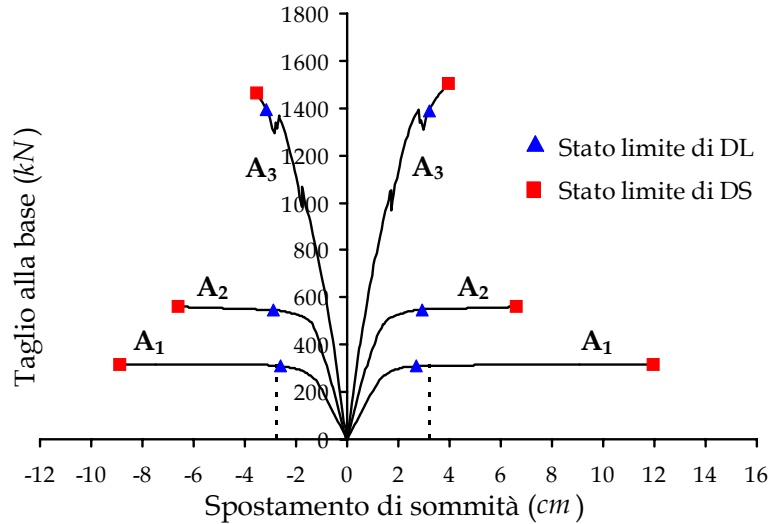


Fig. 5.18 Curve di pushover (direzioni +X e -X in alto; +Y e -Y in basso) per l'edificio originale ed adeguato secondo le alternative A₁, A₂ e A₃

Le quattro curve di capacità relative all'edificio originale coincidono, in sostanza, con quelle dell'edificio adeguato con GFRO (alternativa A₁), fino all'attingimento dello stato limite di D.S. (cfr. linee verticali tratteggiate) da parte dell'edificio nudo.

Dall'osservazione dei diagrammi in Fig. 5.18 risulta chiaro l'effettivo conseguimento dei diversi obiettivi di miglioramento sismico posti alla base della progettazione dei tre interventi. Si nota in particolare che l'alternativa A₁ (fasciatura con GFRP) produce, essenzialmente, solo un incremento della duttilità globale dell'edificio; l'alternativa A₂ (controventi in acciaio) apporta, invece, un sensibile incremento di resistenza globale, lasciando praticamente inalterata la capacità ultima di spostamento laterale dell'edificio; l'alternativa A₃ (camicie in c.a.), infine, induce l'incremento contemporaneo di resistenza e duttilità globali.

5.4. ALTERNATIVA A₄: ISOLAMENTO ALLA BASE

L'alternativa di adeguamento A₄, a differenza delle precedenti, mira ad adeguare l'edificio, non già mediante il miglioramento della capacità sismica dello stesso, bensì attraverso la riduzione della domanda sismica alla base. Consiste nell'isolamento alla base mediante inserimento, al piede di ciascun pilastro, di dispositivi in gomma armata ad alto smorzamento (cosiddetti *HDRB* ovvero *High Damping Rubber Bearing*), di cui si mostra in Fig. 5.19 una foto (ove il dispositivo è sezionato al fine mostrare al suo interno l'armatura di piatti in acciaio, utili a contenere le dilatazioni trasversali della gomma).



Fig. 5.19 Dispositivo di isolamento in gomma armata HDRB

La riduzione della domanda di accelerazione imposta all'edificio si determina per effetto dell'incremento della capacità dissipativa e dell'allungamento del periodo proprio di vibrazione dell'edificio conseguenti l'inserimento dei dispositivi suddetti.

La progettazione dell'intervento (Dolce et al., 2004) può, allora, condursi a ritroso: nota la capacità della sovrastruttura (ovvero della struttura sovrastante il livello di isolamento, che contiene i dispositivi), è possibile "tarare" opportunamente l'intervento in modo da far sì che la domanda sismica si riduca ad un livello inferiore, al più uguale, alla capacità di cui sopra. Così facendo, si concentrano i lavori di adeguamento alla base dell'edificio, risultando, per quanto detto, la sovrastruttura già adeguata a resistere alla domanda.

Primo passo per la progettazione dell'isolamento è, pertanto, la valutazione della capacità sismica della sovrastruttura. Nel caso in esame, tale capacità può essere determinata con riferimento alla struttura a base fissa, nello stato originale, analizzata in precedenza (Cap. 4) mediante analisi statica non lineare. Per comodità, è bene esprimere tale capacità, non già in termini di massima accelerazione al suolo PGA (come fatto in talune circostanze precedenti), bensì di accelerazione spettrale. Nelle tabelle che seguono, si riportano, pertanto, per ciascuna delle quattro direzioni di spinta (+X, -X, +Y, -Y) e separatamente per lo S.L.D.L. e S.L.D.S., i valori T^* del periodo di vibrazione equivalente (ad un sistema ad un grado di libertà), della PGA di capacità (valutata al Cap. 4, Tab. 4.7) e della conseguente (ricercata) accelerazione spettrale elastica di capacità $S_{ae, cap}$. Quest'ultimo valore si ricava, appunto, sostituendo nell'espressione generale dello spettro elastico $S_{ae}(T, PGA)$ fornita dalla normativa per il tipo di suolo (C) su cui sorge l'edificio, il valore della PGA di capacità e come valore del periodo, quello equivalente T^* per la direzione considerata.

Siccome lo spettro elastico di progetto allo S.L.D.L. si ottiene, secondo norma, da quello allo S.L.D.S. rapportato per 2,5, al fine di rendere comparabili ("omogenei") i valori di capacità $S_{ae, cap}$ misurati con riferimento ai due diversi stati limite, occorre premoltiplicare per 2,5 i valori di accelerazione spettrale di capacità al Danno Limitato (Tab. 5.6).

Tab. 5.4 Capacità sismica allo stato limite di D.L. della sovrastruttura, espressa in termini di accelerazione spettrale.

Direzione spinta	T* (s)	PGA (g) di capacità al D.L.	$S_{ae,cap,D.L.}$ (g)
+X	0,565	0,10	0,273
-X	0,560	0,10	0,270
+Y	0,524	0,14	0,417
-Y	0,528	0,14	0,399

Tab. 5.5 Capacità sismica allo stato limite di D.S. della sovrastruttura, espressa in termini di accelerazione spettrale.

Direzione spinta	T* (s)	PGA (g) di capacità al D.S.	$S_{ae,cap,D.S.}$ (g)
+X	0,565	0,12	0,332
-X	0,560	0,10	0,287
+Y	0,524	0,16	0,489
-Y	0,528	0,15	0,432

Tab. 5.6 Accelerazioni spettrali elastiche di capacità $S_{ae,cap}$ "omogenee"

Direzione spinta	$2,5 S_{ae,cap,D.L.}$ (g)	$S_{ae,cap,D.S.}$ (g)
+X	0,684	0,332
-X	0,677	0,287
+Y	1,044	0,489
-Y	0,999	0,432

La capacità globale dell'edificio in termini di accelerazione spettrale elastica $S_{ae,cap}$ deve, ovviamente, essere assunta pari al valore minimo degli 8 contenuti nella tabella precedente, relativi alle 4 direzioni di spinta e ai 2 diversi stati limite:

$$S_{ae,cap} = \min_{+X,-X,+Y,-Y} \{2,5S_{ae,cap,D.L.}; S_{ae,cap,D.S.}\} = 0,287g \quad (5.3)$$

È stata operata la scelta di dispositivi HDRB con valore di smorzamento $\xi=10\%$ (il più comune in commercio). In Fig. 5.20 è, allora, riportato lo spettro elastico di domanda previsto dalla norma per la zona sismica in esame (2), il tipo di suolo (C) ed il valore di smorzamento ($\xi=10\%$). È rappresentato anche lo spettro corrispondente allo smorzamento strutturale tipico in assenza di particolari dispositivi ($\xi=5\%$), per mostrare la riduzione della domanda di accelerazione dovuta al solo incremento della capacità di smorzamento dell'edificio visto nel suo complesso (dispositivi più sovrastruttura). Dal confronto grafico tra lo spettro elastico di domanda ($\xi=10\%$) e la capacità spettrale dell'edificio 0,287g precedentemente calcolata, si evince che la struttura risulterà *isolata* se si riuscirà ad allungare il periodo proprio di vibrazione $T_{1,is}$ (dal valore iniziale $T_1=0,52$ s, a base fissa) fino a superare la soglia di 1,11 s (che sarà indicata con $T_{is,min}$). Per $T_{1,is} > T_{is,min}$, infatti, la capacità sovrasta la domanda.

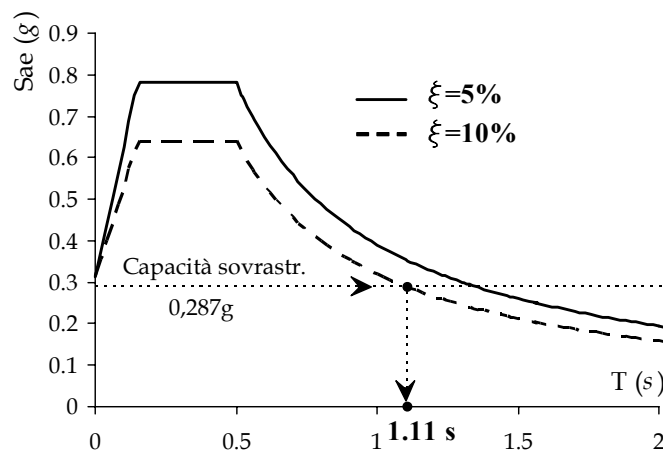


Fig. 5.20 Valutazione del periodo di vibrazione minimo $T_{is,min}$ da garantire per *isolare* alla base l'edificio

Noto il valore minimo $T_{is,min}$ del periodo da garantire e ricordando la relazione che intercorre, per un sistema ad un grado di libertà, tra periodo di vibrazione, massa e rigidezza, si può ricavare il valore massimo $K_{is,max}$ che la rigidezza globale dei dispositivi deve avere affinché risulti $T_{1,is} > T_{is,min}$ (eq. 5.4).

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M}{K}} \quad \Rightarrow \quad K_{is,max} = \left(\frac{2\pi}{T_{is,min}} \right)^2 \cdot M_{tot} \quad (5.4)$$

Per valutare la massa totale della sovrastruttura M_{tot} occorre fornire qualche dettaglio inerente la realizzazione completa dell'intervento. In pratica, appena al di sopra del piano degli isolatori, deve realizzarsi un impalcato rigido nel piano, che garantisca spostamenti differenziali orizzontali pressoché nulli dei vari dispositivi e, dunque, tra le basi dei pilastri che spiccano dall'impalcato stesso. Tale impalcato è stato, nel presente lavoro, pensato realizzato mediante un reticolato di travi in c.a. di sezione $30 \times 60 \text{ cm}^2$. In più, è prevista, a tale livello, la disposizione di griglie in acciaio (sostenute da travi del tipo IPE 180), piuttosto che la realizzazione di un solaio vero e proprio, per consentire l'ispezione ed eventuale sostituzione degli isolatori nel tempo. Si vedano, a tal proposito le Figg. 5.21 e 5.22..

Ebbene tali elementi aggiuntivi, considerando anche l'aliquota di sovraccarico variabile come da norma, apportano un incremento di massa pari a $42,6 \text{ t}$. Essendo (cfr. Tab. 4.4) pari a $66,0 \text{ t}$ e $63,3 \text{ t}$ la massa della sovrastruttura associata a ciascuno dei primi due impalcati ed al terzo rispettivamente, è possibile ricavare il valore di M_{tot} come segue:

$$M_{tot} = 2 \cdot 66,0 + 63,3 + 42,6 = 238 \text{ t} \quad (5.5)$$

che, sostituito nella 5.4, porge:

$$K_{is,max} = \left(\frac{2\pi}{T_{is,min}} \right)^2 \cdot M_{tot} = \left(\frac{2\pi}{1,11} \right)^2 \cdot 238 = 7626 \text{ kN / m} \quad (5.6)$$

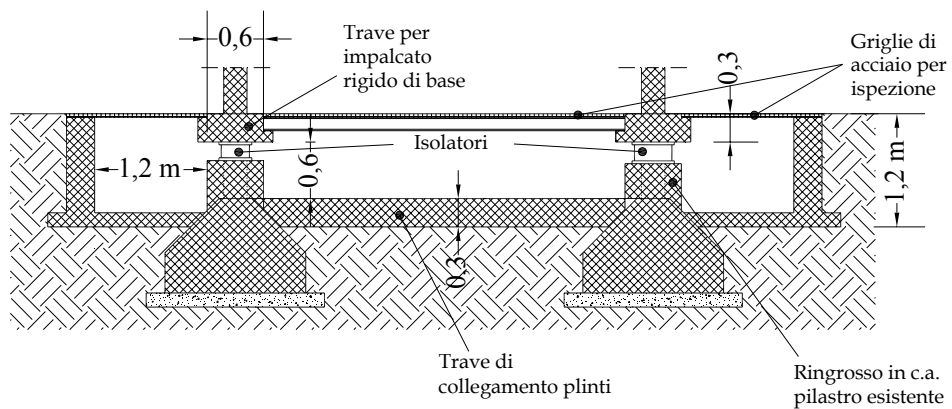


Fig. 5.21 Sezione tipo dell'edificio in corrispondenza del piano di isolamento

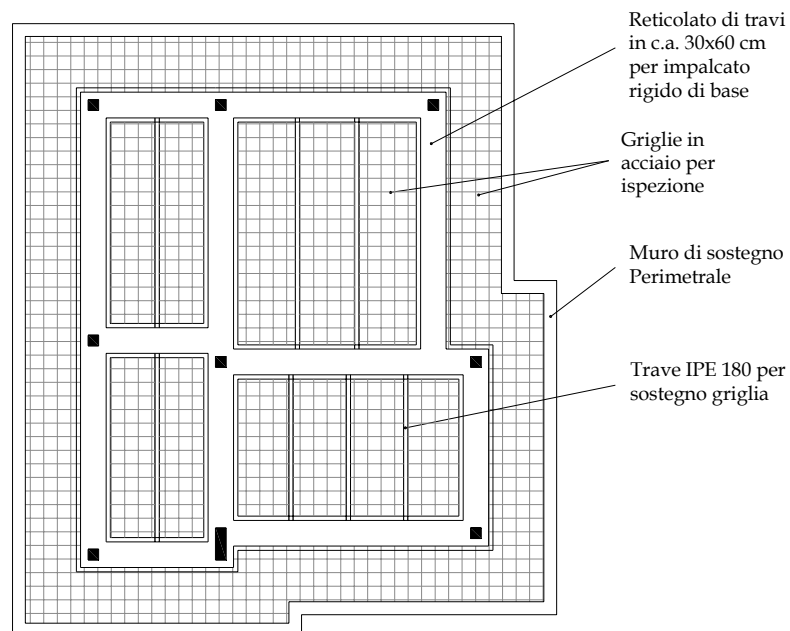


Fig. 5.22 Pianta dell'impalcato sovrastante il livello di isolamento: disposizione dei profili e delle griglie in acciaio per l'ispezione e la manutenzione dei dispositivi.

A questo punto è possibile condurre la scelta dei dispositivi secondo i seguenti criteri:

- i dispositivi devono avere una resistenza a compressione commisurata allo sforzo normale sollecitante di progetto;
- devono essere caratterizzati da una rigidità laterale tale che la loro somma non superi il valore $K_{is,max}$;
- devono garantire il ricentraggio delle rigidità in pianta, ovvero ridurre l'eccentricità esistente tra baricentro delle masse e delle rigidità. La normativa OPCM 3431/2005 impone, a tal riguardo, che, lungo ciascuna delle direzioni principali, l'eccentricità tra il baricentro delle rigidità del sistema di isolamento e la proiezione verticale del baricentro delle masse non superi il 3% della dimensione in pianta dell'edificio trasversale alla direzione considerata;
- la richiesta di spostamento laterale per il singolo dispositivo non deve superare il valore limite fornito dalla casa produttrice.

Consultando, allora, i cataloghi dei principali produttori italiani di dispositivi di isolamento, dopo diverse configurazioni di tentativo, si è giunti, nel rispetto dei quattro criteri su definiti, a definire la seguente: si dispongono due tipologie di isolatori, di dimensioni e mescole diverse: un dispositivo (*tipo 1*) costituito da gomma a mescola *morbida* (di modulo $G=0,4$ MPa), avente diametro $D=400$ mm, dimensioni delle piastre in acciaio (cfr. Fig. 5.23) $B=450$ mm, altezza $H=230$ mm e rigidità laterale K_h di 480 kN/m; un dispositivo (*tipo 2*) costituito da gomma a mescola *normale* ($G=0,8$ MPa) e caratterizzato da $D=300$ mm, $B=350$ mm, $H=197$ mm, $K_h=710$ kN/m.

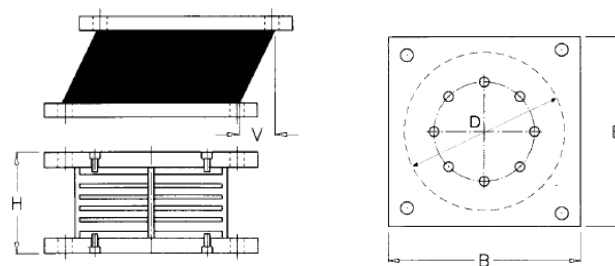


Fig. 5.23 Pianta e sezione della tipologia di isolatore prescelta

I due tipi di isolatore, disposti come indicato in Fig. 5.24, soddisfano i criteri di cui sopra in quanto la somma delle rigidezze laterali da essi offerte è 5470 kN/m , che è minore di $K_{is,max}$ (7626 kN/m) e, di conseguenza, il periodo di vibrazione si porta al valore $1,39 \text{ s}$ ($>T_{is,min}=1,11 \text{ s}$); l'eccentricità percentuale tra baricentri delle masse e delle rigidezze si attesta al valore $0,6$, minore del limite imposto dalla norma (3%); lo spostamento laterale richiesto per ciascun dispositivo (circa 110 mm) non supera il limite imposto dal produttore (200 mm per il tipo 1, 150 mm per il tipo 2).

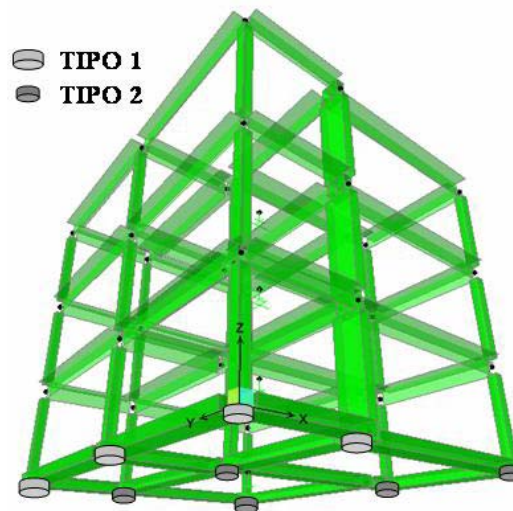


Fig. 5.24 Disposizione in pianta dei due tipi di isolatori

Le verifiche della struttura così isolata, condotte al SAP2000 (modellando gli isolatori come molle ad asse orizzontale, a comportamento elastico lineare, disposte nelle due direzioni principali) mediante analisi dinamica modale, risultano soddisfatte, sia per la sovrastruttura che per i dispositivi (per i quali, l'attingimento del D.S. e del D.L. si fa corrispondere, secondo normativa, al raggiungimento di uno spostamento orizzontale limite). Essendo tale analisi di carattere lineare (sebbene "equivalente", come si suol dire), è stato possibile valutare la capacità dell'edificio così adeguato semplicemente individuando, con una semplice proporzione, il valore che la PGA di "ancoraggio" dello spettro elastico deve avere affinché si

attingano gli stati limite di D.S. e D.L. nella sovrastruttura e nei dispositivi (per i dispositivi, la norma OPCM 3431 afferma che la verifica nei confronti dello stato limite di D.L. può considerarsi soddisfatta finché risulti tale anche quella allo S.L.D.S.) Risulta che la capacità dei dispositivi nei confronti dei due stati limite è minore di quella della sovrastruttura, cosicché è la prima che governa la capacità globale dell'edificio. In particolare, siccome risulta pari a 0,348 g la capacità, in termini di PGA, dei dispositivi agli stati limite di D.S. e di D.L. (valori coincidenti tra loro stante la particolare definizione che la norma fornisce per il danno limitato nei dispositivi, data sopra), si conclude che l'edificio isolato ha una capacità sismica al D.S. ed al D.L. misurata proprio da un valore dell'accelerazione di picco al suolo pari a 0,348 g.

Capitolo 6

Criteri di giudizio e definizione dei pesi

6.1. CRITERI DI GIUDIZIO DELLE ALTERNATIVE

Il progettista strutturale chiamato ad adeguare dal punto di vista sismico un edificio esistente deve operare, in generale, la selezione del tipo di intervento all'interno di una gamma molto vasta, come visto al Cap. 2. Tale scelta può essere tutt'altro che semplice, tenendo conto del fatto che numerosi sono anche i diversi punti di vista (criteri) sotto i quali è necessario sottoporre a paragone le molteplici soluzioni. A tal riguardo, Thermou e Elnashai (2002), raggruppando i criteri di scelta in due famiglie distinte, forniscono la seguente lista di possibili aspetti da considerare.

Dal punto di vista *economico e sociale*:

- il costo da sostenere in rapporto all'importanza della struttura;
- la disponibilità di manodopera;
- la durata dei lavori e del conseguente disturbo alle normali attività;

- il disturbo agli occupanti;
- il conseguimento degli obiettivi prestazionali fissati del proprietario;
- la compatibilità funzionale ed estetica dell'intervento nei confronti dell'edificio preesistente;
- la reversibilità dell'intervento;
- il livello del controllo di qualità;
- il significato politico e/o storico della struttura.

Dal punto di vista tecnico, invece:

- compatibilità strutturale con il sistema strutturale preesistente;
- regolarità di rigidezze, resistenze e duttilità;
- adeguatezza delle rigidezze, resistenze e duttilità locali;
- protezione nei confronti del danneggiamento non strutturale;
- capacità del sistema di fondazione;
- disponibilità di materiali e tecnologie necessari per l'intervento.

La lista di criteri testé citata non è, però, necessariamente da intendersi come esaustiva e sempre valida. Secondo le peculiarità del caso in esame è, infatti, opportuno considerare la possibilità di aggiungere criteri di giudizio diversi da quelli di cui sopra e, comunque, prendere in esame solo quelli che possono effettivamente essere discriminanti, se non determinanti, ai fini della scelta finale.

Nel caso studio in esame, assunta la destinazione d'uso residenziale ed assumendo che il decisore sia il proprietario dell'immobile, si ritiene utile considerare gli otto criteri riportati in Tab. 6.1, quattro dei quali di natura socio/economica, i rimanenti quattro di natura tecnica.

Tab. 6.1 Criteri di giudizio selezionati per l'applicazione al caso studio

CRITERI SOCIO/ECONOMICI		CRITERI TECNICI	
C ₁	Costo di installazione	C ₅	Specializzazione manodopera
C ₂	Costi di manutenzione	C ₆	Intervento in fondazione
C ₃	Durata dei lavori	C ₇	Rischio di Danno Severo
C ₄	Compatibilità funzionale	C ₈	Rischio di Danno Limitato

C₁-Costo di installazione. Nella comparazione delle quattro alternative descritte e progettate nei capitoli precedenti, occorre, come è ovvio, tener conto del costo totale (materiali e manodopera) che è necessario sostenere per realizzare al finito ciascuna delle soluzioni di adeguamento considerate. Sono da includere, ai fini di un corretto e completo confronto, anche le spese per eventuali demolizioni e rifacimenti (di tramezzi, tamponature, pavimenti, ecc.).

C₂-Costi di manutenzione. Occorre tenere ulteriormente conto dei costi da sostenere durante la vita utile della struttura (stabilità, in modo convenzionale, pari a 50 anni), adeguata secondo la generica delle alternative, al fine di conservare nel tempo l'efficienza del sistema di adeguamento adottato.

C₃-Durata dei lavori. È altresì importante confrontare le alternative in termini di tempo necessario per l'esecuzione al finito dei lavori, partendo dalle eventuali demolizioni, comprendendo, poi, la realizzazione dell'intervento strutturale vero e proprio e concludendo con le opere di rifacimento necessarie.

C₄-Compatibilità funzionale. Tale criterio punta ad assumere come termine di paragone tra le alternative anche la compatibilità estetica e funzionale (ovvero con le normali attività risiedenti nell'edificio) di ciascun intervento di adeguamento. Misura, cioè, l'impatto architettonico che sarebbe conseguente l'installazione della generica soluzione di retrofit.

C₅-Specializzazione manodopera. Altro aspetto di cui tener conto è il differente grado di specializzazione della manodopera e livello tecnologico necessari per la realizzazione delle opere di

adeguamento. Si tiene, così, in considerazione il fatto che interventi sofisticati o particolarmente innovativi richiedono, rispetto ad interventi tradizionali, manodopera più specializzata e, dunque, in generale più difficile da reperire sul mercato.

C₆-Intervento in fondazione. Le opere eventualmente necessarie per adeguare la fondazione a seguito dell'installazione della generica soluzione di retrofit non sono portate in conto nella valutazione complessiva dei tempi e dei costi. Sembra, allora, opportuno introdurre, sebbene sottoforma di un indice sintetico (come si vedrà nel seguito), l'influenza specifica di tale aspetto nella scelta finale, essendo i lavori in fondazione generalmente di difficile e costosa realizzazione.

C₇-Rischio di Danno Severo. Con tale criterio si vuole portare in conto il differente grado di sicurezza strutturale garantito dai diversi interventi di retrofit (fermo restando, ovviamente, la circostanza che tutti gli interventi sono progettati per *adeguare* la struttura a *resistere* nella zona sismica di seconda categoria in cui è posto), attraverso la misura del rischio di attingimento in 50 anni dello stato limite di Danno Severo da parte dell'edificio adeguato secondo la generica alternativa.

C₈-Rischio di Danno Limitato. Si intende, con tale criterio, tener conto della probabilità, per l'edificio adeguato secondo le diverse alternative di adeguamento in esame, di dover sostenere costi di riparazione dei danni non strutturali che possono occorrere durante la vita utile della struttura.

6.2. DEFINIZIONE DEI PESI DEI CRITERI

L'esigenza di assegnare un *peso* a ciascun criterio, come detto al par. 3.2.7.2, discende dalla necessità del decisore di differenziare l'importanza che, a suo parere, ciascun criterio deve avere nella selezione dell'alternativa ottima.

I pesi dei criteri assumono un ruolo fondamentale nel processo decisionale. In base al valore che essi assumono, infatti, alcune valutazioni delle alternative saranno amplificate, altre saranno

ridotte: la classifica finale delle alternative può essere, in generale, stravolta in corrispondenza di variazioni sensibili del valore dei pesi. Appare evidente, pertanto, il bisogno di uno strumento analitico che supporti il DM nel fornire tali valori di importanza relativa (generalmente espressa in termini percentuali), che ne garantisca un adeguato grado di affidabilità e coerenza con le reali volontà del decisore.

A tal fine si ritiene opportuno adottare il *metodo dell'autovalore* di Saaty (1980), descritto in linee generali nel paragrafo 3.2.3.2.. Tale strumento richiede al DM solo confronti piuttosto semplici, perché condotti considerando solo due criteri alla volta. Non presuppone, cioè, che il decisore debba esprimere difficili misurazioni cardinali delle sue preferenze assolute. A ciascuno di tali confronti corrisponde un giudizio di importanza relativa (a_{ij}) tra i due criteri considerati (C_i e C_j), espresso numericamente con l'ausilio della scala di Saaty (Tab. 6.2).

Tab. 6.2 Scala lineare di Saaty (1980) per la misura dell'importanza relativa a_{ij} di C_i rispetto a C_j

Intensità di dominanza a_{ij}	Definizione
1	Indifferenza
3	Moderata preferenza
5	Forte preferenza
7	Preferenza molto forte
9	Estrema preferenza
2,4,6,8	Giudizi di preferenza intermedi
Reciproci (1/2, 1/3, ...)	Per misurare il grado di dominanza di C_j su C_i

L'elemento i -mo dell'autovettore principale della matrice di confronti binari così costruita può essere considerato il peso di importanza del criterio i -mo implicitamente espressione dei molteplici semplici giudizi di preferenza espressi dal DM. La misura di consistenza, eseguita come descritto nel paragrafo 3.2.3.2, consentirà, poi, di giudicare se il decisore ha espresso tali giudizi in modo adeguatamente coerente o se è, invece, opportuno richiederli di riformulare i confronti di importanza.

Essendo $m=8$ il numero di criteri scelti, il decisore è chiamato a fornire un numero totale di giudizi binari di importanza relativa pari a:

$$\frac{m(m-1)}{2} = \frac{8(8-1)}{2} = 28 \quad (6.1)$$

in quanto occorre escludere gli elementi unitari disposti sulla diagonale principale e quelli posti al di sotto della stessa che, come noto, risultano automaticamente definiti come i reciproci di quelli in posizione ad essi simmetrica. I 28 giudizi di importanza relativa del tipo a_{ij} (racchiusi dalla linea tratteggiata), e la matrice A dei confronti binari che ne deriva, sono riportati di seguito.

$$A = [a_{ij}]_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1 & 1/5 & 4 & 1/3 & 4 & 1/3 \\ 3 & 1 & 3 & 1/2 & 6 & 1 & 6 & 1 \\ 1 & 1/3 & 1 & 1/5 & 4 & 1/3 & 4 & 1/3 \\ 5 & 2 & 5 & 1 & 6 & 2 & 5 & 2 \\ 1/4 & 1/6 & 1/4 & 1/6 & 1 & 1/6 & 1/2 & 1/5 \\ 3 & 1 & 3 & 1/2 & 6 & 1 & 5 & 3 \\ 1/4 & 1/6 & 1/4 & 1/5 & 2 & 1/5 & 1 & 1/3 \\ 3 & 1 & 3 & 1/2 & 5 & 1/3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Nel formulare tali giudizi (compito del DM) ci si è immedesimati nel ruolo del decisore (proprietario dell'immobile) per intuire possibili considerazioni che egli farebbe. Per esempio, è stato assunto che il proprietario consideri la riduzione dei costi di manutenzione (e, dunque, della necessità di interventi conservativi durante la vita utile della struttura) moderatamente più importante di quella dei costi di installazione, visto che la manutenzione si accompagna ad interruzioni d'uso dell'edificio che il DM reputa dannose: in tal modo egli fissa $a_{12}=1/3$.

Ancora, i criteri inerenti i costi di installazione e la durata dei lavori sono considerati, dal DM, ugualmente importanti, visto che una maggiore durata dei lavori comunque implica una perdita monetaria (si pensi ai canoni di fitto, ecc.): $a_{13}=1$.

La compatibilità funzionale dell'intervento di adeguamento con l'organismo edilizio esistente è giudicata dal decisore molto importante rispetto agli altri criteri ($a_{4j} \geq 1$, per $j = 1, \dots, 8$) in virtù della destinazione d'uso residenziale del fabbricato. In altre parole, date le sue piccole dimensioni, l'edificio è considerato essere molto sensibile nei confronti del pur piccolo impatto architettonico che un intervento può avere sul normale utilizzo dello spazio.

Anche il criterio riguardante l'entità dell'intervento da doversi realizzare in fondazione è giudicato essere piuttosto importante ($a_{6j} \geq 1$, $j = 1, 2, 3, 5, \dots, 8$) visto che la corrispondente misura implicitamente risulta in costi, tempi e disturbo (per gli occupanti l'edificio) aggiuntivi. Per esempio, l'obiettivo di ridurre l'entità dell'intervento in fondazione è giudicato molto più importante rispetto al grado di specializzazione della manodopera necessaria: $a_{65} = 6$. Ancora, il criterio C_6 è considerato dal DM solo moderatamente più importante dei criteri riguardanti i costi di installazione, la durata dei lavori e del rischio di danno limitato ($a_{61} = a_{63} = a_{68} = 3$) ed è assunto essere ugualmente importante rispetto al criterio riguardante i costi di manutenzione ($a_{62} = 1$).

Il criterio C_5 riguardante il livello di specializzazione della manodopera è considerato meno importante degli altri ($a_{5j} \leq 1$, $j = 1, \dots, 8$) in quanto il proprietario preferisce avere migliori prestazioni degli interventi di adeguamento in termini di compatibilità, costi, durata, ecc. anche se deve reperire una squadra di lavoratori fortemente specializzata, meno frequente sul mercato.

Il criterio C_7 (rischio di Danno Severo) è giudicato essere meno importante del C_8 (rischio di Danno Limitato): visto che l'obiettivo comune nel progetto degli interventi è stato l'adeguamento dell'edificio nei confronti dello stato limite di D.S., che, come tale, è perseguito da tutte e quattro le alternative di retrofit, il proprietario è maggiormente interessato a ridurre i futuri costi di riparazione da sostenere in caso di attingimento dello stato limite di D.L.. Di conseguenza pone $a_{78} = 1/3$.

Come noto (par. 3.2.3.2), se i confronti binari tra i criteri sono condotti in modo perfettamente coerente (o *consistente*), ciascun valore a_{ij} dovrebbe rappresentare proprio il rapporto w_i/w_j tra i pesi dei criteri C_i e C_j rispettivamente. In tale caso ideale, la matrice

A avrebbe rango pari ad 1, $\lambda=m=8$ sarebbe il suo unico autovalore non nullo e il vettore W dei pesi w_1, w_2, \dots, w_8 sarebbe il corrispondente autovettore.

Nel caso più realistico e comune di giudizi non perfettamente consistenti, i valori a_{ij} possono leggermente differire dai valori dei rapporti w_i/w_j e gli autovalori cambiano di conseguenza. In particolare, il massimo autovalore λ_{max} risulta essere maggiore di $m=8$ (ma non molto differente da m), mentre gli altri risultano pressoché nulli. Dunque, in tale caso è ragionevole assumere ancora quale vettore W dei pesi l'autovettore di A corrispondente all'autovalore massimo λ_{max} , ovvero il vettore che soddisfa la seguente uguaglianza tra matrici:

$$A \times W = \lambda_{max} W \quad (6.3)$$

Nel caso in esame risulta $\lambda_{max} = 8.447 (> m=8)$ ed il vettore W è:

$$W = \{w_i\} = \{0.073, 0.172, 0.073, 0.280, 0.026, 0.201, 0.035, 0.141\} \quad (6.4)$$

I valori dei pesi dei criteri w_i (la cui somma è l'unità) possono usarsi per stilare una classifica dei criteri in termini dell'importanza relativa che il DM associa loro in relazione alla decisione finale, come mostrato in Tab. 6.3. Ancora, il diagramma a torta in Fig. 6.1 può essere un efficace rappresentazione di tali misure di importanza relativa.

Tab. 6.3 Classifica dei criteri in funzione dell'importanza relativa (peso)

Ordine in classifica	Pesi w_i	Criteri	Descrizione
I	0,280	C_4	Compatibilità funzionale
II	0,201	C_6	Intervento in fondazione
III	0,172	C_2	Costi di manutenzione
IV	0,141	C_8	Rischio di Danno Limitato
V-VI	0,073	C_1, C_3	Costo di installazione, Durata dei lavori
VII	0,035	C_7	Rischio di Danno Severo
VIII	0,026	C_5	Specializzazione manodopera

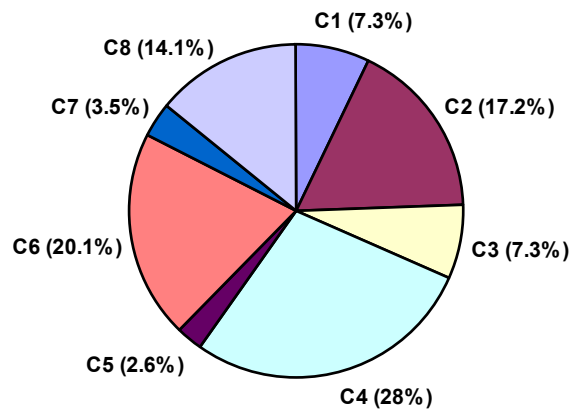


Fig. 6.1 Importanza relativa (peso) dei criteri di giudizio per la decisione (in %)

I pesi dei criteri possono avere una significativa influenza sulla soluzione finale del problema decisionale. Per esempio, osservando i risultati appena ottenuti, appare chiaro che le alternative che presentano le migliori prestazioni rispetto ai criteri C_4 e C_6 (i più "importanti") saranno favorite, mentre le valutazioni delle alternative rispetto ai criteri C_5 e C_7 avranno un ruolo meno incisivo nella decisione finale.

È per questo che risulta essere particolarmente importante garantire che il decisore abbia espresso i suoi giudizi binari in modo sufficientemente coerente (cfr. par. 3.2.3.2) e, soprattutto, che la soluzione finale del problema decisionale non cambi in corrispondenza di piccole modifiche nel valore dei pesi (cfr. par. 6.2.2).

Si coglie, intanto, l'occasione per applicare i metodi alternativi a quello usato, suggeriti dallo stesso Saaty e da Fishburn (descritti al par. 3.2.3.2), per la determinazione del vettore dei pesi W e dell'autovalore λ_{max} .

Saaty suggerisce di valutare gli elementi w_i del vettore W semplicemente normalizzando (la somma dei pesi deve essere pari all'unità) la media geometrica m_i della i -ma riga della matrice A rapportandola alla somma delle medie geometriche di tutte le righe, come nella (6.5). Si ottiene, così, il vettore (6.6), che solo poco differisce da quello (6.4) ricavato secondo la via più complessa.

$$w_i = \frac{m_i}{\sum_{k=1}^8 m_k} \quad \text{con} \quad m_k = \sqrt[8]{a_{k1} \cdot a_{k2} \cdot \dots \cdot a_{k8}} \quad (6.5)$$

$$W = \{w_i\} = \{0.072, 0.178, 0.072, 0.280, 0.026, 0.200, 0.034, 0.139\} \quad (6.6)$$

$$W = \{w_i\} = \{0.075, 0.172, 0.075, 0.277, 0.026, 0.198, 0.036, 0.140\} \quad (6.7)$$

Ancora, Fishburn (1967) suggerisce, in via alternativa, di determinare il vettore W normalizzando la matrice A rapportando ogni suo elemento per la somma degli elementi posti nella stessa colonna e computando, poi, la media aritmetica di ciascuna delle sue righe. Si ottiene così il vettore (6.7), anch'esso ottima approssimazione del (6.4).

Infine Saaty propone anche un calcolo rapido di λ_{max} (che, come noto, serve per la misura di consistenza dei giudizi) consistente nel sommare, nella matrice A , tutti gli elementi appartenenti alla stessa colonna e moltiplicare il vettore riga così ottenuto per il vettore dei pesi precedentemente determinato. Si ottiene in tal modo $\lambda_{max} = 8.408$ che, di fatto, poco differisce dal valore 8.447 calcolato rigorosamente come autovalore principale di A .

Nel seguito saranno, in ogni caso, adottati i valori dei pesi contenuti nella (6.4.) ed il valore 8.447 per λ_{max} .

6.2.1 Verifica di consistenza

I pesi dei criteri, come si vedrà nel seguito, possono essere determinanti per la decisione finale, in quanto amplificano o deamplificano le valutazioni delle soluzioni rispetto ai criteri in funzione della loro importanza relativa. I giudizi personali espressi dal decisore per la definizione dei pesi possono, allora, condurre

ad una decisione a carattere soggettivo. In ogni caso, un'apposita analisi di sensibilità, come si vedrà, potrà fornire una misura quantitativa dell'effettiva influenza delle scelte del DM sulla selezione del miglior intervento di retrofit.

Ma, in questa fase, è importante condurre una misura della coerenza (o *consistenza*) dei confronti binari effettuati dal DM, in accordo alle indicazioni di Saaty (1980, 1999), ed assicurarsi che sia di un grado accettabile. L'esito positivo di tale controllo garantisce che non ci siano conflitti indesiderati tra le espressioni del DM nel giudicare i criteri e che la decisione finale avvenga in modo razionale e non sia, invece, il risultato di una classifica random degli obiettivi prioritari (Shafira e Goldenberg, 2005).

La misura di consistenza (cfr. par. 3.2.3.2) dei valori a_{ij} assegnati può essere condotta sulla base della differenza tra λ_{\max} e m (nulla, come detto, per giudizi perfettamente consistenti). In particolare, si definisce *indice di consistenza IC* il rapporto:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - m}{m - 1} = \frac{8,447 - 8}{8 - 1} = 0,064 \quad (6.8)$$

Per fornire un giudizio di accettabilità del grado di consistenza, occorre rapportare tale indice IC ad un *indice di consistenza random ICR*, il cui valore è da assumersi in funzione del numero m di grandezze confrontate in accordo alla tabella che segue. Nel caso in esame, essendo $m=8$, è $ICR=1,41$. Il rapporto tra IC e ICR viene definito *rapporto di consistenza (RC)* e, dalla (6.9), risulta essere pari a 4,5%.

Tab. 6.4 Valori di ICR in funzione della dimensione n del set di variabili in esame (Saaty, 1980)

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ICR	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

$$RC = \frac{IC}{ICR} = \frac{0,064}{1,41} = 4,5 \% \quad (6.9)$$

Ebbene, Saaty (1999) stabilisce che i confronti binari possono definirsi sufficientemente coerenti tra loro se risulta:

- $RC < 5\%$ per $m=3$;
- $RC < 9\%$ per $m=4$;
- $RC < 10\%$ per $m>4$.

Essendo, nel caso in esame, $RC=4,5\% < 10\%$ ($m=8$), la verifica di consistenza può dirsi soddisfatta con ampio margine.

6.2.2 Analisi di sensibilità

Al termine della procedura decisionale sarà condotta un'analisi di sensibilità del risultato nei confronti dei valori assegnati ai pesi dei criteri di giudizio. Tale analisi valuta la *stabilità* della soluzione ottima nei confronti dei pesi stessi e mira ad accertarsi che la soluzione stessa non cambi in corrispondenza di piccole modifiche nel valore dei pesi. Se così non fosse, infatti, la scelta della migliore alternativa risulterebbe condizionata in modo inaccettabile dalle particolari scelte del decisore in termini di importanza relativa dei criteri, al punto da mettere seriamente in discussione il significato stesso del risultato conseguito.

Il primo passo da compiere sarà, allora, considerare un criterio alla volta e determinare l'intervallo di valori, compresi tra 0 ed 1, che il corrispondente peso può assumere senza che la soluzione finale cambi. La variazione assoluta del generico peso necessaria per giungere ad una soluzione diversa da quella individuata con i pesi scelti, viene indicata generalmente (Triantaphyllou, 2000) con la sigla *AT* che sta per *Absolute Top* ("absolute" indica che trattasi di una variazione assoluta del valore; "top", che tale variazione comporta il mutare dell'alternativa di vertice in classifica). Successivamente si rapporta, per ciascun criterio, la variazione *AT* per il peso del criterio in esame, ottenendo la variazione relativa o percentuale *PT* (*Percentage Top*) che quel peso deve subire affinché cambi la soluzione prima in classifica. La misura della *sensibilità* della soluzione al peso del generico criterio si effettua calcolando il reciproco del valore *PT* corrispondente.

È ovvio che la soluzione individuata sarà giudicata tanto più stabile quanto più ampi sono i valori di AT e PT e, dunque, piccoli i valori di *sensibilità* per ciascun criterio.

I criteri per i quali non risulta definibile il valore di AT in quanto il peso corrispondente, pur assumendo valori qualsiasi compresi tra 0 e 1, non determina un cambio della soluzione ottima individuata, vengono definiti *robusti*. Ai criteri robusti corrisponde, ovviamente, *sensibilità nulla* della soluzione finale al peso corrispondente. Individuare un numero consistente di criteri robusti tra quelli adottati porta a concludere che la soluzione del problema decisionale è sufficientemente stabile ed è poco influenzata dalle scelte personali del decisore.

Capitolo 7

Valutazione delle alternative di adeguamento

Questa fase della procedura decisionale consiste nella valutazione delle quattro alternative di adeguamento considerate rispetto agli otto criteri di giudizio prescelti. Il risultato finale sarà la compilazione della *matrice di decisione* (definita al par. 3.2) ovvero della matrice 4×8 il cui elemento generico al posto i, j rappresenta la misura della prestazione offerta dall'alternativa A_i nei confronti del criterio C_j . Tale matrice, insieme al vettore dei pesi dei criteri, determinato nel capitolo precedente, costituirà, come noto, il punto di partenza per il metodo decisionale *TOPSIS* che fornirà la classifica finale delle alternative e, con essa, la selezione della “migliore” scelta.

Si evidenzia la circostanza che, tra gli otto criteri considerati, ve ne sono due che, per loro natura, non consentono misure quantitative dirette delle prestazioni delle alternative. Trattasi dei criteri C_4 e C_5 che possono definirsi *qualitativi* in quanto la valutazione delle alternative rispetto ad essi non può che condursi in modo verbale, linguistico, attraverso commenti e giudizi del decisore. Affinché possa completarsi la compilazione della matrice di decisione (introducendo, in pratica, la quarta e la quinta

colonna), sarà, pertanto, necessario operare preventivamente una conversione delle variabili qualitative di giudizio in termini quantitativi, secondo la procedura descritta al par. 3.2.7.1.

7.1. CRITERIO C_1 : COSTI DI INSTALLAZIONE

Nella comparazione delle quattro alternative descritte e progettate nei capitoli precedenti, occorre, come è ovvio, tener conto del costo totale (materiali e manodopera) che è necessario sostenere per realizzare al finito ciascuna delle soluzioni di adeguamento considerate. Sono da includere, ai fini di un corretto e completo confronto, anche le spese per le dovute demolizioni ed i conseguenti rifacimenti (di tramezzi, tamponature, pavimenti, ecc.).

Per ciascuno dei quattro interventi è stato stilato un elenco delle singole fasi necessarie alla sua realizzazione (escluso, come detto nella definizione dei criteri, l'intervento in fondazione) ed associato un costo da sostenere per l'implementazione di ciascuna di esse.

Si è fatto riferimento, per i prezzi unitari, al *Prezzario del settore costruzioni* pubblicato sul Bollettino Ufficiale della Regione Campania (2003). L'aggiornamento di tali prezzi all'anno in corso non si ritiene necessario in virtù del fatto che, ai fini della comparazione delle alternative, non contano le valutazioni assolute delle stesse rispetto ai criteri, bensì quelle relative. I prezzi unitari indicati nel B.U.R.C. sono ricavati dalla composizione delle risorse elementari (manodopera e materiali), dei semilavorati (malte, calcestruzzo confezionato, ecc.) nonché dei trasporti e dei noli (camion, gru, ecc.). Le opere realizzate si intendono eseguite a perfetta regola d'arte in conformità di leggi e norme vigenti. Le tariffe di manodopera sono desunte dalle tabelle del CCNL (Contratto Collettivo Nazionale del Lavoro) edilizio e, specificamente da quelle valide per Napoli e provincia. I costi di esercizio delle macchine ed attrezzature adottati nel formulare i prezzi provengono da specifici calcoli sull'ammortamento tecnico

delle stesse, sui relativi consumi e parti di ricambio, sugli oneri di manutenzione e di conduzione.

I prezzi dei materiali utilizzati nelle analisi provengono, invece, dai listini delle maggiori case produttrici su scala nazionale. I materiali si intendono dotati dei relativi marchi e attestati di conformità e rispondono ai requisiti previsti dalla legislazione corrente italiana, oltre ai disposti in materia tecnica e di sicurezza.

I dati forniti dal B.U.R.C. sono comprensivi anche degli oneri di avvicinamento del materiale e delle attrezzature necessarie a piè d'opera, i tagli, lo sfrido e gli oneri per pulizia finale e l'esecuzione a perfetta regola d'arte. Comprendono, ancora, gli oneri da sostenere, come previsto dalla norma vigente, per poter eseguire le lavorazioni "in regime di normale andamento, conduzione e sicurezza".

Sulla scorta di quanto detto in precedenza, si riportano nella Tab. 7.1 i costi di installazione totali delle quattro alternative. I diagrammi di Fig. 7.1 riportano, invece, il contributo al costo totale apportato dalle sole opere di demolizione (necessarie prima dell'intervento vero e proprio), dall'intervento strutturale propriamente detto e dalle necessarie opere di ricostruzione degli elementi non strutturali demoliti o danneggiati. Si ritiene interessante osservare che il costo dei lavori da realizzare prima e dopo l'intervento di rinforzo può essere tutt'altro che trascurabile.

Tab. 7.1 Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto al criterio C_1

Alternativa	Costo di installazione (€)
A ₁	23 096
A ₂	53 979
A ₃	11 175
A ₄	74 675

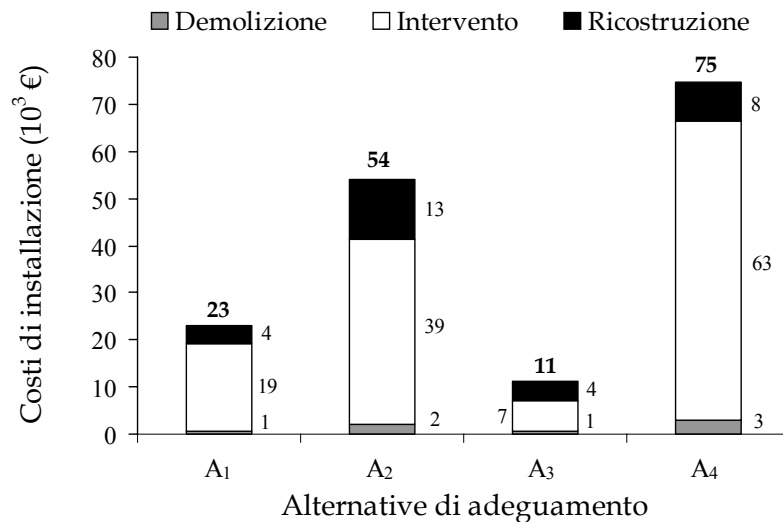


Fig. 7.1 Costi di installazione: quote parziali e valori totali per ciascuna alternativa di adeguamento

7.2. CRITERIO C₂: COSTI DI MANUTENZIONE

Tale criterio dovrebbe permettere di portare in conto, ai fini della decisione finale, i costi da sostenere durante la vita utile della struttura (stabilita, in modo convenzionale, pari a 50 anni), adeguata secondo la generica alternativa, al fine di conservare nel tempo l'efficienza del sistema di adeguamento adottato.

L'applicazione dei materiali compositi alle strutture può dirsi introdotta in tempi relativamente recenti; l'aspetto della loro durabilità, e conseguente necessità di manutenzione, costituisce, ad oggi, un tema ancora fortemente dibattuto e oggetto di numerose ricerche tuttora in corso (CNR-DT 200, 2004). Stante l'imprevedibilità pratica degli interventi di manutenzione che si renderanno necessari durante la vita della struttura, si considera più realistico comparare le alternative di adeguamento in termini di *costi di monitoraggio* da dover sostenere durante questo periodo. È stata, allora, condotta una ricerca riguardante le tipologie ed i costi dei controlli e delle ispezioni che è opportuno effettuare nel

corso del tempo quando si adegua l'edificio secondo ciascuna delle quattro modalità in esame.

7.2.1 Alternativa A₁ (GFRP)

Si riportano di seguito le indicazioni (uniche, in pratica) fornite da diversi documenti normativi, nazionali e non, riguardanti il monitoraggio di elementi in c.a. rinforzati con materiali compositi, al fine di operare la scelta dei tipi e della frequenza di ispezioni e controlli che è opportuno prevedere per l'edificio in esame, se si pensa di attuare l'alternativa di adeguamento A₁.

La normativa americana ACI 440 (2002) *“Guide for the Design and Construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures”* stabilisce che la struttura rinforzata con i materiali compositi debba periodicamente subire ispezioni e controlli. Afferma che le ispezioni periodiche hanno il compito di individuare e classificare, da un lato gli eventuali danni o deficienze del rinforzo, dall'altro le prevedibili cause che li hanno indotti. Specifica, ancora, che le *ispezioni* (visive e/o strumentali, a mezzo prove ad ultrasuoni, sondaggi acustici, prove termografiche) devono essere volte ad individuare eventuali fenomeni di delaminazione, di formazione di bolle d'aria, di fessure, di irregolarità superficiali o di altre specifiche anomalie.

Le istruzioni italiane CNR-DT 200 (2004) *“Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di interventi di consolidamento statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati. Materiali, strutture in c.a. e in c.a.p., strutture murarie”*, a tal riguardo, ammette la modesta disponibilità di dati relativi al comportamento a lungo termine dei materiali compositi e consiglia, pertanto, di effettuare (in linea anche con le indicazioni contenute nel bollettino europeo fib n° 14 del 2003 *“Externally bonded FRP reinforcement for RC structures”*) un'adeguata attività di monitoraggio delle applicazioni eseguite, mediante la realizzazione periodica di prove non distruttive o semidistruttive allo scopo di controllare i seguenti parametri che possono influire sul comportamento meccanico del rinforzo: temperatura delle lamine, umidità dell'ambiente in cui

sono poste, andamento di spostamenti e deformazioni (talvolta, in fase di realizzazione, si incorporano appositi sensori per poter fare quest'ultimo tipo di misura), continuità e livello di danneggiamento delle fibre, estensione di eventuali difetti e distacchi dei tessuti applicati.

Sulla scorta di tali indicazioni, è stato fatto un programma di monitoraggio per l'edificio adeguato secondo l'alternativa A₁, assumendo che si conducano ispezioni visive e strumentali ogni 10 anni, a partire dal quinto anno seguente la realizzazione dell'intervento. Da un'analisi di mercato è risultato che, ad oggi, un'ispezione del tipo descritto ha un costo medio di € 1500. Adottando un tasso di rivalutazione del 4% annuo, si ricava, per i costi di monitoraggio (cumulati nell'arco dei 50 anni), l'andamento in Fig. 7.2 ed un valore finale di € 23 206.

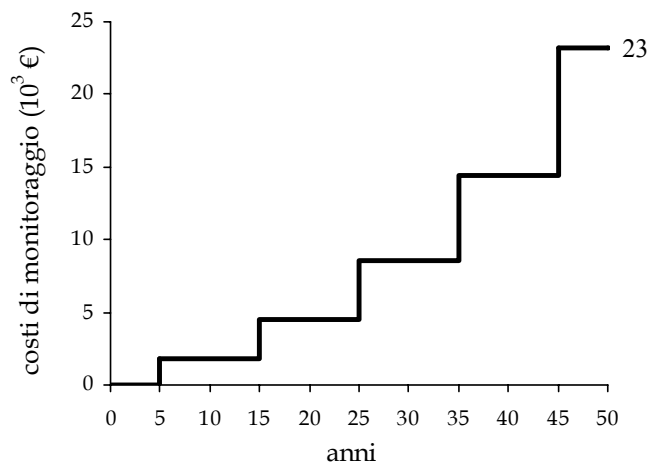


Fig. 7.2 Andamento dei costi di monitoraggio dell'intervento di adeguamento A₁ (GFRP)

7.2.2 Alternativa A₂ (controventi metallici)

Secondo le indicazioni contenute nelle istruzioni CNR-UNI 10011 (1998) "Costruzioni in acciaio. Istruzioni per il calcolo, l'esecuzione, il collaudo e la manutenzione", le opere metalliche, durante la loro vita utile, devono essere ispezionate in maniera

periodica da dei tecnici qualificati e incaricati di ciò dal committente. Il primo controllo deve essere eseguito entro un anno dall'entrata in esercizio della struttura ed in tale occasione deve essere stabilito l'intervallo di tempo massimo (comunque non superiore a 10 anni) intercorribile tra due ispezioni consecutive, in funzione della natura, delle caratteristiche dell'opera e della località in cui essa sorge.

Mutuando tali indicazioni, valide per strutture in acciaio in genere, agli elementi metallici installati sulla struttura in c.a. al fine di realizzare l'opzione di adeguamento A₂, si ipotizza di effettuare ispezioni visive ogni 5 anni. Indipendentemente dall'esito di tali controlli periodici, si ritiene opportuno prevedere il rifacimento del trattamento anticorrosivo degli elementi in acciaio ogni 20 anni. È stato assunto che, ad oggi, il costo medio da sostenere per la singola ispezione visiva sia pari a € 500 e che sia di € 14000, invece, quello necessario per il trattamento anticorrosivo. Adottando un tasso di rivalutazione del 4% annuo, si ricava, per i costi di monitoraggio (cumulati nell'arco dei 50 anni), l'andamento in Fig. 7.3 ed un valore finale di € 115 037.

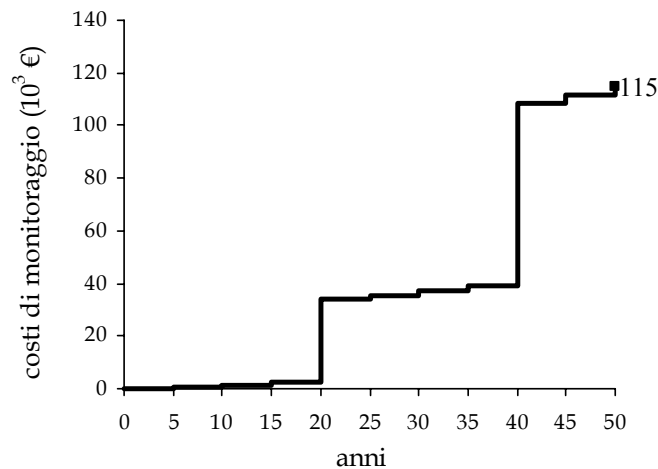


Fig. 7.3 Andamento dei costi di monitoraggio dell'intervento di adeguamento A₂ (controventi metallici)

7.2.3 Alternativa A₃ (incamiciatura in c.a.)

La corretta gestione di una qualsiasi opera in calcestruzzo armato prevede che si eseguano controlli che consentano di individuare eventuali forme di degrado in atto, le loro cause, l'estensione del danno subito e la sua evoluzione nel tempo. Tali ispezioni consentono di monitorare nel tempo il grado di sicurezza, ed anche di funzionalità, offerto dall'opera, e preludono l'eventuale decisione circa l'opportunità e la scelta di un qualsiasi intervento di recupero.

In aggiunta alle ispezioni visive (di fondamentale importanza, specie per l'individuazione delle fessure, del distacco del copriferro, della presenza di prodotti di corrosione delle barre ecc.), diverse sono le tecniche, distruttive o non, in situ o in laboratorio, che possono essere impiegate per il controllo delle opere in c.a. (analisi chimiche, diffrazione dei raggi X, analisi al microscopio elettronico, prove sclerometriche, pachometriche, monitoraggio delle fessure, termografia, ultrasuoni, ecc.).

Per il monitoraggio, ai fini manutentivi, dell'intervento A₃ di ringrosso in c.a. dei pilastri (C1, C3, C4), si ipotizza di dover effettuare un'ispezione a vista ogni 5 anni ed un controllo strumentale (videotermografia o ultrasuoni) ogni 10 anni, a partire dal quinto anno dopo l'esecuzione delle opere di adeguamento.

Si assume, sulla scorta di indagini di mercato, che, ad oggi, il costo medio da sostenere per la singola ispezione visiva sia pari a € 500 e che sia di € 1500, invece, quello necessario per l'ispezione strumentale. Adottando un tasso di rivalutazione del 4% annuo, si ricava, per i costi di monitoraggio (cumulati nell'arco dei 50 anni), l'andamento in Fig. 7.4 ed un valore finale di € 40 353.

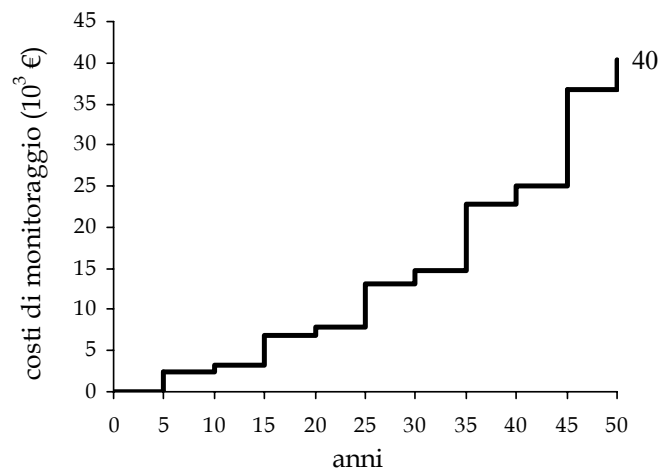


Fig. 7.4 Andamento dei costi di monitoraggio dell'intervento di adeguamento A₃ (incamiciatura in c.a.)

7.2.4 Alternativa A₄ (isolamento alla base)

Nelle “Linee guida per progettazione, esecuzione e collaudo di strutture isolate dal sisma” emanate dal Consiglio Superiore dei LL. PP. nel 1998, è richiesta, a seguito della progettazione dell'isolamento sismico di una struttura, la redazione di un *piano di qualità* che contenga, tra le altre cose, un programma di controlli periodici e di interventi di manutenzione programmata, mirato ad ottenere il massimo beneficio con il minimo impegno finanziario.

Lo stato di funzionamento e conservazione degli isolatori deve essere controllato visivamente da operai qualificati. È raccomandato eseguire la prima ispezione durante il primo anno successivo alla messa in opera degli isolatori. Per la frequenza e tipologia dei controlli successivi, si può far riferimento alle indicazioni fornite da un produttore italiano (ALGA s.p.a.) di dispositivi di isolamento nel documento “*Piano di controllo e di manutenzione per isolatori HDRB*”.

Tale documento distingue due tipi di ispezioni da effettuarsi con diversa frequenza: un'ispezione *normale*, da eseguirsi con una

cadenza quinquennale ed un'ispezione *principale*, da effettuarsi ogni dieci anni.

L'ispezione *normale* ha tra gli scopi controllare che la struttura disponga di una sufficiente capacità di movimento della struttura in corrispondenza dei dispositivi, rilevare eventuali difetti macroscopici degli isolatori, visibili ad occhio nudo (fessurazione gomma; posizione, parallelismo o planarità scorrette; movimenti o deformazioni imprevisti), monitorare le condizioni di conservazione e pulizia delle zone di alloggiamento dei dispositivi e dei relativi fissaggi della struttura, di verificare lo stato di conservazione delle protezioni anticorrosive e rilevare eventuali difetti visibili nelle parti strutturali adiacenti il dispositivo.

La prima ispezione *principale* dovrebbe essere eseguita durante il primo anno successivo alla realizzazione dell'intervento. Effettuate con cadenza decennale, le ispezioni principali hanno lo scopo di ottenere un quadro preciso e dettagliato delle condizioni dei dispositivi e devono assicurare che essi continuino ad assolvere le funzioni di progetto. Prevedono l'esecuzione degli stessi controlli di cui sopra, ma con maggior scrupolosità e cura del dettaglio. Si dovrà, in particolare, verificare la regolarità o meno di eventuali spancamenti esibiti dagli strati di plastica; verificare l'assenza di fessure macroscopiche della gomma (analizzando nel dettaglio quelle che superano i 5mm di copertura delle armature); verificare la presenza di rotazioni o spostamenti visibili ad occhio nudo, successivamente misurati in modo strumentale. Infine, durante l'ispezione principale è consigliato sostituire un isolatore da poter sottoporre ad analisi e prove di laboratorio al fine di conoscere l'evoluzione nel tempo delle sue proprietà chimico-fisico-meccaniche e poter estendere tali risultati ai dispositivi ancora presenti alla base dell'edificio.

In linea con tutte le indicazioni reperite e riportate in precedenza, nel presente lavoro è stato ipotizzato un programma di monitoraggio del sistema di isolamento che prevede l'esecuzione di un'ispezione *normale* ogni 5 anni (a partire dal quinto anno dalla realizzazione dell'intervento) e di un'ispezione *principale* ogni 10 anni, a partire dal primo anno dall'installazione.

Consultando la citata società produttrice di dispositivi di isolamento, è stato valutato in € 400 il costo di un'ispezione

normale, eseguita da un solo addetto specializzato; in € 3500 quello di un'ispezione principale, eseguita da una squadra di tre addetti competenti e comprendendo la sostituzione di un dispositivo. Per la prima ispezione principale, eseguita durante il primo anno, non si prevede la sostituzione di alcun dispositivo e si considera, allora, pari a € 500 il costo necessario per realizzarla. Infine, poiché sono stati utilizzati due diversi tipi di isolatore, si assume che la prima sostituzione riguardi un dispositivo di diametro 300 mm (la maggioranza dei dispositivi usati è di questo tipo), la seconda uno di diametro 400 mm e così via, in modo alternato. Adottando, poi, un tasso di rivalutazione del 4% annuo, si ricava, per i costi di monitoraggio (cumulati nell'arco dei 50 anni), l'andamento in Fig. 7.5 ed un valore finale di € 97 884.

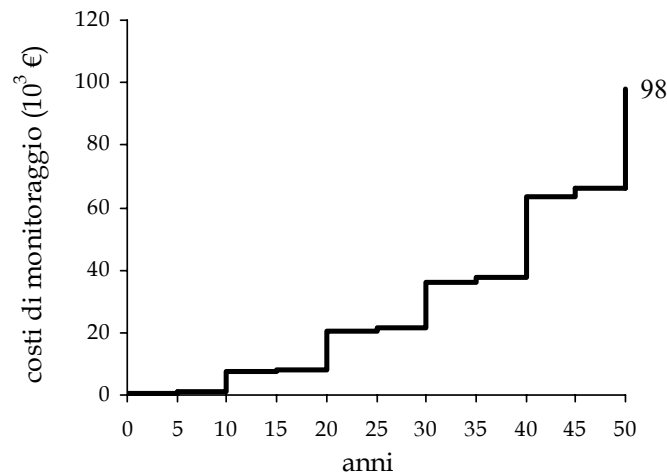


Fig. 7.5 Andamento dei costi di monitoraggio dell'intervento di adeguamento A₄ (isolamento alla base)

Si conclude tale paragrafo riassumendo, nella Tab. 7.2, le valutazioni, testé concluse, delle quattro alternative rispetto al criterio C_2 dei costi di manutenzione e ponendo a confronto, in Fig. 7.6, l'andamento dei costi da sostenere durante la vita utile della struttura in funzione della particolare opzione di adeguamento considerata.

Tab. 7.2 Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto al criterio C_2

Alternativa	Costi di manutenzione (€)
A ₁	23 206
A ₂	115 037
A ₃	40 353
A ₄	97 884

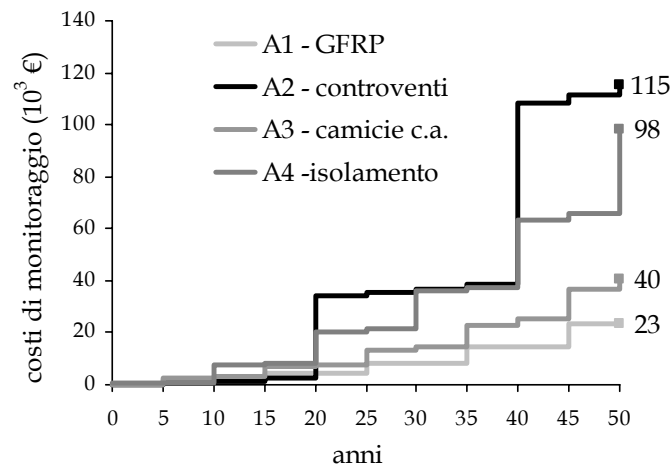


Fig. 7.6 Andamento dei costi di monitoraggio degli interventi di adeguamento alternativi

7.3. CRITERIO C₃: DURATA DEI LAVORI

È importante confrontare le alternative anche in termini del tempo necessario per l'esecuzione al finito dei lavori, partendo dalle eventuali demolizioni richieste, comprendendo, poi, la realizzazione dell'intervento strutturale vero e proprio e concludendo con le opere di rifacimento necessarie.

Per fare ciò, occorre valutare la durata totale (espressa in numero di giorni) di ciascuno dei quattro interventi alternativi in esame, note le singole fasi necessarie per la loro realizzazione e noti i cosiddetti tempi unitari di produzione di ciascuna singola attività produttiva. Tali tempi, reperiti da informazioni tratte da diverse imprese campane nonché da testi specializzati, sono quelli necessari per portare a compimento una quantità unitaria di una determinata lavorazione (es. getto di 1 mc di calcestruzzo) e sono riferiti a situazioni medio-normali, sia per quanto riguarda la laboriosità e capacità dei lavoratori, che per l'utilizzo delle riserve energetiche e l'impegno profuso da essi.

La somma (in numero di ore) dei tempi necessari a compiere ciascuna delle fasi di lavorazione necessarie per realizzare il generico intervento di adeguamento non corrisponde alla durata effettiva dell'intervento stesso. Occorre, infatti, tener conto del fatto che la giornata lavorativa convenzionale è composta da 8 ore, che alcune lavorazioni, assunta una squadra composta da due operai specializzati e due ordinari, potranno svolgersi in contemporanea e che talvolta occorre interrompere tutte le attività per un certo numero di giorni per esigenze tecnologiche (stagionatura calcestruzzo, ecc.). La stima della durata effettiva delle lavorazioni è stata, allora, condotta con l'ausilio dei cosiddetti *diagrammi di Gantt*, istogrammi orizzontali utili, in generale, per mostrare attività pianificate nel tempo (introdotti da Henry Gantt nel 1917). Si riportano tali diagrammi, per ciascuna alternativa, nelle seguenti Figg. 7.7 e 7.8. Le durate (in giorni) degli interventi così ricavate sono riportate nella Tab. 7.3.

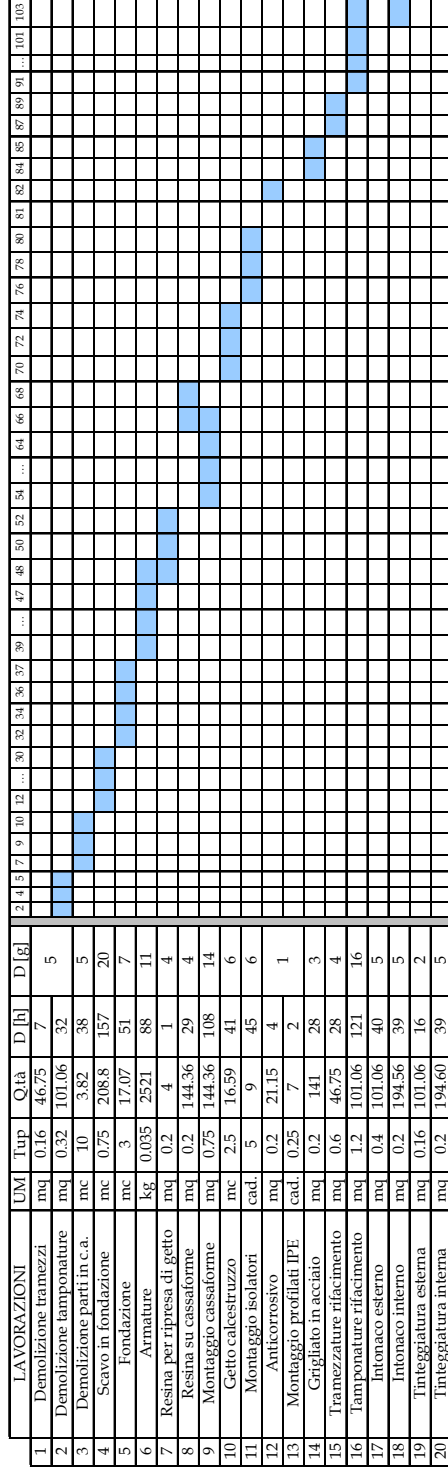
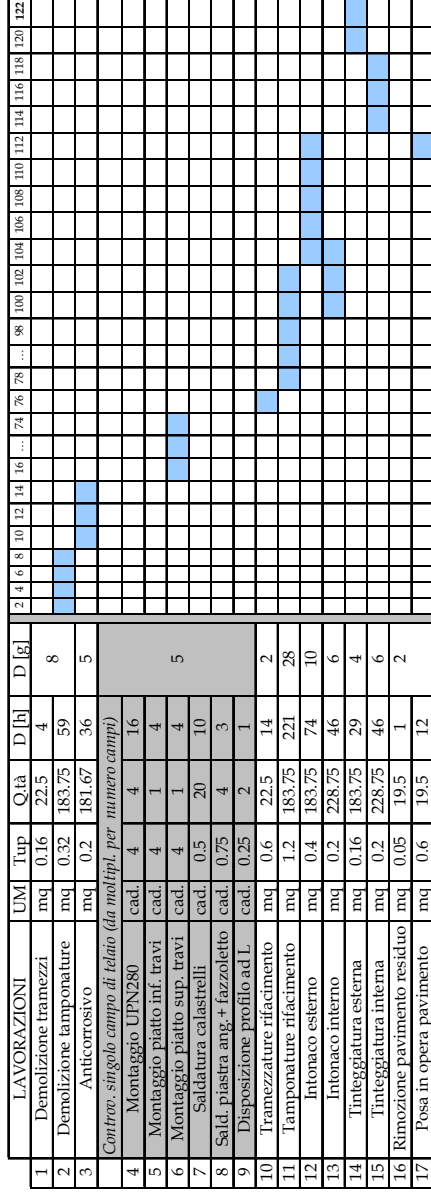


Fig. 7.8 Diagrammi di Gantt per le alternative A₃ (in alto) e A₄ (in basso)

Tab. 7.3 Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto al criterio C₃

Alternativa	Durata dei lavori (giorni)
A ₁	33
A ₂	122
A ₃	34
A ₄	119

7.4. CRITERI C₄ (COMPATIBILITÀ FUNZIONALE) E C₅ (SPECIALIZZAZIONE MANODOPERA)

Il criterio C₄ punta ad assumere come ulteriore termine di paragone tra le alternative la compatibilità estetica e funzionale (ovvero con le normali attività risiedenti nell'edificio) di ciascun intervento di adeguamento. Misura, cioè, l'impatto architettonico che sarebbe conseguente l'installazione della generica soluzione di retrofit. Il criterio C₅, invece, porta in conto il differente grado di specializzazione della manodopera e livello tecnologico necessari per la realizzazione delle opere di adeguamento. Si tiene, così, in considerazione il fatto che interventi sofisticati o particolarmente innovativi richiedono, rispetto ad interventi tradizionali, manodopera più specializzata e, dunque, in generale più difficile da reperire sul mercato.

È evidente, come già evidenziato in precedenza, la natura qualitativa di questi due criteri di giudizio. Essi non consentono misure quantitative delle prestazioni delle alternative, ma solo la formulazione di commenti e giudizi verbali. Affinché possa compiersi la compilazione numerica della quarta e quinta colonna della matrice di decisione (e possa, cioè, rendersi applicabile un qualsivoglia metodo MCDM; il TOPSIS, nella fattispecie) è, allora, necessario operare preventivamente una conversione di tali variabili qualitative in termini quantitativi, secondo la procedura indicata al par. 3.2.7.1, basata sul metodo dell'autovalore e dei confronti binari di Saaty (1980) descritto al par. 3.2.3.2.

Dunque occorre eseguire i confronti a coppie tra le prestazioni delle quattro alternative rispetto a ciascuno dei due criteri (C_4 o C_5). Utilizzando la scala lineare di Saaty (più volte citata fin qui, è riportata, comunque, in Tab. 7.4 per maggiore comodità), occorre fornire i valori d_{kp} corrispondenti a ciascuno di tali confronti e rappresentativi della misura relativa che il DM associa all'alternativa A_k rispetto all'alternativa A_p in termini del criterio in esame (C_4 o C_5). Organizzati tali valori d_{kp} in una matrice 4x4 (Tab. 7.5 per il criterio C_4 , Tab. 7.6 per C_5), il metodo dell'autovalore fornisce, quali elementi dell'autovettore principale di detta matrice, i valori numerici (ricercati) che esprimono la misura sintetica dell'alternativa generica rispetto al criterio considerato.

Tab. 7.4 Scala lineare di Saaty (1980) per la misura della preferenza d_{kp} di A_k su A_p rispetto al generico criterio di giudizio

Intensità di dominanza d_{kp}	Definizione
1	Indifferenza
3	Moderata preferenza
5	Forte preferenza
7	Preferenza molto forte
9	Estrema preferenza
2,4,6,8	Giudizi di preferenza intermedi
Reciproci (1/2, 1/3, ...)	Per misurare il grado di dominanza di A_p su A_k

Tab. 7.5 Valutazione quantitativa delle alternative rispetto al criterio C_4

C_4	A_1	A_2	A_3	A_4	<i>autovettore</i>
A_1	1	7	2	5	0,538
A_2	1/7	1	1/3	1/2	0,074
A_3	1/2	3	1	3	0,274
A_4	1/5	2	1/3	1	0,114

Tab. 7.6 Valutazione quantitativa delle alternative rispetto al criterio C_5

C_5	A_1	A_2	A_3	A_4	<i>autovettore</i>
A_1	1	4	7	1	0,414
A_2	1/4	1	3	1/4	0,120
A_3	1/7	1/3	1	1/7	0,052
A_4	1	4	7	1	0,414

Occorre, però, fornire qualche dettaglio sulle modalità di compilazione delle matrici di confronti binari contenute nelle due tabelle precedenti.

Per il criterio C_4 (compatibilità funzionale) sono state condotte le seguenti considerazioni: l'alternativa A_1 (GFRP) è molto meno invasiva di A_2 (controventi metallici) perchè quest'ultima richiede la chiusura dei vani (finestre, balconi) appartenenti ai campi di telaio da controventare (che sono in numero significativo, considerando le piccole dimensioni dell'edificio), mentre l'intervento con i materiali compositi (lo spessore del rinforzo è inferiore al millimetro) praticamente non implica alcun impatto sensibile sulla configurazione architettonica e funzionale della struttura originaria. L'alternativa A_3 richiede, come noto, un piccolo ringrosso dei pilastri $C1$, $C3$ e $C4$ che può determinare un aspetto leggermente antiestetico delle pareti al contorno. L'intervento A_4 , infine, consistente nell'isolamento alla base dell'edificio, non richiede alcun intervento sulla sovrastruttura, sebbene determini una forte restrizione d'uso del piano terra dell'edificio: la rimozione del solaio e la realizzazione di un impalcato formato da griglie in acciaio (necessarie per la manutenzione dei dispositivi in gomma) rendono, infatti, impossibile destinare gli ambienti ancora ad abitazione, ma ne orientano necessariamente l'uso verso locali da deposito o garage.

Per il criterio C_5 (specializzazione della manodopera), invece, i termini nella matrice in Tab. 7.6 sono stati assegnati osservando che l'installazione delle alternative A_1 (GFRP) e A_4 (isolamento) richiede necessariamente l'ingaggio di una squadra di operai altamente specializzati, di un livello più elevato rispetto a quello sufficiente per installare i controventi metallici dell'alternativa A_2 , molto più elevato, invece, del livello necessario per realizzare le incamiciature in c.a. previste nell'alternativa A_3 .

In definitiva, le valutazioni quantitative delle alternative rispetto ai due criteri qualitativi sono quelle riassunte in Tab. 7.7.

Il rapporto di consistenza CR risulta, per entrambi i criteri, minore del 9% (limite fornito da Saaty, 1999, per le matrici di ordine quattro), permettendo di concludere che i giudizi binari di cui sopra sono stati forniti in modo sufficientemente consistente.

Tab. 7.7 Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto ai criteri C_4 e C_5

Alternativa	Compatibilità funzionale	Specializzazione manodopera
A_1	0,538	0,414
A_2	0,074	0,120
A_3	0,274	0,052
A_4	0,114	0,414

7.5. CRITERIO C_6 (INTERVENTO IN FONDAZIONE)

Le opere eventualmente necessarie per adeguare la fondazione a seguito dell'installazione della generica soluzione di retrofit non sono portate in conto nella valutazione complessiva dei tempi e dei costi. Tra i criteri di giudizio, è stato, allora, deciso di introdurre l'influenza specifica di tale aspetto nella scelta finale, essendo i lavori in fondazione generalmente di difficile e costosa realizzazione. Si segue, a tal fine, un approccio semplificato, consistente nel misurare la significatività dell'intervento teoricamente necessario in fondazione, per ogni alternativa, mediante un indice numerico globale, posto pari al valore massimo dei rapporti, misurati per ciascun pilastro, tra lo scarico (sforzo normale) in fondazione in presenza del terremoto di progetto allo S.L.D.S. (oltre ai carichi gravitazionali, ovviamente) N_{g+s} e quello dovuto ai soli carichi gravitazionali (con riferimento ai quali è stato operato il progetto della fondazione stessa) N_g . Risultano i valori in Tab. 7.8.

Tab. 7.8 Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto al criterio C_6

Alternativa	Intervento in fondazione
A_1	2,90
A_2	15,18
A_3	2,97
A_4	2,65

7.6. CRITERI C₇ (RISCHIO DI DANNO SEVERO) E C₈ (RISCHIO DI DANNO LIMITATO)

Ciascuna alternativa di retrofit è stata progettata per rendere l'edificio *adeguato* a resistere nella zona sismica di seconda categoria in cui è posto ovvero per garantire che lo stesso abbia una capacità sismica *almeno pari* alla domanda imposta in quella zona. Si è visto, però, come era ovvio, (cfr. Cap. 5) che la progettazione pratica conduce ciascun intervento a far conseguire un valore di capacità (misurato in termini di PGA) diverso (seppur maggiore di quello minimo imposto). Si riportano di seguito, i valori delle capacità agli stati limite di D.L. e di D.S., ottenuti nel Cap. 5, esibiti dall'edificio rinforzato secondo A₁, A₂, A₃ e A₄.

Tab. 7.9 Capacità, in termini di PGA (*g*) dell'edificio adeguato secondo ciascuna delle quattro alternative

Stato limite	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
D.L.	0,10	0,31	0,14	0,35
D.S.	0,33	0,32	0,25	0,35

La misura della generica soluzione di retrofit rispetto al criterio C₇ viene condotta misurando la probabilità in 50 anni che la capacità al D.S. venga superata. Ci si serve, a tal fine, della *curva di pericolosità sismica* fornita dal Servizio Sismico Nazionale per il sito (Pomigliano d'Arco) in cui è posto l'edificio, che associa, a ciascun valore di PGA, il corrispondente valore della probabilità di superamento in 50 anni. La curva è riportata in Fig. 7.9, con l'indicazione (solo a titolo di esempio), tramite le linee tratteggiate, del modo in cui tale curva è stata adoperata per calcolare i detti valori di probabilità.

In Tab. 7.10 si riportano i valori assunti da tali probabilità di superamento, con riferimento alle capacità allo S.L.D.S., ma anche allo S.L.D.L., utili per il prosieguo.

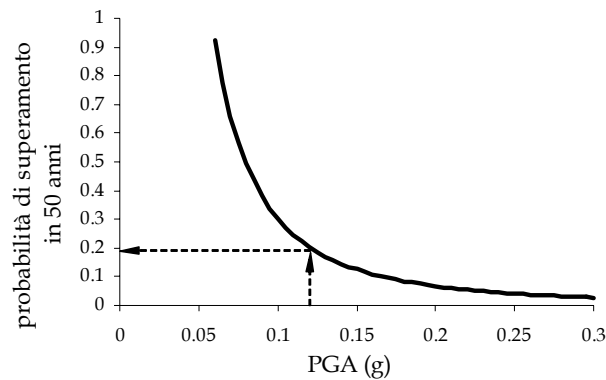


Fig. 7.8 Curva di pericolosità sismica di Pomigliano d'Arco

Tab. 7.10 Probabilità di superamento in 50 anni dei valori di capacità agli stati limite di D.L. e D.S.

Stato limite	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
D.L.	0,324	0,026	0,211	0,020
D.S.	0,022	0,024	0,040	0,020

Ebbene, come detto, la misura delle alternative rispetto al criterio C₇ coincide proprio con i valori di probabilità testé calcolati, riferiti allo stato limite di Danno Severo.

Diverso è l'approccio della valutazione delle alternative rispetto al criterio C₈, stante la definizione data al par. 6.1. Tale criterio intende, infatti, tener conto della probabilità, per l'edificio adeguato secondo le diverse alternative di adeguamento in esame, di dover sostenere costi di riparazione dei danni non strutturali che possono occorrere durante la vita utile della struttura. Ebbene, noto che l'attingimento dello stato limite di Danno Limitato comporta il danneggiamento non strutturale dell'edificio ed osservando, però, che, qualora l'evento sismico superi non solo la capacità al D.L., ma anche al D.S., l'esigenza di riparazione del danno viene, in realtà, a mancare (stante l'elevato danneggiamento anche delle parti strutturali), si misura, per il criterio C₈, la probabilità in 50 anni che i terremoti superino il livello di capacità al D.L., senza però oltrepassare quello di capacità al D.L.. Tale

probabilità è, ovviamente, pari alla differenza dei due valori (in Tab. 7.10) precedentemente calcolati, per ogni alternativa.

Si può, allora, concludere tale paragrafo con la Tab. 7.11, che riassume la misura delle alternative A_1 , A_2 , A_3 e A_4 rispetto ai criteri C_7 e C_8 .

Tab. 7.11 Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto ai criteri C_7 e C_8

Alternativa	Rischio di Danno Severo	Rischio di Danno Limitato
A_1	0,022	0,302
A_2	0,024	0,002
A_3	0,040	0,171
A_4	0,020	0,000

Capitolo 8

Metodo decisionale TOPSIS e selezione della “migliore” alternativa

Si ritiene opportuno riassumere qui le fasi componenti la procedura decisionale, definite nel Cap. 1 e svolte, ad eccezione delle ultime due, nei capitoli precedenti:

- 1) Valutazione sismica dell’edificio nel suo stato originale.
- 2) Definizione di un set di alternative di adeguamento e progettazione delle stesse.
- 3) Definizione dei criteri di giudizio e dei pesi ad essi relativi.
- 4) Valutazione delle alternative di adeguamento rispetto ai criteri prescelti.
- 5) Applicazione del metodo decisionale TOPSIS per l’individuazione della soluzione ottima.
- 6) Analisi di sensibilità del risultato conseguito.

8.1. MATRICE DI DECISIONE E PESI DEI CRITERI

Occorre eseguire la sintesi di tutti i risultati delle valutazioni effettuate nei capitoli precedenti. Si compila, in tal modo, la *matrice di decisione*, ovvero la matrice 4×8 il cui elemento generico a_{ij}

rappresenta la misura dell'alternativa A_i nei confronti del criterio C_j . Tale matrice, insieme al vettore dei pesi dei criteri, costituisce, come noto, il punto di partenza per il metodo decisionale *TOPSIS*.

Raggruppando, in pratica, le valutazioni delle alternative contenute nelle Tab. 7.1, 7.2, 7.3, 7.7, 7.8 e 7.11 del precedente Cap. 7, si ottiene la matrice riportata in Tab. 8.1, che nel seguito si indicherà con $D=[a_{ij}]$. I valori dei pesi dei criteri, valutati al par. 6.2, si riportano, invece, nella Tab. 8.2.

Tab. 8.1 Matrice di decisione $D=[a_{ij}]$

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
A ₁	23 096	23 206	33	0,538	0,414	2,90	0,022	0,302
A ₂	53 979	115 037	122	0,074	0,120	15,18	0,024	0,002
A ₃	11 175	40 353	34	0,274	0,052	2,97	0,040	0,171
A ₄	74 675	97 884	119	0,114	0,414	2,65	0,020	0,000
	(€)	(€)	(giorni)					

Tab. 8.2 Vettore dei pesi dei criteri $W=\{w_j\}$

w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
0,073	0,172	0,073	0,280	0,026	0,201	0,035	0,141

8.2. APPLICAZIONE DEL METODO TOPSIS: CLASSIFICA DELLE ALTERNATIVE

Il metodo decisionale multicriterio TOPSIS e le fasi da eseguire per la sua applicazione pratica sono stati definiti nel par. 3.2.5. Si intende qui percorrere in modo operativo le suddette fasi, con riferimento alla matrice di decisione $D=[a_{ij}]$ ed il vettore dei pesi $W=\{w_j\}$ di cui al paragrafo precedente.

Fase 1: costruzione della *matrice di decisione normalizzata R*.

Tale normalizzazione, necessaria in virtù della presenza di diverse unità di misura nella matrice *D*, si effettua determinando ciascun elemento r_{ij} della matrice *R* come indicato nella (8.1). Si ottiene, in tal modo, la matrice riportata in Tab. 8.3.

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n a_{kj}^2}} \quad (8.1)$$

Fase 2: costruzione della *matrice di decisione normalizzata pesata*.

Ciascuna colonna della matrice decisionale normalizzata *R* deve essere moltiplicata per il peso del criterio ad essa corrispondente. La matrice normalizzata pesata, indicata nel seguito con $V=[v_{ij}=w_j r_{ij}]$, è riportata in Tab. 8.4.

Tab. 8.3 Matrice di decisione normalizzata $R=[r_{ij}]$

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
A ₁	0,241	0,147	0,187	0,869	0,690	0,182	0,398	0,875
A ₂	0,564	0,728	0,690	0,120	0,200	0,951	0,434	0,006
A ₃	0,117	0,255	0,192	0,443	0,087	0,186	0,723	0,484
A ₄	0,781	0,619	0,673	0,184	0,690	0,166	0,362	0,000

Tab. 8.4 Matrice di decisione normalizzata pesata $V=[v_{ij}]$

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
A ₁	0,018	0,025	0,014	0,243	0,018	0,037	0,014	0,123
A ₂	0,041	0,125	0,050	0,033	0,005	0,191	0,015	0,001
A ₃	0,009	0,044	0,014	0,124	0,002	0,037	0,025	0,068
A ₄	0,057	0,107	0,049	0,052	0,018	0,033	0,013	0,000

Tab. 8.5 Soluzione *ideale* A* e *negativa-ideale* A-

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈
A*	0,009	0,025	0,014	0,243	0,002	0,033	0,013	0,000
A-	0,057	0,125	0,050	0,033	0,018	0,191	0,025	0,123

Fase 3: determinazione della soluzione *ideale* A* e della soluzione *negativa-ideale* A-.

Le soluzioni A^* e A^- sono soluzioni virtuali costruite sulla scorta delle valutazioni normalizzate e pesate contenute nella matrice V . La soluzione ideale A^* si determina considerando, per ciascun criterio, la migliore prestazione offerta dalle alternative in gioco. La soluzione A^- si ottiene, invece, combinando le peggiori prestazioni delle alternative rispetto a ciascun criterio. È chiaro che per “migliore” prestazione si intende il massimo valore offerto dalle alternative, se ci si riferisce ad un criterio di beneficio, il minimo, se invece, si sta facendo riferimento ad un criterio di costo. Viceversa, per la definizione di “peggiore prestazione.

Nel caso in esame, tutti i criteri sono di costo, tranne il C_4 che è, invece, di beneficio. Di fatti, il decisore è interessato a minimizzare i costi da sostenere, i tempi per l’esecuzione dei lavori, il livello tecnologico e di competenze richiesti per l’esecuzione stessa, l’entità dell’intervento in fondazione ed i rischi di danno strutturale e non; viceversa, è interessato a massimizzare la compatibilità estetico/funzionale degli interventi con l’esistente. È per questo che l’alternativa *ideale* A^* (Tab. 8.5) raccoglie, per ciascuna colonna di V , i valori minimi, prendendo il massimo solo per la quarta colonna; e, viceversa, l’alternativa *negativa-ideale* A^- raccoglie i valori massimi di ciascuna colonna di V , quello minimo solo per la colonna corrispondente al criterio di beneficio C_4 .

Fase 4: calcolo della distanza di ciascuna alternativa (reale) dalle due alternative (virtuali) A^* e A^- .

Ciascuna delle 4 alternative (reali) A_i e due alternative (virtuali) A^* e A^- può essere pensata come un punto in uno spazio a 8 dimensioni (pari al numero di criteri) ove il j -mo asse misuri le prestazioni normalizzate e pesate (del tipo v_{ij}) della considerata alternativa rispetto al criterio C_j . Ciò fatto, la distanza euclidea S_{i^*} dell’alternativa A_i ($i=1, 2, 3, 4$) da quella ideale A^* e quella S_{i^-} di A_i dalla negativa-ideale A^- possono banalmente ottenersi, per definizione, come nelle espressioni (8.2) e (8.3):

$$S_{i^*} = \sqrt{\sum_{j=1}^8 (v_{ij} - v_{j^*})^2} \quad \text{per } i=1, 2, 3, 4 \quad (8.2)$$

$$S_{i-} = \sqrt{\sum_{j=1}^8 (v_{ij} - v_{j-})^2} \quad \text{per } i=1, 2, 3, 4 \quad (8.3)$$

ove v_{j^*} e v_{j-} rappresentano il j -mo elemento dei vettori di 8 elementi (Tab. 8.5) costituenti le alternative A^* e A^- rispettivamente.

I valori delle distanze $S_{1^*}, S_{2^*}, S_{3^*}, S_{4^*}$ delle alternative dalla soluzione *ideale* e $S_{1-}, S_{2-}, S_{3-}, S_{4-}$ dalla soluzione *negativa-ideale* sono contenute nella Tab. 8.6.

La seguente Fig. 8.1 mostra, a titolo di esempio, una porzione tridimensionale dello spazio suddetto (corrispondente ai criteri C_4, C_6 e C_8) al fine di mostrare, anche se in questa vista parziale, la posizione reciproca delle alternative e la distanza delle stesse dalle soluzioni *ideale* e *negativa-ideale*.

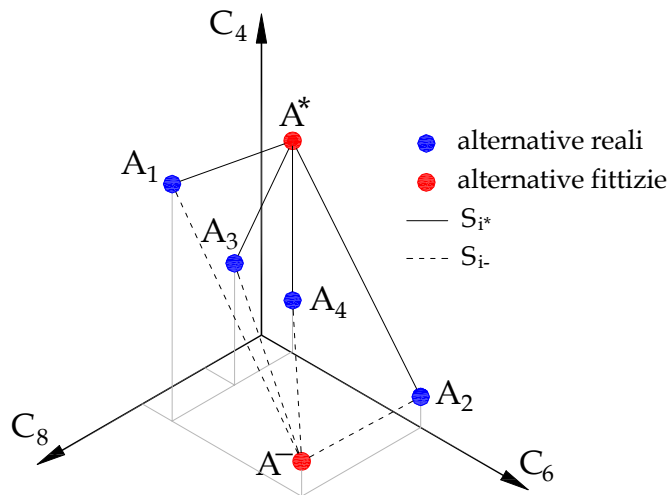


Fig. 8.1 Spazio (ad 8 dimensioni) delle valutazioni rispetto ai criteri: porzione tridimensionale corrispondente ai criteri C_4, C_6 e C_8 .

Fase 5: determinazione della distanza relativa delle alternative dalla soluzione ideale.

Note le distanze S_{i^*} e S_{i-} dell'alternativa A_i ($i=1, 2, 3, 4$) dalle soluzioni virtuali A^* e A^- rispettivamente, è possibile determinare la distanza relativa dell'alternativa stessa dalla soluzione ideale mediante il seguente rapporto:

$$C_{i^*} = \frac{S_{i^-}}{S_{i^-} + S_{i^*}} \quad (8.4)$$

È stato già fatto notare che, se A_i coincide con la soluzione negativa-ideale A^- , risulta $S_{i^-}=0$ e, dunque, $C_{i^*}=0$. Viceversa, per $A_i = A^*$ risulta $S_{i^*}=0$ e, dunque, $C_{i^*}=1$. In generale è $0 \leq C_{i^*} \leq 1$. I valori di C_{1^*} , C_{2^*} , C_{3^*} e C_{4^*} sono riportati nella tabella seguente.

Tab. 8.6 Soluzione ideale A^* e negativa-ideale A^-

	S_{i^*}	S_{i^-}	C_{i^*}
A_1	0,125	0,285	0,70
A_2	0,285	0,125	0,30
A_3	0,139	0,213	0,60
A_4	0,217	0,217	0,48

Fase 6: classifica di preferenza delle alternative.

La classifica di preferenza delle alternative deve condursi con riferimento al valore che C_{i^*} assume per ogni alternativa. In particolare, per quanto osservato sopra, sono da preferire le soluzioni caratterizzate dal più alto valore C_{i^*} (tendente ad 1, cioè).

Dunque l’alternativa A_1 (rinforzo con GFRP) risulta essere preferibile alle altre, secondo il metodo TOPSIS ($C_{1^*}=0,70$) ed è, pertanto, all’interno del set di opzioni considerato, la soluzione ottima ricercata. È seguita, nell’ordine, dall’intervento A_3 con le camicie in c.a. ($C_{3^*}=0,60$), da quello A_3 consistente nell’isolamento alla base A_4 ($C_{4^*}=0,48$) e, infine, dalla soluzione A_2 con controventi in acciaio ($C_{2^*}=0,30$).

8.3. ANALISI DI SENSIBILITÀ

Come anticipato nel par. 6.2.2, è opportuno condurre un’analisi di sensibilità dei risultati conseguiti per valutare la stabilità della soluzione ottima nei confronti di possibili escursioni dei valori associati ai parametri di ingresso della procedura (valutazioni a_{ij} delle alternative e valori dei pesi w_i dei criteri). In particolare, si ritiene, in questa sede, particolarmente importante misurare la

sensibilità della soluzione nei confronti del valore dei pesi assegnati dal DM con l’ausilio del metodo dell’autovalore di Saaty, e non si considereranno possibili variazioni del valore delle valutazioni a_{ij} (d’altra parte, come spesso accade, il controllo della sensibilità rispetto ai valori a_{ij} sarebbe molto oneroso, richiedendo di considerare separatamente $4 \times 8 = 32$ diversi scenari di sensibilità, uno per ciascuna variabile a_{ij}).

L’analisi di sensibilità del risultato nei confronti dei valori assegnati ai pesi mira ad accertarsi che la soluzione del problema decisionale non cambi in corrispondenza di piccole modifiche nel valore dei pesi. Se così non fosse, infatti, la scelta della migliore alternativa risulterebbe condizionata in modo inaccettabile dalle particolari scelte del decisore in termini di importanza relativa dei criteri, al punto da mettere seriamente in discussione il significato stesso del risultato conseguito.

Il primo passo da compiere è, pertanto, considerare un criterio alla volta e determinare l’intervallo di valori, compresi tra 0 ed 1, che il corrispondente peso può assumere senza che la classifica finale delle alternative cambi. Nella Tab. 8.7 sono riassunti tali intervalli per ciascun peso, con l’indicazione della classifica che comporta l’appartenere del peso scelto a ciascuno di essi nonché del valore effettivamente adottato nell’analisi. Si osserva che i criteri C_2 , C_3 e C_6 possono definirsi *robusti* nel senso definito al par. 6.2.2: il peso corrispondente, pur assumendo valori qualsiasi compresi tra 0 e 1, non determina alcuna variazione nella classifica finale delle alternative. Se si bada alla sola soluzione ottima selezionata, anche il criterio C_7 può definirsi robusto, in quanto per valori di w_7 compresi tra 0 e 1 la migliore soluzione risulta essere sempre A_1 .

Noti tali intervalli, si ricava facilmente il valore della più piccola variazione di valore (AT , secondo quanto detto al par. 6.2.2), a partire da quello assegnato nell’analisi, che ciascun peso deve subire affinché cambi la soluzione ottima selezionata. Si ricava, poi, la corrispondente variazione percentuale PT rapportando i valori AT per i valori dei pesi usati nell’analisi. La misura della *sensibilità* della soluzione al peso del generico criterio si effettua calcolando il reciproco del valore PT corrispondente.

Per i criteri *robusti*, per definizione, non è possibile definire i valori di *AT* e *PT*; la sensibilità della soluzione nei confronti del valore dei loro pesi è, allora, nulla, visto che la soluzione stessa risulta *insensibile* alla loro variazione.

La soluzione individuata sarà giudicata tanto più stabile quanto più ampi sono i valori di *AT* e *PT* e, dunque, piccoli i valori di *sensibilità* per ciascun criterio. Tali tre valori, misurati per ciascun criterio, sono riportati nella Tab. 8.8.

Tab. 8.7 Valori dei pesi w_i : valori assunti e definizione degli intervalli in cui la classifica delle alternative rimane invariata

Peso	Valore assunto	Intervalli	Ordine alternative			
			I	II	III	IV
w_1	0.073	0.000÷0.499	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
		0.499÷0.583	A ₃	A ₁	A ₄	A ₂
		0.583÷1.000	A ₃	A ₁	A ₂	A ₄
w_2	0.172	0.000÷1.000	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
w_3	0.073	0.000÷1.000	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
w_4	0.280	0.000÷0.097	A ₃	A ₄	A ₁	A ₂
		0.097÷0.183	A ₃	A ₁	A ₄	A ₂
		0.183÷1.000	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
w_5	0.026	0.000÷0.183	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
		0.183÷0.321	A ₃	A ₁	A ₄	A ₂
		0.321÷0.477	A ₃	A ₁	A ₂	A ₄
		0.477÷1.000	A ₃	A ₂	A ₁	A ₄
w_6	0.201	0.000÷1.000	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
w_7	0.035	0.000÷0.365	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
		0.365÷0.651	A ₁	A ₄	A ₃	A ₂
		0.651÷1.000	A ₁	A ₄	A ₂	A ₃
w_8	0.141	0.000÷0.241	A ₁	A ₃	A ₄	A ₂
		0.241÷0.255	A ₃	A ₁	A ₄	A ₂
		0.255÷0.267	A ₃	A ₄	A ₁	A ₂
		0.267÷0.325	A ₄	A ₃	A ₁	A ₂
		0.325÷0.377	A ₄	A ₃	A ₂	A ₁
		0.377÷1.000	A ₄	A ₂	A ₃	A ₁

Tab. 8.8 Misura di sensibilità della soluzione ottima ai pesi dei criteri

Peso	Valore assunto	AT	PT (%)	Sensibilità
w_1	0.073	0.425	582	0.00172
w_2	0.172	-	-	0
w_3	0.073	-	-	0
w_4	0.280	0.098	35	0.02857
w_5	0.026	0.156	600	0.00167
w_6	0.201	-	-	0
w_7	0.035	-	-	0
w_8	0.141	0.099	70	0.01424

Il criterio C_4 (compatibilità funzionale) si definisce “criterio critico” in quanto al peso w_4 corrisponde il minimo valore di PT (35%) e, dunque, la massima sensibilità (0.029) della soluzione. Come generalmente accade (Triantaphyllou, 2000) quando le variazioni dei pesi si esprimono in termini relativi (ovvero rapportate ai valori assunti), il criterio critico in termini di sensibilità è anche quello caratterizzato dal massimo peso ($w_4=0.280$).

Concludendo, risulta che sei pesi su otto possono assumere valori anche ampiamente diversi da quelli adottati nella procedura senza che risulti vincente un’alternativa diversa da quella determinata (A_1). Anzi, come detto, quattro criteri risultano essere addirittura *robusti*. Per i soli pesi dei criteri C_4 e C_8 la soluzione appare più sensibile, ma le variazioni percentuali PT degli stessi (35% e 70%), che condurrebbero a selezionare una soluzione diversa da A_1 , sono ampie al punto che è consentito concludere che la soluzione individuata è sufficientemente stabile.

Conclusioni

Una parte consistente del patrimonio edilizio italiano in calcestruzzo armato non è progettato per resistere ai terremoti che presumibilmente potranno interessare le aree su cui sorge. Questa situazione è da attribuirsi a motivazioni di diverso tipo. Da un lato occorre considerare il fenomeno molto diffuso dell'abusivismo edilizio, che ha condotto, inevitabilmente, a realizzare negli ultimi decenni manufatti di scarsa qualità, sia in termini di criteri di progettazione che di materiali adottati. Dall'altro si deve tener presente che tutte le numerose costruzioni in c.a. realizzate dal dopoguerra fino agli anni '70 sono state progettate in assenza di una specifica normativa per le costruzioni in zona sismica.

Non è, poi, da trascurare l'aspetto dell'evoluzione nel tempo della pericolosità sismica del territorio. Il susseguirsi di eventi sismici ed il continuo progresso delle conoscenze sismologiche, infatti, permettono di migliorare ed aggiornare la conoscenza della probabilità che in un dato sito si verifichi un terremoto di una certa entità. A tale evoluzione, almeno in teoria, dovrebbe corrispondere quella delle normative per le costruzioni che dovrebbero aggiornare criteri progettuali ed obiettivi prestazionali proprio in ragione dell'entità attuale del rischio sismico. Se così non è stato per circa un ventennio, nel 20 marzo 2003 la Presidenza del

Consiglio dei Ministri ha emanato un'Ordinanza (n. 3274), predisposta nei fatti dalla Protezione Civile, che ha finalmente operato la riclassificazione sismica del territorio italiano, resasi ormai urgente ed inderogabile anche agli occhi dell'opinione pubblica in virtù del tragico evento del crollo della scuola in S. Giuliano di Puglia avvenuto durante il terremoto del 31 ottobre 2002. La riclassificazione sismica necessariamente comporta che molti manufatti, pur progettati con criteri antisismici, possono comunque risultare inadeguati nei confronti della pericolosità del sito su cui sorgono.

Infine, occorre tener presente che l'allegato 2 all'Ordinanza di cui sopra, con le modifiche ed integrazioni successive, ha introdotto nuove metodologie di calcolo e di verifica delle strutture in zona sismica, adeguando i criteri e gli obiettivi alle normative mondiali più evolute nel settore. Ciò comporta che molte costruzioni progettate in accordo alle normative precedenti (del 1996) possono risultare strutturalmente carenti nell'ottica della nuova norma, spesso perché realizzate con scarsa attenzione ai dettagli costruttivi.

Da tutte queste considerazioni si comprende quanto sia forte in Italia, in questo particolare periodo, l'esigenza di adeguare le strutture esistenti al fine di garantire un buono, e soprattutto sicuro, comportamento sotto sisma delle stesse.

Adeguare dal punto di vista sismico una struttura esistente consiste, essenzialmente, nella realizzazione di interventi volti a far sì che la capacità del manufatto di resistere ad un terremoto sia almeno pari alla domanda che il moto del suolo produce e si propone come scopo ultimo quello di ridurre la vulnerabilità della struttura ad un livello accettabile.

Nel corso degli ultimi anni sono state impiegate notevoli risorse nel campo dell'Ingegneria Sismica per sostenere la ricerca volta all'applicazione di nuovi materiali ed allo studio di nuove tecnologie utili per il controllo delle prestazioni strutturali. Se a questi interventi, cosiddetti innovativi, si affiancano i numerosi di tipo tradizionale volti allo stesso scopo, si conclude che, data una struttura da adeguare, il progettista strutturale è chiamato ad operare la selezione del tipo di intervento all'interno di una gamma piuttosto vasta. E tale scelta deve essere, in generale,

operata in maniera oculata, specie per gli edifici di interesse strategico. Occorre, a tal fine, tener conto dei molteplici aspetti che possono influenzare la scelta, alcuni dei quali di carattere tecnico (prestazioni strutturali post-intervento, ad esempio), altri anche di carattere socio-economico (costi, tempi, ecc.).

La molteplicità di alternative e di criteri di giudizio delle stesse rende, spesso, non risolvibile in modo intuitivo, ma razionale, il problema della selezione dell'intervento più adatto ad una data circostanza. Di fatti non esiste, generalmente, un tipo di intervento che emerge in modo netto, tra i numerosi altri disponibili, in termini di soddisfacimento degli obiettivi corrispondenti ai diversi criteri di giudizio. D'altra parte, sembra ovvio che non si possa definire una tipologia di adeguamento *migliore* in assoluto, ma che, di volta in volta, si debba individuare l'intervento che meglio si adatta alle particolari condizioni al contorno in cui si opera e che, in pratica, garantisce la migliore risposta globale ai criteri.

Il lavoro di Tesi presentato cerca proprio di fornire un supporto decisionale alla selezione del "migliore" intervento di adeguamento sismico di edifici esistenti in calcestruzzo armato. Si basa sull'applicazione dei cosiddetti metodi di decisione multicriterio, comunemente adottati in campi diversi dall'ingegneria sismica come per le allocazione delle risorse, la scelta della migliore terapia medica, le scelte di marketing e così via. Sono procedure che forniscono un valido supporto *al decisore* quando lo stesso è chiamato a prendere decisioni in problemi complessi, caratterizzati, cioè, da numerose possibili soluzioni alternative e numerosi criteri rispetto ai quali queste ultime devono essere giudicate.

Scelto uno dei metodi decisionali multicriterio (TOPSIS) più diffusi in letteratura e che meglio si adattasse al particolare problema in oggetto, lo stesso è stato fin da subito applicato in modo quantitativo ad un edificio di tre piani in c.a., progettato per solo carichi gravitazionali, al fine di individuare e risolvere i punti critici della procedura e fornire un esempio che possa servire da guida per future applicazioni del metodo.

Accertata l'inadeguatezza delle prestazioni strutturali offerte dall'edificio per la zona sismica (di seconda categoria, secondo la classificazione di cui sopra) in cui l'edificio (in realtà costruito in

scala reale nel laboratorio ELSA di Ispira, Varese) è supposto di essere situato, sono state progettate quattro diverse alternative di adeguamento, tre volte ad incrementare la capacità sismica dell'edificio, il quarto a ridurre la domanda alla base. La prima alternativa consiste nella fasciatura di pilastri e nodi con lamine di plastica rinforzata con fibre di vetro (GFRP) ed induce un incremento quasi esclusivo della duttilità globale della struttura. La seconda prevede, invece, l'installazione di controventi metallici ed è volta all'incremento della resistenza e della rigidità globali, lasciando praticamente inalterata la duttilità. Il terzo intervento consiste nell'incamiciatura con calcestruzzo cementizio armato di alcuni pilastri e comporta un incremento contemporaneo di duttilità e resistenza dell'edificio. La quarta strategia prevede, infine, l'isolamento alla base dell'edificio mediante l'inserimento, al piede dei pilastri del primo livello, di dispositivi elastomerici armati e conduce alla riduzione della domanda di accelerazione attraverso l'incremento della capacità dissipativa e l'allungamento del periodo proprio di vibrazione della struttura.

Per il confronto di tali alternative sono stati introdotti otto criteri di giudizio, per metà di carattere più squisitamente tecnico, per metà inerenti taluni aspetti di carattere economico e sociale. È stato poi necessario definire, con una speciale procedura a supporto del decisore, un "peso" per ciascun criterio, ovvero una misura dell'importanza relativa che il decisore associa all'obiettivo al criterio medesimo per la scelta finale.

È stata condotta la valutazione delle quattro alternative rispetto a ciascuno degli otto criteri. Tale fase, cuore del metodo "multicriterio", richiede di mettere in campo competenze diverse: strutturali (per la valutazione delle prestazioni strutturali, appunto, dell'edificio adeguato nei diversi modi), estimative (per la valutazione dei costi e dei tempi di realizzazione), pratiche di cantiere e di mercato ecc.. Inoltre, in tale fase della procedura ci si scontra con l'esigenza di misurare in modo quantitativo le alternative rispetto ad alcuni criteri di giudizio a carattere qualitativo (compatibilità estetico-funzionale degli interventi con l'esistente, grado di specializzazione della manodopera richiesto per la loro implementazione). Per tali criteri è stato necessario operare una conversione dei giudizi di tipo linguistico che il

decisore ha fornito (o, meglio, si sono ipotizzati, in realtà, ponendosi nei suoi panni) in base alla rispondenza delle alternative al particolare criterio in esame, in misure quantitative degli stessi.

Il metodo TOPSIS ha il vantaggio di consentire una semplice interpretazione geometrica del problema ed ha permesso di rappresentare le quattro alternative come punti in uno spazio euclideo ad otto dimensioni, ove le coordinate dei punti sono le valutazioni (opportunamente normalizzate e moltiplicate per i pesi dei criteri che le misurano) delle alternative rispetto agli otto criteri di giudizio assunti. Raggruppando tutte le migliori prestazioni delle alternative in una sola (alternativa *ideale*) e tutte le peggiori in un'altra (*negativa-ideale*) sono stati aggiunti ulteriori due punti nello spazio suddetto. Secondo il metodo TOPSIS, la soluzione ottima è quella corrispondente al punto (dei quattro tracciati, corrispondenti alle alternative al confronto) che nel modo più efficace riesce a cogliere il duplice obiettivo di essere quanto più vicino a quello della soluzione ideale e quanto più lontano da quello della soluzione negativa-ideale.

Nell'applicazione svolta, l'alternativa che ha soddisfatto tale requisito, classificandosi come la migliore nel set di alternative considerato, è stata la A_1 , ovvero l'intervento con i materiali compositi. Tale risultato finale è influenzato dalle peculiarità dell'edificio (piccole dimensioni, in primo luogo), dalla destinazione d'uso (residenziale) e dal profilo del decisore (proprietario). L'analisi di sensibilità del risultato ai pesi dei criteri ha, poi, portato a concludere che tale soluzione è sufficientemente stabile e che permane la migliore anche se si ipotizzano variazioni significative del valore dei pesi (l'assegnazione dei quali, sebbene operata con un valido supporto analitico e seguita da un opportuno controllo di coerenza del decisore, costituisce una delle fasi potenzialmente più a carattere soggettivo dell'intera procedura).

È importante, concludendo, porre in evidenza, ancora una volta, che il metodo decisionale e l'applicazione descritta non intendono affatto fornire classifiche assolute dei diversi possibili interventi di adeguamento, per di più avendo già osservato che una simile classifica non avrebbe alcun senso se non intimamente

legata ad una particolare struttura ed a determinate condizioni in cui la stessa può essere posta. Il lavoro ha voluto, invece, suggerire, ai fini di una scelta attenta e mirata della strategia da perseguire per adeguare le prestazioni sismiche di un edificio esistente agli standard di sicurezza richiesti dalle norme vigenti, un modo razionale e quantitativo mediante il quale tener conto, contemporaneamente, di tutti i numerosi e conflittuali aspetti coinvolti nella scelta medesima.

Bibliografia

(ordine alfabetico)

ACI 440.2R-02, *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*, Farmington Hills, Michigan, USA, 2002.

ATC-40, Applied Technology Council, *Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Report No. ATC-40*, Redwood City, California, USA, 1996.

Belton, V. e Gear, T., "On a Short-Coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies", *Omega*, pp. 228-230, 1983.

Benayoun, R., Roy, B. e Sussman, N., "Manual de Reference du Programme Electre", *Note de Synthese et Formaton No. 25*, Direction Scientifique SEMA, Parigi, Francia, 1966.

Roy, B., "How outranking relation helps multiple criteria decision making", *Multiple Criteria Decision Making, Actes du Séminaire «Théorie de la Décision»*, Beaulieu-Sainte-Assise, Francia, 1973.

B.U.R.C., Bollettino Ufficiale della Regione Campania, numero speciale del 18/12/2003, *Prezzario settore costruzioni per opere edili recupero - infrastrutture opere provvisorie - ponteggi - cantieri sicurezza*, 2003.

Braga, F., *Tecnologie Innovative di Protezione Sismica: controventi dissipativi e le loro applicazioni*, Roma, 2006.

Bridgman, P.W., *Dimensional Analysis*, Yale University Press, New Haven, CT, USA, 1922.

Chen, S.J. e Hwang, C.L., "Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, No. 375, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1991.

CNR-DT 200, *Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati. Materiali, strutture in c.a. e in c.a.p., strutture murarie*, Versione sottoposta ad inchiesta pubblica, Roma, 2004.

CNR-UNI 10011, *Costruzioni in acciaio. Istruzioni per il calcolo, l'esecuzione, il collaudo e la manutenzione*, Roma, 1988.

Cosenza, E., Di Ludovico, M., Manfredi, G. and Prota, A., "Design of the FRP retrofit of the SPEAR structure", *Proceedings of the SPEAR International Workshop*, (M. Fardis and P. Negro Eds.), Ispra, Varese, Italia, 2005.

Dolce, M., Cardone, D., Di Cesare, A. e Ponzo, F.C., *Progetto di edifici con isolamento sismico*, IUSS Press, Pavia, 2004.

Eurocodice 8, prEN 1998-3, *Design of structures for earthquake resistance, Part 3: Assessment and retrofitting of buildings*, Draft No.7, 2004.

Fajfar, P., "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra", *Earthquake Engng. Struct. Dyn.*, 28: pp. 979-993, 1999.

Fardis, M.N., "Analysis and design of reinforced concrete buildings according to Eurocode 2 and 8, Configuration 3, 5 and 6", *Reports on Prenormative Research in Support of Eurocode 8*, 1994.

Fardis, M.N. e Negro, P., "Seismic Performance Assessment and Rehabilitation of Existing Buildings", *Proceedings of the SPEAR International Workshop*, Ispra, Varese, Italia, 2005.

Fib bollettino n. 14, *Externally bonded FRP reinforcement for RC structures*, 2001.

Fib bollettino n. 24, *Seismic assessment and retrofit of reinforced concrete buildings*, 2003.

Fishburn, P.C., "Additive Utilities with Incomplete Product Set: Applications to Priorities and Assignments", *Operations Research Society of America (ORSA)*, Baltimore, pp. 536-542, 1967.

Hwang, C.L. e Yoon, K., "Multiple Attribute Decision Making", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 186*, Springer-Verlag: Berlin, 1981.

Jeong, S-H. e Elnashai, A.S., "Analytical assessment of an irregular RC full scale 3D test structure", *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, 2004.

Linee guida per progettazione, esecuzione e collaudo di strutture isolate dal sisma, Presidenza del Consiglio Superiore dei LL. PP. - Servizio Tecnico Centrale, 1998.

Lootsma, F.A., "The French and The American School in Multi-Criteria Decision Analysis", *Recherche Operationnelle/Operation Research*, Vol. 24, No. 3, pp. 263-285, 1990.

Mander, J.B., Priestley, M.J.N. e Park, R., "Theoretical stress-strain model for confined concrete", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 114(8), pp. 1804-1826, 1988.

Miller, D.W., e Starr, M.K., "Executive Decisions and Operations Research", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliff, NJ, USA, 1969.

OPCM 3274, Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*, Roma, 2003.

OPCM 3431, Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, *Ultime modifiche ed integrazioni all'Ordinanza n. 3274 del 20 marzo 2003*, Roma, 2005.

Opricovic, S., *Multicriteria Optimization of Civil Engineering Systems*, Faculty of Civil Engineering, Belgrado, Serbia, 1998.

Piano di controllo e di manutenzione per isolatori HDRB, ALGA s.p.a..

Saaty, T.L., *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York, NY, USA, 1980.

Saaty, T.L., *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the AHP*, RWS Publications, Pittsburgh, PA., USA, 1994.

Saaty T.L., *Decision making for leaders : the Analytic Hierarchy Process for decision in a complex world*, RWS Publications, Pittsburgh, PA., USA, 315 p., 1999.

SAP2000, *Three dimensional static and dynamic finite element analysis and design of structures*, manuale d'uso, Computers and Structures, Inc., Berkeley, 1998.

Shapira, M., e Goldenberg, M., "AHP-Based Equipment Selection Model for Construction Projects", *ASCE Journal of Construction Engineering and Management*, 131(12):1263-1273, 2005.

Spoelstra, M.R. e Monti, G., "FRP-confined concrete model", *ASCE Journal of Composites for Construction*, 3(3), pp. 143-150, 1999.

Sugano S., "State-of-the-art in techniques for rehabilitation of buildings", *Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, paper No. 2175, Acapulco, Mexico, 1996.

Thermou, G.E. e Elnashai, A.S., *Report about SPEAR Project, Performance Parameters and Criteria for Assessment and Rehabilitation*, A.S., I.C. of Science, Technology and Medicine, UK, 2002.

Triantaphyllou, E., "Multi-Criteria Decision Making Methods: a Comparative Study", *Applied Optimization* Vol. 44, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2002.

Triantaphyllou, E. e Mann, S.H., "An Examination of the Effectiveness of Multi-Dimensional Decision-Making Methods: A Decision Making Paradox", *International Journal of Decision Support Systems*, No, 5, pp. 303-312, 1989.

Zimmermann, H.J., *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Kluwer Academic Publishers, Third Revised Edition, Boston, MA, USA, 1996.