

DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA DELLE RETI CIVILI E DEI SISTEMI TERRITORIALI

INDIRIZZO

INFRASTRUTTURE VIARIE E SISTEMI DI TRASPORTO

Ciclo XIX

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI “FEDERICO II”

POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Coordinatore:

Prof. Ing. Domenico Pianese

Tutor:

Prof. Ing. Vincenzo Torrieri

Co-tutor:

Prof. Ing. Vincenzo Punzo

Ing. Stéphane Espié

*Applicazione della teoria dei sistemi dinamici non lineari nei
modelli microscopici di traffico*

Ing. Antonino Tripodi

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il prof. Vincenzo Torrieri, per avermi dato l'opportunità di svolgere questo lavoro di ricerca, Vincenzo Punzo, per la sua amicizia e per avermi seguito e consigliato durante il dottorato, Mariano Perneti, grazie al quale ho potuto lavorare su tematiche a me care. Rivolgo un sentito ringraziamento anche al prof. Domenico Gattuso e a Stéphane Espié, per i loro consigli e il loro sostegno.

Ringrazio i “ragazzi del DIT” (Salvatore, Biagio, Maria Teresa, Ciccio, Lucia, Roberta, Gerardo, Fulvio, Mimmo, Davide, Vittorio, Guido, Valerio e Agostino) con i quali, in questi tre anni, ho condiviso molti bei momenti, oltre che una profonda amicizia.

Mille grazie soprattutto a Olga per il sostegno e l'affetto, per i consigli e gli sproni, per essermi sempre accanto.

Infine, un grazie di cuore ai miei genitori, a Domenico, Teresa e alla piccola Chiara.

SOMMARIO

PREMESSA	4
-----------------------	----------

Capitolo I - STATO DELL'ARTE DEI MODELLI

MICROSCOPICI DI DEFLUSSO	10
1.1 I modelli di deflusso veicolare	11
1.2 I modelli microscopici di deflusso	13
1.3 L'approccio ingegneristico	17
<i>1.3.1 I modelli stimolo/risposta</i>	<i>17</i>
<i>1.3.2 I modelli di distanza di sicurezza</i>	<i>21</i>
<i>1.3.3 I modelli di tipo "lower-order"</i>	<i>23</i>
<i>1.3.4 I modelli a risposta continua</i>	<i>24</i>
1.4 L'approccio psico-fisiologico	26
<i>1.4.1 I modelli psicofisici o cognitivi</i>	<i>27</i>
<i>1.4.2 I modelli basati su regole comportamentali</i>	<i>31</i>
1.5 I modelli misti	32
<i>1.5.1 Il modello di Leeds</i>	<i>33</i>
1.6 Calibrazione e validazione dei modelli microscopici	34
<i>1.6.1 Esempi di applicazioni</i>	<i>35</i>

Capitolo II - DEFINIZIONE DI REQUISITI

QUALITATIVI E QUANTITATIVI DEI MODELLI

MICROSCOPICI	51
2.1 Introduzione	52
2.2 Validazione qualitativa	53
<i>2.2.1 Caratteristiche di base dei modelli microscopici</i>	<i>53</i>
<i>2.2.2 Validazione qualitativa dei modelli</i>	<i>56</i>
<i>2.2.3 Schema riassuntivo</i>	<i>70</i>

2.3	Validazione quantitativa	70
2.3.1	<i>Dati sperimentali</i>	71
2.3.2	<i>Calibrazione dei modelli</i>	73
2.3.3	<i>Risultati delle calibrazioni</i>	75
2.3.4	<i>Validazione quantitativa dei modelli</i>	80
2.3.5	<i>Risultati delle validazioni</i>	81
2.4	Conclusioni	86
Capitolo III - ANALISI DEL MODELLO DI DEFLUSSO		
MICROSCOPICO DI GIPPS E SOLUZIONI DI STATO		
STAZIONARIO		
		89
3.1	Introduzione	90
3.2	Approfondimenti sul modello	90
3.3	Soluzioni di stato stazionario	93
3.3.1	<i>Relazioni fondamentali del deflusso</i>	95
3.4	Analisi di stabilità del modello	105
3.4.1	<i>Cenni sulla teoria della stabilità</i>	105
3.4.2	<i>Stabilità del modello di Gipps</i>	109
3.5.	Considerazioni sul modello	111
Capitolo IV - SVILUPPO DI UNA METODOLOGIA DI		
CALIBRAZIONE MULTI-UTENTE		
		115
4.1	Introduzione	116
4.2	Modello di deflusso stazionario multi-utente	118
4.3	Metodologia di calibrazione dei parametri microscopici	122
4.4	Applicazione a dati reali	124
4.5	Conclusioni	130
Capitolo V - IMPLEMENTAZIONE, ANALISI E		
VALIDAZIONE DI STRUTTURE MODELLISTICHE		
DI TIPO PREDITTIVO		
		132

5.1	Introduzione	133
5.2	Cenni sulla teoria dei sistemi dinamici	133
	5.2.1 <i>Definizioni principali</i>	134
	5.2.2 <i>Aspetti comportamentali</i>	137
5.3	Strutture di implementazione per i modelli microscopici	142
	5.3.1 <i>Schemi discreti</i>	142
	5.3.2 <i>Schemi pseudo-continui</i>	148
	5.3.3 <i>Commenti sugli schemi predittivi</i>	152
5.4	Analisi di stabilità locale delle strutture predittive	153
	5.4.1 <i>Schema discreto ad accelerazione traslata</i>	155
	5.4.2 <i>Schema discreto ad accelerazione ritardata</i>	158
	5.4.3 <i>Schema pseudo-continuo non ritardato</i>	162
	5.4.4 <i>Schema pseudo-continuo ad accelerazione traslata</i>	165
	5.4.5 <i>Schema pseudo-continuo ad accelerazione ritardata</i>	167
	5.4.6 <i>Considerazioni sulla stabilità delle strutture</i>	171
5.5	Calibrazione e validazione delle strutture predittive	173
	5.5.1 <i>Risultati delle calibrazioni</i>	173
	5.5.2 <i>Risultati delle validazioni</i>	178
5.6	Proposta di sviluppo	179
	5.6.1 <i>Struttura predittiva mista</i>	181
5.7	Conclusioni	185
	CONCLUSIONI	188
	Appendice A - CODICE DI CALCOLO PER LA	
	CALIBRAZIONE DEL MODELLO DI GIPPS	192

PREMESSA

Lo studio delle problematiche connesse al deflusso veicolare è oggetto di ricerca sin dalla metà dello scorso secolo. Lo sviluppo del sistema dei trasporti stradali ha infatti da sempre messo in evidenza il problema del mantenimento e miglioramento delle condizioni di sicurezza di guida. Un vasto filone di ricerca si è quindi concentrato sulla modellizzazione del deflusso veicolare, con lo scopo di creare strumenti che permettessero di gestire e di progettare adeguatamente il sistema dei trasporti.

Tra gli approcci modellistici sviluppati nel corso degli anni quello della simulazione microscopica del deflusso veicolare riveste un ruolo particolarmente importante. Tale approccio permette di descrivere il moto dei singoli veicoli e di simulare il traffico nel suo complesso mediante la loro interazione. Questo tipo di modelli viene utilizzato sia come strumento per realizzare analisi di traffico che per rappresentare, ad esempio all'interno di un simulatore di guida, l'evoluzione di veicoli virtuali e la loro interazione col veicolo pilotato.

La corretta rappresentazione delle dinamiche di evoluzione dei veicoli e di conseguenza del traffico è tuttavia una problematica complessa. In particolare la simulazione del moto longitudinale dei veicoli è un aspetto cruciale dei modelli microscopici. Sono stati seguiti molti approcci per sviluppare gli strumenti di micros simulazione. Nel settore dell'ingegneria sono state messe a punto strutture che riproducono alcuni comportamenti propri della coppia veicolo/guidatore e che cercano di rispecchiare le proprietà globali (macroscopiche) del deflusso veicolare. Nel campo dei fattori umani sono stati invece modellizzati alcuni dei processi decisionali propri del soggetto umano (guidatore) come, ad esempio, la percezione del moto dei veicoli.

Uno dei dibattiti principali riguardo ai modelli microscopici di deflusso veicolare concerne il livello di astrazione col quale devono rappresentare il fenomeno reale in relazione allo scopo per cui devono essere utilizzati. Al di là di ciò, è possibile definire alcuni comportamenti di base che dovrebbero essere correttamente rappresentati per far sì che il modello sia sufficientemente coerente con la realtà.

Il comportamento reale dei guidatori è molto eterogeneo e dipende non solo dall'ambito di guida (es. urbano o extra-urbano) e dalla quantità di veicoli presenti (es. traffico scarso o congestionato) ma anche dalle caratteristiche dei soggetti umani.

La disomogeneità di comportamento dei guidatori è inoltre alla base dei fenomeni di instabilità del deflusso veicolare verificabili nel sistema reale per valori della portata prossimi alla congestione dell'infrastruttura.

I modelli presenti in letteratura non sono sempre in grado di simulare adeguatamente tutti gli aspetti relativi al comportamento del singolo guidatore e del traffico nel suo complesso (esempi di analisi di validità dei modelli non sono infatti frequenti). Un aspetto spesso trascurato, a causa delle difficoltà connesse alla raccolta ed elaborazione dei dati, concerne ad esempio la calibrazione e validazione dei modelli microscopici, ovvero la verifica della loro capacità di riprodurre le traiettorie reali dei veicoli.

Lo scopo del lavoro di ricerca, svolto durante il dottorato, era di analizzare quali benefici possono portare l'utilizzo di sistemi dinamici non lineari nella simulazione dell'attività di guida mediante modelli microscopici. Questa scelta è motivata soprattutto dal fatto che tali sistemi sono solitamente utilizzati, in altri settori, per riprodurre fenomeni complessi e aventi caratteristiche comportamentali simili a quelle del deflusso veicolare.

La prima fase della ricerca ha riguardato lo studio della vasta letteratura sulla modellizzazione microscopica del moto longitudinale dei veicoli, la quale ha messo in evidenza la notevole diversità di schemi modellistici messi a punto. L'attenzione è stata anche rivolta alle metodologie di calibrazione e validazione dei modelli microscopici.

Successivamente, allo scopo di mettere in evidenza le lacune ed i possibili miglioramenti dei principali modelli, alcune loro proprietà di natura qualitativa sono state analizzate. I modelli sono stati calibrati e validati utilizzando dei dati reali relativi a traiettorie di veicoli rilevate sia in ambito urbano che extra-urbano.

Al termine delle analisi di validità dei modelli, si è rivolta l'attenzione sul modello di Gipps. Questo modello si è dimostrato sufficientemente consistente rispetto ai dati reali e possiede alcune interessanti proprietà di base non sempre presenti negli altri modelli microscopici. Si è quindi deciso di approfondire ulteriormente l'analisi di questo modello allo scopo di individuare possibili miglioramenti che lo rendessero adatto sia a simulare i fenomeni di instabilità del deflusso veicolare che ad essere utilizzato per rappresentare il moto (longitudinale) dei veicoli e le loro interazioni in

uno scenario virtuale. Nello specifico, sono state analizzate le proprietà di stabilità locale e le soluzioni di equilibrio del modello. Questa ultima analisi ha permesso di definire un modello di deflusso stazionario (macroscopico) derivante da quello microscopico consistente, in determinare condizioni, con i modelli teorici presenti in letteratura. È stata anche sviluppata una procedura di calibrazione dei parametri del modello di Gipps basata sul modello di deflusso stazionario. La messa a punto di questa procedura ha reso necessario estendere il modello al caso multi-utente. La procedura è stata poi verificata basandosi su dati aggregati di deflusso veicolare (conteggi e velocità dei veicoli), rilevati in ambito extra-urbano. L'uso di questa metodologia di calibrazione dei parametri presenta alcuni interessanti vantaggi legati alla sua facilità di utilizzo e alla coerenza dei risultati con le caratteristiche fondamentali del deflusso (es. il rispetto della capacità della strada).

Lo sviluppo principale del modello di Gipps sul quale ci si è concentrati ha riguardato la riproduzione dei fenomeni di instabilità del traffico. Nella sua formulazione originale infatti il modello non è infatti in grado di cogliere tali fenomeni. Perciò, sono state sviluppate alcune strutture modellistiche di tipo predittivo (discrete e continue), basate sulla teoria dei sistemi dinamici non lineari, che permettono di introdurre in un modello un effettivo ritardo di reazione dei guidatori. Ogni struttura attiene ad una tipologia di comportamento di guida (es. guida attenta o non) ed è quindi adatta a simulare solo alcune fasi del moto dei veicoli. Il modello di Gipps è stato quindi implementato secondo ognuno di questi schemi modellistici.

È stato quindi verificato, analizzando la stabilità locale delle strutture predittive, che solo in un caso è possibile riprodurre, col modello di Gipps e per valori dei parametri per i quali il corrispondente modello stazionario è ben definito, i fenomeni di instabilità del deflusso. Negli altri casi, in particolare per le strutture continue, il modello risulta essere sempre stabile. La coerenza di queste strutture è stata verificata calibrandole e validandole rispetto a traiettorie reali di veicoli.

I risultati delle analisi delle strutture modellistiche hanno permesso in particolare di evidenziare le seguenti proprietà:

- le strutture discrete sono adatte alla riproduzione di un comportamento di guida che non richiede un forte livello di attenzione (es. situazione di car-following);

- le strutture continue riproducono invece un comportamento di guida vigile (es. frenata);
- una struttura discreta con accelerazione ritardata permette di simulare fenomeni di instabilità (verificabili abitualmente durante il regime di car-following);
- le strutture continue sono invece sempre stabili.

Questi risultati dimostrano quindi che l'utilizzo di un unico schema modellistico non è adatto alla riproduzione di tutte le situazioni di guida. L'ultima parte del lavoro di dottorato ha quindi riguardato la proposta di una struttura di modello mista che utilizza uno schema discreto ad accelerazione ritardata per simulare le attività di guida "normale", come il car-following, ed uno schema continuo ad accelerazione ritardata per simulare le situazioni di guida vigile. Il modello così formulato permette quindi di tenere conto di un effettivo ritardo di reazione dei guidatori e di simulare correttamente diverse fasi dell'attività di guida. Un suo sviluppo ed utilizzo appare quindi auspicabile sia per svolgere analisi sul deflusso veicolare che per ricreare scenari virtuali realistici.

La ricerca svolta durante il dottorato viene descritta nella presente tesi secondo la seguente organizzazione.

Nel primo capitolo viene riportato uno stato dell'arte dei modelli microscopici di moto longitudinale. I principali modelli sviluppati in questo settore di ricerca vengono descritti secondo una classificazione che distingue l'approccio ingegneristico da quello psico-fisiologico. Nella parte finale del capitolo vengono descritti i principali esempi di studi svolti per calibrare e validare i modelli microscopici di car-following.

Il secondo capitolo riguarda invece le analisi di validità dei principali modelli di moto longitudinale che hanno permesso di verificare il rispetto delle proprietà qualitative di base dei modelli e la loro affidabilità in calibrazione e validazione.

Nel terzo capitolo vengono approfondite i principali aspetti del modello di Gipps. In particolare vengono analizzate le soluzioni di stato stazionario e le proprietà di stabilità locale del modello. Il modello di deflusso stazionario ottenibile da quello microscopico viene quindi descritto nel dettaglio.

Nel quarto capitolo viene descritta la procedura di calibrazione dei parametri microscopici che fa uso del modello di stato stazionario, estesa al caso multi-utente. Vengono infine riportati i risultati di una prova di calibrazione, realizzata utilizzando dati di deflusso veicolare rilevati su un'autostrada a più corsie, per diverse categorie di veicoli.

Il quinto capitolo fornisce prima alcune definizioni della teoria dei sistemi dinamici e dei suoi aspetti comportamentali. Successivamente vengono definite e giustificate da un punto di vista di comportamento di guida alcune strutture modellistiche, utilizzabili per implementare i modelli microscopici. I risultati delle analisi di stabilità locale e delle calibrazioni e validazioni di queste strutture vengono poi dettagliate. Nella parte finale del capitolo viene descritto il modello misto (discreto/continuo) proposto.

L'appendice A riporta un esempio di codice di calcolo utilizzato per calibrare i modelli microscopici di deflusso.

CAPITOLO I

STATO DELL'ARTE DEI MODELLI MICROSCOPICI DI DEFLUSSO

1.1 I modelli di deflusso veicolare

La simulazione del deflusso veicolare ha inizio durante gli anni '50 con lo scopo di rappresentare in maniera realistica i fenomeni connessi al traffico veicolare, di prevederne l'evoluzione e quindi di fornire un ausilio alla gestione del sistema dei trasporti.

Le prime ricerche si basavano sull'assunzione che il moto dell'insieme dei veicoli presenti su un tronco stradale potesse essere rappresentato assimilandolo al moto di un fluido continuo mono-dimensionale. Questa assunzione permise di definire alcune variabili di stato, funzioni del tempo e dello spazio, quali il flusso, la densità e la velocità veicolare. La rete stradale viene considerata come una rete di canalizzazioni percorsa dai flussi di traffico. Le caratteristiche dei tronchi della rete (capacità, velocità medie, ecc.) e la domanda di mobilità (volume di traffico, origine-destinazione dei veicoli, ecc.) determinano il modo con cui la rete viene percorsa da tali flussi. L'evoluzione nel tempo delle variabili di stato vengono modellizzate attraverso un'equazione differenziale che include sia la conservazione della massa che la relazione sperimentale stazionaria tra flusso e densità.

Questo tipo di modelli, detti *macroscopici*, possono essere classificati in base alla loro rappresentazione dello spazio, assumendo che il tempo sia rappresentato in maniera continua (Cascetta, 2006). I modelli a spazio continuo si basano su variabili definite in ogni punto dello spazio; soluzioni analitiche di questi modelli sono state fornite per schemi molto semplici mentre situazioni più complesse richiedono una soluzione numerica attraverso una discretizzazione spazio/temporale. I modelli a spazio discreto sono invece più prossimi ai modelli statici: le variabili di base che influenzano la prestazione del ramo (densità e velocità) sono definite a livello dell'intero ramo; la loro soluzione richiede solitamente una discretizzazione temporale.

La ricerca ha successivamente portato alla definizione di modelli, detti *mesoscopici*, in cui viene simulato il moto del singolo veicolo (oppure pacchetti di veicoli). In questi modelli, il flusso di traffico è discreto mentre il moto dei veicoli dipende da leggi aggregate che descrivono la relazioni tra le variabili del deflusso (es. la velocità media in funzione della densità) o da funzioni probabilistiche (es. i

cosiddetti modelli gas-cinetici che descrivono le dinamiche delle distribuzioni di velocità).

Una quantità significativa di lavori sono stati anche realizzati per aumentare la qualità e l'accuratezza dei modelli di simulazione del deflusso veicolare. Molti di questi lavori si sono concentrati sui modelli *microscopici* che nascono dalla necessità di rappresentare l'interazione tra i singoli veicoli. Il moto dei veicoli si ottiene come risultato di scelte disaggregate individuali e delle interazioni con gli altri mezzi presenti sulla rete. La scelta del percorso, le decisioni di accelerare o di cambiare corsia, il comportamento alle intersezioni di ogni singolo veicolo vengono esplicitamente modellizzate. Ogni veicolo inoltre possiede le proprie caratteristiche relative, ad esempio, alle prestazioni dei mezzi (es. l'accelerazione massima o la velocità) o alle caratteristiche dei guidatori (es. il tempo di reazione o la velocità desiderata).

I modelli microscopici solitamente considerano la coppia veicolo/guidatore come un unico elemento e non separano quindi il processo decisionale del guidatore dal controllo del veicolo. La ragione principale alla base di questa scelta è dovuta al fatto che questi modelli sono stati messi a punto e vengono tuttora utilizzati principalmente con lo scopo di analizzare i sistemi di traffico. Di solito il comportamento dei flussi di traffico viene riprodotto come risultato dell'interazione tra i guidatori, in maniera tale da ottenere una rappresentazione realistica delle dinamiche del deflusso veicolare. Anche se i modelli sono disaggregati, in quanto riproducono il moto dei singoli veicoli, sono spesso utilizzati per analisi aggregate (flussi, lunghezze di coda, tempi di percorrenza, ecc.).

La tabella 1.1 presenta una classificazione di modelli di deflusso veicolare non stazionari per sistemi continui, basata sulla rappresentazione del flusso di utenti (continui e discreti) e sul tipo di funzioni di prestazioni (aggregate e disaggregate) (Cascetta, 2006).

Tabella 1.1 - Classificazione dei modelli di deflusso veicolare non stazionari

Rappresentazione del deflusso	Funzioni di prestazione	
	<i>Aggregate</i> (capacità esplicita)	<i>Disaggregate</i>
Continua	MACRO-SIMULAZIONE	
	<i>Spazio discreto</i>	<i>Spazio continuo</i>
Discreta	MESO-SIMULAZIONE	MICRO-SIMULAZIONE

I campi di applicazione degli approcci appena descritti possono cambiare sensibilmente. I modelli macroscopici e mesoscopici sono utilizzati per simulare il sistema con lo scopo di progettare e testare le misure di controllo. Anche se ciò dipende dalle dimensioni della rete e dalle capacità di calcolo, di solito i tempi di computazione di questi modelli sono sensibilmente inferiori al tempo reale. Ciò li rende quindi adatti anche per applicazioni in tempo reale. Al contrario, quando si utilizzano dei modelli microscopici, i tempi di calcolo aumentano con l'avvicinarsi della congestione della rete (cioè col numero di veicoli che devono essere elaborati), il che di solito restringe il loro uso ad applicazioni off-line.

La scelta del modello da utilizzare dipende naturalmente dal livello di dettaglio richiesto dall'applicazione. L'utilizzo di un modello microscopico si rende necessario, ad esempio, quando è richiesta una rappresentazione dettagliata del comportamento degli individui. Bisogna comunque notare che la corrispondenza tra livello di dettaglio e livello di accuratezza non può essere garantita; essa è infatti fonte di dibattito in letteratura.

1.2 I modelli microscopici di deflusso

I modelli microscopici di deflusso veicolare cercano di riprodurre comportamenti aggregati descrivendo le dinamiche dei singoli elementi (veicoli). Per questa ragione sono considerati il fondamento della teoria del deflusso. Alcuni modelli macroscopici dinamici derivano infatti da considerazioni microscopiche (es. il modello di Payne), così come l'insieme dei modelli (stazionari) di flusso di traffico possono essere ottenuti dall'integrazione di leggi microscopiche (es. il modello della GM). Inoltre, i

modelli microscopici di deflusso sono il principale componente degli strumenti di microsimulazione del traffico.

La simulazione microscopica del traffico permette di riprodurre le diverse fasi della guida: moto longitudinale, cambio corsia, moto sulle rampe di accesso, ecc. Nel proseguo della tesi, tuttavia, verranno considerati solo i modelli che rappresentano il moto longitudinale dei veicoli. Anche questa fase dell'attività di guida può essere suddivisa in sotto-fasi: guida libera (ovvero non condizionata dalla presenza di altri veicoli), avvicinamento ad un veicolo più lento, inseguimento di un veicolo, frenata, arresto e ripartenza, ecc.

I primi modelli di moto longitudinale messi a punto cercavano di simulare i diversi regimi di guida mediante l'uso di un'unica formulazione matematica. Tali modelli, detti di "car-following" in quanto si riferivano principalmente alla simulazione del processo di inseguimento di un veicolo, non erano però adatti a rappresentare correttamente la variabilità dei comportamenti di guida relativi alle diverse sotto-fasi. Nel corso degli anni, la ricerca si è quindi orientata alla definizione di modelli multi-regime che fanno uso di più formulazioni matematiche per simulare le principali fasi del moto longitudinale dei veicoli.

In funzione dell'approccio su cui si basano i modelli, è possibile distinguere due categorie di modelli di moto longitudinale:

- *approccio ingegneristico*, basato principalmente su funzioni matematiche di trasferimento;
- *approccio psico-fisiologico*, basato sullo studio dei fattori umani.

I modelli che seguono l'approccio ingegneristico cercano di simulare le dinamiche reali, da un punto di vista fenomenologico, basandosi su poche semplici assunzioni. I primi modelli supponevano, ad esempio, che la risposta del veicolo inseguitore (follower) dipendesse direttamente dalla velocità relativa tra il veicolo e il suo leader. Altri modelli si basavano sull'assunzione che i guidatori cercano sempre di mantenere una distanza di sicurezza rispetto al veicolo che li precede. Secondo Newell (2002) invece il moto dei veicoli su un tronco può essere modellizzato semplicemente traslando la traiettoria del veicolo leader.

I modelli basati sull'approccio psico-fisiologico, prendendo in considerazione variabili come la percezione del guidatore o alcune regole comportamentali, cercano

di sopperire ad alcuni dei limiti dei modelli appartenenti alla prima categoria riguardo al realismo della simulazione. Questi modelli sono generalmente orientati a riprodurre il processo decisionale umano (o almeno alcuni suoi aspetti) alla base dell'attività di guida.

La figura 1.1 schematizza la classificazione dei modelli di moto longitudinale, indicando le principali categorie di modelli appartenenti agli approcci suddetti.

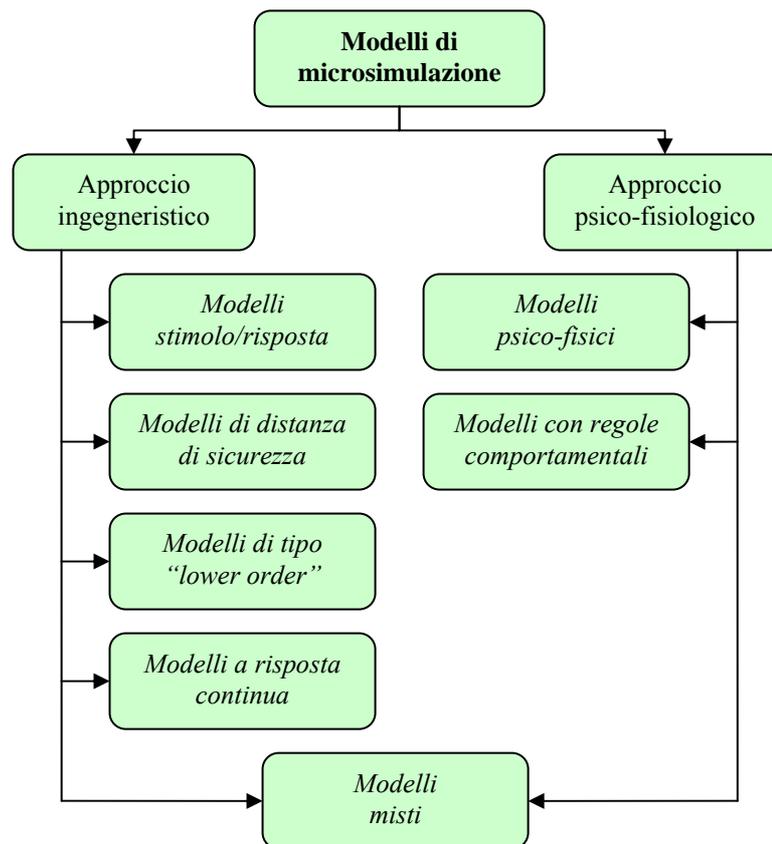


Figura 1.1 – Approcci dei modelli microscopici di moto longitudinale

I modelli che fanno parte dell'approccio ingegneristico sono utilizzati principalmente nell'ingegneria dei trasporti, per studi di traffico. Gli altri sono utilizzati quando i comportamenti dei guidatori devono essere analizzati in maniera approfondita; ad esempio, quando l'introduzione nella corrente veicolare di veicoli equipaggiati con sistemi avanzati di ausilio alla guida deve essere valutata. I modelli basati sull'approccio psico-fisiologico potrebbero anche sembrare più appropriati per rappresentare il moto dei veicoli virtuali nei simulatori di guida; in tal caso si richiede infatti un elevato realismo dei comportamenti simulati dei guidatori. Ad

oggi, tuttavia, non esistono riferimenti a riguardo; la scelta del giusto compromesso tra realismo e semplicità modellistica è oggetto di ricerca.

La figura 1.2 riporta, seguendo la classificazione descritta in precedenza, alcuni dei modelli realizzati nel corso degli anni.

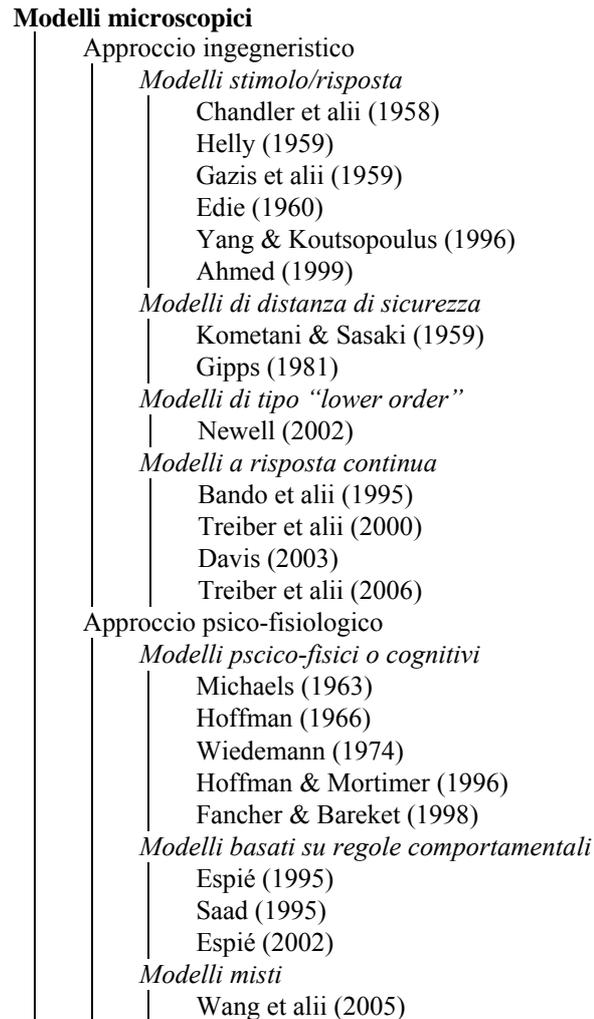


Figura 1.2 – Modelli microscopici di moto longitudinale

1.3 L'approccio ingegneristico

Il primo modello appartenente a questo approccio è stato sviluppato presso il Road Research Laboratories della General Motors Corporation da Chandler et alii (1958). Si trattava di un modello mono-regime, adatto alla simulazione dell'attività di car-following e basato sul concetto che i guidatori scelgono l'accelerazione da adottare in funzione degli stimoli provenienti dal veicolo che li precede. Questo tipo di modelli si dimostrò però poco adatto a rappresentare altri regimi di guida come il deflusso libero o lo "stop&go". La ricerca si è quindi orientata allo sviluppo di formulazioni che permettessero di riprodurre anche altre fasi dell'attività di guida. Nel seguito vengono descritte le proprietà dei principali modelli presenti in letteratura, classificandoli secondo la loro categoria di appartenenza.

1.3.1 I modelli stimolo/risposta

I primi modelli di car-following cercavano di catturare il comportamento longitudinale di un veicolo riproducendo il modo con cui esso reagisce agli stimoli provenienti dal suo leader. L'assunzione di base di questi modelli è il concetto di "stimolo-risposta"; la risposta del veicolo inseguitore (es. l'accelerazione) dipende cioè direttamente da uno stimolo (es. la velocità relativa tra leader e follower).

Il primo modello sviluppato, attribuito a Chandler et alii (1958), era di tipo mono-regime. Si tratta di una semplice formulazione lineare in cui la risposta del veicolo è direttamente proporzionale alla velocità relativa tra il veicolo e il suo leader (stimolo): $a_n(t) = C_1 \cdot \Delta v(t - \tau)$.

Il termine C_1 è detto sensitività, mentre τ rappresenta il tempo di reazione dei guidatori.

Il limite principale di questa formulazione è dovuto al fatto che lo stimolo non dipende dal distanziamento tra i due veicoli. Nel caso in cui il veicolo leader viaggi ad una velocità maggiore del follower, il modello produce sempre una accelerazione positiva, qualunque sia il distanziamento tra i veicoli. In caso di distanziamenti spaziali bassi, questo tipo di comportamento non è realistico.

Per ovviare a questo difetto Helly (1959) propose di modificare la formulazione introducendo un secondo stimolo, funzione della differenza tra il distanziamento tra i veicoli e il distanziamento desiderato del follower. Questo ultimo termine varia in

funzione della velocità del veicolo e della sua accelerazione. La formulazione matematica del modello di Helly è la seguente:

$$a_n(t) = C_1 \cdot \Delta v(t - \tau) + C_2 \cdot [\Delta x(t - \tau) - D_n(t)]$$

$$D_n(t) = \alpha + \beta \cdot v_n(t - \tau) + \gamma \cdot a_n(t - \tau)$$

dove:

- $\Delta v(t)$ è la differenza di velocità tra un veicolo e quello che lo segue, all'istante t ;
- $\Delta x(t)$ è il distanziamento tra i veicoli n ed $n-1$ all'istante t ;
- $D_n(t)$ è la distanza desiderata dal guidatore del veicolo n all'istante t ;
- τ è un tempo di percezione/reazione dei guidatori;
- $\alpha, \beta, \gamma, C_1$ e C_2 sono parametri di calibrazione del modello.

In particolare, α rappresenta la distanza alla quale il guidatore desidera trovarsi durante la fase di arresto. β è un parametro positivo che fa sì che il distanziamento desiderato aumenti con la velocità. Così come il modello di Chandler, anche la formulazione di Helly è di tipo mono-regime e perciò non si adatta bene alla rappresentazione di diversi regimi di guida.

Nello stesso periodo, alcuni autori (Gazis et alii (1959) e Edie (1960)) tentarono di ottenere, a partire dall'equazione microscopica di Chandler, una relazione di natura macroscopica tra flusso e velocità. La relazione ottenuta presentava però sostanziali differenze rispetto ad altre formule macroscopiche di riferimento. Allo scopo di migliorare il modello macroscopico, il termine di sensitività venne cambiato in modo da renderlo direttamente proporzionale alla velocità del veicolo e inversamente proporzionale al distanziamento tra il veicolo e il suo leader. Gazis et alii (1961) ottennero quello che oggi è noto anche come modello GHR, la cui formulazione matematica è un'equazione differenziale non lineare con ritardo:

$$a_n(t) = c \cdot \frac{v_n(t)^m}{\Delta x(t - \tau)^l} \cdot \Delta v(t - \tau)$$

dove:

- $a_n(t)$ è l'accelerazione del veicolo n all'istante t ;
- $v_n(t)$ è la velocità del veicolo n all'istante t ;
- $\Delta x(t)$ è il distanziamento tra i veicoli n ed $n-1$ all'istante t ;
- $\Delta v(t)$ è la differenza di velocità tra i veicoli n ed $n-1$ all'istante t ;
- τ è il tempo di percezione/reazione dei guidatori;

- m , l e c sono parametri di calibrazione.

Il modello GHR presenta lo stesso inconveniente del modello di Chandler; se la differenza di velocità è nulla, esso non produce alcuna risposta anche per distanziamenti tra i veicoli molto bassi e non è quindi realistico per valori bassi di densità. Anche questo modello, basandosi su una formula di tipo mono-regime, non riesce a cogliere la variabilità di comportamento di guida.

Basandosi sul modello GHR, Yang & Koutsopoulos (1996) hanno sviluppato un modello multi-regime, implementato in seguito nel software di microsimulazione MITSIM. L'ipotesi alla base del loro modello è che il guidatore può trovarsi, in funzione del distanziamento temporale che lo separa dal veicolo che lo precede, in uno dei tre regimi di moto seguenti:

- regime di emergenza: se il distanziamento temporale è inferiore ad un primo limite (h_{lower});
- regime di deflusso libero: se il distanziamento temporale è superiore ad un secondo limite (h_{upper});
- regime di car-following: se il distanziamento temporale è compreso tra i due limiti suddetti.

Nel regime di emergenza il guidatore adotta il massimo tasso di decelerazione necessario per evitare la collisione col leader. Nel regime di deflusso libero, il guidatore cerca invece di raggiungere la sua velocità desiderata utilizzando la massima accelerazione disponibile.

La formulazione del modello utilizzato nel regime di car-following è:

$$a_n(t) = \alpha_{acc/dec} \cdot \frac{v_n(t)^{\beta_{acc/dec}}}{\Delta x(t - \tau_n)^{\gamma_{acc/dec}}} \cdot \Delta v(t - \tau_n)^{\lambda_{acc/dec}},$$

dove $\alpha_{acc/dec}$, $\beta_{acc/dec}$, $\gamma_{acc/dec}$ e $\lambda_{acc/dec}$ sono parametri di calibrazione relativi rispettivamente al regime di accelerazione e di decelerazione.

La presenza dei tre regimi di guida permette di ovviare al fatto che lo stimolo non dipende dal distanziamento tra i veicoli. Infatti quando il guidatore è molto vicino al suo leader e quindi si trova nel regime di emergenza, egli frena per aumentare il distanziamento tra i veicoli. Il modello resta tuttavia di tipo deterministico e non è in grado di cogliere la variabilità di comportamento esistente tra guidatori diversi e per uno stesso guidatore.

Basandosi anche esso sul modello GHR, Ahmed (1999) ha sviluppato un modello in grado di riprodurre il comportamento dei veicoli nei regimi di car-following e di guida libera. Il primo viene applicato quando un guidatore segue un altro veicolo. Il secondo è invece applicato quando un guidatore cerca di raggiungere la sua velocità desiderata e non segue un altro veicolo. L'individuazione del regime di guida avviene in funzione di un limite di distanziamento temporale.

Nel modello di Ahmed, così come in quello di Yang & Koutsopoulos, lo stimolo viene considerato come una funzione non lineare della velocità relativa; viene infatti utilizzato il parametro $\lambda_{acc/dec}$ come esponente della velocità relativa. L'originalità del modello è tuttavia dovuta al fatto che nella sua formulazione si tiene esplicitamente conto dell'impatto delle condizioni di traffico presenti davanti al veicolo. Ciò avviene introducendo nel termine di sensitività la densità veicolare presente di fronte al veicolo.

L'equazione di Ahmed, utilizzata nel regime di car-following, è la seguente:

$$a_n^g(t) = s[X_n^g(t - \xi \cdot \tau_n)] \cdot f[\Delta v_n(t - \tau_n)] + \varepsilon_n^g(t),$$

dove:

- g indica lo stato in cui si trova il veicolo (accelerazione o decelerazione);
- $s[X_n^g(t - \xi \cdot \tau_n)]$ è il termine di sensitività del modello;
- $X_n^g(t - \xi \cdot \tau_n)$ è il vettore di variabili esplicative che influenzano la sensitività del modello nell'istante di tempo $t - \xi \cdot \tau_n$;
- ξ è un termine di ritardo di sensitività (compreso tra 0 e 1);
- $f[\Delta v_n(t - \tau_n)]$ è lo stimolo del modello, funzione della velocità relativa tra il veicolo n e il suo leader;
- $\varepsilon_n^g(t)$ è un termine aleatorio, associato al guidatore n nell'istante di tempo t , che permette di tenere conto della variabilità di comportamento dei guidatori.

Il termine di sensitività è invece formulato nel seguente modo:

$$s[X_n^g(t - \xi \cdot \tau_n)] = \alpha^g \cdot \frac{v_n^g(t - \xi \cdot \tau_n)^\beta}{\Delta x_n^g(t - \xi \cdot \tau_n)^\gamma} + k_n(t - \xi \cdot \tau_n)^\rho,$$

dove $k_n(t - \xi \cdot \tau_n)$ indica la densità veicolare presente davanti al veicolo n nell'istante di tempo $t - \xi \cdot \tau_n$.

Anche se piuttosto avanzato, rispetto agli altri modelli stimolo/risposta, il modello di Ahmed non risolve il problema dell'identificazione di un significato comportamentale per alcuni dei suoi parametri.

1.3.2 I modelli di distanza di sicurezza

L'assunzione alla base di questa tipologia di modelli è che i guidatori cercano di mantenere una distanza di sicurezza rispetto al veicolo che li precede. La modellizzazione consiste quindi nella definizione di una distanza di sicurezza tra i veicoli, tale da evitare collisioni tra di essi. Il distanziamento di sicurezza è quindi ottenuto a partire dalle equazioni del moto. Le principali formulazioni di questo tipo di modelli si devono a Kometani & Sasaki (1959) e a Gipps (1981).

Quello di Gipps è stato il primo esempio di modello multi-regime; due diverse funzioni di trasferimento vengono utilizzate rispettivamente nel regime di guida libera e in quello di car-following.

La formula proposta da Gipps per riprodurre il regime di guida libera è di origine sperimentale e viene utilizzata per far sì che il guidatore raggiunga la sua velocità desiderata, facendo in modo che il tasso di accelerazione del veicolo diminuisca man mano che la velocità si avvicina a quella desiderata. L'espressione ottenuta dall'autore è la seguente:

$$v_n(t + \tau) = v_n(t) + 2.5 \cdot A_n \cdot \tau_n \cdot \left(1 - \frac{v_n(t)}{V_n}\right) \cdot \sqrt{0.025 + \frac{v_n(t)}{V_n}}$$

dove:

- A_n è il massimo tasso di accelerazione che il guidatore del veicolo n desidera adottare;
- V_n è la velocità desiderata del guidatore del veicolo n ;
- $v_n(t)$ è la velocità del veicolo n all'istante t ;
- τ è un tempo di reazione, comune a tutti i veicoli.

L'ipotesi alla base del regime di car-following è che il guidatore adotta, in ogni istante di tempo, una velocità tale da permettergli di arrestare il veicolo senza che vi sia collisione, anche in caso di frenata improvvisa da parte del mezzo che lo precede. Ciò significa che la velocità del follower deve essere tale che la posizione del leader

dopo l'arresto sia sempre maggiore di quella del follower, incrementata di un margine di sicurezza, ovvero che:

$$x_{n-1}^{stop} > x_n^{stop} + S_{n-1}, \quad (1)$$

dove x_{n-1}^{stop} e x_n^{stop} sono rispettivamente le posizioni del leader e del follower dopo l'arresto, mentre S_{n-1} rappresenta la lunghezza del veicolo $n-1$ più un margine di sicurezza.

Ipotizzando che il follower reagisca con un certo ritardo all'azione del leader e sostituendo nella disuguaglianza (1) le equazioni del moto che permettono di ricavare le posizioni dei veicoli dopo l'arresto, si ottiene la seguente relazione che permette di calcolare la velocità del veicolo n nell'istante di tempo $t + \tau_n$:

$$v_n(t + \tau) = -b_n \left(\frac{\tau}{2} + \theta \right) + \sqrt{\left[b_n \left(\frac{\tau}{2} + \theta \right) \right]^2 + b_n \left[2[x_{n-1}(t) - x_n(t) - S_{n-1}] - \tau \cdot v_n(t) + \frac{v_{n-1}(t)^2}{\hat{b}_{n-1}} \right]}$$

dove:

- b_n (> 0) è il tasso di decelerazione più forte che il guidatore del veicolo n è disposto ad adottare;
- \hat{b}_{n-1} (> 0) è la stima che il guidatore del veicolo n fa del massimo tasso di decelerazione del veicolo $n-1$;
- θ è un tempo di reazione aggiuntivo che permette al guidatore di non frenare sempre col suo massimo tasso di decelerazione.

I passaggi che permettono di ottenere questa formula e il significato dei parametri del modello saranno chiariti nel terzo capitolo, nel quale vengono riportati i risultati di analisi svolte sul modello di Gipps allo scopo di individuare possibili sue evoluzioni.

Il modello di Gipps ha, come detto, la peculiarità di tenere conto di un insieme di parametri il cui significato fisico è chiaro e riconducibile ad un determinato tipo di comportamento proprio della coppia veicolo/guidatore. Inoltre, è possibile dimostrare che, per determinati valori dei parametri (in particolare quando $b_n < \hat{b}_{n-1}$), il modello di car-following è indefinitamente stabile ed ha sempre soluzione. Queste proprietà sono il motivo per cui questo modello è utilizzato in diversi programmi di microsimulazione del deflusso veicolare (Liu et alii (1995); SISTM (2003); AIMSUN (2005); Paramics (2006)). Tuttavia, l'impossibilità di riprodurre fenomeni

di instabilità di traffico e la possibilità che l'equazione utilizzata nel regime di car-following non abbia soluzioni (a causa della presenza del radicando) sono due limiti importanti del modello. Queste limitazioni saranno ulteriormente messe in evidenza ed approfondite nel terzo capitolo.

1.3.3 I modelli di tipo "lower-order"

I modelli appartenenti a questa categoria agiscono direttamente sulla posizione dei veicoli. Per distinguerli dai modelli che agiscono sulla velocità o sull'accelerazione, i quali introducono un ritardo nell'output (lag), essi vengono chiamati modelli di ordine inferiore (lower-order).

Un modello di questo tipo è stato proposto da Newell (2002) per la simulazione del comportamento di guida in ambito autostradale in condizioni omogenee. In queste condizioni, viene supposto che i veicoli presenti su una corsia viaggino tutti alla stessa velocità. Ogni guidatore mantiene un distanziamento spaziale rispetto al veicolo che lo precede che varia linearmente con la velocità con la quale si muove. Il distanziamento spaziale di un guidatore è quindi dato da:

$$s_n = d_n + v \cdot \tau_n, \quad (2)$$

dove:

- d_n è la distanza alla quale desidera trovarsi il guidatore n quando il veicolo è fermo;
- τ_n è la pendenza della retta che rappresenta la funzione lineare tra il distanziamento spaziale e la velocità del veicolo n ;
- v è la velocità alla quale si muovono i veicoli presenti sul tronco stradale.

Newell dimostra che i parametri d_n e τ_n sono indipendenti dalla velocità dei veicoli. Queste considerazioni permettono di affermare che, nelle condizioni suddette, la traiettoria del veicolo n all'istante di tempo t è una semplice traslazione, nello spazio (d_n) e nel tempo (τ_n), della traiettoria del suo leader. Si ricava quindi la seguente equazione per la posizione del veicolo n :

$$x_n(t + \tau_n) = x_{n-1}(t) - d_n.$$

A partire dalla relazione (2), Newell ha anche ricavato la relazione, di origine macroscopica, tra portata e densità. Questa ultima risulta essere consistente con il modello LWR.

A dispetto della sua semplicità, il modello presenta alcune limitazioni. In particolare si nota l'assenza di un effettivo tempo di reazione dei guidatori. Inoltre, così come evidenziato dallo stesso autore, il modello si adatta a situazioni autostradali omogenee con percentuali di sorpassi trascurabili. Per poter applicare il modello è anche necessario introdurre delle condizioni al contorno (ad esempio potrebbe essere necessario specificare se ci sono disomogeneità in alcuni punti della rete). Inoltre il modello funziona solo nel regime di car-following, per cui è necessario che sia sempre specificata esplicitamente la traiettoria del veicolo leader.

1.3.4 I modelli a risposta continua

Alcune formulazioni per la modellizzazione del traffico sono state ottenute basandosi su risultati ottenuti nel campo della fisica. Si tratta di modelli cosiddetti a risposta continua che non considerano un tempo di reazione; la loro espressione matematica è quindi un'equazione differenziale del primo ordine. I due principali modelli appartenenti a questa categoria sono l'*Optimal Velocity Model (OVM)* (Bando et alii, 1995) e l'*Intelligent Driver Model (IDM)* (Treiber et alii, 2000).

I modelli di car-following visti in precedenza si basano sull'idea che ogni veicolo debba mantenere una distanza di sicurezza rispetto al leader, che dipende dalla velocità relativa tra i veicoli. Nei modelli a risposta continua, si suppone che ogni veicolo possieda una velocità desiderata (detta anche "legale") che dipende dal distanziamento tra i veicoli.

Nell'*OVM* viene assunto che ogni veicolo possiede una velocità "legale" V , funzione del distanziamento tra i veicoli, e che ogni guidatore risponde ad uno stimolo proveniente dal veicolo che lo precede. Un guidatore deve quindi controllare l'accelerazione in modo da mantenere una velocità desiderata "sicura" concordemente con il moto del leader. La formulazione matematica del modello è:

$$a_n(t) = \frac{V[\Delta x_n(t)] - v_n(t)}{\tau},$$

dove $\Delta x_n(t)$ indica il distanziamento spaziale tra il veicolo n e il suo leader all'istante di tempo t . Il termine τ è una costante che rappresenta la sensitività del guidatore.

Quando il distanziamento temporale tra i veicoli si riduce, la velocità deve anche essa diminuire in modo da evitare collisioni con il veicolo leader. Perciò, la funzione V deve essere una funzione monotona crescente e $|V[\Delta x_n(t)]|$ deve essere limitato superiormente. La velocità massima desiderata si raggiunge quindi quanto il distanziamento spaziale tende ad infinito.

La funzione di velocità “legale”, che secondo gli autori fornisce i risultati più realistici, è data da: $V(\Delta x_n) = \tanh(\Delta x_n - 2) + \tanh(2)$. Essa permette di simulare un comportamento del guidatore che accelera o frena in maniera graduale e di riprodurre spontaneamente i fenomeni di congestione (il modello permette infatti di riprodurre i fenomeni di instabilità di traffico).

L'Optimal Velocity Model proposto da Bando et alii presenta un importante limite legato al fatto di produrre dei tassi di accelerazione massima troppo grandi e quindi poco realistici. Questa situazione accade in particolare quando il parametro τ del modello è dello stesso ordine degli usuali tempi di reazione dei guidatori reali. Secondo Treiber et alii (2000) ciò è dovuto al fatto che vengono trascurati gli effetti delle differenze di velocità tra i veicoli. Oltre a ciò, il modello presenta la caratteristica poco realistica di produrre dei tassi di accelerazione e di decelerazione uguali ed opposti (simmetrici) quando la deviazione della velocità del veicolo rispetto alla velocità di equilibrio è anche essa uguale ed opposta.

L'accelerazione calcolata nell'*IDM* è invece una funzione continua di velocità, distanziamento e differenza di velocità rispetto al veicolo leader. La sua formulazione matematica è la seguente:

$$a_n(t) = a_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{v_n(t)}{v_0} \right)^\delta - \left(\frac{\Delta x_0 [v_n(t), \Delta v_n(t)]}{\Delta x_n(t)} \right)^2 \right],$$

dove:

- a_0 è un termine di accelerazione di base;
- v_0 è la velocità desiderata del guidatore;
- δ è un parametro da calibrare;

- Δx_0 è il distanziamento desiderato del guidatore, funzione della velocità del follower e della differenza di velocità tra i veicoli ed ha la seguente formulazione:

$$\Delta x_0[v(t), \Delta v(t)] = d_0 + d_1 \cdot \sqrt{\frac{v(t)}{v_0}} + T \cdot v(t) + \frac{v(t) \cdot \Delta v(t)}{2 \cdot \sqrt{a_0 \cdot b_0}},$$

con d_0, d_1, T e b_0 sono parametri da calibrare.

La formula dell'*IDM* è data dall'interpolazione di un termine che rispecchia la tendenza ad accelerare durante il regime di guida libera:

$$a_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{v_n(t)}{v_0} \right)^\delta \right]$$

e da un termine che rispecchia la tendenza a rallentare a causa della presenza di un veicolo più lento:

$$- a_0 \cdot \left[\frac{\Delta x_0[v_n(t), \Delta v_n(t)]}{\Delta x_n(t)} \right]^2.$$

Il limite principale di questo modello è legato all'assenza di un tempo di reazione dei guidatori. A questo proposito alcuni studi sono stati di recente realizzati per ovviare a questo problema; si ricordano a tal proposito i lavori di Davis (2003) e di Treiber et alii (2006). In particolare questo ultimo ha generalizzato l'*IDM* in modo da includere nella sua formulazione i tempi di reazione, gli errori di stima ed i fenomeni di anticipazione spaziale e temporale.

1.4 L'approccio psico-fisiologico

I tentativi di modellizzare il comportamento di guida nel settore dei fattori umani sono iniziati intorno al 1960 con lo scopo di migliorare la sicurezza stradale e l'apprendimento dell'attività di guida. I modelli appartenenti a questa categoria seguono un approccio basato sull'analisi e la riproduzione dei processi decisionali (mentali) dei guidatori.

Così come accade per i modelli di tipo ingegneristico, anche quelli basati su un approccio psico-fisiologico tengono conto di parametri rappresentativi del comportamento dei guidatori (es. il tempo di reazione, la velocità desiderata, ecc.). Tuttavia questo tipo di modelli cercano di rappresentare il soggetto umano

(guidatore) in maniera più approfondita. Alcuni modelli, ad esempio, tentano di riprodurre l'attività cognitiva dei guidatori; vengono cioè modellizzati i processi di percezione e di valutazione delle situazioni di guida da parte dei soggetti. In altri casi il processo decisionale dei guidatori viene rappresentato in maniera dettagliata, ad esempio mediante la definizione di regole di comportamento associate alle situazioni di guida più comuni.

Lo sviluppo dei modelli psico-fisiologici è dovuto a forti critiche, mosse nei confronti dei modelli ingegneristici, circa la rappresentazione del comportamento dei guidatori e di conseguenza del moto dei veicoli. L'affidabilità e l'effettivo realismo di questi modelli non sono però del tutto chiari. In particolare resta aperta la questione riguardante i benefici legati all'utilizzo di modelli appartenenti a questo approccio per studi di traffico o per rappresentare l'evoluzione del traffico in un simulatore di guida.

Nei prossimi paragrafi vengono descritti alcuni modelli psico-fisiologici che prendono spunto da considerazioni differenti. I modelli psico-fisici sono infatti basati sulla presa in conto dei processi percettivi dei guidatori, mentre altri si basano sulla definizione di regole di comportamento associate alle situazioni di guida.

1.4.1 I modelli psico-fisici o cognitivi

La prima discussione che ha portato alla messa a punto di questi modelli si deve a Michaels (1963), il quale introdusse il concetto che i guidatori sono capaci di percepire l'avvicinamento ad un veicolo a causa della sua variazione di dimensioni apparenti, percependo cioè la velocità relativa (Δv) attraverso variazioni dell'angolo di visione (θ) sotteso al veicolo che li precede.

Lo schema modellistico di Michaels si basa sulla definizione di due soglie di percezione. Quando la velocità relativa diventa inferiore ad una prima soglia (curva tratteggiata di colore blu nella figura 1.3), i guidatori iniziano, dopo un tempo di ritardo, a decelerare. Tale decelerazione continua finché la velocità relativa diventa nulla e il follower raggiunge un distanziamento desiderato. Il processo di decelerazione viene suddiviso in due fasi. In un primo momento, i guidatori decelerano finché non possono percepire alcuna differenza di velocità (il valore di Δv diventa nuovamente maggiore del valore di soglia, così come evidenziato dal tratto di

colore blu nella figura 1.3). Da questo punto in poi, i guidatori basano le loro azioni sul fatto che, nelle condizioni in cui si trovano, il distanziamento tra i veicoli (Δx) è probabilmente inferiore ad un secondo limite, detto “*action point*” (retta tratteggiata di colore verde nella figura 1.3). Nella seconda fase del processo di decelerazione, i guidatori possono quindi percepire solo variazioni di distanziamento. La seconda soglia è particolarmente importante per piccoli distanziamenti dove le velocità relative sono probabilmente superiori alla prima soglia.

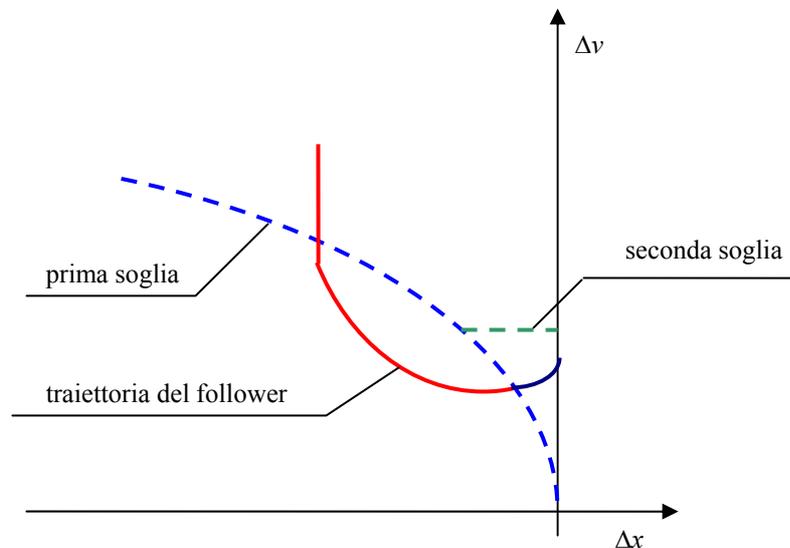


Figura 1.3 – Struttura modellistica di Michaels.

Le soglie del modello “*action point*” di Michaels possono essere definite in diversi modi. Wiedemann (1974) presentò un metodo per calcolare tali soglie e realizzare quindi la simulazione. L’intento di Wiedemann era di coprire l’intero insieme di possibili comportamenti dei guidatori; il suo modello distingue quindi quattro regimi di guida nei quali si ha un comportamento significativamente diverso: i) guida non influenzata, ii) processo di avvicinamento, iii) processo di inseguimento, iv) frenata di emergenza.

La percezione e la reazione umana è stata rappresentata da Wiedemann tramite un insieme di soglie e di distanziamenti desiderati che delimitano i quattro regimi di guida:

- AX , distanza desiderata per veicoli fermi;

- ABX , minima distanza desiderata di inseguimento per velocità relative basse, data da: $ABX(t) = AX + BX\sqrt{v_n(t)}$;
- SDV , limite di percezione della velocità relativa per grandi distanziamenti, dato da: $SDV(t) = (x_{n-1}(t) - x_n(t) - AX) / CX$;
- SDX , limite di percezione per distanziamenti crescenti nel processo di inseguimento, dato da: $SDX(t) = AX + EX \cdot BX\sqrt{v_n(t)}$;
- $CLDV$, limite di percezione per il riconoscimento di piccole differenze di velocità per distanziamenti decrescenti, dato da: $CLDV(t) = -SDV(t) \cdot \sqrt{EX}$;
- $OPDV$, limite di percezione per il riconoscimento di grandi differenze di velocità per distanziamenti crescenti, dato da: $OPDV = -CLDV \cdot k$;
- BX , CX , EX e k sono dei parametri di calibrazione.

Nel regime di *guida non influenzata*, il guidatore cerca di raggiungere o mantenere la sua velocità desiderata; a tale scopo, egli utilizza una accelerazione massima ($bMax$).

Quando il limite SDV viene oltrepassato, il guidatore realizza di essere vicino e più lento del veicolo che lo precede (*processo di avvicinamento*). Dopo un breve ritardo, egli inizia a decelerare per ridurre la sua velocità a quella del leader e per mantenere un distanziamento pari ad ABX . La decelerazione del veicolo è calcolata mediante la seguente equazione:

$$a_n(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v(t - \tau)^2}{ABX(t - \tau) - \Delta x(t - \tau)} + a_{n-1}(t - \tau)$$

Il processo di *car-following* è definito dalle seguenti condizioni:

$$\begin{cases} ABX(t) \leq \Delta x_n(t) \leq SDX(t) \\ CLDV(t) \leq \Delta v_n(t) \leq OPDV(t) \end{cases}$$

In questo caso, il guidatore segue il veicolo che lo precede cercando di mantenere la stessa velocità; egli non reagisce quindi coscientemente ai movimenti del leader, ma cerca di mantenere una accelerazione bassa. Ciò viene rappresentato nel modello mediante un valore costante di accelerazione e di decelerazione ($bnull$). Questo processo è modellizzato mantenendo il segno di $bnull$ fisso finché uno dei limiti $CLDV$, $OPDV$, ABX o SDX viene superato.

La *frenata di emergenza* può essere causata da un'improvvisa decelerazione del leader che riduce il distanziamento tra i veicoli ad un valore inferiore ad ABX . Il guidatore reagirà cercando di evitare l'incidente e di riportare il distanziamento ad un valore superiore alla soglia. La decelerazione viene calcolata utilizzando la seguente equazione:

$$a_n(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta v(t-\tau)^2}{AX - \Delta x(t-\tau)} + a_{n-1}(t-\tau) + bMin \cdot \frac{ABX(t-\tau) - \Delta x(t-\tau)}{BX}$$

dove $bMin$ è un valore di decelerazione massima.

Un altro modello basato sull'“*action point*” è stato messo a punto da Fancher & Bakeret (1998). La loro assunzione di base è che il limite di percezione della differenza di velocità tra i veicoli può essere valutato tramite la teoria del “*looming effect*”. Considerando l'angolo di visione (θ) per un oggetto largo w , posto ad una distanza Δx , si ha: $\Delta x \cdot \theta = w$. Differenziando quindi rispetto al tempo si ottiene: $\Delta v \cdot \theta + \Delta x \cdot d\theta/dt = 0$. Sostituendo poi θ in questa espressione, si ottiene: $d\theta/dt = -w \cdot \Delta v / \Delta x^2$. Tale relazione lega la velocità relativa al distanziamento tra i veicoli e può essere riscritta come segue:

$$\Delta x = \sqrt{-\frac{\Delta v \cdot w}{d\theta/dt}}$$

Per quantificare questa relazione, Fancher & Bakeret si sono poi rifatti ai risultati ottenuti Hoffman & Mortimer (1996). Essi hanno affermato l'esistenza di un limite nella percezione di $d\theta/dt$, approssimativamente pari a 0.003 rad/sec. I guidatori non possono quindi ottenere informazioni sul veicolo in avvicinamento se la variazione di velocità angolare è inferiore a questo valore limite. Assumendo che la larghezza di un veicolo sia pari a 1.8 metri, ne risulta che il modello permette una percezione diretta della velocità relativa solo se:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\Delta v}{0.00164}}$$

Questa relazione permette quindi di tracciare, nel piano $\Delta x - \Delta v$, la curva relativa alla prima soglia del modello di Michaels.

Il modello di Fancher & Bakeret può essere spiegato identificando alcune regioni di percezione nel piano $\Delta x - \Delta v$ (indicati in figura 1.4 rispettivamente con R e $Rdot$).

La parte destra del diagramma ($Rdot > 0$) riproduce la situazione di allontanamento tra i veicoli. La parte sinistra ($Rdot < 0$) invece riproduce la situazione di avvicinamento. La linea indicata in figura 1.4 con “RL2” indica il limite di percezione di Δv ; al di sopra di tale limite un guidatore non reagisce alle azioni del veicolo che lo precede.

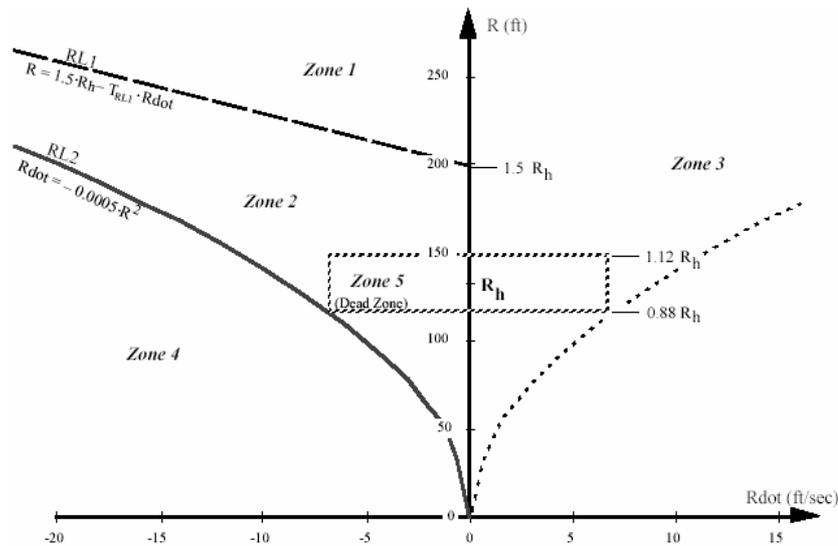


Figure 1.4 – Mappa regionale del modello di Fancher e Bareket

I principali limiti di questi modelli sono dovuti alla difficoltà di valutazione delle soglie di percezione; è infatti molto complesso definire con precisione l'istante in cui un guidatore inizia a percepire una variazione di velocità relativa.

1.4.2 I modelli basati su regole comportamentali

Un esempio di strumento di simulazione basato sulla definizione di regole comportamentali è il progetto ARCHISIM dell'INRETS (Institut National de REcherche sur les Transports et leur Sécurité). L'approccio seguito in questo modello consiste nel considerare una data situazione stradale come il risultato dell'interazione di diversi attori (utenti della strada, infrastruttura stradale, gestori, ecc.). Si suppone che ogni guidatore possieda la propria autonomia, le proprie conoscenze, obiettivi e motivazioni, così come le proprie strategie di guida. Questo approccio è il risultato di una riflessione sull'apporto del trattamento parallelo

multi-attore per la simulazione di un sistema complesso come quello del traffico stradale (Espíe, 1995; Espíe, 2002).

All'inizio del progetto è stato definito un modello concettuale di comportamento dei guidatori secondo una metodologia di analisi che combinava delle misurazioni a bordo veicolo e delle verbalizzazioni assistite. Il modello cercava di identificare le variazioni di comportamento in funzione delle modificazioni del circondario e i motivi sottesi alle decisioni prese (Saad, 1995). Le sperimentazioni hanno permesso di individuare alcune regole di comportamento che caratterizzano la maniera con cui il guidatore cerca di gestire una situazione di interazione con i veicoli che lo circondano, in funzione dello stato in cui si trova. Queste regole sono state implementate nel modello multi-agente allo scopo di ottenere dei veicoli autonomi capaci di reagire a qualunque situazione gestendo le loro interazioni (in modo cioè da sopprimerle o di adattarsi ad esse). In altre parole, il guidatore virtuale sceglie la strategia di guida da adottare in funzione della situazione in cui si trova e quindi delle regole associate a questa situazione. Una volta definita la strategia, viene calcolato un tasso di accelerazione (positivo, negativo o nullo) che permette di realizzare la strategia pianificata. Il modello tiene anche conto di alcune variabili che permettono di diversificare i comportamenti di guidatori diversi (ad esempio possono essere definiti diversi livelli di aggressività).

ARCHISIM è utilizzato principalmente per rappresentare il traffico all'interno di un simulatore di guida. Il modello permette infatti di simulare il comportamento dei veicoli in maniera molto realistica anche in situazioni complesse (come ad esempio le intersezioni non semaforizzate).

Alcuni limiti del modello dipendono dal numero di regole comportamentali che devono essere implementate per riprodurre il traffico in tutte le condizioni di guida. Inoltre il modello è stato finora validato solo rispetto ad alcune situazioni di guida.

1.5 Modelli misti

Alcuni modelli microscopici possono essere considerati appartenenti ad entrambi gli approcci descritti in precedenza. Essi combinano infatti sia le proprietà dell'approccio ingegneristico che di quello psico-fisiologico. Questo tipo di modelli non è tuttora molto sviluppato; ne esistono infatti pochi esempi.

1.5.1 Il modello di Leeds

Questo modello (Wang et alii, 2005) è stato messo a punto di recente presso l'Università di Leeds con lo scopo di riprodurre diverse caratteristiche del deflusso veicolare (guida ravvicinata, situazioni di “stop&go”, avvicinamento). Si tratta di un modello ibrido che fa uso del modello di Gipps (approccio ingegneristico) e del modello sviluppato da Wiedemann (approccio psico-fisiologico) nei tre regimi di guida seguenti: i) “non pericolo”, ii) “pericolo” e iii) “guida ravvicinata”. I passaggi da un regime all'altro vengono gestiti tramite il superamento di soglie. Il modello di Gipps viene applicato, con parametri diversi, sia nel regime di “non pericolo” che di “pericolo”, mentre il modello di Wiedemann viene invece usato solamente nel regime di “guida ravvicinata”.

La situazione di “pericolo” si ha quando la velocità del veicolo è inferiore ad una velocità critica (v_c). Il regime di “guida ravvicinata” si ha invece quando i vincoli seguenti sono rispettati:

$$|b_{n-1}(t + \tau)| < |D_c|,$$

$$ABX \leq x_{n-1}(t) - x_n(t) \leq SDX,$$

$$CLDV \leq v_n(t) - v_{n-1}(t) \leq OPDV,$$

dove:

- $b_n(t)$ è la decelerazione del veicolo n all'istante t ;
- D_c è una decelerazione critica (da calibrare);
- ABX , SDX , $CLDV$, $OPDV$ sono le soglie definite da Wiedemann (cfr. 1.4.1.).

Pur basandosi su diversi approcci modellistici, questo modello rispecchia per lo più quello sviluppato da Gipps. Essendo utilizzato solo nella situazione di “guida ravvicinata”, il modello di Wiedemann si riduce all'applicazione di un'accelerazione (b_{Null} , positiva o negativa) applicata finché non si cambia regime di guida. Le problematiche evidenziate per il modello di Gipps si ritrovano quindi anche in questo approccio.

1.6 Calibrazione e validazione dei modelli microscopici

Come si è visto in precedenza, in letteratura sono presenti diversi modelli microscopici di deflusso, basati su assunzioni diverse. Tuttavia le reali prestazioni di questi modelli sono spesso poco chiare e poco comprensibili. Ciò genera tra l'altro una certa confusione nell'individuare il modello maggiormente appropriato in relazione allo studio che si desidera realizzare. Una delle tematiche principali dello sviluppo dei modelli microscopici di deflusso veicolare riguarda quindi la loro verifica, mediante calibrazione e validazione, rispetto a situazioni di guida reali.

La fase di calibrazione consiste nell'individuare i parametri di un modello che permettono di riprodurre al meglio una certa situazione reale. La validazione consiste invece nel verificare se il modello è in grado di riprodurre qualunque traiettoria reale.

Il problema della calibrazione e validazione dei modelli microscopici è stato spesso affrontato in letteratura da un punto di vista teorico. Toledo et alii (2003), ad esempio, hanno proposto di utilizzare un approccio sequenziale che consiste nel verificare prima il comportamento dei modelli microscopici rispetto a dati relativi a singoli veicoli in zone elementari, per poi spostare l'attenzione sui modelli di propagazione del deflusso e successivamente su quelli di scelta del percorso. Gli studi a riguardo sono tuttavia limitati dalla disponibilità di dati disaggregati relativi a traiettorie di veicoli. Diversi autori si sono quindi concentrati su metodologie di calibrazione che fanno uso di dati aggregati (Ben Akiva et alii (2004); Chu et alii (2004); Jha et alii (2004); Ambadipudi et alii (2006)).

Tuttavia, lo sviluppo delle tecnologie di raccolta dati e l'incremento delle potenze di calcolo ha di recente permesso di realizzare alcuni studi di calibrazione e validazione di modelli microscopici basati sull'utilizzo di dati disaggregati. Ciò ha permesso di affrontare tematiche importanti come il livello minimo di accuratezza dei dati necessario per poter ritenere realistici o la scelta degli schemi di raccolta dati e dei metodi di calibrazione più appropriati.

Nel prossimo paragrafo vengono riportati i principali risultati ottenuti in alcuni studi realizzati di recente, mirati alla calibrazione e validazione di modelli di moto longitudinale. Le metodologie di calibrazione utilizzate in questi studi permettono di individuare i valori medi dei parametri di un modello che riproducono una determinata traiettoria. Ciò non è però del tutto realistico e limita molto l'utilizzo di

un modello per la simulazione di traiettorie caratterizzate da comportamenti diversi. L'individuazione di un valore medio per un parametro infatti non riesce a cogliere la variabilità dei comportamenti di guida. Di recente sono state effettuate alcune ricerche riguardo alla calibrazione dinamica dei parametri dei modelli di car-following (Hoogendoorn & Ossen, 2005). Tuttavia alcune questioni riguardo all'applicabilità di questi risultati restano ancora irrisolte.

1.6.1 Esempi di applicazione

Brockfeld et alii. (2004) hanno calibrato e validato dieci modelli di moto longitudinale utilizzando un insieme di dati registrati su un circuito in Giappone. I dati, registrati mediante GPS differenziale, sono relativi ad un plotone di nove veicoli. Le posizioni di tutti i veicoli sono state rilevate con un intervallo pari a 0.1 secondo; ciò ha permesso di ottenere le velocità, le accelerazioni e i distanziamenti tra i veicoli.

Lo studio è stato realizzato riferendosi a quattro insiemi di traiettorie, per cui ogni modello è stato oggetto di 36 calibrazioni (quattro insiemi di traiettorie per nove coppie di veicoli). La calibrazione consisteva nell'individuare, per ogni modello, l'insieme di parametri che minimizzavano l'errore assoluto tra i distanziamenti spaziali simulati e quelli osservati:

$$e = \frac{\sum_{t=0}^T |g^{sim}(t) - g^{oss}(t)|}{\sum_{t=0}^T g^{oss}(t)},$$

dove g^{sim} e g^{oss} indicano rispettivamente il distanziamento simulato e osservato tra una coppia di veicoli.

La validazione è stata poi realizzata sia secondo una procedura indipendente dal guidatore (è stato cioè valutato l'errore che si commette simulando le traiettorie relative al secondo, terzo e quarto esperimento con i parametri calibrati nel primo esperimento) che dipendente dal guidatore.

I dieci modelli di moto longitudinale oggetto di calibrazione e validazione sono il modello ad automi cellulari di Nagel e Schreckenberg, il modello SK di Krauss, l'OVM, l>IDM, l>IDMM, il modello di Newell, il modello di Gipps, il modello di

Aerde, il modello implementato nel software PARAMICS e il modello implementato nel software MITSIM.

I risultati della calibrazione hanno evidenziato che le differenze tra i diversi modelli sono molto piccole; gli errori assoluti variano dal 12% al 17%. Secondo gli autori ciò è dovuto al fatto che la diversità di comportamento dei guidatori è molto più grande della diversità tra i modelli esaminati.

I risultati delle validazioni hanno messo in evidenza un incremento medio di errore tra calibrazione e validazione compreso tra il 3% e il 7.5% nel caso di procedura indipendente dal guidatore. L'incremento medio di errore è risultato essere inferiore quando la validazione era dipendente dal guidatore. In alcuni casi, i modelli hanno evidenziato una tendenza ad over-fittare i dati, producendo così degli errori elevati in fase di validazione.

La principale critica a questo studio riguarda la tipologia di dati utilizzati. Infatti i dati registrati su circuito, anche se raccolti secondo schemi che cercano di riprodurre situazioni reali, non sono del tutto coerenti con quanto accade ai plotoni di veicoli che si muovono nel traffico. Ne risulta un comportamento di guida molto omogeneo che non permette di cogliere la variabilità dei guidatori. Inoltre, così come evidenziato dagli stessi autori, il valore di distanziamento temporale medio che un veicolo mantiene su circuito è molto più grande di quello reale. Oltre a ciò le scelte della funzione obiettivo e delle misure di prestazione non sono del tutto coerenti con altri studi.

Ranjitkar et alii. (2004) hanno utilizzato la stessa base di dati per mettere a punto una metodologia di valutazione delle prestazioni dei modelli microscopici. Gli autori, in questo caso, hanno utilizzato un algoritmo genetico per individuare i valori dei parametri dei modelli considerati, utilizzando come funzione obiettivo la statistica di errore percentile tra dati osservati e stimati. In modo da individuare la migliore funzione obiettivo, l'ottimizzazione dei parametri è stata realizzata utilizzando i dati osservati di velocità e di distanziamento.

Sono stati calibrati i seguenti sei modelli di moto longitudinale:

- modello di Gipps;
- modello di Krauss;
- Optimal Velocity Model di Bando;

- modello di Costello;
- modello di Newell;
- modello ECS.

Gli errori percentili ottenuti utilizzando i dati relativi alle velocità dei veicoli sono risultati essere inferiori agli errori ottenuti con i distanziamenti. Ciò indica, secondo gli autori, che i dati sulle velocità sono meno affetti da disturbi. In realtà le deviazioni tra velocità stimate ed osservate non hanno lo stesso significato delle deviazioni relative al distanziamento. Un errore fatto da un modello nel calcolare la velocità tra due istanti di tempo implica anche un errore sui distanziamenti che si ripercuote nei successivi istanti temporali. Perciò è più semplice effettuare una stima dei modelli con le velocità piuttosto che con i distanziamenti, ma ciò non significa che la riproduzione delle dinamiche reali sia migliore.

I modelli analizzati forniscono comunque quasi tutti risultati simili e non sembra che riescano a cogliere la variabilità di comportamento di guidatori diversi. Anche in questo caso, lo studio è limitato dal fatto che i dati sono stati rilevati su pista e quindi non in condizioni di traffico realistiche; perciò le prestazioni dei modelli non sono molto influenzate dalle condizioni di guida.

Punzo & Simonelli (2005) hanno analizzato il problema della metodologia di calibrazione e di validazione ed hanno ottenuto dei risultati preliminari riguardo al confronto dei modelli rispetto a dati di traffico microscopici reali. Sono stati confrontati il modello di Newell, il modello di Gipps, l'Intelligent Driver Model e il modello di MITSIM.

I dati sperimentali di moto longitudinale sono stati ottenuti mediante una serie di esperimenti realizzati su strade extraurbane ed urbane nei pressi di Napoli. In ogni esperimento, un plotone di quattro veicoli equipaggiati con ricevitori GPS differenziali, in grado di registrare la posizione di ciascun veicolo ad intervalli di 0.1 secondo, è stato fatto evolvere in diverse condizioni di traffico.

Durante la raccolta dei dati sperimentali si è cercato di evitare che l'attività di guida fosse influenzata da manovre di cambio corsia. Sono state scelte strade aventi caratteristiche (tipologia, livello di congestione, ecc.) differenti; ciò ha permesso di catturare, per uno stesso guidatore, comportamenti relativi a varie situazioni (di traffico ed ambientali).

A partire dalle posizioni rilevate dai ricevitori GPS, sono state ricavate le serie temporali relative al distanziamento tra i veicoli, alle loro velocità e alle loro accelerazioni (queste ultime sono state calcolate mediante successiva derivazione dello spazio percorso dai veicoli). Per eliminare alcuni errori di misura i dati sono stati filtrati utilizzando un filtro di Kalman non stazionario, che ha il vantaggio di non alterare la consistenza dei dati.

Sono stati utilizzati cinque insiemi di traiettorie, di cui quattro relativi ad una strada urbana ad una corsia per senso di marcia ed una relativa ad una strada extraurbana a due corsie.

Per realizzare le calibrazioni è stato utilizzato lo stimatore dei Minimi Quadrati Generalizzati, mentre per verificare i risultati della calibrazione sono stati valutati l'errore quadratico medio percentuale ($RMSPe$) e i coefficienti di disuguaglianza di Theil (U).

Una prima fase dello studio ha riguardato la scelta della misura di prestazione più opportuna per calibrare e validare i modelli. Gli autori hanno realizzato alcune prove di calibrazione utilizzando alternativamente i distanziamenti, le velocità ed i tempi inter-veicolari. I risultati migliori nel riprodurre le traiettorie dei veicoli sono stati ottenuti utilizzando il distanziamento.

I risultati delle calibrazioni sono riportati nella tabella 1.2; in particolare sono indicati i valori medi, massimi e minimi degli errori percentuali e dei coefficienti di Theil. Le figure da 1.5 a 1.9 permettono invece di confrontare gli errori percentuali ottenuti relativamente alle traiettorie in esame per i tre guidatori estratti dal plotone. La tabella 1.3 riporta invece i valori medi, le varianze e i coefficienti di variazione dei parametri dei modelli calibrati.

Il modello "MITSIM" si è dimostrato essere il più affidabile durante la fase di calibrazione. I valori delle statistiche U^M , U^S e U^C , che forniscono informazioni sulla natura degli errori non sono vicini alla configurazione ottimale solo per il modello di Newell. I risultati ottenuti coi diversi modelli per uno stesso guidatore non differiscono molto, mentre variano abbastanza tra guidatori diversi.

Tabella 1.2 – Risultati delle calibrazioni (Punzo & Simonelli, 2005).

Modello		RMSPe	U^M	U^S	U^C
Newell	Media	16.90%	0.054	0.173	0.773
	Max	22.50%	0.148	0.424	0.958
	Min	11.30%	0.000	0.003	0.427
	Ampiezza (max-min)	11.10%	0.148	0.421	0.531
Gipps	Media	17.20%	0.038	0.052	0.910
	Max	23.00%	0.146	0.241	0.988
	Min	12.20%	0.000	0.000	0.680
	Ampiezza (max-min)	10.80%	0.145	0.241	0.308
IDM	Media	15.60%	0.040	0.066	0.894
	Max	23.80%	0.122	0.188	0.989
	Min	10.60%	0.000	0.001	0.729
	Ampiezza (max-min)	13.10%	0.122	0.187	0.259
MITSIM	Media	12.40%	0.025	0.052	0.923
	Max	19.10%	0.105	0.124	0.980
	Min	7.30%	0.000	0.002	0.795
	Ampiezza (max-min)	11.80%	0.105	0.122	0.184

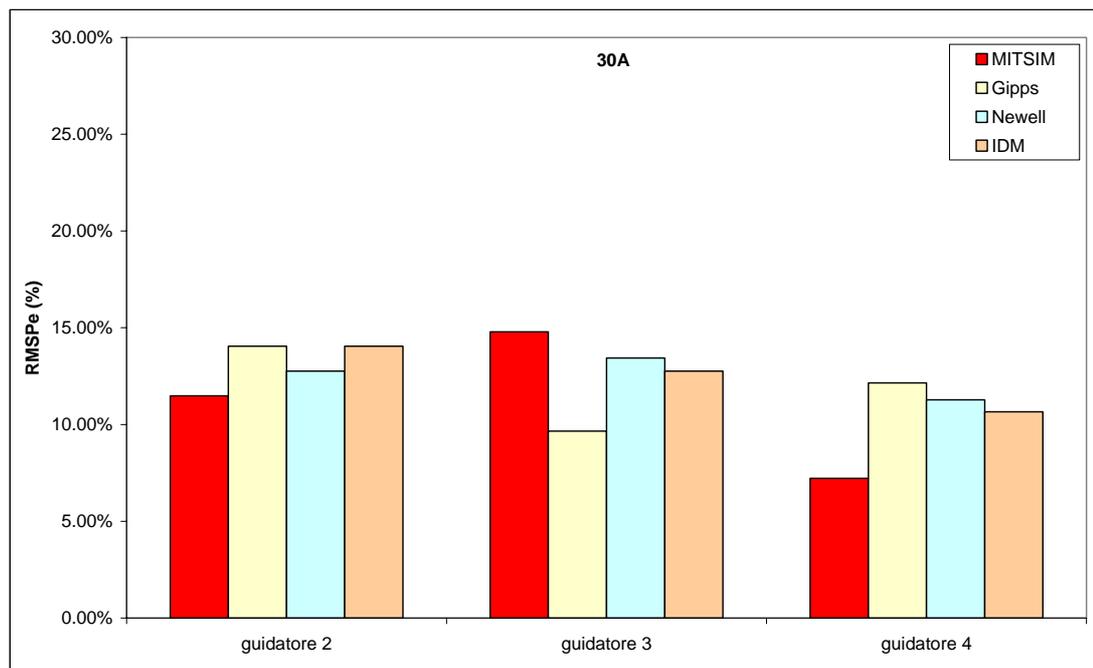


Figura 1.5 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30A.

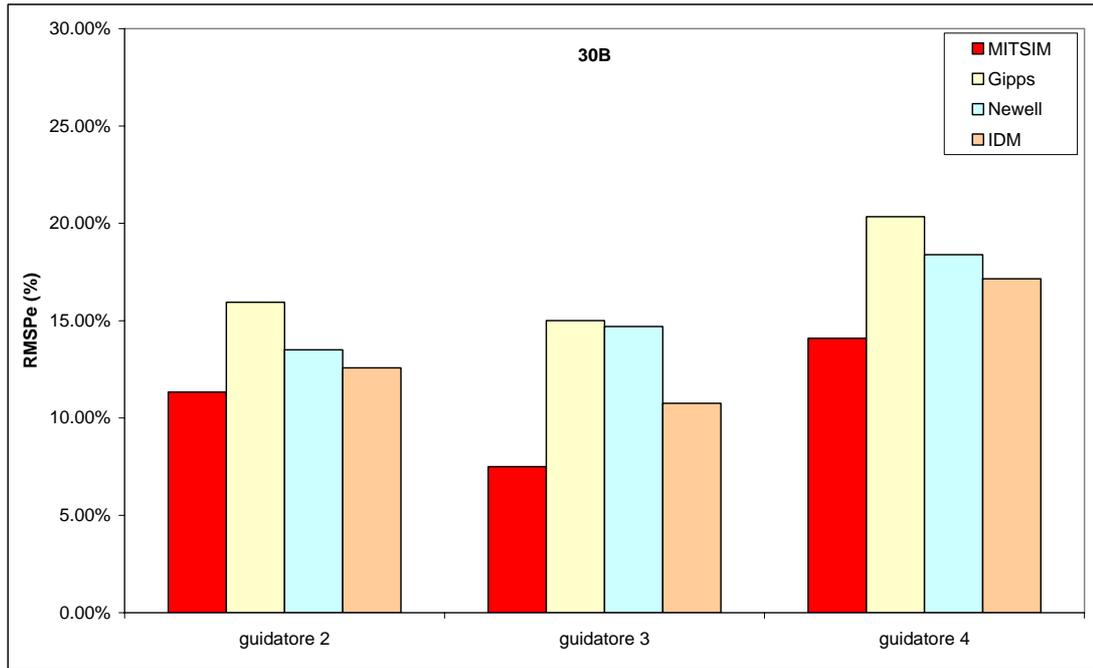


Figura 1.6 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30B.

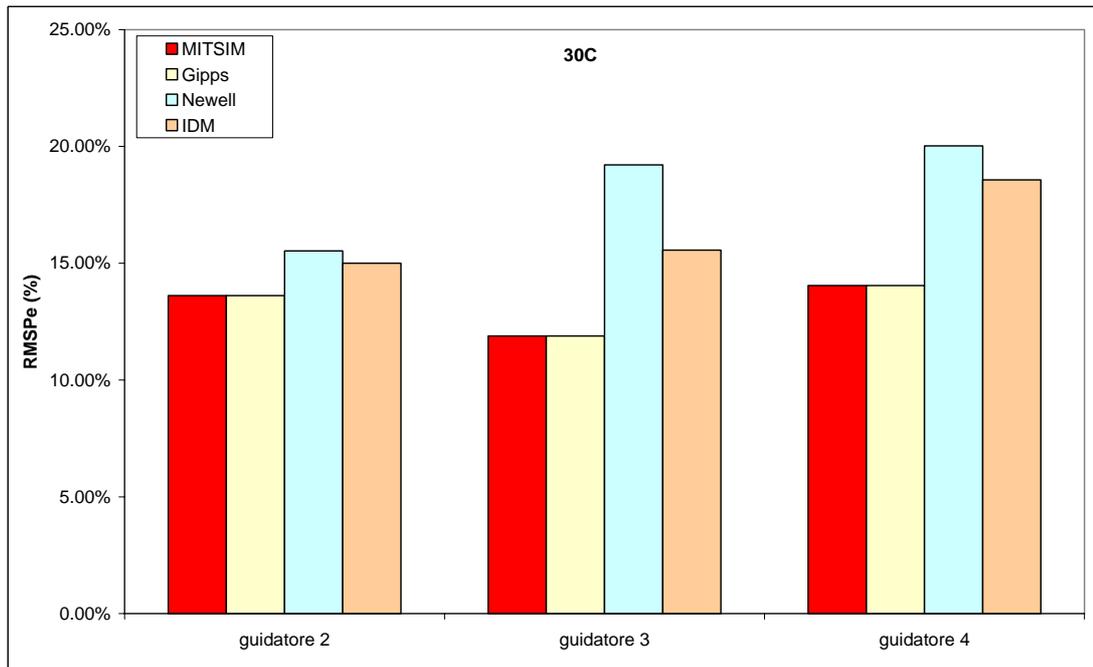


Figura 1.7 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30C.

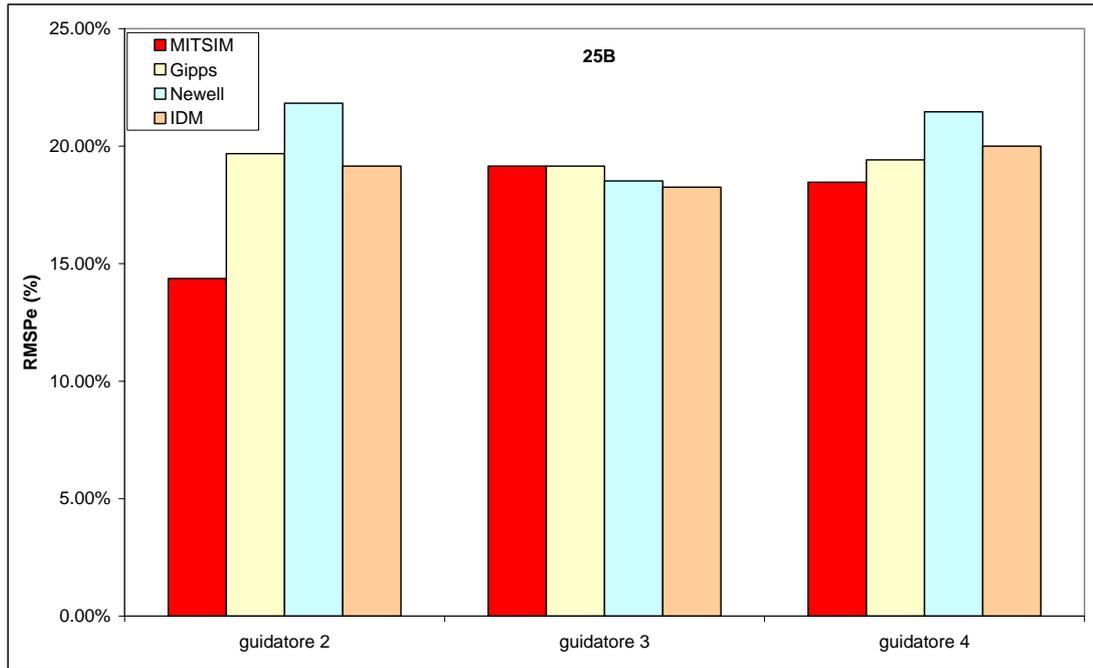


Figura 1.8 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 25B.

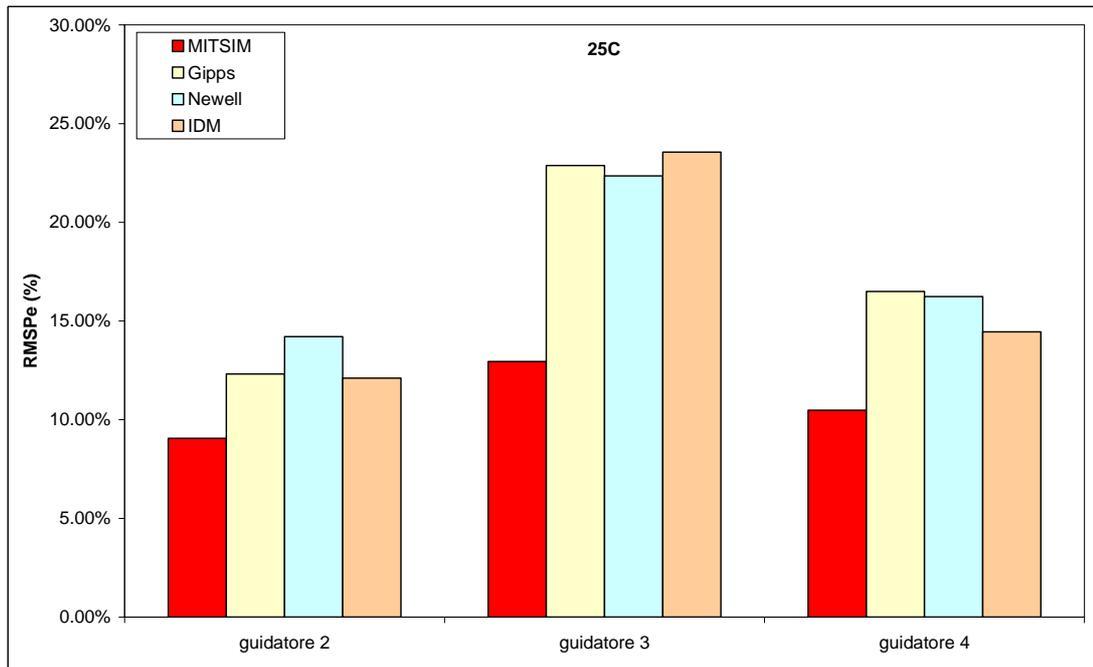


Figura 1.9 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 25C.

Tabella 1.3 – Valori medi dei parametri dopo le calibrazioni
(Punzo & Simonelli, 2005).

Modello	Parametri	Media	Varianza	Cv
Newell	τ_n	1.027	0.074	0.264
	D_n	0.370	0.228	0.109
Gipps	A_n	3.331	4.189	0.614
	b_n	-3.801	5.949	0.642
	\hat{b}_{n-1}	-4.783	10.613	0.681
	V_n	16.152	12.280	0.217
	τ_n	0.567	0.024	0.272
IDM	a_0	2.568	0.619	0.306
	b_0	1.694	0.493	0.415
	v_0	28.362	203.987	0.504
	T	0.690	0.046	0.312
	δ	2.836	3.499	0.660
	d_0	0.743	0.130	0.484
	d_1	0.557	1.637	2.299
MITSIM	α_{acc}	2.512	1.563	0.498
	β_{acc}	0.150	0.099	2.102
	γ_{acc}	0.509	0.324	1.120
	λ_{acc}	1.073	0.539	0.684
	α_{dec}	-2.328	2.545	0.685
	β_{dec}	0.861	0.485	0.809
	γ_{dec}	1.116	0.389	0.559
	λ_{dec}	1.293	0.338	0.449
	h_{upper}	2.044	0.285	0.261
	h_{lower}	0.289	0.014	0.404
	τ_n	0.580	0.093	0.526

Gli autori hanno anche realizzato alcune validazioni incrociate tra insiemi di dati diversi ma appartenenti ad uno stesso giorno. Per valutare le prestazioni dei modelli, sono stati utilizzati gli stessi test di errore descritti in precedenza. In totale sono state realizzate quindi 24 validazioni incrociate per ogni modello (3 guidatori per 8 “incroci”). Le 8 validazioni incrociate sono indicate nel seguito con *30AB*, *30AC*, *30BA*, *30BC*, *30CA*, *30CB*, *25BC* e *25CB*, dove *30AB* significa ad esempio che ogni guidatore dell’esperimento *30A* è stato simulato utilizzando i parametri calibrati per l’insieme di dati *30B*.

Nella tabella 1.4 sono riportati i risultati (media, valore massimo e minimo) delle validazioni incrociate realizzate coi modelli esaminati. Le figure da 1.10 a 1.17 mostrano gli errori percentuali ottenuti per i 3 guidatori in ognuna delle otto validazioni incrociate.

Tabella 1.4 – Risultati delle validazioni (Punzo & Simonelli, 2005).

Modello		RMSPe	U^m	U^s	U^c
Newell	Mean	22.50%	0.149	0.172	0.678
	Max	41.40%	0.444	0.369	0.958
	Min	13.60%	0.010	0.003	0.454
	amplitude (max-min)	27.70%	0.435	0.366	0.504
Gipps	Mean	24.20%	0.130	0.094	0.776
	Max	45.40%	0.343	0.256	0.975
	Min	17.10%	0.006	0.004	0.434
	amplitude (max-min)	28.30%	0.338	0.252	0.541
IDM	Mean	23.50%	0.387	0.124	0.490
	Max	44.00%	0.659	0.389	0.951
	Min	13.80%	0.003	0.002	0.187
	amplitude (max-min)	30.20%	0.656	0.387	0.765
MITSIM	Mean	22.90%	0.210	0.097	0.692
	Max	29.10%	0.696	0.259	0.979
	Min	15.50%	0.000	0.001	0.283
	amplitude (max-min)	13.60%	0.696	0.257	0.695

I quattro modelli esaminati forniscono un errore percentuale medio simile, con valori compresi tra il 22.50% e il 24.20%. Il modello di Newell fornisce il minor incremento di errore tra calibrazione e validazione (5.60%), mentre MITSIM è quello che fornisce un incremento maggiore. Ciò indica una tendenza di questo modello ad over-fittare i dati sperimentali. Osservando i coefficienti di Theil, invece, si nota che il modello più vicino alla condizione ottimale è quello di Gipps. Il modello di Newell, così come già evidenziato in calibrazione, non riproduce bene le fluttuazioni dei dati sperimentali. Il valore del coefficiente U^M evidenzia invece per gli altri modelli la presenza di errori strutturali. Tutti i modelli, in generale, mostrano un errore percentuale più elevato rispetto alla fase di calibrazione. Ciò porta a pensare che il comportamento di uno stesso guidatore varia molto a secondo del contesto in cui si trova e che i modelli hanno difficoltà a cogliere queste variazioni.

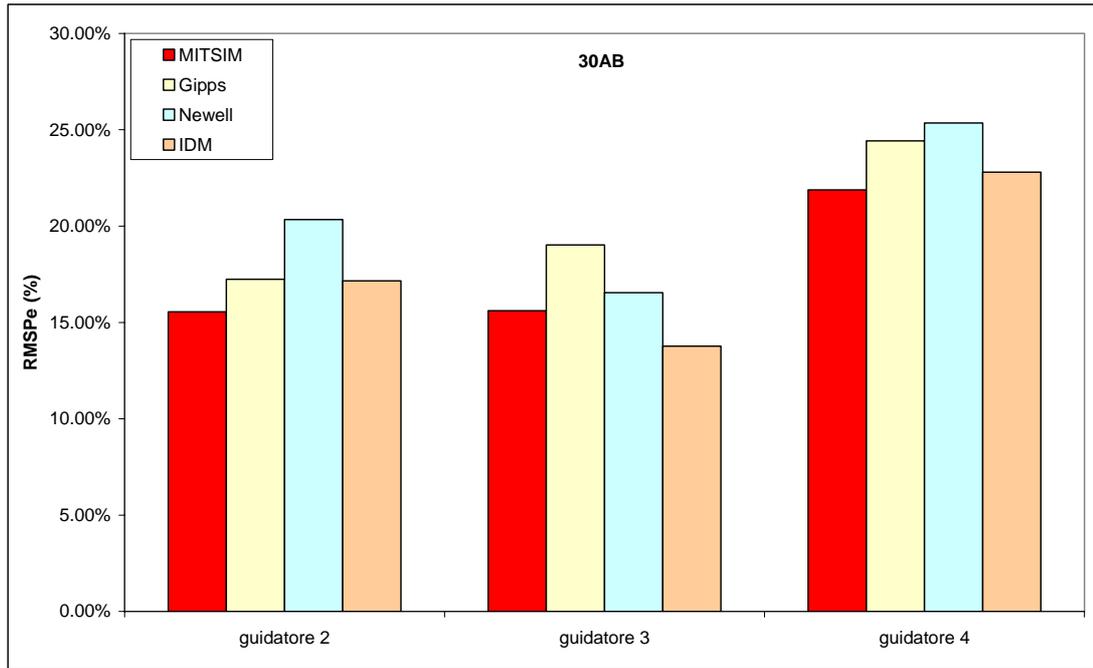


Figura 1.10 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30AB.

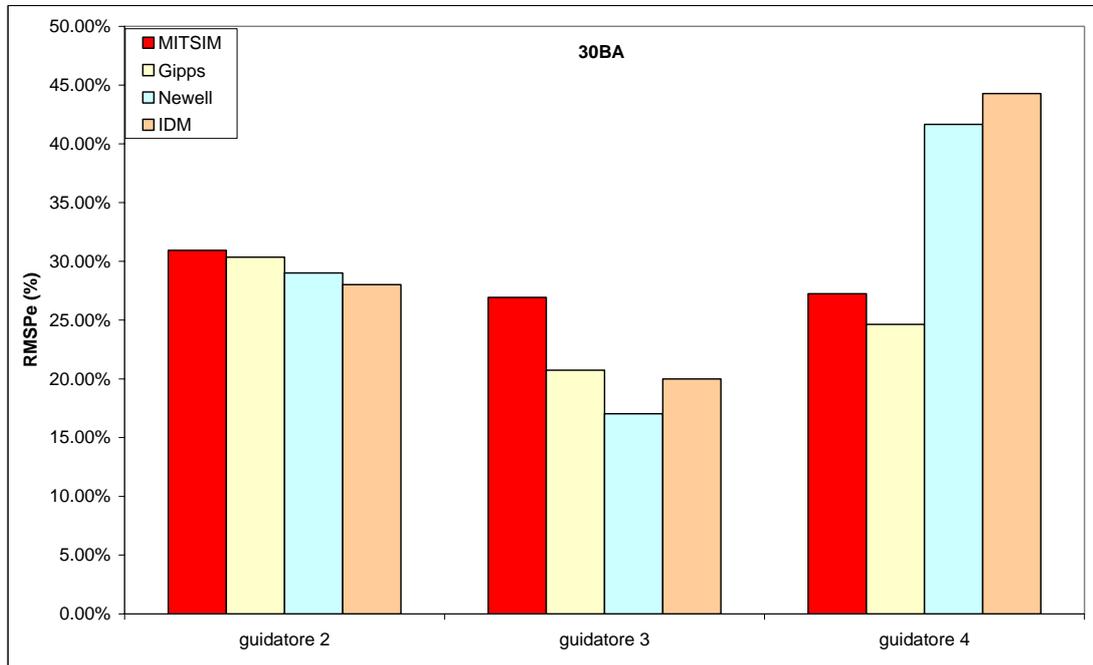


Figura 1.11 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30BA.

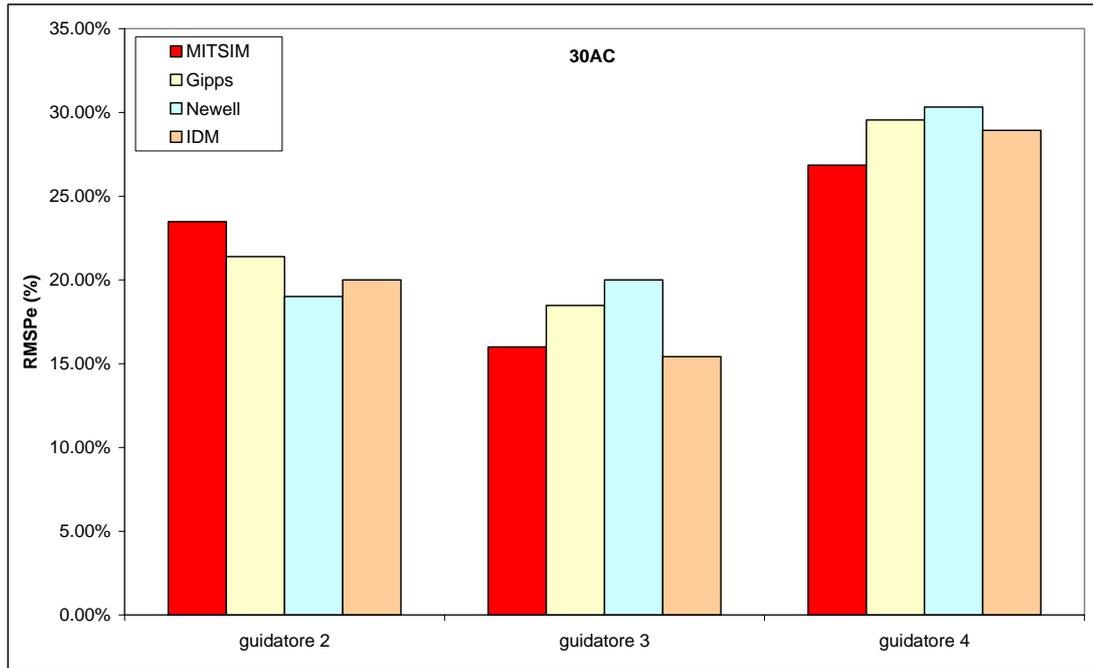


Figura 1.12 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30AC.

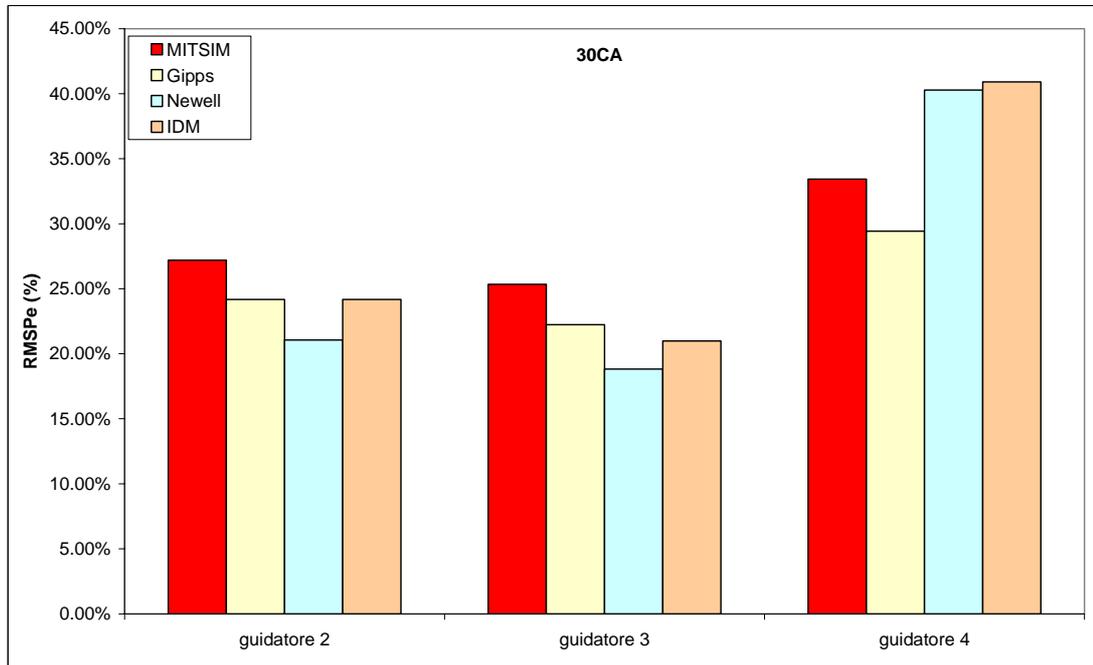


Figura 1.13 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30CA.

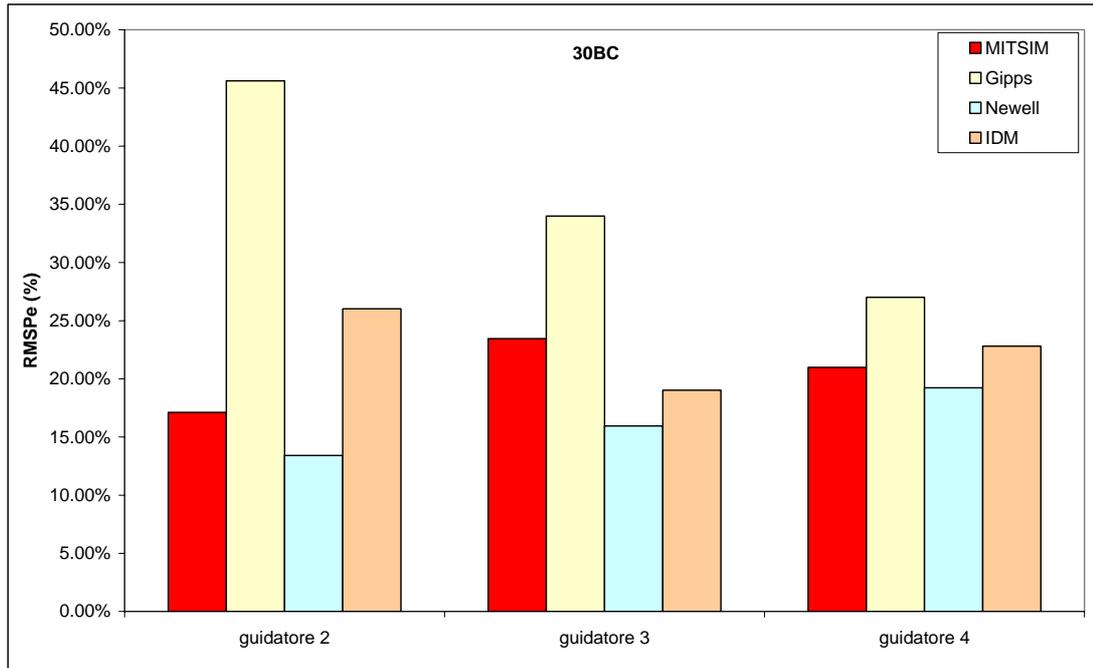


Figura 1.14 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30BC.

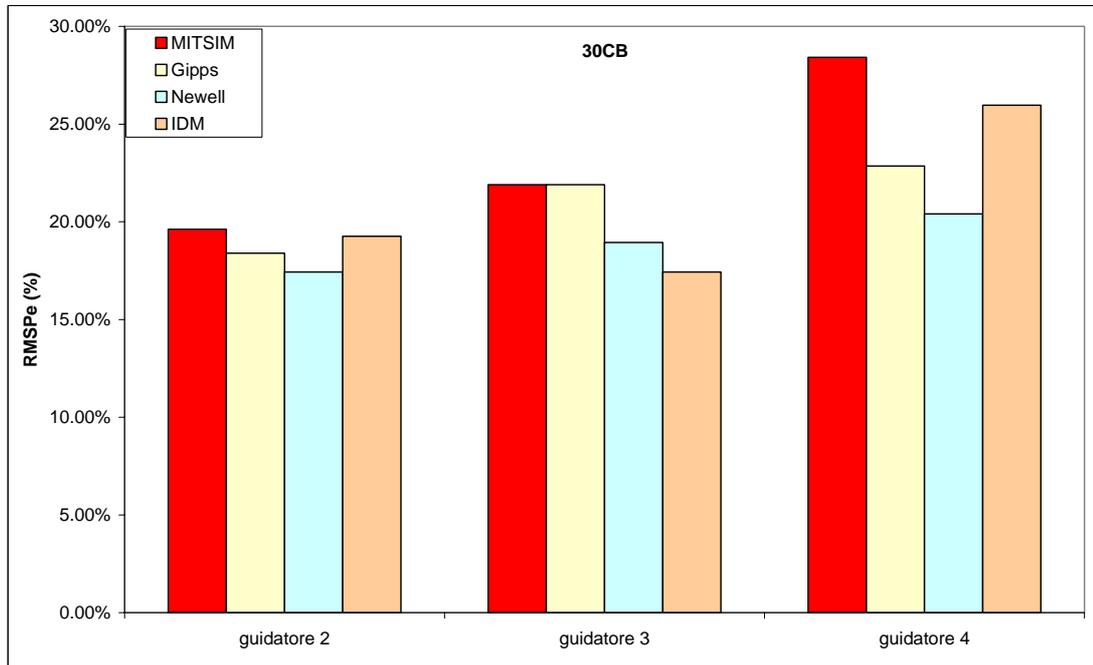


Figura 1.15 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30CB.

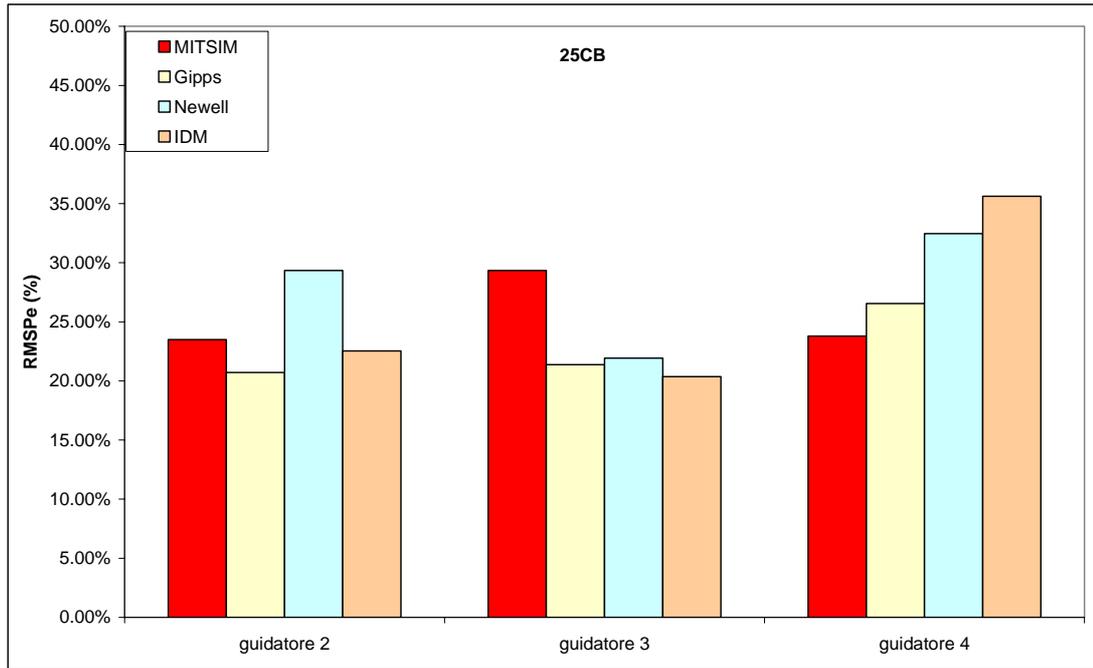


Figura 1.16 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 25CB.

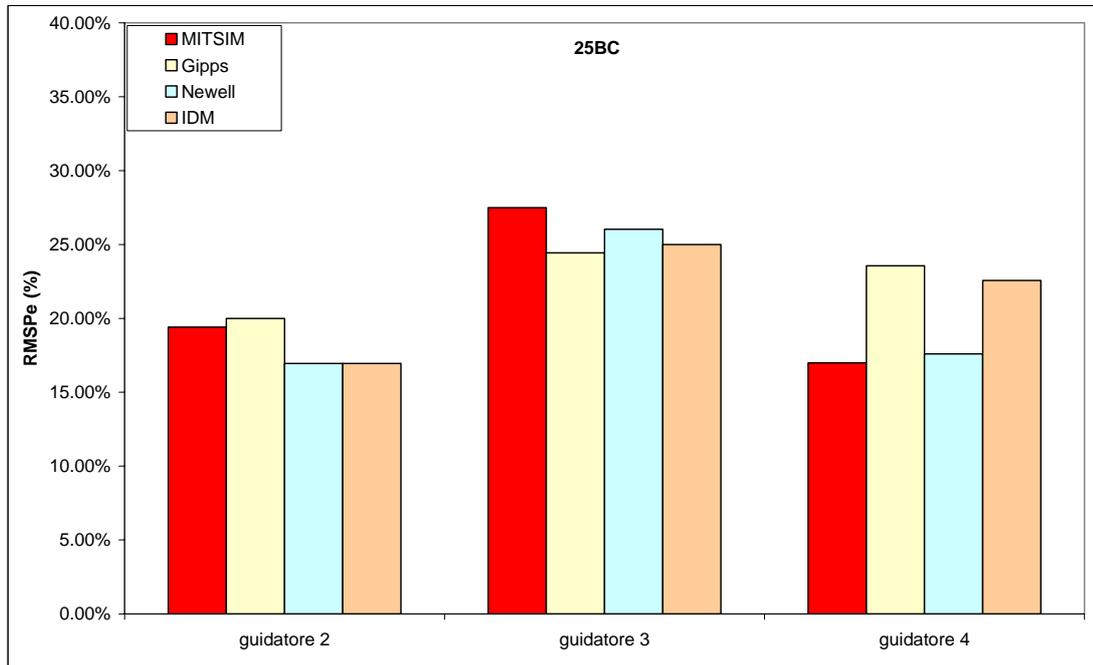


Figura 1.17 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 25BC.

Riferimenti bibliografici

- AIMSUN 5.0 Microsimulator User's Manual 5.0.6*, Transport Simulation Systems, 2005.
- Ahmed K. (1999) “*Modeling Drivers' Acceleration and Lane Changing Behavior*” PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- Ambadipudi R., Dorothy P., R. Kill (2006) “*Development and validation of large scale microscopic models*” Proceedings of the 85rd annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Bando M., Hasebe K., Nakayama A., Shibata A., Sugiyama Y. (1995) “*Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation*” Physical Review E, vol. 51-2, pp. 1035-1042.
- Ben Akiva M., Darda D., Jha M., Koutsopoulos H., T. Toledo (2004) “*Calibration of Microscopic Traffic Simulation Models with Aggregate Data*” Proceedings of the 83rd annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Brockfeld E., Kühne R. D., Wagner P. (2004) “*Calibration and validation of microscopic traffic flow models*” Proceedings of the 83rd annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Cascetta E. (2006) “*Modelli per i Sistemi di Trasporto: Teoria e Applicazioni*” UTET editore.
- Chandler R.E., Herman R., Montroll E.W. (1958). “*Traffic dynamics: studies in car following*” Operations Research, 6, pp.165-184.
- Chu L., Liu H. X., Oh J. S., W. Recker (2004) “*A Calibration Procedure for Microscopic Traffic Simulation*” Proceedings of the 83rd annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Davis L.C. (2003) “*Modifications of the optimal velocity traffic model to include delay due to driver reaction time*” Physica A 319, pp. 557 – 567.
- Edie L.C. (1960) “*Car following and steady state theory for non-congested traffic*” Operations Research, vol. 9, pp. 66-76.
- Espié S. (1995) “*ARCHISIM: Multi-actor parallel architecture for traffic simulation*” Proceedings of the Second World Congress on Intelligent Transport Systems, Vol IV, Yokohama, 1995.
- Espié S. (2002) “*Approche multi-acteur dans la simulation de trafic automobile*” In Organisation et applications des SMA. Chapitre 10. Mandiau, Grislin-Le Strugeon et Péninou (Eds.), Paris: Hermès.

- Fancher P.S., Bareket Z. (1998) “*Evolving Model for Studying Driver-Vehicle System Performance in Longitudinal Control of Headway*” Transportation Research Record 1631, TRB, National Research Council, Washington D.C., pp. 13-19.
- Gazis D.C., Herman R., Potts R.B. (1959) “*Car following theory of steady state traffic flow*” Operations Research, vol. 7, pp. 499-505.
- Gazis D.C., Herman R., Rothery R.W. (1961) “*Nonlinear follow the leader models of traffic flow*” Operations Research, 9, pp. 545-567.
- Gipps P.G. (1981) “*A behavioural car-following model for computer simulation*” Transportation Research-B, 15, pp. 105–111.
- Helly W. (1959) “*Simulation of Bottlenecks in Single Lane Traffic Flow*” In Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow, Research Laboratories, General Motors. New York: Elsevier, pp. 207-238.
- Hoffman E.R., Mortimer R.G. (1996) “*Scaling of Relative Velocity Between Vehicles*” Accident Analysis and Prevention, Vol. 28, No, 4, July, pp. 415-421.
- Hoogendoorn S. P., Ossens S. (2005) “*Static and Dynamic Parameter Estimation and Analysis of Car-Following Models*” International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Maryland, USA: Elsevier.
- Jha M., Goplan G., Garms A., Mahanti B. P., Toledo T., M. Ben Akiva (2004) “*Development and calibration of a large scale microscopic traffic simulation model*” TRB Annual Meeting.
- Kometani E., Sasaki T. (1959) “*Dynamic behaviour of traffic with a nonlinear spacing-speed relationship*” In Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow, Research Laboratories, General Motors. New York: Elsevier, pp. 105-119.
- Liu R., Van Vliet D., Watling D. P. (1995) “*DRACULA: Dynamic route assignment combining user learning and microsimulation*” PTRC, vol. E, pp. 143-152.
- Michaels R.M. (1963) “*Perceptual factors in car following*” In Proceedings of the Second International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow. Paris: OECD, pp. 44-59.
- Newell G.F. (2002) “*A Simplified Car-following Theory – A Lower Order Model*” Transportation Research B 36, pp 195-205.
- Paramics microsimulation, SIAS Limited, <http://www.sias.com/sias/homepage.html>, 2006.
- Punzo V., Simonelli F. (2005) “*Analysis and Comparison of Microscopic Traffic Flow Models Using Real Traffic Microscopic Data*” Transportation Research Record 1934, pp. 53-63, TRB, Washington D.C.

- Ranjitkar P., Nakatsuji T., Asano M. (2004) “*Performance evaluation of microscopic traffic flow models using test track data*” Proceedings of the 83rd annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Saad F. (1995) “*Contribution des techniques d'observation et de verbalisation à l'analyse psychologique de l'activité : études de cas dans le domaine de la conduite automobile*” In Actes du GERRA, Journée d'étude "l'analyse des verbalisations d'opérateurs en situation de travail".
- SISTM, A Motorway Simulation Model*. Leaflet LF2061. TRL Limited, 2003.
- Toledo T., Koutsopoulos H.N., Davol A., Ben-Akiva M.E., Burghout W., Andréasson I., Johansson T., C. Lundin (2003) “*Calibration and Validation of Microscopic Traffic Simulation Tools: Stockholm Case Study*” Proceedings of the 82rd annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Treiber M., Hennecke A., Helbing D. (2000) “*Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations*” Physical Review, vol. 62-2, pp. 1805–1824.
- Treiber M., Kesting A., Helbing D. (2006) “*Delays, inaccuracies and anticipation in microscopic traffic models*” Physica A 359, pp. 729–746.
- Wang J., Liu R., Montgomery F. (2005) “*A car following model for motorway traffic*” Proceedings of the 84th annual meeting TRB, Washington, D. C.
- Wiedemann R. (1974) “*Simulation des Strassenverkehrsflusses*” Schriftenreihe des Institutes für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe.
- Yang Q., Koutsopoulos H.N. (1996) “*A microscopic traffic simulator for evaluation of dynamic traffic management systems*” Transportation Research Part C, vol. 4, pp. 113–129.

CAPITOLO II

DEFINIZIONE DI REQUISITI QUALITATIVI E QUANTITATIVI DEI MODELLI MICROSCOPICI

2.1 Introduzione

Per essere affidabili i modelli che simulano il moto dei veicoli devono essere capaci di riprodurre correttamente i comportamenti reali. Ciò significa che i modelli devono poter rappresentare le caratteristiche di moto più significative, osservabili normalmente nella realtà. Alcune caratteristiche, di natura qualitative, sono infatti alla base del moto dei veicoli; la loro corretta rappresentazione influenza direttamente il realismo del moto simulato dei veicoli.

D'altra parte un modello di simulazione, oltre a dover rispecchiare dei comportamenti "puntuali", deve anche essere in grado di riprodurre delle traiettorie di moto senza discostarsene eccessivamente. Ciò garantisce l'affidabilità della simulazione anche da un punto di vista di comportamento globale dei veicoli.

Distingueremo quindi due tipi principali di validazione: quella qualitativa, che attiene alla corretta simulazione di determinati comportamenti di base, e quella quantitativa, che permette di quantificare quanto un modello si discosta dalla realtà.

Nel seguito vengono esaminate le caratteristiche di validazione qualitativa e quantitativa di alcuni modelli di car-following tra quelli descritti nel primo capitolo. Questo tipo di analisi permette di capire se i modelli sono sufficientemente realistici ed in grado di riprodurre determinate traiettorie di moto. Sono state prese in considerazione le principali caratteristiche riguardanti il moto longitudinale, mentre si è presciso da quelle riguardanti il cambio di corsia che esulano dagli scopi di questi tesi.

I modelli di cui si è testata la validità sono stati scelti tra le categorie individuate nel primo capitolo, cercando di considerare almeno un modello per ogni categoria. La tabella 2.1 seguente indica i modelli esaminati; si rimanda al primo capitolo per i dettagli riguardo alle loro formulazioni.

Tabella 2.1 – Modelli scelti per la verifica di validità.

Approccio ingegneristico	
	Modelli stimolo/risposta
	<i>Modello di Helly</i>
	<i>MITSIM</i>
	Modelli di distanza di sicurezza
	<i>Modello di Gipps</i>
	Modelli “lower order”
	<i>Modello di Newell</i>
	Modelli a risposta continua
	<i>IDM</i>
Approccio psico-fisiologico	
	Modelli psico-fisici o cognitivi
	<i>Modello di Wiedemann</i>
Modelli misti	
	<i>Modello di Leeds</i>

2.2 Validazione qualitativa

Il moto longitudinale di un veicolo può essere suddiviso in varie fasi o regimi di guida. Alcuni autori, ad esempio, separano il processo di inseguimento (car-following) dal regime di guida libera o da quello di arresto e ripartenza. In alcuni modelli invece si parla di stato di inseguimento coscientemente o incoscientemente influenzato dalla presenza di un veicolo.

Nel paragrafo successivo vengono definite alcune caratteristiche, relative a diversi regimi di guida, necessarie alla corretta riproduzione del moto longitudinale di un veicolo. Successivamente alcuni modelli di simulazione del moto longitudinale dei veicoli vengono esaminati relativamente alle caratteristiche individuate.

2.2.1 Caratteristiche di base dei modelli microscopici

Chakroborty & Kikuchi (1999) definiscono il processo di inseguimento di un veicolo come un tipo di controllo in cui il guidatore cerca di mantenere una distanza di sicurezza rispetto al veicolo che lo precede, accelerando o decelerando in risposta alle azioni del leader. Questi stessi autori hanno proposto un insieme di caratteristiche di comportamento che devono essere rispettate per la corretta

riproduzione del regime di car-following. Le cinque caratteristiche relative a questo regime di guida sono:

1. *Comportamento non deterministico*. I guidatori non hanno necessariamente un comportamento standard relativo ad una situazione di guida. Esiste infatti una naturale variabilità nel comportamento umano alla guida. Anche in condizioni identiche, un guidatore non si comporta necessariamente allo stesso modo. A maggior ragione guidatori diversi, anche quando si trovano in condizioni uguali, adottano comportamenti differenti.
2. *Risposta asimmetrica*. La reazione dei guidatori in fase di accelerazione e di decelerazione è diversa. In altre parole la reazione ad una velocità relativa positiva di una certa ampiezza non è la stessa rispetto ad una velocità relativa negativa della stessa ampiezza. La risposta è quindi asimmetrica rispetto alla velocità relativa (e all'accelerazione).
3. *Comportamento di "closing-in" e di "shying-away"*. Il comportamento di "closing-in" si ha quando il veicolo inseguitore cerca di avvicinarsi al suo leader (situazione in cui la velocità relativa è negativa). In tal caso, quando il follower stima di essere ancora distante dal leader, si può notare come egli acceleri anche se il leader sta frenando. In maniera simile, se il guidatore stima di essere troppo vicino al veicolo che lo precede, egli decelera per allontanarsi; ciò può accadere anche quando il leader sta accelerando.
4. *Comportamento di "drift"*. Il distanziamento temporale attorno al quale una coppia di veicoli si stabilizza non è del tutto costante ma oscilla attorno a ciò che può essere definito come un distanziamento temporale stabile. Ciò accade perché i guidatori non sono in grado né di giudicare accuratamente la velocità del leader, né di mantenere la loro velocità con precisione. Ulteriori osservazioni su questo fenomeno sono state fornite da Leutzbach (1988).
5. *Stabilità locale ed asintotica*. Il fatto che il valore di distanziamento temporale tra due veicoli si stabilizzi dopo una perturbazione causata da azioni del leader è definita come stabilità del comportamento di car-following. Nella letteratura riguardante i modelli di car-following solitamente si fa riferimento a due tipi di stabilità: quella locale e quella asintotica. La prima riguarda la risposta del follower ad una perturbazione nel moto del suo leader; riguarda cioè il

comportamento locale di una coppia di veicoli. La stabilità asintotica concerne invece il modo con cui una perturbazione al moto di un veicolo si propaga lungo un plotone di veicoli.¹

Nel regime di car-following, solitamente viene anche assunto che i guidatori mantengono un distanziamento temporale (headway) costante rispetto al veicolo che li precede. Brackstone et alii (2002) hanno invece evidenziato che nelle situazioni reali il distanziamento temporale è funzione della velocità alla quale viaggiano i veicoli (velocità cosiddetta di equilibrio). Queste considerazioni permettono quindi di definire la seguente proprietà:

6. *Distanziamento temporale variabile.* L'headway scelto dai guidatori in condizioni di equilibrio varia in funzione della velocità: $T_n = f(v_n)$, dove T_n indica il distanziamento temporale del veicolo n e v_n indica la velocità di equilibrio del veicolo n .

Sultan et alii (2004) hanno evidenziato che il comportamento di un guidatore durante il regime di car-following è influenzato dalla sua stima dell'accelerazione del leader; la presa in conto di tale parametro inoltre influenza molto la stabilità del modello. Le due situazioni seguenti mettono in evidenza la capacità del conducente di percepire le accelerazioni del leader:

- quando un veicolo ne segue un altro che sta decelerando potrebbe decelerare meno del leader allo scopo di avvicinarsi. Ciò accade perché il follower percepisce una decelerazione del leader; se così non fosse, essendo più lontano di quanto desidera essere, avrebbe tendenza ad accelerare;
- quando invece il leader sta accelerando, il follower potrebbe accelerare più piano perché si vuole allontanare dal leader. Se non percepisse l'accelerazione avrebbe tendenza a frenare.

Questa tendenza è confermata anche dall'osservazione di dati sperimentali di car-following rilevati mediante GPS (Punzo et alii, 2005). In effetti nella maggior parte

¹ Questa definizione di stabilità locale ed asintotica è adottata soprattutto nella letteratura relativa alla modellizzazione del deflusso veicolare. Nella teoria dei sistemi dinamici, invece, tali definizioni assumono un significato diverso. Si rimanda al paragrafo 3.4.1 per approfondimenti al riguardo.

dei casi le accelerazioni (decelerazioni) del veicolo inseguitore sono inferiori a quelle del leader (figura 2.1), tranne che per valori di accelerazioni inferiori, in valore assoluto, a 0.6 m/s^2 . Vale quindi la seguente proprietà:

7. *Accelerazione del veicolo leader.* Il modello di car-following deve fornire un'accelerazione in valore assoluto inferiore a quella del leader.

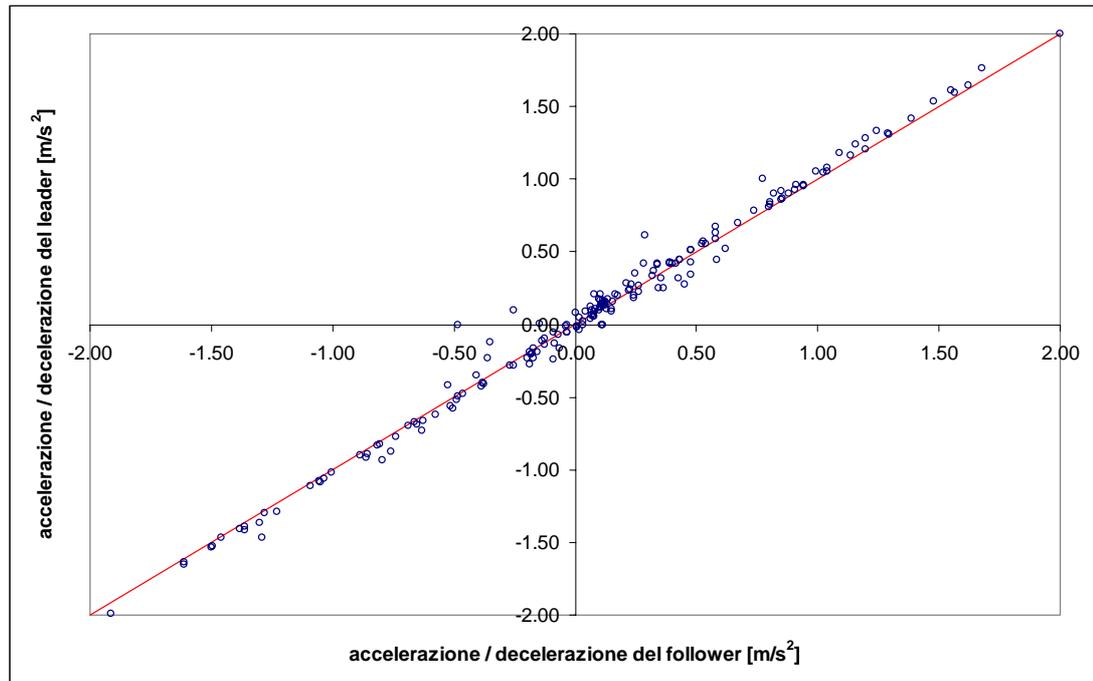


Figura 2.1 – Confronto tra accelerazioni e decelerazioni reali (dati GPS).

2.2.2 Validazione qualitativa dei modelli

Di seguito vengono riportati i risultati delle analisi qualitative effettuate sui modelli di car-following indicati nella tabella 2.1. Per ogni modello sono quindi commentate le caratteristiche ritenute necessarie affinché il comportamento dei veicoli simulati sia realistico. I risultati di queste analisi sono quindi riassunti nella tabella 2.4.

a) Modello di Helly

Comportamento stocastico

Il modello è di tipo deterministico. Fissate le condizioni esterne la risposta del modello può variare solo se i parametri cambiano. Ciò può essere ottenuto adottando

parametri diversi per diversi guidatori. Variazioni di comportamento per uno stesso guidatore sono tuttavia difficilmente ottenibili.

Risposta asimmetrica

La sua risposta del modello è asimmetrica. A parità di velocità del follower, per valori di velocità relative uguali ed opposte, l'output del modello risulta essere diverso. Tuttavia bisogna notare che le accelerazione calcolate dal modello sono fortemente influenzate dai parametri di calibrazione. Il modello può fornire valori di accelerazione irrealistici. La tabella 2.2. permette di confrontare, per determinati valori dei parametri, i risultati forniti dal modello nel caso di stimoli uguali ed opposti. Si può notare come non vi sia simmetria nella risposta del modello (accelerazione al tempo $t+\tau$).

Tabella 2.2 – Risposta del modello di Helly.

C_1	C_2	α	β	γ
1.0	0.2	1.0	0.5	0.5

leader			follower			
$x(t)$	$v(t)$	$a(t)$	$x(t)$	$v(t)$	$a(t)$	$a(t+\tau)$
[m]	[m/s]	[m/s ²]	[m]	[m/s]	[m/s ²]	[m/s ²]
30.0	15.0	0.0	0.0	20.0	0.0	-1.2
30.0	25.0	0.0	0.0	20.0	0.0	8.8

“Closing-in” e “shying-away”

La reazione del follower non è sempre direttamente proporzionale all'azione del veicolo che lo precede. In funzione del valore dei parametri, il modello di Helly può produrre una accelerazione positiva anche se il leader sta frenando; ciò accade se il distanziamento tra i veicoli è superiore a quello desiderato del follower. La figura 2.2 mostra i profili di accelerazione di un veicolo e del suo inseguitore ed esemplifica questa proprietà.

Analogamente, quando il distanziamento tra i veicoli è inferiore al valore desiderato del follower, il modello produce una decelerazione anche se il leader sta accelerando (shying-away).

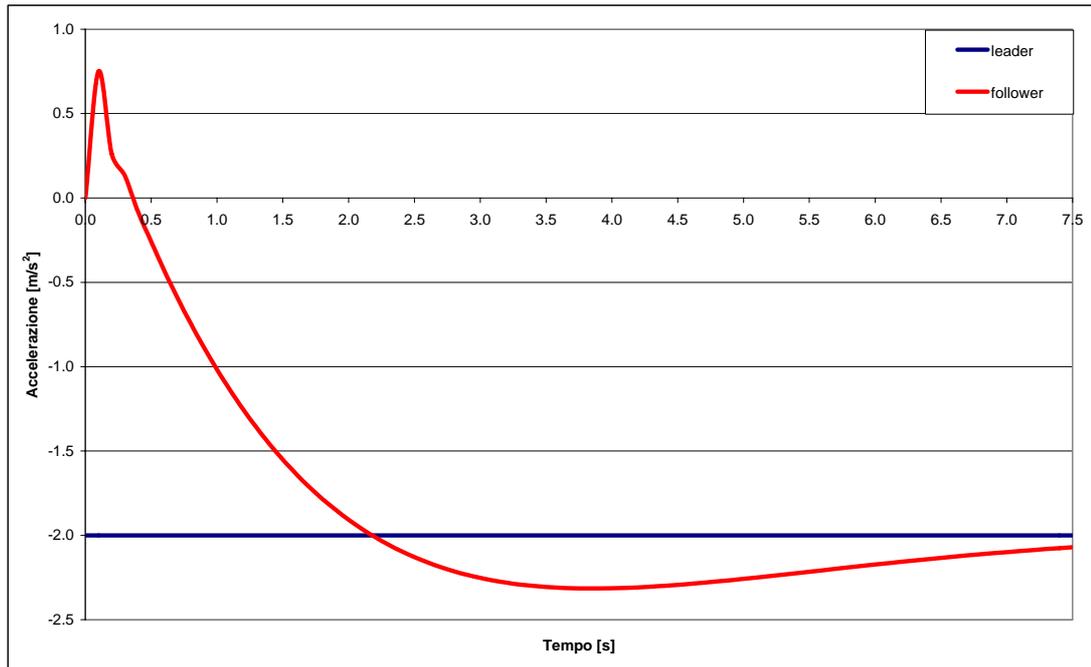


Figura 2.2 – Profili di accelerazione di due veicoli calcolati dal modello di Helly.

“Drift”

Il modello non contempla alcun effetto di oscillazione una volta che i veicoli si sono stabilizzati. Se il follower è accodato ad un veicolo che viaggia a velocità costante, la sua velocità e il suo distanziamento non variano.

Stabilità

La stabilità o instabilità locale (ed asintotica) del modello dipende dal valore dei parametri dello stesso. Si può verificare sperimentalmente che la stabilità dell’equilibrio è realizzabile. Tuttavia non si sono trovati in letteratura riferimenti ad analisi di stabilità effettuate sul modello di Helly.

Headway variabile

Il distanziamento temporale tra i veicoli dipende dai parametri del modello, inoltre come si può vedere dalla formulazione del modello (cfr. 1.3.1) il distanziamento desiderato tra i veicoli è funzione della velocità e dell’accelerazione del veicolo inseguitore. L’headway varia quindi con la velocità di equilibrio.

Accelerazione del leader

Come si evince dalla figura 2.3, l'accelerazione prodotta dal modello di Helly può essere superiore a quella del leader,.

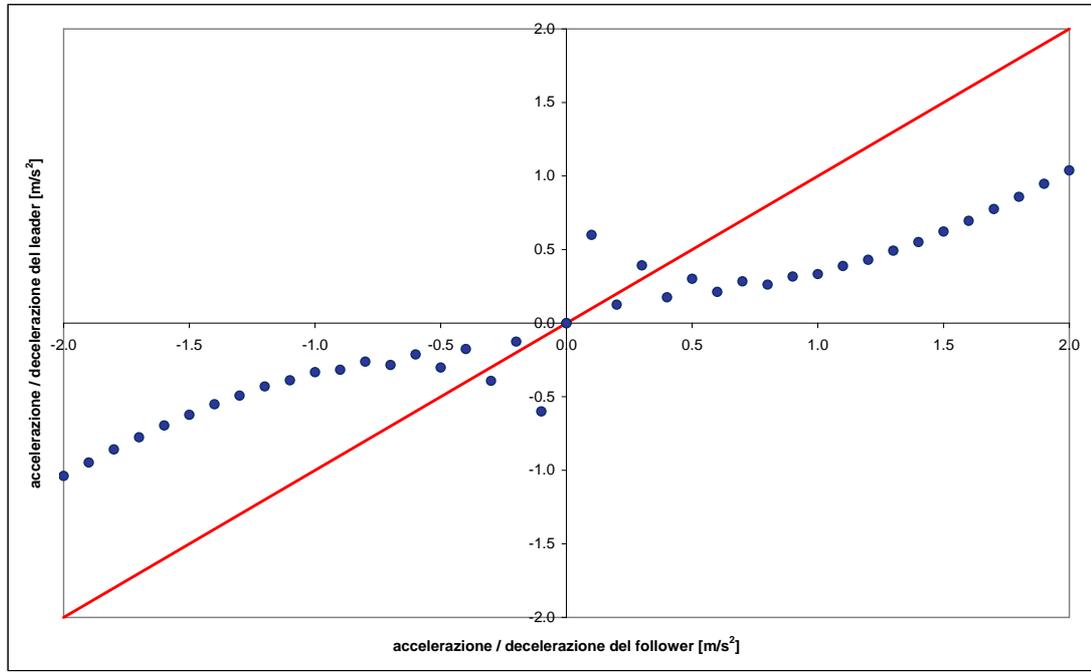


Figura 2.3 – Confronto tra accelerazioni del leader e del follower (modello di Helly).

b) MITSIM

Comportamento stocastico

Il modello è di tipo deterministico; a parità di condizioni esterne (velocità e posizione del leader), la risposta del follower risulta essere sempre uguale. La simulazione prevede quindi che, in una stessa condizione di guida, venga adottato sempre lo stesso comportamento.

Risposta asimmetrica

La presenza di diversi parametri di calibrazione in condizioni di accelerazione e di decelerazione fa sì che la risposta del modello sia asimmetrica. È comunque necessario notare che nel caso in cui tali parametri fossero scelti uguali, si avrebbe simmetria di risposta a parità di differenza di velocità e di distanziamento spaziale.

“Closing-in” e “shying –away”

Il modello implementato nel software MITSIM prevede che un veicolo reagisca (anche se con un tempo di ritardo) a qualunque azione del veicolo che lo precede. Ciò fa sì che i comportamenti di “closing-in” e di “shying-away” non vengano riprodotti dal modello.

“Drift”

Il modello non prevede nessun effetto di oscillazione in fase di inseguimento puro. Una volta accodato al veicolo che lo precede, il follower rimane alla stessa velocità e alla stessa interdistanza.

Stabilità

Le proprietà di stabilità del modello implementato in MITSIM sono simili a quelle del modello GHR, che sono state studiate da Zhang & Jarret (1997). Questi ultimi hanno infatti derivato una condizione di stabilità funzione dei parametri del modello. La stabilità del modello dipende quindi dai valori dei suoi parametri di calibrazione. Sia la stabilità locale che quella asintotica sono ottenibili. La figura 2.4 seguente mostra i profili di velocità di un veicolo soggetto ad una perturbazione e del veicolo che lo segue; si può notare come la perturbazione cui è soggetta il follower venga assorbita nel tempo a riprova della sua stabilità locale.

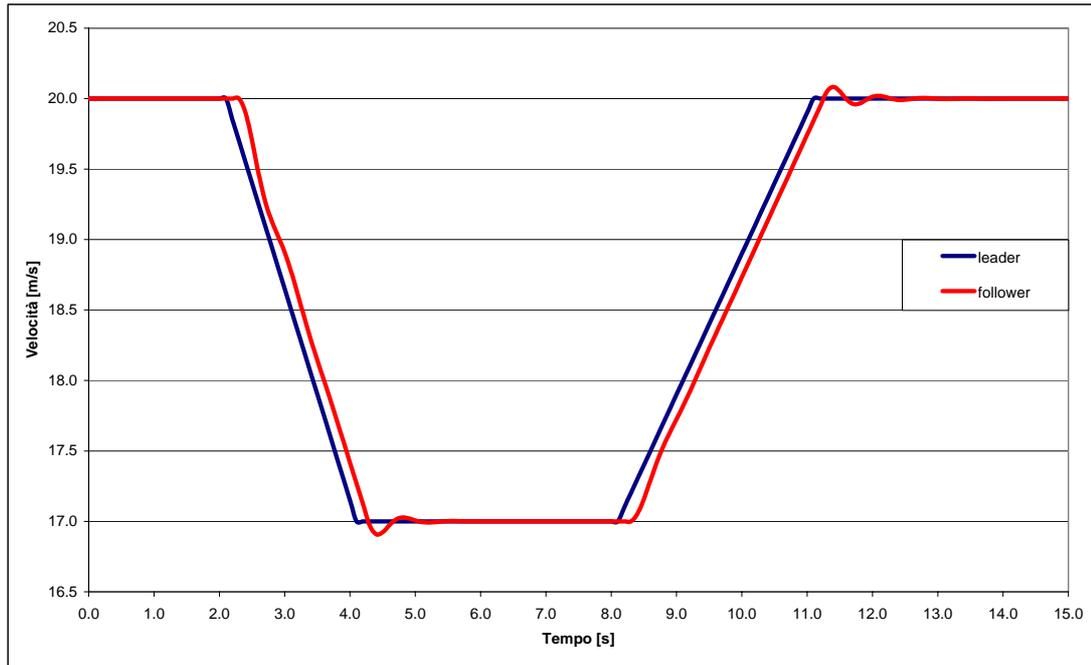


Figura 2.4 – Profilo di velocità di MITSIM.

Headway variabile

Il modello fornisce un distanziamento temporale non costante. In generale, l'headway è inversamente proporzionale alla velocità.

Accelerazione del leader

Sia le accelerazioni che le decelerazioni prodotte dal modello sono in generale inferiori a quelle del leader; la figure 2.5 mostra questa tendenza.

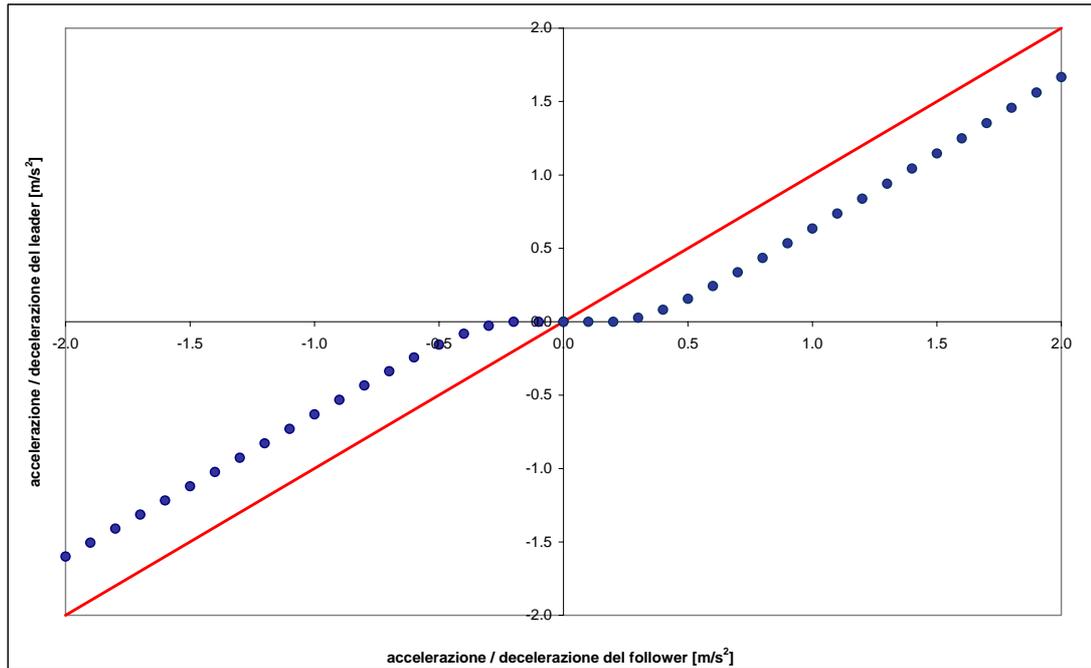


Figura 2.5 – Confronto tra accelerazioni e decelerazioni simulate da MITSIM.

c) *Modello di Gipps*

Comportamento stocastico

Il modello è di tipo deterministico. A parità di condizioni esterne e nella stessa situazione, la risposta di un guidatore è sempre la stessa. Una variabilità di comportamento tra guidatori diversi è ottenibile solo se i parametri del modello non sono costanti.

Risposta asimmetrica

Il modello di Gipps tiene conto, mediante formule diverse, dei regimi di guida libera e di guida condizionata. L'equazione utilizzata nel regime di car-following fornisce comunque una risposta asimmetrica tra fase di accelerazione e di frenata.

“Closing-in” e “shying-away”

Sia il comportamento di “closing-in” che di “shying-away” sono esplicabili dal modello di Gipps. Una frenata infatti ha inizio solo nel caso in cui i veicoli si trovano ad un distanziamento inferiore a quello di equilibrio del modello. Allo stesso modo,

in caso di accelerazione del leader, il distanziamento deve essere superiore al distanziamento di equilibrio.

“Drift”

Il modello non prevede che vi sia oscillazione attorno alla distanza alla quale si posiziona il follower rispetto al leader.

Stabilità

Secondo lo stesso Gipps, la stabilità del modello è garantita sotto determinate ipotesi sui parametri del modello (vedere Gipps, 1981). Wilson (2001), dopo aver analizzato il modello, ha fornito indicazioni sui valori dei parametri che lo rendono stabile o instabile (maggiori approfondimenti a riguardo sono riportati nel paragrafo 3.4.2).

Headway variabile

Il distanziamento temporale tra i veicoli varia al variare della velocità del veicolo. La figura 2.6 mostra l’andamento del distanziamento temporale in funzione della velocità di equilibrio.

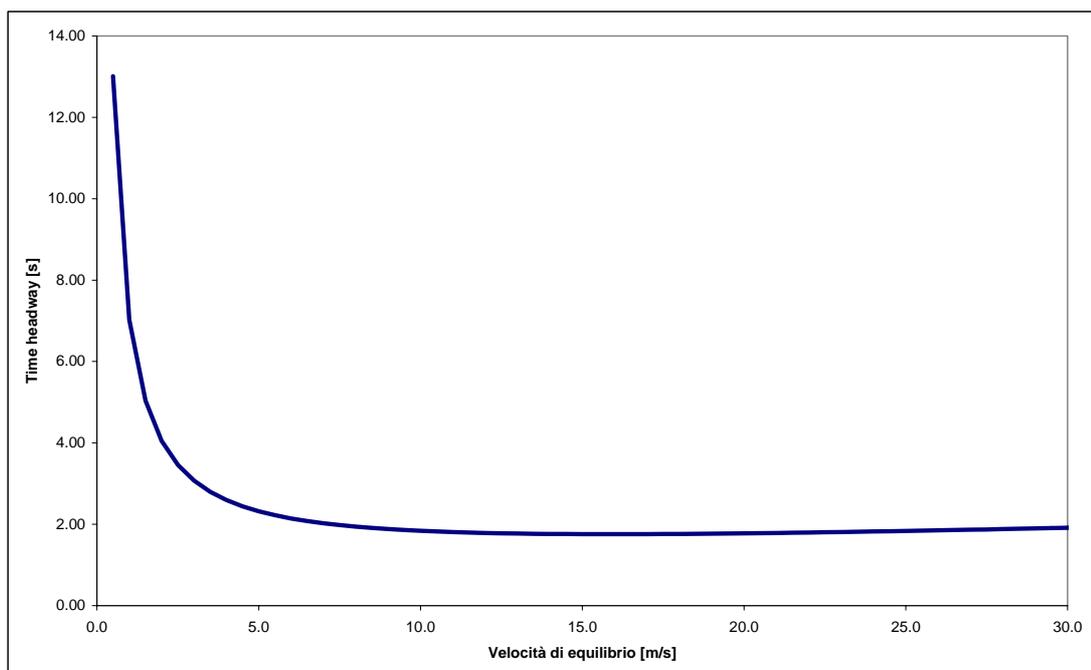


Figura 2.6 – Time headway di equilibrio del modello di Gipps.

Accelerazione del leader

L'accelerazione o decelerazione prodotta dal modello in risposta ad un'azione del leader risulta essere inferiore a quella del leader. La figura 2.7 confronta le accelerazioni del veicolo inseguitore con quelle del suo leader.

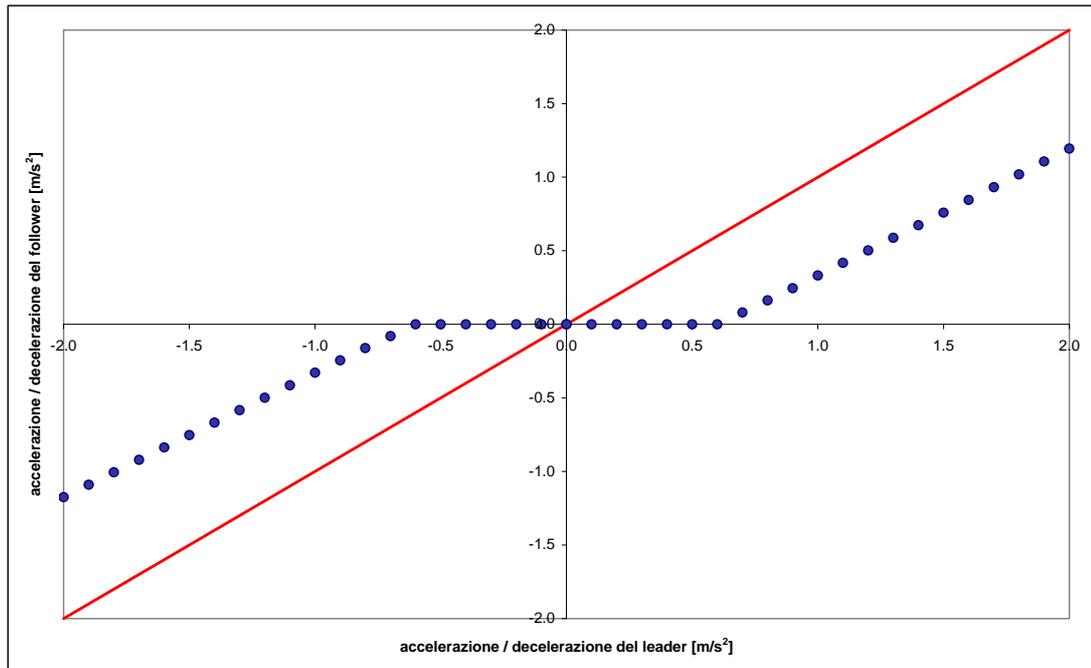


Figura 2.7 – Confronto tra le accelerazioni di leader e follower (modello di Gipps).

d) Modello di Newell

Comportamento stocastico

Il modello produce una risposta sempre deterministica. La formulazione del modello prevede l'uso di due soli parametri e quindi limita la variabilità dello stesso.

Risposta asimmetrica

Il modello ha una risposta simmetrica rispetto all'accelerazione. Per differenze di velocità tra leader e follower uguali ed opposte, il comportamento del veicolo è lo stesso.

“Closing-in” e “shying –away”

La reazione del modello ad un’azione del leader è, a meno di un termine di ritardo, immediata. Se il leader accelera (o frena), il modello di Newell produrrà un’accelerazione positiva (o negativa).

“Drift”

Il modello non prevede che ci possa essere oscillazione di un veicolo attorno ad una posizione di equilibrio.

Stabilità

In funzione del valore dei parametri, è possibile avere una situazione di stabilità locale ed asintotica. Non esistono riferimenti, in letteratura, riguardo ad analisi di stabilità del modello di Newell.

Headway variabile

Il modello prevede esplicitamente un valore costante di tempo inter-veicolare desiderato al quale il veicolo cerca di potarsi durante la fase di accodamento rispetto al veicolo che lo precede.

Accelerazione del leader

Come si evince dalla figura 2.8, il modello di Newell può fornire valori di accelerazione in valore assoluto superiori a quelli del leader.

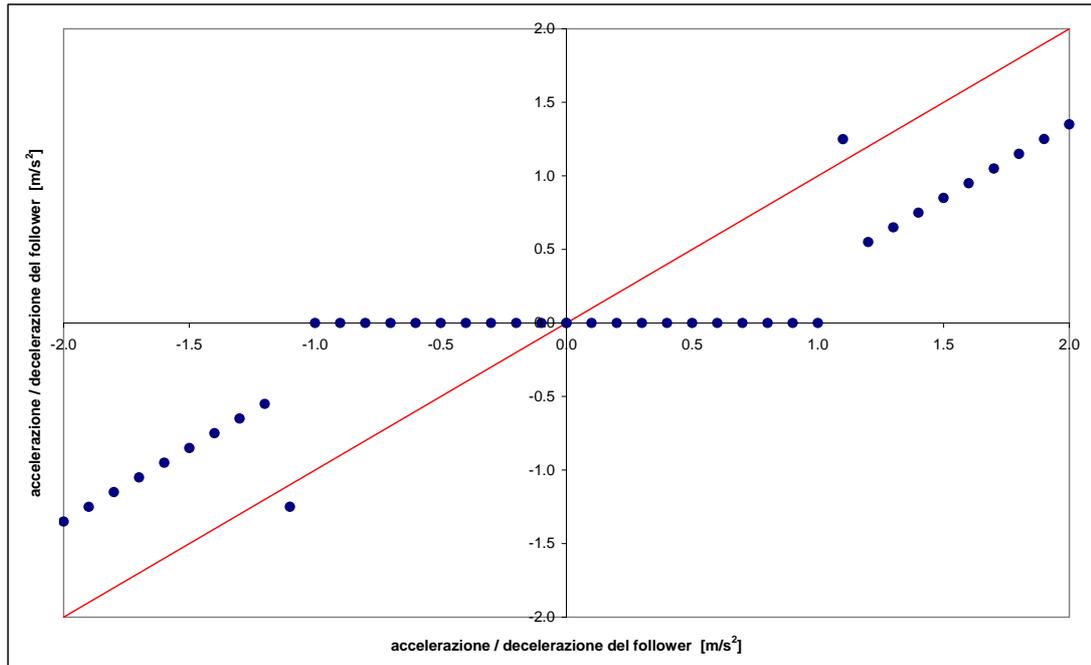


Figura 2.8 – Confronto tra le accelerazioni di leader e follower (modello di Newell).

e) *IDM*

Comportamento stocastico

Il modello non prevede che vi sia variabilità esplicita di comportamento tra guidatori diversi o per uno stesso guidatore. Bisogna inoltre notare che il modello sembra funzionare esclusivamente in fase di frenatura; un'accelerazione può aversi solo se la velocità del veicolo è inferiore a quella desiderata. Inoltre se il leader è più veloce del follower, l'output del modello non è coerente (si ha comunque una decelerazione).

Risposta asimmetrica

Il modello non produce sempre output coerenti; l'asimmetria del modello non può quindi essere valutata. La tabella 2.3 mostra un esempio di calcolo dell'accelerazione per una situazione in cui le differenze di velocità tra leader e follower sono uguali ed opposte. Nel primo caso il veicolo inseguitore è più veloce ed avendo un distanziamento desiderato inferiore a quello attuale, tende a frenare. Nel caso opposto, tuttavia, anche se il veicolo inseguitore è più lento del suo leader ed il distanziamento desiderato risulta essere maggiore di quello attuale, il modello

fornisce in output comunque un'accelerazione negativa. Questa situazione appare essere incoerente e rende difficile l'utilizzo del modello.

Tabella 2.3 – Risposta del'IDM.

a_0	δ	v_0	d_0
3.0	5.0	25.0	2.0
d_1	T	b_0	
2.3	2.0	1.8	

leader		follower			
$x(t)$	$v(t)$	$x(t)$	$v(t)$	$\Delta x_{des}(t)$	$a(t)$
[m]	[m/s]	[m]	[m/s]	[m]	[m/s ²]
30.0	15.0	0.0	18.0	28.4	-0.26
30.0	21.0	0.0	18.0	49.6	-5.79

“Closing-in” e “shying-away”

Il comportamento del modello dipende dal valore di distanziamento spaziale desiderato. Questo ultimo è funzione della velocità del veicolo e della differenza di velocità tra il leader e il follower. L'accelerazione o la decelerazione del veicolo dipendono quindi da questo valore e non dall'effettiva azione del leader, ciò fa sì che le proprietà di “closing-in” e di “shying-away” possano realizzarsi.

“Drift”

Anche questo modello non prevede che ci sia oscillazione del veicolo inseguitore attorno ad una posizione di equilibrio.

Stabilità

In letteratura non sono stati trovati riferimenti ad analisi di stabilità svolte per l'IDM. Si ricorda tuttavia Orosz et alii (2005), i quali hanno effettuato un'analisi di stabilità sull'Optimal Velocity Model (appartenente alla stessa categoria dell'IDM).

Headway variabile

Il distanziamento temporale ottenibile dal modello non è costante; esso dipende dal distanziamento spaziale, il quale è a sua volta funzione della velocità del veicolo e della differenza di velocità tra leader e follower.

Accelerazione del leader

A causa di risultati poco coerenti con la realtà non si possono fornire indicazioni sull'effettivo funzionamento dell'IDM.

f) Modello di Wiedemann

Comportamento stocastico

Questo modello prevede diversi tipi di risposte a seconda della situazione di guida in cui si trova il veicolo. Inoltre sono introdotte diversi termini di aleatorietà che permettono a guidatori diversi di avere comportamenti diversi. Uno stesso guidatore si comporta tuttavia sempre allo stesso modo quando si trova nella stessa condizione di guida.

Risposta asimmetrica

In generale, il modello fornisce una risposta di tipo asimmetrica. Le formule che permettono di calcolare la risposta del veicolo in fase di frenata e di accelerazione sono infatti diverse.

“Closing-in” e “shying-away”

Il modello si basa sull'utilizzo di soglie che delimitano il passaggio da una situazione di guida all'altra. Quindi, ad esempio, se il leader frena e il follower non si trova ancora nel regime di avvicinamento, la sua azione potrebbe essere quella di accelerare o di mantenere una velocità costante; si avrebbe così una situazione di “closing-in”. Analogamente si può avere un comportamento simile quando il leader accelera (“shying-away”).

“Drift”

Non è previsto che il modello produca una oscillazione attorno ad una distanza di equilibrio.

Stabilità

Le stabilità locale ed asintotica sono realizzabili e dipendono dai valori dei parametri del modello. Un’analisi di stabilità non è comunque mai stata realizzata riguardo al modello di Wiedemann. Ad ogni modo, tale analisi dovrebbe tenere conto della presenza di diversi regimi di guida e di soglie di passaggio da un regime ad un altro; ci si troverebbe quindi in presenza di un modello ibrido, la cui stabilità è difficile da analizzare.

Headway variabile

Il tempo inter-veicolare attorno al quale si stabilizza il modello varia con la velocità di equilibrio.

Accelerazione del leader

Il modello, nei regimi di avvicinamento e di emergenza, tiene conto esplicitamente dell’accelerazione del leader. Ciò fa sì che il profilo di decelerazione di un veicolo spesso sia troppo simile a quello del veicolo che lo precede. Le accelerazioni (decelerazioni) del follower sono comunque inferiori a quelle del leader.

g) Modello di Leeds

Le caratteristiche qualitative di questo modello sono del tutto assimilabili a quelle del modello di Gipps. Il modello di Leeds combina, mediante l’uso di soglie che permettono transizioni di regime, il modello di Gipps e quello di Wiedemann. Questo ultimo tuttavia viene utilizzato solo marginalmente nel regime di “guida ravvicinata”, durante il quale l’accelerazione (o decelerazione) del veicolo viene mantenuta costante.

Trattandosi di un modello ibrido, la stabilità del modello è, come per il modello di Wiedemann, difficilmente investigabile.

2.2.3 Schema riassuntivo

Nella tabella 2.4 è riportato un riassunto delle caratteristiche esaminate per i modelli considerati. In rosso sono indicate le proprietà che non sono esplicitate dai modelli, mentre in blu sono invece indicate quelle soddisfatte.

Tabella 2.4 – Riassunto delle caratteristiche dei modelli.

	Helly	MITSIM	Gipps	Newell	IDM	Wiedemann	Leeds
Comportamento stocastico	no	no	no	no	no	no	no
Risposta asimmetrica	si	si	si	no	no	si	si
“Closing-in” / “Shying-away”	si	no	si	no	si	si	si
“Drift”	no	no	no	no	no	no	no
Stabilità	no	si	si	no	no	no	no
Headway variabile	si	si	si	no	si	si	si
Accelerazione del leader	no	si	si	no	no	si	no

Per quanto riguarda la proprietà di stabilità dei modelli, pur essendo in teoria tutti i modelli capaci di soddisfarla, solo per due di essi (il modello di MITSIM ed il modello di Gipps) sono state individuate formulazioni analitiche che delimitano, in funzione dei parametri dei modelli, le zone di stabilità e di instabilità. Gli altri modelli sono stati quindi contrassegnati in rosso nella tabella riassuntiva, in quanto non è nota la loro soluzione analitica. Maggiori informazioni riguardo alla teoria della stabilità verranno fornite nel terzo capitolo.

2.3 Validazione quantitativa

I modelli microscopici oggetto di analisi sono stati calibrati e validati utilizzando dati relativi a traiettorie di un plotone di veicoli rilevati mediante sistema GPS. I dati sperimentali sono gli stessi già utilizzati da Punzo & Simonelli (2005) per calibrare i modelli di Newell, di Gipps, MITSIM e l’IDM. Le analisi descritte in questo capitolo

riprendono i risultati relativamente a questi modelli. Sono quindi state effettuate le calibrazioni e validazioni dei restanti tre modelli (lineare, di Wiedemann e di Leeds) seguendo la stessa metodologia utilizzata da Punzo & Simonelli.

Nei paragrafi successivi vengono presentati i dati sperimentali utilizzati per la calibrazione e la validazione quantitativa dei modelli, le metodologie adottate ed i risultati delle calibrazioni e delle validazioni effettuate rispetto a questi dati.

2.3.1 Dati sperimentali

I dati sperimentali di car-following, utilizzati per la calibrazione e la validazione dei modelli, sono stati ottenuti tra il mese di Ottobre 2002 e il mese di Luglio 2003 mediante una serie di esperimenti realizzati su strade extraurbane ed urbane nei pressi di Napoli. In ogni esperimento, un plotone di quattro veicoli equipaggiati con ricevitori GPS, in grado di registrare la posizione di ciascun veicolo ad intervalli di 0.1 secondo, è stato fatto evolvere in diverse condizioni di traffico. In particolare, sono stati utilizzati dei ricevitori GPS differenziali (K-dGPS); maggiori informazioni riguardo ai sistemi utilizzati ed ai dati raccolti sono reperibili in Punzo et alii (2005).

Durante la raccolta dei dati sperimentali si è cercato di evitare che l'attività di guida fosse influenzata da manovre di cambio corsia. Sono state scelte strade aventi caratteristiche (tipologia, livello di congestione, ecc.) differenti; ciò ha permesso di catturare, per uno stesso guidatore, comportamenti relativi a varie situazioni (di traffico ed ambientali).

Le traiettorie utilizzate per la calibrazione e la validazione dei modelli sono state registrate sulle stesse strade in due giorni diversi (30 Ottobre 2002 e 25 Febbraio 2003). Tra queste sono stati quindi scelti cinque insiemi di traiettorie, che indicheremo nel seguito con *30A*, *30B*, *30C*, *25B* e *25C*. Gli insiemi *30A*, *30C*, *25B* e *25C* sono relativi ad una strada urbana ad una corsia per senso di marcia, mentre l'insieme *30B* è stato registrato su una strada extraurbana a due corsie. Le durate delle traiettorie di ogni insieme di dati sono:

- *30A* : 3.3 minuti;
- *30B* : 4.2 minuti;
- *30C* : 6.0 minuti;
- *25B* : 5.3 minuti;

- 25C : 5.0 minuti.

Il protocollo sperimentale utilizzato durante le attività di guida prevedeva che i guidatori fossero informati sul percorso scelto ed avessero familiarità con questo ultimo; tuttavia essi non erano a conoscenza degli scopi dell'esperimento. La composizione del plotone doveva inoltre essere mantenuta, per cui l'intrusione di un veicolo nel plotone provocava l'annullamento della prova.

La figura 2.9 mostra le velocità del primo veicolo del plotone relativamente agli esperimenti 30A, 30B e 30C. Si può notare come la velocità media in ambito extraurbano (esperimento 30B) sia maggiore di quelle ottenute in ambito urbano (esperimenti 30A e 30C). I profili di velocità indicano anche una diversità di base nel comportamento; in ambito urbano gli arresti e le ripartenze dei veicoli sono infatti più frequenti che in ambito extraurbano.

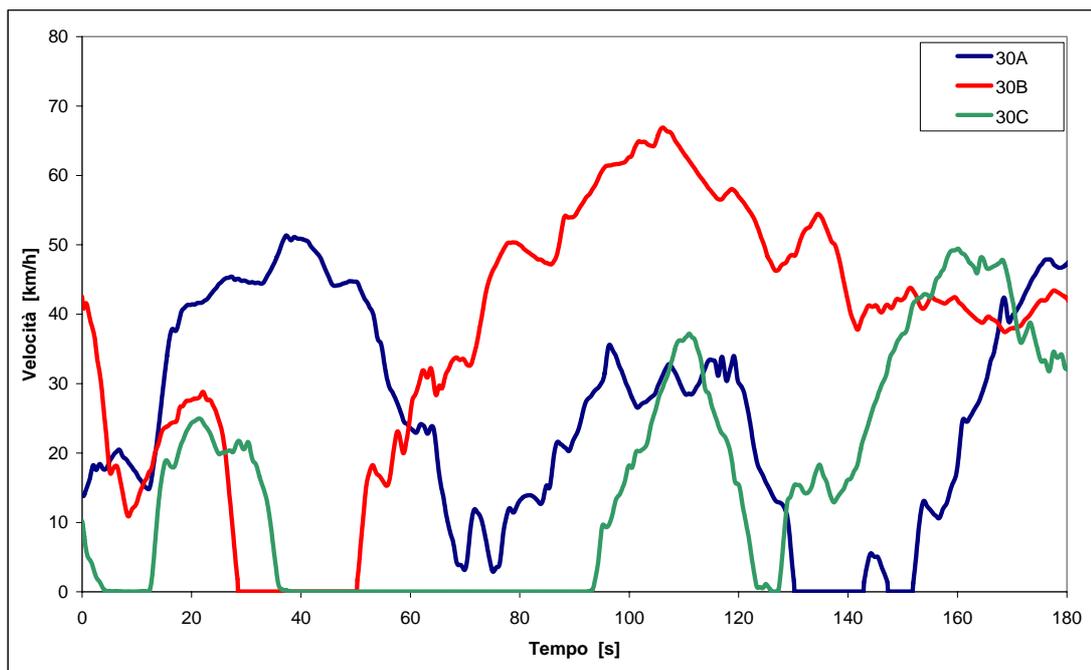


Figura 2.9 – Profili di velocità rilevati mediante GPS.

A partire dalle posizioni rilevate dai ricevitori GPS, sono state ricavate le serie temporali relative al distanziamento tra i veicoli, alle loro velocità e alle loro accelerazioni (queste ultime sono state calcolate mediante successiva derivazione dello spazio percorso dai veicoli). È stato tuttavia necessario filtrare i dati per

eliminare alcuni errori di misura; a tale scopo è stato utilizzato un filtro di Kalman non stazionario, che aveva il vantaggio di non alterare la consistenza dei dati.

2.3.2 Calibrazione dei modelli

Il problema di calibrazione di un modello microscopico di deflusso consiste nell'individuare i valori dei parametri dei modelli che permettono di riprodurre al meglio una traiettoria veicolare. La calibrazione consiste quindi nel confrontare gli output del modello con i dati reali. Si tratta di risolvere un problema di minimizzazione vincolata dove la funzione obiettivo è espressa in termini di deviazione tra valori misurati e valori simulati. A tale scopo è stato utilizzato lo stimatore dei Minimi Quadrati Generalizzati, la cui formulazione matematica è:

$$\min \gamma = \left(\bar{Y}^{oss} - \bar{Y}^{sim} \right)^T \cdot \bar{P}^{-1} \cdot \left(\bar{Y}^{oss} - \bar{Y}^{sim} \right)$$

$$\bar{Y}^{sim} = S(\bar{u}, \bar{x}, \bar{a})$$

$$g_i(\bar{x}, \bar{a}) > 0 \Rightarrow i = 1, \dots, n_d$$

$$h_j(\bar{x}, \bar{a}) = 0 \Rightarrow j = 1, \dots, n_e$$

dove:

- γ è la funzione obiettivo del problema di ottimizzazione;
- \bar{Y}^{oss} e \bar{Y}^{sim} sono rispettivamente le misure di performance osservate e simulate (questa ultima ottenuta come output del modello S);
- \bar{P} , \bar{u} , \bar{x} e \bar{a} sono i vettori dei pesi, degli input, delle variabili di stato e dei parametri;
- g_i e h_j sono i vincoli del problema.

Per risolvere il problema di minimizzazione suddetto, è stato utilizzato il software di ottimizzazione LINDO API (2003). In particolare è stato messo a punto, per ogni modello, un codice di calcolo, in linguaggio C++, che si serve di uno degli algoritmi di ottimizzazione non lineare di LINDO. Questo algoritmo risolve il problema di minimo iniziando la ricerca da differenti punti dello spazio delle soluzioni in modo da escludere i minimi locali. Nell'appendice A è riportato, a titolo di esempio, il codice di calcolo implementato per la calibrazione del modello di Gipps.

Particolare attenzione è stata data alla scelta delle misure di prestazione che permettono di rappresentare gli scostamenti tra output dei modelli e situazione reale. Se il modello fosse capace di riprodurre perfettamente la realtà, gli output del modello coinciderebbero esattamente con i dati reali ed in tal caso la funzione obiettivo avrebbe valore nullo. In realtà i modelli sono un'approssimazione della realtà, per cui la scelta della funzione obiettivo e delle misure di prestazione influenza notevolmente i risultati della calibrazione.

Visto che il problema riguarda la calibrazione di modelli di simulazione del moto dei veicoli, le misure di prestazione devono essere in grado di catturare le dinamiche del fenomeno di car-following (serie temporali delle velocità dei veicoli, dei loro distanziamenti o dei loro tempi inter-veicolari). Una volta realizzata l'ottimizzazione, dei test sugli errori vengono utilizzati allo scopo di valutare la prestazione globale del modello e di verificare quanto le misure coincidono con i dati reali.

I test di errore utilizzati per verificare i risultati della calibrazione dei modelli di car-following sono l'errore quadratico medio (*RMSe*), l'errore quadratico medio percentuale (*RMSPe*) e i coefficienti di disuguaglianza di Theil (*U*). Le formulazioni di questi test sono:

$$RMSPe = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i \left(\frac{Y_i^{oss} - Y_i^{sim}}{Y_i^{oss}} \right)^2},$$

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (Y_i^{oss} - Y_i^{sim})^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (Y_i^{oss})^2} + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (Y_i^{sim})^2}},$$

$$U^S = \frac{(\sigma_{sim} - \sigma_{oss})^2}{(1/N) \sum_i (Y_i^{oss} - Y_i^{sim})^2},$$

$$U^M = \frac{(\mu_{sim} - \mu_{oss})^2}{(1/N) \sum_i (Y_i^{oss} - Y_i^{sim})^2},$$

$$U^C = \frac{2(1 - \rho)\sigma_{sim}\sigma_{oss}}{(1/N) \sum_i (Y_i^{oss} - Y_i^{sim})^2},$$

dove μ_{sim} e μ_{oss} sono le medie, e σ_{sim} e σ_{oss} sono le deviazioni standard rispettivamente dei valori simulati ed osservati; ρ è invece il coefficiente di correlazione. Il coefficiente di Theil U viene solitamente scomposto nelle tre componenti riportate sopra: U^M , U^S e U^C , la cui somma è pari ad uno. U^M è un indice di errore di proporzione e può essere interpretato come una misura di errore sistematico. U^S è un indice di variazione di proporzione che fornisce indicazioni sulla

capacità del modello di replicare la variabilità dei dati osservati. U^C è un indice di covarianza di proporzione che misura gli errore non sistematici. La configurazione ottimale di questi parametri è: $U^M = 0$, $U^S = 0$, $U^C = 1$.

Coerentemente con quanto ottenuto da Punzo & Simonelli (2005), la misura di prestazione utilizzata per calibrare i modelli di car-following è il distanziamento spaziale tra i veicoli.

Non essendo nota la traiettoria del leader del primo veicolo che compone il plotone, le calibrazioni (così come le validazioni) sono state realizzate solo per i guidatori 2, 3 e 4 del plotone. I parametri del modello sono quindi stati calibrati per ognuna delle traiettorie osservate; in totale sono state realizzate 15 calibrazioni per ogni modello (3 guidatori per 5 insiemi di dati).

I modelli sono stati simulati adottando lo stesso intervallo di discretizzazione col quale sono stati rilevati i dati. Per i modelli in cui il passo di simulazione era anche uno dei parametri di calibrazione e nel caso in cui questo valore è risultato essere maggiore di 0.1 secondo, le variabili di output intermedie sono quindi state calcolate mediante interpolazione.

2.3.3 Risultati delle calibrazioni

I risultati delle calibrazioni sono riportati nella tabella 2.5; in particolare sono indicati i valori medi, massimi e minimi degli errori percentuali e dei coefficienti di Theil. Nella tabella 2.6 sono invece riportati i valori medi, le varianze e i coefficienti di variazione dei parametri calibrati. I risultati riportati in queste due tabelle sono relativi ai modelli lineare, di Wiedemann e di Leeds; si rimanda al primo capitolo per i risultati relativi agli altri modelli.

Il modello “MITSIM” si è dimostrato essere il più affidabile durante la fase di calibrazione; esso permette infatti una migliore riproduzione dei dati sperimentali rispetto agli altri modello. L'errore percentuale medio ottenuto calibrando MITSIM è circa pari al 12%, mentre vale circa il 15% per l'IDM e si aggira intorno al 17-18% per i modelli di Helly, Gipps, Newell e Leeds. Fa eccezione solo il modello di Wiedemann che fornisce pessimi risultati in fase di calibrazione, con errori percentuali in media pari al 63%.

I valori delle statistiche U^M , U^S e U^C , che forniscono informazioni sulla natura degli errori, sono vicini alla configurazione ottimale per il modello di Helly, per MITSIM, per il modello di Gipps, per l'IDM e per il modello di Leeds.

Il modello di Newell non introduce errori sistematici (U^M è prossimo a zero) ma non sembra riprodurre correttamente le fluttuazioni dei dati sperimentali (U^S vale infatti circa 0.17); ciò è probabilmente dovuto alla semplicità del modello.

Il modello di Wiedemann è invece lontano dalla configurazione ottimale. Appaiono esserci sia errori sistematici che difetti nel riprodurre le fluttuazioni dei dati. Questo modello non sembra quindi adatto a riprodurre i dati sperimentali.

Le figure da 2.10 a 2.14 permettono di confrontare gli errori percentuali ottenuti relativamente alle cinque traiettorie in esame per i tre guidatori estratti dal plotone (nel caso del modello di Wiedemann alcuni dati non sono riportati interamente a causa di valori troppo elevati di $RMSPe$). Anche in questo caso, i risultati sono relativi ai modelli lineare, di Wiedemann e di Leeds e si rimanda al primo capitolo per i risultati sugli altri modelli.

Escludendo il modello di Wiedemann che fornisce sempre valori di $RMSPe$ molto elevati, l'errore percentuale maggiore si ottiene, per tutti i modelli, per il guidatore 3 relativamente alle traiettorie del 25 Febbraio. In particolare, l' $RMSPe$ più grande si ha nell'esperimento 25B per i modelli di Helly (26.71%), di Gipps (22.88%), di Newell (22.36%), IDM (23.56%) e di Leeds (25.75%) e nell'esperimento 25C per MITSIM (19.15%). Ciò porta a pensare che il comportamento del guidatore 3 non è riproducibile facilmente dai modelli. In effetti, i risultati ottenuti coi diversi modelli per uno stesso guidatore non differiscono molto, mentre variano abbastanza tra guidatori diversi.

Tabella 2.5 – Risultati delle calibrazioni.

Modello		RMSPe	U^M	U^S	U^C
Helly	Media	18.13%	0.003	0.063	0.934
	Max	26.71%	0.020	0.129	0.996
	Min	7.80%	0.000	0.003	0.858
	Ampiezza (max-min)	18.91%	0.020	0.126	0.138
Wiedemann	Media	62.19%	0.238	0.182	0.608
	Max	195.43%	0.783	0.457	0.998
	Min	17.25%	0.000	0.003	0.044
	Ampiezza (max-min)	178.18%	0.783	0.455	0.954
Leeds	Media	17.59%	0.024	0.026	0.950
	Max	25.75%	0.222	0.064	0.989
	Min	11.01%	0.000	0.000	0.715
	Ampiezza (max-min)	14.74%	0.221	0.064	0.274

Tabella 2.6 – Valori medi dei parametri dopo le calibrazioni.

Modello	Parametri	Media	Varianza	Cv
Helly	C_1	1.600	0.762	0.476
	C_2	0.096	0.212	2.198
	α	2.165	3.855	1.781
	β	1.456	0.728	0.500
	γ	14.465	12.077	0.835
	τ	0.587	0.350	0.597
Wiedemann	AX	2.294	1.775	0.773
	BX	1.231	1.111	0.903
	EX	2.123	1.183	0.557
	CX	46.737	22.002	0.471
	k	1.197	0.535	0.446
	$bMax$	2.064	1.506	0.730
	$bNull$	0.676	0.446	0.659
	$bMin$	-4.523	2.407	0.532
Leeds	abx	9.809	6.203	0.632
	sdx	24.612	12.065	0.490
	$cldv$	-9.776	6.092	0.623
	$opdv$	9.624	5.329	0.554
	$bNull$	2.826	1.601	0.567
	dc	1.104	1.722	1.560
	vc	16.625	6.434	0.387
	A_n	2.357	1.059	0.449
	b_n	-3.024	2.110	0.698
	\hat{b}_{n-1}	-4.065	3.469	0.853
	V_n	17.692	4.265	0.241
	τ_n	0.567	0.154	0.272

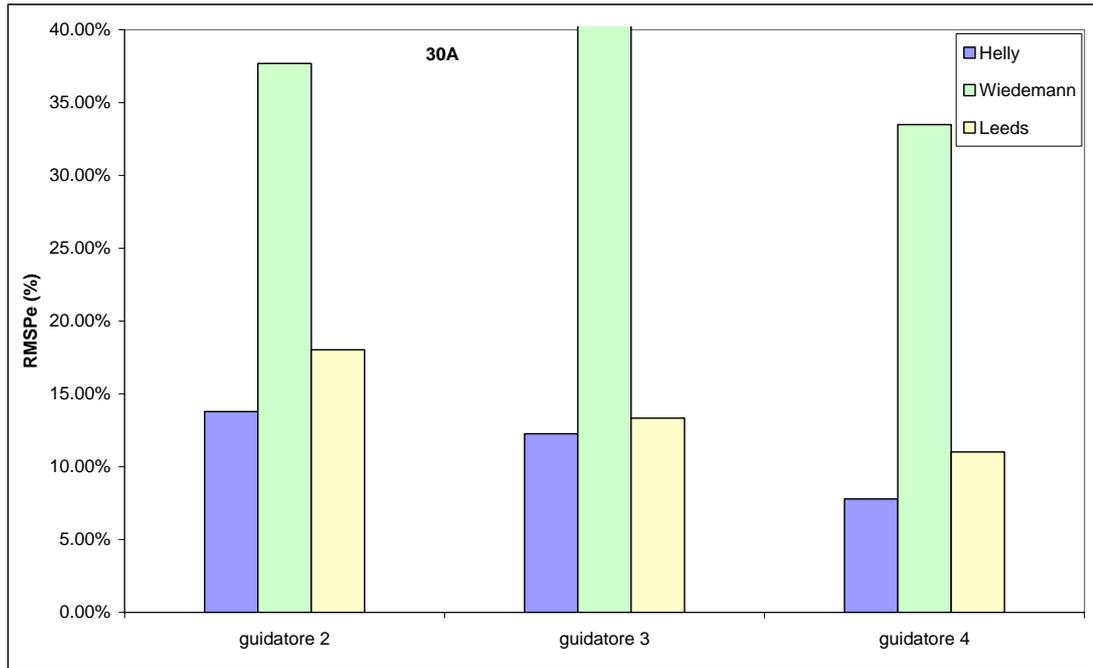


Figura 2.10 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30A.

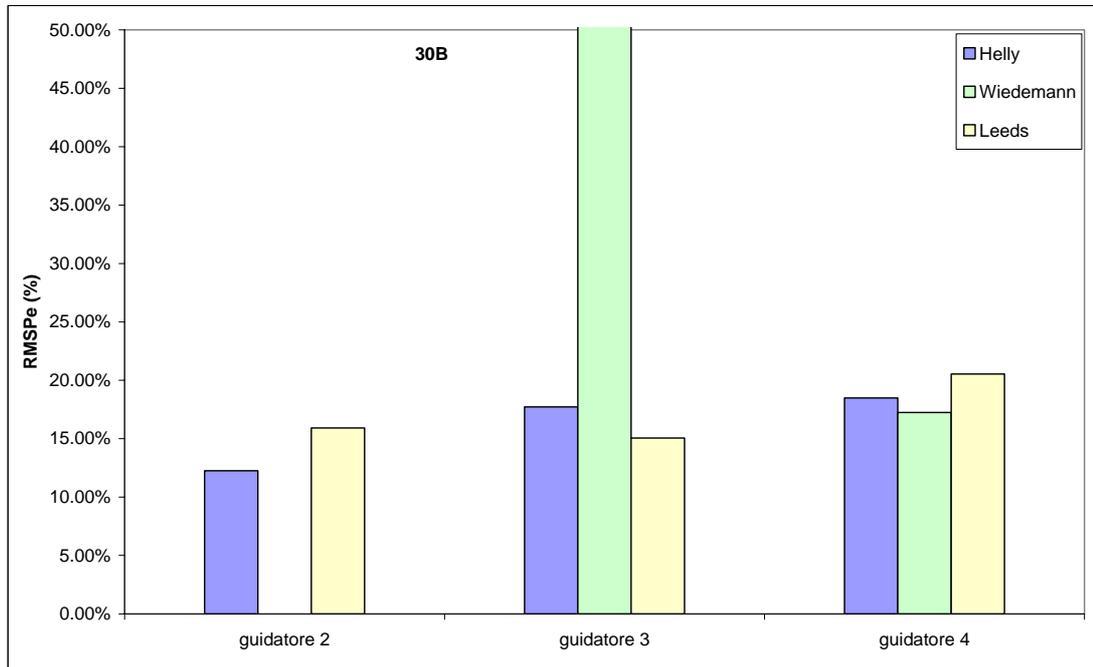


Figura 2.11 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30B.

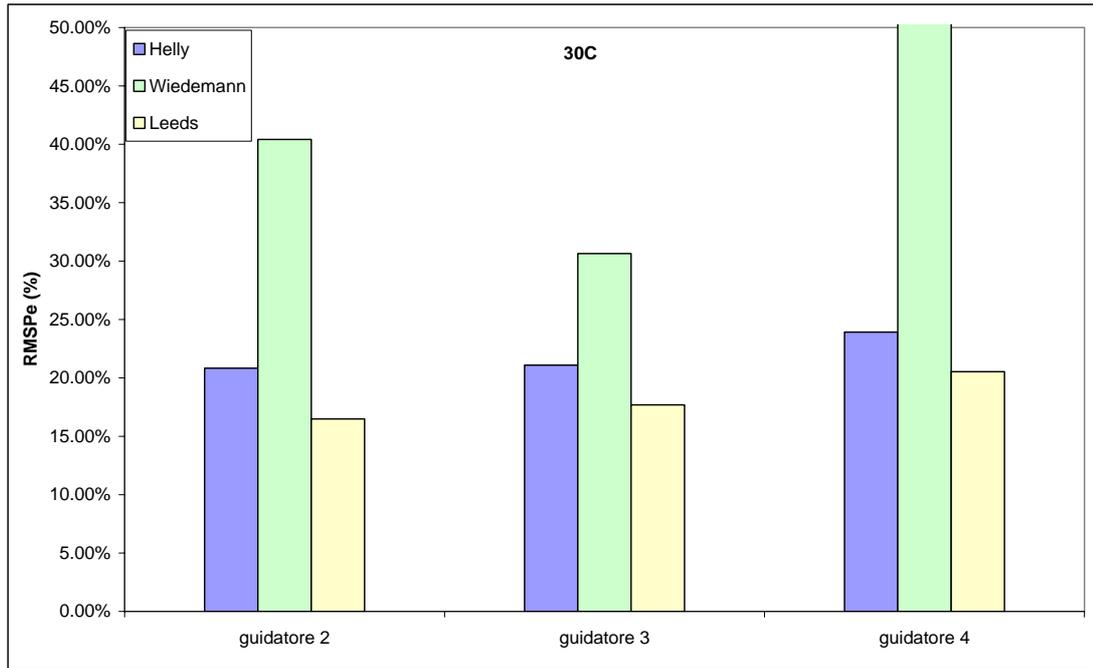


Figura 2.12 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30C.

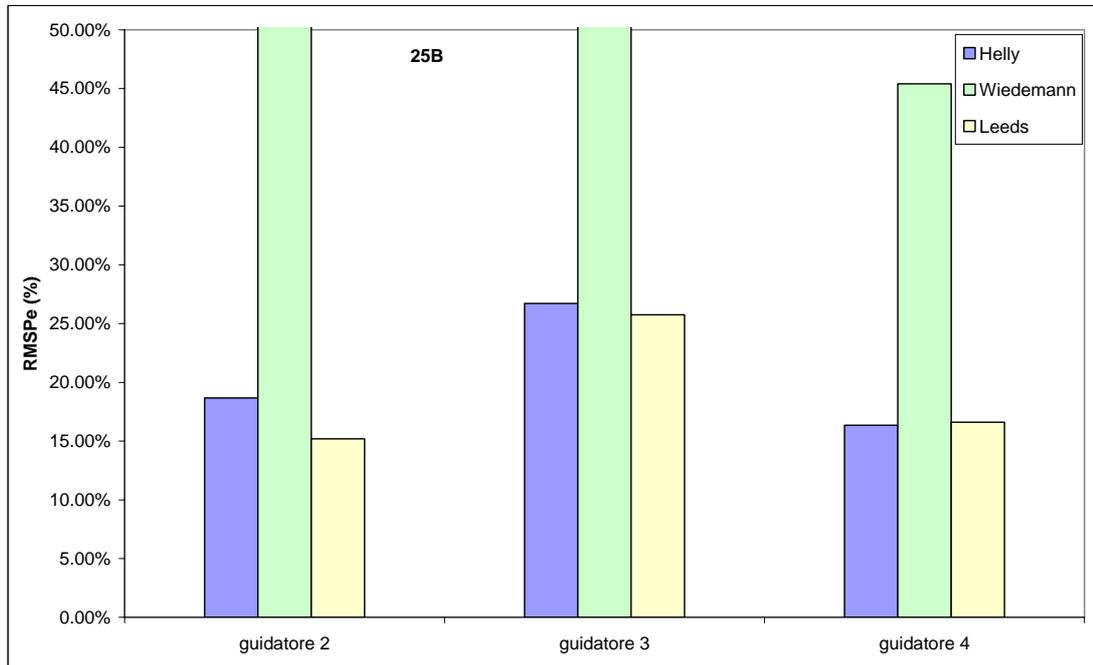


Figura 2.13 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 25B.

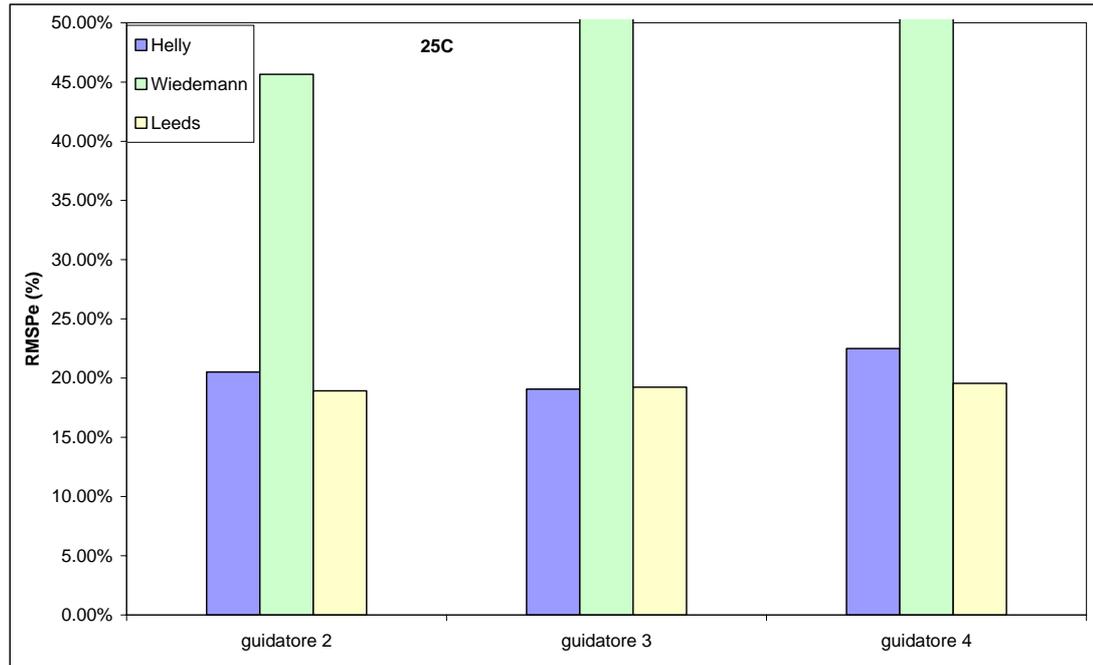


Figura 2.14 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 25C.

2.3.4 Validazione quantitativa dei modelli

La validazione di un modello consiste nel verificare l'errore che si commette nel simulare una traiettoria qualunque utilizzando i parametri calibrati rispetto un traiettoria diversa.

Le traiettorie, come detto in precedenza, sono state raccolte in due diversi giorni, in ognuno dei quali gli stessi guidatori hanno percorso nello stesso ordine strade diverse (sia per tipologia che per livello di congestione e composizione veicolare). Ciò è utile in quanto permette di verificare se i modelli sono adatti a riprodurre il comportamento di uno stesso guidatore su una strada, utilizzando i parametri calibrati per un'altra strada. Sono state quindi realizzate delle validazioni incrociate tra insiemi di dati diversi ma appartenenti ad uno stesso giorno. Per valutare le prestazioni dei modelli, sono stati utilizzati gli stessi test di errore descritti in precedenza.

Per i tre guidatori del plotone sono quindi state realizzate 6 validazioni incrociate tra i tre insiemi di dati relativi al 30 Ottobre e 2 validazioni incrociate tra i due insiemi relativi al 25 Febbraio. In totale sono state realizzate quindi 24 validazioni per ogni modello (3 guidatori per 8 "incroci"). Le 8 validazioni incrociate sono

indicate nel seguito con *30AB*, *30AC*, *30BA*, *30BC*, *30CA*, *30CB*, *25BC* e *25CB*, dove *30AB* significa ad esempio che ogni guidatore dell'esperimento *30A* è stato simulato utilizzando i parametri calibrati per l'insieme di dati *30B*.

2.3.5 Risultati delle validazioni

Nella tabella 2.7 sono riportati i risultati (media, valore massimo e minimo) delle validazioni incrociate realizzate coi modelli lineare, di Wiedemann e di Leeds.

I modelli MITSIM, di Gipps, di Newell e l'IDM danno un errore percentuale medio simile, con valori compresi tra il 22.50% e il 24.20%. Gli altri modelli invece producono errori maggiori. L'errore medio commesso dal modello di Helly è pari a circa il 31.50%, mentre i modelli di Wiedemann e di Leeds danno errori ben più grandi. In particolare il modello di Wiedemann fornisce degli errori enormi evidenziando una mancanza di affidabilità in validazione.

Il modello di Newell fornisce il minor incremento di errore tra calibrazione e validazione (5.60%), mentre i due modelli di tipo stimolo-risposta (quello di Helly e MITSIM) sono quelli che, escludendo Wiedemann e Leeds per quanto detto sopra, forniscono incrementi maggiori (rispettivamente il 13.35% e il 10.50%). Questo indica una tendenza di questi modelli ad over-fittare i dati sperimentali.

Osservando i coefficienti di Theil, invece, si nota che il modello più vicino alla condizione ottimale è quello di Gipps. Il modello di Newell, così come già evidenziato in calibrazione, non riproduce bene le fluttuazioni dei dati sperimentali. Il valore del coefficiente U^M evidenzia invece per gli altri modelli degli errori strutturali.

Le figure da 2.15 a 2.22 mostrano gli errori percentuali ottenuti per i 3 guidatori in ognuna delle otto validazioni incrociate (in questo caso alcuni dati del modello di Wiedemann e di Leeds non sono riportati interamente a causa di valori troppo elevati di $RMSPe$).

Nell'esperimento 30BC (figura 2.19), ovvero alla validazione incrociata tra situazione urbana ed extraurbana, sia il modello di Gipps che quello di Leeds (che ricordiamo riprende le formulazioni matematiche del primo) forniscono degli errori abbastanza grandi. In questa situazione il modello che meglio si adatta è quello di Newell (il più semplice).

I modelli di Helly e di Leeds forniscono quasi sempre, nei vari esperimenti, i risultati peggiori a riprova di una scarsa affidabilità in fase di validazione. Gli altri modelli si mantengono pressoché su valori simili, tranne che per qualche eccezione. Tutti i modelli, in generale, mostrano un errore percentuale più elevato rispetto alla fase di calibrazione. Ciò porta a pensare che il comportamento di uno stesso guidatore varia molto a secondo del contesto.

Tabella 2.7 – Risultati delle validazioni.

Modello		RMSPe	U^m	U^s	U^c
Helly	media	31.49%	0.387	0.177	0.436
	max	58.51%	0.690	0.559	0.829
	min	14.98%	0.000	0.000	0.077
	ampiezza	43.53%	0.690	0.559	0.752
Wiedemann	media	2402.60%	0.672	0.216	0.112
	max	7226.20%	0.912	0.647	0.806
	min	46.76%	0.076	0.009	0.007
	ampiezza	7179.44%	0.836	0.638	0.799
Leeds	media	56.31%	0.285	0.191	0.524
	max	483.13%	0.706	0.548	0.989
	min	14.55%	0.002	0.000	0.052
	ampiezza	468.58%	0.704	0.548	0.937

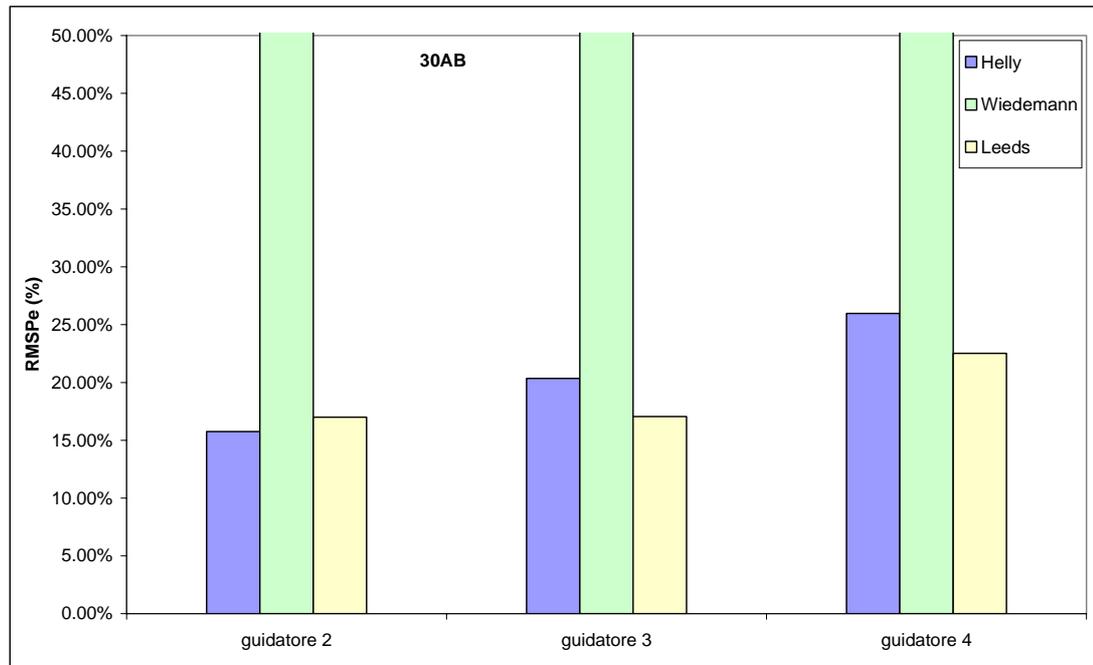


Figura 2.15 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30AB.

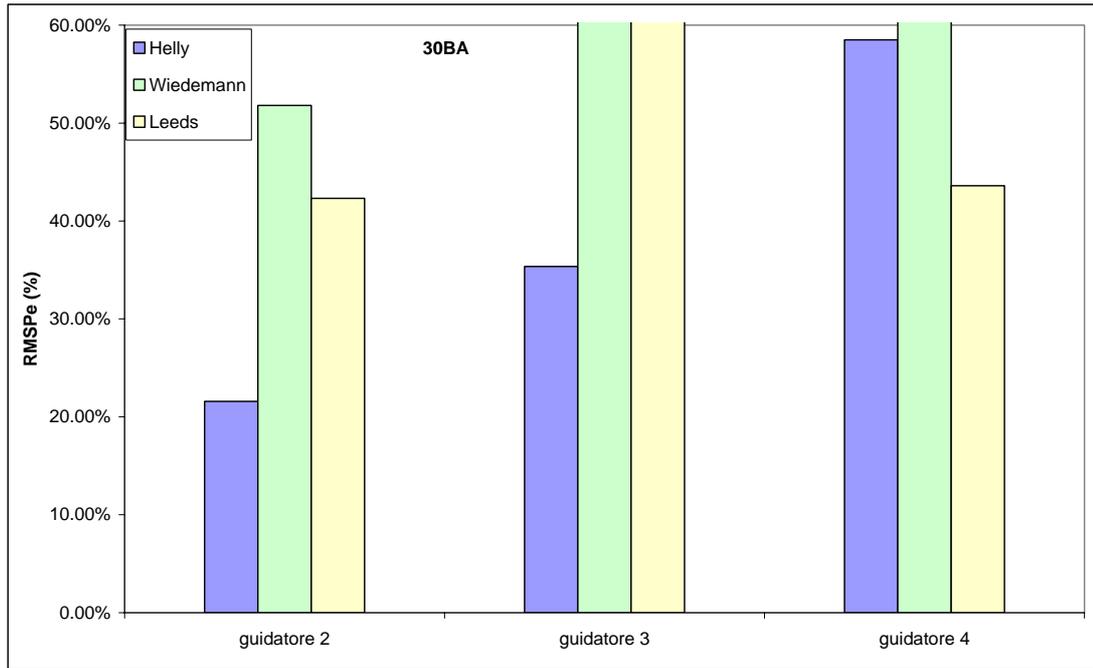


Figura 2.16 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30BA.

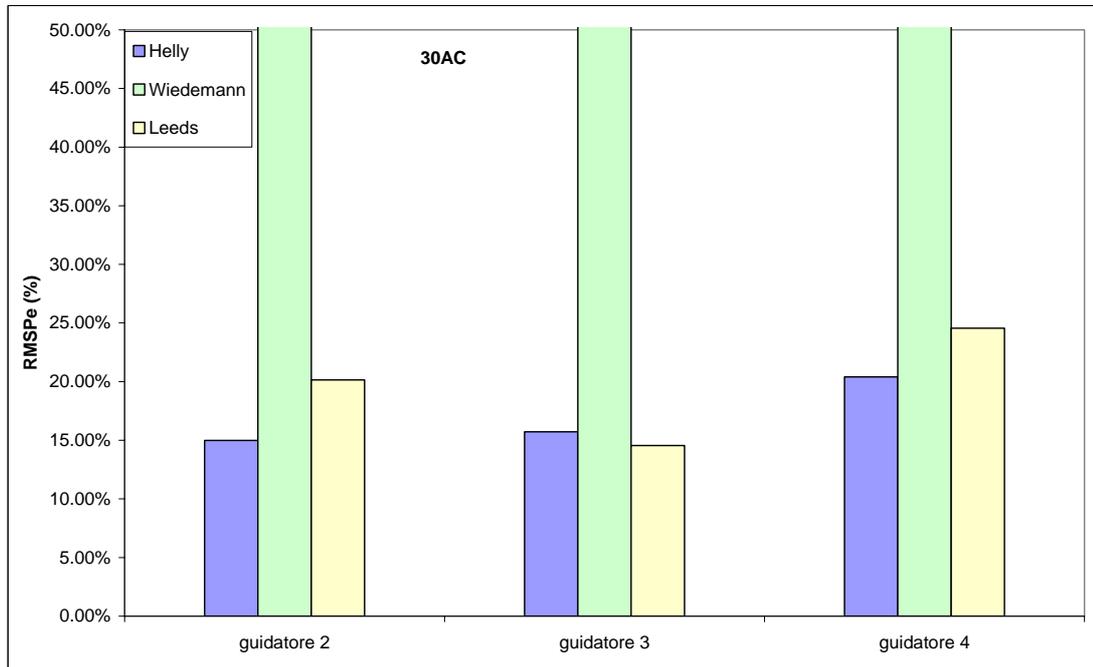


Figura 2.17 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30AC.

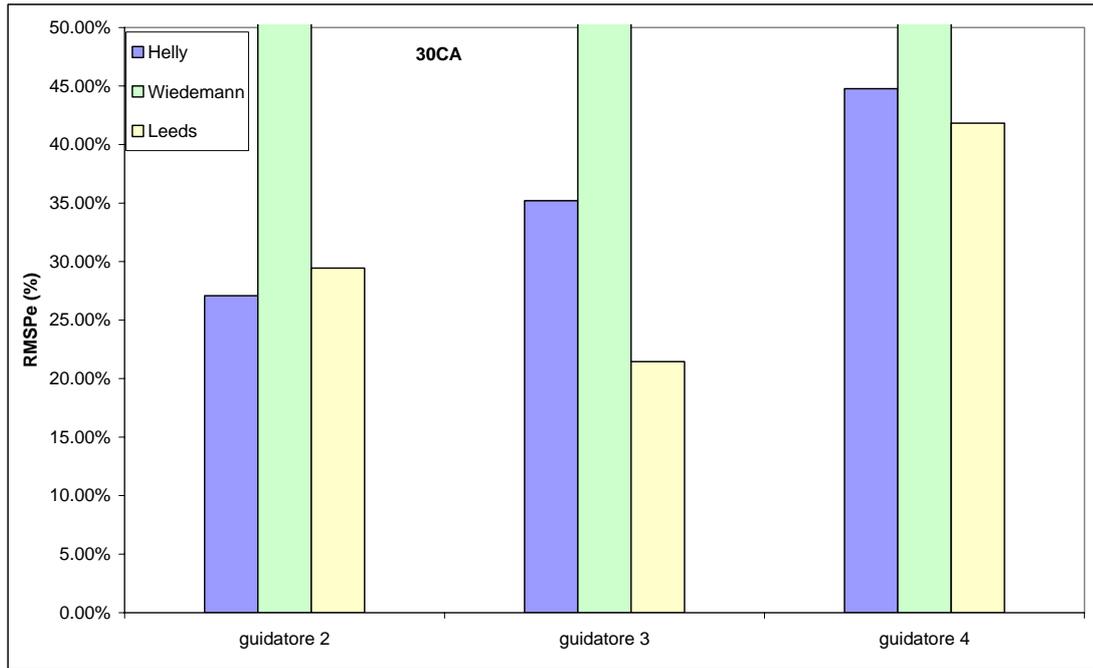


Figura 2.18 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30CA.

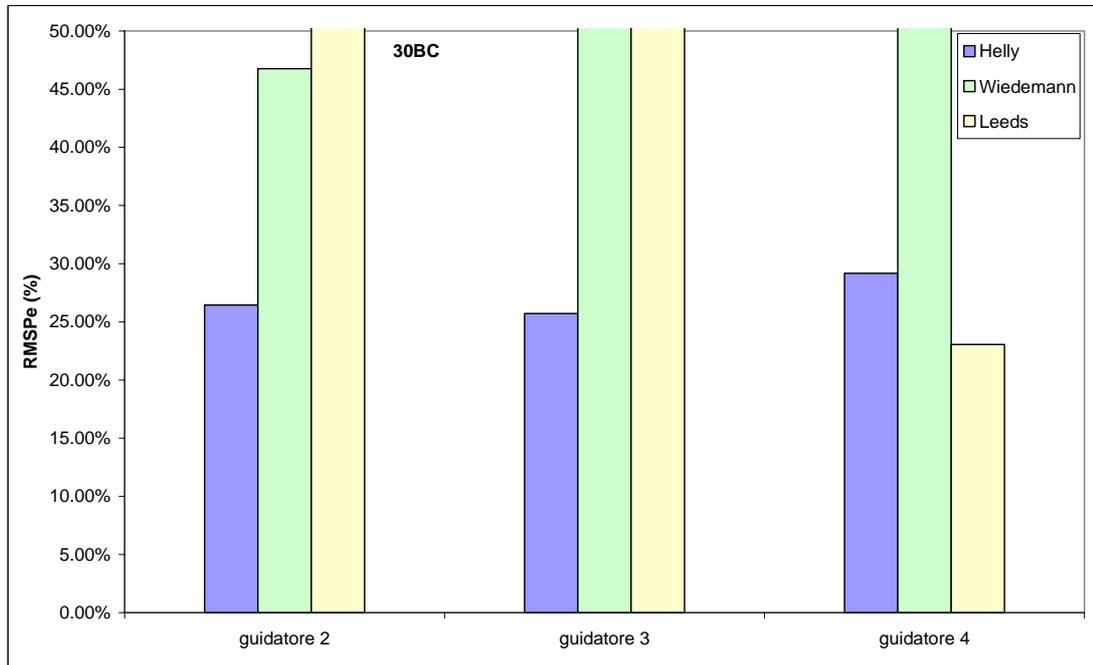


Figura 2.19 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30BC.

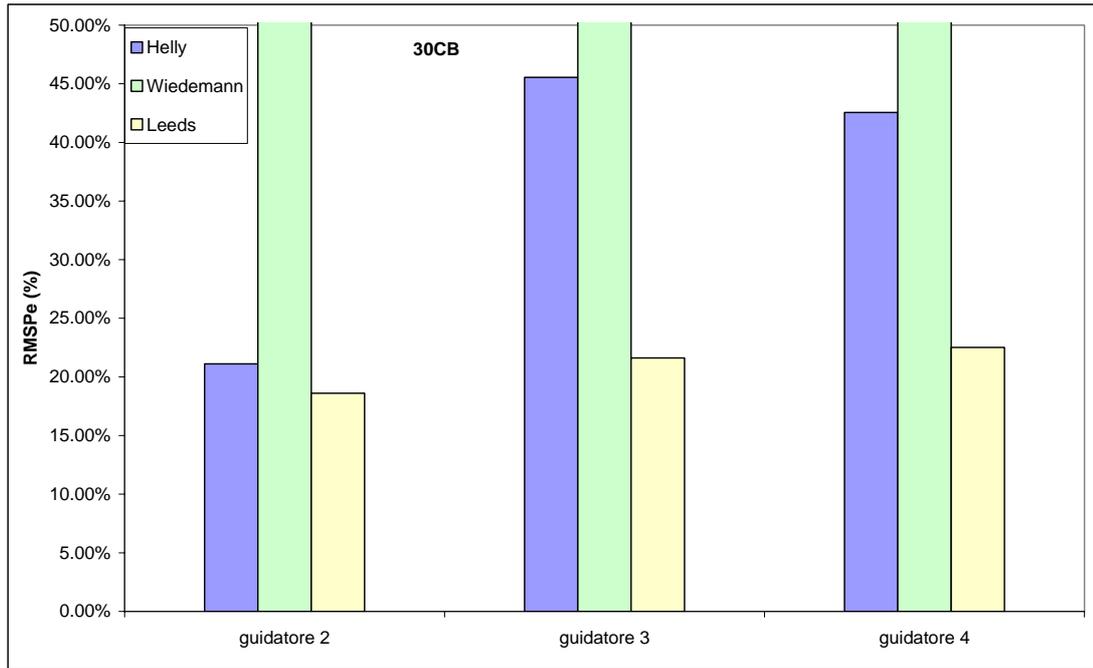


Figura 2.20 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 30CB.

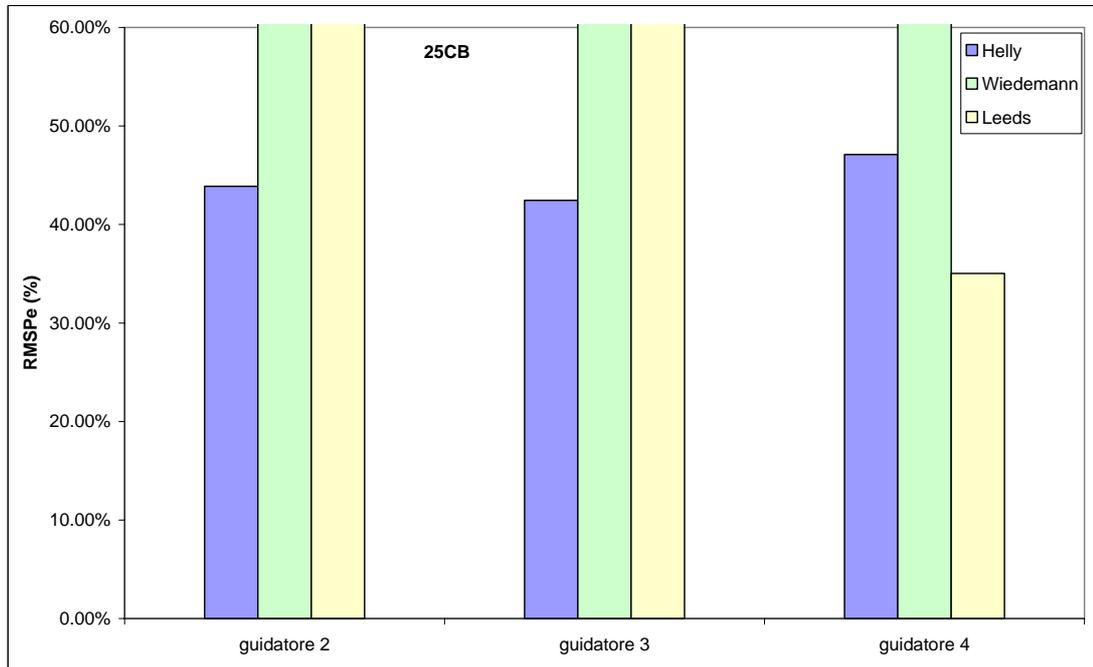


Figura 2.21 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 25CB.

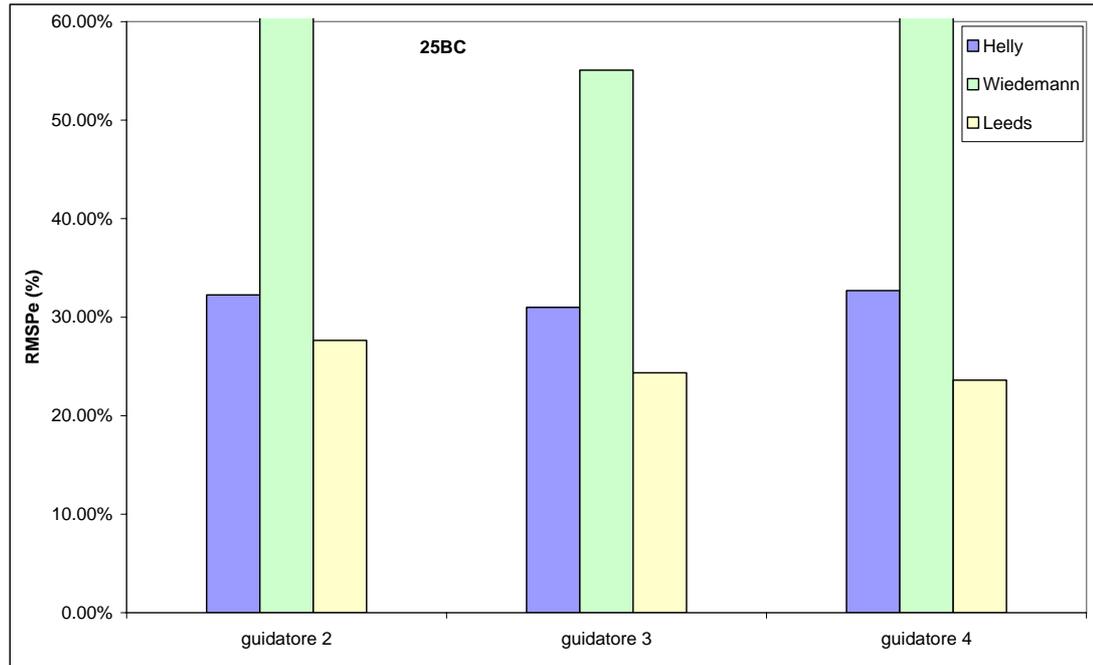


Figura 2.22 – Prestazioni dei modelli in validazione – esperimento 25BC.

2.4 Conclusioni

In questo capitolo sono state analizzate le caratteristiche e le prestazioni dei modelli microscopici, adatti alla riproduzione del moto longitudinale dei veicoli, allo scopo di valutare se la formulazione matematica di alcuni di essi può essere ritenuta adatta alla simulazione del comportamento dei guidatori. Le analisi svolte permettono anche di comprendere come questi modelli possono essere migliorati.

Una prima valutazione ha riguardato le caratteristiche che i modelli dovrebbero possedere per simulare realisticamente il comportamento di guida. Successivamente sono state valutate mediante calibrazione e validazione le prestazioni dei modelli.

Le analisi sulle caratteristiche dei modelli hanno evidenziato che solo il modello di Gipps possiede la maggior parte di esse. Gli altri modelli evidenziano qualche problema dovuto soprattutto alla loro formulazione. In particolare il modello di Newell e l'IDM hanno molte lacune in quanto a caratteristiche necessarie.

I risultati delle calibrazioni e delle validazioni incrociate hanno invece mostrato sia una certa equivalenza tra alcuni modelli che l'impossibilità, da parte di altri modelli, di riprodurre sufficientemente bene dei dati sperimentali.

In particolare il modello di Wiedemann (appartenente alla categoria dei modelli psico-fisiologici) fornisce errori percentuali rispetto alla situazione reale sempre troppo grandi e non è quindi utilizzabile in nessun contesto. Il modello di Leeds (di tipo misto) fornisce risultati equivalenti agli altri in fase di calibrazione ma provoca errori elevati durante la validazione. Stessa cosa può dirsi del modello di Helly anche se con risultati un po' migliori.

Gli altri modelli (MITSIM, Gipps, Newell e IDM) producono errori simili sia in calibrazione che in validazione; il modello di Gipps produce comunque durante la validazione dei coefficienti di Theil più prossimi alla situazione ideale. Va comunque detto questo modello è quello che, tra questi, ha maggior difficoltà nella validazione incrociata tra ambito urbano ed extraurbano. Questa lacuna è però attenuata dal fatto che nessun modello ha fornito risultati del tutto soddisfacenti in fase di validazione.

Tenendo conto dei risultati di entrambe le analisi, si arriva alla conclusione che alcuni modelli evidenziano troppe lacune per poter simulare un comportamento di guida sufficientemente realistico (modelli di Leeds, di Wiedemann e di Helly). I modelli di Newell e l'IDM mancano invece di alcune caratteristiche necessarie per una simulazione realistica. I restanti due modelli (Gipps e MITSIM) sono invece sufficientemente affidabili; Gipps ha un numero maggiore di caratteristiche necessarie mentre MITSIM fornisce risultati migliori in calibrazione e validazione.

Nei prossimi capitoli ci si concentrerà sul modello di Gipps. La scelta è dovuta soprattutto alla sua maggiore affidabilità riguardo alle caratteristiche necessarie ad una simulazione realistica del comportamento di guida. In seguito infatti ci si concentrerà sulle tematiche riguardanti le strutture di implementazione dei modelli microscopici. Queste ultime influenzano soprattutto la capacità del modello di riprodurre dei dati sperimentali e non inficiano le caratteristiche di base del modello. Per questi motivi si è preferito quindi approfondire l'analisi del modello di Gipps e incentrare su di esso l'analisi delle strutture modellistiche (vedere il quinto capitolo).

Riferimenti bibliografici

- Brackstone M., Sultan B., McDonald M. (2002) "Motorway Driver Behaviour: Studies in Car-Following" *Transportation Research Part F*, vol. 5(1), pp. 329-344.
- Chakroborty P., Kikuchi S. (1999) "Evaluation of the General Motors based car-following models and a proposed fuzzy inference model" *Transportation Research Part C*, vol. 7, pp. 209-235.
- Gipps P.G. (1981) "A behavioural car-following model for computer simulation" *Transportation Research-B*, 15, pp. 105-111.
- Leutzbach W. (1988) "Introduction to the Theory of Traffic Flow" Springer, Berlin.
- LINDO API Manual, Lindo Systems inc., <http://www.lindo.com>, 2003.
- Orosz G., Krauskopf B., Wilson R. E. (2005) "Bifurcations and multiple traffic jams in a car-following model with reaction-time delay" *Physica D* 211, pp. 277-293.
- Punzo V., Formisano D. J., Torrieri V. (2005) "A Non-Stationary Kalman Filter for the Estimation of Accurate and Consistent Car-Following Data" *Transportation Research Record* 1934, pp. 3-12, TRB, Washington D.C.
- Punzo V., Simonelli F. (2005) "Analysis and Comparison of Microscopic Traffic Flow Models Using Real Traffic Microscopic Data" *Transportation Research Record* 1934, pp. 53-63, TRB, Washington D.C.
- Sultan B., Brackstone M., McDonald M. (2004) "Evidence for the use of Deceleration/Acceleration Information in Car-Following" *Proceedings of the 83rd annual meeting TRB*, Washington, D. C.
- Wilson E.R. (2001) "An analysis of Gipps's car-following model of highway traffic" *IMA Journal of Applied Mathematics*, vol. 66, pp. 509-537.
- Zhang X., Jarret D. F. (1997) "Stability analysis of the classical car-following model" *Transportation Research Part B*, vol. 31, pp. 441-462.

CAPITOLO III

ANALISI DEL MODELLO DI DEFLUSSO MICROSCOPICO DI GIPPS E SOLUZIONI DI STATO STAZIONARIO

3.1 Introduzione

Come si è visto nel secondo capitolo, il modello di Gipps possiede alcune proprietà che lo rendono interessante. Il suo utilizzo è infatti abbastanza diffuso; alcuni programmi di simulazione microscopica del deflusso veicolare si basano sulla sua formulazione (DRACULA (1995); SISTM (2003); AIMSUN (2005); Paramics (2006)). A dispetto dei pregi, il modello presenta comunque alcune lacune, legate soprattutto alla difficoltà di simulare fenomeni di instabilità del traffico. Lo stesso Gipps asseriva infatti che il modello, per determinati valori dei parametri, è indefinitamente stabile. Questa proprietà rende le simulazioni affidabili (si evitano infatti collisioni tra i veicoli) ma ne limita anche il realismo.

Allo scopo di individuare possibili interventi migliorativi, è stata svolta una approfondita analisi del modello. Inizialmente sono state studiate le sue proprietà in condizioni stazionarie. Successivamente le proprietà di stabilità locale (già analizzate da Wilson (2001)) sono state approfondite. I risultati hanno messo in evidenza alcuni limiti che influenzano soprattutto l'intervallo di valori dei parametri utilizzabili. Alla luce di queste indicazioni, alcune possibili evoluzioni del modello appaiono auspicabili per migliorare il realismo del modello.

Nei prossimi paragrafi verranno prima approfonditi gli aspetti modellistici della formulazione di Gipps, successivamente le condizioni stazionarie del modello verranno formulate e analizzate, infine verranno studiati gli aspetti riguardanti la sua stabilità.

3.2 Approfondimenti sul modello

Nel seguito vengono in parte ripresi gli aspetti matematici del modello già esposti nel primo capitolo (cfr. 1.3.2). Si farà vedere quindi come il modello può essere implementato passando da una notazione di tipo continua ad una discreta.

Il modello di Gipps (1981) viene normalmente indicato come un sistema di equazioni differenziali ritardate di una quantità τ . Il modello si basa sull'utilizzo di due funzioni di trasferimento che permettono di riprodurre i regimi di guida libera (non condizionata da altri veicoli) e di car-following. La velocità del veicolo n viene quindi calcolata come:

$$v_n(t + \tau) = \min\{v_{a,n}(t + \tau), v_{b,n}(t + \tau)\},$$

dove:

$$\begin{cases} v_{a,n}(t + \tau) = v_n(t) + 2.5 \cdot A_n \cdot \tau \cdot \left(1 - \frac{v_n(t)}{V_n}\right) \cdot \sqrt{0.025 + \frac{v_n(t)}{V_n}} \\ v_{b,n}(t + \tau) = F[h_n(t), v_n(t), v_{n-1}(t)] \end{cases} \quad (1)$$

e:

$$F[h_n(t), v_n(t), v_{n-1}(t)] = -b_n \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right) + \sqrt{b_n^2 \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right)^2 + b_n \cdot \left[2 \cdot (h_n(t) - S_{n-1}) - \tau \cdot v_n(t) + \frac{v_{n-1}(t)^2}{\hat{b}_{n-1}}\right]} \quad (2)$$

Nel proseguo della tesi il modello verrà espresso in termini di distanziamento spaziale tra i veicoli ($h_n = x_{n-1} - x_n$) e non di posizione dei veicoli n ed $n-1$. Tale scelta rende più agevole le analisi sul modello. Per maggiore chiarezza è possibile fare riferimento alla figura 3.1 che evidenzia le posizioni, le velocità e i distanziamenti spaziali dei veicoli.

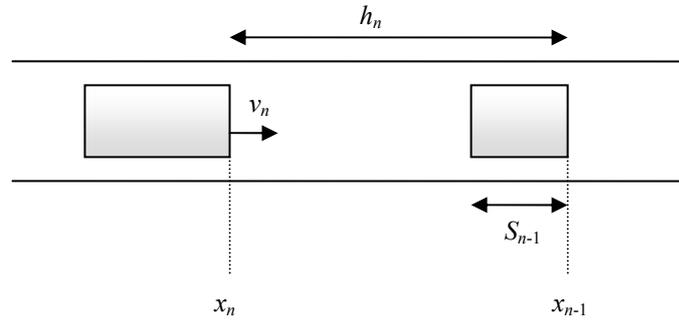


Figura 3.1 – Posizioni, velocità e distanziamenti dei veicoli.

Come detto, la prima equazione nel sistema (1) viene utilizzata nel regime di guida libera per raggiungere o mantenere una prefissata velocità desiderata (V_n). Per i nostri scopi è invece interessante analizzare la situazione in cui il guidatore è condizionato dalla presenza di un altro veicolo davanti ad esso. Si farà quindi riferimento nel seguito solo alla seconda equazione del sistema (1).

L'assunzione alla base del modello di Gipps è che, ad ogni passo di simulazione, il guidatore sceglie una velocità tale da permettergli di fermarsi senza impattare il leader anche se questo ultimo frena in maniera brusca. In particolare il guidatore del

veicolo n basa il suo comportamento sullo spazio che il leader dovrebbe percorrere frenando con un certo tasso di decelerazione. In altre parole, il guidatore effettua una stima della decelerazione del leader (\hat{b}_{n-1}). La velocità del veicolo viene quindi calcolata supponendo che il guidatore utilizzi il massimo tasso di decelerazione (b_n) e che la sua azione sia ritardata, rispetto a quella del leader, di un tempo di reazione (τ). Gipps introduce anche un tempo di reazione aggiuntivo (θ) che permette al guidatore di non adottare sempre un decelerazione pari a b_n ; viene così modellizzato un comportamento conservativo del guidatore, il quale seleziona una velocità tale da arrestarsi senza impattare pur frenando dopo un tempo θ . La figura 3.2 mostra i profili di velocità del leader e del follower dai quali è possibile ottenere la formula di Gipps per il regime di car-following.

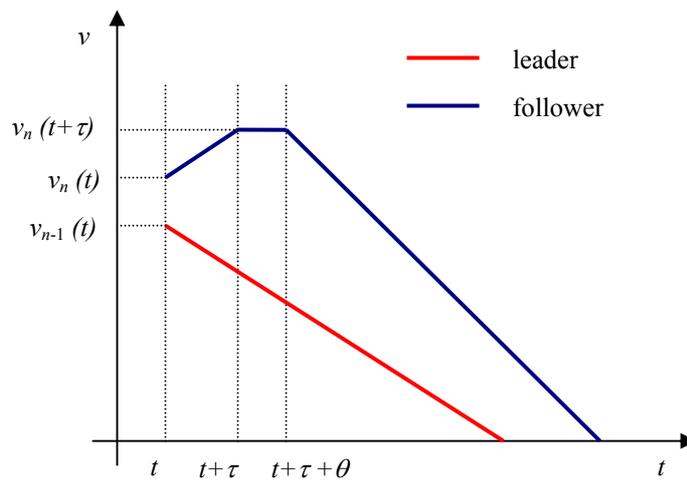


Figura 3.2 – Profilo di velocità per il calcolo della velocità di Gipps.

Secondo Gipps, assumendo che θ sia pari a $\tau/2$ e che il guidatore non sottostimi il tasso di decelerazione del veicolo che lo precede (ovvero che $\hat{b}_{n-1} \geq b_{n-1}$), il guidatore è in grado di mantenere indefinitamente un stato di sicurezza. Tali assunzioni sono piuttosto restrittive e per tale motivo, nel seguito, verrà analizzato il comportamento del modello anche quando la stima del tasso di decelerazione del leader è inferiore al suo effettivo valore.

Per poter utilizzare il modello è necessario aggiungere all'equazione della velocità anche quella della posizione:

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = v_n(t)$$

Il sistema di equazioni differenziale composto da questa equazione e da quella della velocità è però complesso da risolvere. Tuttavia, Gipps osserva che può essere risolto numericamente utilizzando un passo di integrazione uguale al tempo di reazione τ . Per cui egli adotta l'accorgimento di utilizzare uno schema di integrazione trapezoidale per discretizzare l'equazione della posizione mediante:

$$x_n(t + \tau) = x_n(t) + \frac{\tau}{2} \cdot [v_n(t + \tau) + v_n(t)] \quad (3)$$

Ciò fa sì che i valori di velocità e posizione del veicolo all'istante $t + \tau$ dipendano solo dai valori assunti dalle variabili all'istante t , senza dover tenere conto di ciò che succede in istanti intermedi. Questo modo di procedere permette di riscrivere le equazioni di velocità e posizione come un sistema discreto di due mappe accoppiate:

$$\begin{cases} v_n^{k+1} = F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] \\ h_n^{k+1} = h_n^k + \frac{\tau}{2} \cdot (v_{n-1}^k - v_n^k) + \frac{\tau}{2} \cdot (F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k]) \end{cases} \quad (4)$$

con:

$$F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] = -b_n \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta \right) + \sqrt{b_n^2 \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta \right)^2 + b_n \cdot \left[2 \cdot (h_n^k - S_{n-1}) - \tau \cdot v_n^k + \frac{(v_{n-1}^k)^2}{\hat{b}_{n-1}} \right]}$$

3.3 Soluzioni di stato stazionario

In questo paragrafo vengono esaminate le soluzioni di stato stazionarie, ovvero il comportamento in condizioni di equilibrio, di una coppia di veicoli le cui dinamiche sono definite dal sistema (4).

Le condizioni di equilibrio di un modello di car-following si ottengono quando due veicoli viaggiano a velocità uguali e costanti e mantengono un distanziamento costante. Tale condizione implica quindi che:

$$\begin{aligned} v_n^k &= v_e \\ h_n^k &= h_e \end{aligned} \quad \forall n, k$$

dove v_e e h_e sono rispettivamente la velocità e il distanziamento di equilibrio.

Sostituendo la velocità e il distanziamento di equilibrio nel sistema (4), si ottiene l'annullamento della seconda equazione (relativa al distanziamento), mentre la prima equazione diventa:

$$v_e = F[h_e, v_e] = -b_n \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right) + \sqrt{b_n^2 \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right)^2 + b_n \cdot \left[2 \cdot (h_e - S) - \tau \cdot v_e + \frac{v_e^2}{\hat{b}_{n-1}}\right]},$$

ovvero:

$$\left[v_e + b_n \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right)\right]^2 = b_n^2 \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right)^2 + b_n \cdot \left[2 \cdot (h_e - S) - \tau \cdot v_e + \frac{v_e^2}{\hat{b}_{n-1}}\right],$$

da cui, semplificando, si ottiene:

$$h_e = S + v_e \cdot (\tau + \theta) + \frac{v_e^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{b_n} - \frac{1}{\hat{b}_{n-1}}\right). \quad (5)$$

Questa legge, caratterizzante il distanziamento tra i veicoli all'equilibrio, è strettamente crescente fino alla velocità desiderata del veicolo, ovvero nell'intervallo $[0, V^{max}]$. Per $v_e = V^{max}$ si ottiene una funzione a più valori al crescere del distanziamento. Fisicamente questa equazione ha il seguente significato:

“All'equilibrio, il guidatore mantiene un distanziamento rispetto alla parte posteriore del veicolo che lo precede pari allo spazio che egli percorre durante il suo tempo di reazione incrementato del tempo aggiuntivo di sicurezza più un spazio che corrisponde ad una stima della differenza tra il suo spazio di arresto e quello del suo leader”.

Nel seguito si ipotizzerà che tutti i veicoli si comportino allo stesso modo, ovvero i parametri del modello sono uguali per tutti i veicoli. In tal caso si può scrivere:

$b_n = b$ e $\hat{b}_{n-1} = \hat{b}$ e l'equazione (5) diventa:

$$h_e = S + v_e \cdot (\tau + \theta) + \frac{v_e^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right). \quad (6)$$

L'ultima aliquota di questa formula è di particolare importanza. Quando il guidatore stima un tasso di decelerazione del suo leader pari al suo ($\hat{b} = b$), egli mantiene un distanziamento tale da iniziare a frenare quando la parte anteriore del suo veicolo raggiunge il punto in cui si trovava quella posteriore del leader quando questo ultimo ha iniziato a frenare. Se invece il guidatore stima di avere un tasso di decelerazione maggiore del suo leader ($\hat{b} > b$) e quindi l'ultimo termine

dell'equazione (6) è negativo, egli inizierà a frenare in un punto più lontano rispetto a quello in cui il leader ha iniziato la frenata.

Tale comportamento, che intuitivamente appare essere rischioso, è in effetti critico per la stabilità del modello. Appare quindi chiaro che, come già anticipato dallo stesso Gipps, il modello si basa principalmente sul rapporto tra la capacità di decelerazione del veicolo e del suo leader.

3.3.1 Relazioni fondamentali del deflusso

A partire dalla relazione di equilibrio tra distanziamento e velocità è possibile ricavare le relazioni fondamentali del deflusso.

È però necessario distinguere il caso in cui il guidatore stima che il tasso di decelerazione del veicolo che lo precede sia uguale al suo da quello in cui stima sia diverso (maggiore o minore).

Nel seguito la portata, la densità e le velocità veicolari saranno indicati rispettivamente in veic/h, veic/km e km/h.

Caso 1:

Quando $b = \hat{b}$, l'equazione (6) diventa: $h_e = S + v_e \cdot (\tau + \theta)$. La velocità v_e deve essere limitata ad un valore massimo V^{\max} , in corrispondenza del quale il distanziamento assume qualunque valore maggiore di $h_e^* = S + V^{\max} \cdot (\tau + \theta)$. L'andamento di questa funzione è mostrato nella figura 3.3.

Essendo la densità veicolare pari all'inverso del distanziamento medio tra i veicoli: $k_e = \frac{1}{h} = \frac{1}{h_e}$, risolvendo l'equazione che mette in relazione h_e e v_e e considerando che essa è limitata dalla velocità massima V^{\max} , si ottiene la seguente relazione tra velocità e densità veicolare:

$$v_e = \min \left\{ V^{\max}, 3.6 \cdot \frac{\frac{1000}{k_e} - S}{\tau + \theta} \right\},$$

il cui andamento è mostrato nella figura 3.4.

Se si considera poi l'equazione fondamentale del deflusso, $q = k \cdot \bar{v}_s$, è possibile ottenere anche la relazione che mette in relazione la portata e la densità veicolare (figura 3.5):

$$q_e = k_e \cdot v_e = \min \left\{ k_e \cdot V^{\max}, 3.6 \cdot k_e \cdot \frac{\frac{1000}{k_e} - S}{\tau + \theta} \right\}.$$

In maniera simile si può ricavare la relazione la portata e velocità di equilibrio (figura 3.6):

$$q_e = k_e v_e = \frac{v_e}{h_e} = \frac{1000 \cdot v_e}{S + \frac{1}{3.6} \cdot v_e \cdot (\tau + \theta)}.$$

In corrispondenza della velocità massima la portata assume tutti i valori inferiori a:

$$q_e^* = \frac{1000 \cdot V^{\max}}{S + \frac{1}{3.6} \cdot V^{\max} \cdot (\tau + \theta)}.$$

Le figure relative alle relazioni fondamentali del deflusso, nel caso in cui $b = \hat{b}$, sono state ottenute per: $b = 3.0 \text{ m/s}^2$, $\tau = 0.67 \text{ s}$, $\theta = 0.33 \text{ s}$, $S = 6.0 \text{ m}$ e $V^{\max} = 120 \text{ km/h}$.

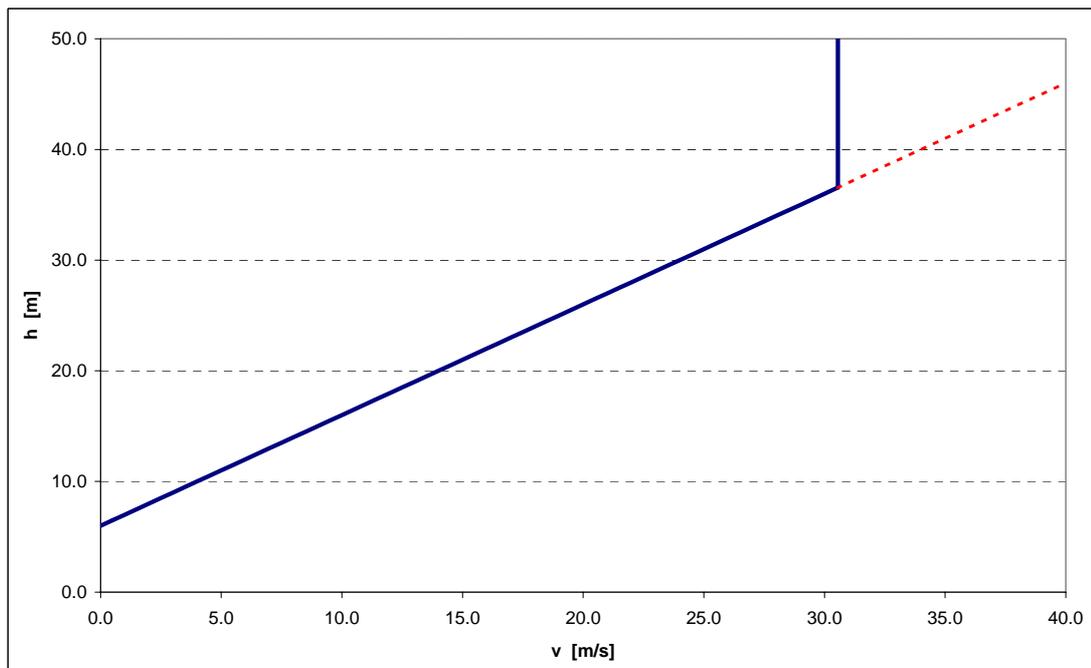


Figura 3.3 – Relazione distanziamento e velocità per $b = \hat{b}$.

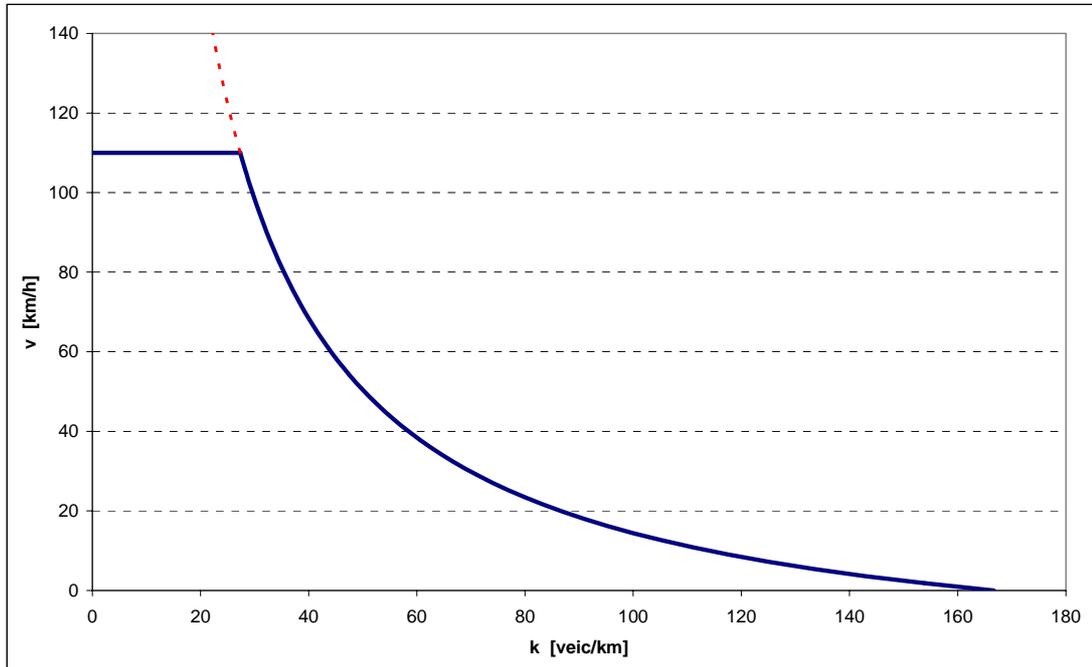


Figura 3.4 – Relazione velocità e densità per $b = \hat{b}$.

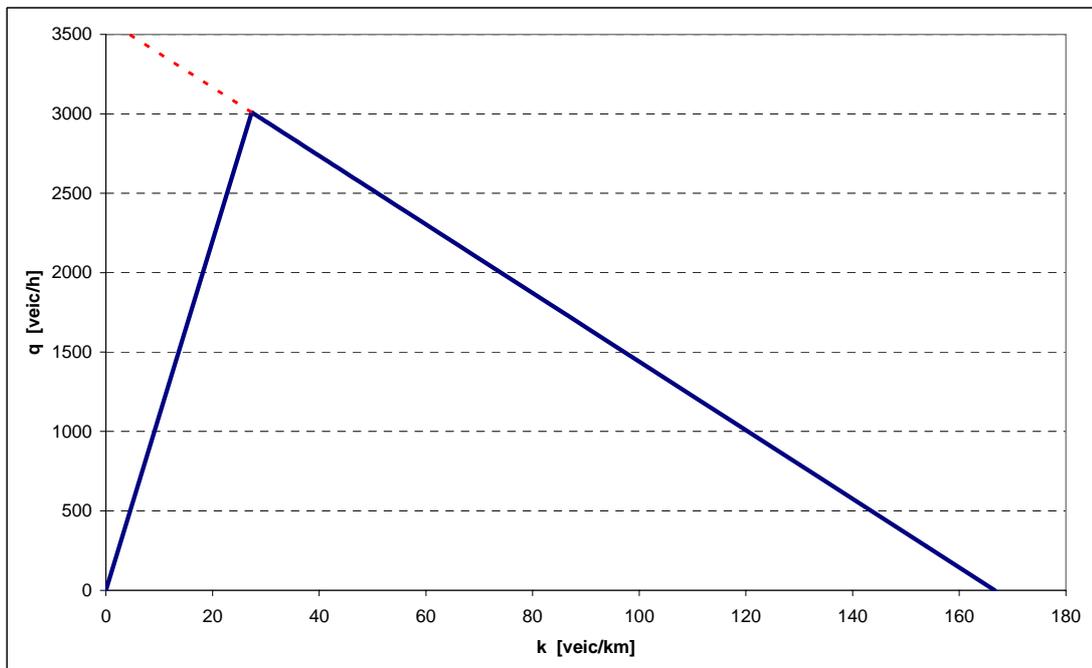


Figura 3.5 – Relazione flusso e densità per $b = \hat{b}$.

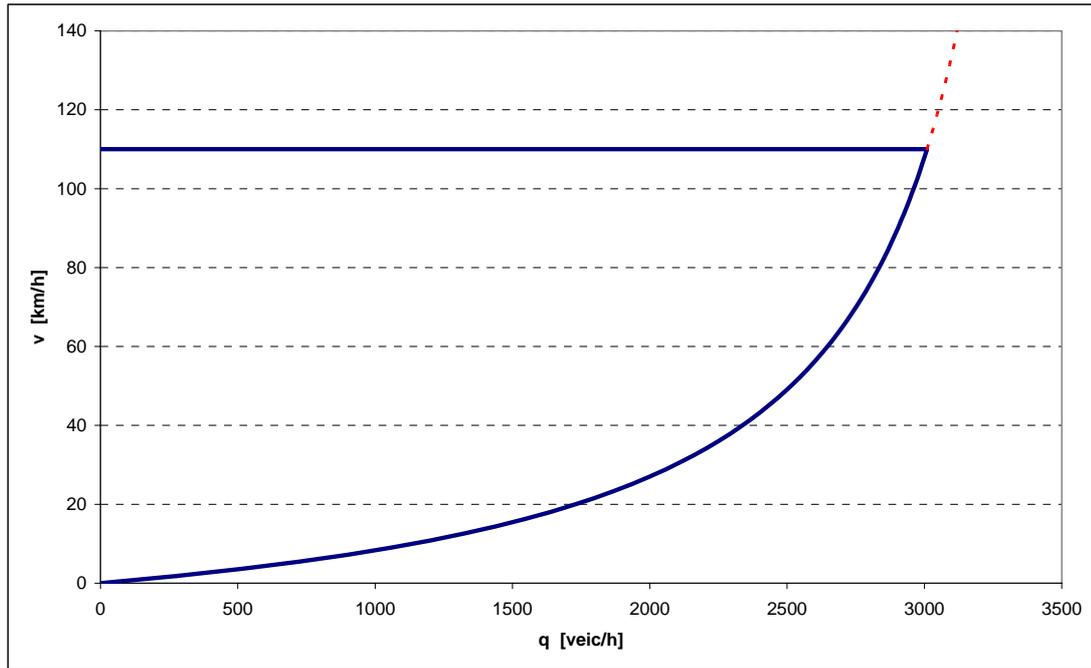


Figura 3.6 – Relazione velocità e flusso per $b = \hat{b}$.

I grafici relativi alle relazioni tra flusso, densità e velocità non sono del tutto coerenti con la realtà. La relazione velocità-densità presenta infatti un asintoto verticale (tratto evidenziato in rosso nella figura 3.4); se non limitato da una velocità massima, all'aumentare della velocità la densità non si annulla mai. La relazione portata-densità, inoltre, è lineare (figura 3.5) e non presenta quindi un massimo. La capacità si ottiene quindi sempre in corrispondenza della velocità massima, il che non rispecchia ciò che accade nelle situazioni reali. In maniera analoga, la relazione velocità-portata è una funzione sempre crescente (vedere tratto rosso in figura 3.6) e non un arco di parabola come ci si aspetterebbe.

Caso 2:

Nel caso in cui $b \neq \hat{b}$, le tre equazioni fondamentali ottenibili a partire dall'equazione (6) sono le seguenti:

$$v_e = \min \left\{ V^{\max}, 3.6 \cdot \frac{\tau + \theta}{\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right)} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \left(\frac{1000}{k_e} - S\right) \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right)}{(\tau + \theta)^2}} \right] \right\},$$

$$q_e = \min \left\{ k_e \cdot V^{\max}, 3.6 \cdot k_e \cdot \frac{\tau + \theta}{\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right)} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \left(\frac{1000}{k_e} - S\right) \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right)}{(\tau + \theta)^2}} \right] \right\} e$$

$$q_e = \frac{1000 \cdot v_e}{S + \frac{1}{3.6} \cdot v_e \cdot (\tau + \theta) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v_e}{3.6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right)} \quad (7)$$

Derivando l'equazione (7) rispetto a v_e si ottiene l'espressione della velocità critica:

$$v_c = 3.6 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot S}{\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}}}$$

Sostituendo poi tale velocità nell'equazione (7) si ottiene la formula della capacità per il modello macroscopico ricavato da Gipps in condizioni di deflusso stazionario:

$$q_{CAP} = \frac{3600}{\sqrt{2 \cdot S \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right)} + (\tau + \theta)}$$

Le formule per il calcolo della velocità critica e della capacità sono però valide solo nel caso in cui $\hat{b} > b$; nel caso contrario il radicando diventa negativo e non si ottengono quindi valori reali.

Le relazioni suddette hanno validità generali ma producono un comportamento diverso a secondo che b sia maggiore o minore di \hat{b} , ovvero che il guidatore sottostimi o sovrastimi il tasso di decelerazione del veicolo che lo precede.

Le figure da 3.7 a 3.10 mostrano l'andamento delle relazioni che legano distanziamento, velocità, densità e flusso nel caso in cui $b < \hat{b}$ (sovrastima del tasso di decelerazione del leader); esse sono state ottenute per: $b = 2.75 \text{ m/s}^2$, $\hat{b} = 3.0 \text{ m/s}^2$, $\tau = 0.67 \text{ s}$, $\theta = 0.33 \text{ s}$, $S = 6.0 \text{ m}$ e $V^{\max} = 110 \text{ km/h}$.

Le figure da 3.11 a 3.14 mostrano invece le stesse curve nel caso in cui $b > \hat{b}$ (sottostima del tasso di decelerazione del leader); esse sono state ottenute per: $b = 3.0 \text{ m/s}^2$, $\hat{b} = 2.75 \text{ m/s}^2$, $\tau = 0.67 \text{ s}$, $\theta = 0.33 \text{ s}$, $S = 6.0 \text{ m}$ e $V^{\max} = 110 \text{ km/h}$.

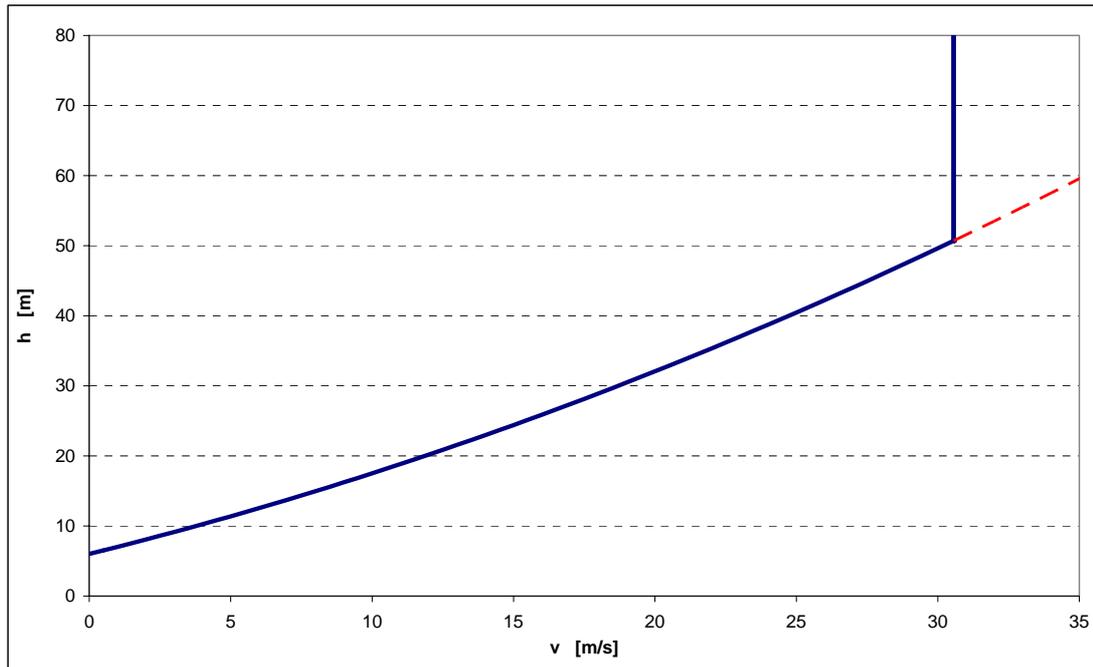


Figura 3.7 – Relazione distanziamento e velocità per $b < \hat{b}$.

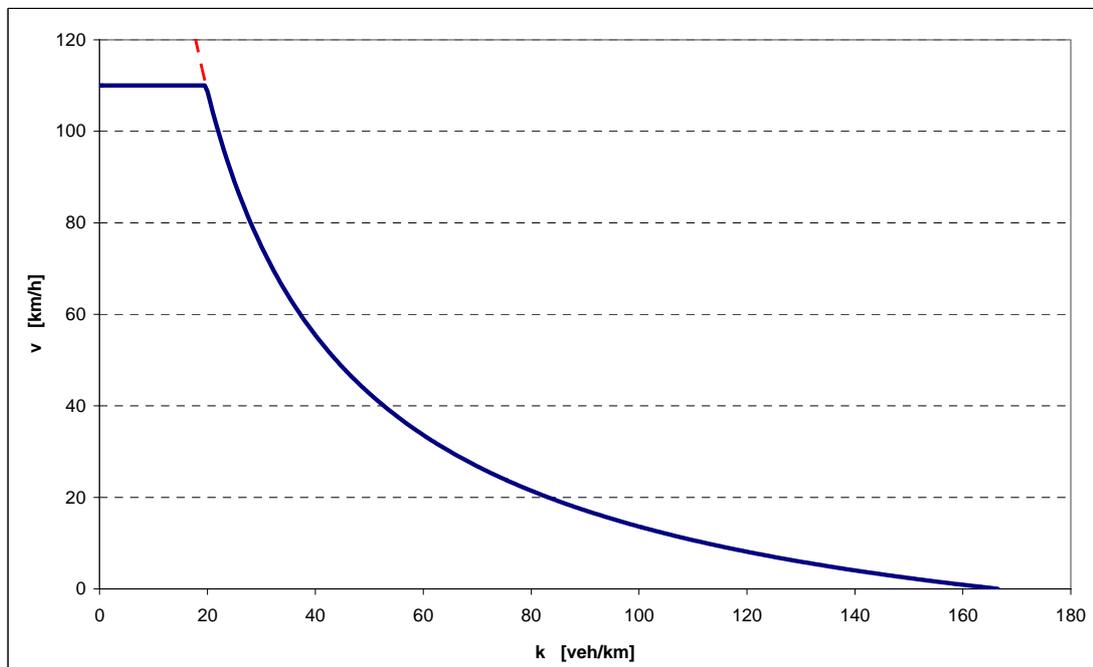


Figura 3.8 – Relazione velocità e densità per $b < \hat{b}$.

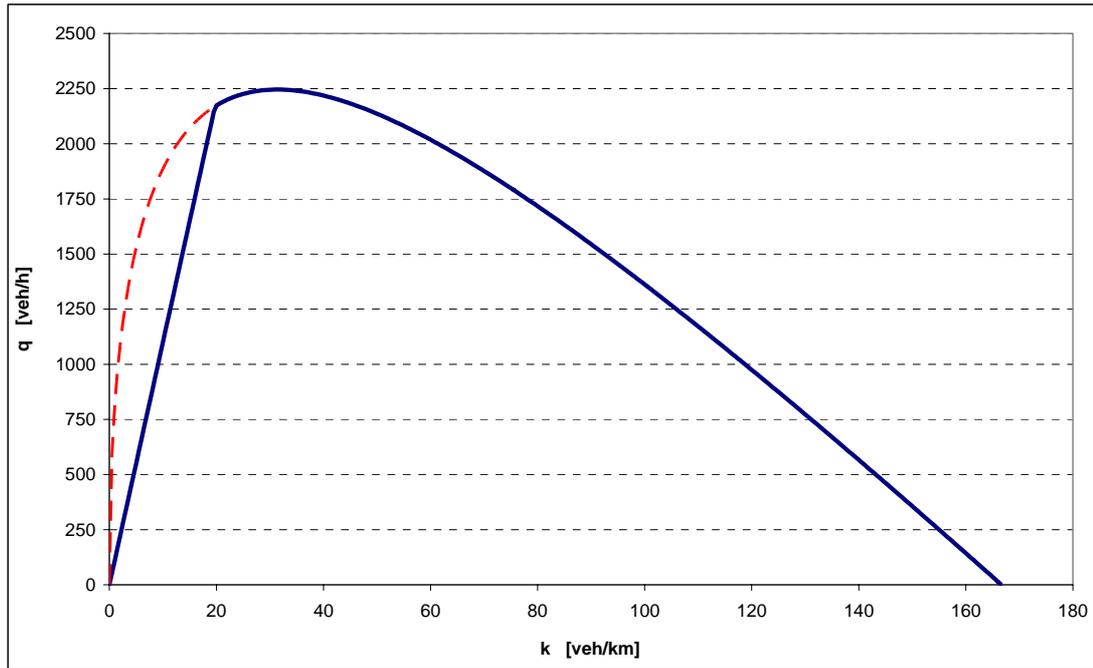


Figura 3.9 – Relazione flusso e densità per $b < \hat{b}$.

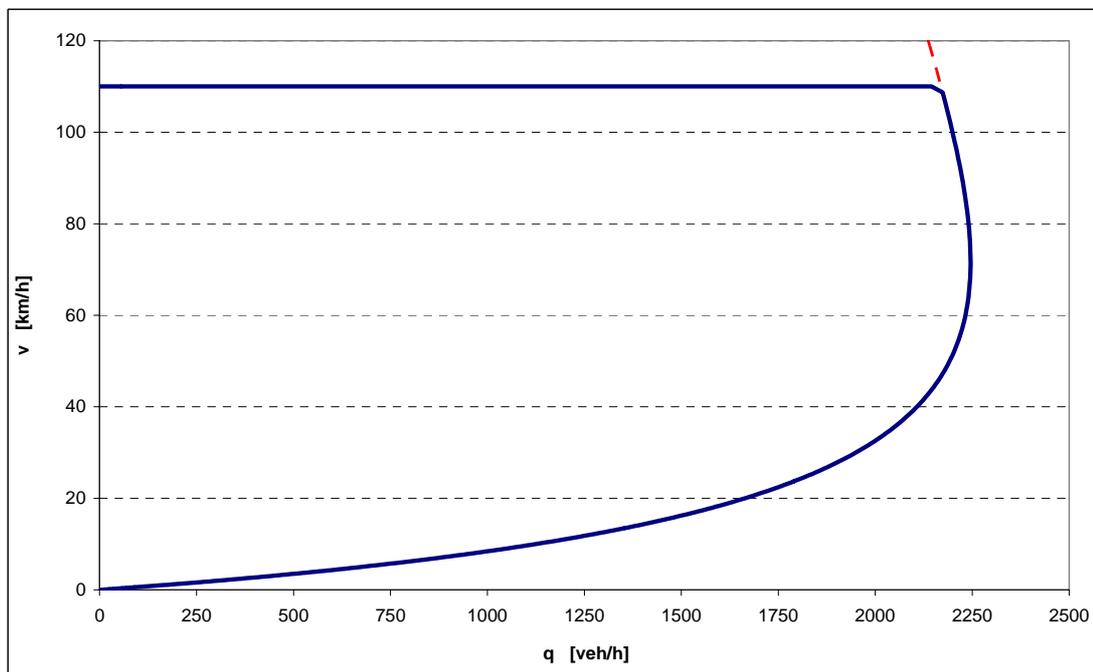


Figura 3.10 – Relazione velocità e flusso per $b < \hat{b}$.

Le relazioni che legano portata, densità e velocità nel caso in cui $b < \hat{b}$ sono più coerenti rispetto al caso $b = \hat{b}$, visto in precedenza. Anche in questo caso è necessario introdurre una velocità massima del flusso veicolare per evitare alcune incoerenze rispetto alla realtà. La relazione velocità-densità presenta anche in questo caso un asintoto verticale (figura 3.8), tuttavia la relazione portata-densità non è lineare e presenta un massimo (figura 3.9), coerentemente con quanto accade nella realtà. La stessa cosa si può osservare relativamente alla relazione velocità-portata (figura 3.10) dove sono facilmente individuabili i valori di capacità e di velocità critica. Tuttavia, per velocità maggiori di quella massima, il comportamento del modello sarebbe errato, in quanto la portata tenderebbe ad infinito.

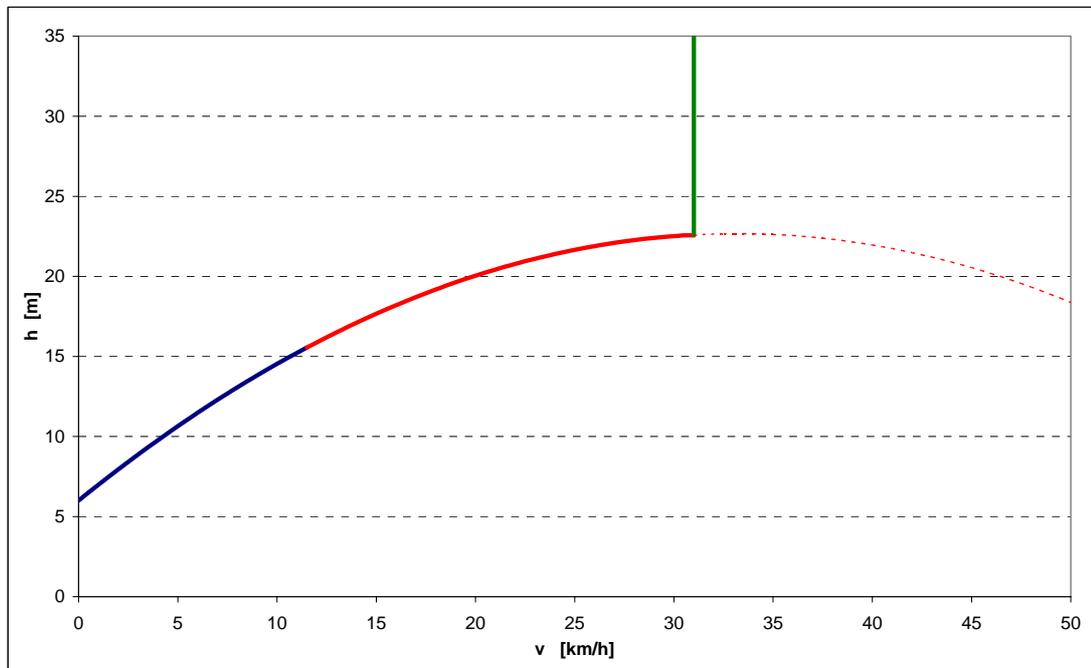


Figura 3.11 – Relazione distanziamento e velocità per $b > \hat{b}$.

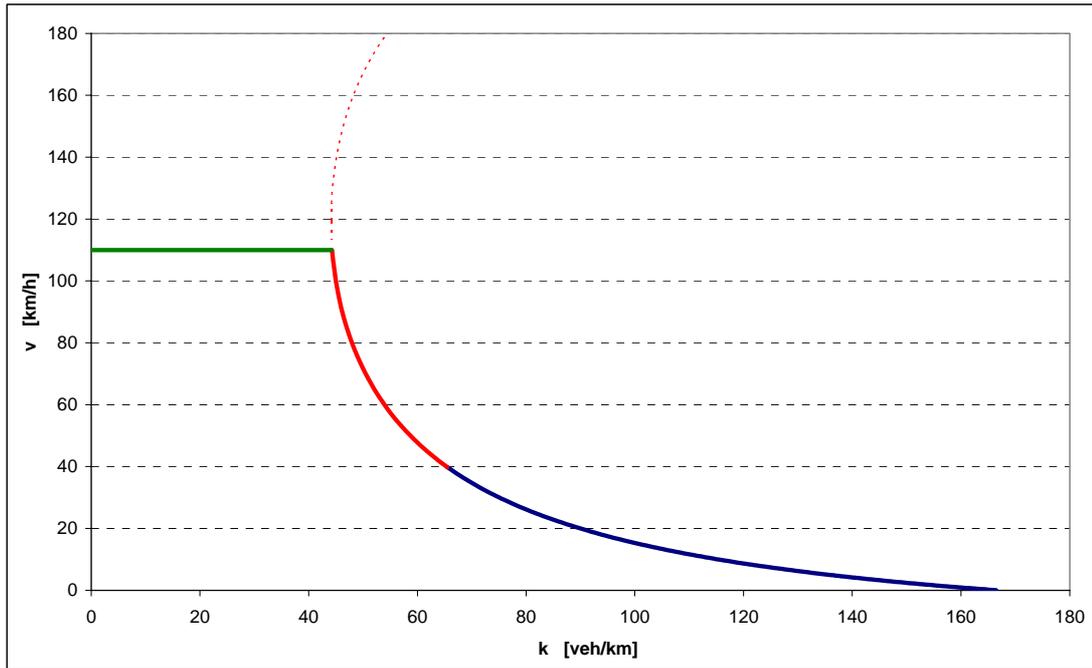


Figura 3.12 – Relazione velocità e densità per $b > \hat{b}$.

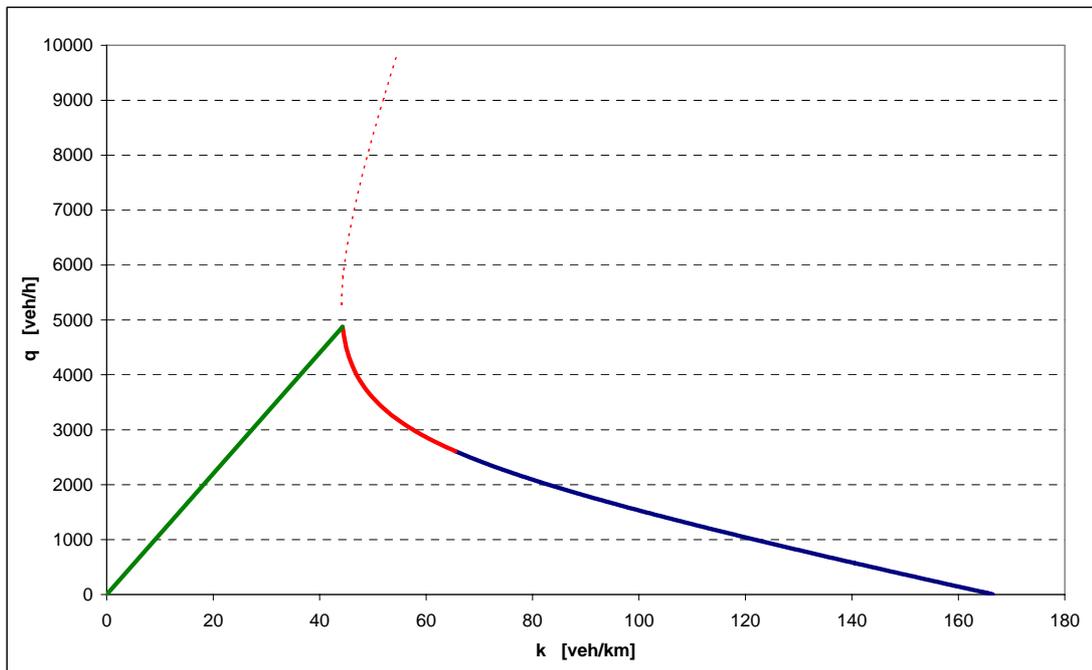


Figura 3.13 – Relazione flusso e densità per $b > \hat{b}$.

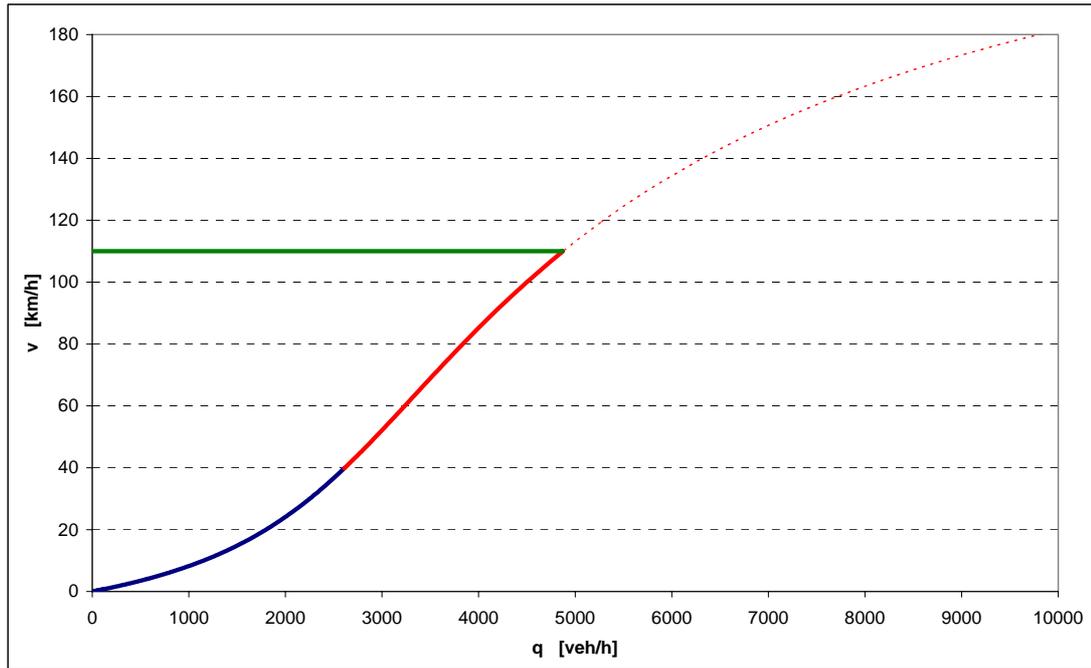


Figura 3.14 – Relazione velocità e flusso per $b > \hat{b}$.

Le figure relative al caso in cui $b > \hat{b}$ evidenziano alcuni limiti del modello in queste condizioni. Osservando la figura 3.11, si può notare come la relazione distanziamento-velocità non è strettamente crescente ma presenta un punto di massimo. Tale situazione non è realistica in quanto comporterebbe la presenza di due valori di velocità di equilibrio in corrispondenza di un valore di distanziamento. Derivando l'equazione (6) rispetto alla velocità si ottiene il valore di velocità massima oltre il quale il comportamento del modello diventa non coerente con la realtà:

$$V^{\max} = \frac{\tau + \theta}{\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b}}.$$

Per poter utilizzare il modello in queste condizioni, è quindi necessario imporre che tale limite non venga superato. Ciò implica che i diagrammi assumano le forme evidenziate in verde nelle figure invece che quelle indicate in rosso tratteggiato.

Osservando ancora il diagramma velocità-portata, si può notare, in corrispondenza del passaggio dalla curva blu alla rossa, la presenza di un flesso che indica una tendenza del flusso veicolare a crescere indefinitamente all'aumentare della velocità.

Anche se limitato dalla presenza della velocità massima, si osserva comunque un comportamento poco coerente. Si notano soprattutto l'assenza di un massimo nella curva e dei valori di flusso troppo elevati rispetto alla realtà.

Queste considerazioni ci portano a concludere che l'utilizzo del modello di deflusso stazionario ricavato da Gipps, quando il guidatore non sovrastima il tasso di decelerazione del leader, può portare a risultati poco attendibili.

3.4 Analisi di stabilità del modello

In questo paragrafo vengono riportate le analisi di stabilità del modello di Gipps. Questa proprietà dei modelli di deflusso microscopici riveste particolare importanza per il realismo delle simulazioni. La stabilità di un modello si riferisce infatti alla sua capacità di reagire alle perturbazioni cui è soggetto un flusso veicolare. Un modello di moto longitudinale che sia realistico deve essere in grado di catturare fenomeni quali l'instabilità del deflusso ed al contempo deve essere in grado di "assorbire" determinate perturbazioni.

Nei prossimi paragrafi verranno prima descritti gli aspetti teorici riguardanti lo studio della stabilità dei modelli dinamici, in seguito verranno approfonditi i risultati di analisi di stabilità effettuate sul modello di Gipps.

Le definizioni di stabilità locale ed asintotica fornite nel capitolo 2 non coincidono con quelle utilizzate solitamente per lo studio dei sistemi dinamici non lineari. La stabilità di una coppia di veicoli (detta stabilità locale nella letteratura dei modelli di car-following) verrà nel seguito indicata come stabilità locale o stabilità locale asintotica (la differenza verrà chiarita nel seguito). La stabilità di un plotone di veicoli (detta stabilità asintotica nella letteratura dei modelli di car-following) verrà invece chiamata stabilità lungo il plotone.

3.4.1 Cenni sulla teoria della stabilità

La teoria della stabilità permette di verificare il comportamento di un sistema dinamico in seguito a variazioni delle condizioni in cui esso opera. Si tratta ad esempio di verificare se l'effetto sul sistema è della stessa entità della perturbazione o se le caratteristiche comportamentali del sistema variano. La stabilità può quindi

essere definita come quella proprietà delle evoluzioni di modificare di poco l'andamento a seguito di perturbazioni (Monaco, 2001).

Un dato sistema può essere pensato come caratterizzato da relazioni matematiche e da un insieme di parametri; un'evoluzione del sistema si ottiene fissando uno stato iniziale ed una funzione di ingresso. Una perturbazione del sistema può causare una variazione o dei parametri rispetto a valori di riferimento o dello stato iniziale o ancora degli input del sistema. Le analisi di stabilità di un modello dinamico come quello di car-following riguardano in particolare le perturbazioni sullo stato iniziale del sistema. Ad esempio, si pensi ad una coppia di veicoli che procedono alla stessa velocità con un distanziamento costante (stato iniziale); una frenata improvvisa del leader provoca una variazione dello stato iniziale del sistema, ovvero lo perturba.

Lo studio della stabilità degli stati di equilibrio si basa sulla teoria sviluppata da Lyapunov. Nel seguito si dirà che uno stato di equilibrio è stabile se le evoluzioni che hanno origine nelle sue vicinanze vi restano. Si dirà invece asintoticamente stabile se le evoluzioni, oltre a restare nelle vicinanze dello stato di equilibrio, ritornano a tale stato dopo un certo tempo.

Nel seguito verranno prima fornite alcune definizioni fondamentali, si passerà poi a presentare i criteri di verifica di stabilità utili ai nostri scopi (per maggiori approfondimenti a riguardo si rimanda a testi specialistici). Si farà riferimento nel seguito a sistemi a tempo continuo, particolarizzando quando necessario le definizioni anche per i sistemi a tempo discreto.

Principali definizioni:

Un sistema stazionario di equazioni differenziali che descrive la sua evoluzione può essere scritto come:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t)], \quad (8)$$

dove:

- $\underline{x}(t)$ rappresenta il vettore dello stato del sistema all'istante t ;
- $\underline{f}[\cdot]$ è una generica funzione vettoriale non lineare dello stato.

Uno stato \underline{x}_e si dice punto di equilibrio per il sistema se: $\underline{f}(\underline{x}_e) = 0$.

Definizione 1 - Lo stato di equilibrio \underline{x}_e è localmente stabile se per ogni numero reale $\varepsilon > 0$ esiste un altro numero reale $\delta > 0$ tale che, se $\|\underline{x}_0 - \underline{x}_e\| < \delta$, si ha $\|\underline{x}(t) - \underline{x}_e\| < \varepsilon, \forall t > 0$. Lo stato è localmente instabile altrimenti.

Un punto di equilibrio è quindi localmente stabile se, data una qualsiasi traiettoria che evolve a partire da un punto interno ad una sfera di raggio δ , tale traiettoria evolve mantenendosi all'interno della sfera di raggio ε .

Definizione 2 - Lo stato di equilibrio \underline{x}_e è localmente asintoticamente stabile se è localmente stabile e vale la seguente proprietà: esiste un $\delta_a > 0$ tale che, se $\|\underline{x}_0 - \underline{x}_e\| < \delta_a$, risulta: $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\underline{x}(t) - \underline{x}_e\| = 0$.

L'equilibrio è quindi localmente asintoticamente stabile se, data una traiettoria che evolve a partire da un punto interno ad una sfera di raggio δ_a , essa tende a convergere al punto di equilibrio.

Le proprietà suddette hanno validità locale, ovvero riguardano il comportamento per piccole perturbazioni, esse diventano globali quando valgono a partire da qualsiasi stato iniziale.

Definizione 3 - Uno stato di equilibrio è globalmente stabile se, per ogni $\varepsilon > 0$, data una generica traiettoria $\underline{x}(t)$, si ha $\|\underline{x}(t) - \underline{x}_e\| < \varepsilon, \forall t > 0$.

Definizione 4 - Uno stato di equilibrio si dice globalmente asintoticamente stabile se è globalmente stabile e la generica traiettoria $\underline{x}(t)$ è tale che: $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\underline{x}(t) - \underline{x}_e\| = 0$.

In questo ultimo caso, si ha che, comunque sia grande la perturbazione, l'evoluzione corrispondente resta limitata e tende all'equilibrio.

È importante notare che, nel caso di sistemi lineari, la stabilità di un punto di equilibrio è sempre globale; non vi è cioè distinzione con quella locale. Questa condizione non è valida nel caso di sistemi non lineari.

Metodi risolutivi:

La verifica delle proprietà suddette è un aspetto piuttosto complesso dal punto di vista matematico. Tuttavia, basandosi sui risultati ottenuti da Lyapunov, è possibile individuare due metodi di analisi: l'approccio diretto e quello indiretto.

Il metodo diretto permette di verificare tutte le proprietà di stabilità di un sistema non lineare (sia dovute a piccole che grandi perturbazioni) mediante la definizione di particolari funzioni scalari, dette di Lyapunov. La verifica dell'esistenza di una funzione di Lyapunov per il sistema in esame garantisce la stabilità locale o globale. L'individuazione di queste funzioni per un sistema è tuttavia un'operazione piuttosto complicata che viene solitamente effettuata per tentativi.

In alternativa, se si è interessati alla sola verifica della stabilità locale di un sistema, è possibile utilizzare il metodo indiretto di Lyapunov. Questo metodo si basa sull'analisi del sistema lineare approssimante quello in esame intorno ad uno stato di equilibrio di cui si vuole studiare la stabilità.

Data una piccola perturbazione dello stato del sistema $\delta \underline{x}(t)$, è possibile scrivere: $\delta \underline{x}(t) = \underline{x}(t) - \underline{x}_e$. La linearizzazione del sistema attorno allo stato di equilibrio fornisce quindi:

$$\partial \dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \cdot \delta \underline{x}(t), \quad (9)$$

dove \underline{A} è lo Jacobiano della funzione $f[\cdot]$ calcolato nel punto di equilibrio, ovvero:

$$\underline{A} = J(\underline{x}_e) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}.$$

Definizione 5 – Lo stato di equilibrio della dinamica non lineare è localmente asintoticamente stabile se il sistema lineare approssimante è asintoticamente stabile.

Una volta linearizzato il sistema, è quindi sufficiente studiare la stabilità del sistema lineare approssimante per avere informazioni su quella del sistema di partenza.

La matrice \underline{A} riportata nell'equazione (9) è detta matrice dinamica del sistema lineare. Per i sistemi lineari la condizione di stabilità locale equivale a verificare che gli autovalori della matrice dinamica abbiano parte reale inferiore o uguale a zero. La stabilità locale asintotica invece richiede che gli autovalori abbiano parte reale strettamente negativa. L'asse immaginario divide quindi i modi di evoluzione delle traiettorie in due categorie: convergenti (parte negativa) e divergenti (parte positiva).

Nel caso di sistemi a tempo discreto, il sistema ottenuto dalla linearizzazione del sistema dinamico di partenza attorno al punto di equilibrio è: $\underline{x}_{k+1} = \underline{A} \cdot \underline{x}_k$. In questo caso, il sistema è asintoticamente stabile se tutti gli autovalori della matrice \underline{A} sono interni al cerchio unitario, ovvero se: $|\lambda_k| < 1, \forall k$. Tale condizione è evidenziata nella figura 3.15.

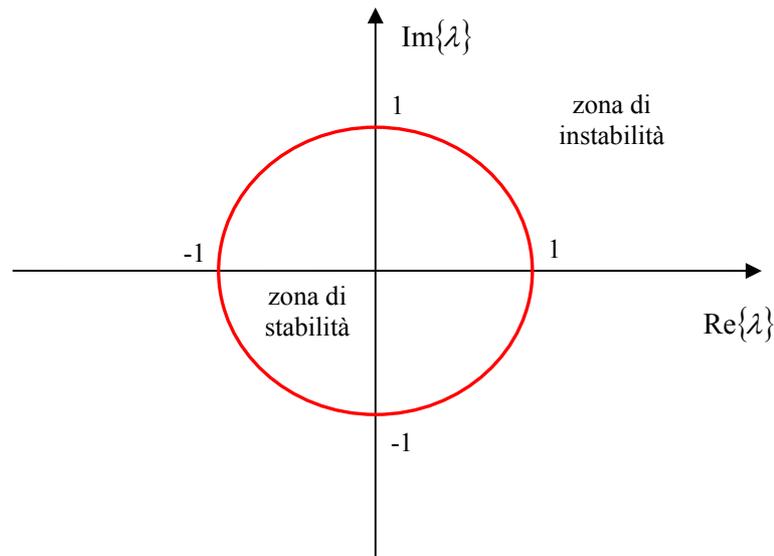


Figura 3.15 – Cerchio unitario per sistemi a tempo discreto.

3.4.2 Stabilità del modello di Gipps

La stabilità locale del modello di Gipps, ovvero l'evoluzione delle piccole perturbazioni sovrapposte ad uno stato di equilibrio, è stata studiata da Wilson (2001). Ciò ha permesso di verificare in quali condizioni queste perturbazioni vengono assorbite (stabilità) o aumentano (instabilità). Nel seguito verrà brevemente descritta la procedura seguita e verranno evidenziati i risultati principali.

Il modello dinamico al quale si fa riferimento è il sistema di mappe accoppiate (4) già descritto in precedenza. Lo stato di equilibrio cui si fa riferimento è quello in cui i veicoli viaggiano ad una velocità costante v_e , con un distanziamento costante h_e .

Considerando delle piccole perturbazioni $(\partial h_n^k, \partial v_n^k)$ e linearizzando il modello attorno allo stato di equilibrio è possibile ricavare un sistema di mappe

accoppiate lineare che fornisce l'evoluzione delle perturbazioni della velocità e del distanziamento.

Considerando N veicoli (quindi un sistema di $2N$ mappe accoppiate) che si muovono su una strada circolare in modo tale che l' N -esimo veicolo sia il leader del primo, è possibile ottenere un'equazione che mette in relazione gli autovalori della matrice dinamica del sistema linearizzato con i parametri del modello di Gipps. Come detto in precedenza, l'analisi degli autovalori permette di individuare le condizioni di stabilità del modello.

Wilson ha verificato che, così come già anticipato da Gipps, per $b \leq \hat{b}$ la stabilità del modello è sempre garantita. Nel caso invece in cui il guidatore sottostimi il tasso di decelerazione del suo leader, si ottiene la seguente condizione di instabilità:

$$v_e > \frac{\theta}{\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b}}. \quad (10)$$

Quando $b > \hat{b}$ si ricorda anche che, affinché il modello sia ben definito, la velocità massima dei veicoli non deve superare il seguente limite:

$$V^{\max} \leq \frac{\tau + \theta}{\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b}}. \quad (11)$$

Queste due condizioni definiscono una regione di instabilità per il modello di Gipps. Lo stato di equilibrio può quindi essere destabilizzato:

- diminuendo il tasso di decelerazione stimato dal follower \hat{b} ;
- aumentando il tasso di decelerazione desiderato del follower b ;
- aumentando la velocità di equilibrio v_e ;
- diminuendo il tempo di ritardo di sicurezza θ .

A titolo di esempio, supponiamo di fissare i valori dei parametri del modello e di calcolare le velocità massima e minima fornite dalle equazioni (10) e (11). Nel caso in cui $\tau = 0.67$ s, $\theta = 0.33$ s, $b = 3.0$ m/s² e $\hat{b} = 2.8$ m/s², si ottiene, dall'equazione (10), un limite inferiore pari a $v_{min} = 14.1$ m/s e, dall'equazione (11) un limite superiore pari a $v_{max} = 42.2$ m/s. Ciò significa quindi che, nel caso in cui le velocità di equilibrio dei veicoli sia compresa tra questi due limiti, il comportamento del modello sarà instabile. La stabilità alle piccole perturbazioni è quindi garantita per basse velocità di equilibrio.

Il valore del tasso di decelerazione stimato dal follower influenza molto il comportamento del modello, infatti, diminuendo tale valore diminuisce anche la velocità massima oltre la quale il modello non è ben definito e quindi inutilizzabile.

La regione di instabilità ottenibile dalle relazioni (10) e (11) ha comunque un'ampiezza limitata. Fissando i valori di tutti i parametri tranne il tasso di decelerazione stimato dal follower, si possono ottenere due valori limite di \hat{b} che definiscono l'intervallo in cui il modello è ben definito e instabile. Ad esempio, ponendo $\tau = 0.67 \text{ s}$, $\theta = 0.33 \text{ s}$, $b = 3.0 \text{ m/s}^2$, $v_e = 20 \text{ m/s}$ e $V^{\max} = 30 \text{ m/s}$, si ottiene: $\hat{b}_{\min} = 2.72 \text{ m/s}^2$ e $\hat{b}_{\max} = 2.85 \text{ m/s}^2$, a dimostrazione della limitata ampiezza della regione di instabilità.

3.5. Considerazioni sul modello

Le relazioni di stato stazionario sono state ottenute imponendo una condizione di equilibrio per il modello di Gipps. Ciò ha permesso di tracciare i diagrammi fondamentali relativi alle relazioni tra portata, densità e velocità imponendo alcune condizioni sui parametri del modello. È stato così verificato che, nel caso in cui il guidatore sovrastimi il tasso di decelerazione del leader, il funzionamento del modello è coerente anche da un punto di vista macroscopico. Ciò non è però vero nel caso opposto; quando $b \geq \hat{b}$ infatti i diagrammi fondamentali diventano poco rappresentativi delle condizioni reali e presentano un intervallo di valori incoerente.

Le considerazioni relative alle soluzioni stazionarie del modello forniscono un interessante spunto riguardo alla calibrazione dei parametri del modello. Nel quarto capitolo verrà proposta una metodologia di calibrazione dei parametri del modello di Gipps basata sulle relazioni stazionarie derivate da esso.

L'analisi di stabilità del modello di Gipps ha evidenziato la possibile esistenza di una regione di instabilità. Infatti, quando il guidatore sottostima il tasso di decelerazione del veicolo che lo precede ed in corrispondenza di determinati valori dei parametri, è possibile ottenere instabilità nel deflusso veicolare. È stato tuttavia verificato che l'ampiezza di questa regione è piuttosto limitata, per cui la scelta dei parametri da adottare risulta complessa.

Oltre a questo, è necessario notare che l'esistenza di una soluzione per il modello di Gipps non è affatto garantita. Infatti può accadere che, durante la simulazione, la soluzione del modello perda di significato fisico; ciò è dovuto alla presenza nella formula (2) della radice quadrata (i termini sotto radice possono fornire un risultato negativo). Questa condizione si può realizzare solo quando il guidatore sottostima il tasso di decelerazione del leader ($b > \hat{b}$) ed appare più evidente quanto più grandi sono i valori di τ e θ (Punzo, 2002).

Bisogna anche dire che tutte le considerazioni riportate sopra valgono nell'ipotesi che tutti i guidatori abbiano le stesse proprietà, ovvero che i parametri del modello siano uguali per tutti i veicoli (motivo per cui finora si è fatto riferimento a termini generici dei parametri). Naturalmente questa assunzione non è realistica; la maggior parte dei programmi di simulazione che implementano un modello microscopico permettono di considerare diverse categorie di veicoli, così come diversi tipi di comportamento dei guidatori. Riguardo al modello di Gipps, quando si considerano differenti valori dei parametri b_n e \hat{b}_{n-1} , è necessario confrontare il tasso di decelerazione stimato dal follower con quello effettivamente adottato dal veicolo leader. In altre parole, per valutare la stabilità del modello non bisogna confrontare \hat{b}_{n-1} con b_{n-1} quanto piuttosto \hat{b}_{n-1} con d_{n-1} (tasso di decelerazione effettivo del leader). Ciò è dovuto al fatto che, se si considerano parametri diversi per i guidatori, l'effettivo tasso di decelerazione di un veicolo può essere diverso del suo valore massimo ($d_n \neq b_n$).

La possibile non esistenza di soluzione, il comportamento non realistico dei modelli di deflusso macroscopici e la piccola ampiezza della regione di instabilità rendono quindi impossibile la simulazione dei fenomeni di instabilità del traffico e limitano quindi molto l'utilizzo del modello di Gipps. Queste considerazioni forniscono comunque una serie di spunti per migliorare il modello e renderlo più realistico.

Una possibilità per migliorare il modello di Gipps consiste nel considerare strutture modellistiche alternative. In particolare l'utilizzo di schemi predittivi appare particolarmente interessante in quanto permettono, mediante la previsione di stati futuri, di svincolare il modello dall'uso di un passo di integrazione pari al tempo di reazione dei guidatori e quindi di utilizzare uno passo qualsiasi (grande o piccolo che

sia). Anche in questo caso, i benefici potrebbero riguardare una migliore riproduzione dei fenomeni di instabilità grazie alla presa in conto di un effettivo ritardo di reazione. Uno dei vantaggi di questo tipo di strutture sta nel fatto che l'analisi di stabilità è realizzabile in maniera agevole analogamente a quanto visto per il modello originale di Gipps. La tematica relativa all'utilizzo di modelli predittivi verrà approfondita nel quinto capitolo.

Riferimenti bibliografici

- AIMSUN 5.0 Microsimulator User's Manual 5.0.6, Transport Simulation Systems, 2005.
- Gipps P.G. (1981) "A behavioural car-following model for computer simulation" *Transportation Research-B*, 15, pp. 105–111.
- Liu R., Van Vliet D., Watling D. P. (1995) "DRACULA: Dynamic route assignement combining user learning and microsimulation" *PTRC*, vol. E, pp. 143-152.
- Monaco S. (2001) "Teoria dei Sistemi. Appunti delle lezioni" Università di Roma "La Sapienza".
- Paramics microsimulation, SIAS Limited, <http://www.sias.com/sias/homepage.html>, 2006.
- Punzo V. (2002) "A behavioural multi-regime car-following model: developing, validation and applications" PhD Thesis, Biblioteca Nazionale di Firenze.
- SISTM, A Motorway Simulation Model. Leaflet LF2061. TRL Limited, 2003.
- Wilson E. R. (2001) "An analysis of Gipps's car-following model of highway traffic" *IMA Journal of Applied Mathematics*, vol. 66, pp. 509-537.

CAPITOLO VI

SVILUPPO DI UNA METODOLOGIA DI CALIBRAZIONE MULTI-UTENTE

4.1 Introduzione

Le dinamiche di deflusso veicolare sono il risultato di processi umani complessi e in parte stocastici. Per questo motivo i modelli microscopici di traffico sono in grado di rappresentare solo in maniera approssimata i comportamenti di guida. I parametri di questi modelli vanno quindi visti semplicemente come strumenti che permettono di tarare i modelli; ciò è vero anche quando, come nel caso del modello di Gipps, i parametri hanno un significato fisico preciso. Di conseguenza, i valori dei parametri che permettono al modello di avere prestazioni ottimali, non corrispondono necessariamente a valori osservabili nella realtà.

Nel primo capitolo (cfr. 1.6) si è visto come, di recente, alcuni studi siano stati realizzati con l'intento di calibrare i modelli di deflusso veicolare microscopici. Tali studi hanno evidenziato sia i limiti dei modelli che la necessità di realizzare le calibrazioni.

Allo stato attuale, i modelli microscopici necessitano, ai fini della calibrazione, di una quantità importante di dati reali relativi a traiettorie di veicoli. Tali dati non sono tuttavia facilmente ottenibili. È stato quindi proposto di utilizzare per la calibrazione dati aggregati di traffico (i quali sono largamente diffusi), come i conteggi di veicoli o le velocità (Ben Akiva et alii, 2004).

Una prima modo per utilizzare dati aggregati durante la calibrazione consiste nel utilizzare direttamente i programmi di microsimulazione del traffico, interfacciandoli con un algoritmo di ottimizzazione che, attraverso successive simulazioni, permette di individuare i valori dei parametri che minimizzano la differenza tra i dati osservati e quelli simulati. Tale approccio diviene però computazionalmente impossibile quando il numero di parametri da calibrare è elevato (Ciuffo et alii, 2006).

Il secondo approccio consiste invece nel derivare i modelli di deflusso macroscopici che corrispondono a quelli microscopici e quindi di realizzare la calibrazione di tali modelli su dati di traffico stazionari (Rakha et alii, 2003). Il principale vantaggio di questo approccio consiste nel fatto che permette di calibrare facilmente anche modelli dotati di un elevato numero di parametri. Inoltre, i parametri calibrati in questo modo sono coerenti con caratteristiche quali, ad esempio, la capacità dell'infrastruttura. La sua applicazione è tuttavia limitata al caso di flussi ininterrotti.

Nel capitolo precedente, si è visto come sia possibile ricavare dal modello di Gipps le equazioni macroscopiche del deflusso in condizioni stazionarie. Tali relazioni presentano il vantaggio di mettere analiticamente in relazione i parametri microscopici del modello con le caratteristiche del traffico (portata, velocità e densità).

A partire da queste relazioni è stata quindi sviluppata una procedura di calibrazione dei parametri del modello di Gipps. Dato però che nella pratica comune della simulazione è consuetudine considerare scenari in cui siano presenti più classi di veicoli, i modelli stazionari sono stati prima estesi al caso multi-utente. In questo modo i modelli sono in grado di riprodurre correttamente le dinamiche di flussi di veicoli misti.

Nel seguito verrà prima descritta la generalizzazione del modello stazionario al caso multi-utente, successivamente verrà presentata la metodologia di calibrazione di questo modello, infine saranno descritti i risultati di una calibrazione dei parametri effettuata su dati reali di traffico.

4.2 Modello di deflusso stazionario multi-utente

Il modello stazionario multi-utente può essere ricavato direttamente dall'equazione, vista nel terzo capitolo, che mette in relazione il distanziamento tra i veicoli e la velocità di equilibrio:

$$\bar{h} = S + v_e \cdot (\tau + \theta) + \frac{v_e^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}} \right). \quad (1)$$

Assumendo che veicoli appartenenti a categorie diverse osservano un distanziamento dal veicolo che li precede diverso, il modello multi-utente si ottiene combinando opportunamente tante equazioni (1) quante sono le classi di veicoli.

È necessario notare che l'applicabilità del modello multi-utente è relativa solo al caso $b < \hat{b}$ che, per quanto detto nel terzo capitolo, è l'unico che fornisce comportamenti aggregati del deflusso realistici.

La trattazione che segue si riferisce ad uno scenario con due corsie e due classi di veicoli; combinazioni diverse di corsie e di classi sono facilmente derivabili a partire da questo scenario.

Per definizione di equilibrio, tutti i veicoli che si trovano su una corsia, a prescindere dalla loro tipologia, viaggiano alla stessa velocità. Tale situazione di traffico, nel caso di due corsie e due classi di veicoli, è mostrata nella figura 4.1.

Nella figura 4.1-a sono mostrate due famiglie di traiettorie parallele che corrispondono al moto dei veicoli sulla corsia lenta e su quella veloce. I veicoli sulle due corsie non interagiscono tra di loro e viaggiano a velocità costante. Su entrambe le corsie sono presenti due classi di veicoli: la più numerosa (di colore blu in figura) verrà chiamata “classe 1”, mentre la meno numerosa (di colore rosso) verrà detta “classe 2”. I veicoli appartenenti alla “classe 1” osservano mediamente un distanziamento spaziale più piccolo dei veicoli della “classe 2” ($h_1 < h_2$). La “classe 1” rappresenta quindi il comportamento dei veicoli leggeri (automobili), mentre la “classe 2” quella di mezzi pesanti (bus o camion). Infine, è necessario notare che, per una stessa categoria ed a parità di velocità, i veicoli che si trovano sulla corsia veloce mantengono un distanziamento maggiore di quelli sulla corsia lenta; ciò è dovuto alla tipologia di funzione distanziamento-velocità assunta (data dall’equazione (1)).

La figura 4.1-b mostra una fotografia dello scenario di traffico all’istante di tempo t' . Si nota che, come si può evincere anche dall’equazione (1), i veicoli di una categoria mantengono lo stesso distanziamento a prescindere dal tipo di veicolo che li precede.

Visto che l’intento è di sviluppare un modello multi-utente stazionario, è necessario verificare che lo scenario mostrato nella figura 4.1, alla base del modello, sia anche esso stazionario. Per definizione, il traffico è stazionario se tutti le traiettorie dei veicoli sono parallele ed equidistanti, anche quando vi è sovrapposizione di famiglie di traiettorie con queste proprietà. Questa definizione di stazionarietà può essere in parte rilassata se si richiede solo che il tempo totale speso e lo spazio totale percorso da tutti i veicoli in una generica finestra risulta essere circa lo stesso a prescindere da dove questa finestra sia posizionata (Daganzo, 1997). Nello scenario di figura 4.1, questa ultima condizione è verificata se supponiamo che la distribuzione nello spazio e nel tempo dei veicoli delle diverse classi sia approssimativamente uniforme. Infatti, in tal caso, ogni finestra avrebbe due famiglie di traiettorie parallele con circa lo stesso numero di veicoli dalle diverse classi. È

quindi possibile affermare che lo scenario di traffico mostrato nella figura 4.1 è stazionario.

Infine, si può osservare che questo scenario non è distante da una situazione di traffico autostradale con portate veicolari prossime alla capacità. In queste condizioni, inoltre, i veicoli hanno maggiori difficoltà a trovare uno spazio sulle corsie adiacenti che gli permetta di effettuare il cambio corsia (Brackstone et alii, 1998); i veicoli procedono quindi nella stessa corsia viaggiando a velocità pressoché costante.

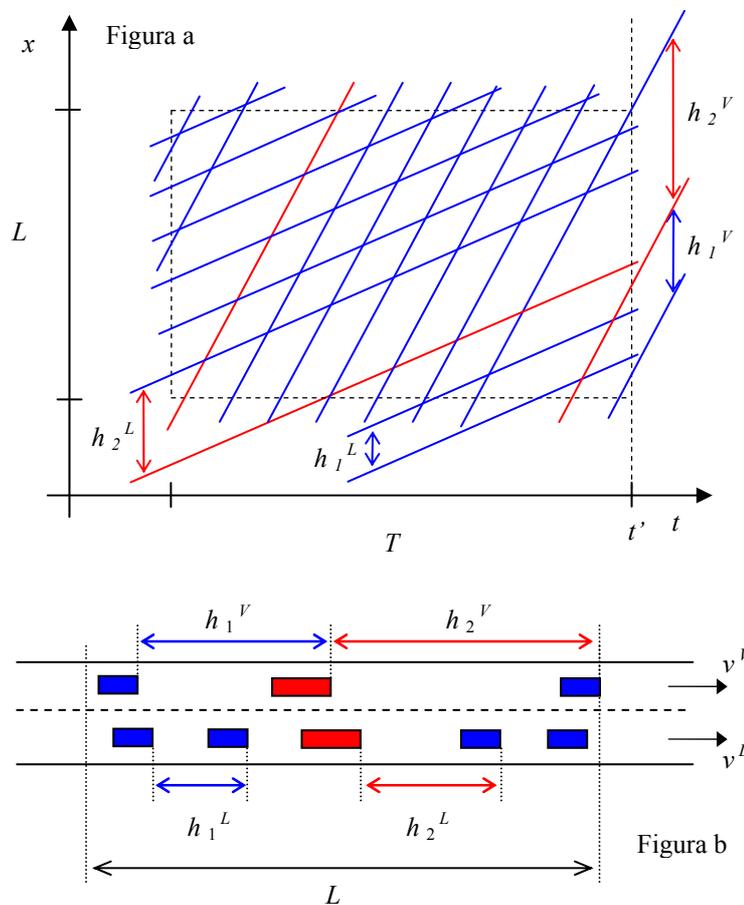


Figura 4.1 – Traiettorie dei veicoli nel diagramma spazio-tempo (a) e foto aerea nell'istante t' (b) per uno scenario di traffico stazionario a due corsie e due classi di veicoli.

Visto che lo scenario è stazionario, è possibile applicare ad ogni corsia l'equazione fondamentale del deflusso:

$$q^l = k^l v^l = \frac{v^l}{\bar{h}^l}, \quad (2)$$

dove q^l , k^l , v^l e \bar{h}^l sono rispettivamente il flusso, la densità, la velocità e il distanziamento spaziale sulla corsia l ($l = L, V$, cioè corsie lenta e veloce).

Il distanziamento spaziale medio su una corsia può ottenersi come media dei distanziamenti dei veicoli di ogni classe, pesati secondo la percentuali di veicoli di quella classe rispetto al numero totale di veicoli:

$$\bar{h}^l = \alpha^l \cdot h_2^l + (1 - \alpha^l) \cdot h_1^l,$$

dove α^l è la percentuale di veicoli della “classe 2” sulla corsia l . Dato che la densità totale su una corsia è pari alla somma delle densità delle due classi, $k^l = k_1^l + k_2^l$, la percentuale può essere scritta come:

$$\alpha^l = \frac{k_2^l}{k^l}.$$

L'equazione (2) può quindi essere riscritta come:

$$q^l = \frac{v^l}{\alpha^l \cdot h_2^l + (1 - \alpha^l) \cdot h_1^l}. \quad (3)$$

Se si sostituisce nell'equazione (3) la (1), ovvero se si sostituisce l'espressione del distanziamento spaziale all'equilibrio per il modello di Gipps, si ottiene il modello stazionario multi-utente cercato:

$$q^{l,Gipps} = \frac{v^l}{\alpha^l \cdot h_2^{l,Gipps} + (1 - \alpha^l) \cdot h_1^{l,Gipps}}, \quad (4)$$

dove il distanziamento di ogni classe di veicoli j , data dalla (1), è funzione della velocità della corsia, v^l , e del vettore di parametri di quella classe, β_j :

$$h_j^{l,Gipps} = \Phi(v^l, \beta_j) \quad \text{con} \quad \beta_j = (\tau_j, \theta_j, b_{j,n}, \hat{b}_{j,n-1}, S_j) \quad (5)$$

Si fa inoltre notare che, da un punto di vista modellistico, i valori dei parametri per ogni classe di veicoli vanno considerati come dei valori medi per quella classe. In altre parole, il modello considera i valori medi della distribuzione dei parametri di ogni classe.

In maniera analoga a quanto visto nel terzo capitolo, l'equazione (4) è ben definita per v^l compresa nell'intervallo $[0, V^{max}]$ dove $V^{max} = \min \{V_1^{max}, V_2^{max}\}$, dove V_1^{max} e

V_2^{max} sono rispettivamente le velocità massime della “classe 1” e della “classe 2”. Per $v^l = V^{max}$ la (4) è invece una funzione a più valori.

4.3 Metodologia di calibrazione dei parametri microscopici

Quando si vuole implementare le relazione (4) in una procedura di calibrazione, ci si scontra con il fatto che la funzione presenta un tratto a più valori quando $v^l = V^{max}$. Questa condizione non permette quindi di realizzare il processo di calibrazione direttamente utilizzando la (4). È invece possibile considerare la sua funzione inversa, ovvero la relazione velocità-portata.

L'equazione suddetta è però invertibile a tratti (così come mostrato nella figura 4.2); nella procedura di calibrazione si terrà conto solo della parte corrispondente a flussi veicolari stabili, ovvero dalle condizioni di deflusso libero (tratto di colore verde nella figura 4.2) fino alla capacità (tratto di colore blu in figura).

La relazione velocità-portata per una corsia, funzione della portata totale sulla corsia, della percentuale di mezzi pesanti e dei parametri del modello di Gipps per ogni classe di veicoli, può essere scritta come (l'apice l viene nel seguito eliminato per semplicità):

$$v^{Gipps} = \min \{ V^{max}, f(q, \alpha, \beta_1, \beta_2) \} \quad (6)$$

dove:

$$\begin{aligned} f(q, \alpha, \beta_1, \beta_2) = & [90b_1\hat{b}_1b_2\hat{b}_2[q(1-\alpha)(\tau_1 + \theta_1) + q\alpha(\tau_2 + \theta_2) - 3600] - \\ & - 0.5[b_1\hat{b}_1b_2\hat{b}_2[64800q^2[(1-\alpha)S_1 + \alpha S_2] \cdot \\ & \cdot [\alpha b_1\hat{b}_1(b_2 - \hat{b}_2) + (1-\alpha)b_2\hat{b}_2(b_1 - \hat{b}_1)] + \\ & + 32400b_1\hat{b}_1b_2\hat{b}_2[3600 - q[(1-\alpha)(\tau_1 + \theta_1) + \alpha(\tau_2 + \theta_2)]]^2]]^{0.5}] / \\ & / [25q[\alpha b_1\hat{b}_1(b_2 - \hat{b}_2) + (1-\alpha)b_2\hat{b}_2(b_1 - \hat{b}_1)]] \end{aligned} \quad (7)$$

La procedura di calibrazione consiste nella risoluzione di un problema di minimizzazione in cui la funzione obiettivo esprime la differenza tra i risultati del modello ed i dati osservati. Utilizzando il metodo dei Minimi Quadrati, il problema viene formulato come:

$$\min_{\beta} \gamma = \sum_i (v_i^{Gipps} - v_i^{oss})^2 \quad (8)$$

dove:

- $\beta = (\beta_1, \beta_2, V_1^{max}, V_2^{max})$ è il vettore dei parametri da calibrare;
- l'indice i è l'intervallo di misura dei dati;
- v_i^{Gipps} è la velocità della corsia simulata nell'intervallo i ;
- v_i^{oss} è la velocità della corsia osservata nell'intervallo i .

La procedura di calibrazione è mostrata nella figura 4.2; in funzione del valore di portata osservata, la velocità simulata (punto blu in figura) si ottiene o in corrispondenza della velocità massima o sul tratto di curva dato dall'equazione (7).

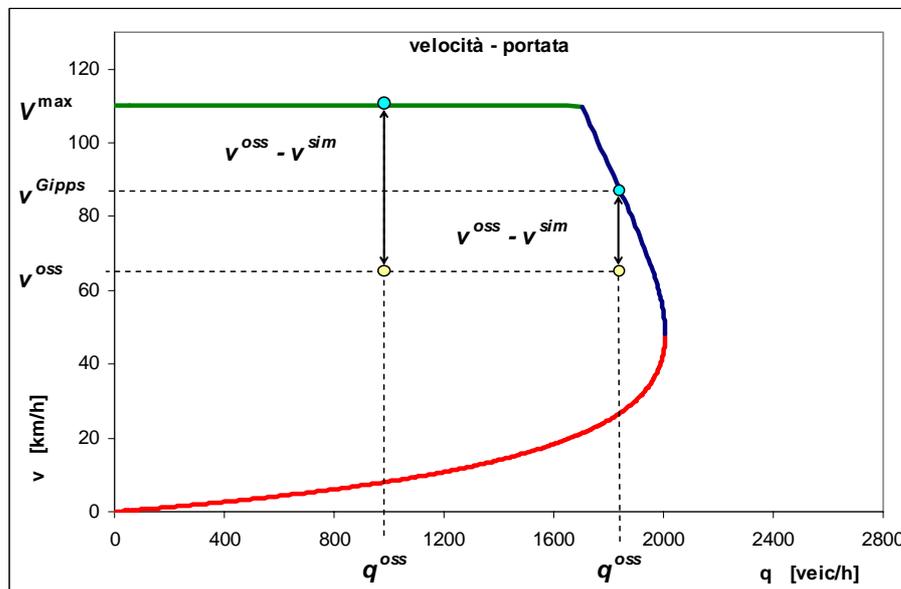


Figura 4.2 – Procedura di calibrazione secondo la relazione velocità-portata.

A dispetto dell'assunzione di uniformità della velocità in una corsia, i dati osservati solitamente differiscono a secondo della classe dei veicoli. Si assume quindi che la velocità media spaziale dei veicoli nella corsia sia data da:

$$v^{oss} = \frac{1}{\frac{\beta}{v_2^{oss}} + \frac{(1-\beta)}{v_1^{oss}}} \quad \text{dove} \quad \beta = \frac{q_2^{oss}}{q_{tot}^{oss}}. \quad (9)$$

Questa relazione è utilizzabile anche per calcolare la velocità di deflusso libero della corsia, V^{max} , a partire dalle velocità massime dei veicoli della “classe 1” (V_1^{max}) e della “classe 2” (V_2^{max}).

È importante notare che la risoluzione del problema di minimizzazione permette di ottenere implicitamente il “breakpoint” del modello (4), ovvero il punto di passaggio tra il tratto lineare (linea di colore verde nella figura 4.2) e quello non lineare dato dall’equazione (7) (linea di colore blu nella figura 4.2). Una volta individuati i valori dei parametri, il “breakpoint” divide il diagramma velocità-portata in due parti e, di conseguenza, i dati sperimentali in due gruppi. Se questi gruppi fossero noti a priori, sarebbe quindi possibile calibrare separatamente le due parti dell’equazione (6), ottenendo quindi lo stesso risultato. Tale risultato è particolarmente importante in quanto significa che la calibrazione di un tratto della curva (es. equazione (7)) non è influenzata dai dati relativi all’altra parte di curva (es. dati di deflusso libero).

Infine, si fa notare che, a valle della procedura di calibrazione, è necessario verificare la correttezza della scelta di utilizzare il metodo dei Minimi Quadrati, ovvero bisogna verificare che i dati siano omoschedastici; in caso contrario, per realizzare la calibrazione, sarebbe opportuno utilizzare il metodo dei Minimi Quadrati Generalizzati (GLS).

4.4 Applicazione a dati reali

La procedura di calibrazione è stata applicata su un insieme di dati reali rilevati sull’autostrada E45 tra Napoli e Salerno; si tratta di una strada a carreggiate separate con due corsie per senso di marcia. I dati osservati, aggregati in intervalli di un minuto, sono relativi a conteggi e velocità medie di veicoli, separati per corsia e per tipologia (veicoli leggeri e mezzi pesanti).

Per utilizzare la procedura descritta in precedenza, i dati osservati sono stati aggregati in periodi stazionari di durata variabile. Per definizione, la portata su una corsia può dirsi costante durante un certo intervallo di tempo T se la media dei conteggi di veicoli (x_1, x_2, \dots, x_n) durante successivi intervalli di tempo, di ampiezza tale da essere contenuta in T , è costante. Per verificare che la media fosse costante, è stato utilizzato un test statistico a distribuzione “libera” che permette di valutare l’indipendenza della sequenza x_1, x_2, \dots, x_n da quella dei primi n numeri naturali. Il test scelto è il coefficiente di correlazione campionaria tra le due sequenze, distribuite su $n!$ permutazioni della sequenza x_1, x_2, \dots, x_n (per maggiori

informazioni, vedere Kendall et alii (1979)). I dati ottenuti a valle di questa procedura di aggregazione sono riportati nella figura 4.3.

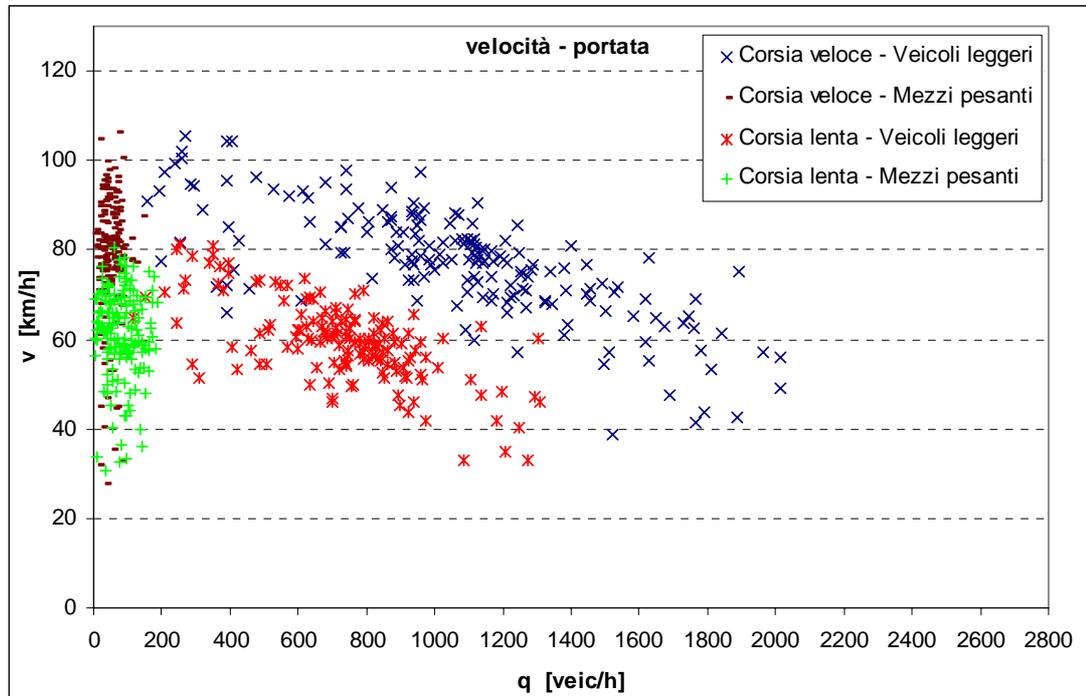


Figura 4.3 – Dati osservati aggregati per periodi stazionari.

Per valutare la bontà delle calibrazioni realizzate, sono stati utilizzati i seguenti test di errore statistico (le formulazioni di questi test sono riportate nel secondo capitolo):

- errore quadratico medio;
- errore quadratico medio percentuale ($RMSPe$);
- coefficienti di disuguaglianza di Theil (U , U^M , U^S , U^C).

Un prima prova di calibrazione è stata realizzata assumendo che i veicoli di una certa classe osservano la stessa funzione distanziamento-velocità indipendentemente dalla corsia sulla quale viaggiano. Ciò equivale a considerare il termine v_i^{Gipps} nell'equazione (8) come la somma di due equazioni (6), una per corsia, aventi gli stessi parametri β_1 , β_2 (ciò significa calibrare in totale otto parametri), ed estendendo la sommatoria a dati di entrambe le corsie.

Nella tabella 4.1 sono riportati i valori dei parametri calibrati e degli errori statistici. La figura 4.4 mostra invece i risultati della calibrazione e l'andamento del modello multi-utente corrispondente ai parametri calibrati.

Tabella 4.1 – Parametri calibrati e errori statistici - calibrazione con 8 parametri.

τ_1 [s]	b_1 [m/s ²]	\hat{b}_1 [m/s ²]	V_1^{\max} [km/h]
0.61	5.39	5.58	71.5
τ_2 [s]	b_2 [m/s ²]	\hat{b}_2 [m/s ²]	V_2^{\max} [km/h]
0.19	1.65	5.84	50.0

<i>RMSe</i>	<i>RMSPe</i>	<i>U</i>
[km/h]	[%]	
13.1	22.2 %	0.094
<i>U^M</i>	<i>U^S</i>	<i>U^C</i>
0.001	0.831	0.171

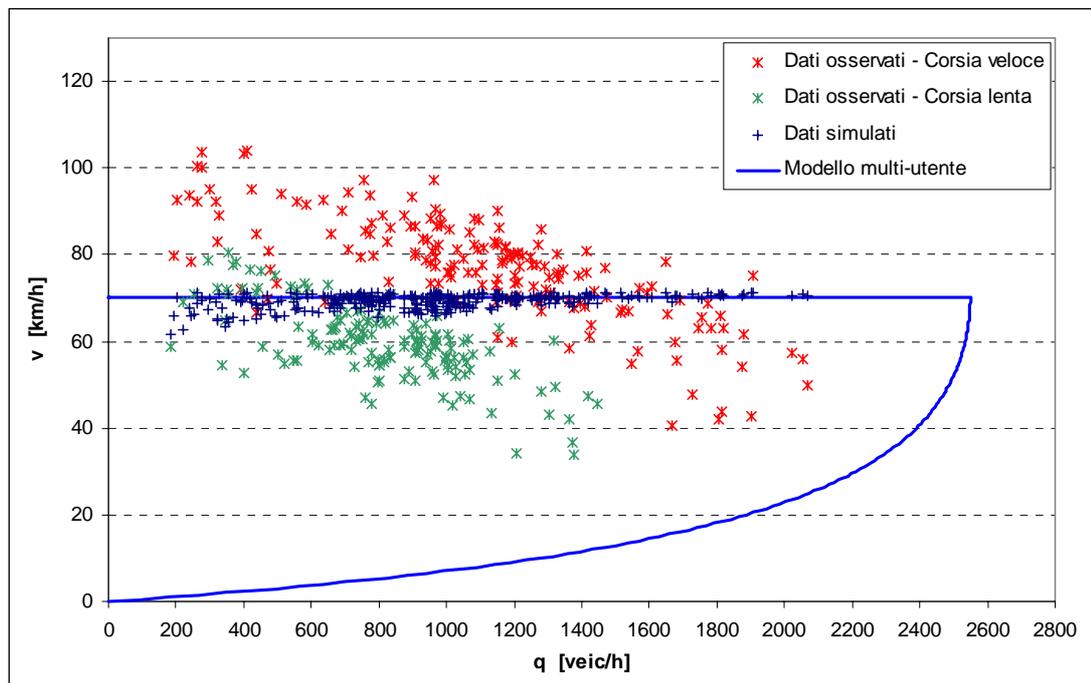


Figura 4.4 – Risultati della calibrazione con otto parametri.

I risultati ottenuti sono però pessimi; ad esempio l'errore quadratico medio percentuale è risultato essere circa pari al 22%. Più di tutto, comunque, si nota come tutti i dati riproducono solo la parte lineare del modello.

I risultati di questa calibrazione suggeriscono quindi che la differenza presente nel caso in esame tra i dati relativi alle due corsie (chiaramente visibile nella figura 4.3) non può essere spiegata solo dalle diverse percentuali di mezzi pesanti rilevate sulle corsie. Ciò significa anche che i veicoli di una certa classe si comportano diversamente a seconda della corsia su cui viaggiano (da un punto di vista modellistico, i parametri devono essere distinti non solo per corsia ma anche per categoria di veicoli).

Queste considerazioni hanno portato a realizzare una seconda calibrazione del modello multi-utente, separando i veicoli per corsia e per classe; in tutto sedici parametri sono stati calibrati.

I valori dei parametri calibrati e i risultati dei test di errore sono riportati nella tabella 4.2. Nelle figure 4.5 e 4.6 sono riportati i risultati della calibrazione rispettivamente per la corsia veloce e per quella lenta. In queste figure sono mostrati i dati osservati e quelli simulati, così come l'andamento del modello misto relativamente ad una percentuale di mezzi pesanti pari al valore medio di tutte le osservazioni corrispondenti alla corsia considerata. Nelle figure sono mostrati anche gli andamenti del modello "per singola corsia" per i veicoli leggeri e per i mezzi pesanti. Si può notare che l'andamento del modello misto è un'interpolazione di quello dei due modelli "per singola corsia".

Tabella 4.1 – Parametri calibrati e errori statistici - calibrazione con 16 parametri.

<i>Corsia veloce</i>				<i>Corsia lenta</i>			
τ_1	b_1	\hat{b}_1	V_1^{max}	τ_1	b_1	\hat{b}_1	V_1^{max}
[s]	[m/s ²]	[m/s ²]	[km/h]	[s]	[m/s ²]	[m/s ²]	[km/h]
0.20	1.46	2.03	83.7	0.20	1.10	1.77	63.3
τ_2	b_2	\hat{b}_2	V_2^{max}	τ_2	b_2	\hat{b}_2	V_2^{max}
[s]	[m/s ²]	[m/s ²]	[km/h]	[s]	[m/s ²]	[m/s ²]	[km/h]
0.20	1.12	6.19	58.6	0.20	1.00	4.39	63.3

<i>RMSe</i>	<i>RMSPe</i>	<i>U</i>
[km/h]	[%]	
8.97	12.8	0.058
U^M	U^S	U^C
0.000	0.034	0.966

<i>RMSe</i>	<i>RMSPe</i>	<i>U</i>
[km/h]	[%]	
7.06	12.5	0.059
U^M	U^S	U^C
0.000	0.058	0.942

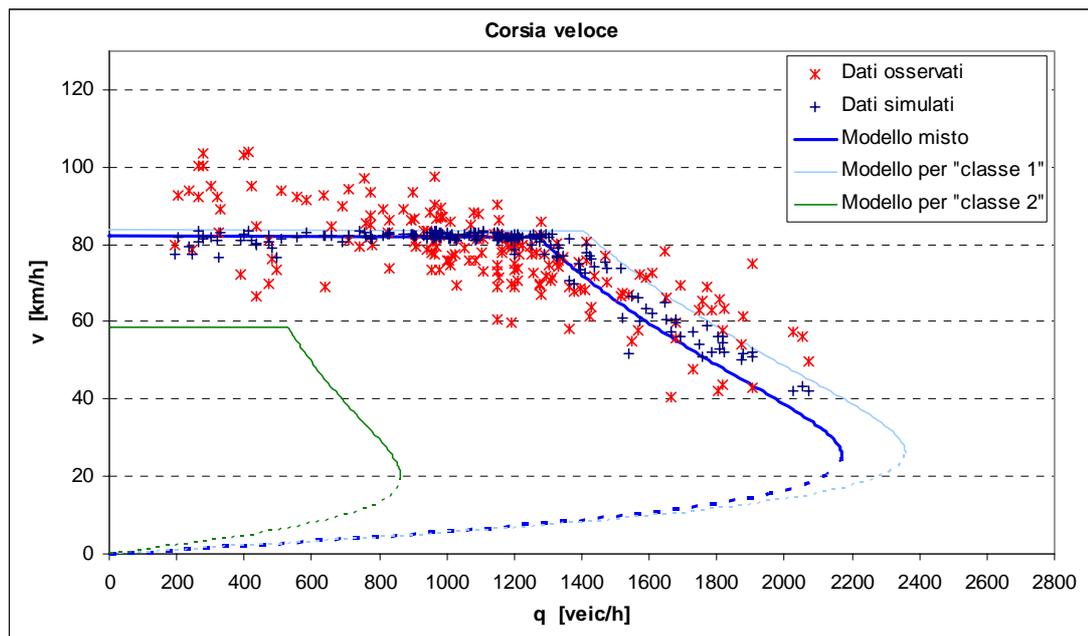


Figura 4.5 – Risultati della calibrazione con sedici parametri – corsia veloce.

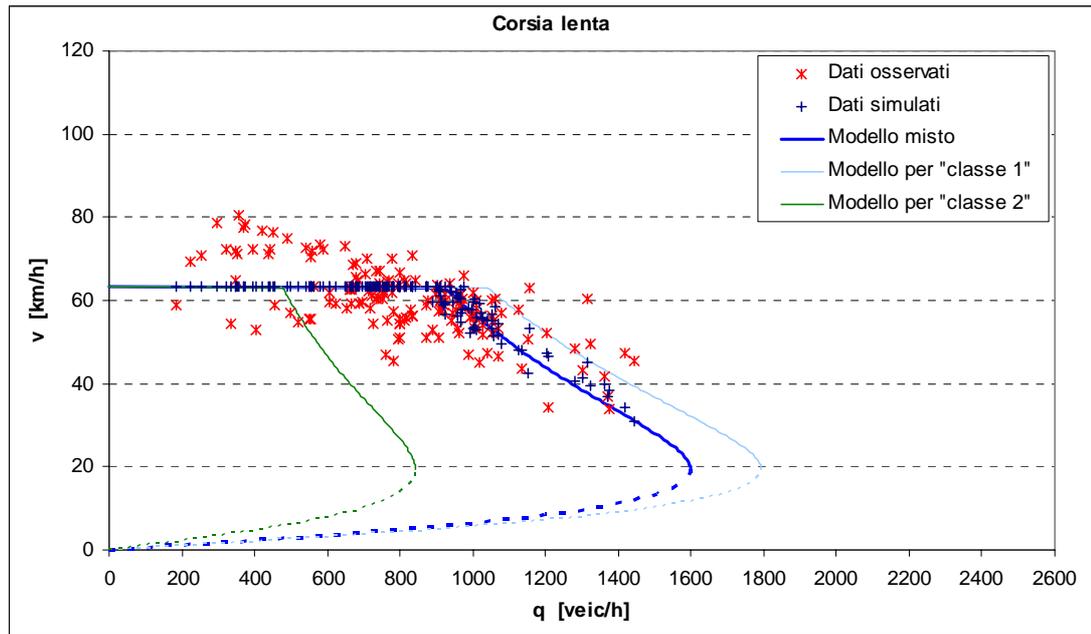


Figura 4.4 – Risultati della calibrazione con sedici parametri – corsia lenta.

I risultati di questa calibrazione sono soddisfacenti; gli errori statistici sono infatti bassi. In particolare i coefficienti di Theil sono prossimi alla configurazione ottimale (che si ricorda essere: $U^M = 0$, $U^S = 0$, $U^C = 1$). Questi risultati confermano che i dati utilizzati vengono riprodotti meglio considerando modelli diversi per ogni corsia e per ogni tipologia di veicolo.

I valori dei parametri calibrati sono anche piuttosto significativi e coerenti con ciò che ci si aspettava. In particolare, il rapporto b/\hat{b} fornisce informazioni sull'aggressività dei guidatori: più tale valore è basso e più il comportamento dei guidatori è conservativo. Si nota, ad esempio, che i mezzi pesanti hanno un comportamento notevolmente più conservativo rispetto ai veicoli leggeri. Inoltre i veicoli di una stessa classe risultano essere più aggressivi quando viaggiano sulla corsia veloce rispetto a quella lenta. Al contrario i mezzi pesanti osservano un distanziamento maggiore quando si trovano sulla corsia veloce.

L'aggressività dei guidatori virtuali è anche influenzata dal valore del tempo di reazione del modello. Tuttavia, dopo la calibrazione, questo parametro risulta essere pari al minimo valore imposto ($\tau = 0.2$ s, con θ uguale a $\tau/2$). In effetti, ad un tempo di reazione basso corrisponde una maggiore aggressività dei guidatori, così come un

valore di capacità più grande; l'equazione che permette di calcolare la capacità è infatti:

$$q_{CAP} = \frac{3600}{\sqrt{2 \cdot S \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\hat{b}}\right) + (\tau + \theta)}}.$$

È probabile che la calibrazione abbia prodotto valori bassi del tempo di reazione per poter riprodurre i dati che presentano valori di capacità elevati.

4.5 Conclusioni

La procedura di calibrazione descritta in questo capitolo fornisce risultati molto interessanti. Il suo utilizzo su un insieme di dati reali ha infatti fornito buoni risultati in termini di errori statistici. Inoltre i valori dei parametri calibrati sono significativi e coerenti con quanto accade in realtà.

A fronte del limite dovuto all'utilizzo di dati stazionari ed ininterrotti, l'utilizzo di questa metodologia di calibrazione presenta diversi vantaggi. Essa è innanzitutto di facile implementazione (ad esempio in un qualsiasi foglio di calcolo dotato di risolutore) e appare di conseguenza utile da un punto di vista pratico. Inoltre, facendo riferimento a dati di tipo aggregati, permette di calibrare un numero anche elevato di parametri con tempi di calcolo bassi. Infine, tale metodologia permette di tenere conto esplicitamente delle caratteristiche del deflusso veicolare; ad esempio, la capacità di una corsia può essere riprodotta in maniera piuttosto precisa.

Riferimenti bibliografici

- Ben Akiva M., Darda D., Jha M., Koutsopoulos H., T. Toledo (2004) "Calibration of Microscopic Traffic Simulation Models with Aggregate Data" Transportation Research Record No. 1876, TRB, National Research Council, Washington, D.C., pp. 10–19.
- Brackstone M., McDonald M., Wu J. (1998) "Lane changing on the motorway: factors affecting its occurrence and their implications" Road Transport Information and Control, 21-23 April 1998, Conference Publication No 454.
- Daganzo C.F. (1997) "Fundamentals of Transportation and Traffic Operations", Pergamon Press-Elsevier Science.
- Kendall M., Stuart A. (1979) "The advanced theory of statistics, vol. 2 - Inference and relationship" Charles Griffin & Company Limited, London & High Wycombe.
- Rakha H., Crowther B. (2003) "Comparison and calibration of FRESIM and INTEGRATION steady-state car-following behaviour" Transportation Research Part A, Vol. 37, No. 1, pp. 1-27.

CAPITOLO V

IMPLEMENTAZIONE, ANALISI E VALIDAZIONE DI STRUTTURE MODELLISTICHE DI TIPO PREDITTIVO

5.1 Introduzione

La modellizzazione microscopica del moto dei veicoli non può prescindere dal prendere in conto la componente comportamentale umana. L'abilità di un modello a rappresentare una situazione reale è legata anche alla maniera in cui esso viene implementato. Questo aspetto è stato spesso trascurato in letteratura; ci si è spesso concentrati sulla creazione di modelli più o meno complessi e realistici, implementandoli secondo schemi semplicistici. Questa scelta tuttavia influenza la bontà delle simulazioni. Ad esempio, lo schema secondo cui è implementato il modello di Gipps è rappresentativo di un particolare comportamento di guida. Le analisi riportate nei capitoli precedenti hanno evidenziato alcune lacune in questo modello. In particolare il fatto di essere indefinitamente stabile e l'assenza di un effettivo ritardo di reazione sono gli aspetti che, a causa anche dello schema di implementazione utilizzato, sembrano limitare di più le prestazioni del modello. Altre strutture modellistiche sono rappresentative di diversi tipi di comportamento e possono permettere di migliorare le prestazioni di un modello microscopico di moto longitudinale.

In questo capitolo vengono presentate alcune strutture modellistiche, mettendo in luce i comportamenti di guida di cui sono rappresentative. Questi schemi sono stati prima analizzati allo scopo di valutarne le proprietà di stabilità locale e sono stati poi calibrati e validati per verificarne l'adattabilità alla rappresentazione di situazioni reali.

Nei prossimi paragrafi vengono fornite le principali nozioni della teoria dei sistemi dinamici utili ai nostri scopi; si è fatto riferimento a tal proposito ai libri di *Cassandras & La fortune (1999)* e di *Jagacinski & Flach (2003)*. Successivamente vengono descritte le strutture di implementazione utilizzate, i risultati sia delle analisi di stabilità che delle calibrazione e validazioni realizzate. Il capitolo si conclude quindi con la descrizione di una proposta modellistica adatta alla riproduzione di varie attività di guida.

5.2 Cenni sulla teoria dei sistemi dinamici

Il controllo può essere definito come un azione o una serie di azioni atte a manipolare un sistema. In altre parole un sistema deve essere controllato in modo che

venga realizzata una certa azione desiderata. Un sistema può essere pensato come un insieme di componenti interagenti tra di loro al quale si può associare una funzione.

Per modellizzare un processo, un sistema necessita di due insiemi di variabili. Le variabili di input, $u(t)$, che definiscono lo stimolo cui è soggetto il sistema e quelle di output, $y(t)$, che ne definiscono invece la risposta. Inoltre, perché il modello sia completo, deve esistere una funzione matematica che mette in relazione le variabili di input e di output:

$$\underline{y}(t) = \underline{g}[\underline{u}(t)]. \quad (1)$$

5.2.1 Definizioni principali

Un sistema si dice statico se l'output è indipendente da valori passati dell'input; nel caso contrario il sistema si dirà dinamico. Nel caso in cui la relazione matematica che lega l'input e l'output non dipenda esplicitamente dal tempo, come nel caso dell'equazione (1), il sistema è detto tempo-invariante o stazionario. Il sistema è invece detto tempo-variante se la relazione matematica dipende esplicitamente dal tempo, come indicato ad esempio nella seguente funzione:

$$\underline{y}(t) = \underline{g}[\underline{u}(t), t].$$

Lo stato di un sistema permette di descriverne il comportamento in un qualunque istante di tempo. Lo stato all'istante t_0 può essere definito come l'informazione richiesta in t_0 tale che l'output $\underline{y}(t)$, per $t \geq t_0$, sia univocamente determinato grazie a questa informazione e agli input $\underline{u}(t)$, per $t \geq t_0$. Lo stato è solitamente un vettore, indicato con $\underline{x}(t)$, le cui componenti sono dette variabili di stato.

Il processo di modellizzazione di un sistema consiste nel determinare opportune relazioni matematiche che mettano in relazione l'input, l'output e lo stato. Tali relazioni vengono dette dinamiche del sistema. L'insieme delle equazioni necessarie per definire lo stato $\underline{x}(t)$ per ogni $t \geq t_0$, dati $\underline{x}(t_0)$ e la funzione $\underline{u}(t)$ per $t \geq t_0$, sono dette equazioni di stato. Lo spazio di stato, X , è invece l'insieme di tutti i possibili valori che lo stato può assumere. Molti sistemi si basano su equazioni di stato differenziali, del tipo:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), t].$$

Un modello di spazio di stato si ottiene quando è possibile specificare in maniera completa il seguente insieme di equazioni:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), t] \\ x(t_0) = x_0 \\ \underline{y}(t) = \underline{g}[\underline{x}(t), \underline{u}(t), t] \end{cases}$$

Il processo di modellizzazione dello spazio di stato può essere schematizzato così come indicato nella figura 5.1.

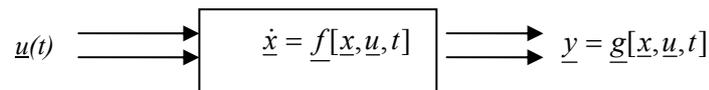


Figura 5.1 – Processo di modellizzazione dello spazio di stato.

Nel caso in cui le funzioni $\underline{g}[\cdot]$ e $\underline{f}[\cdot]$ siano lineari, il sistema si dirà anch'esso lineare. Ciò presuppone che valga il principio di sovrapposizione, ovvero che, dati due stimoli S_1 e S_2 che producono rispettivamente le risposte R_1 e R_2 , la somma degli stimoli ($S_1 + S_2$) fornirà una risposta pari a ($R_1 + R_2$).

Un'ulteriore classificazione dei sistemi si basa sulla natura dello spazio di stato del modello. Se lo spazio di stato è continuo (cioè include tutto l'insieme dei numeri reali), si avranno modelli a stato-continuo. Al contrario, i modelli sono a stato-discreto quando lo spazio di stato è un insieme discreto.

Come detto in precedenza, per far sì che un sistema realizzi una certa azione, è necessario che esso sia controllato selezionando l'input appropriato che permette di realizzare un certo comportamento desiderato. L'input di un sistema è quindi spesso un segnale di controllo che si spera realizzi il comportamento desiderato. Questo ultimo è solitamente rappresentato da un segnale di riferimento, $\underline{r}(t)$, per cui l'input di controllo può essere scritto come:

$$\underline{u}(t) = \underline{\gamma}[\underline{r}(t), t]. \quad (2)$$

Lo schema riportato nella figura 5.1 può essere esteso in maniera tale da tenere conto anche della funzione di controllo, così come mostrato nella figura 5.2.

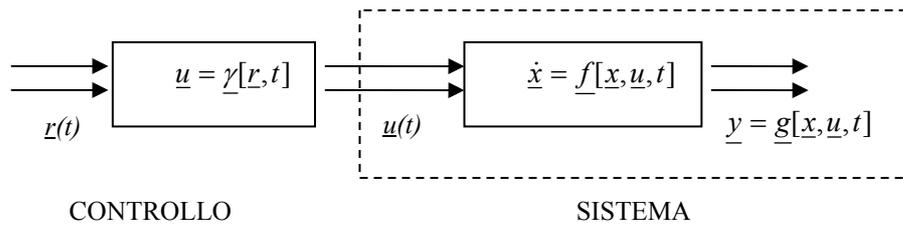


Figura 5.2 – Processo di modellizzazione dello spazio di stato con funzione di controllo.

Un'importante proprietà per il controllo dei sistemi reali è il feedback (o retroazione). Esso consiste nell'utilizzare ogni informazione disponibile riguardo al comportamento del sistema per realizzare un aggiustamento continuo dell'input di controllo. Lo scopo principale del feedback è quindi di realizzare delle correzioni, soprattutto in presenza di disturbi. Matematicamente parlando, l'utilizzo del feedback implica l'estensione della funzione di controllo in modo da includere, oltre al segnale di riferimento anche lo stato del sistema $\underline{x}(t)$. L'equazione (2) diventa quindi:

$$\underline{u}(t) = \gamma[\underline{r}(t), \underline{x}(t), t]. \quad (3)$$

Nel caso in cui non vi sia feedback, e quindi la forma funzionale dell'input sia data dall'equazione (2), il sistema si dirà di tipo open-loop; al contrario, quando la forma funzionale di $\underline{u}(t)$ è l'equazione (3), si avrà un sistema closed-loop. La schematizzazione di un sistema open-loop è quella mostrata nella figura 5.2. Un sistema closed-loop può invece essere schematizzato come indicato nella figura 5.3. Nei sistemi senza feedback, l'input rimane invariato nei confronti dell'effetto provocato sull'output osservato; nei sistemi chiusi, invece, l'input dipende da questi effetti.

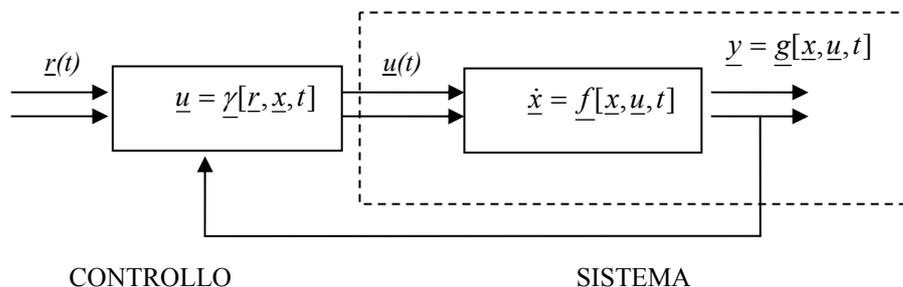


Figura 5.3 – Modellizzazione di un sistema “closed-loop”.

Nelle definizioni sopra riportate, si è fatto riferimento al tempo come una variabile continua (sistema tempo-continuo). Quando, al contrario, le variabili di input e di output vengono definite solo in istanti di tempo discreti, si ha un sistema tempo-discreto. La discretizzazione del tempo non implica comunque che lo spazio di stato sia discreto.

Il concetto di evento riveste anche esso notevole importanza nella teoria del controllo. Un evento può essere definito come un fenomeno che provoca una transizione da uno stato ad un altro. L'evento può essere identificato con una specifica azione o come un insieme di diverse condizioni. Quando un sistema è descritto da un insieme discreto e le transizioni di stato vengono osservate in punti discreti nel tempo, si parla di sistema ad eventi discreti.

È necessario fare un'ulteriore distinzione tra sistemi regolati dal tempo (time-driven) e sistemi regolati da eventi (event-driven). Nel primo caso, nell'insieme dei possibili eventi, ne viene selezionato uno ogni volta che il tempo cambia. Nel secondo caso, l'evento viene selezionato in istanti di tempo variabili. È bene notare che l'insieme dei possibili eventi include anche l'evento nullo, il quale non provoca variazioni di stato. I sistemi a stato-continuo sono per loro natura di tipo time-driven. Nei sistemi a stato-discreto invece si possono avere, a seconda dei casi, entrambi i tipi di regolazione.

Se il sistema è a stato-continuo con meccanismo di transizione di tipo time-driven, si parla di sistema dinamico a variabile continua (CVDS). Nel caso in cui, invece, lo spazio di stato sia un insieme discreto e il meccanismo di transizione sia event-driven, si ha un sistema ad eventi discreti (DES). Esistono anche dei casi in cui i sistemi posseggono le stesse proprietà dei sistemi dinamici a variabile continua, eccetto per il fatto che occasionalmente degli eventi discreti provocano un passaggio da uno stato ad un altro; tali sistemi vengono detti ibridi. Ad esempio, i modelli di moto longitudinale multi-regime appartengono alla categoria dei sistemi ad eventi discreti.

5.2.2 *Aspetti comportamentali*

Il comportamento di un sistema è spesso visto come un semplice processo di tipo di stimolo-risposta. L'output del sistema è ottenuto dall'integrazione di tutti i suoi

input. Si tratta quindi di un sistema open-loop il cui utilizzo è adatto a situazioni in cui l'output non è significativamente influenzato da disturbi esterni. In alternativa, è possibile utilizzare un sistema di tipo closed-loop. Questo tipo di controllore reagisce controllando la relazione tra il suo output ed un input di riferimento. La differenza tra output e input di riferimento è un errore che il sistema deve cercare di annullare (tale errore può anche essere influenzato da disturbi esterni). La figura 5.4 mostra un semplice schema di sistema closed-loop (il simbolo indicato con G rappresenta una costante moltiplicativa).

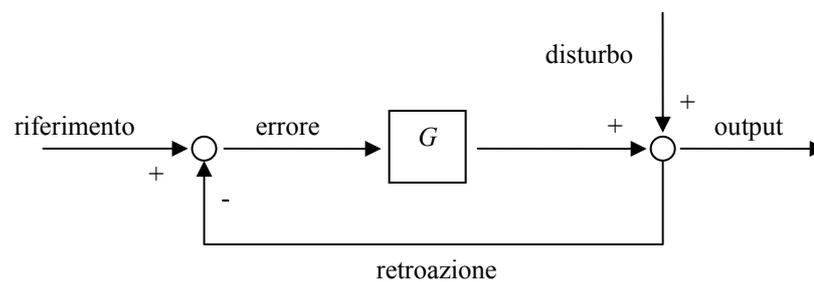


Figura 5.4 – Sistema closed-loop.

Il sistema rappresentato nella figura 5.4 è il più semplice che si possa immaginare e viene chiamato sistema di ordine zero (o “zero order lag”). La sua risposta è proporzionale all'errore e non prevede alcun tempo di assestamento. Tale sistema prevede una relazione proporzionale tra lo spostamento e l'output del controllo; si tratta infatti di una sistema di controllo della posizione.

È anche possibile pensare ad altre tipologie di controllo che prevedono un adattamento più graduale verso lo stato di riferimento e che permettono una migliore rappresentazione di alcuni comportamenti complessi (come ad esempio il moto di un veicolo). Si possono quindi avere sistema di primo ordine, di secondo ordine e così via.

Un sistema di primo ordine (“first order lag”) è un sistema di controllo della velocità che prevede una integrazione tra l'input e l'output. Si ha proporzionalità tra spostamento del controllo e velocità dell'output (il tasso di variazione dell'output è proporzionale all'errore). Se l'errore è grande, il sistema risponde quindi più velocemente. La velocità si riduce man mano che l'errore diminuisce fino ad annullarsi quando non vi è errore. Bisogna notare che in un sistema di primo ordine,

anche se la risposta all'input è immediata (ritardo di reazione nullo), esso non raggiunge lo stato di equilibrio (errore nullo) immediatamente ma solo dopo un certo tempo di assestamento (detto lag). La figura 5.5 mostra lo schema di base di un sistema di primo ordine, mentre la figura 5.6 mostra il generico andamento della risposta di tale sistema.

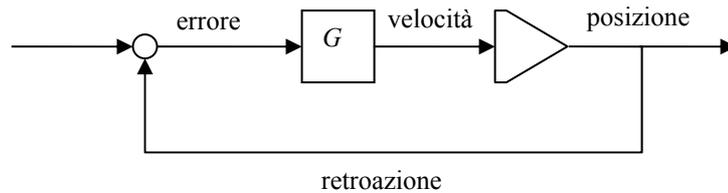


Figura 5.5 – Sistema “first order lag”.

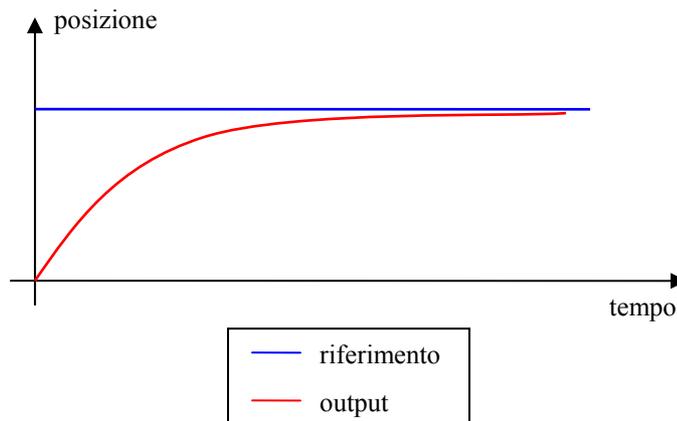


Figura 5.6 – Risposta di un sistema di primo ordine.

I sistemi di secondo ordine (“second order lag”) prevedono due integrazioni tra l'input e l'output del controllo e vengono perciò detti sistemi di controllo dell'accelerazione. In un sistema di questo tipo vi è proporzionalità tra lo spostamento dell'input e l'accelerazione dell'output. Un piccolo spostamento è quindi dovuto ad una piccola accelerazione. Quando l'input si annulla, anche l'accelerazione assume valore nullo, tuttavia l'output continua a crescere con velocità costante. Per far sì che l'output si arresti in corrispondenza di un valore desiderato (errore nullo), è necessario imporre che l'accelerazione assuma valore opposto a

quello iniziale finché la velocità si annulla. Questo tipo di controllo si adatta bene a situazioni dinamiche come ad esempio il controllo del moto dei veicoli. La figura 5.7 mostra lo schema di base dei sistemi di secondo ordine. L'andamento della risposta di questi sistemi è simile a quello riportato nella figura 5.6.

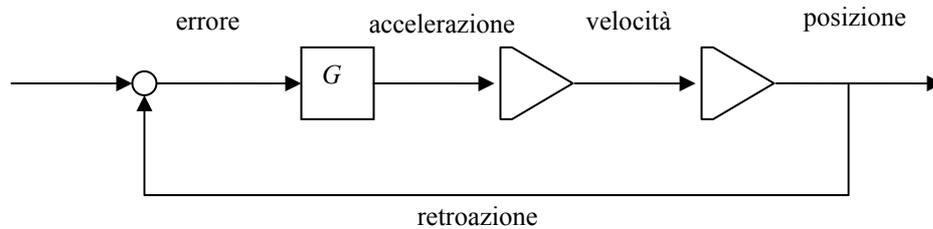


Figura 5.7 – Sistema “second order lag”.

Nei sistemi descritti finora si presupponeva che la risposta del sistema fosse immediata, anche se il raggiungimento della condizione di riferimento avviene, nei sistemi di ordine superiore allo zero, in maniera graduale. Il lag è quindi associato ad una perdita di informazioni che fa sì che il sistema non possa annullare immediatamente l'errore tra output e segnale di riferimento. La velocità di assestamento dipende dal tipo di sistema (un sistema di secondo ordine è più lento di uno di ordine inferiore). Il lag non va comunque confuso con l'effettivo ritardo di reazione (prima del quale il sistema non reagisce all'input) che va inteso come un limite all'efficacia della retroazione. Molti sistemi di controllo sono caratterizzati sia dalla presenza di un tempo di assestamento che di un ritardo (è il caso ad esempio del controllo del moto dei veicoli).

Nei sistemi di primo e di secondo ordine il controllo viene realizzato mediante aggiustamenti proporzionali a segnali di errore monitorati continuamente e possono quindi essere definiti sistemi di controllo proporzionali. Tali sistemi sono quindi adatti solo nel caso in cui il segnale di errore sia sempre disponibile. Nel caso contrario i sistemi devono essere discretizzati in modo da poter rispondere ad un segnale periodico di errore. In un sistema discreto, ogni comando viene eseguito come un pacchetto, senza aggiustamenti dovuti a retroazione. Una volta iniziata, un'azione viene portata sempre a compimento senza possibilità di correzioni. Dopo

l'esecuzione il risultato può essere nuovamente osservato e si possono impartire nuovi comandi per compensare eventuali errori rispetto allo stato di riferimento.

La principale differenza tra i sistemi di primo e secondo ordine e quello discreto sta nella relazione tra l'ampiezza istantanea dell'errore e l'ampiezza dell'azione di controllo. Nei primi due tipi di controllo questa relazione è proporzionale, nel controllo discreto c'è invece un grado di indipendenza tra controllo ed errore. Infatti l'ampiezza del controllo risulta costante per estesi periodi di tempo mentre l'errore varia; le correzioni vengono realizzate ad intervalli di tempo discreti. Se questi intervalli sono costanti, il controllo si dice sincrono; nel caso contrario è detto asincrono.

La discretizzazione del controllo può rappresentare diversi tipi di comportamento. L'errore potrebbe essere rilevato in maniera non continua; questo è il caso, ad esempio, dei guidatori che periodicamente spostano lo sguardo dalla strada o che guardano nello specchietto solo una volta ogni tanto. Una maggiore o minore discretizzazione può anche rappresentare un comportamento di guida più o meno vigile. In alcune situazioni che richiedono meno attenzione (es. guida libera) la rilevazione dell'errore rispetto allo stato di riferimento avviene con meno frequenza e quindi il passo di discretizzazione è più grande. Al contrario quando la situazione richiede maggiore attenzione (es. guida in un plotone), la rilevazione dell'errore diventa più importante e quindi più frequente.

Angel & Bekey (1968) hanno suggerito che l'azione di controllo dipende dallo stato del sistema (ovvero dall'ampiezza e dal tasso di errore). Lo spazio di stato deve quindi essere diviso in zone alle quali è associato uno stato e quindi una strategia di controllo; si tratta dunque di un controllo a stati finiti. La suddivisione in regimi di guida adottata dalla maggior parte dei modelli microscopici di deflusso (vedere capitolo 1) è un esempio di controllo a stati finiti; in tal caso però a cambiare, da uno stato all'altro, non varia la strategia di controllo quanto la funzione di trasferimento.

Ovviamente, la scelta del tipo di controllo da utilizzare dipende dallo scopo dell'analisi che si intende svolgere, così come dalla precisione con cui si desidera rispecchiare la realtà.

5.3 Strutture di implementazione per i modelli microscopici

L'implementazione di un modello in un codice di calcolo presuppone necessariamente una discretizzazione del tempo. Ciò comporta che formalmente nessun modello possa essere implementato in maniera continua. Lo schema continuo (che verrà nel seguito chiamato pseudo-continuo) può essere implementato in modo che lo stato del sistema venga aggiornato ad ogni passo di calcolo e che le informazioni sul sistema siano disponibili in ogni istante di tempo. Al contrario, nello schema discreto le informazioni sul sistema sono disponibili solo dopo un tempo detto di aggiornamento; allo stesso modo le reazioni di controllo vengono calcolate e realizzate secondo uno schema discreto.

In questo paragrafo verranno descritti alcuni sistemi dinamici non lineari, utilizzabili con qualsiasi modello microscopico. Essi saranno applicati sul modello di Gipps allo scopo di analizzarne le proprietà principali e di confrontarle con quelle del modello originale. Verranno prima descritti alcuni schemi discreti, partendo da quello di base utilizzato da Gipps e complicando man mano il tipo di struttura introducendo degli effettivi ritardi di reazione. Si procederà analogamente anche per alcuni schemi pseudo-continui. Le strutture descritte saranno poi oggetto di un'analisi di stabilità locale e di un test di calibrazione e validazione.

Gli schemi di cui si parlerà nel seguito si possono definire predittivi. Questo tipo di modelli prevede che in un certo istante di tempo venga effettuata una previsione dello stato in cui si troverà il sistema dopo un certo tempo. Una struttura del genere permette di tenere conto di un effettivo ritardo di reazione senza necessariamente cambiare la formulazione di un modello. Si vedrà nel seguito come anche il modello di Gipps, implementato secondo il suo schema di base, è un modello predittivo (il che lo rende anche di secondo ordine).

5.3.1 Schemi discreti

a) Schema di base: struttura discreta di secondo ordine non ritardata

Nella sua formulazione di base, il modello di Gipps permette di calcolare la velocità che un veicolo raggiungerà dopo un tempo pari al tempo di reazione del guidatore. Assumendo che il passo di integrazione sia pari al tempo di reazione, è possibile calcolare i valori di velocità e posizione di un veicolo all'istante $t+\tau$

tenendo conto solo di informazioni note all'istante t . La velocità e posizione del veicolo negli istanti intermedi possono quindi essere ottenuti mediante interpolazione lineare.

Procedendo in questo modo si ottiene una struttura discreta di secondo ordine non ritardata. Infatti, il controllo inizia a realizzare l'azione nello stesso istante in cui viene pianificata (senza che ci sia ritardo di reazione) in modo da raggiungere gradualmente la velocità pianificata per l'istante $t+\tau$. Questo modo di implementare il modello equivale a mantenere un'accelerazione costante durante l'intervallo di durata τ ; la figura 5.8 mostra il funzionamento di questa struttura.

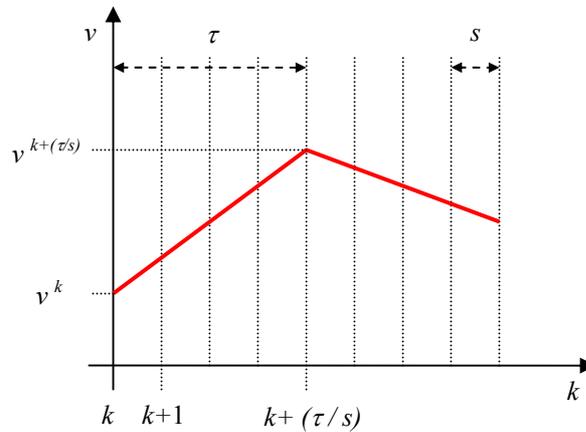


Figura 5.8 – Schema di base del modello di Gipps.

La formulazione del modello (già vista nel terzo capitolo) può essere riscritta, coerentemente con la figura 5.8, nel seguente modo:

$$\begin{cases} v_n^{k+(\tau/s)} = F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] \\ h_n^{k+(\tau/s)} = h_n^k + \frac{\tau}{2} \cdot (v_{n-1}^k - v_n^k) + \frac{\tau}{2} \cdot (v_{n-1}^{k+(\tau/s)} - v_n^{k+(\tau/s)}) \end{cases} \quad (4)$$

con:

$$F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] = \min \begin{cases} v_n^k + 2.5 \cdot A_n \cdot \tau \cdot \left(1 - \frac{v_n^k}{V_n}\right) \cdot \sqrt{0.025 + \frac{v_n^k}{V_n}} \\ -b_n \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right) + \sqrt{b_n^2 \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta\right)^2 + b_n \cdot \left[2 \cdot (h_n^k - S_{n-1}) - \tau \cdot v_n^k + \frac{(v_{n-1}^k)^2}{\hat{b}_{n-1}}\right]} \end{cases}$$

Secondo quanto appena detto, il sistema (4) può quindi essere riscritto come:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = a_n^k = \frac{(v_n^{k+(\tau/s)} - v_n^k)}{\tau} = \frac{(F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^k)}{\tau} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^k \cdot s \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \frac{s^2}{2} \end{cases} \quad (5)$$

Nel sistema, il parametro s indica il passo di implementazione utilizzato. Il passo di integrazione τ può anche essere inteso come un tempo di aggiornamento, prima del quale il guidatore: i) non riesamina lo stato del sistema in cui si trova e ii) non calcola nessuna nuova azione. Si fa notare che, come detto in precedenza, l'azione inizia nello stesso istante in cui viene pianificata; vi è quindi assenza di tempo di reazione.

Il sistema (5) spiega il motivo per cui si può considerare questo schema di implementazione un modello predittivo. All'istante k viene infatti effettuata una previsione dello stato (velocità) in cui si troverà il veicolo dopo un tempo τ ; questa previsione viene utilizzata per calcolare gli stati del sistema (veicolo) per ogni istante intermedio.

b) *Struttura discreta di secondo ordine con accelerazione traslata*

Una possibile evoluzione della struttura di base consiste nell'introdurre un tempo di reazione tra l'istante in cui l'azione viene pianificata e l'inizio della sua esecuzione.

All'istante t il guidatore pianifica quindi una velocità per l'istante $[t + T_d]$. Come visto in precedenza ciò equivale a pianificare un'accelerazione costante per gli istanti successivi a t . L'istante di applicazione dell'accelerazione viene però ritardato di un tempo T_r . Questo modo di procedere implica che l'accelerazione calcolata in un istante venga traslata nel tempo (di una quantità pari a T_r). Anche in questo caso, il guidatore non pianifica nessuna azione prima che sia trascorso un certo tempo di aggiornamento T_a . A differenza dello schema di base, in questo caso il tempo di aggiornamento non deve necessariamente coincidere con il parametro τ del modello (il quale può quindi essere considerato come un parametro a se stante). La figura 5.9 mostra lo schema di implementazione appena descritto. Le linee tratteggiate in figura

indicano le previsioni che vengono effettuate ogni T_a , mentre le linee piene mostrano l'andamento del profilo di velocità ritardate di T_r ; si può notare come il profilo di velocità sia traslato rispetto alle previsioni effettuate.

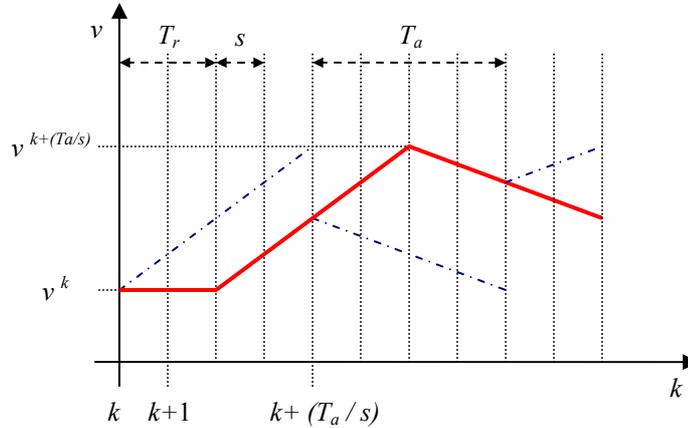


Figura 5.9 – Struttura discreta di secondo ordine con accelerazione traslata.

Le equazioni che permettono di calcolare la velocità e l'accelerazione dei veicoli diventano, secondo questo schema:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n^{k+(T_a/s)} = \frac{F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^k}{T_a} \\ v_n^{k+(T_a/s)} = v_n^k + a_n^k \cdot T_r + a_n^{k+(T_a/s)} \cdot (T_a - T_r) \\ h_n^{k+(T_a/s)} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot \left(\frac{T_a + T_r}{2} \right) + (v_{n-1}^{k+(T_a/s)} - v_n^{k+(T_a/s)}) \cdot \left(\frac{T_a - T_r}{2} \right) + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \left(\frac{T_a \cdot T_r}{2} \right) \end{array} \right.$$

Gli stati intermedi tra k e $[k + (T_a / s)]$ non sono stavolta tutti ottenibili direttamente tramite interpolazione lineare. Le reazioni del modello devono iniziare con un ritardo pari a T_r rispetto all'istante di calcolo dell'azione. È quindi possibile interpolare linearmente gli stati tra gli istanti $[k + (T_r / s)]$ e $[k + (T_a + T_r) / s]$ e mantenere il calcolo delle azioni ogni $[T_a / s]$.

Questo schema è del tutto generico e prevede l'utilizzo di due parametri temporali (il tempo di reazione e quello di aggiornamento) che non compaiono nel modello originale. In particolare è stato introdotto un effettivo tempo di reazione che può influenzare la stabilità del modello. Un vincolo importante di questo schema riguarda

il valore del tempo di reazione che deve essere necessariamente assunto inferiore al tempo di aggiornamento.

c) *Struttura discreta di secondo ordine con accelerazione ritardata*

Partendo dallo schema di base, è possibile pensare ad un'altra sua evoluzione. Anche in questo caso vengono introdotti un effettivo tempo di reazione ed un tempo di aggiornamento (maggiore del tempo di reazione). L'accelerazione non viene stavolta traslata di un tempo pari a quello di reazione, ma viene ritardata.

A differenza del caso precedente, il guidatore non pianifica un'azione (che viene realizzata con un ritardo) ma decide in quale stato desidera trovarsi dopo un certo tempo. In altre parole, il guidatore, all'istante t , prevede di avere, dopo un tempo di T_a , una certa velocità (e quindi posizione). Anche se reagisce in ritardo, egli si adatta alla situazione (è quindi cosciente del ritardo) e adotta un tasso di accelerazione tale da permettergli di raggiungere la velocità pianificata. Nello schema visto in precedenza, il guidatore non si adattava al fatto di reagire in ritardo; si può quindi dire che non era cosciente del ritardo.

La figura 5.10 mostra il funzionamento dello schema discreto con accelerazione ritardata. A differenza dello schema con accelerazione traslata, in questo caso il profilo di velocità pianificato coincide con quello dello schema di base.

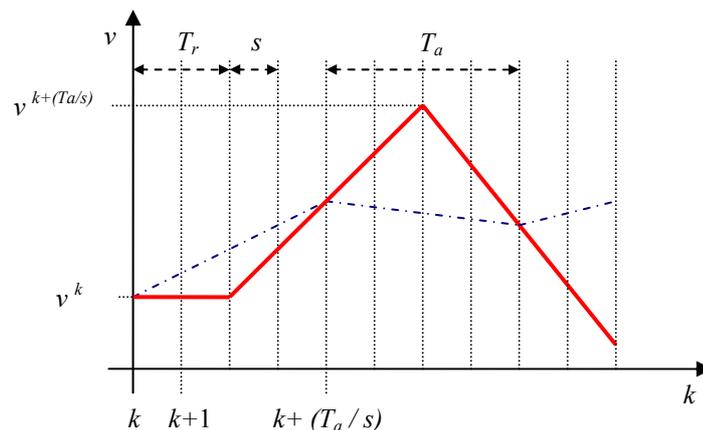


Figura 5.10 – Struttura discreta di secondo ordine con accelerazione ritardata.

Il sistema di equazioni che permette di implementare questo schema è:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_n^{k+(T_a/s)} = \frac{F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^{k+(T_r/s)}}{T_a - T_r} \\ v_n^{k+(T_a/s)} = F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] \\ h_n^{k+(T_a/s)} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) + (v_{n-1}^{k+(T_a/s)} - v_n^{k+(T_a/s)}) \cdot \left(\frac{T_a - T_r}{2}\right) + \\ + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \left(\frac{T_a \cdot T_r}{2}\right) \end{array} \right.$$

Anche in questo caso, le reazioni del modello vanno ritardate di un tempo pari a T_r rispetto all'istante di calcolo dell'azione. Gli stati del modello compresi tra gli istanti $[k + (T_r/s)]$ e $[k + (T_a + T_r)/s]$ possono essere interpolati linearmente.

La struttura modellistica ad accelerazione ritardata, rispetto allo schema di base, produce un ritardo inferiore a quello discreto con accelerazione traslata (nel caso in cui T_a e T_r abbiano lo stesso valore). Questa condizione è coerente con quello che ci si aspetterebbe, è infatti presumibile che il ritardo rispetto alla situazione desiderata sia più grande quando il guidatore non è cosciente di reagire in ritardo (accelerazione traslata) piuttosto che quando ne è cosciente.

La figura 5.11 mostra le distanze percorse da un veicolo nell'intervallo di tempo in cui il guidatore non aggiorna le proprie decisioni. Nello schema di base, lo spazio percorso corrisponde alla somma delle tre aree tratteggiate in figura (area sottesa alla retta tratteggiata di colore blu). Lo spazio percorso nello schema ritardato differisce da quello di base di una quantità pari all'area tratteggiata in blu, mentre lo schema traslato differisce di una quantità pari alla somma delle aree tratteggiate in blu e in rosso. Dunque, l'effettivo ritardo (inteso come ritardo nel raggiungere la posizione desiderata) che si ottiene nel caso di accelerazione traslata è maggiore di quello che si ottiene nel caso di accelerazione ritardata.

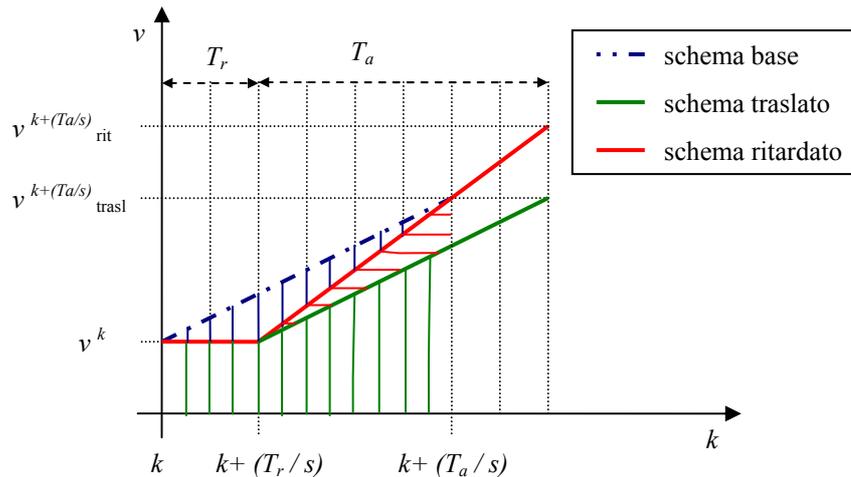


Figura 5.11 – Confronto tra schermi discreti.

Bisogna anche notare che lo schema ad accelerazione ritardata provoca, rispetto al caso base, dei tassi di accelerazione (o decelerazione) più grandi. Ciò non accade nello schema ad accelerazione ritardata, il quale fornisce gli stessi tassi di accelerazione del caso base.

5.3.2 Schemi pseudo-continui

L'ipotesi alla base degli schemi di tipo pseudo-continui è che il tempo di aggiornamento delle scelte dei guidatori coincida con il passo di simulazione. In questo modo, pur trattandosi formalmente di strutture discrete, si ottiene un comportamento di guida che si avvicina molto a quello continuo. La frequenza di aggiornamento dipende quindi dall'ampiezza del passo di simulazione; più esso è piccolo e più lo schema di implementazione si avvicina ad quello continuo.

a) Struttura pseudo-continua di secondo ordine non ritardata

A partire dallo schema di base di Gipps, è possibile ottenere il primo schema pseudo-continuo semplicemente facendo in modo che il calcolo dello stato successivo avvenga ad ogni passo di implementazione, svincolandosi così dall'utilizzo del parametro τ quale passo di integrazione. Si ottiene così uno schema non ritardato.

All'istante t il guidatore del veicolo calcola la velocità che desidera raggiungere dopo un tempo che chiameremo di previsione (T_p). Questo comportamento, supponendo che gli stati intermedi tra t e $t+T_p$ si ottengano mediante interpolazione lineare, equivale a calcolare nell'istante t una accelerazione che, se fosse mantenuta durante tutto il tempo di previsione, porterebbe il guidatore nello stato desiderato. A differenza di quanto accadeva negli schemi discreti, in questo caso si suppone che il guidatore riceva continuamente informazioni sullo stato in cui si trova e reagisca continuamente agli stimoli esterni. In altre parole si può dire che il guidatore esamina con attenzione il comportamento del veicolo che lo precede e percepisce in modo quasi continuo gli stimoli che da esso provengono. Si suppone anche che il guidatore inizi a reagire nello stesso istante in cui decide l'azione da compiere (assenza di ritardo di reazione). Questo schema di implementazione è mostrato nella figura 5.12.

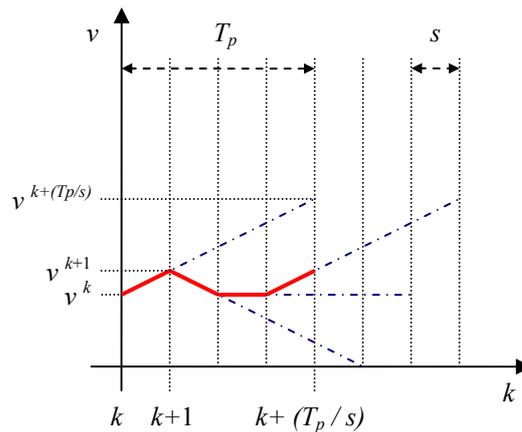


Figura 5.12 – Struttura pseudo-continua di secondo ordine non ritardata.

Il sistema di equazioni relativo allo schema pseudo-continuo non ritardato è il seguente:

$$\begin{cases}
 a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^k}{T_p} \\
 v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^{k+1} \cdot s \\
 h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^{k+1} - a_n^{k+1}) \cdot \frac{s^2}{2}
 \end{cases}$$

Esso può essere ridotto facilmente ad un sistema di $2N$ equazioni (dove N indica il numero di veicoli che compongono il plotone):

$$\begin{cases} v_n^{k+1} = v_n^k \cdot \left(1 - \frac{s}{T_p}\right) + F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] \cdot \frac{s}{T_p} \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot \left(s - \frac{s^2}{2 \cdot T_p}\right) + \\ + \left(F[h_{n-1}^k, v_{n-1}^k, v_{n-2}^k] - F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k]\right) \cdot \frac{s^2}{2 \cdot T_p} \end{cases}$$

b) *Struttura pseudo-continua di secondo ordine con accelerazione traslata*

Analogamente a quanto visto per le strutture discrete, è possibile introdurre nello schema di partenza un ritardo di reazione (T_r). Se si ipotizza che il guidatore non sia cosciente di reagire in ritardo, si ottiene uno schema con accelerazione traslata. Anche questo caso, ad ogni passo di simulazione il guidatore riceve informazioni sullo stato in cui si trova ed effettua una nuova previsione. Il funzionamento di questa struttura è mostrato nella figura 5.13.

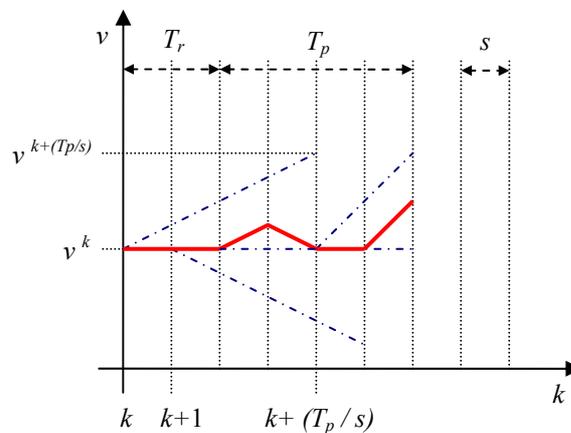


Figura 5.13 – Struttura pseudo-continua di secondo ordine con accelerazione traslata.

Il sistema che permette di implementare lo schema pseudo-continuo ad accelerazione traslata è:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^{k-T_r/s}, v_n^{k-T_r/s}, v_{n-1}^{k-T_r/s}] - v_n^{k-T_r/s}}{T_p} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^k \cdot s \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \frac{s^2}{2} \end{cases}$$

Visto che il modello prevede che il calcolo dell'accelerazione venga effettuato rispetto a variabili calcolate $[T_r / s]$ passi di simulazione prima dell'istante di riferimento k , la formula non può essere applicata prima del tempo di reazione. I primi valori di accelerazione devono quindi necessariamente essere assunti pari a zero. Ciò è comunque coerente con la realtà visto che si può supporre che, all'inizio dell'attività di guida, il guidatore, avendo un ritardo di reazione, non effettua nessun controllo sul veicolo.

c) Struttura pseudo-continua di secondo ordine con accelerazione ritardata

Nelle strutture con ritardo, l'ipotesi comportamentale alternativa alla precedente è che il guidatore sia cosciente di reagire in ritardo. In tal caso, così come già visto negli schemi discreti, si ottiene una struttura ad accelerazione ritardata.

Il guidatore pianifica quindi una determinata azione (decide a quale velocità desidera trovarsi dopo il tempo di previsione) e utilizza, quando inizia a reagire, una accelerazione tale da fargli raggiungere la velocità pianificata. In questo caso, a differenza dell'analogo schema discreto, tale velocità non viene raggiunta a causa dell'aggiornamento delle decisioni che avviene ad ogni passo di simulazione. La figura 5.14 mostra lo schema di funzionamento di questo schema.

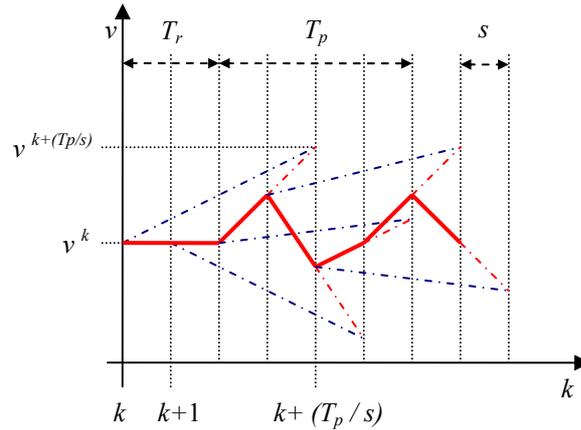


Figura 5.14 – Struttura pseudo-continua di secondo ordine con accelerazione ritardata.

In questo caso, il modello si può scrivere come:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^{k-T_r/s}, v_n^{k-T_r/s}, v_{n-1}^{k-T_r/s}] - v_n^k}{T_p - T_r} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^k \cdot s \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \frac{s^2}{2} \end{cases}$$

Anche in questo caso, per i motivi spiegati prima, i primi valori di accelerazione devono essere assunti pari a zero.

5.3.3 Commenti sugli schemi predittivi

La presenza, negli schemi di calcolo descritti in precedenza, di un tempo di previsione o di aggiornamento fa sì che questo tipo di strutture possano essere definite predittive. L'ipotesi alla base degli schemi discreti con ritardo è che il tempo di aggiornamento delle decisioni del guidatore virtuale coincide con il tempo di previsione. Al contrario negli schemi pseudo-continui, il tempo di aggiornamento coincide con il passo di simulazione; in modo che l'aggiornamento dello stato venga fatto il più frequentemente possibile.

In modo analogo è possibile costruire una serie di strutture discrete in cui il tempo di aggiornamento è diverso dal tempo di previsione e non necessariamente pari al passo di simulazione. Strutture di questo tipo devono essere messe in relazione con

comportamenti di guida particolari (questi schemi non sono stato analizzati nel corso di questa tesi).

Come detto in precedenza, nelle strutture discrete il comportamento di fondo si riferisce ad una guida in cui il livello di attenzione non è elevato. Al contrario, le strutture pseudo-continue si riferiscono a comportamenti di guida vigile. Alla luce di queste considerazioni ci si può chiedere quale tipo di struttura sia più adatta alla simulazione del moto longitudinale dei veicoli. La scelta, come sempre quando si ha a che fare con dei modelli, dipende dalle condizioni che devono essere riprodotte.

Nei prossimi paragrafi, gli schemi discreti e continui verranno analizzati per capire quale di essi permette di riprodurre i fenomeni di instabilità del traffico e quale si adatta meglio alle situazioni reali (mediante calibrazione e validazione rispetto a traiettorie reali).

5.4 Analisi di stabilità locale delle strutture predittive

La stabilità locale degli schemi predittivi visti nel paragrafo precedente è stata analizzata utilizzando la metodologia descritta nel terzo capitolo (cfr. 3.4). Sono state quindi studiate, mediante linearizzazione, le evoluzioni delle piccole perturbazioni attorno ad un punto di equilibrio.

Nel seguito, si farà riferimento ad una condizione di equilibrio in cui i veicoli viaggiano a velocità costante mantenendo un distanziamento costante. La velocità, il distanziamento e l'accelerazione di equilibrio saranno indicati rispettivamente v_e , h_e e a_e ; l'accelerazione di equilibrio deve naturalmente essere sempre pari a zero. Le piccole perturbazioni, che saranno sovrapposte allo stato di equilibrio, verranno indicate, per il generico veicolo n all'istante k , come degli incrementi mediante i seguenti simboli: ∂h_n^k , ∂v_n^k e ∂a_n^k . Si potrà quindi sempre scrivere:

$$\begin{cases} a_n^k = a_e + \partial a_n^k = \partial a_n^k \\ v_n^k = v_e + \partial v_n^k \\ h_n^k = h_e + \partial h_n^k \end{cases} .$$

Assumendo che tutti i veicoli abbiano gli stessi parametri, la funzione di Gipps può essere scritta come:

$$F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] = -b \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta \right) + \sqrt{b^2 \cdot \left(\frac{\tau}{2} + \theta \right)^2 + b \cdot \left[2 \cdot (h_n^k - S) - \tau \cdot v_n^k + \frac{(v_{n-1}^k)^2}{\hat{b}} \right]},$$

le cui derivate parziali (che saranno utilizzate nel seguito per linearizzare le equazioni dei modelli) sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial F_1}{\partial h_n^k} \right|_{h_e, v_e, v_e} = \frac{1}{\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta} \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial v_n^k} \right|_{h_e, v_e, v_e} = \frac{-\frac{\tau}{2}}{\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta} \\ \left. \frac{\partial F_3}{\partial v_{n-1}^k} \right|_{h_e, v_e, v_e} = \frac{\frac{v_e}{\hat{b}}}{\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta} \end{array} \right. \quad (6)$$

La linearizzazione è stata effettuata ipotizzando, senza perdere di generalità, che il plotone sia composto da N veicoli che si muovono su una strada circolare in modo che il leader del primo veicolo sia anche l'ultimo del plotone. Questo modo di procedere fa sì che le variabili accelerazione, velocità e posizione siano N volte periodiche rispetto all'indice del veicolo n . Questa periodicità permette di scrivere gli incrementi delle variabili come serie di Fourier di numero d'onda $k = 0, 1, \dots, N-1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial a_n^k = \text{Re} \{ c_a \cdot \lambda^k \cdot \omega^n \} \\ \partial v_n^k = \text{Re} \{ c_v \cdot \lambda^k \cdot \omega^n \}, \\ \partial h_n^k = \text{Re} \{ c_h \cdot \lambda^k \cdot \omega^n \} \end{array} \right. \quad (7)$$

dove:

- c_a, c_v e c_h sono delle costanti complesse;
- λ rappresenta gli autovalori della matrice dinamica del sistema linearizzato;
- $\omega = \exp[i \cdot \xi]$, con $\xi = 2k\pi / N$.

Nel seguito verranno esaminate le evoluzioni relative ai due casi limite di ω , ovvero $\xi = 0$ e $\xi = \pi$.

5.4.1 Schema discreto ad accelerazione traslata

Il sistema di equazioni relativo a questa struttura può essere riscritto, omettendo di considerare gli stati intermedi tra due istanti di aggiornamento, come:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^k}{T_a} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^k \cdot T_r + a_n^{k+1} \cdot (T_a - T_r) \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) + (v_{n-1}^{k+1} - v_n^{k+1}) \cdot \left(\frac{T_a - T_r}{2}\right) + \\ + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \left(\frac{T_a \cdot T_r}{2}\right) \end{cases}$$

Linearizzando le equazioni attorno allo stato di equilibrio si ottiene:

$$\begin{cases} \partial a_n^{k+1} = \frac{1}{T_a} \cdot (\partial F_1 \cdot \partial h_n^k + \partial F_2 \cdot \partial v_n^k + \partial F_3 \cdot \partial v_{n-1}^k - \partial v_n^k) \\ \partial v_n^{k+1} = \partial v_n^k + \partial a_n^k \cdot T_r + \partial a_n^{k+1} \cdot (T_a - T_r) \\ \partial h_n^{k+1} = \partial h_n^k + (\partial v_{n-1}^k - \partial v_n^k) \cdot \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) + (\partial v_{n-1}^{k+1} - \partial v_n^{k+1}) \cdot \left(\frac{T_a - T_r}{2}\right) + \\ + (\partial a_{n-1}^k - \partial a_n^k) \cdot \left(\frac{T_a \cdot T_r}{2}\right) \end{cases}$$

Sostituendo in questo sistema le relazioni (7) e semplificando i termini opportuni, si ha:

$$\begin{cases} c_a \cdot \lambda = \frac{1}{T_a} \cdot c_h \cdot \partial F_1 + \frac{1}{T_a} \cdot c_v \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) \\ c_v \cdot \lambda = c_v + T_r \cdot c_a + (T_a - T_r) \cdot c_a \cdot \lambda \\ c_h \cdot \lambda = c_h + \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) \cdot c_v \cdot (\omega^{-1} - 1) + \left(\frac{T_a - T_r}{2}\right) \cdot c_v \cdot \lambda \cdot (\omega^{-1} - 1) + \\ + \frac{T_a \cdot T_r}{2} \cdot c_a \cdot (\omega^{-1} - 1) \end{cases} \quad (8)$$

Le tre equazioni possono essere assemblate in modo da ottenere un'unica equazione caratteristica di terzo grado in λ (in questo modo le costanti complesse si elidono tra di loro). Lo studio dell'equazione di terzo grado permette di valutare quando gli autovalori sono esterni al cerchio unitario e quindi di capire quando il sistema è stabile o instabile. L'equazione che si ottiene semplificando il sistema (8) è:

$$\begin{aligned}
 & T_a \cdot \lambda^3 - [2 \cdot T_a + (T_a - T_r) \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) + \left(\frac{(T_a - T_r)^2}{2} \right) \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1)] \cdot \lambda^2 + \\
 & + [T_a + (T_a - 2 \cdot T_r) \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) - \left(\frac{T_a^2}{2} + T_a \cdot T_r - T_r^2 \right) \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1)] \cdot \lambda + \\
 & + [T_r \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) + \left(\frac{T_a \cdot T_r - T_a - T_r}{2} \right) \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1)] = 0
 \end{aligned}$$

Nel caso in cui $\xi = 0$, l'equazione di terzo grado si riduce a:

$$(\lambda - 1) \cdot \left[\lambda \cdot (\lambda - 1) - \frac{1}{T_a} \cdot (\partial F_2 + \partial F_3 - 1) \cdot [T_r + (T_a - T_r) \cdot \lambda] \right] = 0,$$

che si annulla quando $\lambda = 1$ (soluzione marginale) e quando il termine tra parentesi quadre è nullo:

$$\lambda \cdot (\lambda - 1) - \frac{1}{T_a} \cdot (\partial_2 F + \partial_3 F - 1) \cdot [T_r + (T_a - T_r) \cdot \lambda] = 0.$$

Tale equazione non è di facile risoluzione, tuttavia si possono individuare le condizioni che fanno sì che $\lambda = \pm 1$.

Si ha $\lambda = 1$ se $\partial F_2 + \partial F_3 = 1$, ovvero se: $v_e > \frac{\tau + \theta}{\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b}}$.

Imponendo invece $\lambda = -1$ si ha $\partial F_2 + \partial F_3 = \frac{2 \cdot T_r + T_a}{2 \cdot T_r - T_a}$, che si traduce nel seguente

limite di instabilità:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{2 \cdot T_r + T_a}{2 \cdot T_r - T_a} \cdot \frac{1}{b} \right) = \left(\frac{2 \cdot T_r}{2 \cdot T_r - T_a} \right) \cdot \tau + \left(\frac{2 \cdot T_r + T_a}{2 \cdot T_r - T_a} \right) \cdot \theta.$$

Il secondo membro di questa equazione è sempre negativo, mentre il primo membro è sempre positivo; non può quindi esserci instabilità in queste condizioni.

Nel caso in cui $\xi = \pi$, l'equazione di terzo grado diventa:

$$\begin{aligned}
 & T_a \cdot \lambda^3 - [2 \cdot T_a + (T_a - T_r) \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) - (T_a - T_r)^2 \cdot \partial F_1] \cdot \lambda^2 + \\
 & + [T_a + (T_a - 2 \cdot T_r) \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) + 2 \cdot \left(\frac{T_a^2}{2} + T_a \cdot T_r - T_r^2 \right) \cdot \partial F_1] \cdot \lambda + \\
 & + [T_r \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) - (T_a \cdot T_r - T_a - T_r) \cdot \partial F_1] = 0
 \end{aligned}$$

Imponendo $\lambda = 1$, si ottiene $\partial F_1 = \frac{1}{\left(\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta\right)} = 0$, il che è impossibile.

Le condizioni che si ottengono imponendo $\lambda = -1$ sono anche esse irrealizzabili; il sistema, per $\xi = \pi$, è quindi sempre stabile.

Nella figura 5.15 è mostrato l'andamento degli autovalori del modello in funzione del modo ξ (variabile da 0 a π). Il grafico è stato ottenuto per i seguenti valori dei parametri:

$$b = 3.0 \text{ m/s}^2; \hat{b} = 2.0 \text{ m/s}^2; \tau = 0.67 \text{ s}; \theta = 0.33 \text{ s}; T_a = 0.5 \text{ s}; T_r = 0.2 \text{ s}; v_e = 20 \text{ m/s}.$$

Si può notare dalla figura che il modo che vincola la stabilità del modello è $\xi = 0$; infatti se un autovalore è in valore assoluto maggiore di uno per un qualunque valore di ξ , lo sarà anche per $\xi = 0$.

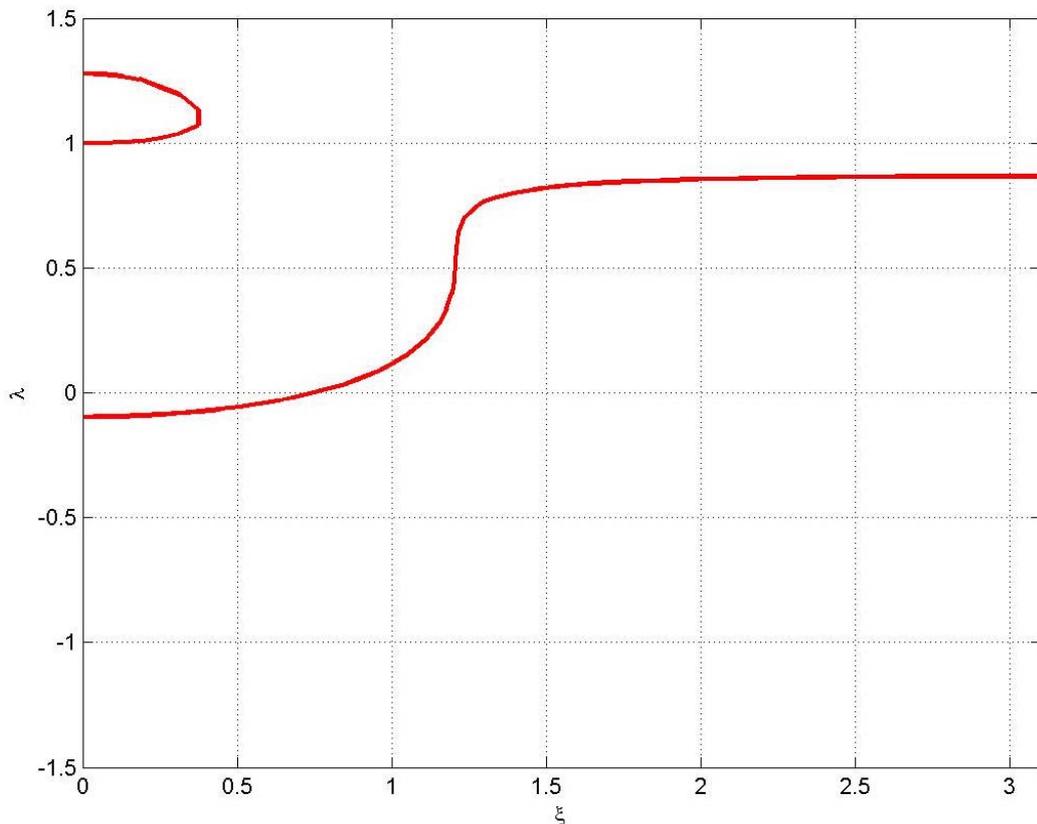


Figura 5.15 – Andamento degli autovalori (schema discreto ad accelerazione traslata)

La condizione di instabilità per questo tipo di controllo si riduce quindi a:

$$v_e > \frac{\tau + \theta}{\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b}}, \quad (9)$$

per cui il sistema diventa instabile:

- aumentando la velocità di equilibrio;
- diminuendo τ e θ ;
- diminuendo \hat{b} ;
- aumentando b .

Va comunque ricordato che la condizione (9) implica la non corretta definizione del modello stazionario di Gipps (vedere paragrafo 3.3.1).

5.4.2 Schema discreto ad accelerazione ritardata

Linearizzando attorno alla posizione di equilibrio le equazioni che controllano questa struttura modellistica si ottiene, in modo analogo a quanto visto per lo schema ad accelerazione traslata, la seguente equazione di terzo grado che mette in relazione gli autovalori del sistema linearizzato, i parametri del modello e il numero d'onda.

$$\begin{aligned} (T_a - T_r) \cdot \lambda^3 + [T_r - (T_a - T_r) \cdot (\partial F_2 + 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) + \left(\frac{(T_a - T_r)^2}{2} \right) \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1)] \cdot \lambda^2 + \\ + [-T_r + (T_a - 2 \cdot T_r) \cdot (\partial F_2 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) - \left(\frac{T_a^2}{2} + T_a \cdot T_r - T_r^2 \right) \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1)] \cdot \lambda + \\ + [T_r \cdot (\partial F_2 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) + \frac{T_r^2}{2} \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1)] = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Nel caso in cui $\xi = 0$, si ha $\omega^{-1} = 1$ e l'equazione diventa:

$$\begin{aligned} (T_a - T_r) \cdot \lambda^3 + [T_r - (T_a - T_r) \cdot (\partial F_2 + 1 + \partial F_3)] \cdot \lambda^2 + \\ + [-T_r + (T_a - 2 \cdot T_r) \cdot (\partial F_2 + \partial F_3)] \cdot \lambda + T_r \cdot (\partial F_2 + \partial F_3) = 0 \end{aligned}$$

le cui soluzioni sono:

- $\lambda_1 = 1$ (soluzione marginale);
- $\lambda_2 = \partial F_2 + \partial F_3$;
- $\lambda_3 = \frac{T_r}{T_r - T_a}$.

La terza equazione fornisce una prima importante condizione di instabilità per questo modello. Infatti, mentre $\lambda_3 > 1$ è una condizione impossibile per T_a e T_r positivi, $\lambda_3 < -1$ è sempre verificata quando $T_r > T_a / 2$. Quindi il comportamento della struttura ad accelerazione ritardata è sempre instabile quando il tempo di reazione è maggiore della metà del tempo di aggiornamento.

Imponendo invece $\lambda_2 < -1$ e sostituendo ai termini ∂F_2 e ∂F_3 le corrispondenti equazioni (6), si ottiene la condizione:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} + \frac{1}{b} \right) + \theta < 0,$$

la quale è irrealizzabile in quanto il primo termine è sempre positivo.

La condizione $\lambda_2 > 1$ fornisce invece la condizione:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \tau + \theta,$$

analoga all'equazione (9).

Imponendo $\xi = \pi$ ($\omega^{-1} = -1$), l'equazione (10) diventa:

$$\begin{aligned} (T_a - T_r) \cdot \lambda^3 + [T_r - (T_a - T_r) \cdot (\partial F_2 + 1 - \partial F_3) - (T_a - T_r)^2 \cdot \partial F_1] \cdot \lambda^2 + \\ + [-T_r + (T_a - 2 \cdot T_r) \cdot (\partial F_2 - \partial F_3) + 2 \cdot \left(\frac{T_a^2}{2} + T_a \cdot T_r - T_r^2 \right) \cdot \partial F_1] \cdot \lambda + \\ + [T_r \cdot (\partial F_2 - \partial F_3) - T_r^2 \cdot \partial F_1] = 0 \end{aligned}$$

Il limite $\lambda = 1$ può essere oltrepassato solo se $T_r = T_a$, la quale violerebbe l'ipotesi di base del modello secondo cui $T_a > T_r$.

Imponendo invece $\lambda = -1$, l'equazione di terzo grado diventa:

$$\partial F_2 + 1 - \partial F_3 - \left(\frac{3 \cdot T_r^2}{2 \cdot T_r - T_a} - 2 \cdot T_r \right) \cdot \partial F_1 = 0.$$

Sostituendo poi le equazioni (6) in questa relazione si ottiene:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) = \theta - k, \text{ con } k = \frac{3 \cdot T_r^2}{2 \cdot T_r - T_a} - 2 \cdot T_r,$$

per cui la condizione di instabilità è:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \theta - k.$$

Nel caso in cui $\hat{b} > b$, il primo termine è sempre negativo per cui il modello è sempre stabile. Nel caso opposto in funzione dei valori di θ e k si può avere instabilità.

Le figure 5.16 e 5.17 mostrano l'andamento degli autovalori di questa struttura al variare del numero d'onda ξ per diversi valori dei parametri. La prima figura si riferisce al caso in cui il tasso di decelerazione del leader non sia sottostimato e il tempo di reazione sia maggiore della metà del tempo di aggiornamento. Nella seconda figura invece il tasso di decelerazione del leader è sottostimato e il tempo di reazione è inferiore alla metà del tempo di aggiornamento.

Il risultato evidenziato nella figura 5.16 riveste particolare importanza. Esso si riferisce infatti ad una situazione in cui $b < \hat{b}$, la quale, ricordando quanto detto nel paragrafo 3.3.1, è l'unica situazione per cui il modello stazionario derivante da Gipps è ben definito e quindi utilizzabile. Il grafico mostrato in figura è stato ottenuto per i seguenti valori dei parametri del modello:

$$b = 3.0 \text{ m/s}^2; \hat{b} = 3.5 \text{ m/s}^2; \tau = 0.67 \text{ s}; \theta = 0.33 \text{ s}; T_a = 0.5 \text{ s}; T_r = 0.3 \text{ s}; v_e = 20 \text{ m/s}.$$

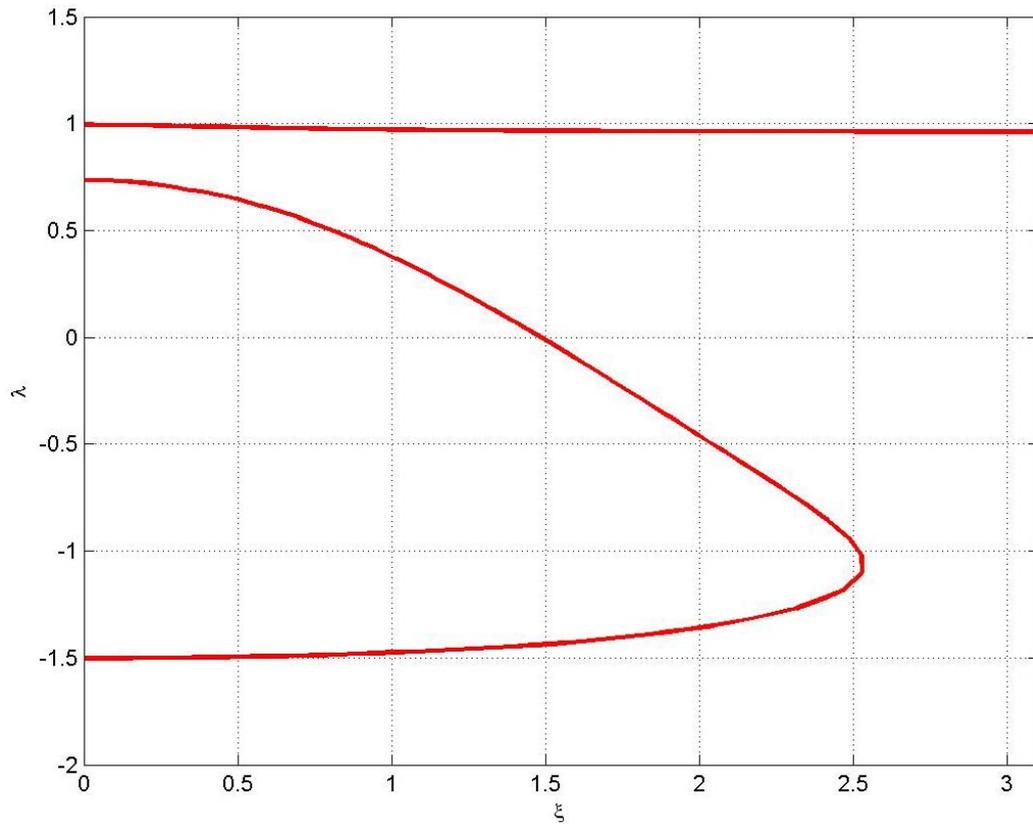


Figura 5.16 –Autovalori del modello nel caso $b < \hat{b}$ e $T_r > T_a / 2$.

La figura 5.17 mostra come l'instabilità del modello, quando $b > \hat{b}$, possa insorgere per numeri d'onda pari a zero o a π . Il grafico è stato ottenuto per i seguenti valori dei parametri del modello:

$$b = 3.0 \text{ m/s}^2; \hat{b} = 2.0 \text{ m/s}^2; \tau = 0.67 \text{ s}; \theta = 0.33 \text{ s}; T_a = 0.5 \text{ s}; T_r = 0.2 \text{ s}; v_e = 20 \text{ m/s}.$$

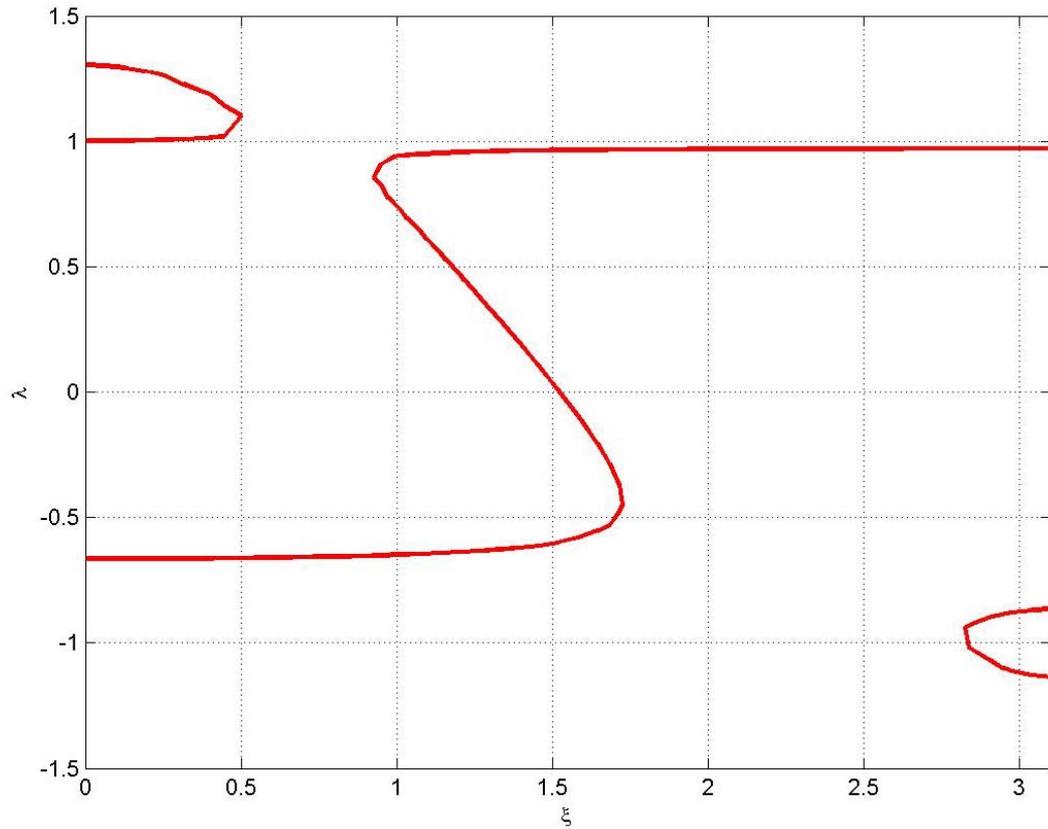


Figura 5.17 –Autovalori del modello nel caso $b > \hat{b}$ e $T_r < T_a / 2$.

5.4.3 Schema pseudo-continuo non ritardato

Il sistema di equazioni che permette di implementare la struttura pseudo-continua non ritardata è, come già indicato nel paragrafo 5.3.2, il seguente:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^k}{T_p} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^{k+1} \cdot s \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^{k+1} - a_n^{k+1}) \cdot \frac{s^2}{2} \end{cases}$$

Linearizzando il modello attorno alla posizione di equilibrio, si ottiene la seguente equazione caratteristica di secondo grado:

$$\lambda^2 - \left[2 + \frac{s^2}{2 \cdot T_p} \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1) + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) \right] \cdot \lambda + \left[1 - \frac{s^2}{2 \cdot T_p} \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1) + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) \right] = 0$$

Per $\xi = 0$, essa diventa:

$$\lambda^2 - \left[2 + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3) \right] \cdot \lambda + \left[1 + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3) \right] = 0,$$

le cui soluzioni sono:

- $\lambda_1 = 1$ (soluzione marginale);
- $\lambda_2 = \frac{T_p - s + s \cdot (\partial F_2 + \partial F_3)}{T_p}$.

Imponendo che $\lambda_2 > 1$ si ottiene $v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \tau + \theta$, per cui si può avere instabilità

solo se $\hat{b} < b$ (nel caso contrario il primo termine sarebbe negativo). Questa condizione, uguale a quella ottenuta nei casi precedenti, è anche il limite oltre il quale il modello stazionario di Gipps non è ben definito.

La condizione $\lambda_2 < -1$ si traduce nella seguente relazione:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} + \frac{2 \cdot T_p - s}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) < \left(\frac{s - T_p}{s} \right) \cdot \tau + \left(\frac{s - 2 \cdot T_p}{s} \right) \cdot \theta,$$

in cui il primo membro è sempre positivo e il secondo membro è sempre negativo ($T_p > s$). L'autovalore λ_2 non può quindi mai portarsi nella zona di instabilità.

Nel caso in cui $\xi = \pi$, l'equazione caratteristica diventa:

$$\lambda^2 - \left[2 - \frac{s^2}{T_p} \cdot \partial F_1 + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) \right] \cdot \lambda + \left[1 + \frac{s^2}{T_p} \cdot \partial F_1 + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) \right] = 0.$$

Sostituendo $\lambda = 1$ in questa equazione si ottiene $\partial F_1 = 0$, ovvero una condizione impossibile visto che $\partial F_1 = \frac{1}{\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta}$.

Imponendo invece $\lambda = -1$, si ha:

$$2 + \frac{s}{T_p} \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) = 0, \text{ ovvero: } \partial F_3 - \partial F_2 = \frac{2 \cdot T_p - s}{s}.$$

Sostituendovi poi le relazioni (6) si ottiene la condizione limite di instabilità:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{2 \cdot T_p - s}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = \frac{T_p}{s} \cdot \tau + \frac{2 \cdot T_p - s}{s} \cdot \theta, \quad (11)$$

il cui secondo membro è sempre positivo.

La relazione (11) può essere soddisfatta solo se il suo primo membro è positivo, ovvero se $T_p < \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{b}{\hat{b}} + 1 \right)$. Questa condizione non è però praticamente mai verificata per valori di s piccoli (ad esempio quando il passo di implementazione è 0.1 secondo).

La figura 5.18 mostra l'andamento degli autovalori del modello nel caso in cui: $b = 3.0 \text{ m/s}^2$; $\hat{b} = 2.0 \text{ m/s}^2$; $\tau = 0.67 \text{ s}$; $\theta = 0.33 \text{ s}$; $T_p = 0.3 \text{ s}$; $T_r = 0.2 \text{ s}$; $v_e = 20 \text{ m/s}$.

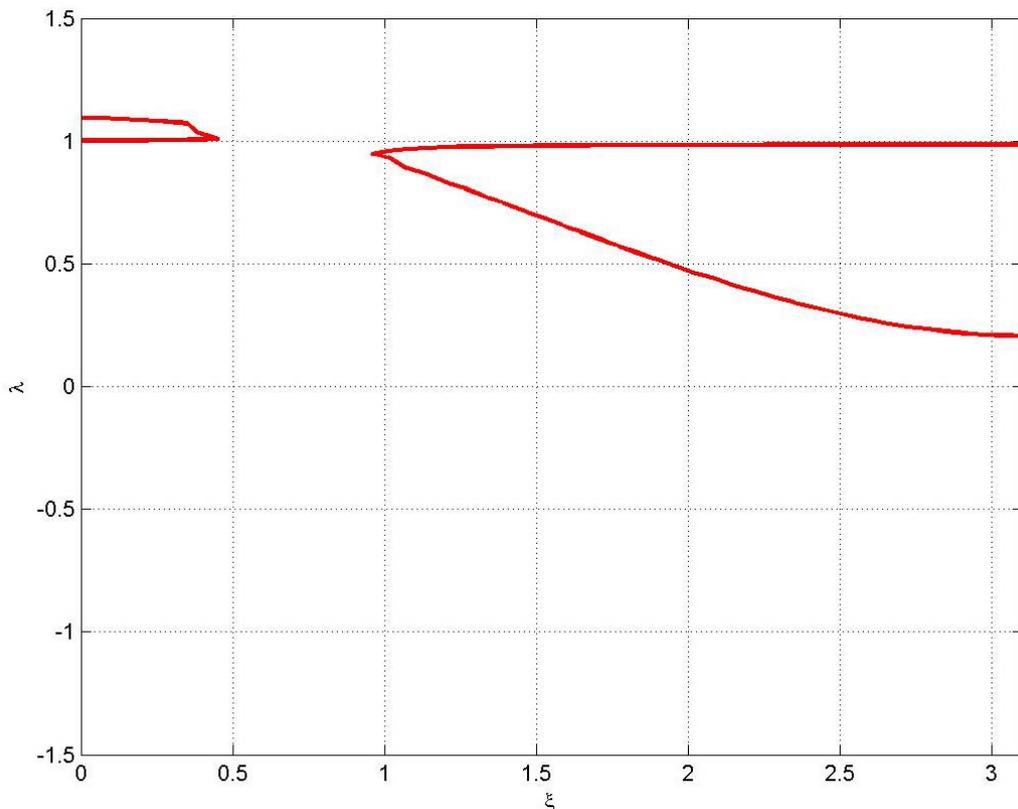


Figura 5.18 – Andamento degli autovalori del modello pseudo-continuo non ritardato.

5.4.4 Schema pseudo-continuo ad accelerazione traslata

L'equazione caratteristica ottenibile mediante linearizzazione dal sistema di equazione che permette di implementare la struttura pseudo-continua con accelerazione traslata è:

$$T_p \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1)^2 \cdot \lambda^R - \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1) \cdot \frac{s^2}{2} \cdot (\lambda + 1) - s \cdot (\lambda - 1) \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) = 0,$$

dove $R = T_r / s$ indica il numero di intervalli di discretizzazione corrispondenti al tempo di reazione.

Per $\xi = 0$, l'equazione caratteristica diventa:

$$(\lambda - 1) \cdot [T_p \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1) \cdot \lambda^R - s \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3)] = 0,$$

che ha soluzione per:

- $\lambda = 1$ (soluzione marginale);
- $T_p \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1) \cdot \lambda^R - s \cdot (\partial F_2 - 1 + \partial F_3) = 0$.

Sostituendo nella seconda relazione $\lambda = 1$ si ottiene:

$\partial F_2 - 1 + \partial F_3 = 0$, ovvero la relazione di instabilità già vista nei casi precedenti:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \tau + \theta.$$

Imponendo invece $\lambda = 1$ si ha $\partial F_2 + \partial F_3 = 1 + \frac{2 \cdot T_p}{s} \cdot (-1)^R$.

Se R è pari, si ha $\partial F_2 + \partial F_3 = 1 + \frac{2 \cdot T_p}{s}$, che ha per soluzione:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{2 \cdot T_p + s}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = \left(\frac{T_p + s}{s} \right) \cdot \tau + \left(\frac{2 \cdot T_p}{s} \right) \cdot \theta.$$

Il secondo membro dell'equazione è sempre positivo, per cui il limite di instabilità si può avere solo se anche il primo membro è positivo, ovvero se:

$$T_p < \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{b}{\hat{b}} - 1 \right),$$

che, per valori usuali dei parametri, non è mai verificata.

Se R è dispari, l'equazione diventa: $\partial F_2 + \partial F_3 = 1 - \frac{2 \cdot T_p}{s}$. La sua soluzione è:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} + \frac{2 \cdot T_p - s}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = \left(\frac{s - T_p}{s} \right) \cdot \tau + \left(\frac{s - 2 \cdot T_p}{s} \right) \cdot \theta,$$

il cui il primo membro è sempre positivo, mentre il secondo è sempre negativo. Il limite di instabilità non può quindi mai essere raggiunto in questo caso.

Per $\xi = \pi$, l'equazione caratteristica può essere riscritta nel seguente modo:

$$T_p \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1)^2 \cdot \lambda^R + \partial F_1 \cdot s^2 \cdot (\lambda + 1) - s \cdot (\lambda - 1) \cdot (\partial F_2 - 1 - \partial F_3) = 0. \quad (12)$$

Per $\lambda = 1$, si ottiene la condizione impossibile da realizzare: $\partial F_1 \cdot s^2 \cdot (\lambda + 1) = 0$.

Per $\lambda = -1$, l'equazione (12) può essere riscritta come:

$$\partial F_2 - \partial F_3 = 1 + \frac{2 \cdot T_p}{s} \cdot (-1)^R.$$

Quando R è pari si ottiene $\partial F_2 - \partial F_3 = 1 + \frac{2 \cdot T_p}{s}$, che può essere riscritta come:

$$-\frac{\tau}{2} - \frac{v_e}{\hat{b}} = \left(1 + \frac{2 \cdot T_p}{s} \right) \cdot \left(\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta \right).$$

Tale condizione è irrealizzabile visto che il primo membro è sempre negativo, mentre il secondo è sempre positivo.

Quando R è dispari, invece, si ha: $\partial F_2 - \partial F_3 = 1 - \frac{2 \cdot T_p}{s}$, che fornisce il seguente

limite di instabilità:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} + \frac{s - 2 \cdot T_p}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = \left(\frac{T_p - s}{s} \right) \cdot \tau + \left(\frac{2 \cdot T_p - s}{s} \right) \cdot \theta.$$

Visto che il secondo membro è sempre positivo, per avere instabilità anche il primo deve esserlo. Questa condizione si verifica se $T_p < \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{b}{\hat{b}} + 1 \right)$, la quale, per valori usuali dei parametri, non è mai ottenibile.

Si fa notare che il tempo di reazione non entra direttamente in gioco nelle equazioni che definiscono le condizioni di instabilità; tale parametro è utilizzato solo per valutare quando il parametro R è pari o dispari.

La figura 5.19 mostra l'andamento degli autovalori della struttura pseudo-continua con accelerazione traslata nel caso in cui i parametri del modello sono:

$b = 3.0 \text{ m/s}^2$; $\hat{b} = 2.0 \text{ m/s}^2$; $\tau = 0.67 \text{ s}$; $\theta = 0.33 \text{ s}$; $s = 0.1 \text{ s}$; $T_p = 0.5 \text{ s}$; $T_r = 0.2 \text{ s}$ (R pari); $v_e = 20 \text{ m/s}$.

L'instabilità mostrata in figura in corrispondenza di $\xi = 0$ è causata dal verificarsi della condizione:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \tau + \theta.$$

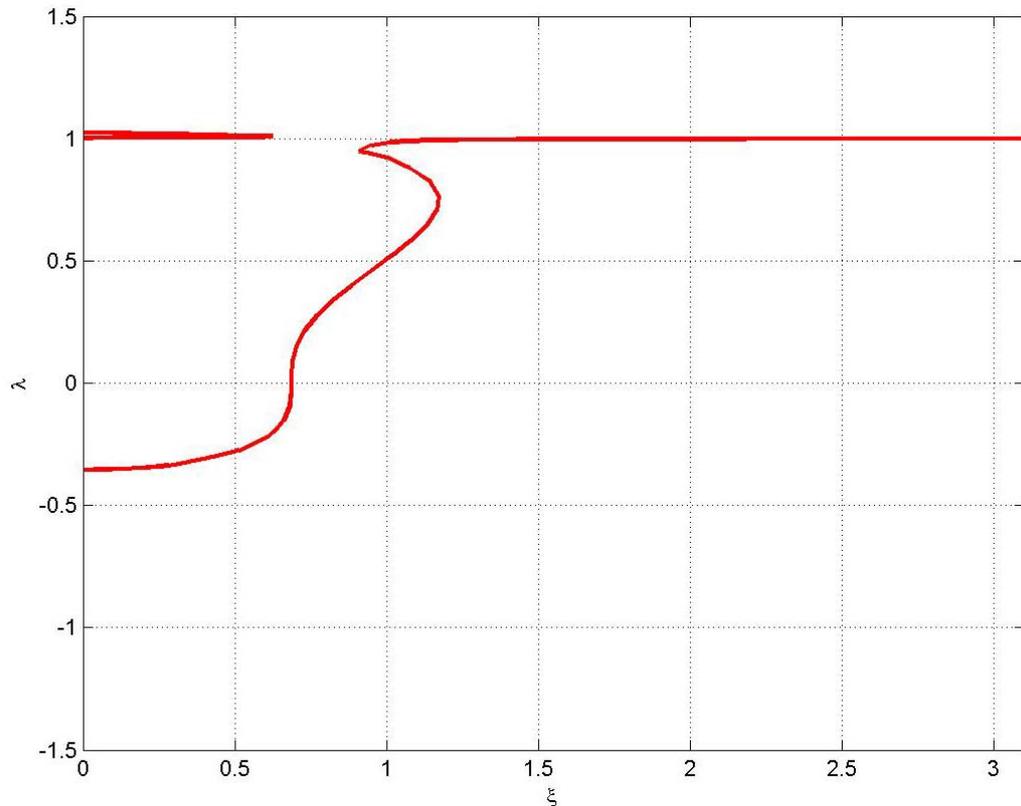


Figura 5.19 – Andamento degli autovalori del modello pseudo-continuo traslato.

5.4.5 Schema pseudo-continuo ad accelerazione ritardata

Il sistema di equazioni che permettono di implementare questo modello è:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^{k-T_r/s}, v_n^{k-T_r/s}, v_{n-1}^{k-T_r/s}] - v_n^k}{T_r} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^k \cdot s \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \frac{s^2}{2} \end{cases}$$

Linearizzando attorno alla posizione di equilibrio, si ottiene l'equazione caratteristica che mette in relazione gli autovalori del sistema, il numero d'onda e i parametri del modello:

$$\begin{aligned} T_r \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1)^2 \cdot \lambda^R - \frac{s^2}{2} \cdot \partial F_1 \cdot (\omega^{-1} - 1) \cdot (\lambda + 1) + \\ - s \cdot (\partial F_2 + \partial F_3 \cdot \omega^{-1}) \cdot (\lambda - 1) + s \cdot (\lambda - 1) \cdot \lambda^R = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

dove $R = T_r / s$.

Per $\xi = 0$ ($\omega^{-1} = 1$), l'equazione (13) diventa:

$$(\lambda - 1) \cdot [T_r \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1) \cdot \lambda^R - s \cdot (\partial F_2 + \partial F_3) + s \cdot \lambda^R] = 0,$$

che ha per soluzioni:

- $\lambda = 1$ (soluzione marginale);
- $T_r \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1) \cdot \lambda^R - s \cdot (\partial F_2 + \partial F_3) + s \cdot \lambda^R = 0$.

Sostituendo nella seconda equazione $\lambda = 1$, si ottiene $\partial F_2 + \partial F_3 = 1$, ovvero la seguente condizione di instabilità:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \tau + \theta.$$

Sostituendo invece $\lambda = -1$, si ha $\partial F_2 + \partial F_3 = \left(1 + \frac{2 \cdot T_r}{s} \right) \cdot (-1)^R$.

Se R è pari, si ottiene il seguente limite di instabilità:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{s + 2 \cdot T_p}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = \left(\frac{s + T_p}{s} \right) \cdot \tau + \left(\frac{s + 2 \cdot T_p}{s} \right) \cdot \theta,$$

in cui il primo membro (per valori coerenti dei parametri) è sempre negativo, mentre il secondo membro è sempre positivo. L'instabilità non può quindi mai essere raggiunta in queste condizioni.

Se R è dispari, si ha:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} + \frac{s + 2 \cdot T_r}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = - \left(\frac{T_r}{s} \right) \cdot \tau - \left(\frac{2 \cdot T_r + s}{s} \right) \cdot \theta,$$

in cui il primo è quasi sempre positivo e il secondo membro è sempre negativo. Questa relazione non può quindi portare ad instabilità.

Per $\xi = \pi(\omega^{-1} = -1)$, l'equazione caratteristica diventa:

$$T_r \cdot \lambda \cdot (\lambda - 1)^2 \cdot \lambda^R + s^2 \cdot \partial F_1 \cdot (\lambda + 1) - s \cdot (\partial F_2 - \partial F_3) \cdot (\lambda - 1) + s \cdot (\lambda - 1) \cdot \lambda^R = 0$$

Se $\lambda = 1$, si ottiene $2 \cdot s^2 \cdot \partial F_1 = 0$, la quale è irrealizzabile.

Se, invece, $\lambda = -1$ la relazione può essere riscritta come:

$$\partial F_2 - \partial F_3 = \left(\frac{2 \cdot T_r + s}{s} \right) \cdot (-1)^R. \quad (14)$$

Se R è pari, l'equazione (14) fornisce la seguente relazione di instabilità:

$$-\frac{\tau}{2} - \frac{v_e}{\hat{b}} = \left(\frac{2 \cdot T_r + s}{s} \right) \cdot \left(\frac{v_e}{b} + \frac{\tau}{2} + \theta \right),$$

che non è raggiungibile

Se R è dispari, l'equazione limite di instabilità è:

$$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{2 \cdot T_r + s}{s} \cdot \frac{1}{b} \right) = \left(\frac{T_r}{s} \right) \cdot \tau + \left(\frac{2 \cdot T_r + s}{s} \right) \cdot \theta,$$

in cui il primo membro è sempre negativo, mentre il secondo è sempre positivo. Il limite di instabilità non è quindi raggiungibile.

A differenza del caso precedente, nelle equazioni che descrivono il comportamento di instabilità compare solo il tempo di reazione e mai il tempo di aggiornamento.

La figura 5.20 mostra l'andamento degli autovalori i parametri del modello sono: $b = 3.0 \text{ m/s}^2$; $\hat{b} = 2.0 \text{ m/s}^2$; $\tau = 0.67 \text{ s}$; $\theta = 0.33 \text{ s}$; $s = 0.1 \text{ s}$; $T_r = 0.2 \text{ s}$ (R è pari); $v_e = 20 \text{ m/s}$.

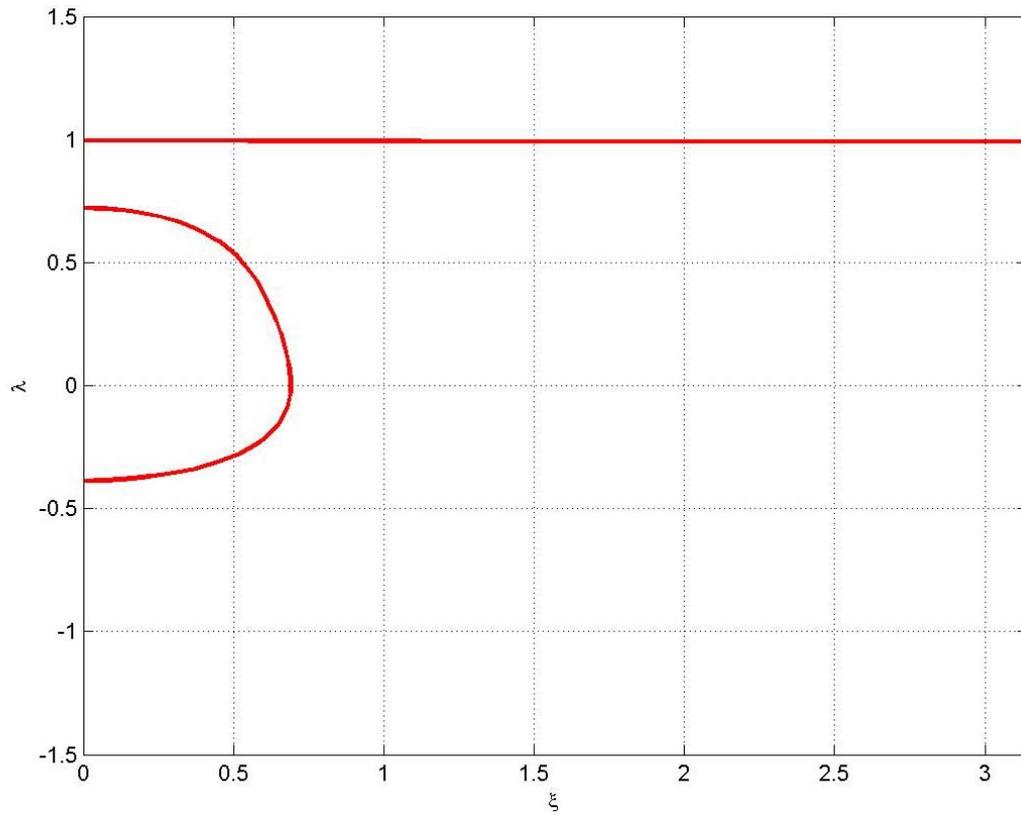


Figura 5.20 – Andamento degli autovalori del modello pseudo-continuo traslato (R pari).

Nella figura 5.21 viene invece mostrato l'andamento degli autovalori nel caso in cui R è dispari. I parametri del modello utilizzati in questo caso sono:

$$b = 3.0 \text{ m/s}^2; \hat{b} = 2.0 \text{ m/s}^2; \tau = 0.67 \text{ s}; \theta = 0.33 \text{ s}; s = 0.1 \text{ s}; T_r = 0.3 \text{ s}; v_e = 20 \text{ m/s}.$$

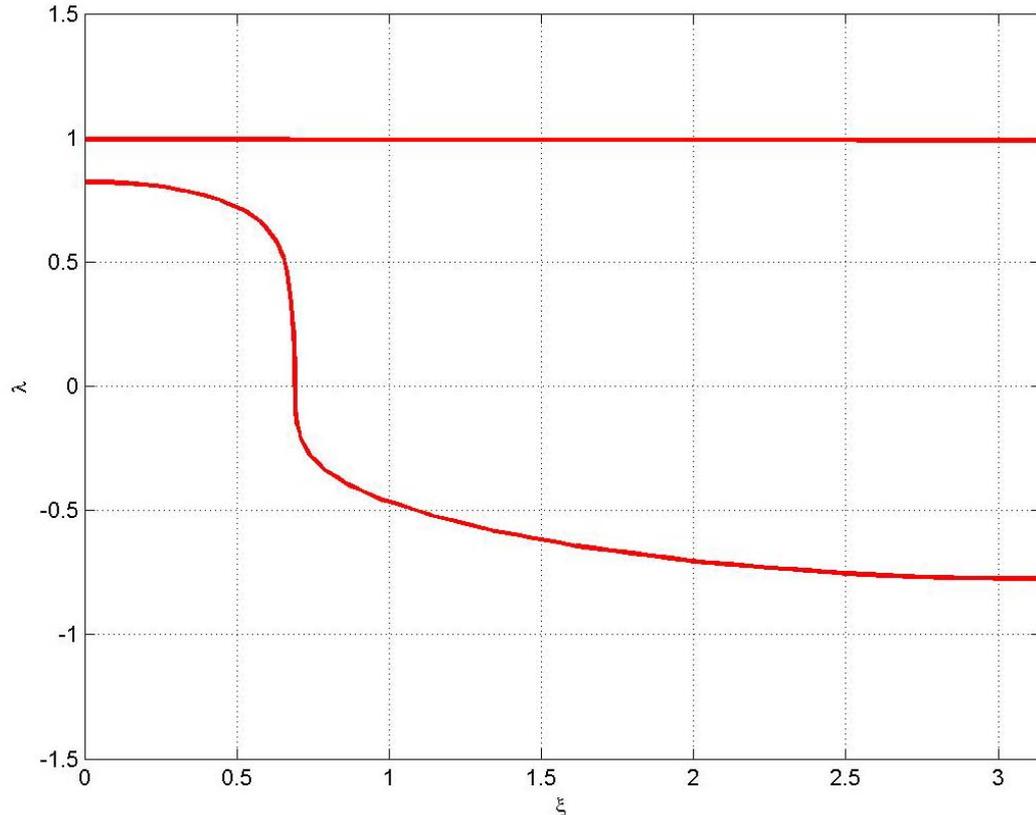


Figura 5.20 – Andamento degli autovalori del modello pseudo-continuo traslato (R dispari).

5.4.6 Considerazioni sulla stabilità delle strutture

L'utilizzo di diverse strutture per implementare un modello di moto longitudinale influenza la sua stabilità. Alcune strutture, sia discrete che pseudo-continue, sono state analizzate mediante linearizzazione attorno ad una posizione di equilibrio; la tabella 5.1 schematizza i risultati di queste analisi, assieme a quelli ottenuti da Wilson per il modello originale (cfr. 3.4.2).

Alcune condizioni sono comuni a tutte le strutture esaminate. In particolare la soluzione marginale ($\lambda = 1$) è risultata essere sempre presente; ciò indica che la stabilità dei modelli può essere solo locale e mai asintotica. Questa condizione potrebbe essere una caratteristica propria della formula di Gipps. Oltre a questo, anche la condizione di instabilità $v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \tau + \theta$ è presente in tutti gli schemi. Va comunque ricordato che tale condizione implica una non corretta definizione del

modello in condizioni stazionarie e non può quindi essere utilizzata come condizione di instabilità (per tale ragione non viene riportata nella tabella 5.1).

Inoltre, le analisi sulle soluzioni di equilibrio del modello di Gipps, riportate nel terzo capitolo (cfr. 3.3), hanno evidenziato delle incoerenze dal punto di vista fisico nel caso in cui il tasso di decelerazione del veicolo leader sia sottostimato. Le equazioni stazionarie del deflusso sono infatti coerenti con la realtà solo nel caso in cui $b < \hat{b}$.

Tabella 5.1 – Condizioni di instabilità delle strutture predittive.

Schema	Condizione di instabilità
<i>Discreto</i>	
non ritardato	$v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \theta$ (valida solo per $b > \hat{b}$)
ad accelerazione traslata	sempre stabile
ad accelerazione ritardata	$T_r > T_a / 2$ oppure $v_e \cdot \left(\frac{1}{\hat{b}} - \frac{1}{b} \right) > \theta - \frac{3 \cdot T_r^2}{2 \cdot T_r - T_a} + 2 \cdot T_r$ (valida solo per $b > \hat{b}$)
<i>Pseudo-continuo</i>	
non ritardato	sempre stabile
ad accelerazione traslata	sempre stabile
ad accelerazione ritardata	sempre stabile

Il confronto tra i risultati riguardanti la stabilità indicano un comportamento diverso delle strutture discrete rispetto a quelle pseudo-continue. Gli schemi pseudo-continui sono sempre stabili; ciò è probabilmente dovuto alla maggiore frequenza di aggiornamento delle azioni dei veicoli, in risposta a stimoli anch'essi più frequenti,

propria di queste strutture. Tra gli schemi discreti, invece, solo quello ad accelerazione traslata è stabile.

È importante notare che, a differenza dello schema di base (discreto non ritardato) in cui l'instabilità poteva aversi solo se $b > \hat{b}$, lo schema discreto con accelerazione ritardata permette di riprodurre fenomeni di instabilità anche quando il tasso di decelerazione del leader è sovrastimato (condizione in cui le curve di deflusso stazionarie sono ben definite). La struttura discreta con accelerazione ritardata risulta essere instabile se $T_r > T_a / 2$.

5.5 Calibrazione e validazione delle strutture predittive

Al fine di valutare l'efficienza delle strutture di implementazione nel simulare delle traiettorie reali di veicoli, sono state realizzate una serie di calibrazioni e di validazioni rispetto a dati reali osservati.

I dati sperimentali utilizzati sono gli stessi già utilizzati nel terzo capitolo 3 (cfr. 3.3.1) e si riferiscono a cinque traiettorie (denominate 25B, 25C, 30A, 30B e 30C) di un plotone di quattro veicoli rilevate mediante GPS sia in ambito urbano che extraurbano. Le strutture sono quindi state implementate in codice di calcolo C++ ed ottimizzate mediante l'utilizzo del software LINDO API. È stato utilizzato lo stimatore dei minimi quadrati rispetto ai distanziamenti spaziali tra due veicoli successivi. La bontà delle ottimizzazioni è stata quindi valutata calcolando l'errore quadratico medio percentuale (*RMSPE*) e i coefficienti di disuguaglianza di Theil. Sono state realizzate in tutto 15 calibrazioni e 24 validazioni incrociate per ogni schema modellistico. Si rimanda al secondo capitolo per approfondimenti riguardo ai dati sperimentali e alle procedure di calibrazione e validazione.

5.5.1 Risultati delle calibrazioni

I risultati delle calibrazioni sono riportati nella tabella 5.2; in particolare sono indicati i valori medi, massimi e minimi degli errori percentuali e dei coefficienti di Theil. I risultati sono relativi al modello di Gipps (vedere il primo capitolo) e ai cinque schemi di implementazione descritti in precedenza: discreto traslato, discreto ritardato, pseudo-continuo, pseudo-continuo traslato e pseudo-continuo ritardato.

Nella tabella 5.3 sono invece riportati i valori medi, le varianze e i coefficienti di variazione dei parametri calibrati dei sei modelli.

I risultati delle calibrazioni dei modelli predittivi sono sostanzialmente equivalenti a quelli ottenuti col modello originale di Gipps. Il valore medio di *RMSPe* è, per tutti i modelli, circa pari al 17%, anche se il valore più basso si ottiene col modello di Gipps. Esaminando i valori medi dei coefficienti di Theil, si nota invece un miglioramento delle prestazioni nel passare dal modello originale a quelli predittivi (i coefficienti sono più prossimi alla configurazione ottimale). Le differenze tra le diverse calibrazioni sono comunque minime e non permettono di giudicare un modello più affidabile di altro. Gli schemi predittivi, pur introducendo un errore di calibrazione leggermente più elevato, permettono di riprodurre le traiettorie reali in maniera adeguata ed equivalente al modello di Gipps.

La tabella 5.3 permette di confrontare i valori dei parametri calibrati per i diversi modelli. Anche in questo caso le differenze tra i valori calibrati sono minime; le differenze maggiori si hanno tra il modello originale di Gipps ed i vari schemi implementati.

Le figure da 5.21 a 5.25 permettono di confrontare gli errori percentuali ottenuti relativamente alle cinque traiettorie in esame per i tre guidatori estratti dal plotone. I risultati relativi agli schemi modellistici alternativi appaiono ancora una volta equivalenti tra di loro (gli *RMSPe* sono praticamente sempre uguali). Qualche differenza maggiore si può notare solo rispetto al modello di Gipps. Non è tuttavia possibile affermare che tale modello si comporta meglio (o peggio) degli altri; in alcuni casi, infatti, gli errori in calibrazione sono minori (es. traiettoria 25B), in altri casi sono maggiori (es. traiettoria 30A).

Tabella 5.2 – Risultati delle calibrazioni degli schemi predittivi.

Modello		RMSPe	U ^M	U ^S	U ^C
Gipps	Media	17.20%	0.038	0.052	0.910
	Max	23.00%	0.146	0.241	0.988
	Min	12.20%	0.000	0.000	0.680
	Ampiezza (max-min)	10.80%	0.145	0.241	0.308
Discreto traslato	Media	17.81%	0.012	0.023	0.965
	Max	25.54%	0.032	0.074	0.997
	Min	11.52%	0.000	0.000	0.924
	Ampiezza (max-min)	14.02%	0.031	0.073	0.073
Discreto ritardato	Media	17.53%	0.010	0.019	0.971
	Max	25.74%	0.041	0.072	0.999
	Min	11.46%	0.001	0.000	0.922
	Ampiezza (max-min)	14.28%	0.040	0.072	0.078
Pseudo-continuo	Media	17.75%	0.017	0.020	0.963
	Max	25.80%	0.050	0.063	0.993
	Min	11.49%	0.002	0.000	0.923
	Ampiezza (max-min)	14.31%	0.049	0.063	0.070
Pseudo-continuo traslato	Media	17.70%	0.012	0.024	0.964
	Max	26.14%	0.034	0.072	0.997
	Min	11.58%	0.000	0.000	0.920
	Ampiezza (max-min)	14.56%	0.034	0.071	0.077
Pseudo-continuo ritardato	Media	17.75%	0.013	0.022	0.966
	Max	26.15%	0.041	0.072	0.997
	Min	11.63%	0.000	0.000	0.921
	Ampiezza (max-min)	14.51%	0.041	0.072	0.076

Tabella 5.3 – Valori medi dei parametri calibrati.

Modello	Parametri	Media	Varianza	Cv	Modello	Parametri	Media	Varianza	Cv
Gipps	A_n	3.331	4.189	0.614	Pseudo-continuo	T_p	0.480	0.317	0.660
	b_n	3.801	5.949	0.642		A_n	4.071	2.174	0.534
	\hat{b}_{n-1}	4.783	10.613	0.681		b_n	5.218	2.397	0.459
	V_n	16.152	12.280	0.217		\hat{b}_{n-1}	6.250	3.083	0.493
	τ_n	0.567	0.024	0.272		V_n	15.430	2.389	0.155
						τ_n	0.586	0.156	0.266
Discreto traslato	T_a	0.187	0.233	1.246	Pseudo-continuo traslato	T_p	0.487	0.295	0.606
	T_r	0.860	1.444	1.679		T_r	0.147	0.083	0.569
	A_n	3.965	2.178	0.549		A_n	3.881	2.222	0.572
	b_n	4.437	2.771	0.625		b_n	4.964	2.589	0.521
	\hat{b}_{n-1}	5.324	3.519	0.661		\hat{b}_{n-1}	5.927	3.340	0.564
	V_n	17.712	9.177	0.518		V_n	15.665	2.566	0.164
	τ_n	0.609	0.126	0.208		τ_n	0.603	0.143	0.237
Discreto ritardato	T_a	0.213	0.130	0.610	Pseudo-continuo ritardato	T_p	0.607	0.255	0.420
	T_r	0.467	0.264	0.565		T_r	0.260	0.180	0.694
	A_n	4.226	2.006	0.475		A_n	4.285	2.222	0.519
	b_n	4.687	2.573	0.549		b_n	5.007	2.477	0.495
	\hat{b}_{n-1}	5.756	3.303	0.574		\hat{b}_{n-1}	5.857	3.084	0.526
	V_n	15.611	2.939	0.188		V_n	15.364	2.339	0.152
	τ_n	0.607	0.186	0.306		τ_n	0.579	0.149	0.257

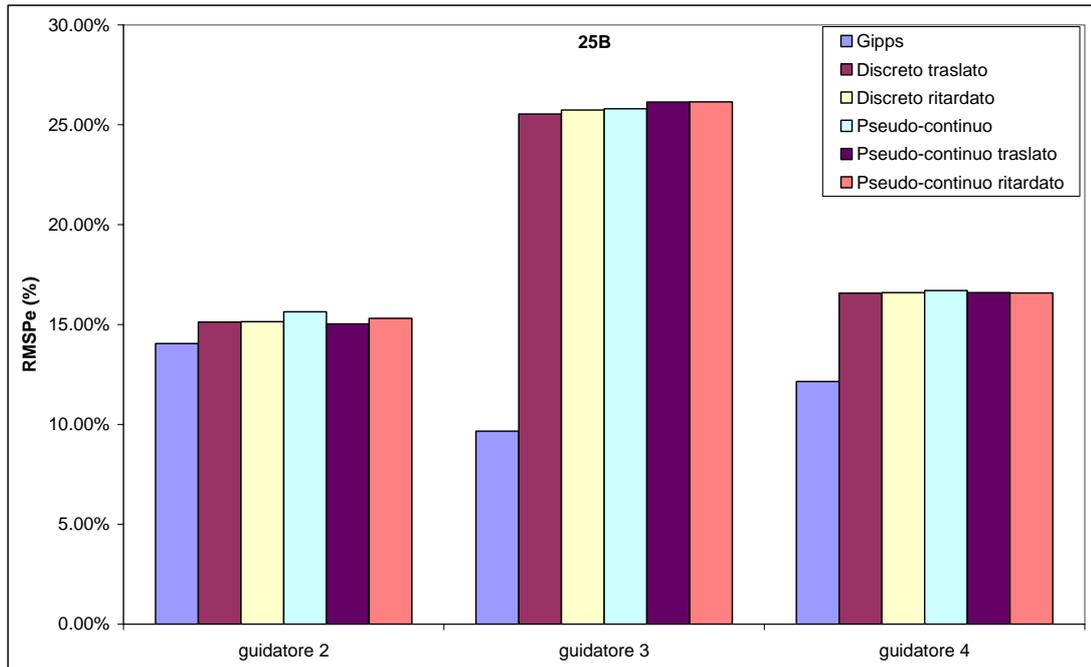


Figura 5.21 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 25B.

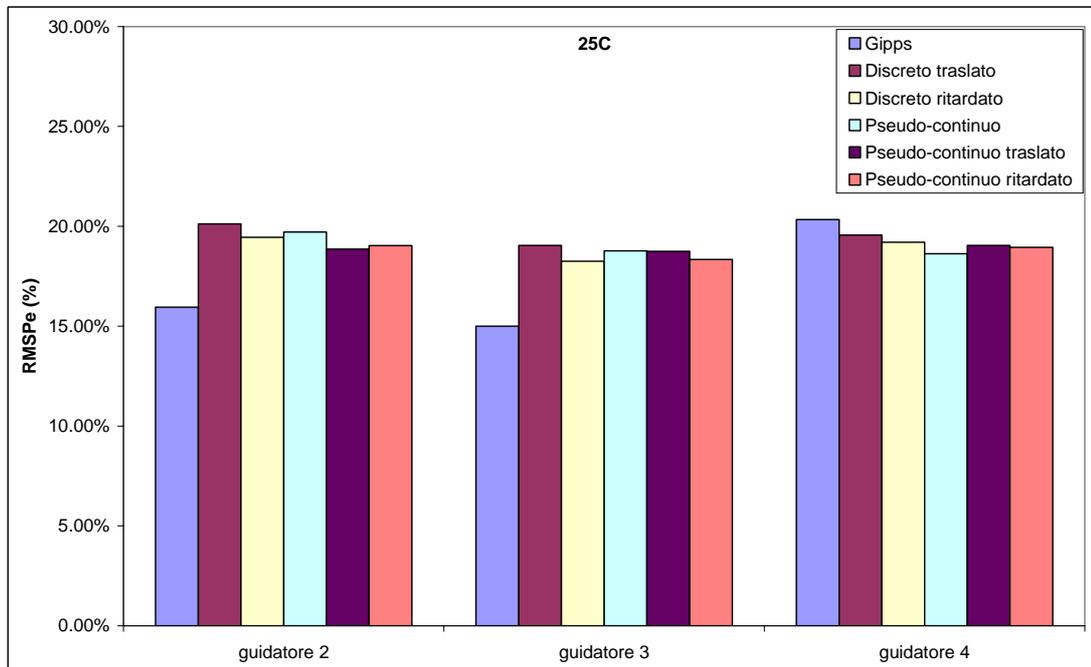


Figura 5.22 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 25C.

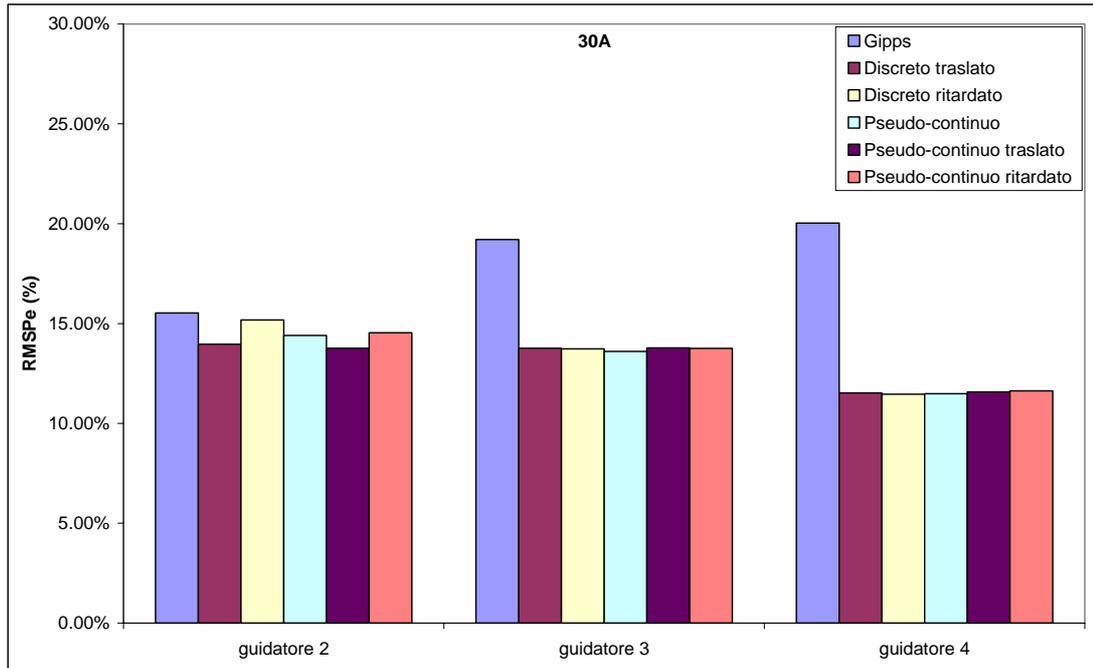


Figura 5.23 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30A.

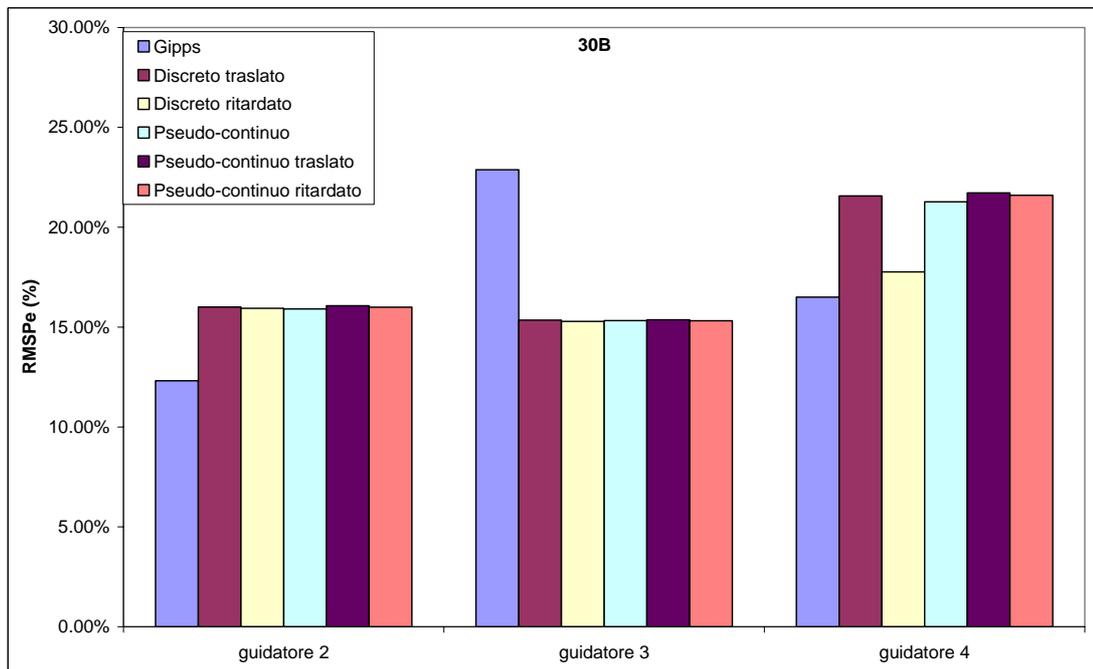


Figura 5.24 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30B.

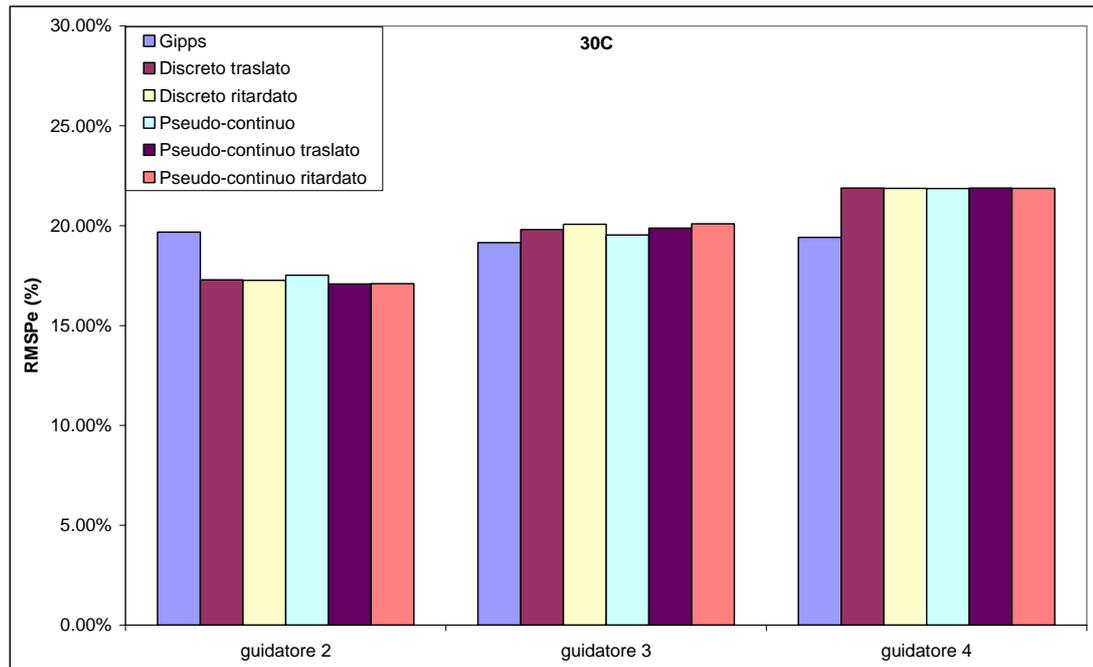


Figura 5.25 – Prestazioni dei modelli in calibrazione – traiettorie 30C.

5.5.2 Risultati delle validazioni

Nella tabella 5.4 sono riportati i risultati (media, valore massimo e minimo) delle validazioni incrociate realizzate col modello di Gipps e coi modelli predittivi.

Così come per la calibrazione, le differenze tra gli errori percentuali sono trascurabili; l'*RMSPe* è sempre pari, in media, al 24%. Contrariamente a prima, si nota un peggioramento dei valori dei coefficienti di Theil nel passare dal modello di Gipps ai nuovi schemi di implementazione (questi ultimi non si discostano invece molto tra di loro).

In generale, anche in questo caso, non è possibile esprimersi sulla migliore o peggiore riproduzione delle traiettorie reali da parte di uno dei modelli.

Tabella 5.4 – Risultati delle validazioni degli schemi predittivi.

Modello		RMSPe	U^M	U^S	U^C
Gipps	Media	24.20%	0.130	0.094	0.776
	Max	45.40%	0.343	0.256	0.975
	Min	17.10%	0.006	0.004	0.434
	Ampiezza (max-min)	28.30%	0.338	0.252	0.541
Discreto traslato	Media	25.02%	0.263	0.096	0.642
	Max	42.86%	0.724	0.228	0.991
	Min	15.48%	0.001	0.001	0.088
	Ampiezza (max-min)	27.38%	0.723	0.227	0.903
Discreto ritardato	Media	24.61%	0.266	0.087	0.647
	Max	42.75%	0.727	0.336	0.991
	Min	15.79%	0.001	0.000	0.113
	Ampiezza (max-min)	26.96%	0.727	0.336	0.878
Pseudo-continuo	Media	23.94%	0.298	0.105	0.598
	Max	42.78%	0.728	0.229	0.991
	Min	16.53%	0.001	0.003	0.081
	Ampiezza (max-min)	26.25%	0.728	0.226	0.910
Pseudo-continuo traslato	Media	24.68%	0.262	0.097	0.641
	Max	42.79%	0.724	0.221	0.991
	Min	15.57%	0.001	0.000	0.088
	Ampiezza (max-min)	27.22%	0.724	0.221	0.903
Pseudo-continuo ritardato	Media	24.21%	0.283	0.089	0.628
	Max	42.80%	0.726	0.221	0.991
	Min	15.72%	0.001	0.000	0.086
	Ampiezza (max-min)	27.08%	0.725	0.221	0.905

5.6 Proposta di sviluppo

Nei paragrafi precedenti sono state definite ed analizzate alcune strutture modellistiche, applicate al modello di Gipps, che permettono di tenere conto di un effettivo ritardo di reazione dei veicoli e che sono rappresentative di determinati tipi di comportamento. Ad esempio, uno schema discreto, al contrario di uno continuo, si riferisce ad un comportamento di guida in cui il livello di attenzione richiesto non è elevato.

Le analisi di stabilità locale di queste strutture hanno permesso di dimostrare che le strutture continue non sono in grado di riprodurre i fenomeni di instabilità del deflusso veicolare. Al contrario, alcune strutture discrete, in particolare quella ad accelerazione ritardata, consentono, per opportuni valori dei parametri del modello, di simulare tali fenomeni.

Al fine di verificare l'affidabilità di queste strutture nel riprodurre l'andamento reale delle traiettorie dei veicoli, sono stati anche effettuati diversi test di calibrazione e validazione. I risultati sono in linea con quelli ottenuti col modello originale di Gipps; le strutture riproducono quindi in maniera sufficientemente coerente le traiettorie reali (pur presentando gli stessi limiti del modello originale).

Bisogna anche notare che le diverse metodologie di implementazione del modello Gipps, come quelle descritte in questo capitolo, non influenzano le condizioni di equilibrio del modello. Perciò, i risultati delle equazioni di stato stazionario, ottenuti col modello di Gipps, sono validi anche per le nuove strutture. Ciò significa ad esempio che, per calibrare i parametri del modello, è possibile utilizzare la procedura descritta nel capitolo 4.

Tuttavia va anche ricordato che l'analisi delle relazioni fondamentali del deflusso ottenute dal modello di Gipps (vedere terzo capitolo) ha messo in evidenza l'impossibilità di utilizzare il modello nel caso in cui $b > \hat{b}$. Questa condizione è quindi valida anche per le strutture discrete e pseudo-continue. Nel caso del modello originale, ciò implica anche l'impossibilità di riprodurre fenomeni di instabilità. Al contrario, in precedenza si è visto come, utilizzando una struttura discreta ad accelerazione ritardata (in particolare con $T_r > T_a / 2$), questi fenomeni possono essere riprodotti anche quando $b < \hat{b}$. Questo risultato è di fondamentale importanza in quanto permette di ovviare al principale limite del modello di Gipps.

Da un punto di vista comportamentale, l'utilizzo di una struttura discreta è però coerente solo nei casi in cui il livello di attenzione necessario durante l'attività di guida non è elevato. Queste condizioni sono tipiche delle situazioni di equilibrio (ovvero quando un veicolo ne segue un altro viaggiando alla sua stessa velocità e mantenendosi ad una distanza pressoché costante) in cui, appunto, possono generarsi situazioni di instabilità. Al contrario, in condizioni di guida attenta (ad esempio nel caso di una frenata improvvisa del veicolo leader o di una riduzione eccessiva di distanziamento), la situazione non può definirsi stazionaria e non ha senso parlare di instabilità del deflusso.

Da quanto detto, si evince che l'utilizzo di un'unica struttura modellistica non permette di riprodurre correttamente il comportamento di guida in tutte le situazioni.

Sarebbe quindi auspicabile utilizzare strutture diverse in funzione delle diverse condizioni di guida e di conseguenza dei diversi comportamento dei guidatori.

Per tenere conto di diversi comportamenti di guida, è possibile pensare ad una struttura modellistica mista che faccia uso di uno schema discreto quando la situazione non richiede un elevato livello di attenzione (es. situazione di car-following) e di uno schema continuo nel caso opposto (es. durante una frenata). La suddivisione del modello in due parti (stati) e l'utilizzo di due diverse schematizzazioni risolve quindi il problema della coerenza del modello con diversi comportamenti di guida. Tuttavia, la scelta del tipo di struttura (discreta e continua) da utilizzare in ognuno dei due stati, dovrebbe essere fatta in modo che anche il comportamento del deflusso veicolare sia coerente con la realtà.

Nel caso della “parte continua” del modello, si è visto che non vi è differenza significativa, sia in termini di stabilità locale che di riproduzione di traiettorie reali, nell'utilizzare una struttura ad accelerazione traslata piuttosto che una ad accelerazione ritardata.

Nel caso della “parte discreta”, bisogna tenere conto che, in condizioni di guida stazionarie, sarebbe auspicabile che il modello sia in grado di riprodurre i fenomeni di instabilità del deflusso. In questo caso, l'utilizzo di una struttura ad accelerazione ritardata è quindi quella più coerente. Essa permette infatti di riprodurre fenomeni di instabilità anche quando il modello stazionario è ben definito (ovvero quando $b < \hat{b}$).

Nel paragrafo successivo viene brevemente descritta la struttura mista proposta, assieme alle sue caratteristiche principali e ad una sua possibile implementazione.

5.6.1 Struttura predittiva mista

La struttura mista proposta è un modello ibrido di tipo predittivo che utilizza due strutture modellistiche in funzione dello stato in cui si trova il veicolo in esame. In ognuno dei due stati le caratteristiche cinematiche del veicolo vengono calcolate utilizzando il modello di Gipps, implementato secondo schemi diversi e con valori dei parametri diversi. In particolare si fa riferimento all'utilizzo, sia nella parte discreta che in quella continua, di schemi ad accelerazione ritardata che permettono di tener conto di un effettivo tempo di reazione.

La proposta modellistica consiste nell'utilizzare una struttura discreta nelle condizioni di guida stazionarie, ovvero quando il veicolo ne segue un altro cercando di mantenere un distanziamento costante ed una velocità pari a quella del leader. Quando il veicolo non si trova invece in condizioni di car-following o di avvicinamento, ovvero quando il leader ha un tasso di accelerazione (o decelerazione) diverso da zero, dovrebbe essere utilizzata una struttura pseudo-continua. Tale struttura viene adottata anche quando il distanziamento tra i veicoli è inferiore ad un certo limite e quindi il veicolo si trova in una situazione di allerta.

Il sistema di equazioni che permette di implementare lo schema discreto ad accelerazione ritardata è il seguente:

$$\begin{cases} a_n^{k+(T_a/s)} = \frac{F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] - v_n^{k+(T_r/s)}}{T_a - T_r} \\ v_n^{k+(T_a/s)} = F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] \\ h_n^{k+(T_a/s)} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot \left(\frac{T_a + T_r}{2}\right) + (v_{n-1}^{k+(T_a/s)} - v_n^{k+(T_a/s)}) \cdot \left(\frac{T_a - T_r}{2}\right) + \\ + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \left(\frac{T_a \cdot T_r}{2}\right) \end{cases}$$

con:

$$F[h_n^k, v_n^k, v_{n-1}^k] = \min \begin{cases} v_n^k + 2.5 \cdot A_n \cdot \tau \cdot \left(1 - \frac{v_n^k}{V_n}\right) \cdot \sqrt{0.025 + \frac{v_n^k}{V_n}} \\ -b_n \cdot \tau + \sqrt{b_n^2 \cdot \tau^2 + b_n \cdot \left[2 \cdot (h_n^k - S_{n-1}) - \tau \cdot v_n^k + \frac{(v_{n-1}^k)^2}{\hat{b}_{n-1}}\right]} \end{cases}$$

Il sistema di riferimento dello schema pseudo-continuo ad accelerazione ritardata è invece:

$$\begin{cases} a_n^{k+1} = \frac{F[h_n^{k-T_r/s}, v_n^{k-T_r/s}, v_{n-1}^{k-T_r/s}] - v_n^k}{T_p - T_r} \\ v_n^{k+1} = v_n^k + a_n^k \cdot s \\ h_n^{k+1} = h_n^k + (v_{n-1}^k - v_n^k) \cdot s + (a_{n-1}^k - a_n^k) \cdot \frac{s^2}{2} \end{cases}$$

Si rimanda al paragrafo 5.3 per una descrizione completa di queste strutture.

In entrambi gli schemi viene utilizzato un tempo di ritardo (T_r). La definizione di un tempo di aggiornamento (T_a) nello schema discreto permette di tenere conto del

passo di aggiornamento delle decisioni dei guidatori. Nello schema pseudo-continuo si utilizza invece un tempo di previsione (T_p) per calcolare gli stati desiderati.

Per implementare il modello è necessario definire la maniera in cui avviene il passaggio da uno stato (discreto o continuo) all'altro della struttura. Questo passaggio di stato viene solitamente realizzato in funzione del superamento di soglie predefinite. È possibile, ad esempio, ipotizzare che il veicolo si trovi nelle condizioni di guida vigile, o quando il suo leader adotta un tasso di accelerazione o di decelerazione maggiore, in valore assoluto, di un valore limite (soglia di accelerazione), oppure quando il distanziamento tra i due veicoli è inferiore ad un secondo valore limite (soglia di distanziamento). Queste ipotesi possono tradursi nelle due disuguaglianze seguenti:

$$\begin{cases} |a_{n-1}| > s_acc \\ oppure \\ h_n < s_dist \end{cases}$$

dove:

- s_acc è il valore limite di accelerazione superato il quale il guidatore segue con attenzione il comportamento del veicolo che lo precede;
- s_dist è il valore limite di distanziamento al di sotto del quale il guidatore si trova in una situazione di allerta.

Alla luce di queste considerazioni, una possibile schematizzazione del modello predittivo misto è descritta nella figura 5.26.

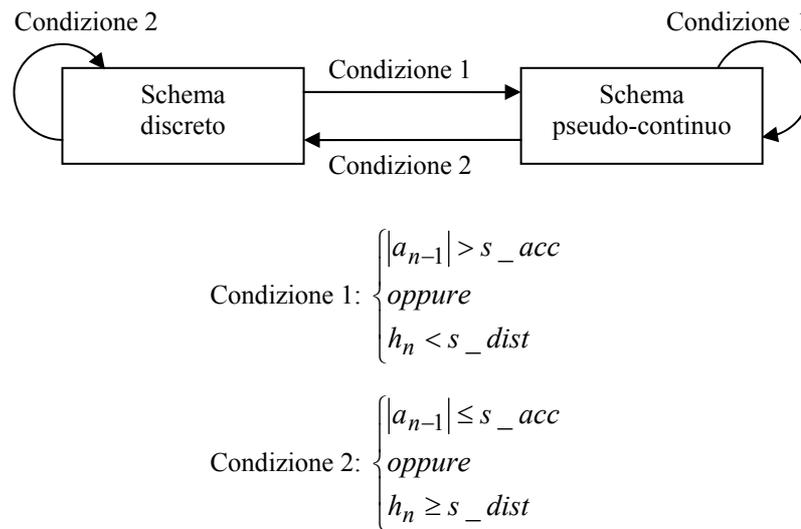


Figura 5.26 – Possibile schematizzazione del modello predittivo misto.

Quando il veicolo simulato si trova nello stato discreto, l'attivazione della condizione 1 provoca un passaggio di stato e quindi il modello si porta nello stato pseudo-continuo; nel caso contrario, cioè quando è la condizione 2 ad essere rispettata, non vi è passaggio di stato. Quando il veicolo si trova invece nello stato pseudo-continuo, il passaggio di stato avviene quando si attiva la condizione 2.

Infine si fa notare che l'utilizzo di una struttura modellistica di questo tipo prevede che siano definite (o calibrate), assieme ai parametri della struttura discreta e a quelli della struttura pseudo-continua, anche le soglie che permettono i passaggi di stato. La corretta definizione delle soglie ed in particolare degli istanti temporali in cui il loro valore viene valutato è alla base del funzionamento di una struttura modellistica di questo tipo. Un generico andamento della traiettoria di un veicolo che ne segue un altro, ottenuto utilizzando il modello misto è riportato nella figura 5.27; in essa sono indicati gli schemi modellistici che dovrebbero essere utilizzati nelle varie fasi dell'attività di guida.

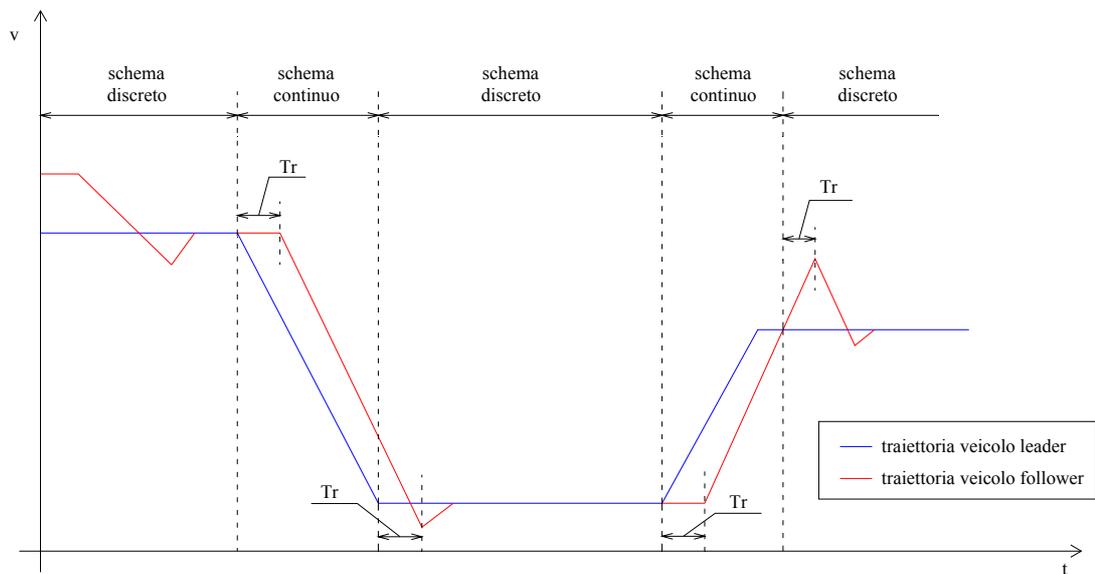


Figura 5.27 – Possibile andamento dei veicoli secondo il modello predittivo misto.

5.7 Conclusioni

In questo capitolo sono state analizzate le strutture modellistiche di tipo predittivo. In particolare, alcuni schemi discreti e continui, che permettono di introdurre nel modello un effettivo ritardo di reazione, sono state utilizzate per implementare il modello di deflusso microscopico di Gipps.

La stabilità locale attorno ad una posizione di equilibrio di queste strutture è stata analizzata mediante linearizzazione. Ciò ha permesso di verificare se, al contrario del modello originale di Gipps, alcuni schemi sono in grado di riprodurre fenomeni di instabilità del deflusso. In particolare le strutture continue sono risultate essere sempre stabili, mentre una struttura discreta ad accelerazione ritardata può essere instabile per determinati valori dei parametri, anche quando il modello stazionario di Gipps è ben definito.

Le stesse strutture modellistiche sono state anche calibrate e validate rispetto a dati relativi a traiettorie reali di veicoli. I risultati ottenuti sono in linea con quelli ottenuti con il modello originale di Gipps; le diverse strutture sono quindi sufficientemente adatte a riprodurre le traiettorie reali.

Ognuna delle strutture viste in precedenza attengono ad un particolare comportamento dei guidatori. In particolare le strutture discrete, al contrario di quelle

continue, si riferiscono a comportamenti di guida vigile. Non è quindi corretto cercare di riprodurre tutte le situazioni di guida con un unico schema modellistico. Per questo motivo, è stata proposta una struttura mista di tipo predittivo che utilizza uno schema discreto ad accelerazione ritardata per simulare le attività di guida come il car-following, che non richiedono un elevato livello di attenzione, e uno schema continuo ad accelerazione ritardata per riprodurre le situazioni in cui il guidatore presta teoricamente molta attenzione alle azioni del veicolo che lo precede (ad esempio durante una frenata). La scelta di utilizzare delle strutture ad accelerazione ritardata permette sia di tenere conto, in ogni situazione di guida, di un effettivo ritardo di reazione, sia di riprodurre i fenomeni di instabilità del deflusso quando il veicolo si trova in condizioni stazionarie.

Riferimenti bibliografici

- Angel E. S., Bekey G. A. (1968) “*Adaptive finite state models of manual control systems*” IEEE Transactions on Man-Machine Systems, MMS-9, pp. 15-20.
- Cassandras C. G., Lafortune S. (1999) “*Introduction to Discrete Event Systems*” Kluwer Academic Publishers.
- Jagacinski R. J., Flach J. M. (2003) “*Control Theory for Humans. Quantitative approaches to modeling performance*” Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

CONCLUSIONI

La modellizzazione del deflusso veicolare è oggetto di ricerca da diversi anni. In particolare, i modelli di simulazione di tipo microscopico hanno assunto un ruolo sempre più importante. Il grande pregio di questi modelli deriva appunto dalla loro natura disaggregata che fa sì che possano essere utilizzati per analisi di traffico (solitamente i programmi di microsimulazione del deflusso forniscono sia informazioni disaggregate, relative ai singoli veicoli, che aggregate, relative alla corrente veicolare) o per rappresentare il moto dei veicoli e le loro interazioni in uno scenario virtuale (ad esempio in un simulatore di guida).

Il lavoro svolto durante il dottorato, descritto in questa tesi, aveva lo scopo di individuare possibili sviluppi dei modelli microscopici che permettessero di migliorare la rappresentazione delle dinamiche di moto dei veicoli e di conseguenza del deflusso veicolare nel suo complesso. In particolare, sono state affrontate le tematiche relative all'individuazione dei parametri dei modelli e alla corretta rappresentazione delle diverse situazioni di traffico. Nello specifico, si è scelto di investigare gli aspetti relativi alla modellizzazione del moto dei veicoli mediante sistemi dinamici non lineari.

La prima fase del lavoro di dottorato ha riguardato lo studio della letteratura di settore. Ciò ha reso possibile l'individuazione di alcuni approcci modellistici che, pur partendo da presupposti concettuali diversi, hanno come scopo comune appunto la rappresentazione dei fenomeni individuali di guida. L'analisi della bibliografia ha permesso di evidenziare come, nel corso degli anni, siano stati messi a punto molti modelli microscopici. Una problematica comune ai vari modelli riguarda la verifica della loro affidabilità, ovvero di quanto essi siano in grado di riprodurre realisticamente il moto dei singoli veicoli e più in generale del deflusso veicolare. La maggior parte dei lavori presenti in letteratura si concentrano sulla definizione di nuovi modelli o sul miglioramento di quelli esistenti, mentre esistono pochi riferimenti ad analisi realizzate con lo scopo di verificarne l'affidabilità.

Il secondo capitolo della tesi ha come scopo appunto l'analisi delle caratteristiche dei principali modelli microscopici appartenenti alle diverse categorie definite nello stato dell'arte. Sono quindi state definite alcune caratteristiche di natura qualitativa, che si ritiene siano necessarie affinché un modello simuli correttamente il comportamento dei singoli veicoli. In seguito i modelli prescelti sono stati analizzati

in modo da verificare il rispetto o meno di tali caratteristiche. Gli stessi modelli sono poi stati calibrati e validati rispetto ad un insieme di dati reali, relativi a traiettorie di veicoli. Ciò ha permesso di verificarne l'affidabilità nel riprodurre le dinamiche dei veicoli reali. I risultati delle analisi svolte in questo capitolo hanno messo in evidenza una notevole diversità di comportamento; inoltre solo alcuni modelli sembrano essere sufficientemente affidabili sia da un punto di vista qualitativo che quantitativo. In particolare, il modello di Gipps è sembrato essere quello che fornisce il migliore compromesso tra caratteristiche qualitative e quantitative; per tale ragione si è deciso di approfondire ulteriormente la sua analisi.

Nel terzo capitolo le caratteristiche del modello di deflusso microscopico di Gipps sono state investigate in maniera approfondita. Le analisi riguardanti la stabilità in condizioni di equilibrio del modello (studiate in passato da altri autori) hanno portato alla definizione delle soluzioni di stato stazionario. Si è infatti verificato come, definendo le condizioni stazionarie (o di equilibrio) di un veicolo, sia possibile ricavare le relazioni fondamentali del deflusso veicolare. Le equazioni che mettono in relazione la portata, la densità e la velocità dei veicoli sono quindi state ricavate per diverse condizioni dei parametri fondamentali del modello. In particolare, queste analisi hanno permesso di dimostrare univocamente che il modello, nella sua formulazione originale, non è in grado di riprodurre i fenomeni di instabilità del deflusso veicolare.

Un ulteriore, importante, risultato ottenibile dalla definizione delle soluzioni di stato stazionario riguarda la possibilità di calibrare i parametri microscopici del modello utilizzando dati di traffico aggregati. La definizione delle relazioni (macroscopiche) di deflusso, ottenute dal modello microscopico, possono infatti essere confrontate direttamente con dati aggregati di traffico (ad esempio, i conteggi di veicoli o le loro velocità medie). Nel quarto capitolo è stata quindi messa a punto un modello multi-utente, basato sulla relazione portata-velocità ricavata dal modello di Gipps. Ciò ha permesso di definire una metodologia di calibrazione dei parametri del modello semplice e utilizzabile in presenza di dati stazionari di traffico. Tale metodologia è stata poi testata su un insieme di dati reali di traffico rilevati in ambito autostradale, fornendo buoni risultati. Inoltre, coerentemente con ciò che ci si

aspettava, i parametri calibrati mediante questa procedura sono risultati essere molto rappresentativi dei comportamenti reali.

Nel quinto capitolo ci si è invece concentrati sulla risoluzione del principale limite del modello di Gipps, ovvero sulla sua impossibilità di riprodurre i fenomeni di instabilità del deflusso veicolare. A tale scopo, partendo dal presupposto che tale limite sia principalmente dovuto alla mancanza, nella formulazione di base, di un effettivo ritardo di reazione dei guidatori, sono state analizzate alcune strutture di modellizzazione di tipo predittivo. In particolare, sono state approfondite le strutture discrete e continue, ognuna delle quali attiene ad un particolare tipo di comportamento di guida. Dopo aver implementato il modello di Gipps secondo questi schemi, la loro stabilità locale è stata investigata. Si è così potuto verificare che uno schema discreto ad accelerazione ritardata permette di riprodurre i fenomeni di instabilità del deflusso anche quando il modello stazionario è ben definito. Le diverse strutture sono anche state calibrate e validate rispetto a traiettorie reali di veicoli, verificando così che forniscono risultati in linea con quelli del modello originale. Tuttavia, alla luce dei risultati delle analisi di stabilità e del fatto che le diverse strutture sono adatte alla riproduzione di comportamenti di guida differenti, si è giunti alla conclusione che non sia corretto implementare il modello di Gipps secondo uno solo di questi schemi.

La parte finale della tesi ha quindi riguardato la definizione di una proposta modellistica che permettesse di riprodurre correttamente diverse fasi dell'attività di guida, ritenute fondamentali. Il modello proposto è di tipo misto e fa uso di una struttura discreta ad accelerazione ritardata per la simulazione delle condizioni di guida stazionarie e di una struttura continua ad accelerazione ritardata per la simulazione delle situazioni che richiedono particolare attenzione da parte del guidatore. Una struttura del genere non è eccessivamente complessa da implementare e ha il pregio di permettere, quando necessario, la riproduzione dei fenomeni di instabilità (mediante lo schema discreto) e di essere indefinitamente stabile nelle altre condizioni di guida (es. in frenata). Inoltre, la presenza di un effettivo ritardo di reazione nel modello costituisce un miglioramento significativo dal punto di vista del realismo della simulazione.

APPENDICE A

CODICE DI CALCOLO PER LA CALIBRAZIONE DEL MODELLO DI GIPPS

```

#include <fstream.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <string.h>
#include "lindo.h"
#include "license.h"
#include "ex_nlp3.h"
#define f2(amax,dmax,dest,dspeed) ( calctot(amax,dmax,dest,dspeed) )

/*****
Standard callback function to display local solutions
*****/
int CALLTYPE local_sol_log(pLSmodel model,int iLoc, void *cbData) {
    int iter=0,niter,biter,siter;
    int *nKKT = (int *) cbData, npass, nbrn;
    double pfeas=0.0,pobj=0.0;
    double bestobj;
    if (iLoc==LSLOC_LOCAL_OPT) {
        if (*nKKT == 0){
            printf(" %5s %11s %11s %11s %10s\n",
                "Iter","Objective","Infeas","Best","Branches");
        }
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_IINFO_MIP_NLP_ITER,&niter);
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_IINFO_MIP_SIM_ITER,&siter);
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_IINFO_MIP_BAR_ITER,&biter);
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_DINFO_POBJ,&pobj);
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_DINFO_PINFEAS,&pfeas);
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_DINFO_MSW_POBJ,&bestobj);
        LSgetCallbackInfo(model,iLoc,LS_IINFO_MIP_BRANCHCOUNT,&nbrn);
        iter = niter+siter+biter;
        printf(" %5d %11.3f %11.3f %11.3f %10d\n",iter,pobj,pfeas,
            bestobj,nbrn);
        (*nKKT)++;
    }
    return 0;
} /*local_sol_log*/

/*****
Callback function to compute function values
*****/
int CALLBACKTYPE Funcalc8(pLSmodel pModel, void *pUserData, int nRow ,double *pdX,
    int nJDiff,double dXJBase, double *pdFuncVal,int *pReserved) {
    double val=0.0, amax = pdX[0], dmax = pdX[1], dest = pdX[2], dspeed = pdX[3];
    int nerr=0;
    val = f2(amax,dmax,dest,dspeed);
    *pdFuncVal=val;
    return nerr;
} /*Funcalc8*/

/* main entry point*/
int main(int argc, char **argv) {

    caricainput();
    pLSenv env = NULL;
    pLSmodel model = NULL;
    FILE *logfile = stdout;
    int errors=0, errorcode=LSERR_NO_ERROR, status;
    double lb[4], ub[4], A[4], rhs[1], cost[4], params[4], best[4], min;

```

```

int bestreaction, r;
int Abegcol[5], Arowndx[3], Alencol[3], Nobjndx[4], m, n, nz, Nnlobj, howmany=0;
char contype[1], vartype[2];

/*****
* Step 1: Create a model in the environment.
*****/

env = LScreateEnv(&errorcode,MY_LICENSE_KEY);
if (errorcode!=LSERR_NO_ERROR) return errorcode;
model = LScreateModel(env,&errorcode);
if (errorcode!=LSERR_NO_ERROR) return errorcode;

/*****
* Step 2: Specify the LP portion of the model.
*****/

m = 1; n = 4; nz = 4;
/* The indices of the first nonzero in each column */
Abegcol[0]=0; Abegcol[1]=1; Abegcol[2]=2; Abegcol[3]=3; Abegcol[4]=4;
/* The length of each column */
Alencol[0]=1; Alencol[1]=1; Alencol[2]=1; Alencol[3]=1;
/* The row indices of the nonzero coefficients */
Arowndx[0]=0; Arowndx[1]=0; Arowndx[2]=0; Arowndx[3]=0;
/* The nonzero coefficients of the linear portion of the model*/
/* The NLP elements have a zero at each of their occurrence */
A[0]=0.0; A[1]=-1.0; A[2]=1.0; A[3]=0.0;
/* The objective coefficients of the linear portion of the model*/
cost[0]=0.0; cost[1]=0.0; cost[2]=0.0; cost[3]=0.0;
/* lower bounds on variables */
lb[0]=0.5; ub[0]= 6; lb[1]=-7.5; ub[1]= -1; lb[2]=-9.5; ub[2]= -1; lb[3]=5; ub[3]= 50;
/* The right-hand sides of the constraints */
rhs[0]=0.0;
/* The constraint types */
contype[0]='L';
vartype[0]='C';
/* Load in nonzero structure and linear/constant terms. */
errorcode=LSloadLPData (model, m, n, LS_MIN, 0.0, cost, rhs, contype, nz,
Abegcol, Alencol, A, Arowndx, lb, ub);
if (errorcode!=LSERR_NO_ERROR) return errorcode;

/*****
* Step 3: Specify the NLP portion of the model.
*****/

/* The number of nonlinear variables in each column */
Alencol[0]=0; Alencol[1]=0; Alencol[2]=0; Alencol[3]=0;
/* The indices of the first nonlinear variable in each column */
Abegcol[0]=0; Abegcol[1]=0; Abegcol[2]=0; Abegcol[3]=0;
/* The indices of nonlinear constraints */
Arowndx[0]=0;
/* The indices of variables that are nonlinear in the objective*/
Nobjndx[0]=0; Nobjndx[1]=1; Nobjndx[2]=2; Nobjndx[3]=3;
/* Number nonlinear variables in cost. */
Nnlobj = 4;
/* Load the nonlinear structure */
errorcode=LSloadNLPData(model, Abegcol, Alencol,
NULL, Arowndx, Nnlobj, Nobjndx, NULL);
if (errorcode!=LSERR_NO_ERROR) return errorcode;

```

```

/*****
* Step 4: Set up callback functions
*****/
/* Install the callback function to call at every local solution */
LSsetCallback (model, (cbFunc_t) local_sol_log, &howmany);
/* Set the print level to 1 */
errorcode=LSsetModelIntParameter(model, LS_IPARAM_NLP_PRINTLEVEL, 1);
/* Set the NLP prelevel to 126 */
errorcode=LSsetModelIntParameter(model, LS_IPARAM_NLP_PRELEVEL, 126);
/* Install the routine that will calculate the function values. */
errorcode=LSsetFuncalc(model, (Funcalc_type) Funcalc8, NULL);
if (errorcode!=LSERR_NO_ERROR) return errorcode;

/*****
* Step 5: Solve the model
*****/
/* Turn multi-start search on */
LSsetModelIntParameter(model, LS_IPARAM_NLP_SOLVER,
LS_NMETHOD_MSW_GRG);
/* Set maximum number of local optimizations */
LSsetModelIntParameter(model, LS_IPARAM_NLP_MAXLOCALSEARCH, 20);
int i;
min=99999;
double andamento[20][4];
for (r=6; r<8; r++) {
    changereac(r);
    printf("\n\tSolving the MINLP using Multi-Start Approach.\n\n");
    errorcode=LSoptimize(model,LS_METHOD_FREE,&status);
    if (errorcode!=LSERR_NO_ERROR) return errorcode; {
        double objval, primal[4];
        errorcode = LSgetInfo(model, LS_DINFO_POBJ, &objval);
        errorcode = LSgetPrimalSolution(model, primal);
        if (errorcode == LSERR_NO_ERROR) {
            for (i=0; i<4; i++) {andamento[r][i]=primal[i];}
            if(min>objval) {
                min=objval;
                bestreaction=r;
                for (i=0; i<4; i++) {best[i]=primal[i];}
            }
            printf("\n\n");
            printf("reactiontime= %f",r*0.1);
            printf("obj = %f\n",objval);
            for (i=0; i<4; i++) {
                printf("x[%d] = %15.7f\n",i,primal[i]);
                params[i]=primal[i];
            }
        }
        else {printf ("Error %d ocured\n\n", errorcode);}
    }
}
printf ("bestreactime = %f\n", bestreaction*0.1);
printf ("objbest = %f\n", min);
ofstream output1;
output1.open ("D:/dottorato-napoli/verifiche modelli/calibrazioni/provaGipps/objHDV.txt");
output1<<"OBJH OBJV OBJD amax dmax dest desped reactime\n";
for (r=6;r<11;r++) {
    changereac(r);
    calctot(andamento[r][0], andamento[r][1], andamento[r][2], andamento[r][3]);
}

```

```

        scrivitraiettor(2, output1, bestreaction);
    }
    output1.close();

/*****
* Step 6: Delete the model & env space
*****/
    LSdeleteModel(&model);
    LSdeleteEnv(&env);
    /* Wait until user presses the Enter key */
    printf("Press <Enter> ...");
    getchar();
    return errorcode;
} /*main*/

// inputclass.cpp: implementation of the inputclass class.
#include "inputclass.h"
#include <fstream.h>
#include <math.h>
#ifdef _DEBUG
#undef THIS_FILE
static char THIS_FILE[]=__FILE__;
#define new DEBUG_NEW
#endif

double XT[10000][4]; //posizione misurata
double XS[10000][4]; //posizione simulata
double amax, dmax, dest, despeed, scarto, length, scartoH, scartoV, scartoD, timestep;
double True_speed[10000][4]; //velocità misurata
double Sim_speed[10000][4]; //velocità calcolata
double headT, headS;
int reac, time, retime[4], reactime, veic;

void caricainput() {
    ifstream input;
    int i=0;
    int j=0;
    input.open("D:/dottorato-napoli/verifiche modelli/calibrazioni/provaGipps/truevel.txt");
    while(input) {
        if (input) {
            for (j=0; j<4; j++) {input>>True_speed[i][j];}
            i++;
        }
    }
    time=i;
    timestep=0.1;
    input.close();

    input.open("D:/dottorato-napoli/_
        verifiche modelli/calibrazioni/provaGipps/initialposition_TOT.txt");
    input>>XT[0][0]>>XT[0][1]>>XT[0][2]>>XT[0][3]>>length;
    input.close();
    for (j=0; j<4; j++) {
        XS[0][j]=XT[0][j];
        Sim_speed[0][j]=True_speed[0][j];
    }
    for (i=1; i<time; i++) {
        for (j=0; j<4; j++) {XT[i][j]=XT[i-1][j]+(True_speed[i][j])*(timestep);}
    }
}

```

```

    }
    for (i=1;i<time;i++) {
        XS[i][0]=XT[i][0];
        Sim_speed[i][0]=True_speed[i][0];
    }
}

double calcola(double a_max,double d_max,double d_est,double d_speed) {
    double amax, dmax, dest, despeed;
    int i=0; int j=0;
    despeed=d_speed;
    amax=a_max;
    dmax=d_max;
    dest=d_est;
    timestep=0.1;

    for (i=1;i<time;i++) {
        if(i%reactime==0) {
            Sim_speed[i][veic]=Gippspeed(i,amax,dmax,dest,despeed,reactime,veic);
            for (j=i-reactime+1;j<i;j++) {
                Sim_speed[j][veic]=((Sim_speed[i][veic]-_
                    Sim_speed[i-reactime][veic])/reactime)+_
                    Sim_speed[j-1][veic];
                XS[j][veic]=XS[j-1][veic]+(Sim_speed[j][veic]+_
                    Sim_speed[j-1][veic])*(timestep/2);
            }
            XS[i][veic]=XS[i-1][veic]+(Sim_speed[i][veic]+_
                Sim_speed[i-1][veic])*(timestep/2);
        }
    }
    for (i=0;i<time-20;i++) {scartoD=scartoD+pow((XT[i][veic-1]-XT[i][veic])-_
        (XS[i][veic-1]-XS[i][veic]),2);}

    scartoD=pow(scartoD,0.5);
    return scartoD;
}

double Gippspeed(int i, double a_max, double d_max, double d_est,_
    double d_speed, int reactime, int veic) {
    double amax, dmax, dest, despeed;
    despeed=d_speed;
    amax=a_max;
    dmax=d_max;
    dest=d_est;
    double Vacc;
    double Vdec;
    double v2;
    double v1;
    double dist;
    double s,T;
    s=length;
    T=timestep*reactime;
    dist=XS[i-reactime][veic-1]-XS[i-reactime][veic]-s;
    v2=Sim_speed[i-reactime][veic];
    v1=Sim_speed[i-reactime][veic-1];
    Vacc=v2+2.5*amax*T*(1-(v2/despeed))*pow(0.025+(v2/despeed),0.5);
    Vdec=dmax*T+pow(pow(dmax,2)*pow(T,2)-dmax*(2*dist-v2*T-(pow(v1,2)/dest)),0.5);

```

```

    if (Vacc<Vdec) {return Vacc;}
    else {return Vdec;}
}

void changereac(int reactiontime) {reactime=reactiontime;}

void scrivitraiettoria(int mod,ofstream output1,int bestreaction) {
    int i;
    if (reactime==bestreaction) {
        ofstream output;
        output.open("D:/dottorato-napoli/_
        verifiche modelli/calibrazioni/provaGipps/optmaltraject.txt");
        for (i=0;i<time-20;i++) {
            for (veic=0;veic<4;veic++) {
                output<<" "<<Sim_speed[i][veic]<<" "<<True_speed[i][veic]_
                <<" "<<XS[i][veic]<<" "<<XT[i][veic]<<" ";
            }
            output<<"\n";
        }
        output.close();
    }
    output1<< reactime*0.1<<" "<<scarto<<" "<<scartoH<<" "<<scartoV<<" "<<scartoD_
    <<" "<<amax<<" "<<dmax<<" "<<dest<<" "<<despeed<<" "<<"\n";
}

double calctot(double a_max,double d_max,double d_est,double d_speed) {
    scarto=0;
    for (veic=1;veic<4;veic++) {
        amax=a_max;
        dmax=d_max;
        dest=d_est;
        despeed=d_speed;
        scartoD=0;
        scartoH=0;
        scartoV=0;
        scarto=scarto+calcola( amax, dmax, dest, despeed);
    }
    return scarto;
}

```