

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II
POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA IDRAULICA ED
AMBIENTALE “GIROLAMO IPPOLITO”



Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Reti Civili e dei Sistemi
Territoriali - Indirizzo Ingegneria Idraulica ed Ambientale
XVII Ciclo

Tesi di dottorato

Sull'interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa

Allievo: ing. Francesco Pasanisi

Tutore: prof. ing. Edoardo Benassai

Coordinatore del corso: prof. ing. Domenico Pianese

NAPOLI, NOVEMBRE 2005

Abstract

L'interazione tra un'onda ed una barriera sommersa è caratterizzata, oltre che dalla complessiva attenuazione del moto ondoso trasmesso nell'area protetta, da una diversa distribuzione in frequenza dell'energia ondosa rispetto all'onda incidente, dovuta agli effetti non lineari che hanno luogo nella zona di bassa profondità al di sopra della diga. Il fenomeno è stato in passato descritto sia dal punto di vista teorico (in assenza di frangimento), sia mediante studi su modello fisico (in assenza ed in presenza di frangimento sulla struttura); i risultati mostrano che, quando si verifica il frangimento dell'onda al di sopra della diga, il processo di interazione onda-barriera, oltre a provocare una maggiore dissipazione di energia, presenta caratteristiche diverse anche dal punto di vista qualitativo rispetto al caso di onda non frangente. L'obiettivo del presente lavoro è lo studio dei vari aspetti del processo di interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa, e, in particolare, la definizione degli effetti del frangimento, nelle varie forme in cui esso si presenta. A tale scopo, sono state condotte attività sperimentali nel canale ad onde del Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito", utilizzando un modello di scogliera sommersa di assegnata geometria e permeabilità variabile, con onde regolari di differente altezza e periodo. L'esame delle varie forme di frangimento dell'onda sulla barriera, descritte mediante l'analisi delle registrazioni video acquisite durante le prove, mostra che il frangimento può avvenire o sulla cresta, o nel cavo dell'onda. I dati di agitazione ondosa a largo, sul paramento offshore della diga, sul coronamento della diga e nell'area protetta sono stati misurati per mezzo di sonde di livello resistive, ed analizzate nel dominio della frequenza. L'analisi dei dati è stata focalizzata principalmente sulla distribuzione dell'ampiezza delle armoniche, delle potenze relative delle armoniche e dei periodi medi spettrali. I risultati ottenuti hanno mostrato comportamenti diversi dell'onda nei casi di frangimento sulla cresta o nel cavo. L'effetto complessivo del frangimento, tuttavia, è una riduzione della crescita delle armoniche di ordine superiore, che sembrano caratterizzate da un valore di saturazione al di sopra del coronamento della barriera; tale valore può essere interpretato come un limite di frangimento per le superarmoniche. I risultati ottenuti mostrano un generale accordo con quelli di studi precedenti.

The interaction between a wave and a submerged barrier is characterized, beside a global reduction of the transmitted wave in the sheltered area, by a different frequency distribution of wave energy with respect to the incident wave, due to non-linear effects in the shallow water region over the dike. The process has been described, in the past, both theoretically (in absence of wave breaking) and by means of physical model studies (in the case of non-breaking and breaking waves over the structure); results show that, when wave breaking occurs over the breakwater, the wave-structure interaction, beside causing a higher wave energy dissipation, reveal different properties with respect to the case of non-breaking waves. The aim of the present work is the study of several aspects of the interaction between a wave and a submerged barrier and, mainly, the investigation of the wave breaking effects on the process, taking into account the different breaker types. For this purpose, experimental activities have been performed in the

wave flume of the Department of Hydraulic and Environmental Engineering “Girolamo Ippolito”, using a model of a rubble-mound breakwater of given geometry and variable permeability, under the attack of regular waves with varying heights and periods. Different breaker types have been described by the analysis of video data recorded during tests, revealing that breaking can occur either on the wave crest or in the wave trough. Wave data offshore, on the breakwater offshore slope, on the top of the structure and leeward of the breakwater have been measured by means of resistive wave gauges, and analyzed in the frequency domain. Data analysis has been focused mainly on harmonics amplitude and relative power distribution and spectral periods changes. Results show different behaviours in the case of crest-breaking or trough-breaking. The global effect, however, is a reduction in the growth of higher order harmonics, which appear to be limited by a saturation value on the top of the submerged barrier; the saturation value can be regarded as a breaking limit for super-harmonics. Obtained results show a general agreement with previous studies.

Sommario

INTRODUZIONE.....	1
OBIETTIVO DEL LAVORO DI TESI	2
ARTICOLAZIONE DEL LAVORO DI TESI	2
CAPITOLO 1. DESCRIZIONE TEORICA DELL'INTERAZIONE TRA IL MOTO ONDOSO REGOLARE ED UNA BARRIERA SOMMERSA	4
1.1 FORMULAZIONE GENERALE DEL PROBLEMA DIFFERENZIALE DELLA PROPAGAZIONE DEL MOTO ONDO SO SU FONDALE COSTANTE	4
1.2 PROPAGAZIONE DI UN'ONDA REGOLARE PERIODICA SU FONDALE COSTANTE.....	6
1.3 ONDE DI PICCOLA ALTEZZA. TEORIA LINEARE	9
1.4 ONDE DI ALTEZZA FINITA. TEORIE NON LINEARI.....	10
1.4.1 Teoria di Stokes al secondo ordine di approssimazione	11
1.4.2 Teoria di Stokes al terzo ordine di approssimazione.....	13
1.4.3 Limiti di validità della teoria di Stokes.....	15
1.4.4 Cenni sulle altre teorie non lineari.....	16
1.5 PROPAGAZIONE DEL MOTO ONDO SO SU UN FONDALE VARIABILE DI PICCOLA PENDENZA	19
1.6 PROPAGAZIONE DEL MOTO ONDO SO IN PRESENZA DI DISCONTINUITÀ. IL CASO DEL GENERATORE D'ONDA.	21
1.7 PROPAGAZIONE DEL MOTO ONDO SO AL DI SOPRA DI UN OSTACOLO SOMMERSO, IN ASSENZA DI FRANGIMENTO.....	23
1.7.1 Soluzione di Massel.....	25
Problema al primo ordine	26
Problema al secondo ordine	29
Espressione del profilo dell'onda	33
Sintesi dei risultati.....	34
1.7.2 Soluzione di Rhee	36
1.7.3 Soluzione di Goda et al.....	36
1.8 CONSIDERAZIONI GENERALI.....	38
CAPITOLO 2. MODELLI DELL'INTERAZIONE TRA IL MOTO ONDO SO ED UNA BARRIERA SOMMERSA. STUDI PRECEDENTI.....	40
2.1 GENERALITÀ	40
2.2 STUDIO SPERIMENTALE DI GRUE. SEPARAZIONE DELLE COMPONENTI ARMONICHE	41
2.3 STUDIO SPERIMENTALE DI DRISCOLL <i>ET AL.</i> SULLA RIFLESSIONE E TRASMISSIONE A TERGO DI UNA BARRIERA RETTANGOLARE	45
2.4 STUDI SU MODELLO FISICO E MATEMATICO DI OHYAMA & NADAOKA	47

2.5	INDAGINI SPERIMENTALI CONDOTTE PRESSO LA <i>DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY</i> SU UNA STRUTTURA DI FORMA TRAPEZOIDALE	57
2.6	STUDI SPERIMENTALI DI TING & KIM SULLA PROPAGAZIONE DEL MOTO ONDOSO AL DI SOPRA DI UN OSTACOLO RETTANGOLARE.....	61
2.7	STUDI SPERIMENTALI DI LOSADA <i>ET AL.</i> PER OSTACOLO RETTANGOLARE DI POROSITÀ VARIABILE.....	62
2.8	STUDIO SPERIMENTALE DI GODA & MORINOBU SUL FRANGIMENTO DEL MOTO ONDOSO AL DI SOPRA DI UNA SOGLIA SOMMERSA	66
2.9	STUDIO SPERIMENTALE DI YAMASHIRO <i>ET AL.</i> SU BARRIERA SOMMERSA DI FORMA TRAPEZOIDALE.....	68
2.10	STUDIO DI VAN DER MEER <i>ET AL.</i> SULLE MODIFICAZIONI DELLO SPETTRO ONDOSO A TERGO DI UNA BARRIERA SOMMERSA	70
2.11	STUDIO DI BLECK & OUMERACI SULLE MODIFICAZIONI DELLO SPETTRO DI ENERGIA A TERGO DI UNA STRUTTURA RETTANGOLARE	73
CAPITOLO 3. IL FRANGIMENTO DEL MOTO ONDOSO NELL'INTERAZIONE ONDA-BARRIERA		77
3.1	GENERALITÀ	77
3.2	TIPOLOGIE DI FRANGIMENTO SU SPIAGGE NATURALI	77
3.2.1	<i>Frangimenti di tipo spilling e plunging.....</i>	78
3.2.2	<i>Frangimenti di tipo surging e collapsing.....</i>	81
3.2.3	<i>Caratteristiche del moto ondosso dopo il frangimento.....</i>	82
3.3	PRINCIPALI PARAMETRI UTILIZZATI NELLO STUDIO DEL FRANGIMENTO	83
3.4	FRANGIMENTO SU BARRIERE SOMMERSE	86
3.4.1	<i>Studio sperimentale di Nakamura et al. su barriera rettangolare</i>	86
3.4.2	<i>Studio sperimentale di Smith & Kraus sul frangimento in presenza di barre naturali e strutture sommerse.....</i>	88
3.4.3	<i>Studio su modello numerico di Hara et al. sul frangimento di un'onda solitaria al di sopra un ostacolo sommerso</i>	90
3.4.4	<i>Studio sperimentale di Hattori & Sakai su barriere sommerse di differente porosità.....</i>	93
3.4.5	<i>Studio sperimentale di Kawasaki & Iwata su struttura trapezoidale.....</i>	95
CAPITOLO 4. ATTIVITÀ SPERIMENTALI		98
4.1	GENERALITÀ	98
4.2	DESCRIZIONE DELL'INSTALLAZIONE SPERIMENTALE E DELLA STRUMENTAZIONE IMPIEGATA ..	98
4.3	DIMENSIONAMENTO DELL'ASSORBITORE PASSIVO DI RIFLESSIONE.....	100
4.4	SCELTA E DIMENSIONAMENTO DEL MODELLO SPERIMENTALE.....	103
4.5	CARATTERISTICHE DEI MATERIALI IMPIEGATI	106
4.6	CARATTERISTICHE DEL MOTO ONDOSO INCIDENTE	108
4.7	METODOLOGIA DI ACQUISIZIONE ED ANALISI DEI DATI.....	108
4.7.1	<i>Misure di agitazione ondososa</i>	108
4.7.2	<i>Riprese video.....</i>	110
CAPITOLO 5. ANALISI DEI RISULTATI		111
5.1	DESCRIZIONE QUALITATIVA DELLE FORME DI FRANGIMENTO DESUNTE DALL'ANALISI VIDEO	111
5.1.1	<i>Frangimento di tipo spilling.....</i>	111
5.1.2	<i>Frangimento di tipo spilling-plunging</i>	112
5.1.3	<i>Frangimento di tipo plunging.....</i>	113
5.1.4	<i>Frangimento di tipo bore</i>	114
5.1.5	<i>Frangimento di tipo bore-plunging.....</i>	115
5.2	MECCANISMI DI ROTTURA DELLA CRESTA O DEL CAVO DELL'ONDA	117
5.3	CLASSIFICAZIONE DELLE TIPOLOGIE DI FRANGIMENTO OSSERVATE.....	119
5.4	MODIFICAZIONI DELLE CARATTERISTICHE ONDOSE, IN RELAZIONE ALLE CARATTERISTICHE DEL FRANGIMENTO SULLA BARRIERA	123
5.4.1	<i>Onde non frangenti.....</i>	123

Struttura impermeabile	123
Struttura permeabile	128
5.4.2 <i>Onde frangenti per cresta</i>	133
Struttura impermeabile	133
Struttura permeabile	139
5.4.3 <i>Onde frangenti per cavo</i>	141
Struttura impermeabile	141
Struttura permeabile	146
5.4.4 <i>Discussione dei risultati</i>	150
5.5 TRASFERIMENTO NON LINEARE DI ENERGIA E SATURAZIONE DELLE SUPERARMONICHE.....	158
5.6 CONFRONTO CON I RISULTATI DI STUDI PRECEDENTI.....	164
CONCLUSIONI	168
RICONOSCIMENTI	170
BIBLIOGRAFIA	171

Introduzione

In passato gli interventi di protezione dei litorali venivano realizzati, nella quasi totalità dei casi, tenendo conto esclusivamente dell'aspetto funzionale dell'opera, legato alla necessità di sottrarre la costa all'azione diretta del moto ondoso. Questo tipo di approccio ha condotto alla realizzazione di strutture con quota di coronamento ben al di sopra del livello medio marino, allo scopo di impedire o di limitare il più possibile la tracimazione delle onde.

In tempi più recenti, la crescente consapevolezza, da parte della cittadinanza e delle Amministrazioni, di dovere considerare adeguatamente, accanto agli aspetti funzionali, anche gli aspetti paesaggistici ed ambientali, ha orientato i progettisti verso soluzioni a minore impatto, tra le quali rientrano le strutture a cresta bassa, indicandosi con tale termine le opere aventi quota di sommità poco al di sopra, o completamente al di sotto della superficie marina.

In particolare, le barriere sommerse parallele alla riva rappresentano una soluzione di compromesso tra la necessità di mitigare l'azione del moto ondoso sul litorale e di garantire la salvaguardia del paesaggio e la qualità dell'acqua nella zona protetta attraverso un sufficiente ricambio idrico.

La diffusa adozione di tale tipologia di opere di difesa ha, tuttavia, evidenziato la necessità di approfondire le conoscenze relative all'interazione onda-barriera, che rappresenta il processo fondamentale al quale sono legate le condizioni di agitazione a tergo dell'opera, e, in ultima analisi, l'efficacia stessa dell'intervento di protezione.

L'interazione tra il moto ondoso e la barriera è un fenomeno complesso caratterizzato da due aspetti principali.

Il primo è rappresentato dalla riduzione di energia del moto ondoso a tergo della barriera, che è particolarmente intensa quando si verifica il frangimento dell'onda, e rappresenta la finalità principale di tale tipologia di intervento. I numerosi studi presenti in letteratura hanno permesso di approfondire i principali caratteri della trasmissione del moto ondoso e la formulazione di relazioni, utilizzabili nella pratica tecnica, tra le caratteristiche del moto ondoso e della struttura ed il valore del coefficiente di trasmissione, intendendosi con tale termine il rapporto tra l'altezza d'onda trasmessa e quella incidente.

Il secondo aspetto è rappresentato dalle modificazioni indotte nel moto ondoso dall'interazione con la barriera sommersa, che si traducono in una alterazione del profilo e della distribuzione in frequenza dell'energia ondosa, che comporta una modificazione del periodo

dell'onda. In presenza di onde regolari, il processo è caratterizzato dallo sviluppo, nel passaggio al di sopra della barriera, di armoniche di frequenza multipla rispetto all'armonica principale; nel caso di onde irregolari, il fenomeno si manifesta con un cambiamento della forma dello spettro, ed un trasferimento di energia verso le frequenze più elevate.

Relativamente a questo ultimo aspetto, i numerosi studi presenti in letteratura hanno consentito di chiarire, dal punto di vista teorico, la natura del meccanismo di interazione onda-barriera in assenza di frangimento; inoltre, attraverso la sperimentazione in laboratorio, sono stati, in passato, investigati vari aspetti del processo, ed in particolare la generazione delle superarmoniche e la loro propagazione a tergo della struttura.

La maggior parte dei lavori presenti in letteratura si riferisce alle condizioni di assenza di frangimento dell'onda al di sopra della barriera; nei casi in cui sono state esaminate condizioni di onda frangente, è stato evidenziato come il processo di interazione, oltre ad essere caratterizzato da una maggiore dissipazione di energia, si presenti con caratteristiche diverse, anche dal punto di vista qualitativo, rispetto al caso di onde non frangenti; tuttavia, i lavori esaminati, in generale, non includono uno studio sistematico delle caratteristiche del frangimento al di sopra della struttura, e molti aspetti dell'influenza di esso sul meccanismo di interazione non sono del tutto chiariti.

Da tale considerazione nasce, principalmente, la motivazione del presente lavoro di tesi.

Obiettivo del lavoro di tesi

L'obiettivo del lavoro è lo studio del processo di interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa, e, in particolare, la definizione degli effetti su tale processo del frangimento delle onde, nelle varie forme in cui esso si presenta.

Articolazione del lavoro di tesi

La prima parte della tesi, articolata in tre capitoli, ha lo scopo di definire il quadro di riferimento all'interno del quale è stato sviluppato il lavoro. Attraverso l'approfondimento della letteratura di settore, è stato presentato un quadro delle conoscenze relative ai principali fenomeni investigati.

In particolare, il Capitolo 1 verte sulla descrizione teorica dell'interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa; le formulazioni matematiche presentate sono state sviluppate nell'ipotesi di assenza di frangimento dell'onda.

Il Capitolo 2 descrive i principali studi precedenti sulla modellazione dell'interazione onda-barriera, e, in particolare, i lavori sperimentali; gli studi esaminati sono relativi sia ad onde regolari, sia ad onde irregolari, in assenza o in presenza di frangimento.

Il Capitolo 3 approfondisce i principali aspetti del frangimento del moto ondoso, che rappresenta uno dei fenomeni che più di tutti influenza l'interazione tra il moto ondoso e la

barriera. In particolare, sono state descritte le varie forme con cui il frangimento si può presentare, sia nel caso di onda frangente su spiaggia naturale, sia di onda frangente su una struttura sommersa.

La seconda parte della tesi, articolata in due capitoli, descrive il contributo personale fornito dall'allievo, attraverso un'indagine sperimentale condotta presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito" dell'Università degli Studi di Napoli Federico II.

Il Capitolo 4 descrive gli aspetti progettuali e operativi dello studio sperimentale. In particolare, sono discussi gli aspetti legati alla progettazione del modello utilizzato, con particolare riguardo alla sua rappresentatività nei confronti di situazioni reali; viene inoltre descritta la strumentazione adottata e le metodologie di analisi. Le prove sono state condotte in presenza di onde incidenti regolari, allo scopo di investigare il processo di generazione ed evoluzione delle superarmoniche.

Il Capitolo 5 è dedicato all'analisi dei risultati. In primo luogo, sono state definite le caratteristiche del frangimento, ove presente, al di sopra della barriera, e, in particolare, sono state individuate le forme con cui esso si presenta. Successivamente, sono state analizzate e discusse le caratteristiche del moto ondoso a largo, al di sopra ed a tergo della barriera, e, in particolare, sono state evidenziate le relazioni tra tali caratteristiche ed il fenomeno del frangimento al di sopra della barriera.

Capitolo 1. Descrizione teorica dell'interazione tra il moto ondoso regolare ed una barriera sommersa

1.1 Formulazione generale del problema differenziale della propagazione del moto ondoso su fondale costante

La descrizione della propagazione di un'onda su di un fondale orizzontale si riconduce alla formulazione di un sistema di equazioni differenziali, al quale sono associate delle opportune condizioni al contorno (Dean & Dalrymple, 1991); il problema rappresenta il punto di partenza per lo studio di casi più complessi, in cui il fondale è variabile, o presenta delle discontinuità.

Si esamini il caso di moto bidimensionale, nell'ipotesi di simmetria lungo un piano verticale (x, z) . Si adotti un sistema di riferimento cartesiano, in cui l'asse orizzontale x coincide con la direzione di propagazione dell'onda e l'asse verticale z ha l'origine posta sulla superficie di riposo (Fig. 1.1).

Sia h la profondità del fondale, e sia $\eta(x,t)$ la funzione incognita che descrive la superficie libera dell'acqua; la distanza H tra la cresta ed il cavo dell'onda prende il nome di altezza dell'onda. Si assuma valida l'ipotesi di moto irrotazionale, e di fluido perfetto ed incompressibile.

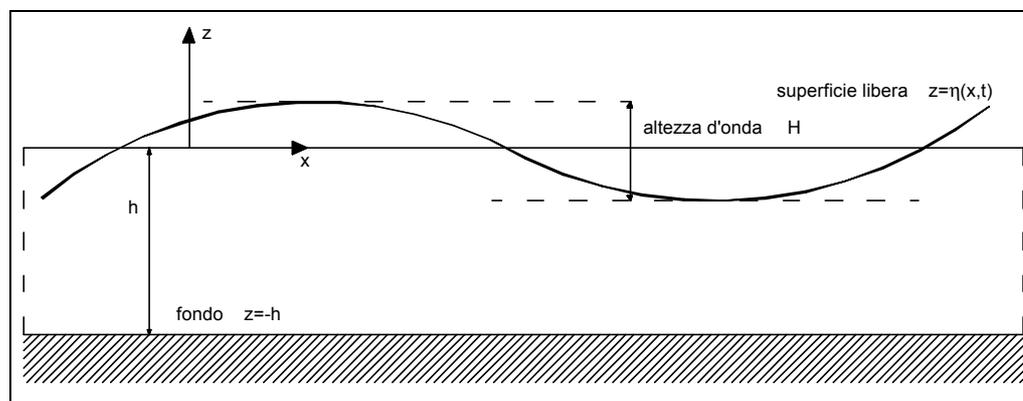


Fig. 1.1 – Definizione del dominio di integrazione del problema differenziale

L'irrotazionalità del moto comporta che, indicando con $u(x,z,t)$ e $w(x,z,t)$, rispettivamente, le componenti lungo gli assi x e z del vettore velocità $\mathbf{V}(x,z,t)$, è possibile definire in tutto il campo di moto una funzione scalare $\Phi(x,z,t)$, detta potenziale di velocità, tale che:

$$u = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad (1.1a)$$

$$w = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad (1.1b)$$

Per effetto di tale definizione, e dell'ipotesi di incomprimibilità del fluido, l'equazione di continuità assume la forma:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.2)$$

La (1.2) prende il nome di equazione di Laplace, ed è un'equazione differenziale lineare al secondo ordine nell'incognita Φ .

Le equazioni del moto nel campo gravitazionale, per effetto dell'ipotesi di fluido perfetto, conducono all'equazione di Bernoulli generalizzata:

$$gz - \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = Q(t) \quad (1.3)$$

Nella (1.3) P esprime la pressione, g l'accelerazione di gravità e ρ la densità del fluido. La presenza della funzione $Q(t)$ indica che il primo membro della (1.3) è costante nello spazio.

Il dominio di integrazione è delimitato verticalmente dal fondo e dalla superficie libera, mentre, lateralmente, può estendersi all'infinito o essere confinato, ad esempio, dalle pareti di un canale o dalle banchine di un bacino portuale. Su ciascuno dei contorni del dominio è necessario definire, in base alla fisica del processo, le opportune condizioni al contorno.

La condizione al contorno sul fondo viene formulata assumendo, in generale, l'ipotesi di fondo impermeabile, imponendo che la componente di velocità ortogonale al fondo sia nulla in corrispondenza di esso. Nell'ipotesi di fondale orizzontale, tale condizione assume la forma:

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{per } z=-h \quad (1.4)$$

Per quanto riguarda la superficie libera, possono essere formulate due condizioni al contorno, l'una di carattere cinematico, l'altra di carattere dinamico.

La condizione cinematica si esprime imponendo che, pur variando la sua posizione nel tempo, una particella appartenente superficie libera rimane confinata su di essa. Pertanto, la componente verticale di velocità è legata alla derivata totale della funzione $\Phi(x,t)$ dalla relazione:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = w \quad \rightarrow \quad \frac{\partial\Phi}{\partial t} + u \frac{\partial\Phi}{\partial x} = w \quad \text{per } z=\Phi(x,t) \quad (1.5)$$

La condizione dinamica sulla superficie libera si ottiene dall'equazione di Bernoulli; nel caso generale, tale condizione esprime il modo in cui la superficie libera si modifica in presenza del sistema di forze agenti su di essa. Assumendo che l'unico sistema di forze superficiali sia

rappresentato dalla pressione atmosferica, e che questa si possa considerare costante ($P_h=0$), si può scrivere l'equazione:

$$g z - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = Q(t) \quad \text{per } z = \mathbf{h}(x, t) \quad (1.6)$$

Si evidenzia che, per effetto della definizione di potenziale di velocità e delle condizioni scritte sulla superficie libera, il campo di moto è completamente descritto una volta nota la funzione $\mathbf{F}(x, z, t)$.

Le ulteriori condizioni da imporre sono relative ai contorni laterali, e variano a seconda del particolare problema di propagazione che si vuole descrivere e della geometria del campo di moto. Tali condizioni devono essere imposte sia agli estremi spaziali, sia agli estremi temporali del dominio di integrazione.

Infine, al problema differenziale viene associato un ultimo tipo di condizione (*radiation boundary condition*) che definisce le modalità con cui l'onda si propaga nel tempo e nello spazio.

1.2 Propagazione di un'onda regolare periodica su fondale costante

Nel caso di un'onda periodica regolare, di altezza costante, che si propaga in un dominio indefinito nel tempo e nello spazio, il problema differenziale può essere così formulato:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad 0 < x < L, \quad 0 < t < T, \quad -h < z < \mathbf{h}(x, t) \quad (1.7a)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad (1.7b)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \quad z = \mathbf{h}(x, t) \quad (1.7c)$$

$$g z - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = Q(t) \quad z = \mathbf{h}(x, t) \quad (1.7d)$$

$$\Phi(x, t) = \Phi(x + L, t) \quad 0 < x < L, \quad 0 < t < T \quad (1.7e)$$

$$\Phi(x, t) = \Phi(x, t + T) \quad 0 < x < L, \quad 0 < t < T \quad (1.7f)$$

Le grandezze L e T prendono il nome, rispettivamente, di lunghezza e periodo dell'onda. A partire dal periodo si definiscono la frequenza f e la pulsazione \mathbf{w} dell'onda, pari, rispettivamente, a: $f = 1/T$, $\mathbf{w} = 2\pi f$.

Il sistema 1.7 viene risolto per separazione di variabili; si assume, cioè, che la funzione potenziale sia esprimibile come prodotto di tre funzioni, che dipendono ciascuna da una delle variabili indipendenti del problema:

$$\Phi(x, z, t) = X(x) \cdot Z(z) \cdot F(t) \quad (1.8)$$

Nel rispetto della (1.7f), e tenendo conto della definizione di pulsazione ω , si può imporre, arbitrariamente:

$$F(t) = F_1(t) = \sin \omega t \quad (1.9a)$$

ovvero:

$$F(t) = F_2(t) = \cos \omega t \quad (1.9b)$$

Dalla combinazione delle funzioni F_1 ed F_2 è possibile ottenere infinite funzioni F che rispettano la periodicità nel tempo.

Sostituendo una delle due funzioni nell'equazione di Laplace (1.7a) si ottiene, dividendo per $F(x, z, t)$:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0 \quad (1.10)$$

Dal momento che il primo addendo dipende solo da x ed il secondo solo da z , la (1.10) è equivalente alle seguenti equazioni:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k^2 \quad (1.11a)$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = k^2 \quad (1.11b)$$

Gli integrali generali delle (1.11) assumono la seguente forma a seconda del segno di k^2 :

$$\underline{k^2 > 0} \quad (k \text{ reale}): \quad X(x) = A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx \quad (1.12a)$$

$$Z(z) = C \cdot e^{kz} + D \cdot e^{-kz} \quad (1.12b)$$

$$\underline{k^2 = 0}: \quad X(x) = A \cdot x + B \quad (1.13a)$$

$$Z(z) = C \cdot z + D \quad (1.13b)$$

$$\underline{k^2 < 0} \quad (k \text{ immaginario}): \quad X(x) = A \cdot e^{|k|x} + B \cdot e^{-|k|x} \quad (1.14a)$$

$$Z(z) = C \cdot \cos|k|z + D \cdot \sin|k|z \quad (1.14b)$$

Assumendo che la costante k possa assumere anche valori immaginari, l'aver imposto il segno positivo al secondo membro della (1.11a) non inficia la generalità del procedimento.

Nel caso generale in cui k è un numero complesso $k = a + ib$, la soluzione può essere ottenuta, stante la linearità dell'equazione di Laplace, come somma delle due soluzioni relative alla parte reale ed alla parte immaginaria.

Applicando le condizioni al contorno, è possibile individuare, tra le soluzioni (1.12-1.14), quelle che descrivono il particolare processo esaminato, e calcolare i valori dei coefficienti A , B , C , D .

Nel caso in esame, è possibile escludere le soluzioni (1.13), e (1.14), che forniscono soluzioni non periodiche rispetto ad x , a meno del caso di $A=0$ nella (1.13a), che porterebbe ad assumere un potenziale costante nello spazio.

Si conclude, pertanto, che k deve essere un numero reale diverso da zero.

La soluzione dell'equazione di Laplace assume, adottando, ad esempio, la (1.9a), la forma:

$$\Phi(x, z, t) = (A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx) \cdot (C \cdot e^{kz} + D \cdot e^{-kz}) \cdot \sin \omega t \quad (1.15)$$

Sostituendo la (1.15), nella condizione al contorno (1.7e), che esprime la periodicità nello spazio si ricava la relazione tra k e la lunghezza d'onda L :

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (1.16)$$

La grandezza k prende il nome di numero d'onda.

L'utilizzo della condizione al contorno sul fondale consente la riduzione del numero dei coefficienti incogniti. Derivando, infatti, la (1.15) rispetto a z , ed imponendo $z=-h$ si ottiene:

$$(A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx) \cdot k(C \cdot e^{-kh} - D \cdot e^{kh}) \cdot \sin \omega t = 0 \quad (1.17)$$

Dal momento che la (1.17) deve valere per ogni valore di x e t , questa condizione equivale ad assumere che sia nullo il secondo fattore, e pertanto risulti:

$$C \cdot e^{-kh} = D \cdot e^{kh} \rightarrow C = D \cdot e^{2kh} \quad (1.18)$$

da cui:

$$(C \cdot e^{kz} + D \cdot e^{-kz}) = D \cdot e^{kh} (e^{k(h+z)} + e^{-k(h+z)}) = 2 \cdot D \cdot e^{kh} \cosh k(h+z) \quad (1.19)$$

A differenza della condizione sul fondo, le condizioni sulla superficie libera non possono essere formulate in maniera esplicita, dal momento che la funzione $\mathbf{h}(x, t)$, che esprime il profilo dell'onda, è un'incognita del problema.

Per ovviare a tale difficoltà si ricorre allo sviluppo in serie di MacLaurin delle funzioni che compaiono nelle equazioni (1.7c), (1.7d). In tal modo, la condizione cinematica sulla superficie libera si esprime:

$$\left[-\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right]_{z=0} + \mathbf{h} \frac{\partial}{\partial z} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right]_{z=0} + \frac{\mathbf{h}^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \right]_{z=0} + \dots = 0 \quad (1.20)$$

La condizione dinamica sulla superficie libera, adottando lo stesso procedimento, viene scritta nel modo seguente:

$$\left\{ g z - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}_{z=0} + \mathbf{h} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ g z - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}_{z=0} + \frac{\mathbf{h}^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left\{ g z - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}_{z=0} + \dots = Q(t) \quad (1.21)$$

Nelle (1.20), (1.21) è possibile, sotto determinate ipotesi, trascurare i termini che possono essere ritenuti poco significativi. In tal modo, si ottengono soluzioni approssimate del problema differenziale, la cui validità è limitata alle condizioni fisiche nelle quali hanno significato le approssimazioni adottate.

1.3 Onde di piccola altezza. Teoria lineare

Nel caso in cui l'altezza d'onda può essere considerata piccola rispetto alle altre grandezze spaziali del campo di moto (lunghezza d'onda e profondità), i valori di $\mathbf{h}(x,t)$ sono, evidentemente, piccoli; inoltre, si può assumere che anche i valori di velocità e pressione associati al moto ondoso siano piccoli.

Sotto tali ipotesi, è da aspettarsi che i prodotti di \mathbf{h} con qualunque grandezza associata al moto ondoso siano molto piccoli, e pertanto, nelle serie che compaiono nelle (1.20) e (1.21), i termini non lineari, cioè i termini in cui compaiono i prodotti tra le variabili, possono essere trascurati.

Arrestando, pertanto lo sviluppo al primo termine, si ottengono, per le condizioni al contorno sulla superficie libera, le seguenti equazioni linearizzate:

$$\left[-\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \quad (1.22)$$

$$\left[-\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right]_{z=0} + g\mathbf{h} = Q(t) \quad (1.23)$$

Le soluzioni che si ottengono trascurando i termini di ordine superiore al primo costituiscono il fondamento della teoria lineare del moto ondoso, il cui sviluppo è dovuto ad Airy.

Sostituendo nella (1.23) l'espressione di \mathbf{F} ricavata dalle (1.15), (1.18), dal momento che la funzione \mathbf{h} deve avere media temporale nulla, risulta $Q(t)=0$.

Le soluzioni del problema si ottengono applicando le condizioni al contorno e combinando opportunamente le soluzioni ottenute adottando la (1.9a) o la (1.9b), ed imponendo il rispetto della particolare *radiation boundary condition*.

La soluzione, pertanto, nel caso di un'onda progressiva che si propaga nel verso positivo dell'asse delle ascisse, assume la forma seguente:

$$\Phi(x, z, t) = \frac{a g}{\mathbf{w}} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx - \mathbf{w}t) \quad (1.24)$$

Il profilo dell'onda si ottiene dalla condizione dinamica sulla superficie libera:

$$\mathbf{h}(x, t) = a \cos(kx - \mathbf{w}t) \quad (1.25)$$

Nelle (1.24), (1.25) il termine a esprime l'ampiezza dell'oscillazione del pelo libero ed è pari alla metà dell'altezza d'onda:

$$a = \frac{1}{2} H \quad (1.26)$$

Applicando la condizione cinematica sulla superficie libera si ottiene, dopo alcuni sviluppi:

$$\omega^2 = g \cdot k \tanh(kh) \quad (1.27)$$

La (1.27) è detta legge di dispersione lineare, e stabilisce il legame tra la frequenza e la lunghezza d'onda, al variare della profondità. Il rapporto tra la lunghezza d'onda ed il periodo prende il nome di celerità, e rappresenta la velocità con la quale l'onda si propaga:

$$C = \frac{L}{T} = \frac{\omega}{k} \quad (1.28)$$

Dall'esame della soluzione ottenuta è possibile evidenziare alcuni aspetti caratteristici del moto ondoso lineare, che qui si vogliono sottolineare.

Il primo aspetto è il carattere puramente oscillatorio del moto. La (1.25) mostra che la media nel periodo dello spostamento della superficie libera lungo la verticale è nulla, ovvero il livello medio coincide con il livello di quiete corrispondente all'assenza di onda. E' possibile far vedere che tale proprietà vale per tutte le altre grandezze caratteristiche del campo di moto (velocità, pressione, etc.); un'importante conseguenza di ciò è il fatto che il moto ondoso non dà luogo, mediamente, a trasporto di massa.

Il secondo aspetto è che il profilo d'onda è esprimibile da una singola funzione armonica di frequenza assegnata, alla quale corrisponde, secondo la relazione di dispersione, un unico valore della lunghezza d'onda; tale circostanza si esprime, in analogia con la teoria ondulatoria della luce, con l'affermazione che l'onda è monocromatica.

A partire dalla funzione potenziale possono essere ricavate le espressioni di tutte le grandezze del campo di moto. In particolare, è possibile calcolare l'energia contenuta in un cilindro d'acqua di base unitaria e altezza pari alla profondità del fondale. Tale grandezza, che rappresenta una densità di energia, è espressa dalla relazione:

$$E = \frac{1}{2} \rho g a^2 \quad (1.29)$$

Il flusso di energia che attraversa il volume di controllo descritto, che rappresenta l'energia ondosa trasmessa mediamente nel periodo, assume la forma:

$$P = E C_g = E \left[C \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right] \quad (1.30)$$

Il termine in parentesi quadre nella (1.30) è detto celerità di gruppo, e rappresenta la velocità con cui si propaga l'energia dell'onda.

1.4 Onde di altezza finita. Teorie non lineari

Nei casi in cui l'ipotesi di piccola altezza non è verificata, e pertanto le condizioni al contorno sulla superficie libera non possono essere scritte in forma lineare, la soluzione del

problema differenziale può essere ottenuta adottando un approccio di tipo perturbativo. Si assume, cioè, che la soluzione sia esprimibile come somma di funzioni, dipendenti dalle potenze di un parametro perturbativo \mathbf{e} , il cui valore è tanto più piccolo quanto più l'onda si avvicina alle condizioni ideali di piccola altezza:

$$\Phi = \Phi_1 + \mathbf{e} \Phi_2 + \mathbf{e}^2 \Phi_3 + \dots + \mathbf{e}^{n-1} \Phi_n + \dots \quad (1.31)$$

Una espressione analoga alla (1.29) vale per tutte le grandezze del campo di moto; in particolare, il profilo dell'onda è espresso dalla funzione:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_1 + \mathbf{e} \mathbf{h}_2 + \mathbf{e}^2 \mathbf{h}_3 + \dots + \mathbf{e}^{n-1} \mathbf{h}_n + \dots \quad (1.32)$$

Dal momento che \mathbf{e} , normalmente, è piccolo è possibile ottenere soluzioni approssimate trascurando le potenze di \mathbf{e} superiori ad un determinato grado; in dipendenza dal termine al quale si tronca la sommatoria, si ottengono soluzioni al primo, secondo, terzo ordine di approssimazione, e così via.

La soluzione al primo ordine di approssimazione coincide con la teoria lineare.

1.4.1 Teoria di Stokes al secondo ordine di approssimazione

Nella teoria sviluppata da Stokes il parametro perturbativo è costituito dal prodotto:

$$\mathbf{e} = k a \quad (1.33)$$

Tale parametro è proporzionale al rapporto tra l'ampiezza dell'oscillazione e la lunghezza d'onda, e tende, evidentemente a zero nell'ipotesi di piccola altezza.

La soluzione al secondo ordine di approssimazione si ottiene sostituendo le (1.31) e (1.32) nell'equazione di Laplace e nelle condizioni al contorno, sviluppando in serie le condizioni sulla superficie libera e trascurando i termini superiori al secondo ordine.

Si ottengono, per ciascuna equazione, espressioni del tipo:

$$\mathbf{a}_1 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{a}_2 = \mathbf{b}_1 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{b}_2 \quad (1.34)$$

Il verificarsi di tale condizione, data l'arbitrarietà di \mathbf{e} , equivale alle uguaglianze:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{b}_1, \quad \mathbf{a}_2 = \mathbf{b}_2 \quad (1.35)$$

Da quanto evidenziato, è possibile, raggruppando i termini in funzione delle potenze di \mathbf{e} , separare il problema differenziale in due problemi, uno dei quali fornisce la soluzione al primo ordine, l'altro la soluzione al secondo ordine di approssimazione.

Applicando tale procedura, si ottiene, per il primo ordine di approssimazione, il seguente problema:

$$\nabla^2 \Phi_1 = 0 \quad (1.36a)$$

$$-\left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right]_{z=-h} = 0 \quad (1.36b)$$

$$\left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right]_{z=0} + g \frac{\partial \mathbf{h}_1}{\partial t} = 0 \quad (1.36c)$$

$$g \cdot \mathbf{h}_1 - \left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right]_{z=0} = Q_1(t) \quad (1.36d)$$

$$\Phi_1(x, t) = \Phi_1(x + L, t) \quad (1.36e)$$

$$\Phi_1(x, t) = \Phi_1(x, t + T) \quad (1.36f)$$

Si osserva che il problema al primo ordine è del tutto equivalente a quello formulato per la teoria lineare, e, pertanto, la sua soluzione è da considerarsi nota.

Il problema al secondo ordine assume la seguente forma:

$$\nabla^2 \Phi_2 = 0 \quad (1.37a)$$

$$-\left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right]_{z=-h} = 0 \quad (1.37b)$$

$$\left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right]_{z=0} + g \frac{\partial \mathbf{h}_2}{\partial t} = [G'(\Phi_1, \mathbf{h}_1)]_{z=0} \quad (1.37c)$$

$$g \cdot \mathbf{h}_2 - \left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right]_{z=0} = Q_2(t) + [G''(\Phi_1, \mathbf{h}_1)]_{z=0} \quad (1.37d)$$

$$\Phi_1(x, t) = \Phi_1(x + L, t) \quad (1.37e)$$

$$\Phi_1(x, t) = \Phi_1(x, t + T) \quad (1.37f)$$

in cui le funzioni G' e G'' a secondo membro delle (1.37d), (1.37f), le cui espressioni sono state omesse per brevità, sono note una volta risolto il problema al primo ordine. Si evidenzia che, a differenza di quanto si verifica al primo ordine, il problema al secondo ordine non è omogeneo.

Risolvendo il problema, si ottiene la funzione potenziale di velocità al secondo ordine di approssimazione, che, per un'onda progressiva che si propaga nel verso positivo dell'asse x ha l'espressione:

$$\begin{aligned} \Phi(x, z, t) = & \frac{a g \cosh k(h+z)}{w \cosh kh} \sin(kx - wt) + \\ & + (ka) \frac{a g 3 \cosh 2k(h+z)}{w 8 \sinh^3 2kh \cosh kh} \sin 2(kx - wt) \end{aligned} \quad (1.38)$$

Il profilo d'onda ha la seguente espressione:

$$\mathbf{h}(x, t) = a \cos(kx - wt) + (ka) a \frac{(\cosh kh)(2 + \cosh 2kh)}{4 \sinh^3 kh} \cos 2(kx - wt) \quad (1.39)$$

Nelle espressioni riportate, il termine a è pari alla metà dell'altezza d'onda H , analogamente alla teoria lineare.

L'equazione di dispersione è la medesima ricavata nella teoria lineare; pertanto, non cambiano le espressioni della lunghezza d'onda e della celerità.

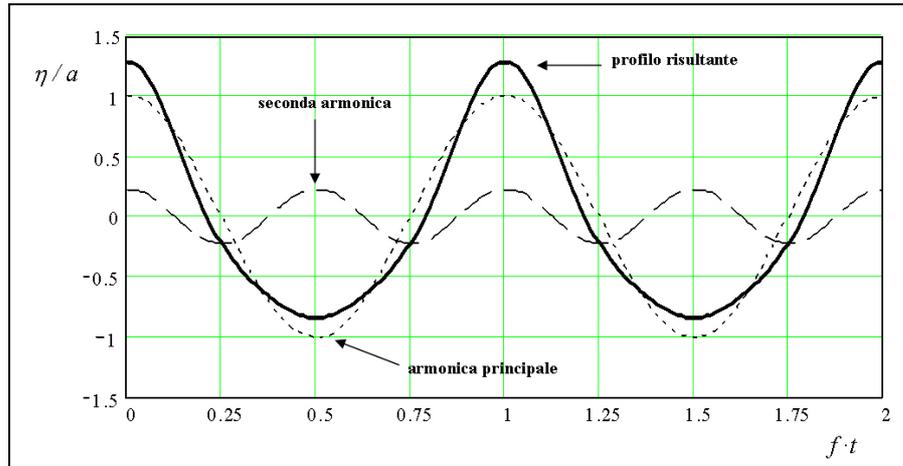


Fig. 1.2 – Profili delle componenti armoniche e profilo risultante

Si osserva che il profilo d'onda risulta dalla sovrapposizione di due armoniche, la prima (armonica principale) di frequenza ω , la seconda di frequenza 2ω , che rappresentano, rispettivamente, la soluzione del problema al primo ed al secondo ordine. Tali armoniche presentano la medesima fase iniziale (assunta, in tale problema, pari a zero per l'arbitrarietà della scelta dell'origine dei tempi e delle ascisse) ed hanno la medesima celerità di propagazione, la quale, per la relazione di dispersione, risulta funzione della frequenza dell'armonica principale.

Tale circostanza, unitamente alla considerazione che la soluzione del problema al secondo ordine dipende dalla soluzione al primo ordine, si esprime con l'affermazione che la seconda componente armonica dell'onda è legata alla principale (*bound wave*).

Nella Fig. 1.2 sono riportati i profili adimensionalizzati delle due armoniche, insieme alla loro risultante. Si osserva che, rispetto all'onda lineare, nella quale è presente solo la prima armonica, il profilo dell'onda presenta un valore più elevato in cresta e minore al cavo. In conseguenza di ciò, il livello medio di oscillazione non coincide con la superficie di quiete, ma è sopraelevato rispetto ad essa di una quantità che si ottiene mediando la (1.37) nel periodo:

$$\bar{h} = k a^2 \frac{(\cosh kh)(2 + \cosh 2kh)}{4 \sinh^3 kh} \quad (1.40)$$

La proprietà della funzione $h(x,t)$ di avere media temporale diversa da zero è comune ad altre grandezze del campo di moto. In particolare, ricavando le espressioni delle componenti di velocità ed integrando nel periodo, è possibile dimostrare che la generica particella d'acqua subisce uno spostamento netto nella direzione di propagazione dell'onda. Pertanto, al di fuori del campo di validità della teoria lineare, il moto ondoso perde il carattere puramente oscillatorio, e ad esso si sovrappone una componente di trasporto di massa.

Le espressioni del flusso di energia e della celerità di gruppo coincidono con quelle ottenute dallo sviluppo della teoria lineare.

1.4.2 Teoria di Stokes al terzo ordine di approssimazione

Il procedimento seguito per ricavare la teoria di Stokes al secondo ordine può essere ripetuto includendo nell'espressione del potenziale le componenti di ordine superiore, raggruppando i

termini in cui compaiono le potenze di ϵ , e risolvendo, nell'ordine, il problema al primo ordine, al secondo ordine, e così via.

Si riportano, nel seguito, le principali caratteristiche della soluzione al terzo ordine di approssimazione.

Il potenziale di velocità assume la seguente forma:

$$\begin{aligned}\Phi(x, z, t) = & \frac{a g}{w} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx - wt) + \\ & + (ka) \frac{a g}{w} \frac{3}{8} \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^3 2kh \cdot \cosh kh} \sin 2(kx - wt) + \\ & + (ka)^2 \frac{a g}{w} \frac{(11 - 2 \cosh 2kh) \cdot \cosh 3k(h+z)}{64 \cosh kh \cdot \sinh^6 kh} \sin 3(kx - wt)\end{aligned}\quad (1.41)$$

Il profilo dell'onda è espresso dalla seguente funzione:

$$\begin{aligned}h(x, t) = & a \cos(kx - wt) + (ka) a \frac{(\cosh kh) \cdot (2 + \cosh 2kh)}{4 \sinh^3 kh} \cos 2(kx - wt) + \\ & + (ka)^2 a \frac{3 + 24 \cosh^6 kh}{64 \sinh^6 kh} \cos 3(kx - wt)\end{aligned}\quad (1.42)$$

Il legame tra l'altezza d'onda H e l'ampiezza della prima armonica è il seguente:

$$H = 2a \left[1 + (ka)^2 \frac{3 + 24 \cosh^6 kh}{64 \sinh^6 kh} \right]\quad (1.43)$$

La relazione di dispersione al terzo ordine di approssimazione differisce dalla forma lineare valida al secondo ordine, ed assume la seguente forma:

$$w^2 = (gk \tanh kh) \left[1 + (ka)^2 \frac{8 + \cosh 4kh}{8 \sinh^4 kh} \right]\quad (1.44)$$

Per effetto di tale relazione, la lunghezza d'onda dipende dall'altezza d'onda, oltre che dalla sua frequenza.

Il profilo dell'onda risulta dalla sovrapposizione di tre armoniche di frequenza, rispettivamente w , $2w$, $3w$; la seconda e la terza armonica sono *bound wave* legate alla fondamentale.

La densità totale di energia ondosa, ottenuta come somma dei contributi di energia potenziale e cinetica, è espressa nella forma seguente:

$$E = \frac{1}{2} \rho g a^2 \left[1 + (ka)^2 \frac{72 \cosh kh + 48 \cosh^4 kh + 12 \cosh^2 2kh - 9}{64 \sinh^6 kh} \right]\quad (1.45)$$

mentre il flusso di energia attraverso un volume di controllo di area unitaria ed altezza pari al tirante idrico h è espresso da:

$$P = \mathbf{r}g \frac{a^2}{2} \frac{C}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} + (ka)^2 \frac{(9 + 2 \sinh^2 2kh)(1 + 2kh / \sinh 2kh)}{8 \sinh^4 kh} + \right. \\ \left. - (k \cdot a)^2 \frac{7 + 12 \cosh^2 kh}{8 \sinh kh} \right] \quad (1.46)$$

1.4.3 Limiti di validità della teoria di Stokes

Adottando la teoria di Stokes, è possibile ottenere soluzione sempre più approssimate del problema differenziale; nella pratica, si utilizzano soluzioni fino al quinto ordine di approssimazione, anche se, con il progressivo sviluppo degli strumenti di calcolo numerico, l'interesse per gli sviluppi analitici di teorie di ordine elevato, caratterizzate, peraltro, da una notevole complessità formale, è andato progressivamente diminuendo a vantaggio di altre formulazioni matematiche.

Tralasciando gli sviluppi di ordine superiore, appare, invece, significativo evidenziare quali sono i limiti entro cui il procedimento perturbativo di Stokes può essere ritenuto significativo dal punto di vista fisico. Ci si riferisce, per semplicità alla soluzione al secondo ordine.

In primo luogo, è necessario escludere i casi di instabilità che possono dare luogo al frangimento dell'onda. Nella formulazione teorica di Stokes tale condizione limite si verifica quando il profilo verticale presenta in cresta un angolo uguale a 120°, e si traduce nel superamento della seguente condizione, valida in profondità illimitata:

$$\frac{H}{L} = \frac{1}{7} \quad \rightarrow \quad (ka) = \frac{\mathbf{p}}{7} \quad (1.47)$$

Assumendo che non si verifichi la (1.47), una ulteriore condizione di validità del procedimento di Stokes si ottiene imponendo la convergenza dello sviluppo in serie della funzione potenziale, per la quale è necessario che la successione dei termini sia infinitesima. Pertanto, il rapporto tra il primo ed il secondo termine deve essere piccolo:

$$\frac{(ka) \Phi_2}{\Phi_1} \ll 1 \quad (1.48)$$

Sostituendo le espressioni delle due componenti del potenziale, si ottiene la condizione:

$$\frac{3}{8} \frac{\cosh 2kh}{\cosh kh \sinh^3 kh} (ka) \ll 1 \quad (1.49)$$

Per profondità elevate ($kh > \mathbf{p}$), il coseno ed il seno iperbolico tendono ad un valore comune, e la (1.47) si può scrivere:

$$3 \cdot e^{-2kh} \cdot (k \cdot a) \ll 1 \quad (1.50)$$

Tale condizione è normalmente verificata, in quanto il parametro perturbativo è piccolo. Imponendo, infatti, al limite, per $kh = \mathbf{p}$ il raggiungimento della condizione di ripidità massima (1.47), si ottiene che il massimo valore del rapporto (1.49) è pari a circa 0.0025.

Per bassi valori della profondità ($kh > \mathbf{p}/10$) il coseno iperbolico tende a 1, ed il seno iperbolico si confonde con il proprio argomento; pertanto, la (1.49) diventa:

$$\frac{3 (k a)}{8 k^3 h^3} \ll 1 \quad (1.51)$$

La (1.51) equivale alla condizione:

$$\left(\frac{H L^2}{h^3} \right) \ll \frac{64 \mathbf{p}^2}{3} \approx 210 \quad (1.52)$$

Il parametro adimensionale a primo membro della (1.52) prende il nome di numero di Ursell, o numero di Stokes; esso esprime il grado di non-linearità dell'onda, e cresce quanto più l'onda si discosta dalla teoria lineare.

Una seconda condizione da imporre per garantire la validità della teoria di Stokes è che non sia presente, nel cavo dell'onda, una cresta secondaria dovuta ad un valore elevato della seconda armonica. Quando tale condizione si verifica, il profilo dell'onda cambia la sua curvatura, e, pertanto, la derivata seconda della funzione \mathbf{h} assume un valore nullo.

Eseguendo la derivata seconda rispetto al tempo, ed imponendo che tale funzione si annulli nel cavo, si perviene alla seguente condizione:

$$\left[\frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t^2} \right]_{(k x - \omega t) = \mathbf{p}} = \frac{a}{4} k^2 - \frac{a^2 k^3}{16} \frac{\cosh kh}{\sinh^3 kh} (2 + \cosh 2kh) = 0 \quad (1.53)$$

che fornisce la soluzione:

$$(k a) = \frac{\sinh^3 kh}{\cosh kh (2 + \cosh 2kh)} \quad (1.54)$$

La (1.54) indica il minimo valore di $(k a)$ per la quale è presente il cambio di curvatura, e quindi la teoria di Stokes non è valida per valori maggiori.

Per profondità elevate il rapporto a secondo membro tende a 1/2, che è superiore al valore di ripidità massima $\mathbf{p}/7$; pertanto, la condizione (1.54) non viene mai raggiunta.

Per basse profondità, sostituendo alle funzioni iperboliche i loro valori asintotici, si ottiene la condizione limite:

$$(k a) = \frac{(k h)^3}{3} \quad (1.55)$$

dalla quale si ricava la condizione di validità:

$$\left(\frac{H L^2}{h^3} \right) \ll \frac{8 \mathbf{p}^2}{3} \approx 26 \quad (1.56)$$

1.4.4 Cenni sulle altre teorie non lineari

Per condizioni di moto ondoso fortemente non lineari, la teoria di Stokes cade in difetto ed è necessario ricorrere ad altre formulazioni. Sebbene alcune di esse risalgano a numerosi decenni fa, solo in tempi relativamente recenti, grazie al calcolo numerico, è stato possibile lo sviluppo di soluzioni accurate (Schwartz & Fenton, 1982).

Una formulazione alternativa alla teoria di Stokes è rappresentata dalla teoria cnoidale, che prende il nome dal fatto che, al primo ordine di approssimazione, il profilo dell'onda assume la forma di una funzione Jacobiana ellittica coseno, indicata con il simbolo cn .

Negli sviluppi di ordine superiore della teoria cnoidale, il parametro perturbativo è costituito dal rapporto:

$$\mathbf{e} = \frac{H}{m h} \quad (1.57)$$

in cui m rappresenta il parametro dell'integrale ellittico e h la profondità al di sotto del cavo dell'onda.

Il profilo dell'onda, analogamente a quanto osservato per la teoria di Stokes, presenta creste appuntite e cavi appiattiti, in misura sempre più accentuata quanto maggiore è la non-linearità del moto ondoso.

La teoria cnoidale presenta due condizioni limite. La prima si riferisce al caso $m=0$, in cui, evidentemente, il termine perturbativo perde di significato. In tali condizioni, la soluzione limite coincide con una singola armonica, analogamente alla teoria lineare.

La seconda soluzione limite corrisponde al caso $m=1$ e corrisponde alla teoria dell'onda solitaria. Tale teoria descrive condizioni di moto ondoso con periodo e lunghezza d'onda infiniti, in cui il profilo ondoso è rappresentato da una sola cresta che si trova interamente al di sopra della superficie di quiete.

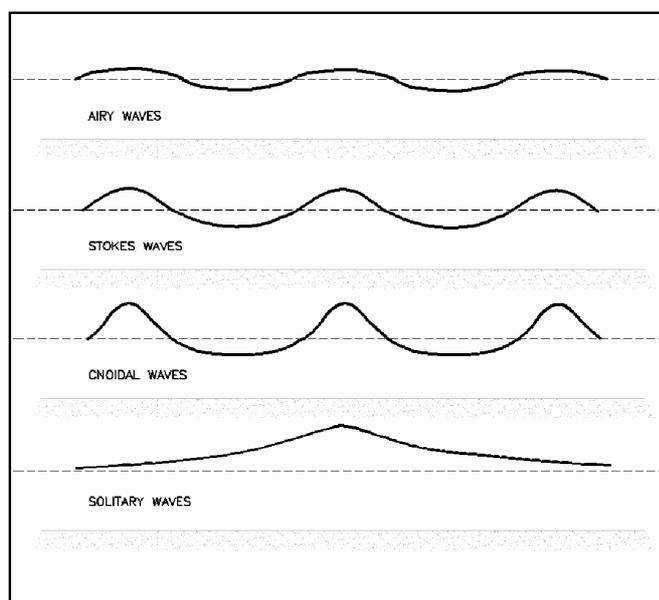


Fig. 1.3 – Confronto tra i profili d'onda corrispondenti a differenti teorie

Accanto alle formulazioni precedentemente descritte, che conducono a soluzioni analitiche, anche se approssimate, sono state sviluppate soluzioni numeriche del problema differenziale; tra di esse si citano le soluzioni della *stream function theory*, proposta da Dean e successivamente implementata, mediante sviluppo in serie di Fourier, da Rieneker & Fenton (1981).

Si riporta, in Fig. 1.3, il confronto tra i profili ondosi ottenuti dall'applicazione di differenti teorie nell'ipotesi di fondale costante. Si nota che, indipendentemente dalla teoria utilizzata, al di fuori dell'ipotesi di linearità il profilo d'onda presenta caratteristiche simili, con creste appuntite e cavi appiattiti, di cui l'onda solitaria costituisce un caso limite.

Analogamente al caso della teoria di Stokes, per ciascuna teoria ondosa è possibile definire un campo di validità, nel quale le ipotesi assunte nella formulazione matematica possono essere ritenute significative dal punto di vista fisico.

I campi di validità delle teorie più diffuse sono illustrati in Fig. 1.4, nella quale è riportato l'abaco di Le Méhauté (1976), ottenuto da considerazioni teoriche e risultati sperimentali.

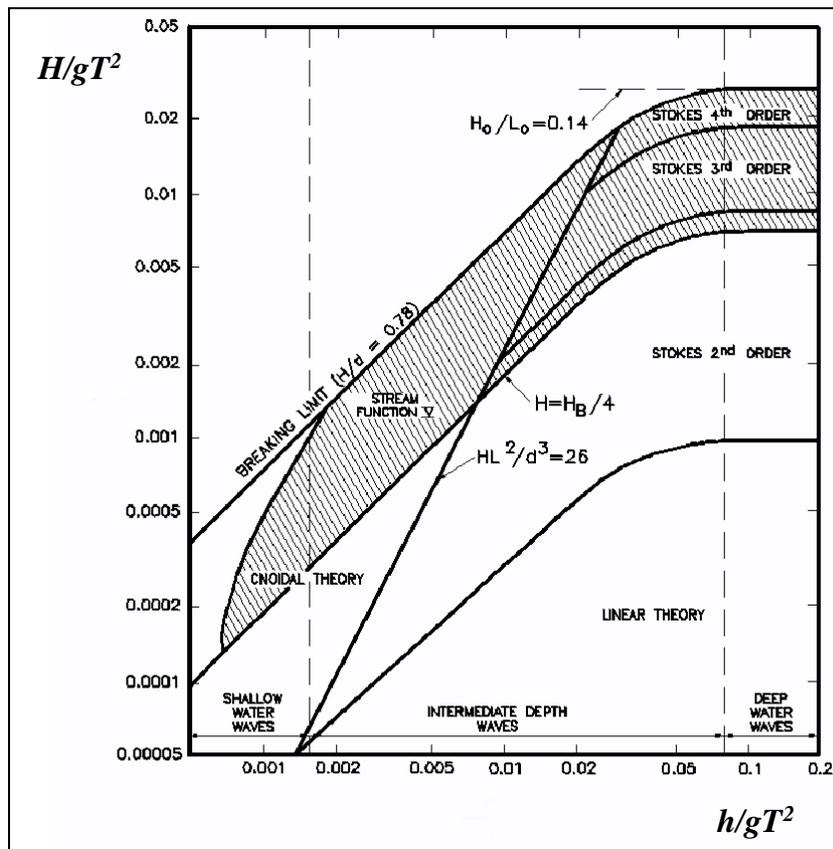


Fig. 1.4 – Campi di applicabilità di differenti teorie ondose

Si osserva, in accordo con quanto evidenziato finora, che il campo di applicazione della teoria lineare è confinato alla regione del grafico nella quale le profondità sono più elevate e le altezze più ridotte.

Si osserva, inoltre, che esiste una regione del grafico, corrispondente alle onde di maggiore altezza ed ai fondali più bassi, in cui le teorie ondose esaminate non sono applicabili; in tali condizioni si verifica il frangimento dell'onda.

1.5 Propagazione del moto ondoso su un fondale variabile di piccola pendenza

Lo studio della propagazione del moto ondoso su un fondale variabile costituisce uno degli argomenti di maggiore interesse nel campo dell'ingegneria costiera, dal momento che esso è strettamente connesso al problema della descrizione della propagazione delle onde da largo verso riva. Una sintesi dei principali sviluppi della materia si può trovare in Mei & Liu (1993) e Liu & Losada (2002).

Coerentemente con gli scopi del presente lavoro, si esamina il caso bidimensionale di un'onda regolare di altezza e frequenza note, che, a partire da una profondità nota, si propaga, lungo una direzione assegnata, su un fondale impermeabile di pendenza molto piccola.

Per effetto della dolce acclività del fondale, è ragionevole ipotizzare che esso sia schematizzabile da una serie di tratti a profondità costante, su ciascuno dei quali la funzione potenziale sia esprimibile mediante una delle formulazioni sviluppate nei paragrafi precedenti. Si può, ugualmente, assumere che nella propagazione dell'onda non si verifichino apprezzabili effetti di riflessione sul fondale, né di dissipazione di energia.

Indicando, pertanto, con i pedici 1 e 2 le caratteristiche del moto ondoso in due regioni a profondità, rispettivamente, h_1 ed h_2 , è possibile scrivere la seguente equazione di bilancio energetico, uguagliando i flussi di energia:

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad E_1 \cdot C_{g1} = E_2 \cdot C_{g2} \quad (1.58)$$

Nella (1.58) le densità di energia e la celerità di gruppo possono essere espresse in funzione delle caratteristiche del moto ondoso nelle due regioni, mediante formulazioni diverse a seconda della teoria adottata.

Applicando la condizione di conservazione dell'energia è possibile ricavare l'altezza d'onda nella regione 2, una volta nota l'altezza dell'onda nella regione 1.

In particolare, si indichino con il pedice 0 le caratteristiche ondose in profondità illimitata, ovvero ad una profondità maggiore o uguale ad un valore h_0 tale che risulti, nell'equazione di dispersione:

$$\tanh kh_0 \approx 1 \quad \Leftrightarrow \quad kh_0 = p \quad (1.59)$$

Imponendo la (1.58) per la profondità h_0 e per una profondità generica h , e sostituendo le espressioni della densità di energia e della celerità di gruppo si perviene alla seguente relazione:

$$rg \frac{H_0^2}{8} \cdot \frac{C_0}{2} = rg \frac{H^2}{8} \cdot \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (1.60)$$

dalla quale si ricava:

$$\frac{H}{H_0} = K_s = \sqrt{\frac{C_0}{2C}} \cdot \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.61)$$

Il rapporto tra l'altezza d'onda di largo e l'altezza d'onda alla generica profondità h prende il nome di coefficiente di *shoaling*, e, nell'ambito della teoria lineare, è funzione della sola profondità h .

Utilizzando teorie non lineari, l'espressione del coefficiente di *shoaling* è più complessa, ed include anche l'altezza dell'onda di largo, che influenza la non-linearità della soluzione. In Fig. 1.5 (USACE, 2002) è riportato l'andamento di k_s in funzione della profondità, per diversi valori della ripidità dell'onda al largo.

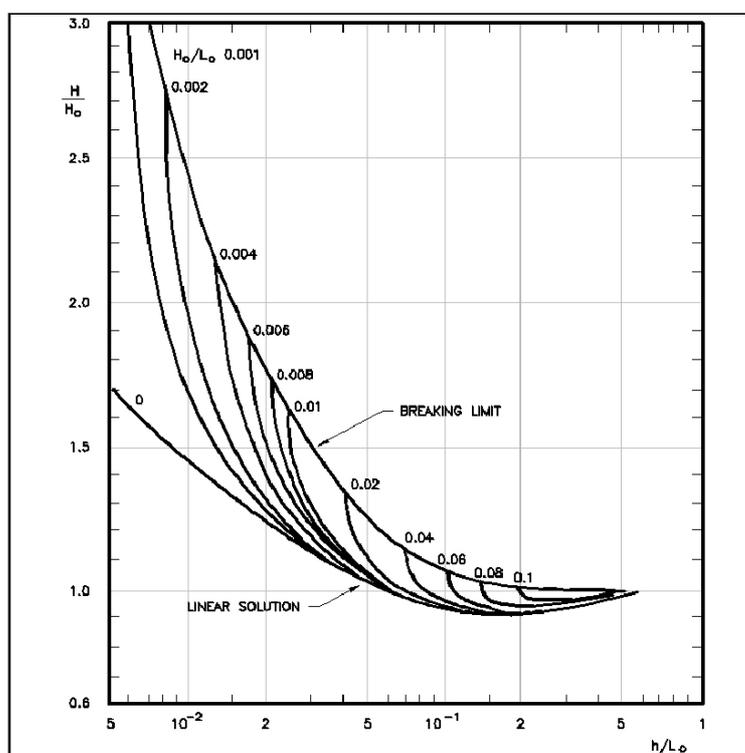


Fig. 1.5 – Andamento del coefficiente di shoaling in funzione della profondità e della ripidità di largo

Le considerazioni svolte possono essere applicate ad un caso teorico di particolare interesse ai fini del presente studio.

Si esamini il caso di un'onda di piccola altezza di caratteristiche note che, a partire da una profondità elevata, si propaga su un fondale gradualmente decrescente; per ciascun valore della profondità, è possibile calcolare l'altezza d'onda, e quindi determinare, nelle ipotesi assunte, il potenziale di velocità ed il profilo dell'onda adottando una opportuna teoria, ad esempio la teoria di Stokes.

Al diminuire della profondità, l'onda si allontana gradualmente dall'ipotesi di linearità, ed i termini del secondo ordine assumono importanza sempre maggiore. In particolare, osservando il profilo dell'onda, si verifica il progressivo sviluppo di una seconda componente armonica, legata all'armonica principale.

Se, raggiunta una profondità minima, il fondale cambia il proprio andamento, e la profondità comincia gradualmente ad aumentare, nella soluzione di Stokes le componenti del secondo ordine tendono ad attenuarsi, fino a scomparire quando la profondità assume un valore tale che l'ipotesi di linearità possa ritenersi nuovamente soddisfatta.

L'andamento del fondale descritto (Fig. 1.6) schematizza una soglia, o un ostacolo sommerso, i cui parametri presentano una pendenza infinitesima. In tali condizioni, si può ritenere che la componente armonica del secondo ordine, inizialmente nulla, cresca fino a raggiungere il valore massimo in corrispondenza del punto di minima profondità, e, successivamente, si attenui fino a scomparire del tutto per profondità sufficientemente elevate.

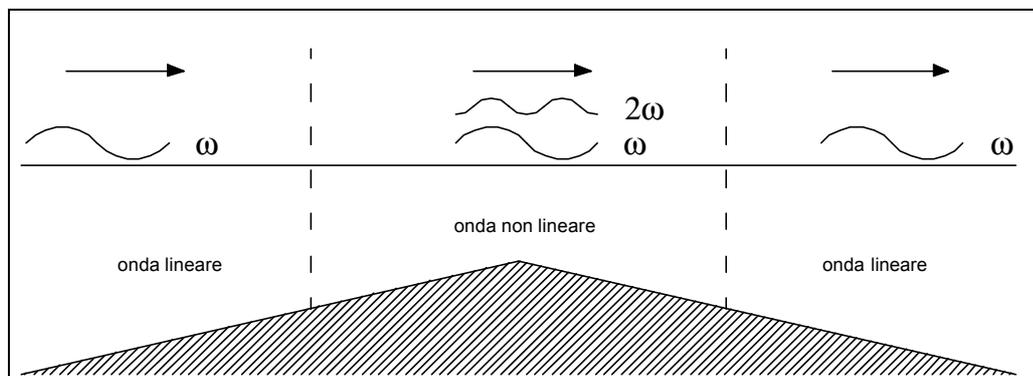


Fig. 1.6 – Evoluzione del moto ondoso su una soglia con parametri di pendenza infinitesima

1.6 Propagazione del moto ondoso in presenza di discontinuità. Il caso del generatore d'onda.

Le soluzioni del problema differenziale della propagazione del moto ondoso fin qui esaminate sono valide nella situazione teorica di fondale a profondità costante ed i cui contorni laterali sono indefiniti. Tali soluzioni sono state estese, con ragionevole approssimazione, al caso di fondale debolmente variabile.

Nella realtà, esistono numerose condizioni in cui il dominio di integrazione è limitato, o in esso sono presenti delle discontinuità, come pareti riflettenti o assorbenti, discontinuità batimetriche, ostacoli di vario tipo, o la pala di un generatore all'interno di un canale sperimentale. Tali situazioni, evidentemente, rappresentano argomenti di grande interesse, in quanto permettono la descrizione di problemi di propagazione che si incontrano normalmente nella pratica tecnica.

In tali casi, il problema deve essere formulato imponendo le condizioni al contorno sulle superfici di discontinuità, e delle opportune *radiation boundary conditions* ad una distanza sufficientemente elevata da esse.

Si ipotizzi, ad esempio, di descrivere il campo di moto generato dal movimento della pala di un generatore all'interno di un canale. Si assuma un riferimento in cui l'origine delle ascisse coincide con la posizione di riposo della pala del generatore (Fig. 1.8) e si trascuri la presenza della parete dal lato opposto al generatore.

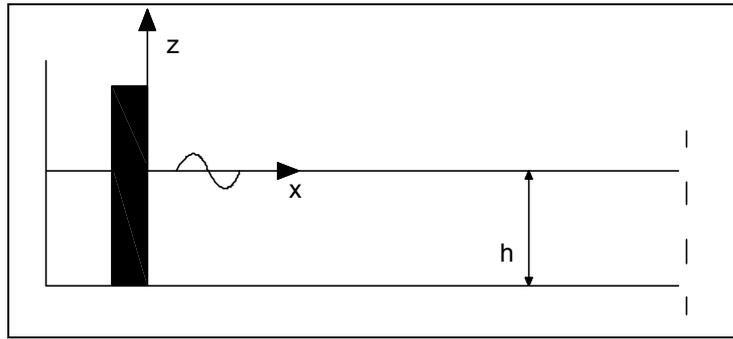


Fig. 1.7 – Generazione del moto ondoso all'interno di un canale

Dal momento che, per la presenza della pala, non è possibile imporre che il campo di moto sia periodico nello spazio, è necessario considerare la soluzione generale dell'equazione di Laplace, che include anche valori immaginari del numero d'onda k .

Richiamando le soluzioni precedentemente introdotte, ed escludendo la soluzione per $k=0$, che corrisponderebbe ad assenza di propagazione, una soluzione dell'equazione di Laplace può essere espressa nel modo seguente:

$$\Phi(x, z, t) = A \cdot \cosh k(h + z) \cdot \sin(kx - \omega t) + B \cdot e^{-k'x} \cdot \cos k'(h + z) \cdot \cos \omega t \quad (1.62)$$

Se si utilizza la teoria lineare, combinando le due condizioni al contorno sulla superficie libera, e tenendo conto della forma della funzione potenziale, si ottiene la seguente condizione:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \Phi = 0 \quad \text{per } z=0 \quad (1.63)$$

Sostituendo in tale relazione l'espressione del potenziale, e raggruppando i termini dipendenti da A e da B si perviene alle seguenti due equazioni:

$$\omega^2 = g k \tanh(k_s h) \quad (1.64a)$$

$$\omega^2 = -g k' \tan(k' h) \quad (1.64b)$$

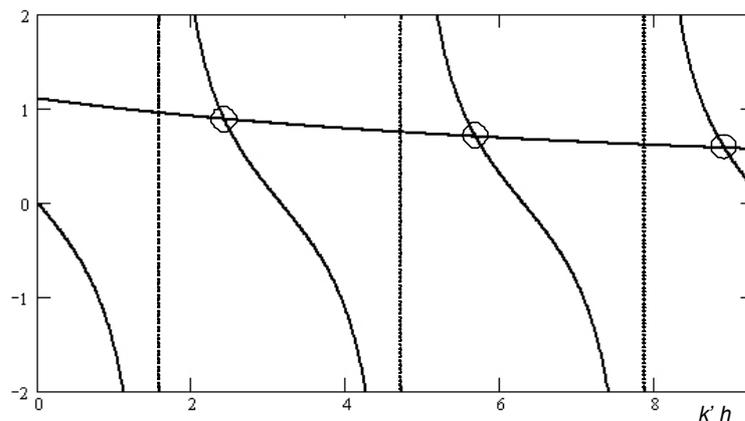


Fig. 1.7 – Soluzioni dell'equazione 1.64b

La prima delle due equazioni corrisponde alla relazione di dispersione lineare fin qui esaminata; essa ha una soluzione unica e permette il calcolo della lunghezza d'onda.

La seconda equazione ha infinite soluzioni, ciascuna nell'intervallo $[0, 2n\pi]$ con n intero positivo, che sono indicate con un cerchio nella Fig. 1.7. Essa può essere interpretata come un'estensione della condizione di dispersione al caso di k immaginario.

Indicando con k'_n le soluzioni dell'equazione (1.64b), il potenziale dell'onda assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} \Phi(x, z, t) = & A \cdot \cosh k(h+z) \cdot \sin(kx - \omega t) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot e^{-k'_n x} \cdot \cos k'_n (h+z) \cdot \cos \omega t \end{aligned} \quad (1.65)$$

Si osserva, che il potenziale è costituito da due parti, di cui il primo addendo corrisponde ad un'onda progressiva che si propaga lungo x , mentre il secondo è costituito da infinite onde stazionarie, la cui ampiezza si attenua al crescere di x . Per effetto di questa loro caratteristica, tali ultime componenti d'onda vengono indicate con il termine "modi evanescenti".

La soluzione ottenuta si completa con l'utilizzo delle condizioni al contorno in corrispondenza della pala, che si esprimono in modo diverso a seconda del tipo di movimento; gli sviluppi ulteriori di tale teoria esulano dagli scopi del presente lavoro.

Dal punto di vista fisico, la presenza dei modi evanescenti indica che, in presenza di una superficie che introduce una discontinuità nel campo di moto, si originano delle perturbazioni che si attenuano al crescere della distanza da tale superficie.

Nei casi in cui l'ipotesi di linearità non possa considerarsi valida, si adotta un approccio perturbativo, suddividendo il problema differenziale in vari problemi a seconda dell'ordine di approssimazione prescelto.

Il problema differenziale al secondo ordine è stato formulato e risolto da Schäffer (1995) utilizzando la teoria di Stokes. Omettendo gli sviluppi della teoria, si evidenzia che la soluzione del problema al secondo ordine comporta la presenza nel canale, di componenti armoniche di frequenza 2ω , che si sovrappongono alla soluzione del problema lineare (1.62). Tra tali onde, sono presenti, oltre alla componente legata all'armonica fondamentale osservata negli sviluppi precedenti, delle ulteriori componenti armoniche, che si propagano indipendentemente dalla fondamentale, in accordo con la relazione di dispersione. Tali onde, che si originano a causa della discontinuità prodotta dalla presenza della pala, vengono denominate onde libere (*free waves*).

1.7 Propagazione del moto ondoso al di sopra di un ostacolo sommerso, in assenza di frangimento

Le considerazioni finora svolte permettono di formulare e risolvere il problema differenziale di un'onda che si propaga al di sopra di un ostacolo sommerso, che comporta una discontinuità batimetrica.

Si esamini il caso in cui sia il fondale che l'ostacolo siano impermeabili, e che non si verifichi il frangimento dell'onda.

In Fig. 1.8 è rappresentata la geometria del dominio di calcolo, per i due schemi di ostacolo di lunghezza infinita e di lunghezza finita. Sia h la profondità del fondale a largo e, eventualmente, a tergo dell'ostacolo, e sia h_t la profondità dell'ostacolo.

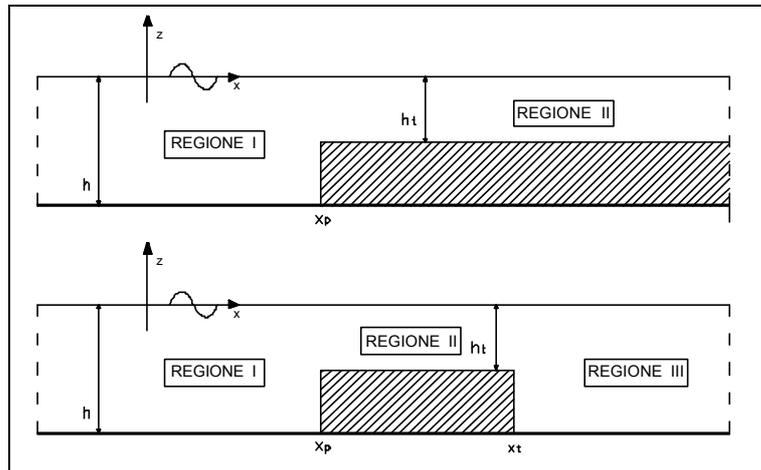


Fig. 1.8 – Schematizzazione della geometria del problema

L'interazione con l'ostacolo comporta che una parte dell'onda incidente viene trasmessa al di sopra di esso, ed una parte viene riflessa.

Il primi studi sull'argomento sono stati condotti utilizzando prevalentemente la teoria lineare; nell'ipotesi di profondità h , h_t molto piccole rispetto alla lunghezza d'onda, si perviene, per soglia di lunghezza infinita, alla soluzione proposta da Lamb (1932), riportata in numerosi testi:

$$R = \frac{1 - \sqrt{h_t/h}}{1 + \sqrt{h_t/h}} \quad (1.66a)$$

$$T = \frac{2}{1 + \sqrt{h_t/h}} \quad (1.66b)$$

Nelle formule, R esprime il rapporto tra l'altezza d'onda riflessa e l'altezza d'onda incidente (coefficiente di riflessione), mentre T è il rapporto tra l'altezza d'onda al di sopra dell'ostacolo e l'altezza d'onda incidente (coefficiente di trasmissione).

Nel caso limite di soglia molto profonda ($h_t/h=1$) si ottiene $R=0$, $T=1$, corrispondente alla condizione all'assenza di ostacolo, mentre, nel caso di profondità nulla sulla soglia ($h_t/h=0$) si ottiene $R=1$, corrispondente al caso di riflessione totale su una parete verticale, mentre il coefficiente di trasmissione perde di significato.

Tra le soluzioni ottenute, nel caso generale di onda di periodo qualsiasi, pur nell'ambito della teoria lineare si cita quella di Rey *et al.* (1992), che utilizza la soluzione ottenuta per un fondale variabile di profilo arbitrario. Il procedimento adottato consiste nello schematizzare il profilo come un insieme di tratti a profondità costante, ricercare la soluzione del problema differenziale

per ciascun tratto ed imporre le opportune condizioni di congruenza lungo le superfici ideali che separano due tratti adiacenti a di differente profondità. La soluzione descritta mostra che, su ogni tratto di fondale, sono presenti due onde progressive, di cui una si propaga nel verso positivo dell'asse delle ascisse, l'altra nel verso negativo, insieme ad infiniti modi evanescenti aventi per origine le superfici di confine. La formulazione del problema differenziale e le relative soluzioni non vengono riportate per brevità, in quanto sostanzialmente analoghe a quelle che sono presentate nel seguito.

L'ipotesi di linearità costituisce, per il problema esaminato, una condizione molto restrittiva, dal momento che, specialmente al di sopra della soglia, la profondità, normalmente, è piccola; pertanto, è da aspettarsi che il problema in esame sia fortemente condizionato dagli effetti non lineari.

Lo sviluppo di teorie non lineari per la descrizione dell'interazione tra il moto ondoso ed un ostacolo è relativamente recente.

Vada (1987) ha studiato, mediante un modello numerico, il problema della propagazione del moto ondoso in presenza di un ostacolo sommerso, che viene ricondotto ad un problema di diffrazione. L'Autore evidenzia, in particolare, la presenza, a tergo dell'ostacolo, di una componente armonica di secondo ordine che si propaga indipendentemente dalla componente di primo ordine, in accordo con la relazione di dispersione.

La soluzione analitica del problema della diffrazione al secondo ordine di approssimazione è stata sviluppata da Kim & Yue (1989) e, per un ostacolo sommerso, da McIver & McIver (1990). Gli Autori citati evidenziano che i termini del secondo ordine, oltre ad assumere una importanza in qualche caso comparabile con i termini lineari, hanno una maggiore capacità di penetrazione a tergo dell'ostacolo.

1.7.1 Soluzione di Massel

A Massel (1983) si deve la formulazione generale e la risoluzione del problema differenziale per una soglia impermeabile di lunghezza finita o infinita, utilizzando la teoria di Stokes al secondo ordine di approssimazione.

Con riferimento allo schema geometrico di *Fig. 1.8*, sia x_p l'ascissa del paramento *offshore* del gradino, e sia x_r , nel caso di ostacolo di lunghezza finita, l'ascissa del paramento *inshore*. Si indichino con i pedici I, II, III le grandezze del moto ondoso corrispondenti alle zone a largo della soglia, al di sopra della soglia e, eventualmente, a tergo della soglia. Nella trattazione di Massel, senza alterare la natura del problema, il potenziale di velocità è definito con segno opposto rispetto alle convenzioni finora adottate.

Il problema differenziale può essere così formulato:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (1.67a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \quad z = \mathbf{h} \quad (1.67b)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g \mathbf{h} = 0 \quad z = \mathbf{h} \quad (1.67c)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad o \quad z = -h_t \quad (1.67d)$$

A tali condizioni si aggiungono quelle che definiscono il moto ondoso incidente, a distanza infinita dall'ostacolo:

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{h}_i^{(1)} + \mathbf{h}_i^{(2)} = a \cos(kx - \mathbf{w}t) + \frac{ka^2 \cosh kh (2 + \cosh 2kh)}{4 \sinh^3 kh} \cos 2(kx - \mathbf{w}t) \quad (1.68)$$

$$\begin{aligned} \Phi_i = \Phi_i^{(1)} + \Phi_i^{(2)} = \frac{ag \cosh k(h+z)}{\mathbf{w} \cosh kh} \sin(kx - \mathbf{w}t) + \\ + \frac{3}{8} \mathbf{w} a^2 \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} \sin 2(kx - \mathbf{w}t) \end{aligned} \quad (1.69)$$

Le condizioni (1.67a-d) devono essere verificate in tutto il dominio di integrazione. Ad esse si aggiungono le seguenti condizioni in corrispondenza dei contorni delle regioni I, II, III:

$$\Phi_I = \Phi_{II} \quad x = x_p \quad (1.70a)$$

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x} & x = x_p \quad z \in [-h_t, 0] \\ 0 & x = x_p \quad z \in [-h, -h_t] \end{cases} \quad (1.70b)$$

e, nel caso di ostacolo di lunghezza finita:

$$\Phi_{II} = \Phi_{III} \quad x = x_p \quad (1.71a)$$

$$\frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_{III}}{\partial x} & x = x_p \quad z \in [-h_t, 0] \\ 0 & x = x_p \quad z \in [-h, -h_t] \end{cases} \quad (1.71b)$$

Le condizioni illustrate esprimono la congruenza (*matching conditions*) tra le soluzioni dei problemi differenziali nelle differenti regioni

Utilizzando l'approccio perturbativo di Stokes, il problema differenziale viene suddiviso in un problema al primo ordine ed un problema al secondo ordine, in cui le funzioni incognite si indicano, rispettivamente, con $\mathbf{F}^{(1)}$ e $\mathbf{F}^{(2)}$, adottando un procedimento del tutto analogo a quanto illustrato nel par. 1.4.

Problema al primo ordine

Il problema al primo ordine assume la forma seguente:

$$\nabla^2 \Phi^{(1)} = 0 \quad (1.72a)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}^{(1)}}{\partial t} = 0 \quad z = 0 \quad (1.72b)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} + g \mathbf{h}^{(1)} = 0 \quad z = 0 \quad (1.72c)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad o \quad z = -h_t \quad (1.72d)$$

A tali condizioni si aggiungono le (1.70), (1.71), che si scrivono, al primo ordine:

$$\Phi_I^{(1)} = \Phi_{II}^{(1)} \quad x = x_p \quad (1.73a)$$

$$\frac{\partial \Phi_I^{(1)}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_{II}^{(1)}}{\partial x} & x = x_p \quad z \in [-h_t, 0] \\ 0 & x = x_p \quad z \in [-h, -h_t] \end{cases} \quad (1.73b)$$

e, nel caso di ostacolo di lunghezza finita:

$$\Phi_{II}^{(1)} = \Phi_{III}^{(1)} \quad x = x_t \quad (1.74a)$$

$$\frac{\partial \Phi_{II}^{(1)}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_{III}^{(1)}}{\partial x} & x = x_t \quad z \in [-h_t, 0] \\ 0 & x = x_t \quad z \in [-h, -h_t] \end{cases} \quad (1.74b)$$

In ciascuna delle tre zone in cui è suddiviso il campo di moto. la soluzione del problema differenziale è sostanzialmente equivalente a quella individuata nel par. 1.6. Essa comprende una parte che descrive onde che si propagano lungo x , ed infiniti modi evanescenti che producono oscillazioni locali intorno alle superfici di confine; si indicano con gli apici P e L , rispettivamente, il primo ed il secondo tipo di onde (propagative e locali).

Nello sviluppo della teoria, allo scopo di ottenere espressioni più compatte è stata utilizzata la notazione complessa.

Nella regione I la soluzione è la seguente:

$$\Phi_I^{(1)} = \Phi_I^{(1)P} + \Phi_I^{(1)L} \quad (1.75)$$

con:

$$\begin{aligned} \Phi_I^{(1)P} = & \frac{ag}{w} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx - wt) + \\ & - \left| R_k^{(1)} \right| \frac{ag}{w} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(kx + wt + y_I^{(1)}) \end{aligned} \quad (1.76)$$

$$\Phi_I^{(1)L} = \frac{ag}{w} \operatorname{Im} \left[\sum_a \left| R_a^{(1)} \right| e^{a(x-x_p)} \frac{\cos a(h+z)}{\cos ah} \sin(\mathbf{j}_{R_a} - wt) \right] \quad (1.77)$$

Nella (1.76) il primo addendo rappresenta l'onda incidente, il secondo l'onda riflessa sulla parete verticale dell'ostacolo. Il coefficiente di riflessione $R_k^{(1)}$ è un numero complesso il cui modulo è il rapporto tra l'ampiezza dell'onda riflessa e quella dell'onda incidente, mentre l'argomento è legato alla differenza di fase tra le due onde:

$$y_I^{(1)} = \arg \left[R_k^{(1)} \right] + kx_p \quad (1.78)$$

Il numero d'onda k è legato alla frequenza w dalla legge di dispersione lineare:

$$\mathbf{w}^2 = g k \tanh(k h) \quad (1.79)$$

Nella sommatoria che compare nella (1.77), ciascun addendo corrisponde ad una delle infinite soluzioni dell'equazione:

$$\mathbf{w}^2 = -g \mathbf{a} \tan(\mathbf{a} h) \quad (1.80)$$

Per ciascun valore di α si ottiene un coefficiente di riflessione per la parte evanescente, il cui significato è analogo a quello per la parte propagativa; risulta, pertanto:

$$\mathbf{j}_{R_a} = \arg [R_a^{(1)}] \quad (1.81)$$

Nella regione II, al di sopra della soglia, si può scrivere, analogamente a quanto osservato per la regione I:

$$\Phi_{II}^{(1)} = \Phi_{II}^{(1)P} + \Phi_{II}^{(1)L} \quad (1.82)$$

dove:

$$\begin{aligned} \Phi_{II}^{(1)P} = & \left| P_{k_t}^{(1)} \right| \frac{a g \cosh k_t (h_t + z)}{\mathbf{w} \cosh k_t h_t} \sin(k_t x - \mathbf{w} t + \mathbf{y}_P^{(1)}) + \\ & - \left| Q_{k_t}^{(1)} \right| \frac{a g \cosh k_t (h_t + z)}{\mathbf{w} \cosh k_t h} \sin(k_t x + \mathbf{w} t + \mathbf{y}_Q^{(1)}) \end{aligned} \quad (1.83)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{II}^{(1)L} = & \frac{a g}{\mathbf{w}} \left\{ \sum_{a_t} \left[\left| P_{a_t}^{(1)} \right| e^{-a_t (x - x_p)} \sin(\mathbf{j}_{P_{a_t}} - \mathbf{w} t) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left| Q_{a_t}^{(1)} \right| e^{a_t (x - x_t)} \sin(\mathbf{j}_{Q_{a_t}} - \mathbf{w} t) \right] \frac{\cos a_t (z + h_t)}{\cos a_t h_t} \right\} \end{aligned} \quad (1.84)$$

Si osserva che sia il termine propagativo, sia quello evanescente sono somma di due parti, di cui la prima rappresenta l'onda trasmessa dalla regione I alla regione II, la seconda un'onda retrograda originatasi al confine tra la regione II e la regione III; nel caso di soglia di lunghezza infinita tali ultimi termini sono assenti, ed i secondi addendi delle (1.83) e (1.84) sono nulli.

Il coefficiente $P_{k_t}^{(1)}$ è il coefficiente di trasmissione dalla regione I alla regione II, mentre $Q_{k_t}^{(1)}$ esprime una sorta di riflessione parziale al confine tra le regioni II e III.

I coefficienti che compaiono nelle formule riportate hanno le seguenti espressioni:

$$\mathbf{y}_P^{(1)} = \arctan[P_{k_t}^{(1)}] - k_t x_p \quad (1.85)$$

$$\mathbf{y}_Q^{(1)} = \arctan[Q_{k_t}^{(1)}] - k_t x_t \quad (1.86)$$

$$\mathbf{j}_{P_{a_t}} = \arctan[P_{a_t}^{(1)}] \quad (1.87)$$

$$\mathbf{j}_{Q_{a_t}} = \arctan[Q_{a_t}^{(1)}] \quad (1.88)$$

alle quali si aggiungono le relazioni di dispersione:

$$\mathbf{w}^2 = g k_t \tanh(k_t h_t) \quad (1.89)$$

$$\mathbf{w}^2 = -g \mathbf{a}_t \tan(\mathbf{a}_t h_t) \quad (1.90)$$

Nel caso in cui la soglia ha lunghezza finita, nella regione III il potenziale si può esprimere nella seguente forma:

$$\Phi_{III}^{(1)} = \Phi_{III}^{(1)P} + \Phi_{III}^{(1)L} \quad (1.91)$$

con:

$$\Phi_{III}^{(1)P} = \left| T_k^{(1)} \right| \frac{ag \cosh k(h+z)}{\mathbf{w} \cosh kh} \sin(kx - \mathbf{w}t + \mathbf{y}_T^{(1)}) \quad (1.92)$$

$$\Phi_{III}^{(1)L} = \frac{ag}{\mathbf{w}} \left[\sum_a \left| T_a^{(1)} \right| e^{a(x_r-x)} \frac{\cos a(h+z)}{\cos ah} \sin(\mathbf{j}_{T_a} - \mathbf{w}t) \right] \quad (1.93)$$

Il moto ondoso nella regione III, pertanto, è costituito, tanto per la parte propagativa che per quella evanescente, dall'onda trasmessa dalla regione II, espressa dai coefficienti di trasmissione $T_k^{(1)}$ e $T_a^{(1)}$.

Analogamente a quanto illustrato in precedenza, risulta:

$$\mathbf{y}_T^{(1)} = \arg[T_k^{(1)}] - kx_t \quad (1.94)$$

$$\mathbf{j}_{T_a} = \arctan[T_a^{(1)}] \quad (1.95)$$

I valori dei coefficienti di riflessione e di trasmissione si ottengono dalle *matching condition* relative ai contorni tra le regioni adiacenti. Si evidenzia che, per quanto riguarda la parte propagativa, il numero di incognite è quattro ($R_k^{(1)}, P_{kt}^{(1)}, Q_{kt}^{(1)}, T_k^{(1)}$) nel caso della soglia di dimensioni finite e due ($R_k^{(1)}, P_k^{(1)}$) nel caso della soglia infinita; ad esse corrispondono due condizioni per ciascuna delle superfici di separazione. Per quanto riguarda, invece, la parte evanescente, le incognite sono $\mathfrak{Y}^4 (R_a^{(1)}, P_{at}^{(1)}, Q_{at}^{(1)}, T_a^{(1)})$ nel caso della soglia finita e $\mathfrak{Y}^2 (R_a^{(1)}, P_{at}^{(1)})$ nel caso della soglia indefinita; su ciascuna delle superfici di confine, è possibile scrivere \mathfrak{Y}^2 equazioni, corrispondenti alle *matching condition* ottenute al variare di \mathbf{a} . Si può concludere, pertanto, che il problema è determinato, omettendo, per brevità lo sviluppo delle equazioni.

Problema al secondo ordine

Il problema al secondo ordine si ottiene raggruppando i termini che dipendono dal parametro perturbativo ($k\mathbf{x}$); esso può essere così formulato:

$$\nabla^2 \Phi^{(2)} = 0 \quad (1.96a)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(2)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right] + \quad (1.96b)$$

$$-\mathbf{h}^{(1)} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial z} \right] = G'[\Phi^{(1)}] \quad z = 0$$

$$g\mathbf{h}^{(2)} + \frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial t} = -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi^{(1)}}{\partial z}\right)^2\right] +$$

$$-\mathbf{h}^{(1)}\frac{\partial^2\Phi^{(1)}}{\partial z\partial t} = G''[\Phi^{(1)}] \quad z=0 \quad (1.96c)$$

$$\frac{\partial\Phi^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad o \quad z = -h_t \quad (1.96d)$$

Si osserva, che i termini a secondo membro delle (1.96b-c), che rendono il problema non omogeneo, sono noti una volta risolto il problema al primo ordine.

La (1.96b) si ottiene combinando le due condizioni al contorno sulla superficie libera. In corrispondenza delle superfici di confine tra regioni adiacenti si impongono le seguenti condizioni di congruenza (*matching condition*):

$$\Phi_I^{(2)} = \Phi_{II}^{(2)} \quad x = x_p \quad (1.97a)$$

$$\frac{\partial\Phi_I^{(2)}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial\Phi_{II}^{(2)}}{\partial x} & x = x_p \quad z \in [-h_t, 0] \\ 0 & x = x_p \quad z \in [-h, -h_t] \end{cases} \quad (1.97b)$$

e, nel caso di ostacolo di lunghezza finita:

$$\Phi_{II}^{(2)} = \Phi_{III}^{(2)} \quad x = x_t \quad (1.98a)$$

$$\frac{\partial\Phi_{II}^{(2)}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial\Phi_{III}^{(2)}}{\partial x} & x = x_t \quad z \in [-h_t, 0] \\ 0 & x = x_t \quad z \in [-h, -h_t] \end{cases} \quad (1.98b)$$

Dal momento che il problema differenziale è lineare nelle incognite $F^{(2)}$ e $\mathbf{h}^{(2)}$, è possibile esprimere la soluzione nel modo seguente:

$$\Phi^{(2)} = \tilde{\Phi}^{(2)} + \Phi^{(2)f} \quad (1.99)$$

Il primo addendo della (1.99) soddisfa le equazioni non omogenee (1.96b-c) e rappresenta i termini del secondo ordine dipendenti dalla soluzione al primo ordine. Esso, pertanto, rappresenta le *bound wave* di pulsazione $2\mathbf{w}$, legati all'armonica principale di pulsazione \mathbf{w} .

Il secondo addendo è la soluzione della forma omogenea del problema differenziale, comprensivo delle *matching condition* alle superfici di confine (1.97) e (1.98). Tale termine, pertanto, rappresenta onde di pulsazione $2\mathbf{w}$ che si propagano indipendentemente dall'armonica principale (*free wave*).

Si riportano, nel seguito, le soluzioni ottenute nelle tre regioni in cui è suddiviso il campo di moto.

Nella regione I, a largo dell'ostacolo, il potenziale si scrive nella forma:

$$\Phi_I^{(2)} = \tilde{\Phi}_I^{(2)} + \Phi_I^{(2)f} \quad (1.100)$$

La parte *bound* comprende una parte propagativa, indicata con l'apice P ed una parte non propagativa; tali componenti sono legate alle corrispondenti componenti della soluzione al primo ordine di approssimazione:

$$\tilde{\Phi}_I^{(2)} = \Phi_I^{(2)P} + \left[\sum_a \Phi_{I_a}^{(2)} + \sum_{a,a'} \Phi_{I_{aa'}}^{(2)} + \sum_a \Phi_{I_{ak}}^{(2)} \right] \quad (1.101)$$

Il primo addendo rappresenta il termine propagativo, ed è espresso, in accordo con la teoria di Stokes, nel modo seguente:

$$\Phi_I^{(2)P} = \frac{3}{8} \mathbf{w} a^2 \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} \left[\sin 2(kx - \mathbf{w}t) - |R_k^{(1)}|^2 \sin 2(kx + \mathbf{w}t) \right] \quad (1.102)$$

I termini in parentesi quadre nella (1.101) rappresentano infiniti modi evanescenti non propagativi e dipendono dai corrispondenti coefficienti di riflessione al primo ordine; le loro espressioni vengono omesse per brevità.

Il secondo addendo della (1.100), che rappresenta le *free wave* di pulsazione $2\mathbf{w}$, ha la seguente espressione:

$$\Phi_I^{(2)f} = \text{Im} \left[\frac{a g}{2\mathbf{w}} R_{k_2}^{(2)} \frac{\cosh k_2(h+z)}{\cosh k_2 h} e^{-i k_2(x-x_p)} e^{-i 2\mathbf{w}t} + \sum_b \frac{a g}{2\mathbf{w}} R_b^{(2)} \frac{\cos \mathbf{b}(h+z)}{\cos \mathbf{b}h} e^{b(x-x_p)} e^{-i 2\mathbf{w}t} \right] \quad (1.103)$$

in cui il primo addendo esprime la parte propagativa, il secondo i modi evanescenti. I numeri d'onda soddisfano le seguenti relazioni di dispersione:

$$(2\mathbf{w})^2 = g k_2 \tanh(k_2 h) \quad (1.104)$$

$$(2\mathbf{w})^2 = -g \mathbf{b} \tan(\mathbf{b} h) \quad (1.105)$$

Dalla (1.103) si osserva che le *free wave* nella regione I sono originate dalla riflessione sulla parete verticale dell'ostacolo, e si propagano nel verso negativo dell'asse delle ascisse. I coefficienti $R^{(2)}$ hanno, quindi, il significato di coefficienti di riflessione al secondo ordine; tali coefficienti sono di natura complessa ed includono nell'argomento la fase iniziale dell'onda.

Al di sopra della soglia (regione II), ragionando in modo analogo, si ottiene l'espressione:

$$\Phi_{II}^{(2)} = \tilde{\Phi}_{II}^{(2)} + \Phi_{II}^{(2)f} \quad (1.106)$$

La parte *bound*, rappresentata dal primo addendo, si esprime:

$$\tilde{\Phi}_{II}^{(2)} = \Phi_{II}^{(2)P} + \left[\sum_{a_i} \Phi_{II_{a_i}}^{(2)} + \sum_{a_i, a_i'} \Phi_{II_{a_i a_i'}}^{(2)} + \sum_{a_i} \Phi_{II_{a_i k_i}}^{(2)} \right] \quad (1.107)$$

Il primo termine della (1.107) è espresso dalla parte al secondo ordine del potenziale di Stokes per la profondità h_i :

$$\Phi_{II}^{(2)P} = \frac{3}{8} \mathbf{w} a^2 \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} \left[|P_k^{(1)}|^2 \sin 2(kx - \mathbf{w}t) - |Q_k^{(1)}|^2 \sin 2(kx + \mathbf{w}t) \right] \quad (1.108)$$

Il secondo termine della (1.107) è composto da infiniti modi evanescenti, che rappresentano, nel caso generale, in parte onde progressive, in parte onde retrograde, originatesi ai contorni tra le regioni I e II, II e III.

Il potenziale delle *free wave* al di sopra dell'ostacolo si esprime nel modo seguente:

$$\begin{aligned} \Phi_{II}^{(2)f} = \text{Im} \left\{ \frac{ag}{2w} \left[P_{k_{2t}}^{(2)} e^{-i k_{2t}(x_p - x)} + Q_{k_{2t}}^{(2)} e^{-i k_{2t}(x - x_t)} \right] \frac{\cosh k_2(h_t + z)}{\cosh k_2 h_t} e^{-i 2wt} + \right. \\ \left. + \sum_{b_t} \frac{ag}{2w} \left[P_{b_t}^{(2)} e^{b_t(x_p - x)} + Q_{b_t}^{(2)} e^{b_t(x - x_t)} \right] \frac{\cos b_t(h_t + z)}{\cos b_t h_t} e^{-i 2wt} \right\} \end{aligned} \quad (1.109)$$

essendo:

$$(2w)^2 = g k_{2t} \tanh(k_{2t} h_t) \quad (1.110)$$

$$(2w)^2 = -g b_t \tan(b_t h_t) \quad (1.111)$$

Si osserva che, nel caso generale, le *free wave*, tanto per la parte propagativa che per quella evanescente, sono costituite da due famiglie di onde di cui una è legata ai coefficienti di trasmissione $P^{(2)}$, l'altra ai coefficienti $Q^{(2)}$, che esprimono una sorta di riflessione parziale nel passaggio dalla regione II alla III.

A tergo dell'ostacolo (regione III), risulta:

$$\Phi_{III}^{(2)} = \tilde{\Phi}_{III}^{(2)} + \Phi_{III}^{(2)f} \quad (1.112)$$

in cui, per la parte *bound*:

$$\tilde{\Phi}_{III}^{(2)} = \Phi_{III}^{(2)P} + \left[\sum_a \Phi_{III_a}^{(2)} + \sum_{a,a'} \Phi_{III_{aa'}}^{(2)} + \sum_a \Phi_{III_{ak}}^{(2)} \right] \quad (1.113)$$

con:

$$\Phi_{III}^{(2)P} = \frac{3}{8} w a^2 |P_k^{(1)}|^2 \frac{\cosh 2k(h+z)}{\sinh^4 kh} \sin 2(kx - wt) \quad (1.114)$$

e, per la parte *free*:

$$\begin{aligned} \Phi_{III}^{(2)f} = \text{Im} \left[\frac{ag}{2w} T_k^{(2)} \frac{\cosh k_2(h+z)}{\cosh k_2 h} e^{-i k_2(x_t - x)} e^{-i 2wt} + \right. \\ \left. + \sum_b \frac{ag}{2w} T_b^{(2)} \frac{\cos b(h+z)}{\cos bh} e^{b(x_t - x)} e^{-i 2wt} \right] \end{aligned} \quad (1.115)$$

essendo valide le relazioni di dispersione (1.104) e (1.105) per la profondità h .

Analogamente a quanto osservato per il primo ordine di approssimazione, i coefficienti di riflessione e di trasmissione incogniti che compaiono nelle espressioni riportate possono essere determinati applicando le condizioni di congruenza in corrispondenza delle superfici di separazione tra regioni adiacenti. Un semplice ragionamento, analogo a quello seguito al primo ordine di approssimazione, mostra che il problema è determinato, per ciascun numero di termini evanescenti prescelto. Si omette lo sviluppo delle equazioni.

Si può dimostrare che, per valori elevati kh e kh_t , i coefficienti di trasmissione e di riflessione al secondo ordine sono nulli, cioè il passaggio dell'onda al di sopra della soglia non produce la generazione di armoniche di ordine superiore.

Espressione del profilo dell'onda

L'elevazione del pelo libero si esprime in funzione del potenziale di velocità, in base alla condizione dinamica; la funzione risultante si ottiene sommando le soluzioni al primo ed al secondo ordine:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}^{(1)} + \mathbf{h}^{(2)} \quad (1.116)$$

in cui:

$$\mathbf{h}^{(1)} = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \right]_{z=0} \quad (1.117)$$

$$\mathbf{h}^{(2)} = \tilde{\mathbf{h}}^{(2)} + \mathbf{h}^{(2)f} \quad (1.118)$$

Nella (1.116) si è separato, nei due addendi, il contributo delle *bound wave* da quello delle *free wave*, analogamente a quanto fatto per ricavare le espressioni dei potenziali. Risulta, pertanto:

$$\tilde{\mathbf{h}}^{(2)} = \mathbf{h}^{(2)P} + [\mathbf{h}_a^{(2)} + \mathbf{h}_{aa'}^{(2)} + \mathbf{h}_{ak}^{(2)}] \quad (1.119)$$

$$\mathbf{h}^{(2)f} = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} \right]_{z=0} \quad (1.120)$$

La (1.119) esprime la soluzione della condizione non omogenea (1.96c), ed è composta da un termine propagativo, esprimibile mediante la componente al secondo ordine fornita dalla teoria di Stokes, e da infiniti modi evanescenti.

La (1.120) esprime la soluzione del problema omogeneo, ed assume le seguenti espressioni nelle tre regioni esaminate:

a largo dell'ostacolo:

$$\mathbf{h}_I^{(2)f} = a |R_{k_2}^{(2)}| \cos(k_2 x + 2\omega t - \mathbf{y}_I^{(2)}) + a \operatorname{Im} \left[\sum_b R_b^{(2)} e^{b(x-x_p)} e^{i(-2\omega t + p/2)} \right] \quad (1.121)$$

in cui:

$$\mathbf{y}_I^{(2)} = k_2 x_p + \arg[R_{k_2}^{(2)}] \quad (1.122)$$

al di sopra dell'ostacolo:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{II}^{(2)f} = & a |P_{k_{2t}}^{(2)}| \cos(k_{2t} x - 2\omega t - \mathbf{y}_{II}^{\prime(2)}) + a |Q_{k_{2t}}^{(2)}| \cos(k_{2t} x + 2\omega t - \mathbf{y}_{II}^{\prime\prime(2)}) + \\ & + a \operatorname{Im} \left\{ \left[\sum_{b_t} P_{b_t}^{(2)} e^{b_t(x_p-x)} + \sum_{b_t} Q_{b_t}^{(2)} e^{b_t(x-x_k)} \right] e^{i(-2\omega t + p/2)} \right\} \end{aligned} \quad (1.123)$$

in cui:

$$\mathbf{y}'_{II}{}^{(2)} = k_{2t}x_p - \arctan[\mathbf{j}_{P_{b_t}}] \quad (1.124)$$

$$\mathbf{y}''_{II}{}^{(2)} = k_{2t}x_p + \arctan[\mathbf{j}_{Q_{b_t}}] \quad (1.125)$$

ed infine, a tergo dell'ostacolo:

$$\mathbf{h}_{III}{}^{(2)f} = a|T_{k_2}{}^{(2)}|\cos(k_2x - 2\omega t - \mathbf{y}_{III}{}^{(2)}) + a \operatorname{Im} \left[\sum_b T_b{}^{(2)} e^{b(x_r - x)} e^{i(-2\omega + p/2)} \right] \quad (1.126)$$

in cui:

$$\mathbf{y}_{III}{}^{(2)} = k_2x_t - \arg[T_{k_2}{}^{(2)}] \quad (1.127)$$

Sintesi dei risultati

Trascurando i modi evanescenti, la cui ampiezza si attenua esponenzialmente al crescere della distanza dai confini dell'ostacolo, nella zona a largo della soglia si rileva la presenza delle seguenti onde:

FREE WAVES – REGIONE I

1. Armonica principale incidente, di ampiezza a
2. Armonica principale riflessa, di ampiezza $a|R_k{}^{(1)}|$
3. Seconda armonica riflessa, di ampiezza $a|R_{k_2}{}^{(2)}|$

BOUND WAVES – REGIONE I

4. Seconda armonica legata all'armonica principale incidente (Stokes)
5. Seconda armonica legata all'armonica principale riflessa (Stokes)

Al di sopra della soglia, sono presenti le seguenti onde:

FREE WAVES – REGIONE I

1. Armonica principale trasmessa, di ampiezza: $a|P_{kt}{}^{(1)}|$
2. Armonica principale riflessa, di ampiezza: $a|Q_{kt}{}^{(1)}|$
3. Seconda armonica trasmessa, di ampiezza: $a|P_{k_2t}{}^{(2)}|$
4. Seconda armonica riflessa, di ampiezza: $a|Q_{k_2t}{}^{(2)}|$

BOUND WAVES – REGIONE I

5. Seconda armonica legata all'armonica principale trasmessa (Stokes)
6. Seconda armonica legata all'armonica principale riflessa (Stokes)

Infine, a tergo dell'ostacolo, sono presenti le seguenti onde:

FREE WAVES – REGIONE III

1. Armonica principale trasmessa, di ampiezza: $a|T_k{}^{(1)}|$

2. Seconda armonica trasmessa, di ampiezza: $a |T_{k_2}^{(2)}|$

BOUND WAVES – REGIONE III

3. Seconda armonica legata all'armonica principale trasmessa (Stokes)

Dal momento che le *free waves* di secondo ordine si propagano con celerità minore rispetto alle corrispondenti *bound wave*, l'ampiezza complessiva della seconda armonica, risultante dall'interazione tra le diverse componenti, non è costante lungo x , ma oscilla con periodicità spaziale. Il fenomeno è noto in meccanica ondulatoria come *battimento (beat)* e si ripete nello spazio secondo una distanza caratteristica (*beat length*).

Nella regione I, la seconda armonica riflessa ricorre secondo la distanza:

$$I^{(2)}_- = \frac{2p}{k_2 - 2k} \quad (1.128)$$

mentre, per quanto riguarda l'onda progressiva incidente, risulta:

$$I^{(2)}_+ = \frac{2p}{k_2 + 2k} \quad (1.129)$$

Analogamente, è possibile ricavare le lunghezze di battimento nelle regioni II e III, utilizzando una formula analoga alla (1.128) per le onde riflesse e (1.129) per le onde trasmesse.

In *Fig. 1.9* sono riportate le ampiezze della prima e della seconda armonica, nel caso della soglia di lunghezza infinita, ottenute arrestando la soluzione a 20 modi evanescenti. L'onda incidente ha una ampiezza $a=2.3$ cm e pulsazione $\omega=5$ rad/s ($f=0.796$ Hz).

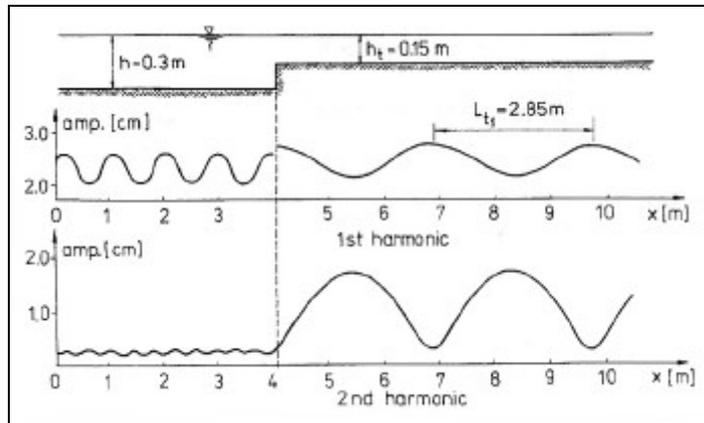


Fig. 1.9 – Andamento dell'ampiezza della prima e seconda armonica. Soluzione di Massel (1983)

L'oscillazione della prima armonica è dovuta all'effetto della riflessione parziale in corrispondenza del paramento della soglia. Per quanto riguarda la seconda armonica, a largo dell'ostacolo la sua ampiezza è molto piccola, a causa del valore elevato della profondità; si osserva, comunque, una lieve oscillazione, dovuta alla presenza della *free wave* riflessa. Al di sopra dell'ostacolo, la seconda armonica presenta una ampiezza elevata, confrontabile con la prima, ed oscilla per effetto della sovrapposizione tra componenti di *bound wave* e *free wave*.

1.7.2 Soluzione di Rhee

Una soluzione del problema differenziale alternativa a quella esaminata è stata proposta da Rhee (1997), che ha esaminato la propagazione al di sopra di una soglia di lunghezza infinita, nel caso generale di un'onda che si propaga lungo una direzione arbitraria. La soluzione è stata ottenuta applicando il teorema di Green mediante l'utilizzo di una opportuna funzione integrale.

I risultati ottenuti presentano un sostanziale accordo con quelli di Massel. In Fig. 1.10 sono riportati i valori del coefficiente di riflessione al primo ordine $|R^{(1)}|$, e delle ampiezze delle *free wave*, a distanza infinita dal paramento della soglia, rapportate all'ampiezza A dell'onda incidente. Nella figura, la curva (a) si riferisce alla regione al di sopra dell'ostacolo, la curva (b) alla regione a largo dell'ostacolo. Rispetto alla simbologia adottata sinora, si sono indicate con h_1 e h_2 la profondità, rispettivamente, a largo ed al di sopra della soglia, con $|\zeta_f^{(2)}|$ l'ampiezza delle armoniche, e con k_1 il numero d'onda della prima armonica incidente.

I risultati si riferiscono alle condizioni $h_2/h_1=1/2$, $A/h_2=0.134$, e le soluzioni sono state ottenute considerando un numero di modi evanescenti compreso tra 32 e 200, al variare della frequenza dell'onda incidente.

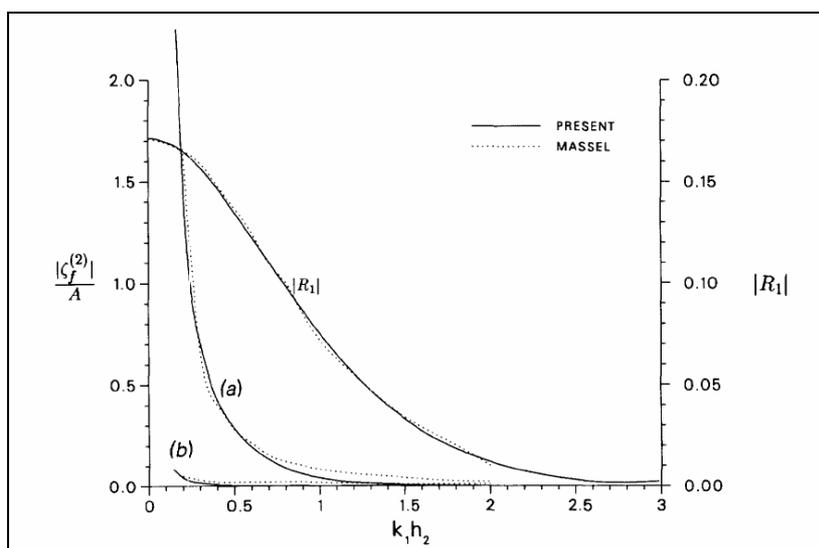


Fig. 1.10 – Confronto tra i risultati di Rhee e di Massel (Rhee, 1997)

Si osserva che, trascurando i termini locali, le ampiezze delle *free wave* di secondo ordine tendono a zero a largo dell'ostacolo, mentre assumono un valore elevato al di sopra di esso. Lo sviluppo delle armoniche del secondo ordine, come previsto, è tanto più intenso quanto minore è il valore del prodotto $k_1 h_2$.

1.7.3 Soluzione di Goda et al.

La soluzione proposta (Goda et al. 1999) si basa sulla formulazione teorica di Massel, includendo, in aggiunta, gli effetti al terzo ordine dovuti all'interazione tra le armoniche di primo e secondo ordine.

In Fig. 1.10 è riportata una descrizione schematica del campo d'onda nei due casi di ostacolo di lunghezza infinita e di lunghezza finita. La seconda armonica *bound* dell'onda incidente è molto modesta nella regione I, a causa dei valori relativamente elevati della profondità.

Le soluzioni ottenute al primo ed al secondo ordine sono formalmente coincidenti con quelle fornite da Massel; i coefficienti di trasmissione e di riflessione sono stati ottenuti dalle *matching condition* al confine tra le diverse regioni.

Dalla Fig. 1.10 è evidente che le *bound wave* al di sopra della barriera sono molto più intense che nella zona a largo di essa, per effetto della bassa profondità. Pertanto, le condizioni di congruenza al contorno tra le due regioni non possono essere soddisfatte dalle sole componenti *bound*, e la presenza delle *free wave* è necessaria a compensare tale discontinuità. Un discorso analogo vale nella trasmissione dell'onda dalla sommità della barriera alla zona profonda a tergo, in cui le componenti *bound* tendono a ritornare a valori molto bassi, tali da non soddisfare la continuità della soluzione al secondo ordine.

L'aspetto più originale della soluzione proposta è la valutazione dell'interferenza tra le armoniche di primo e secondo ordine *free*, che interagiscono tra di loro dando origine ad ulteriori due componenti armoniche. Il fenomeno si riconduce all'interazione tra triplette (*triad interaction*) osservato per le onde *random* sia in laboratorio (Eldeberky & Battjes, 1994) che in natura, in particolare alle basse profondità (Young & Eldeberky, 1998).

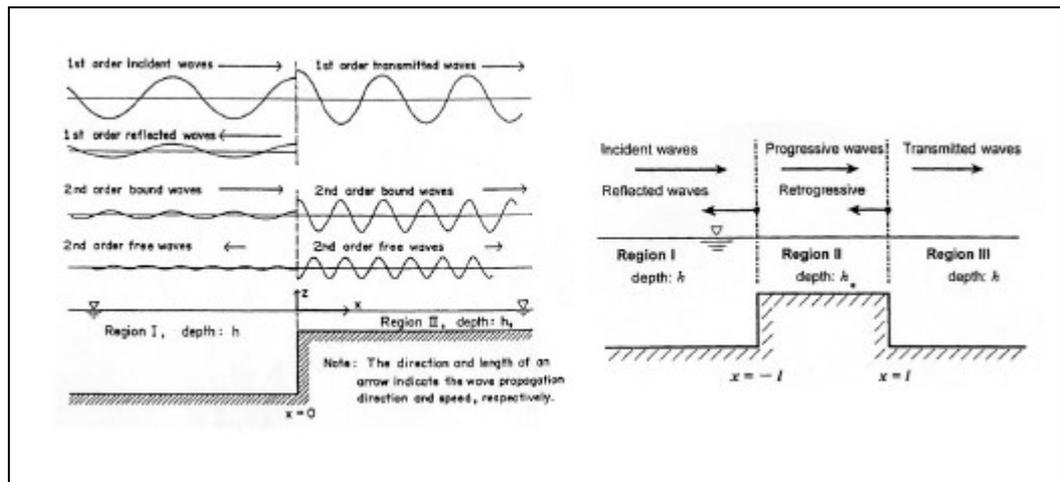


Fig. 1.10– Rappresentazione schematica delle componenti armoniche per ostacolo di lunghezza infinita (a destra) e di lunghezza finita (a sinistra), secondo Goda et al. (1999).

L'interferenza tra le due armoniche risulta in due ulteriori onde, di frequenza pari, rispettivamente alla differenza ed alla somma delle due frequenze delle onde incidenti.

A largo dell'ostacolo il fenomeno non è osservabile, dal momento che le *free wave* di secondo ordine, normalmente, sono piccole. Al di sopra della soglia, invece, la prima armonica e la seconda armonica *free* trasmesse danno luogo ad un'onda il cui profilo, nell'ipotesi di ostacolo di lunghezza infinita è espresso da:

$$h_{II}^{(3)} = C_T k_{2t}^{(2)} a^3 B_{T1} \cos[(k_{2t} - k_t) - \omega t] + C_T k_{2t}^{(2)} a^3 B_{T3} \cos[(k_{2t} + k_t) - 3\omega t] \quad (1.130)$$

in cui C_T esprime il coefficiente di trasmissione al primo ordine tra le regioni I e II, mentre B_{T1} e B_{T3} dipendono dai coefficienti di trasmissione al secondo ordine e dai valori dei numeri d'onda a largo e al di sopra dell'ostacolo.

Nel caso della barriera di dimensioni finite, a causa della complessità della soluzione esatta, gli Autori ricorrono ad una soluzione approssimata che adotta, al di sopra della soglia, la soluzione relativa alla barriera infinita; al di là della soglia, invece, viene sviluppata una teoria analoga a quella relativa alla regione a largo dell'ostacolo.

1.8 Considerazioni generali

1. Nel caso in cui l'altezza d'onda è piccola rispetto alla profondità del fondale, il moto ondoso presenta caratteristiche che possono essere descritte dalla teoria lineare; la condizione di linearità comporta che l'onda è descritta da una singola funzione armonica.
2. Quando l'ipotesi di piccola altezza non è soddisfatta, il moto ondoso presenta caratteristiche non lineari, che si manifestano con la presenza di armoniche di frequenza multipla rispetto all'armonica principale.
3. Nel caso di fondale costante o molto debolmente variabile, le armoniche di ordine superiore presentano un numero d'onda multiplo di quello dell'armonica principale con la quale hanno in comune la fase iniziale e la celerità. Questa circostanza si esprime affermando che tali armoniche sono legate alla armonica principale (*bound wave*).
4. In presenza di un ostacolo sommerso, che comporta una brusca diminuzione di profondità, il moto ondoso viene in parte riflesso, in parte trasmesso al di là dell'ostacolo. In tale processo, accanto alle armoniche superiori *bound*, si originano delle ulteriori componenti armoniche, che si propagano con caratteristiche indipendenti dall'armonica principale (*free wave*).
5. Al secondo ordine di approssimazione, nella zona a largo dell'ostacolo, il moto ondoso risulta dalla sovrapposizione dell'onda incidente e di un'onda riflessa. Entrambe le onde presentano componenti armoniche di primo ordine e, in relazione alla profondità, di secondo ordine *bound*; inoltre, l'onda riflessa presenta una componente di tipo *free*.
6. Al di sopra dell'ostacolo, sono presenti onde trasmesse e riflesse, con componenti armoniche di primo ordine e di ordine superiore sia di tipo *bound* che *free*.
7. A tergo dell'ostacolo, sono presenti, oltre alla prima armonica trasmessa, le armoniche di ordine superiore di tipo *free* e, eventualmente, di tipo *bound*, in relazione alla profondità del fondale.
8. Le componenti di primo e secondo ordine interagiscono tra loro in modo non lineare, dando luogo a componenti di terzo ordine, oltre a componenti aggiuntive al primo ordine, secondo il meccanismo noto come *triad interaction*.

9. Nelle zone prossime ai paramenti dell'ostacolo, accanto alle onde descritte nei punti precedenti, sono presenti localmente delle onde stazionarie, nella forma di modi evanescenti la cui ampiezza si attenua esponenzialmente con la distanza dalle pareti.

Capitolo 2. Modelli dell'interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa. Studi precedenti

2.1 Generalità

La previsione delle caratteristiche del moto ondoso risultanti dall'interazione con una barriera sommersa costituisce un argomento di grande interesse applicativo, testimoniato dal numero di lavori presenti in letteratura.

Dal punto di vista teorico, il meccanismo di interazione è stato descritto nel Capitolo precedente. Le soluzioni presentate, tuttavia, non si prestano ad un agevole utilizzo, sia per la loro complessità formale, sia per le limitazioni teoriche derivanti dalla schematizzazione di soglia rettangolare ed impermeabile e dall'utilizzo della teoria di Stokes al secondo ordine di approssimazione; inoltre, tali soluzioni si riferiscono al caso dell'onda regolare.

Pertanto, nelle applicazioni pratiche, per la valutazione delle caratteristiche del moto ondoso in presenza di una barriera sommersa è frequente il ricorso alla sperimentazione in laboratorio o a modelli matematici di differente formulazione.

Dal punto di vista teorico, un modello matematico in grado di descrivere con sufficiente accuratezza l'interazione tra moto ondoso e barriera dovrebbe soddisfare le seguenti condizioni (Ohyama & Nadaoka, 1994):

1. Descrizione accurata del fenomeno della dispersione, in presenza di componenti di differente frequenza e su una profondità arbitraria;
2. Modellazione degli effetti di forte non-linearità che possono svilupparsi al di sopra della barriera;
3. Descrizione dell'evoluzione del moto ondoso su di un fondale di pendenza elevata;
4. Possibilità di considerare un'onda incidente di tipo irregolare;

A tali condizioni si può aggiungere la necessità di tenere in conto il fenomeno del frangimento al di sopra della barriera, che influenza in modo importante il fenomeno di trasmissione, e che, allo stato attuale, risulta ancora poco studiato.

Il confronto tra le diverse formulazioni matematiche presente in letteratura evidenzia, che, oltre ai modelli basati sulla teoria di Stokes, di cui si è discusso, sono presenti tre grandi tipologie di modelli.

Il primo tipo comprende i modelli basati su equazioni alla Boussinesq, il cui utilizzo, tuttavia, è stato, storicamente, limitato a casi di debole non-linearità, in cui non è possibile descrivere in modo adeguato la generazione delle *free wave* di ordine superiore a tergo della struttura.

La seconda tipologia di modelli è quella di tipo *BEM* (*Boundary Element Method*), la quale si basa sulla soluzione, nel dominio del tempo, del problema differenziale integrato lungo il contorno del campo di moto. Tale approccio sembra superare le limitazioni mostrate dalle formulazioni descritte in precedenza, come mostra il confronto con risultati sperimentali.

Il terzo tipo di modelli si basa sulla soluzione diretta delle equazioni di Navier-Stokes, associate ad opportuna condizioni al contorno sulla superficie libera. Tali modelli, poco utilizzati in passato a causa del notevole onere computazionale, hanno conosciuto in tempi recenti un interesse crescente, strettamente legato allo sviluppo degli strumenti di calcolo.

Accanto ai modelli matematici, in letteratura sono descritti numerosi lavori di tipo sperimentale. L'utilizzo di modelli fisici, oltre a migliorare la conoscenza degli aspetti qualitativi e quantitativi dei processi studiati, ha permesso, attraverso il confronto dei risultati, la validazione dei modelli matematici proposti.

Nel presente capitolo vengono analizzati i principali lavori presenti in letteratura sulla modellazione dell'interazione onda-barriera sommersa. Coerentemente con la natura prevalentemente sperimentale del lavoro di tesi, sono esaminati, in particolare, gli studi su modello fisico, limitando l'analisi degli studi su modello matematico alla discussione dei risultati utili a chiarire la natura del fenomeno ed i principali parametri che lo influenzano.

2.2 Studio sperimentale di Grue. Separazione delle componenti armoniche

Grue (1992) ha investigato le caratteristiche del moto ondoso a tergo di un ostacolo sommerso mediante studi di natura teorica e sperimentale, in presenza di onde incidenti di tipo regolare.

Gli esperimenti sono stati condotti presso il canale ad onde del Dipartimento di Matematica dell'Università di Oslo, che misura 14.2 m in lunghezza e 0.47 m in larghezza, con tirante idrico variabile tra 0.44 e 0.46 m. I risultati sperimentali sono confrontati con quelli di un modello matematico semplificato, proposto dall'Autore, che utilizza la formulazione di Boussinesq per la definizione della portata che supera l'ostacolo sommerso; tale portata rappresenta la condizione al contorno per definire le caratteristiche ondose a tergo dell'ostacolo.

Nelle prove sono stati analizzati gli effetti della presenza di tre differenti tipi di ostacolo. Il primo è costituito da un cilindro di raggio $R=0.10$ m, il secondo da un cilindro di raggio $R=0.19$ m, il terzo da una soglia rettangolare di lunghezza 0.50 m ed altezza variabile rispetto al fondo (*Fig. 2.1*). All'estremità del canale opposta al generatore è stata disposta una spiaggia assorbente che garantisce un coefficiente di riflessione inferiore al 10%.

Le prove sono state eseguite con onde regolari di ampiezza variabile tra 0.2 cm e 2.8 cm, e con tre diversi valori di frequenza, pari a 0.95 Hz, 1.05 Hz e 1.22 Hz, cui corrispondono, rispettivamente, periodi di 1.05 s, 0.952 s e 0.820 s.

Assumendo un sistema di riferimento con asse x orientato secondo la direzione di propagazione dell'onda, il moto ondoso incidente può essere descritto dalla funzione:

$$\mathbf{h}_I(x,t) = a \cos(kx - \mathbf{w}t + \mathbf{d}) + a_b^{(2)} \cos 2(kx - \mathbf{w}t + \mathbf{d}) + \dots \quad (2.1)$$

in cui a ed $a_b^{(2)}$ rappresentano, rispettivamente, le ampiezze dell'armonica principale e della seconda armonica, nell'ipotesi che il moto ondoso incidente sia descritto dalla teoria di Stokes; il pedice b indica che tale armonica è una *bound wave*. Inoltre, \mathbf{d} indica la fase iniziale dell'onda incidente; nel caso in esame, per effetto del valore elevato della profondità, l'ampiezza $a_b^{(2)}$ assume un valore molto modesto, praticamente trascurabile rispetto a quella corrispondente all'armonica principale.

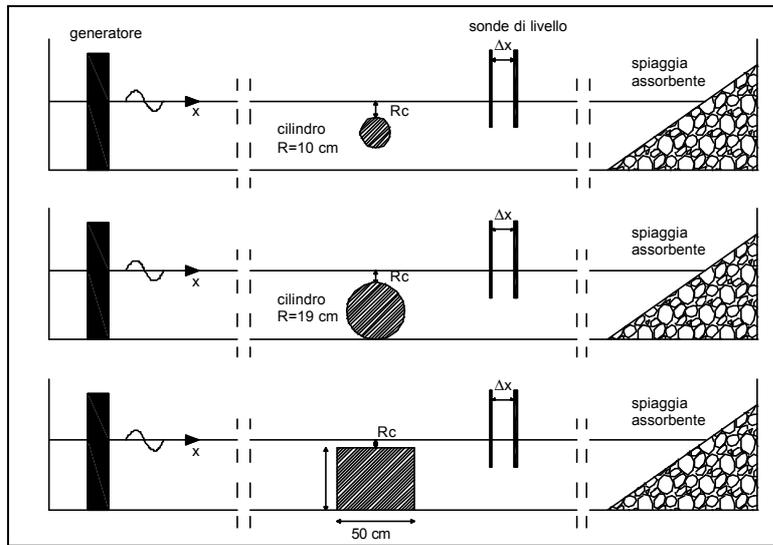


Fig. 2.1 - Schema degli esperimenti condotti da Grue (1992)

Nell'area a tergo dell'ostacolo (*lee side*), si assume che il campo d'onda sia esprimibile mediante la funzione:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{LEE}(x,t) = & a^{(1)} \cos(kx - \mathbf{w}t + \mathbf{d}^{(1)}) + \sum_{n>1} a_b^{(n)} \cos n \cdot (kx - \mathbf{w}t + \mathbf{d}^{(1)}) + \\ & + \sum_{n>1} a_f^{(n)} \cos(k_n x - n\mathbf{w}t + \mathbf{d}^{(n)}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

in cui:

- $a^{(1)}$ e $\mathbf{d}^{(1)}$ sono, rispettivamente, l'ampiezza e la fase iniziale della componente dell'onda trasmessa corrispondente alla frequenza fondamentale;
- $a_b^{(n)}$ è l'ampiezza dell'armonica *bound* di ordine n dell'onda trasmessa;
- $a_f^{(n)}$ e $\mathbf{d}^{(n)}$ sono, rispettivamente, l'ampiezza e la fase iniziale delle armoniche *free* di ordine n dell'onda trasmessa;

I numeri d'onda k e k_n soddisfano la relazione di dispersione:

$$\mathbf{w}^2 = g k \tanh(kh) \quad (2.3)$$

$$(n\mathbf{w})^2 = g k_n \tanh(k_n h) \quad (2.4)$$

L'Autore mostra come le ampiezze delle armoniche che compaiono nella (2.2) possano essere calcolate a partire dalla misura contemporanea del livello idrico in due sonde a distanza nota, mediante il procedimento illustrato nel seguito.

Si indichino con x_1 e $x_1 + \Delta x$ le posizioni di due sonde di livello disposte a tergo della struttura, e con $\hat{\mathbf{h}}^{(n)}(x)$ la trasformata di Fourier della funzione $\mathbf{h}(x, t)$:

$$\hat{\mathbf{h}}^{(n)}(x) = \frac{\mathbf{w}}{2\mathbf{p}} \int_0^{2\mathbf{p}/\mathbf{w}} \mathbf{h}(x, t) \cdot e^{-in\mathbf{w}t} dt \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

L'ampiezza dell'armonica corrispondente alla frequenza fondamentale è espressa dalla formula:

$$a^{(1)} = \frac{1}{|\sin(k \cdot \Delta x)|} \cdot |\hat{\mathbf{h}}^{(1)}(x_1) - \hat{\mathbf{h}}^{(1)}(x_1 + \Delta x) \cdot e^{-ik\Delta x}| \quad (2.6)$$

Le ampiezze delle armoniche di ordine superiori sono espresse da:

$$a_b^{(n)} = \frac{1}{\left| \sin \frac{1}{2} (k_n - nk) \Delta x \right|} \cdot |\hat{\mathbf{h}}^{(n)}(x_1) - \hat{\mathbf{h}}^{(n)}(x_1 + \Delta x) \cdot e^{ik_n \Delta x}| \quad (2.7)$$

$$a_f^{(n)} = \frac{1}{\left| \sin \frac{1}{2} (k_n - nk) \Delta x \right|} \cdot |\hat{\mathbf{h}}^{(n)}(x_1) - \hat{\mathbf{h}}^{(n)}(x_1 + \Delta x) \cdot \exp^{ik_n \Delta x}| \quad (2.8)$$

Le misure sono state ripetute per diversi valori di x_1 , corrispondenti ad una distanza dall'ostacolo variabile tra 0.8 m e 1.5 m, e facendo variare Δx tra 0.10 m e 0.30 m. I risultati, per tutti i test eseguiti, hanno mostrato valori delle ampiezze sostanzialmente indipendenti da x_1 e Δx .

Nella Fig. 2.2 sono riportati i risultati delle prove relative all'ostacolo cilindrico di raggio $R=10$ cm, per $T=0.82$ s, al variare dell'ampiezza dell'onda incidente e della distanza tra la sommità dell'ostacolo ed il pelo libero.

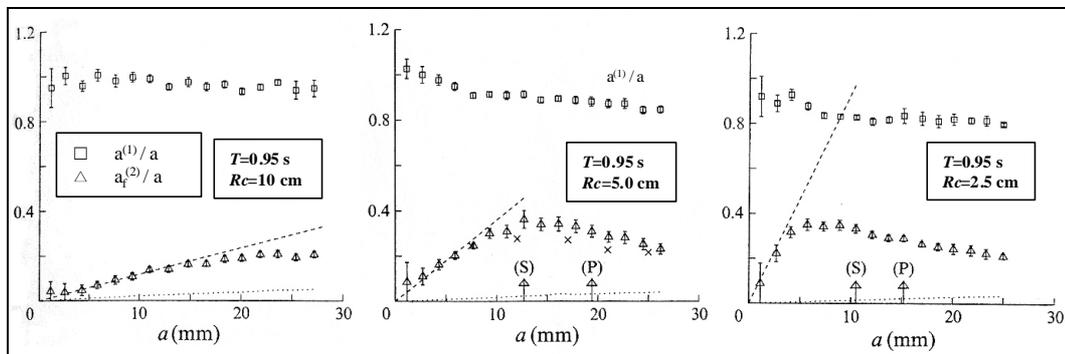


Fig. 2.2 – Risultati sperimentali per cilindro di raggio 10 cm e $T=0.82$ s (Grue, 1992)

Si osserva che, nel caso di elevata sommersenza ($R_c=10$ cm), il rapporto $a^{(1)}/a$ è molto prossimo all'unità, e pressoché costante al variare di a , mentre l'ampiezza della *free wave* del secondo ordine mostra un andamento crescente, mantenendo, in ogni caso, valori molto inferiori alla componente del primo ordine. Per nessun valore di altezza d'onda incidente è stato osservato il frangimento dell'onda sull'ostacolo.

La componente *bound* del secondo ordine assume un valore molto piccolo, tale da ritenersi trascurabile, così come le tutte componenti di ordine superiore al secondo.

Al diminuire della sommersenza, l'effetto della presenza dell'ostacolo diventa più evidente. Per $R_c=5$ cm la componente al primo ordine dell'onda trasmessa presenta un andamento decrescente al crescere dell'altezza d'onda incidente, a cui corrisponde un maggiore sviluppo della ampiezza di *free wave* di secondo ordine. Nel grafico, le frecce con le lettere (S) e (P) indicano, rispettivamente, la comparsa di frangimento di tipo *spilling* e *plunging*. Il rapporto $a_f^{(2)}/a$ presenta, al variare di a , un andamento inizialmente crescente, raggiungendo il valore massimo di circa 0.40 in prossimità delle condizioni di frangimento, al di là delle quali presenta un andamento decrescente. Analogamente al caso esaminato in precedenza, le componenti *bound* al secondo ordine e le componenti di ordine superiore sono da considerarsi trascurabili.

L'ultimo grafico di Fig. 2.2 si riferisce ad un ostacolo molto vicino alla superficie del pelo libero ($R_c = 2.5$ cm). I risultati sono simili a quelli relativi al caso appena illustrato. Il valore massimo della componente trasmessa di secondo ordine si verifica per un valore di altezza d'onda incidente più basso rispetto al caso $R_c=5$ cm, e risulta essere dello stesso ordine di grandezza (circa 0.40). In generale, la presenza dell'ostacolo comporta, al diminuire della sommersenza, una maggiore attenuazione del moto ondoso trasmesso. L'ampiezza $a_b^{(2)}$ risulta ancora trascurabile, insieme alle componenti di ordine superiore al secondo.

In Fig. 2.3 sono illustrati i risultati ottenuti per $T=0.95$ s, mantenendo invariata la geometria dell'ostacolo. Il loro andamento è sostanzialmente analogo al caso illustrato in Fig. 1.19. Si evidenzia che il massimo del rapporto $a_f^{(2)}/a$ si verifica per valori di a immediatamente inferiori a quelli per i quali si osserva il frangimento, ed assume un valore prossimo a 0.40.

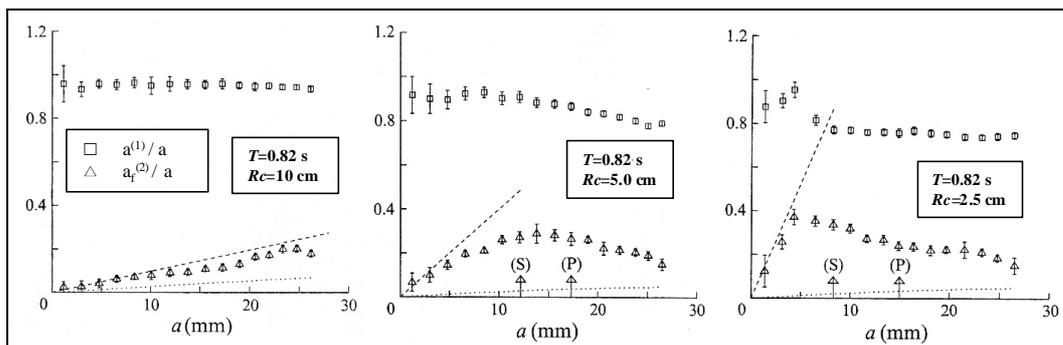


Fig. 2.3 – Risultati sperimentali per cilindro di raggio 10 cm e $T=0.95$ s (Grue, 1992)

La Fig. 2.4 mostra, infine, i risultati ottenuti per il caso di ostacolo rettangolare, per due diversi valori della sommersenza, facendo variare di poco il periodo dell'armonica fondamentale.

Rispetto ai casi esaminati in precedenza, lo sviluppo delle armoniche di ordine superiore appare più marcato, e ad esso corrisponde una sensibile riduzione di energia dell'armonica principale. In particolare, per la prova corrispondente al valore più basso della sommersenza

($R_c=3.75$ cm), le ampiezze delle componenti di primo, secondo e terzo ordine assumono, in prossimità delle prime condizioni frangimento *spilling*, valori molto prossimi tra di loro. Si evidenzia che, mentre la componente del primo ordine ha un andamento sempre decrescente al crescere di a , le componenti di ordine superiore mostrano un andamento crescente fino al limite di frangimento, e decrescente al di là di esso.

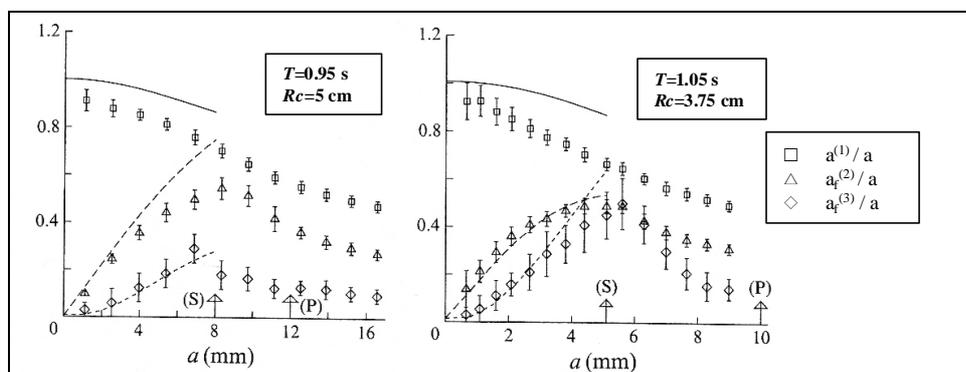


Fig. 2.4 – Risultati sperimentali per ostacolo rettangolare di base 50 cm (Grue, 1992)

I risultati ottenuti mostrano che la generazione delle superarmoniche aumenta di intensità al crescere dell'ampiezza dell'onda incidente, fino al raggiungimento delle condizioni di frangimento. Per ampiezze incidenti maggiori il trasferimento di energia alle frequenze più elevate si attenua, suggerendo un fenomeno di saturazione di tali armoniche.

2.3 Studio sperimentale di Driscoll *et al.* sulla riflessione e trasmissione a tergo di una barriera rettangolare

Gli esperimenti di Driscoll *et al.* (1992) sono stati condotti in un canale sperimentale di lunghezza 30 m e larghezza 0.60 m, con tirante idrico 0.50 m, all'interno del quale è stato disposto un ostacolo di forma rettangolare di lunghezza 0.79 m con quota di coronamento a distanza 0.12 m dal pelo libero. Lo schema dell'impianto sperimentale è illustrato in Fig. 2.5.

Gli Autori hanno condotto due serie di prove; la prima di esse, illustrata nella parte superiore della Fig. 2.5, ha consentito la misura dei profili ondosi in corrispondenza dell'ostacolo e nell'area a tergo di essa, in un totale di 28 stazioni di misura; la seconda serie, illustrata nella parte inferiore, è stata condotta mantenendo costante il valore di altezza d'onda incidente e facendo variare il periodo, allo scopo di valutare il coefficiente di riflessione e di trasmissione, rispettivamente, nell'area antistante l'ostacolo ed a tergo di esso.

Attraverso l'analisi spettrale delle misure relative alla prima serie di prove, sono state ricostruite le ampiezze delle componenti corrispondenti alla frequenza principale, alla seconda ed alla terza armonica. I risultati sono illustrati in Fig. 2.6, nella quale le linee verticali tratteggiate indicano la posizione dell'ostacolo sommerso.

Si osserva un significativo sviluppo delle armoniche superiori in corrispondenza dell'ostacolo, e la loro lieve modulazione a tergo di esso.

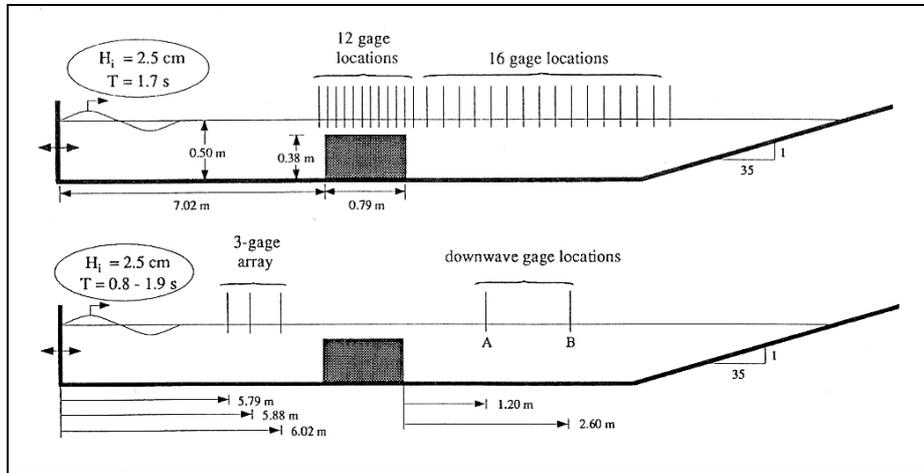


Fig. 2.5 – Schema delle prove condotte da Driscoll et al. (1992)

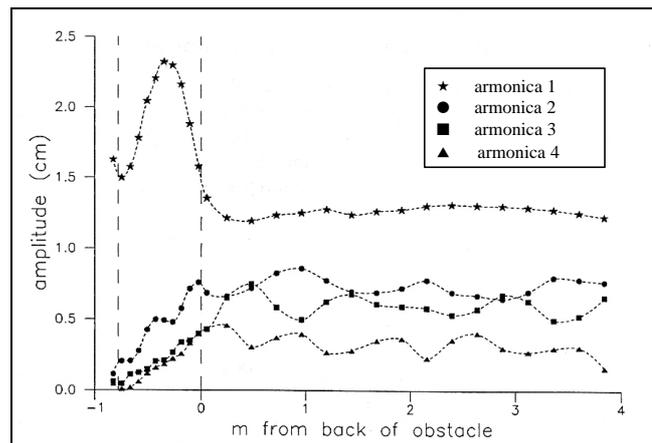


Fig. 2.6 – Distribuzione spaziale delle prime quattro armoniche del moto ondoso (Driscoll et al., 1992)

Nella Fig. 2.7 sono riportate le stime dei coefficienti di riflessione e di trasmissione, confrontati con i risultati ottenuti applicando un modello lineare esaminato dagli Autori. Si osserva un buon accordo per quanto riguarda il coefficiente di riflessione, mentre i valori del coefficiente di trasmissione misurati risultano più alti di quelli calcolati; il risultato, in contrasto con quanto osservato da altri Autori, viene messo in relazione al fatto che gli effetti dissipativi risultano più intensi per le armoniche superiori, la cui presenza non viene considerata nell'ipotesi di moto lineare.

Nel grafico di Fig. 2.7 la variazione nel periodo d'onda incidente è espressa attraverso il prodotto del numero d'onda k per la profondità costante del canale. Si osserva un andamento pressoché speculare dei due coefficienti, con i valori più elevati di trasmissione in corrispondenza del minimo del coefficiente di riflessione, e viceversa. Si osserva che, al

diminuire del periodo, K_t ha un andamento inizialmente decrescente, e successivamente crescente, con valori compresi tra un minimo di 0.8 e un massimo di poco inferiore all'unità.

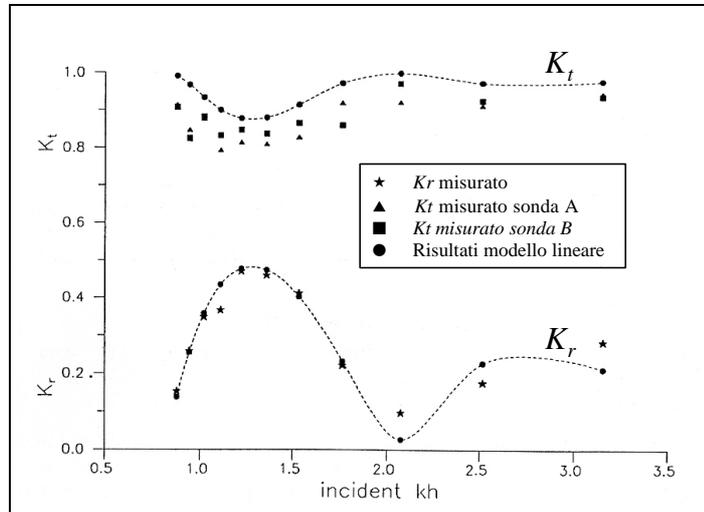


Fig. 2.7 – Coefficienti di riflessione e di trasmissione ondosa (Driscoll et al., 1992)

2.4 Studi su modello fisico e matematico di Ohyama & Nadaoka

Il meccanismo di trasmissione alle spalle della barriera è stato studiato da Ohyama & Nadaoka (1992, 1994) mediante l'utilizzo di un modello numerico di tipo *BEM* ed il confronto con risultati sperimentali, nell'ipotesi di ostacolo di forma rettangolare.

Gli esperimenti sono stati condotti in un canale di lunghezza 17 m e larghezza 0.4 m, con tirante idrico 0.25 m. La geometria dell'ostacolo e lo schema dell'installazione sono illustrati in Fig. 2.8. L'onda incidente è regolare con altezza 2.5 cm e periodo 1.018 s.

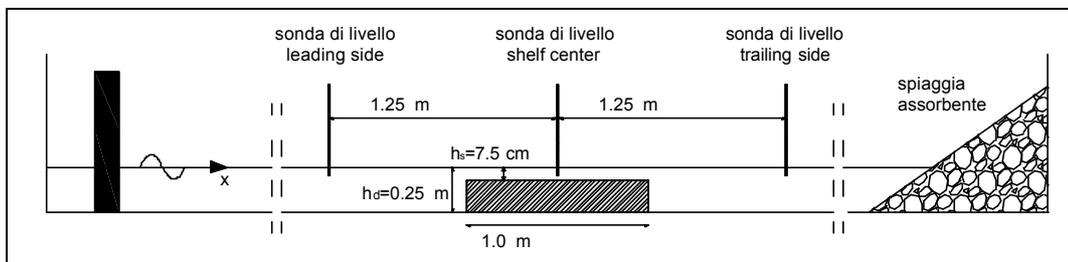


Fig. 2.8 – Schema degli esperimenti condotti da Ohyama & Nadaoka (1992)

Le sonde di livello sono state disposte in corrispondenza del centro dell'ostacolo, ed a distanza 1.25 m da esso da entrambi i lati, rispettivamente largo (*leading side*) ed a tergo (*trailing side*).

In Fig. 2.9 sono illustrate le misure dei profili d'onda acquisite a largo, al centro ed a tergo della barriera; i risultati sono confrontati con quelli forniti dal modello numerico proposto dai due Autori. Nella figura, H_0 e f_0 indicano, rispettivamente, l'altezza e la frequenza dell'onda incidente, mentre h_d indica la profondità del fondale a largo della struttura. La profondità sulla struttura è indicata, invece, con h_s . Allo scopo di compensare lo sfasamento tra le armoniche, il tempo t' in ascissa è misurato a partire dal momento in cui l'elevazione del pelo libero è nulla nella stazione di misura a largo della barriera.

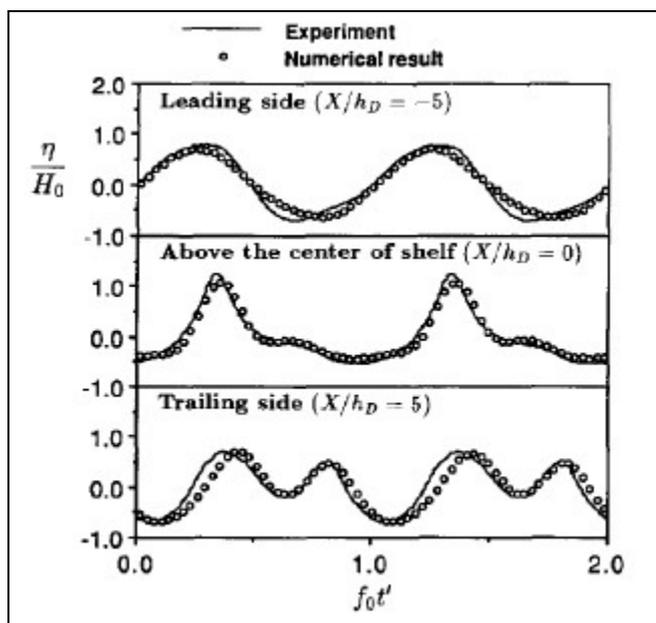


Fig. 2.9 – Profili d'onda misurati e calcolati da Ohyama & Nadaoka (1992)
per $h_s/h_d=0.3$, $w^2 h_d/g=0.97$, $H_0/h_d=0.1$, $D/h_d=4.0$

I risultati mostrano che, a largo della barriera, il moto ondoso presenta un andamento pressoché lineare, per effetto della elevata profondità; al di sopra della barriera il profilo è più ripido, ed ha un andamento non lineare, con creste secondarie appena accennate; a tergo dell'ostacolo, invece, sono chiaramente distinguibili due sistemi di creste, per effetto della decomposizione dell'onda incidente.

Adottando il modello matematico proposto, gli Autori hanno eseguito differenti simulazioni per evidenziare l'effetto della geometria dell'ostacolo e delle caratteristiche dell'onda incidente.

In Fig. 2.10 è illustrato l'andamento, nel domino dello spazio e del tempo, del profilo ondoso in un caso di soglia di lunghezza indefinita. Si nota la presenza di una cresta secondaria, che si propaga con velocità inferiore rispetto alla cresta principale, e viene da essa superata; il processo di decomposizione dell'onda avviene in maniera graduale, dato che, per effetto della bassa profondità, la differenza di celerità tra le due onde è relativamente piccola. Inoltre, si osserva che il profilo dell'onda principale aumenta, nel passaggio sulla soglia, la propria ripidità, per effetto delle componenti di *bound wave* di ordine superiore incorporate in esso.

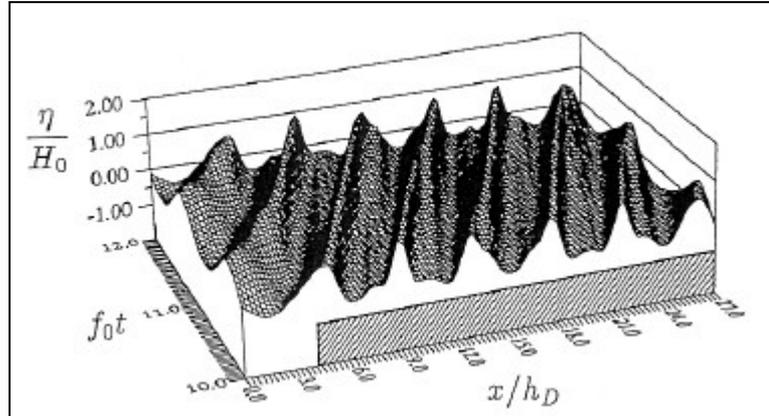


Fig. 2.10 – Evoluzione del profilo d'onda nel caso di ostacolo di lunghezza indefinita per $h_s/h_d=0.4$, $\omega^2 h_d/g=0.8$, $H_0/h_d=0.1$ (Ohyama & Nadaoka, 1992)

La Fig. 2.11 illustra la distribuzione nello spazio delle ampiezze delle prime tre armoniche, rapportate all'ampiezza dell'onda incidente; è evidente la modulazione delle superarmoniche, dovuta alla sovrapposizione di componenti di *bound wave* e *free wave* di medesima frequenza e differente lunghezza. La modulazione della prima armonica è da attribuirsi alla riflessione parziale dell'onda sull'ostacolo.

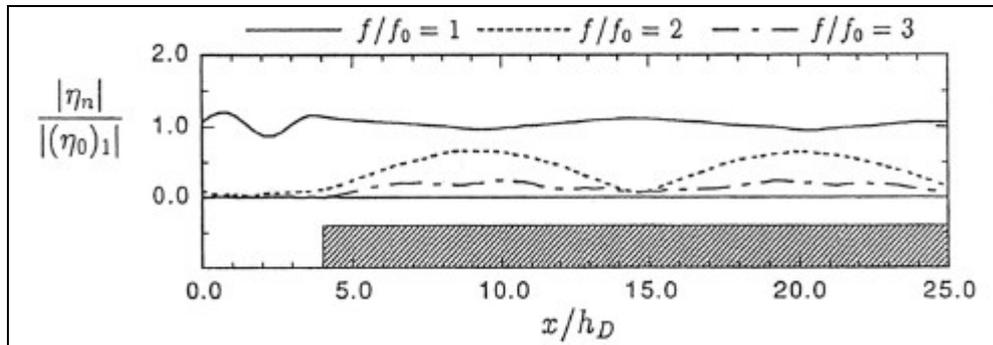


Fig. 2.11 – Distribuzione spaziale delle ampiezze delle armoniche, nel caso di ostacolo di lunghezza indefinita per $h_s/h_d=0.4$, $\omega^2 h_d/g=0.8$, $H_0/h_d=0.1$ (Ohyama & Nadaoka, 1994)

In Fig. 2.12 è illustrato l'andamento, nel dominio dello spazio e del tempo, del profilo ondoso nel caso di soglia di lunghezza finita. Si osserva che la decomposizione dell'onda incidente in componenti armoniche di frequenza multipla avviene in maniera molto meno graduale rispetto al caso di soglia indefinita, per effetto del brusco aumento di profondità a tergo dell'ostacolo.

In Fig. 2.13 è riportato l'andamento nello spazio delle ampiezze delle prime tre componenti armoniche, analogamente al caso della Fig. 2.11.

Si nota la modulazione della seconda armonica al di sopra della soglia, mentre, nella regione a profondità elevata al di là di essa, l'ampiezza di tale armonica risulta poco variabile, e conserva, sostanzialmente, il valore assunto in corrispondenza dell'estremità dell'ostacolo. Tale osservazione è coerente con l'ipotesi che, nell'area a tergo della barriera, per effetto della

profondità elevata, le *bound wave* dovute alla non-linearità tendano a scomparire e a divenire trascurabili rispetto alle *free wave*, alle quali viene trasferita la maggior parte della loro energia. Per quanto riguarda la terza armonica, la modulazione viene attribuita all'interazione con la prima e la seconda armonica.

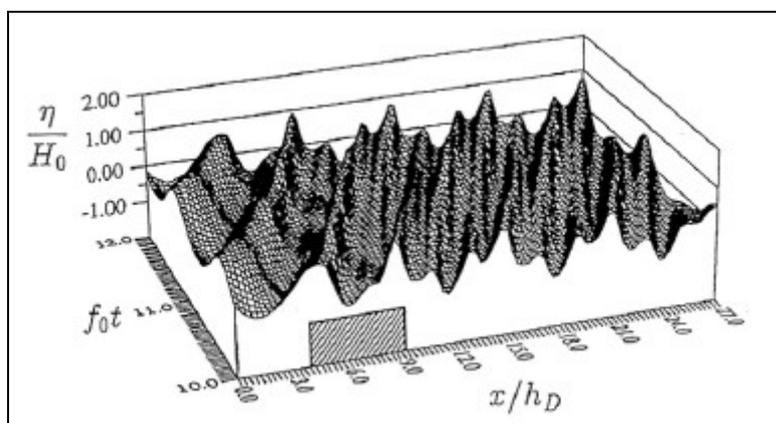


Fig. 2.12 – Evoluzione del profilo d'onda nel caso di ostacolo di lunghezza finita per $h_s/h_d=0.4$, $w^2h_d/g=0.8$, $H_0/h_d=0.1$, $D/h_d=5.25$ (Ohyama & Nadaoka, 1994)

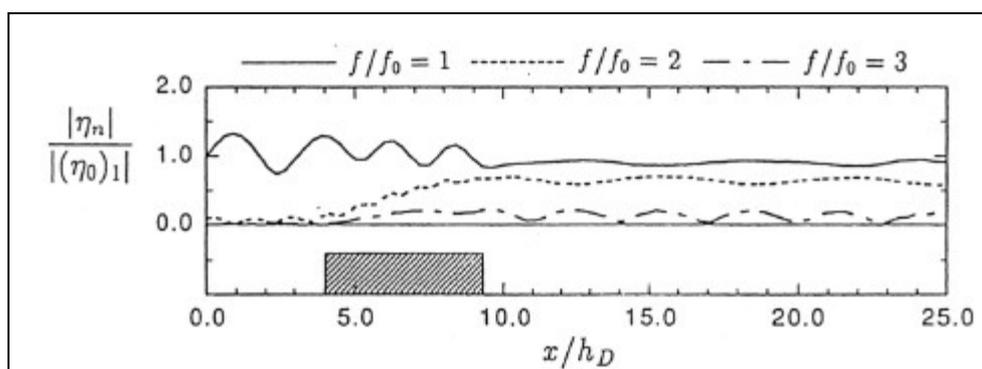


Fig. 2.13 – Distribuzione spaziale delle ampiezze delle armoniche, nel caso di ostacolo di lunghezza finita per $h_s/h_d=0.4$, $w^2h_d/g=0.8$, $H_0/h_d=0.1$, $D/h_d=5.25$ (Ohyama & Nadaoka, 1994)

La distanza caratteristica di modulazione della seconda armonica, coerentemente con quanto evidenziato nel capitolo precedente e le notazioni utilizzate, vale:

$$I_2 = \frac{2p}{k_2 - 2k} \quad (2.9)$$

Da quanto illustrato, si evince che la lunghezza dell'ostacolo influenza l'ampiezza delle armoniche di ordine superiore trasmesse a tergo, per effetto della modulazione al di sopra di esso. Gli Autori, pertanto, hanno compiuto uno studio parametrico del valore dell'ampiezza trasmessa in funzione del rapporto tra la larghezza dell'ostacolo e la distanza del battimento I_2 . I risultati sono illustrati in Fig. 2.14, in cui i valori delle ampiezze delle superarmoniche a tergo della barriera sono stati mediati per tenere conto della loro lieve variabilità spaziale.

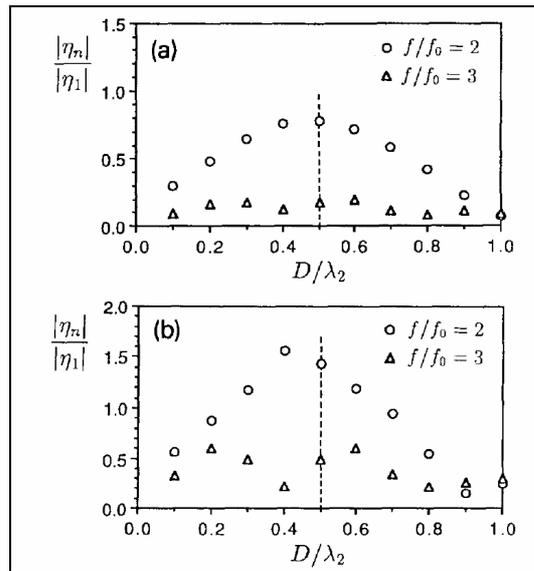


Fig. 2.14 – Ampiezza delle superarmoniche a tergo della barriera in funzione della larghezza dell'ostacolo, per, $\omega^2 h_d/g=0.8$, $H_0/h_d=0.1$, $h_s/h_d=0.3$ (a), $h_s/h_d=0.1$ (b) (Ohyama & Nadaoka, 1994)

I grafici, relativi a diversi valori della sommergenza dell'ostacolo, mostrano che, per la sommergenza maggiore (a), la seconda armonica attinge il valore massimo per $D/\lambda_2=0.5$, mentre, nel caso della sommergenza minore (b), tale condizione non è rispettata; la differenza di comportamento è stata attribuita al fatto che quando la profondità sulla soglia è molto bassa la legge di dispersione lineare non è più valida. La terza armonica è molto piccola nel caso della sommergenza maggiore, mentre è osservabile per il caso di sommergenza minore; in entrambi i casi si può notare che i valori massimi corrispondono al valore minimo della seconda armonica.

Per evidenziare la differenza tra il campo di onda al di sopra della soglia ed a tergo di essa, gli Autori hanno riportato gli spettri di potenza del moto ondoso in funzione della frequenza e del numero d'onda, per il caso del moto ondoso al di sopra dell'ostacolo, nel caso di lunghezza infinita, ($h=h_d$) ed a tergo di esso, nel caso di lunghezza finita per $D/h_d=5.25$ e $h=h_s$.

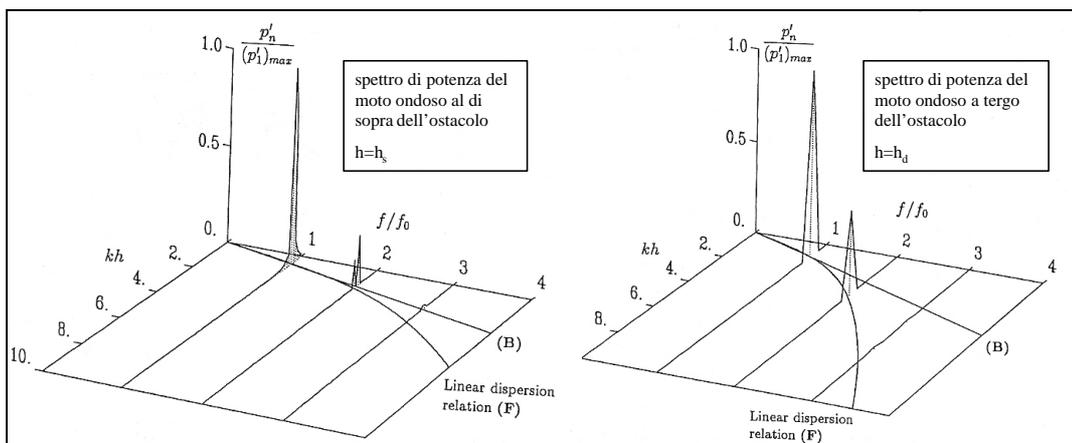


Fig. 2.15 – Spettri di potenza in funzione della frequenza e del numero d'onda, al di sopra dell'ostacolo ed a tergo di esso per $\omega^2 h_d/g=0.8$, $H_0/h_d=0.1$, $h_s/h_d=0.4$, $D/h_d=5.25$ (Ohyama & Nadaoka, 1992)

Il grafico di Fig. 2.15 riporta, in quota, lo spettro di potenza per ciascuna armonica, p'_n , adimensionalizzato rispetto al valore corrispondente alla frequenza principale. Nel piano $(kh, f/f_0)$ sono state tracciate due curve, indicate, rispettivamente, con le lettere **F** e **B**. La prima rappresenta la relazione di dispersione, mentre la seconda è la retta che congiunge l'origine con il punto in cui lo spettro di potenza assume il valore massimo per la prima armonica. Pertanto, le componenti d'onda che sono disposte sulle linee **B** e **F** rappresentano, rispettivamente le *bound wave* e le *free wave*; le prime hanno un numero d'onda pari al doppio di quello corrispondente all'armonica principale, le seconde seguono la legge di dispersione.

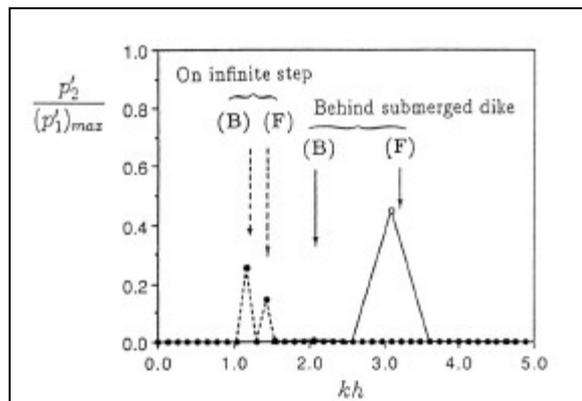


Fig. 2.16– Confronto tra gli spettri di potenza della seconda armonica in corrispondenza dell'ostacolo ed a tergo di esso (Ohyama & Nadaoka, 1992)

Si osserva che, a parità di frequenza, nell'area protetta a tergo della diga la differenza dei numeri d'onda tra le armoniche è più evidente, per effetto del valore maggiore della profondità. Inoltre, mentre nella regione di bassa profondità al di sopra dell'ostacolo, l'energia associata alla seconda armonica si distribuisce tra la *bound wave* e la *free wave*, che hanno ampiezze confrontabili fra loro, nella zona a profondità elevata alle spalle dell'ostacolo la seconda armonica esiste solo come *free wave*.

Tale ultimo aspetto è chiaramente visibile in Fig. 2.16, in cui sono riportati gli spettri di potenza relativi alla seconda armonica in funzione di kh , per i due casi esaminati.

I ragionamenti esposti per il caso di onda incidente regolare sono stati estesi al caso di onda incidente composta da due o tre componenti armoniche, ed al caso di onda irregolare, anche se la decomposizione dell'onda principale in armoniche di frequenza multipla risulta di meno immediata identificazione.

Il fenomeno è descritto nell'ipotesi di sostanziale linearità dell'onda incidente, che può essere espressa come somma di armoniche di differente frequenza, ciascuna indipendente dalle altre:

$$h(x,t) = \sum_i a_i \cos(k_i x - w_i t + d_i) \quad (2.10)$$

Nella (2.10), a_i , k_i , w_i e d_i rappresentano, rispettivamente, l'ampiezza, il numero d'onda, la pulsazione e la fase iniziale delle singole componenti del treno d'onda incidente.

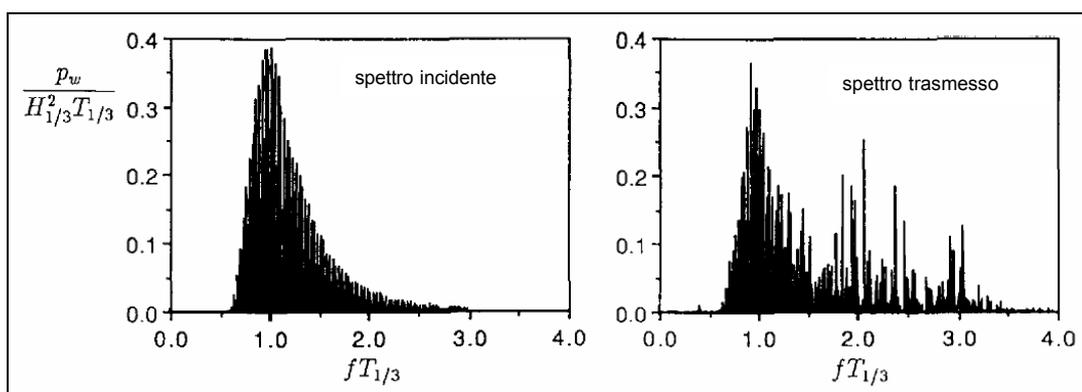


Fig. 2.17– Spettro incidente e spettro trasmesso misurati da Ohyama & Nadaoka (1992)

Nella Fig. 2.17 sono riportati i risultati ottenuti per un'onda incidente composta da 96 armoniche, le cui ampiezze sono distribuite secondo uno spettro di tipo Bretschneider-Mitsuyasu, con altezza e periodo significativi che rispettano, rispettivamente, le condizioni:

$$T_{1/3} \cdot \sqrt{\frac{g}{h_D}} = 8.0 \qquad \frac{H_{1/3}}{h_D} = 0.07$$

essendo, analogamente a quanto illustrato in precedenza, h_D la profondità a largo dell'ostacolo.

I risultati mostrano, nello spettro trasmesso, la presenza di picchi nella zona delle frequenze più elevate, che indicano un trasferimento di energia verso tali frequenze, analogamente a quanto avviene nel caso dell'onda monocromatica. Questo fatto comporta che è da attendersi, a tergo dell'ostacolo, un periodo significativo inferiore a quello incidente.

In un lavoro successivo (Ohyama *et al.* 1995), il modello di Ohyama & Nadaoka è stato confrontato con i risultati di una ulteriore serie di prove sperimentali in un canale di lunghezza 65 m, larghezza 1.0 m ed altezza 1.6 m, condotte in presenza di una barriera trapezoidale, secondo lo schema di Fig. 2.18. L'agitazione ondosa è stata misurata in 5 diverse posizioni, mediante l'utilizzo di sonde capacitivie.

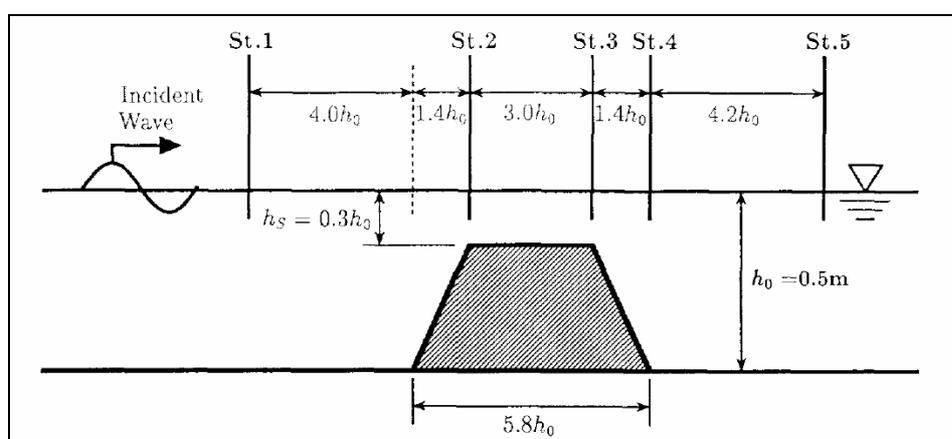


Fig. 2.18– Schema delle prove sperimentali di Ohyama *et al.* (1995)

I risultati sono stati confrontati anche con quelli ottenuti dall'applicazione di un modello basato sulla teoria di Stokes al secondo ordine e di un modello alla Boussinesq.

Le prove sono state condotte per sei diverse condizioni di onda incidente regolare, corrispondenti a tre valori del periodo e due valori di altezza, secondo lo schema riportato nella Tab.2.1. In nessuna delle prove condotte si è verificato il frangimento al di sopra della barriera.

Case	Wave period $T_0\sqrt{g/h_0}$	Wave height		Wave number ^a		Ursell parameter ^{a,b}	
		H_0/h_0	H_S/h_S ^a	k_0h_0	k_Sh_S	$(U_r)_0$	$(U_r)_S$
1	5.94	0.05	0.184	1.299	0.614	1.8	21.6
2	5.94	0.1	0.369	1.299	0.614	3.5	43.3
3	8.91	0.05	0.206	0.769	0.396	4.0	54.4
4	8.91	0.1	0.412	0.769	0.396	7.9	108.7
5	11.88	0.05	0.214	0.555	0.294	7.0	100.8
6	11.88	0.1	0.429	0.555	0.294	14.1	201.5

Tab. 2.1 – Condizioni ondose simulate nelle prove di Ohyama et al. (1995)

Riguardo la simbologia adottata, il pedice 0 corrisponde alle grandezze a largo della barriera, mentre il pedice s corrisponde alla zona al di sopra della barriera. I numeri d'onda k_0 e k_s sono stati ottenuti dalla legge di dispersione lineare, ed i valori di H_s riportati in Tabella sono stati ricavati teoricamente dalla legge di *shoaling* lineare.

Il parametro di Ursell è stato valutato adottando la formula:

$$Ur = \frac{g \cdot H \cdot T^2}{h^2} \quad (2.11)$$

In Fig. 2.19 sono riportati i profili ondosi misurati nella stazione 3, al di sopra della soglia, corrispondenti alle prove 1 e 2, cioè alle onde di periodo minore. Il modello di Ohyama e Nadaoka viene indicato in figura come *Fully Nonlinear*, in quanto la sua formulazione integrale incorpora completamente la condizione non lineare sulla superficie libera, senza ricorrere allo sviluppo in serie intorno a $z=0$. Le misure sono confrontate con i risultati ottenuti applicando la teoria di Stokes al secondo ordine di approssimazione. Si osserva che per il caso 1, che corrisponde alla situazione di minore non-linearità, i risultati sperimentali sono in accordo con entrambe le formulazioni teoriche; questo fatto conferma che, a causa dei valori limitati del numero di Ursell, la teoria di Stokes può considerarsi valida, come osservato nel capitolo precedente. Per il caso 2, invece, corrispondente ad una altezza d'onda più elevata, il modello di Stokes cade in difetto, come dimostra la sovrastima della cresta secondaria in corrispondenza del cavo dell'onda.

In Fig. 2.20 sono riportate le misure relative alla stessa sonda di Fig. 2.19, per i casi 4 e 6, corrispondenti, cioè alle onde di maggiore altezza per i due valori più elevati del periodo. Appare evidente come le limitazioni concettuali imposte dall'approccio perturbativo di Stokes diano luogo in tali condizioni, fortemente non lineari, a previsioni non realistiche del profilo dell'onda.

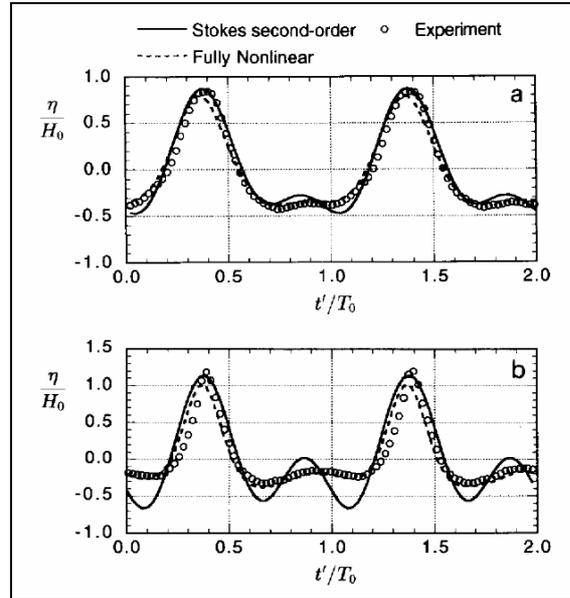


Fig. 2.19– Profili ondosi misurati al di sopra della barriera, per i test 1 (a) e 2 (b), e confronto con i risultati di due diversi modelli matematici (Ohyama et al., 1995)

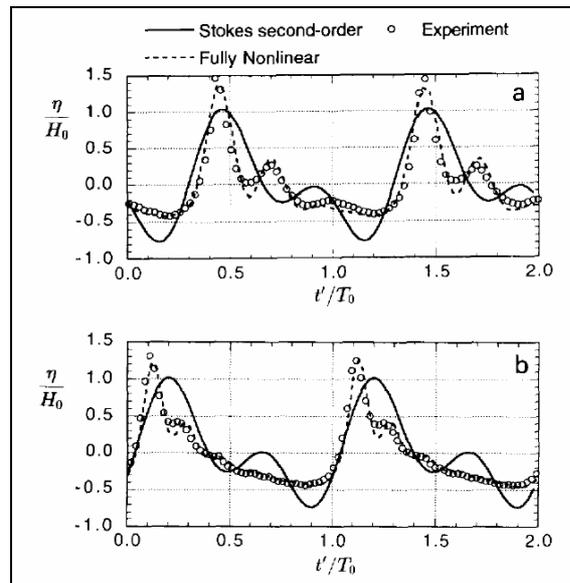


Fig. 2.20– Profili ondosi misurati al di sopra della barriera, per i casi 4 (a) e 6 (b), e confronto con i risultati di due diversi modelli matematici (Ohyama et al., 1995)

Le considerazioni svolte valgono anche per la descrizione del moto ondoso a tergo della struttura, dove le superarmoniche generate al di sopra della cresta si propagano come *free wave*. La Fig. 2.21 mostra le misure del profilo ondoso nell'area protetta, confrontate con i risultati ottenuti dalla teoria di Stokes al secondo ordine, nei test 1 e 2 (corrispondenti alle onde di minore periodo) e nel caso 4 (corrispondente all'onda di maggiore altezza e periodo intermedio).

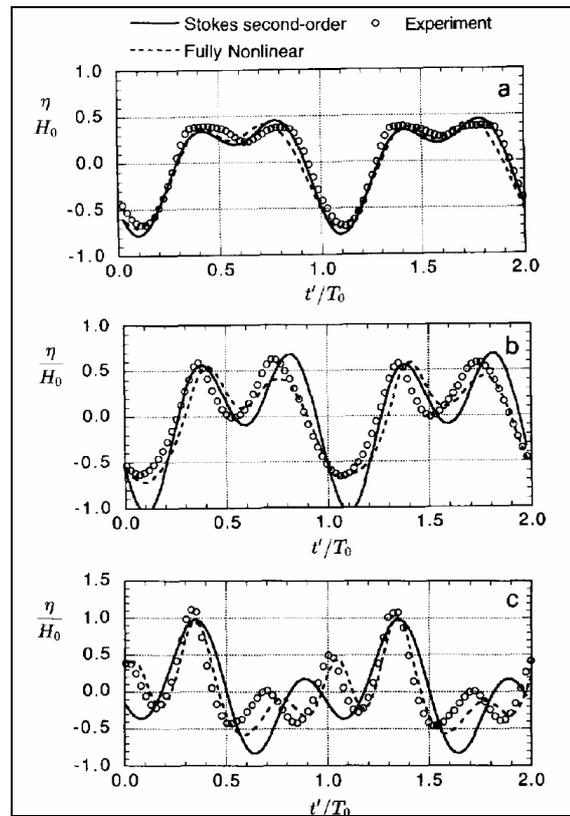


Fig. 2.21 – Profili ondosi misurati a tergo della barriera, per i casi 1 (a), 2 (b), 4 (c), e confronto con i risultati di due diversi modelli matematici (Ohyama et al., 1995)

Si osserva chiaramente che, al crescere delle condizioni di non-linearità, le armoniche di ordine superiore si sviluppano in modo sempre più marcato, con la presenza di un doppio sistema di creste nei grafici (a) e (b), indice di una componente di *free wave* al secondo ordine; nel grafico (c) sono osservabili tre creste di dimensioni confrontabili tra loro, indice che anche la terza armonica ha raggiunto una intensità rilevante. E' evidente che, al crescere della non linearità, la teoria di Stokes al secondo ordine perde gradualmente la propria validità, ed è logicamente, inadatta a descrivere condizioni in cui è presente la terza armonica.

Viceversa, il modello presentato da Ohyama & Nadaoka (*Fully Non Linear*) sembra adattarsi bene ai risultati sperimentali. Gli Autori mostrano che tale accordo, nonostante qualche discrepanza, è presente anche per il modello alla Boussinesq da loro esaminato.

La Fig. 2.22 mostra le ampiezze delle prime quattro componenti armoniche relative ai test 2, 4 e 6, ottenuta dall'analisi spettrale delle misure eseguite in diverse posizioni. Si osserva che, a largo della barriera, il moto ondoso è essenzialmente lineare, ad eccezione del test 6, in cui è riscontrabile una significativa componente al secondo ordine. Il passaggio al di sopra della barriera induce lo sviluppo delle armoniche di ordine superiore, che poi si propagano con ampiezza sostanzialmente costante nell'area profonda a tergo di essa; in tale regione, le ampiezze delle superarmoniche sono confrontabili con quella dell'armonica principale.

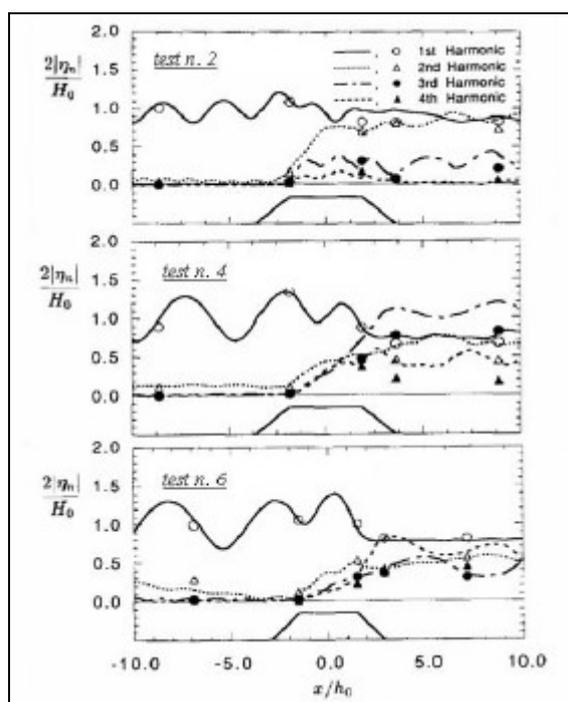


Fig. 2.22 – Ampiezze delle prime quattro armoniche misurate, e confronto con i risultati ottenuti da modello matematico (Ohyama *et al.*, 1995)

2.5 Indagini sperimentali condotte presso la *Delft University of Technology* su una struttura di forma trapezoidale

In vari lavori presenti in letteratura (Battjes & Beji, 1992, Beji *et al.*, 1992, Beji & Battjes, 1993, Ohyama *et al.*, 1994) sono riportati e discussi i risultati di una estesa indagine sperimentale condotta presso il Dipartimento di Ingegneria Civile della *Delft University of Technology* sulle modificazioni del moto ondoso in presenza di una struttura sommersa di forma trapezoidale.

Uno schema dell'installazione sperimentale è riportato nella Fig. 2.23. La profondità al di sopra della cresta dell'opera è di 0.10 m, mentre a largo ed a tergo della struttura è di 0.40 m. L'agitazione ondosa è stata misurata mediante sonde resistive posizionate al piede del paramento *offshore* della struttura, al di sopra della cresta ed al piede del paramento *inshore*. Si osserva che, per effetto della pendenza molto lieve dei paramenti, la struttura presenta un profilo più simile ad una barra di fondo che ad una barriera sommersa.

Gli Autori hanno esaminato sia condizioni di onde non frangenti, sia condizioni in cui si è verificato il frangimento al di sopra della struttura, suddividendo, a loro volta, i frangimenti in base alla forma dei frangenti osservata, di tipo *spilling* o *plunging*.

Le prove sono state condotte utilizzando onde irregolari con due diverse forme spettrali, di cui una corrispondente ad uno spettro JONSWAP, l'altra ad uno spettro molto stretto, che rappresenta condizioni molto prossime a quelle di un'onda monocromatica. Sono stati utilizzati

delle onde incidenti in componenti armoniche di differente frequenza, che avviene in modo molto più marcato per le onde di minore frequenza.

L'evoluzione spaziale della forma dello spettro segue quasi identicamente lo stesso andamento, indipendentemente dalla presenza o meno del frangimento, e dalla forma con cui esso di presenta. In sostanza, nelle condizioni sperimentali esaminate il frangimento dissipa semplicemente energia, ma non altera la forma dello spettro.

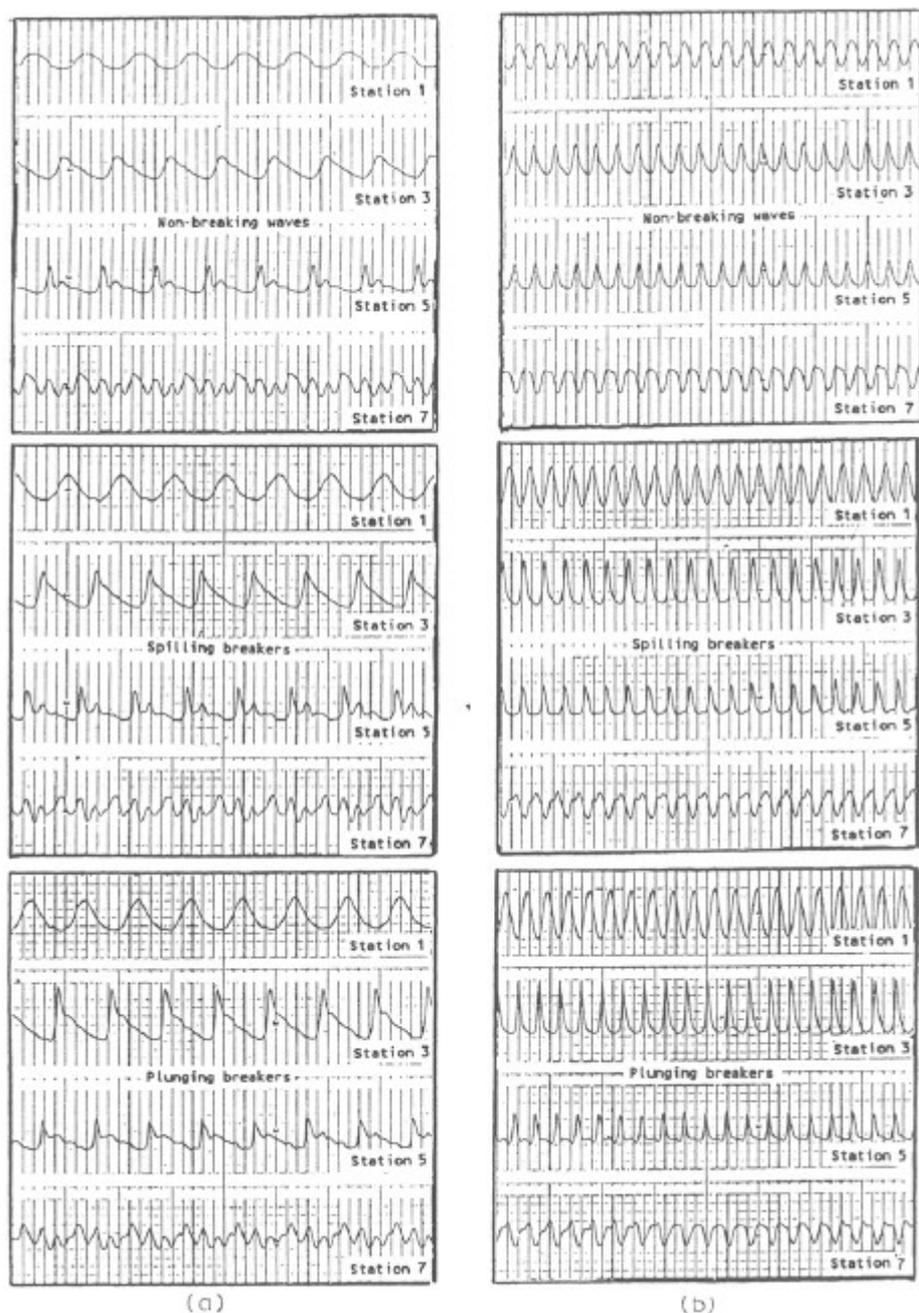


Fig. 2.24 – Profili ondosi misurati in differenti posizioni, al variare delle caratteristiche dell'onda incidente, per spettro molto stretto. (a): $f=0.4$ Hz, (b): $f=1.0$ Hz (Beji & Battjes, 1993)

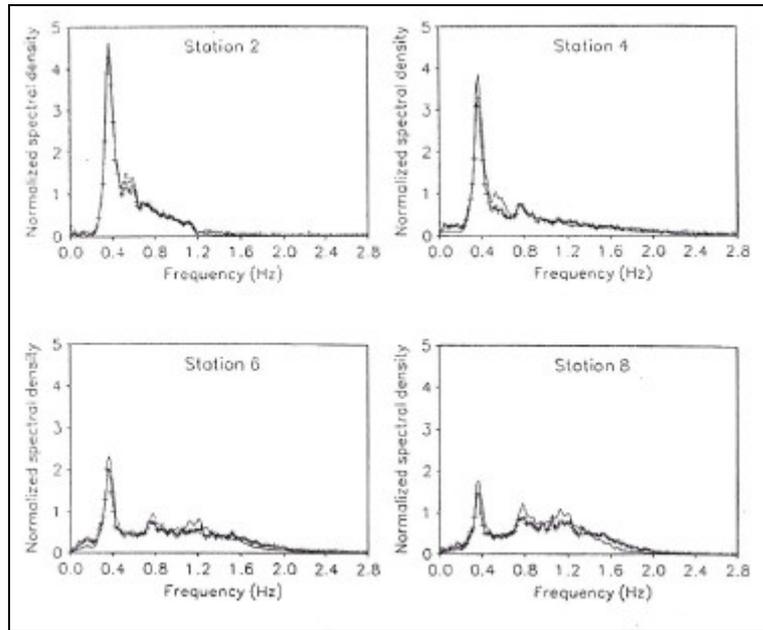


Fig. 2.25 – Confronto tra gli spettri di energia misurati in differenti posizioni per onda incidente con spettro JONSWAP, $f_p=0.4$ Hz. (-): onda non frangente, (+): frangimento plunging (Beji & Battjes, 1993)

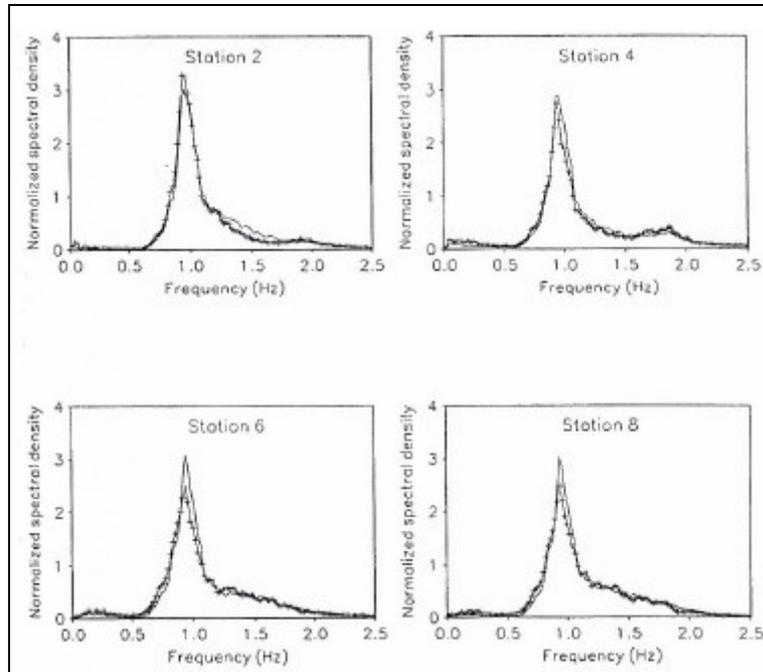


Fig. 2.26 – Confronto tra gli spettri di energia misurati in differenti posizioni per onda incidente con spettro JONSWAP, $f_p=0.4$ Hz. (-): onda non frangente, (+): frangimento plunging (Beji & Battjes, 1993)

2.6 Studi sperimentali di Ting & Kim sulla propagazione del moto ondoso al di sopra di un ostacolo rettangolare

Ting & Kim (1994) hanno condotto una serie di prove in canale finalizzate alla descrizione del campo di moto risultante dall'interazione tra un'onda regolare ed un ostacolo impermeabile rettangolare, in assenza di frangimento. Lo schema dell'installazione sperimentale è riportato in Fig. 2.27. Le misure di agitazione ondosa sono state eseguite in differenti posizioni del canale mediante sonde resistive montate su di un carrello mobile.

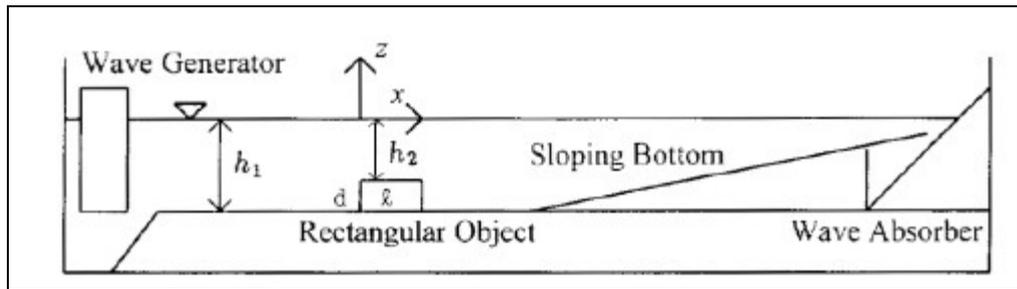


Fig. 2.27 – Schema dell'installazione sperimentale di Ting & Kim (1994)

Attraverso l'analisi dimensionale, gli Autori hanno evidenziato i parametri che influenzano l'elevazione del profilo trasversale, raggruppandoli nei seguenti prodotti adimensionali indipendenti:

$$\frac{h}{H_i} = f \left[\frac{h_2}{h_1}, \frac{l}{h_1}, \frac{H_i L^2}{h_1^3}, \frac{H_i L}{h_1^2}, \frac{\sqrt{g r^2 l^3}}{m}, \frac{x}{l}, \frac{t}{T} \right] \quad (2.12)$$

Le grandezze h_1 , h_2 , l definiscono la profondità del fondale e le caratteristiche dell'ostacolo (v. Fig. 2.23), H_i , T e L esprimono l'altezza, il periodo e la lunghezza d'onda incidente, r e m la densità e viscosità dell'acqua, x l'ascissa e t il tempo.

Il terzo prodotto adimensionale che compare nella (2.12) è il numero di Ursell, la cui importanza nei processi di propagazione non lineari è stata già evidenziata; il quarto prodotto ha la forma di un numero di Keulegan-Carpenter, ed influenza lo sviluppo dei vortici in corrispondenza dell'ostacolo; il quinto parametro ha la forma di un numero di Reynolds.

Gli Autori riportano i risultati di tre differenti prove, al variare della profondità e delle caratteristiche ondose incidenti, e mantenendo invariata la larghezza dell'ostacolo $l=60.96$ cm.

In Fig. 2.28 sono riportate le ampiezze delle armoniche, rapportate all'ampiezza dell'onda incidente, con riferimento a due diverse condizioni di non-linearità dell'onda incidente. Si osserva la modulazione della prima e della seconda armonica a largo dell'ostacolo, dovuta alla riflessione, che nel caso del fondale di minore profondità (a destra nella figura), sembra influenzare anche la terza armonica. A tergo dell'ostacolo ($x/l > 1$) l'ampiezza della seconda armonica si mantiene sostanzialmente costante, salvo una lieve oscillazione, che è più evidente nel grafico di destra, in cui, per effetto della bassa profondità, è da aspettarsi una maggiore importanza della componente *bound* di ordine 2, che si sovrappone alla *free wave* originatasi dal passaggio al di sopra della soglia.

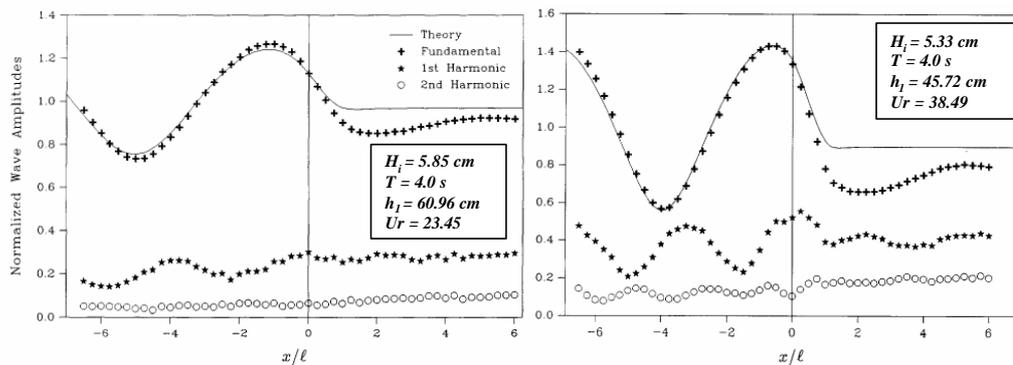


Fig. 2.28 – Ampiezze delle armoniche misurate al variare delle condizioni di prova (Ting & Kim, 1994)

2.7 Studi sperimentali di Losada *et al.* per ostacolo rettangolare di porosità variabile

Gli studi sperimentali di Losada *et al.* (1997) hanno investigato l'effetto della permeabilità della struttura sul processo di generazione delle armoniche e sul meccanismo di riflessione e trasmissione del moto ondoso. Gli Autori hanno esaminato tre diversi tipi di barriere rettangolari con la medesima geometria, ma con permeabilità diverse, nel caso di moto incidente regolare, ed in assenza di frangimento.

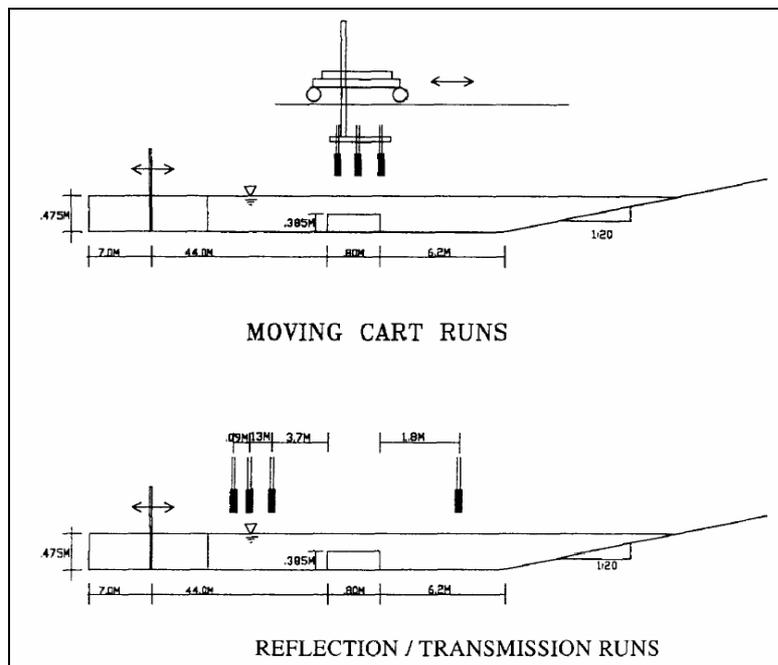


Fig. 2.29 – Schema dell'installazione sperimentale utilizzata da Losada *et al.* (1997)

Uno schema dell'installazione sperimentale utilizzata è riportato in Fig. 2.29. Le misure sono state effettuate utilizzando sette sonde resistive, di cui quattro collocate in posizioni fisse, per la misura delle caratteristiche dell'onda riflessa e trasmessa, e tre montate su di un carrello mobile. L'ostacolo rettangolare presenta larghezza 0.80 m ed altezza 0.385 m, mentre la profondità del canale h è pari a 0.475 m; la profondità al di sopra dell'ostacolo, pertanto, è pari a 9.0 cm.

Le prove sono state condotte in presenza di tre differenti tipi di strutture di forma rettangolare; la prima, impermeabile, realizzata in legno ed ancorata al fondo del canale, la seconda di piccola permeabilità (*fine permeable*), costruita mediante una rete metallica all'interno della quale è stata disposta della ghiaia di diametro $D_{50}=2.09$ cm e porosità 0.521, la terza, di maggiore permeabilità (*coarse permeable*), per la quale la rete metallica è stata riempita con cubetti di calcestruzzo di lato 3.0 cm, con porosità 0.62.

Nei test condotti per la misura delle caratteristiche ondose con le sonde montate su carrello mobile sono state simulate onde incidenti di periodo variabile tra 1.2 s e 1.8 s ed altezza variabile tra 1.96 cm e 4.29 cm, mentre per i test di riflessione e trasmissione sono state adottati periodi compresi tra 0.8 s e 2.7 s ed altezze comprese tra 2.53 cm e 3.32 cm.

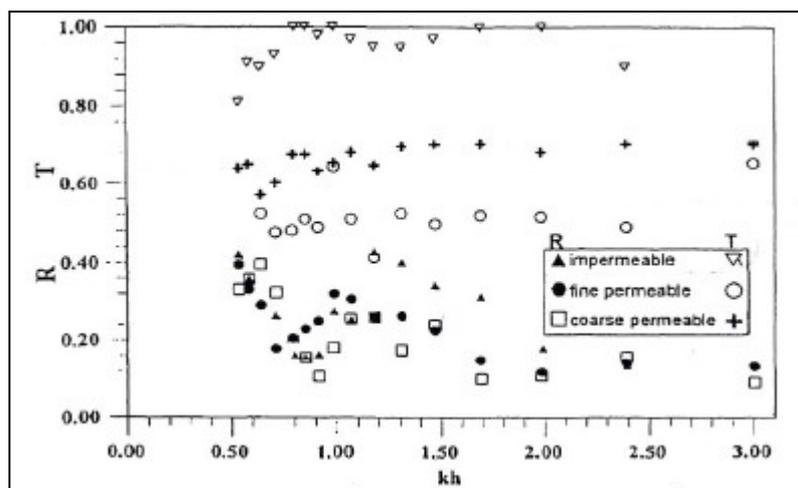


Fig. 2.30– Coefficienti di riflessione (R) e di trasmissione (T) misurati da Losada et al. (1997)

La Fig. 2.30 mostra i coefficienti di riflessione (R) e di trasmissione (T) in funzione del prodotto kh (profondità relativa).

Si osserva che il coefficiente riflessione assume i valori massimi per la struttura impermeabile, e decresce, seppure lievemente, al crescere della porosità. Per quanto riguarda la trasmissione, i valori maggiori corrispondono al caso della struttura impermeabile, mentre, per le strutture permeabili, i coefficienti di trasmissione sono più elevati per la struttura di maggiore porosità. I risultati sono poco influenzati dalla profondità relativa kh .

In Fig. 2.31 sono riportati i profili ondosi e gli spettri di energia in differenti posizioni del canale, nel caso della struttura impermeabile, per onda di periodo 1.8 s ed altezza 4.29 cm. L'origine $x=0$ è posta in corrispondenza della soglia dal lato *offshore*, e l'asse delle ascisse è diretto positivamente nel verso di propagazione dell'onda. In Fig. 2.32 sono riportate le stesse misure per il caso della struttura permeabile di maggiore porosità.

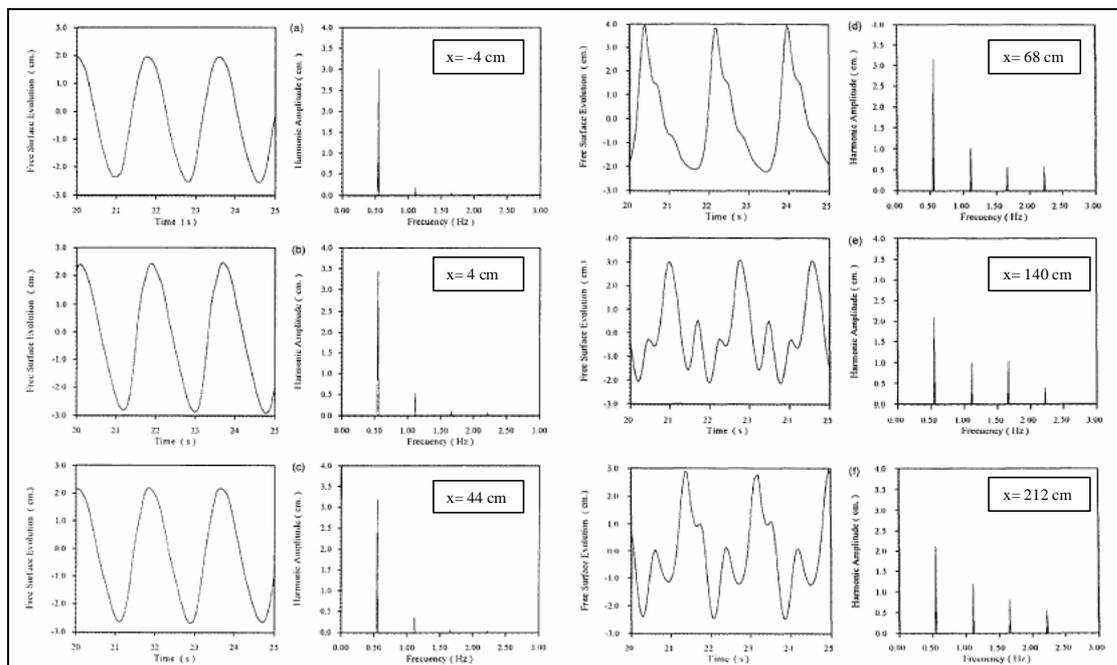


Fig. 2.31 – Profili ondosi e spettri di energia misurati a largo, al di sopra ed a tergo dell'ostacolo, per struttura impermeabile. $T=1.8$ s, $H=4.29$ cm. (Losada et al., 1997)

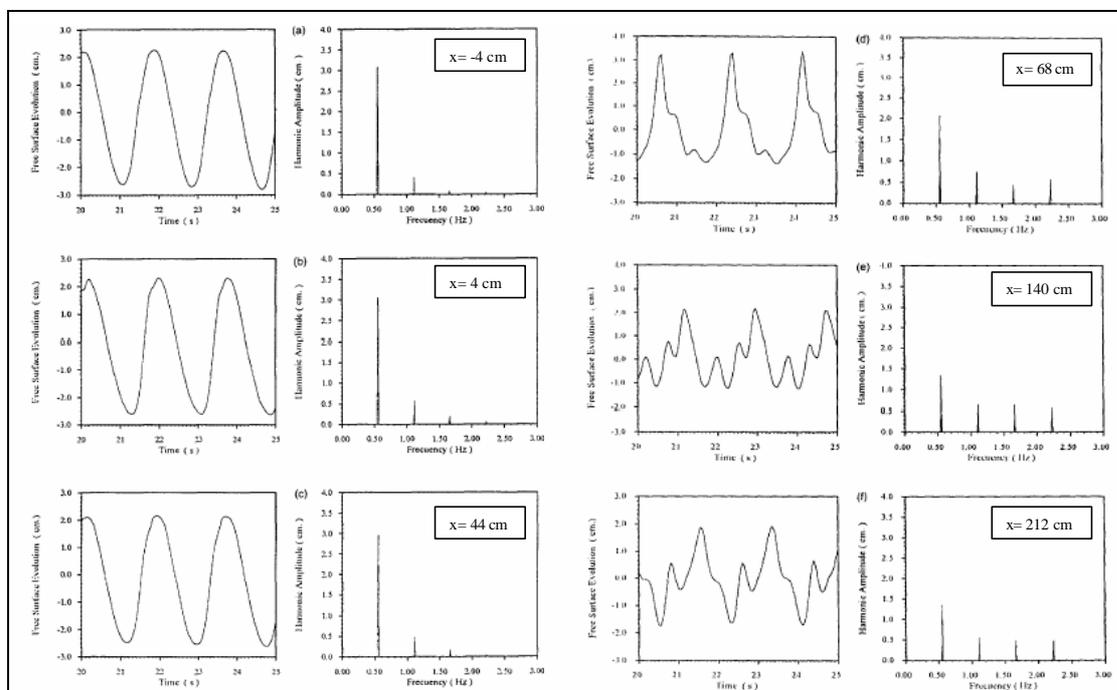


Fig. 2.32 – Profili ondosi e spettri di energia misurati a largo, al di sopra ed a tergo dell'ostacolo, per struttura permeabile di maggiore porosità. $T=1.8$ s, $H=4.29$ cm. (Losada et al., 1997)

Le misure risultano in accordo con quanto sinora evidenziato in casi analoghi; il moto ondoso è debolmente non lineare a largo dell'ostacolo, mentre presenta delle evidenti non linearità al di sopra di esso, con componenti armoniche di ordine superiore che si evidenziano sia dal profilo dell'onda, sia dallo spettro di energia. A tergo dell'ostacolo, si osserva la decomposizione del moto ondoso in varie onde di differente frequenza.

Nel caso della struttura permeabile si osserva una continua riduzione di energia portata dalla frequenza principale al di sopra della barriera, al contrario di quanto avviene per la struttura impermeabile; l'evoluzione del profilo al di sopra dell'ostacolo è molto simile al caso della struttura impermeabile, anche se il moto ondoso, nel complesso, è caratterizzato da un minore contenuto energetico delle superarmoniche. Tali fenomeni sono la conseguenza della dissipazione di energia dovuta alla porosità della barriera.

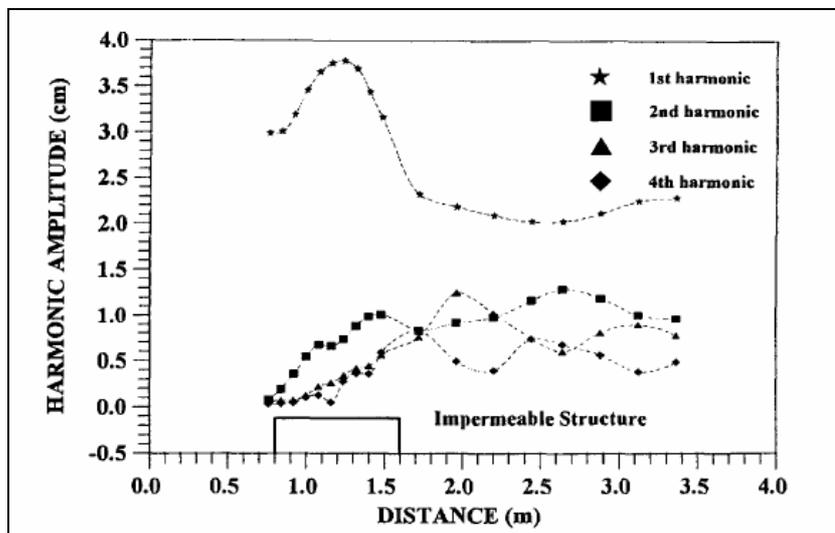


Fig. 2.33 – Ampiezze delle armoniche, per struttura impermeabile (Losada et al., 1997).

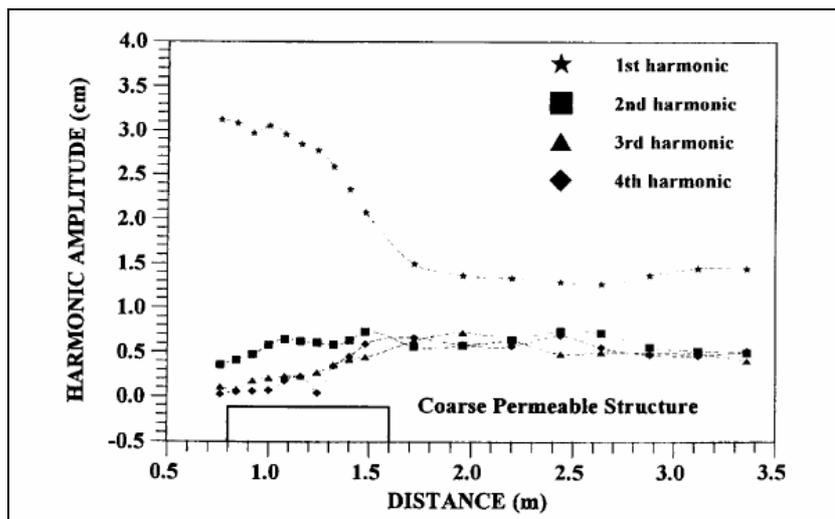


Fig. 2.34 – Ampiezze delle armoniche, per struttura permeabile di elevata porosità (Losada et al., 1997).

Le considerazioni svolte sono evidenziate in maggiore dettaglio nelle *Figg. 2.33* e *2.34*, nelle quali sono riportati gli andamenti delle ampiezze delle componenti armoniche per la struttura impermeabile e la struttura permeabile di maggiore porosità. Si osserva che la permeabilità induce una generale riduzione delle ampiezze delle armoniche; tuttavia, tale effetto sembra avere una influenza maggiore sulla prima e sulla seconda armonica rispetto alla terza ed alla quarta, il cui contenuto energetico, in qualche caso, supera quello della seconda armonica e diventa confrontabile con quello della prima.

2.8 Studio sperimentale di Goda & Morinobu sul frangimento del moto ondoso al di sopra di una soglia sommersa

Goda & Morinobu (1998) hanno condotto una serie di studi sperimentali finalizzati allo studio delle condizioni limite di frangimento su un fondale orizzontale preceduto da un tratto a pendenza variabile (v. *Fig. 2.35*).

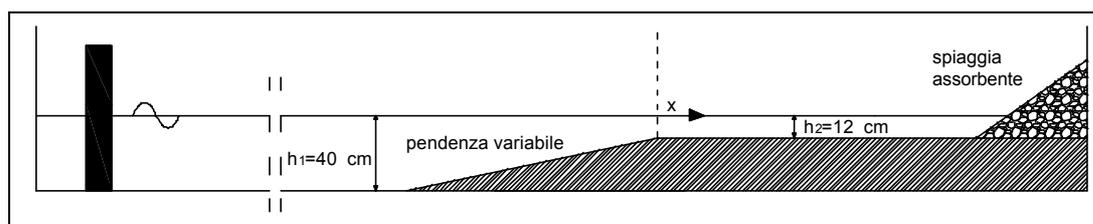


Fig. 2.35 – Schema delle prove di Goda & Morinobu (1998)

Le prove sono state condotte simulando condizioni di onda incidente regolare, con periodo variabile tra 0.74 s e 2.77 s. Per ciascun periodo è stato preliminarmente individuato il valore più basso di altezza d'onda per il quale si è verificato il frangimento sul tratto orizzontale a profondità h_2 ; successivamente, sono state generate onde di altezza inferiore e superiore al valore limite di frangimento, con intervalli di 2 mm. Sono stati testati cinque diversi valori di pendenza del tratto inclinato: 1/5, 1/10, 1/20, 1/40 e 1/80.

Gli Autori hanno osservato, al crescere della pendenza del paramento, una riduzione dell'altezza limite di frangimento. Tale risultato è in contrasto con quanto si verifica nel caso di onde frangenti su un fondale inclinato, in cui l'altezza frangente cresce al crescere della pendenza (v. Capitolo 3).

La spiegazione è stata attribuita alle diverse modalità con cui l'onda incidente interagisce con il fondale a seconda della pendenza. Per pendenze dolci, il moto ondoso si trasforma gradualmente e lo sviluppo delle componenti non lineari determina un aumento delle velocità orbitali in cresta, che facilita il fenomeno di frangimento, mentre, nel caso di pendenze elevate lo sviluppo delle non-linearità è incompleto, e sono da aspettarsi velocità orbitali inferiori.

Questo meccanismo suggerisce che, al crescere della pendenza, diminuiscono le velocità orbitali e quindi sono necessarie altezze d'onda maggiori perché si verifichi il frangimento.

Se, però, il tratto in pendenza è raccordato ad un tratto orizzontale, in corrispondenza del punto di discontinuità tra le due regioni, si originano, accanto alle componenti di tipo *bound*, componenti armoniche di tipo *free wave* al secondo ordine (Fig. 2.36), come osservato nel capitolo precedente. Tali componenti sono più importanti quanto più la discontinuità è accentuata, cioè quanto maggiore è la pendenza del paramento inclinato; nel caso limite di pendenza infinita, il problema si riconduce a quello della soglia di lunghezza infinita.

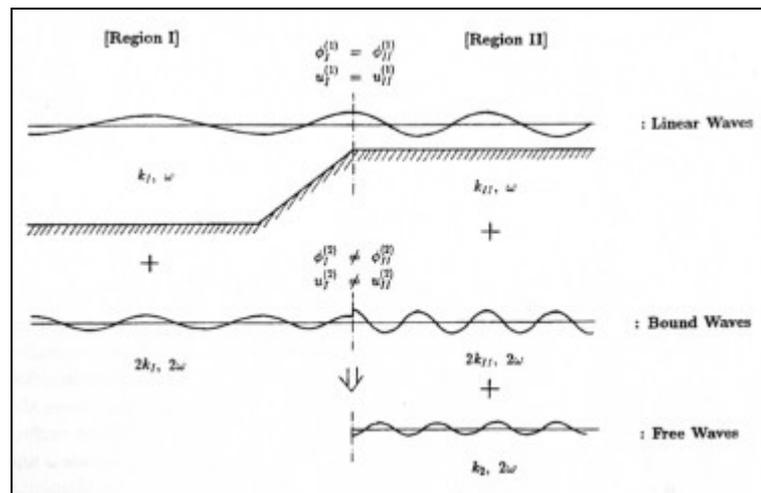


Fig. 2.36 – Meccanismo di generazione di armoniche di ordine superiore nel punto di discontinuità del fondale (Goda & Morinobu, 1998)

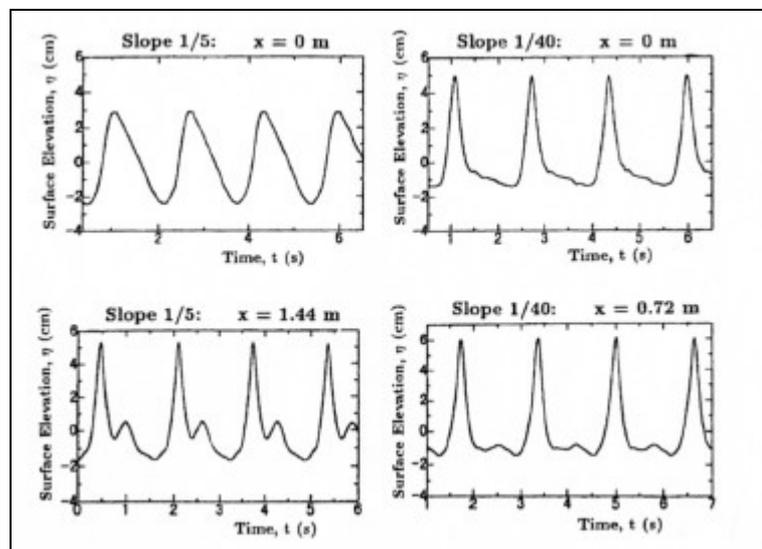


Fig. 2.37 – Misura dell'elevazione ondosa nel punto di raccordo e al di sopra della soglia orizzontale (Goda & Morinobu, 1998)

La presenza delle *free wave*, che hanno una celerità inferiore alle corrispondenti *bound wave* di uguale frequenza, unita al fatto che, localmente, possono verificarsi valori elevati di altezza

delle superarmoniche per effetto della loro interazione, facilita l'insorgere del frangimento, che, pertanto, è tanto più favorito quanto più la pendenza del tratto di raccordo è elevata.

In Fig. 2.37 sono riportate le misure dei profili ondosi in corrispondenza del punto di raccordo tra i due tratti di fondale ($x=0$) e in un punto al di sopra della soglia orizzontale. Si evidenzia che, nel caso del tratto inclinato di pendenza più elevata, il profilo ondoso presenta, nel punto di raccordo tra le due pendenze, una forma a dente di sega, tipica delle onde frangenti o immediatamente prossime al frangimento. Il profilo sul tratto orizzontale risulta, in entrambi i casi, dalla sovrapposizione di un'onda fortemente non lineare, caratterizzata da creste molto appuntite e cavi appiattiti, e di un'onda secondaria, che ha uno sviluppo molto più evidente nel caso della pendenza maggiore.

2.9 Studio sperimentale di Yamashiro *et al.* su barriera sommersa di forma trapezoidale

Yamashiro *et al.* (1999) hanno condotto degli studi sperimentali in canale utilizzando onde incidenti regolari di periodi 1.20 s, 1.43 s, 1.79 s, ed altezze 2 cm, 4 cm e 6 cm. Ulteriori prove sono state condotte con onde irregolari, utilizzando i valori riportati come periodi ed altezze significative.

Uno schema dell'installazione sperimentale utilizzata è riportato in Fig. 2.38. Gli Autori hanno utilizzato due diverse larghezze del coronamento della barriera B (pari a $2h$ e $4h$, essendo $h=0.38$ cm il tirante nel canale) e tre differenti valori del *freeboard* al di sopra del coronamento della barriera (pari a $0.1h$, $0.2h$ e $0.3h$). La barriera è di forma trapezoidale con paramenti di pendenza 1/1.

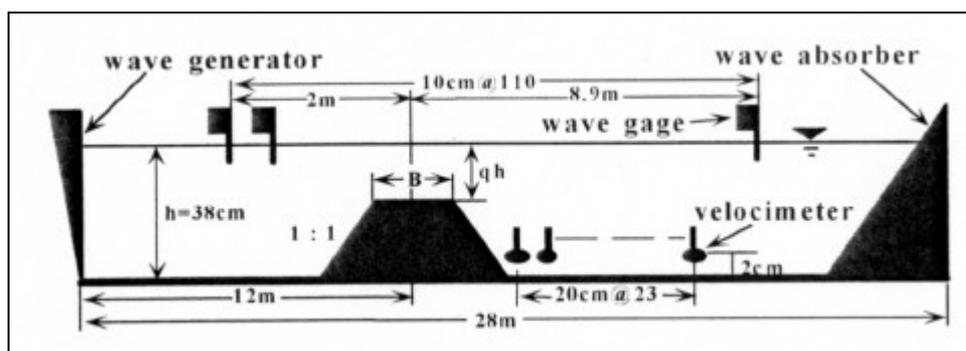


Fig. 2.38– Schema sperimentale utilizzato da Yamashiro *et al.* (1999)

Al variare delle condizioni ondose, in alcune delle prove effettuate si è verificato il frangimento delle onde al di sopra della barriera.

In Fig. 2.39 sono riportati gli spettri di energia dell'onda incidente e dell'onda trasmessa a tergo della struttura, relativi alla prova con onda di altezza $H=4$ cm, periodo $T=1.43$ s, larghezza della diga $B=2h$, *freeboard* della struttura $0.2h$.

Nel caso di onda regolare, lo spettro di energia a tergo della barriera evidenzia la presenza di armoniche di ordine superiore, generatesi nel passaggio al di sopra della struttura; tale effetto è osservabile anche per l'onda irregolare, che presenta, nell'area protetta, una distribuzione spettrale che si estende verso le frequenze più elevate.

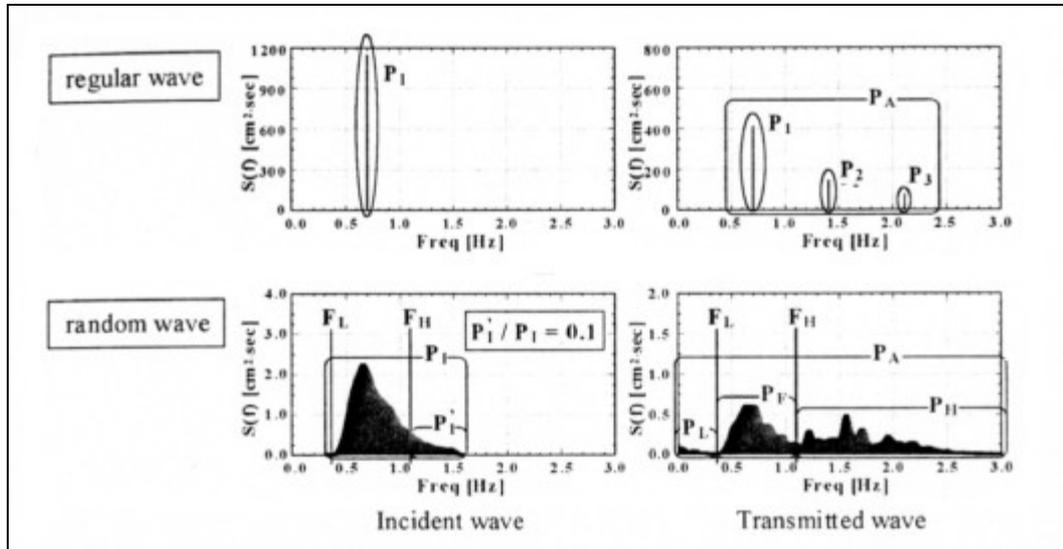


Fig. 2.39– Spettri di energia dell'onda incidente e trasmessa (Yamashiro et al., 1999)

Con riferimento all'onda regolare, indicando con P_A il contenuto energetico complessivo dello spettro d'onda trasmesso, e con P_1, P_2, P_3 i contenuti energetici della prima, seconda e terza armonica, le modificazioni dello spettro ondoso risultano efficacemente descritte dai rapporti $P_1/P_A, P_2/P_A, P_3/P_A$, che esprimono la potenza relativa della armonica i -esima.

Nel caso dell'onda irregolare, gli Autori propongono altre grandezze, rappresentative del contenuto energetico delle frequenze più basse e delle frequenze più alte. In particolare, con riferimento alla Fig. 2.39, la “bassa frequenza” F_L è uguale al valore minimo di frequenza della distribuzione spettrale incidente, mentre il valore di “alta frequenza” F_H è quello al di sopra del quale è distribuito il 10% dell'energia dell'onda incidente. Le grandezze P_L, P_F, P_H si ottengono integrando lo spettro, rispettivamente, nell'intervallo $[0, F_L], [F_L, F_H]$, e per $f > F_H$ e rappresentano, rispettivamente, il contenuto energetico dello spettro “in bassa frequenza”, nel range dello spettro incidente e in “alta frequenza”.

Nella Fig. 2.40, con riferimento a due diverse larghezze della diga, sono riportati gli andamenti delle potenze relative delle armoniche in funzione delle condizioni ondose incidenti, che sono descritte attraverso il seguente parametro di non-linearità:

$$\Pi = \frac{H}{L_q} \coth^3(k_q h_q) \quad (2.13)$$

in cui H è l'altezza d'onda incidente, h_q la profondità al di sopra della barriera, e L_q, k_q , rispettivamente, lunghezza ed il numero d'onda al di sopra della barriera.

Gli Autori osservano che, per le onde di altezza più bassa, caratterizzate dall'assenza di frangimento, l'andamento delle potenze relative è alquanto irregolare, e caratterizzato da una progressiva crescita del contenuto energetico delle superarmoniche, in particolare della seconda.

Al crescere di P , le potenze relative sembrano tendere ad un valore costante. Tale risultato è stato attribuito dagli Autori all'effetto del frangimento, che sembra quindi limitare la crescita e la propagazione delle armoniche di ordine superiore.

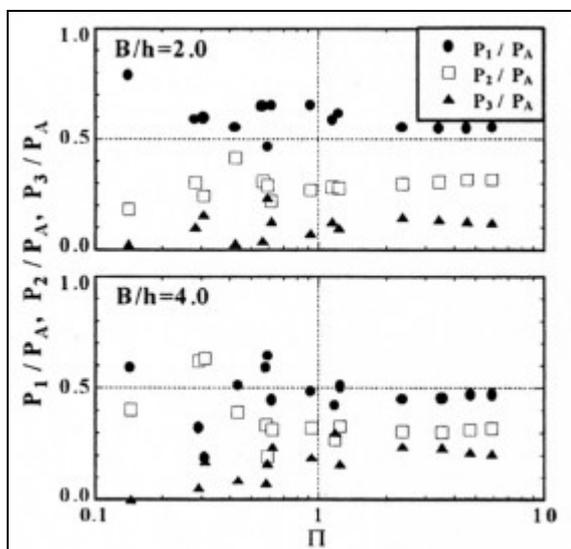


Fig. 2.40 – Andamento delle potenze relative delle armoniche, al variare delle caratteristiche del moto ondoso incidente (Yamashiro et al., 1999)

2.10 Studio di Van der Meer et al. sulle modificazioni dello spettro ondoso a tergo di una barriera sommersa

Van der Meer et al. (2000) hanno investigato le modificazioni dello spettro ondoso a tergo di una struttura sommersa, mediante prove sperimentali in canale con onde incidenti irregolari. Gli Autori hanno adottato un fattore di scala per le lunghezze di 1:15; i risultati commentati nel seguito sono espressi in scala del prototipo.

Le prove sono state eseguite per diversi valori del tirante idrico, compresi tra 4.5 m e 7.0 m, per altezza d'onda significativa incidente H_{m0} compresa tra 1.3 m e 2.2 m, e per due diversi valori del periodo di picco T_p , pari a 5.0 s e 7.0 s.

Nel corso delle prove, sono state utilizzate varie tipologie di struttura sommersa, come riportato nella Fig. 2.41. Il rapporto tra il *freeboard* (R_c) al di sopra del coronamento della struttura e l'altezza significativa è stato fatto variare tra 0 (corrispondente al caso di barriera con cresta sul livello medio mare) e 1.0.

Il confronto tra le caratteristiche del moto ondoso a largo e a tergo della struttura mostra una generale riduzione del contenuto energetico dell'onda, ed un cambiamento della forma dello spettro, caratterizzato, per l'onda trasmessa, da una maggiore distribuzione di energia sulle frequenze più elevate rispetto all'onda incidente, come già evidenziato dagli studi precedentemente esaminati. Tali considerazioni sono espresse in maniera efficace confrontando i momenti delle distribuzioni spettrali.

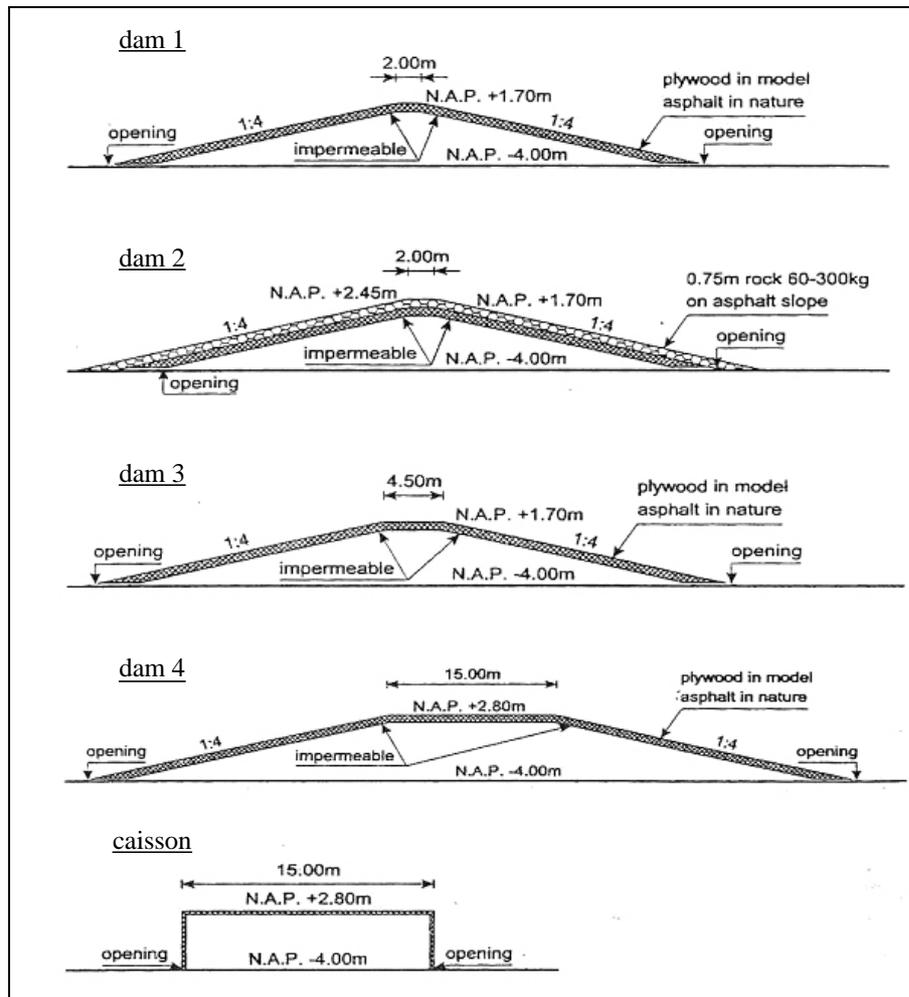


Fig. 2.41 – Modelli delle strutture utilizzate per i test di Van der Meer et al. (2000)

Indicando con $E(f)$ la funzione che definisce la densità spettrale, si definisce momento di ordine n dello spettro l'integrale:

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n E(f) df \quad (2.14)$$

In particolare, l'altezza significativa spettrale è legata al momento di ordine zero dalla relazione:

$$H_{m0} = 4\sqrt{m_0} \quad (2.15)$$

mentre, per la stima del periodo medio spettrale, gli Autori propongono di utilizzare il seguente rapporto:

$$T_m = T_{02} = \left(\frac{m_0}{m_2} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\int_0^{\infty} E(f) df}{\int_0^{\infty} f^2 E(f) df} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.16)$$

Il rapporto tra le altezze d'onda trasmessa ed incidente (coefficiente di trasmissione) è espresso, in termini di momenti spettrali come:

$$k_t = \sqrt{\frac{(m_0)_t}{(m_0)_i}} \quad (2.17)$$

Nelle Fig. 2.42 e 2.43 sono riportati i rapporti tra il periodo di picco dell'onda trasmessa a tergo della barriera e dell'onda incidente, in funzione del coefficiente di trasmissione. Si evidenzia che l'interazione onda-barriera non comporta una sostanziale alterazione del periodo di picco, per tutti i tipi di struttura esaminati.

Il periodo medio spettrale, al contrario, si modifica nell'interazione con la barriera, e, in particolare, per effetto della maggiore distribuzione di energia sulle frequenze più elevate, tende ad assumere, a tergo della struttura, valori minori rispetto a quelli di largo. Per coefficienti di trasmissione superiori a 0.15 il rapporto tra i periodi medi a tergo e a largo della struttura sembra tendere ad valore costante di circa 0.62.

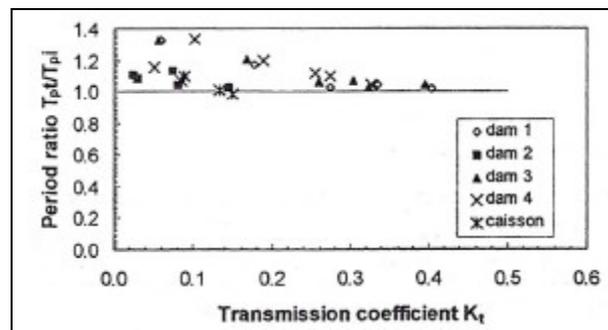


Fig. 2.42 – Rapporto tra i periodi di picco dell'onda trasmessa e incidente (Van der Meer et al., 2000)

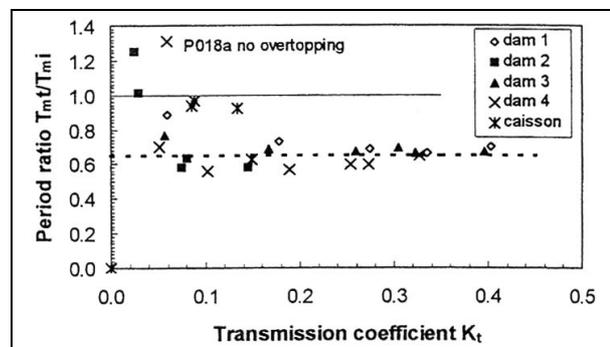


Fig. 2.43 – Rapporto tra i periodi medi T_{02} dell'onda trasmessa e incidente (Van der Meer et al., 2000)

Sulla base delle osservazioni effettuate, gli Autori propongono un metodo per rappresentare lo spettro trasmesso, basato sulla forma dello spettro incidente e sul coefficiente di trasmissione k_t . Il metodo è basato sull'osservazione che, indicando con f_p la frequenza di picco, gli spettri misurati a tergo della struttura, al variare delle condizioni di prova, mostrano, generalmente, un contenuto costante di energia nell'intervallo $[1.5 f_p, 3.5 f_p]$ nel quale è distribuito circa il 40% dell'energia ondosa complessiva.

Generalizzando il risultato, ed assumendo il valore $1.5 f_p$ come rappresentativo del limite tra "alta" e "bassa" frequenza, lo spettro proposto dagli Autori per l'onda trasmessa presenta la stessa forma dello spettro incidente per frequenze minori a $1.5 f_p$, ed una densità costante per frequenze comprese tra $1.5 f_p$ e $3.5 f_p$; il contenuto energetico di questa ultima parte dello spettro, che contiene il contributo delle frequenze più elevate, è pari al 40% dell'energia complessiva dell'onda trasmessa, valutata in base al coefficiente di trasmissione.

Lo spettro trasmesso proposto è riportato in Fig. 2.44.

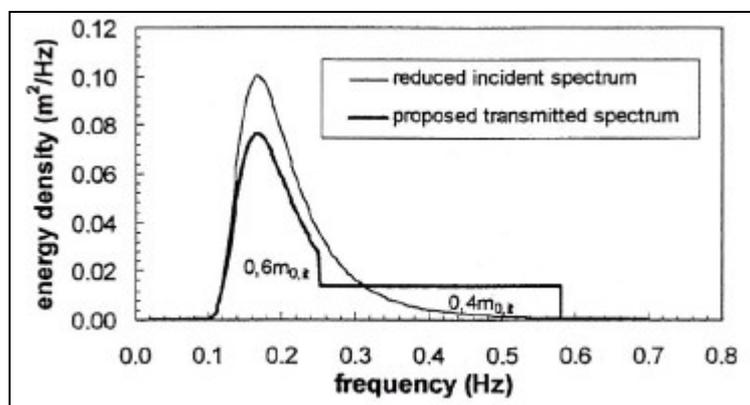


Fig. 2.44 – Forma dello spettro trasmesso proposta da Van der Meer et al (2000)

2.11 Studio di Bleck & Oumeraci sulle modificazioni dello spettro di energia a tergo di una struttura rettangolare

Il lavoro sperimentale di Bleck & Oumeraci (2001), analogamente a quello esaminato nel paragrafo precedente, è incentrato sulle modificazioni delle caratteristiche spettrali del moto ondoso indotte dalla presenza di una barriera sommersa. Le prove sono state condotte in presenza di ostacolo rettangolare impermeabile con diversi valori di altezza ($h=0.40 m, 0.50 m, 0.60 m$) e larghezza ($B=0.5 m, 1.0 m$); la profondità del canale è stata mantenuta costante, e pari a $0.70 m$.

Lo schema dell'installazione sperimentale utilizzata è illustrato in Fig. 2.45.

Nel corso delle prove sono state generate onde incidenti regolari ed irregolari, con spettro di tipo JONSWAP, facendo variare l'altezza significativa ed il periodo di picco secondo lo schema di Tab. 2.2.

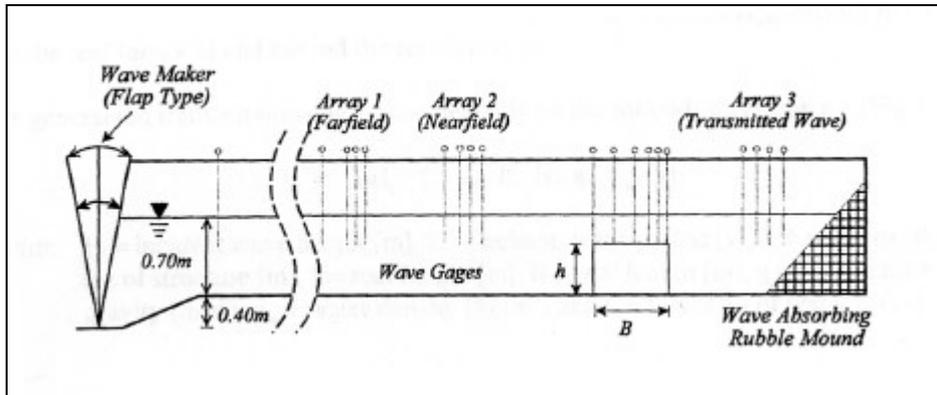


Fig. 2.45 – Schema dell'installazione sperimentale utilizzata da Bleck & Oumeraci (2001)

H_s (cm)	T_p (s)								
	1.1	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	6.0
8.0	x	x	x	x	x	x	x	x	x
12.0	x	x	x	x	x	x	x	x	
16.0	x	x	x	x	x	x			
20.0	x	x	x	x	x				

Tab. 2.2 – Condizioni ondose simulate da Bleck & Oumeraci (2001)

Per la stima del periodo medio spettrale gli Autori hanno utilizzato i rapporti:

$$T_{01} = \frac{m_0}{m_1} = \frac{\int_0^{\infty} E(f) df}{\int_0^{\infty} f E(f) df} \quad (2.18)$$

$$T_{-10} = \frac{m_{-1}}{m_0} = \frac{\int_0^{\infty} f^{-1} E(f) df}{\int_0^{\infty} E(f) df} \quad (2.19)$$

Entrambi i periodi sono calcolati dalla media delle frequenze della distribuzione spettrale, pesate per la rispettiva densità di energia; il periodo T_{01} tiene in conto principalmente l'effetto delle alte frequenze, mentre il periodo T_{-10} porta in conto maggiormente i contributi delle frequenze più basse.

Come precedentemente osservato, lo spettro trasmesso ha, rispetto allo spettro dell'onda incidente, un minore contenuto energetico ed una diversa forma, per effetto del trasferimento di energia alle armoniche di frequenza più elevata (Fig. 2.46).

L'attenzione degli Autori è stata inizialmente rivolta alla stima del coefficiente di trasmissione. L'analisi dei risultati sperimentali ha condotto alla proposta della seguente

formula di regressione, che lega il valore del coefficiente di trasmissione al rapporto tra la profondità al di sopra dell'ostacolo (d_r) e l'altezza dell'onda incidente.

$$k_t = 1.0 - 0.83 e^{\left(-0.72 \frac{d_r}{H_i}\right)} \quad (2.20)$$

La formula (2.18) mostra una buona correlazione con i dati sperimentali, nonostante non tenga conto della larghezza dell'ostacolo, che pure influenza, in linea di principio, la trasmissione del moto ondoso nell'area protetta.

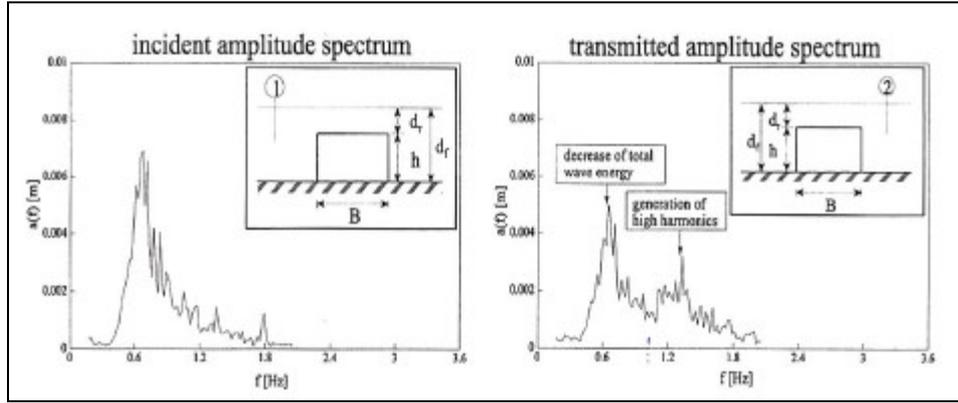


Fig.. 2.46 – Confronto tra lo spettro incidente e lo spettro trasmesso (Bleck & Oumeraci, 2001)

Successivamente, gli Autori hanno investigato le modificazioni del periodo ondoso nel passaggio al di sopra dell'ostacolo.

Dalla Fig. 2.46 si nota che, pur variando la forma dello spettro, il periodo di picco rimane invariato; questo risultato è stato osservato per tutte le prove condotte.

Per quanto riguarda il periodo medio T_{-10} , gli Autori propongono una formula che lega tale parametro al coefficiente di trasmissione. Infatti, tenendo conto della definizione di coefficiente di trasmissione, risulta:

$$\frac{(T_{-10})_t}{(T_{-10})_i} = \frac{(m_{-1})_t \cdot (m_0)_i}{(m_0)_t \cdot (m_{-1})_i} = \frac{(m_{-1})_t}{(m_0)_t} \frac{1}{k_t^2} = \frac{k_{m-1}}{k_t^2} \quad (2.21)$$

avendo definito il coefficiente di trasmissione di ordine (-1) come rapporto tra i rispettivi momenti dello spettro dell'onda trasmessa ed incidente:

$$k_{m-1} = \frac{(m_{-1})_t}{(m_{-1})_i} \quad (2.22)$$

Per il coefficiente k_{m-1} gli Autori propongono, dall'analisi dei risultati sperimentali, una formula di regressione, che dipende dalla profondità relativa al di sopra dell'ostacolo, analoga alla (2.20):

$$k_{m-1} = 1.0 - 1.17 e^{\left(-0.55 \frac{d_r}{H_i}\right)} \quad (2.23)$$

Combinando le due formule si ottiene:

$$\frac{(T_{-10})_t}{(T_{-10})_i} = \frac{1.0 - 1.17 e^{\left(-0.55 \frac{d_r}{H_i}\right)}}{\left[1.0 - 0.83 e^{\left(-0.72 \frac{d_r}{H_i}\right)}\right]^2} \quad (2.24)$$

La Fig. 2.47 mostra il confronto tra i valori misurati di periodo medio spettrale e quelli calcolati, che evidenziano la buona accuratezza della formula proposta.

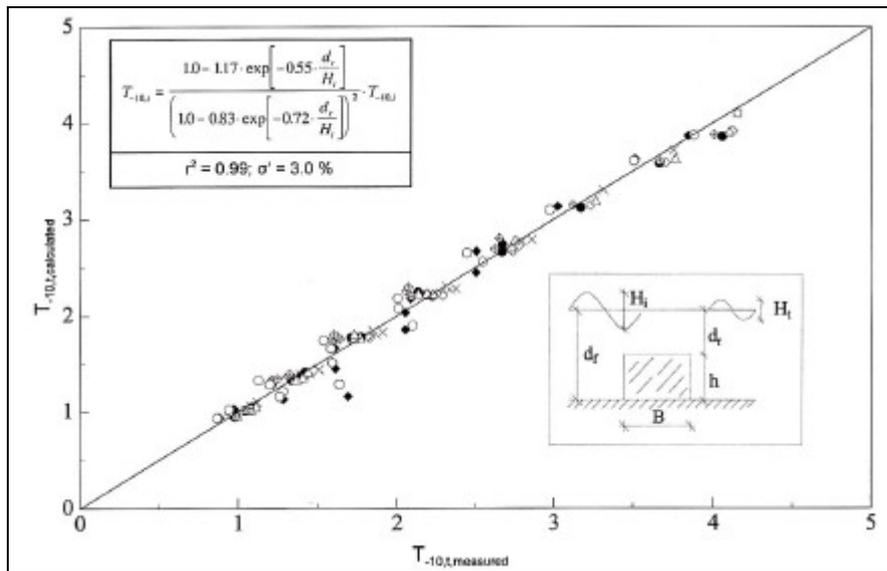


Fig. 2.47 – Accuratezza della formula proposta da Bleck & Oumeraci (2001)

Capitolo 3. Il frangimento del moto ondoso nell'interazione onda-barriera

3.1 Generalità

Nei casi in cui si verifica il frangimento al di sopra della barriera, il meccanismo di interazione tra l'onda e la struttura ne risulta profondamente influenzato, a causa degli intensi effetti dissipativi che il processo comporta; tale influenza è stata, sia pure parzialmente, messa in evidenza in alcuni dei lavori sperimentali esaminati nel capitolo precedente.

Data l'importanza del fenomeno, il presente capitolo è dedicato alla descrizione delle principali caratteristiche del frangimento del moto ondoso, con particolare attenzione alle diverse forme con cui esso si può presentare.

In particolare, nella prima parte del capitolo sono descritte le caratteristiche del frangimento su spiagge naturali, mentre la seconda parte è dedicata allo studio del frangimento su strutture sommerse.

3.2 Tipologie di frangimento su spiagge naturali

Il frangimento può essere definito come la trasformazione del moto ondoso da irrotazionale a rotazionale, caratterizzato dalla generazione di vortici e di turbolenza; secondo un classico schema idrodinamico, esso ha luogo quando la velocità orizzontale sulla cresta dell'onda eguaglia e supera la celerità di propagazione.

Il frangimento sulle spiagge naturali può avvenire in forme diverse, in relazione alle caratteristiche del fondale e del moto ondoso incidente. Nonostante le comprensibili difficoltà di classificazione, le forme di frangimento che tipicamente si presentano su spiagge naturali sono suddivisibili in quattro categorie, denominate *spilling*, *plunging*, *surging* e *collapsing* (Galvin, 1968, 1969).

3.2.1 Frangimenti di tipo *spilling* e *plunging*

Il frangimento di tipo *spilling* si osserva in presenza di onde di ripidità relativamente elevata che si propagano su un fondale a dolce pendenza. Le fasi essenziali di tale meccanismo di frangimento sono illustrate in Fig. 3.1.

Si osserva che la rottura del profilo avviene sulla cresta dell'onda, generando una superficie irregolare mista di aria ed acqua (*surface roller*), che progressivamente accresce le proprie dimensioni fino ad occupare tutto il volume idrico compreso tra la cresta ed il cavo.

Il frangente mantiene all'incirca una forma simmetrica e, fino a quando il *surface roller* è piccolo rispetto al corpo dell'onda (fasi da 1 a 3 nella Fig. 3.1), il profilo presenta caratteristiche analoghe a quelle di un'onda solitaria.

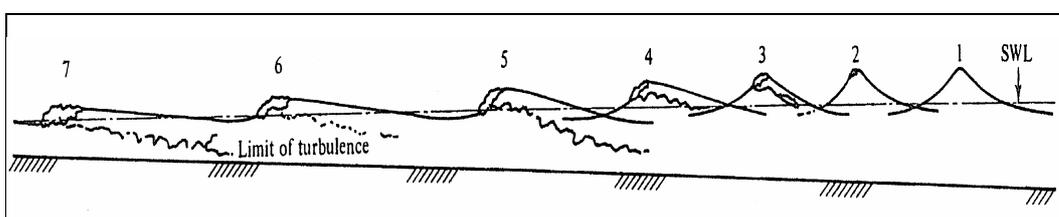


Fig. 3.1 - Schematizzazione delle fasi di un frangimento di tipo *spilling*

Il frangimento di tipo *plunging* si osserva, generalmente, su spiagge con pendenza più elevata rispetto al caso del frangimento *spilling*. Le fasi essenziali di tale forma di frangimento sono illustrate in Fig. 3.2.

Si nota che, nelle fasi iniziali, il profilo ondoso è analogo a quello corrispondente al frangimento *spilling*, caratterizzato da una elevata ripidità, e simile a quello di un'onda solitaria; successivamente, la cresta dell'onda, che viaggia ad una velocità maggiore rispetto alla celerità, stramazza in avanti colpendo la superficie idrica nel cavo (*plunge point*). Per effetto della caduta della cresta, si verifica l'intrappolamento di una sacca d'aria all'interno del profilo ondoso, e, successivamente all'impatto, il sollevamento di un getto (*splash*), la cui intensità dipende dall'altezza della cresta. Successivamente, il frangente evolve in una forma d'onda simile ad un risalto idraulico, riconoscibile da un vasto fronte areato (*surface roller*) analogamente al caso del frangimento *spilling*.

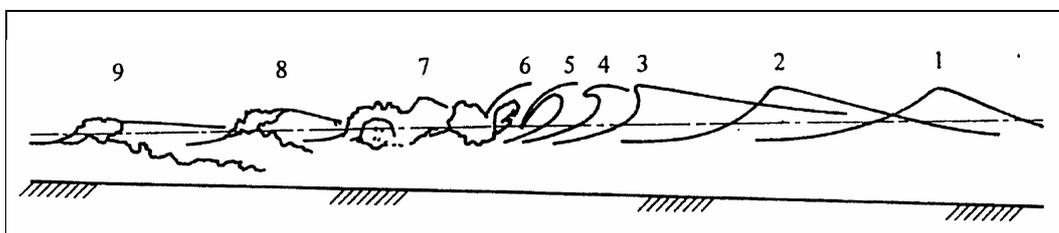


Fig. 3.2 - Schematizzazione delle fasi di un frangimento di tipo *plunging*

In Fig. 3.3 sono evidenziate le fasi centrali del frangimento *plunging*, in cui la cresta dell'onda si ripiega su se stessa e ricade all'interno del cavo nel *plunge point*.

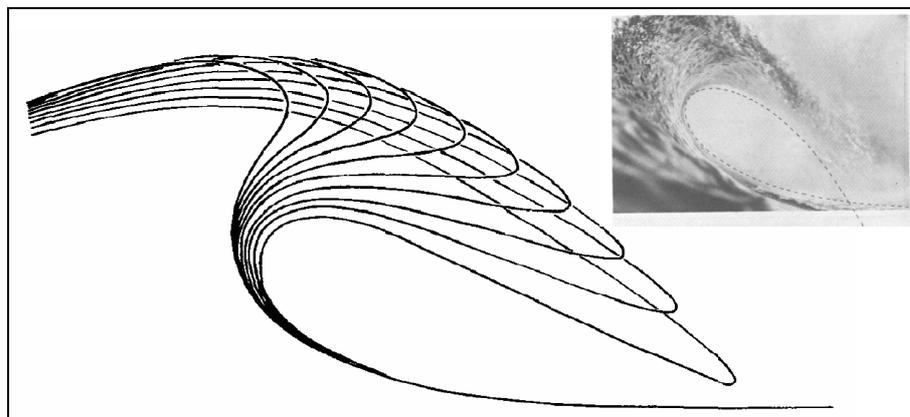


Fig. 3.3 – Evoluzione della cresta dell'onda in un frangimento plunging (Peregrine, 1983)

Basco (1985) ha messo in evidenza come i meccanismi idrodinamici che governano i frangimenti di tipo *spilling* e *plunging* siano fondamentalmente analoghi, e riconducibili alla formazione di due vortici, di cui uno, localizzato sulla superficie dell'onda, è il *surface roller*, e l'altro, localizzato al di sotto della cresta, viene dall'Autore denominato *plunger vortex*. Ciò che distingue le due tipologie di frangimento è la scala dei due vortici.

In Fig. 3.4 sono riprodotte le fasi essenziali di un frangimento *plunging*, secondo lo schema proposto da Basco, che possono essere così schematizzate.

1. Il frangimento ha inizio.
2. Dalla cresta dell'onda si distacca un getto *plunging*, che colpisce il cavo dell'onda nel *plunge point*.
3. La quantità di moto del getto crea un primo disturbo della superficie libera (*splash*).
4. La quantità di moto del getto *plunging* permette ad esso di penetrare nel cavo dell'onda. Poiché nel cavo le componenti orizzontali di velocità sono dirette in senso opposto alla direzione di propagazione, il getto *plunging* viene sospinto all'indietro verso la cresta, dove le velocità sono dirette nel verso di propagazione. La presenza concomitante di velocità secondo versi opposti favorisce la formazione di un vortice immediatamente al di sotto la cresta (*plunger vortex*).
5. Il cuscino d'aria intrappolato dal *plunger vortex* viene compresso, con la formazione di bolle d'aria all'interno della massa d'acqua. In alcuni casi esso viene repentinamente espulso dal frangente.
6. Lo *splash* generato dal getto *plunging* si proietta in avanti, ricade sulla superficie idrica e forma un *surface roller* simile a quello di un risalto idraulico.
7. Il *plunger vortex* trasla orizzontalmente, generando un'onda secondaria; allo stesso tempo, la spinta esercitata provoca un aumento della dimensione del *surface roller*.
8. Il piede del *surface roller* scivola lungo il cavo dell'onda fino a riempire l'intero volume idrico compreso tra la cresta e il cavo.
9. Il *plunger vortex* progressivamente tende a dissolversi all'interno della massa liquida, mentre l'onda secondaria continua a propagarsi in avanti, sormontata dal *surface roller*.

10. Quando il *surface roller* raggiunge la sua posizione di equilibrio, ossia quando il piede del vortice raggiunge il cavo dell'onda, la forma del frangente tende a stabilizzarsi.

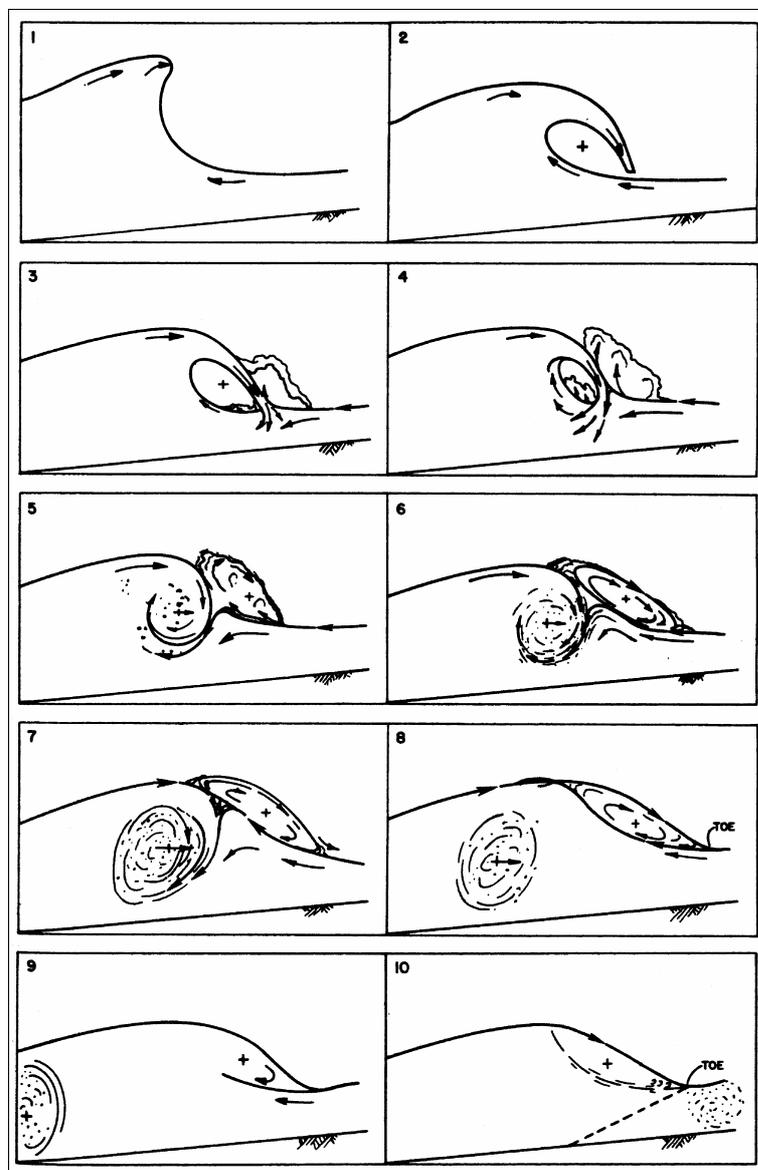


Fig. 3.4 - Fasi di un frangimento plunging secondo la descrizione di Basco (1985)

Nell'ambito dell'approccio seguito, le fasi descritte sono presenti anche nel frangimento *spilling*. Tuttavia, in tale caso, il getto *plunging* è di modesta entità e genera un piccolo *plunger vortex* e, almeno inizialmente, un piccolo *surface roller*. Quest'ultimo accresce progressivamente le proprie dimensioni fino a raggiungere una configurazione di equilibrio, analogamente alle fasi 8-10 illustrate in precedenza; al contrario, il piccolo *plunger vortex* tende a dissolversi rapidamente nella massa idrica, e l'onda secondaria da esso generata appare solo come un piccolo disturbo sovrapposto all'onda principale.

Pertanto, la differenza tra il frangimento *spilling* ed il frangimento *plunging* sembra essere legata unicamente alle dimensioni dei due vortici (Fig. 3.5); per i frangimenti *spilling* il *surface roller* è di gran lunga più importante, mentre nel caso dei frangimenti *plunging* i due vortici, almeno nelle fasi iniziali, hanno importanza confrontabile.

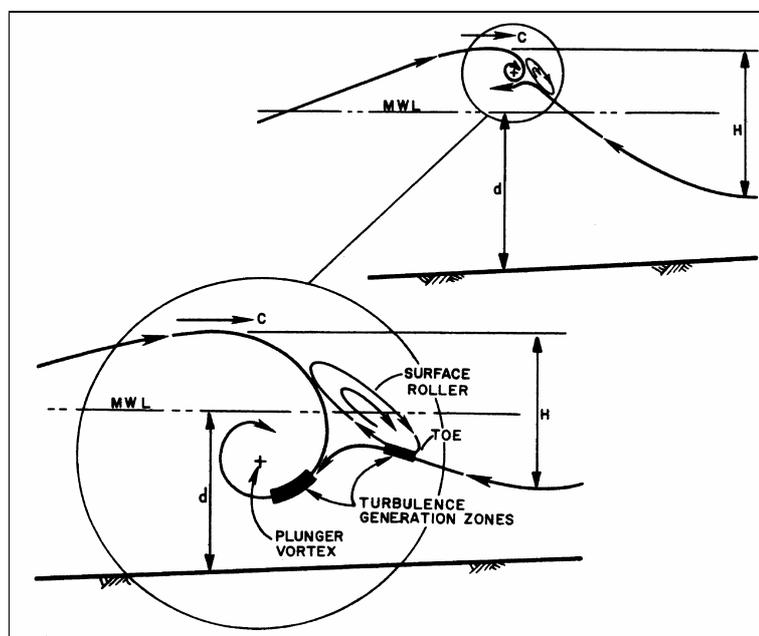


Fig. 3.5 – Surface roller e plunger vortex nei frangimenti *spilling* e *plunging* (Basco, 1985)

Per quanto evidenziato, i frangimenti *spilling* e *plunging* hanno origine dallo stesso meccanismo, ed è quindi comprensibile che tra tali forme possa esistere uno spettro continuo di condizioni intermedie (i cosiddetti frangenti *spilling-plunging*), in relazione alla dimensione e quantità di moto del getto iniziale o , che è lo stesso, dalle dimensioni relative dei due vortici.

Si evidenzia che nei frangimenti di tipo *spilling* e *plunging* la rottura dell'onda avviene in corrispondenza della cresta del profilo.

3.2.2 Frangimenti di tipo *surging* e *collapsing*

I frangimenti di tipo *surging* si verificano normalmente su fondali di pendenza elevata. Tale forma di frangimento è caratterizzata dal fatto che la cresta dell'onda rimane intatta, mentre la parte più depressa del profilo ondoso, in cui è presente una modesta zona areata, risale rapidamente lungo la spiaggia (Fig. 3.6).

Il frangimento di tipo *collapsing* ha luogo, analogamente al tipo *surging*, su fondali di elevata pendenza. In tale forma di frangimento la cresta dell'onda rimane intatta, mentre la parte più depressa del profilo presenta una elevata ripidità e si ripiega su se stessa (Fig. 3.7), originando una estesa turbolenza superficiale.

Nel caso del frangimento *surging* il profilo ondoso presenta, nella sua parte inferiore, un fronte sub-verticale che si propaga fino alla spiaggia senza subire una rottura evidente, mentre nel frangimento *collapsing* il tratto inferiore del profilo si ripiega dando luogo ad una caduta

dell'onda su se stessa. Tale ultimo meccanismo è simile al frangimento *plunging*, dal quale si differenzia per la posizione rispetto alla cresta.

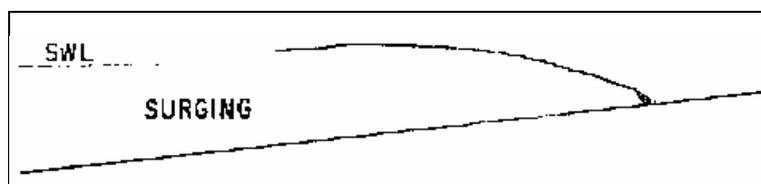


Fig. 3.6 – Profilo ondoso caratterizzato da un frangimento di tipo surging (Galvin, 1968)

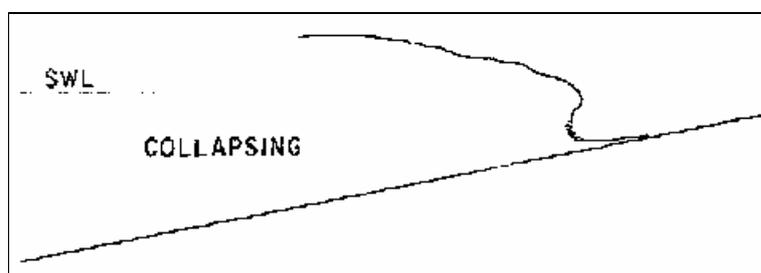


Fig. 3.7 – Profilo ondoso caratterizzato da un frangimento di tipo collapsing (Galvin, 1968)

I frangimenti *surging* e *collapsing*, a differenza delle forme esaminate in precedenza, sono caratterizzati dal fatto che non si verifica la rottura del profilo sulla cresta dell'onda, ma si origina una perturbazione in corrispondenza del cavo.

3.2.3 Caratteristiche del moto ondoso dopo il frangimento

Nella regione compresa tra l'inizio del frangimento e la linea di costa (*surf zone*) il frangimento dell'onda, in taluni casi, in relazione alla pendenza del fondale, prosegue, modificando gradualmente la propria forma.

Ad una distanza sufficientemente elevata dalla regione di inizio del frangimento si osserva che il profilo ondoso assume una configurazione sostanzialmente stabile (*quasi-steady wave*). In tale regione, denominata *inner surf zone*, il frangimento presenta caratteristiche variabili in uno spettro caratterizzato da due condizioni limite (Peregrine & Svendsen, 1978; Peregrine, 1983, 1992), che sono illustrate in Fig. 3.8.

La prima condizione limite è rappresentata da un frangente che conserva una forma di tipo *spilling*, caratterizzata, cioè dalla presenza di turbolenza solo in corrispondenza della cresta dell'onda.

La seconda condizione limite è costituita da un frangente in cui la turbolenza interessa l'intera massa liquida, ed il profilo ondoso presenta caratteristiche analoghe a quelle di un risalto idraulico (*bore*). Evidentemente, tra i due casi estremi, esiste uno spettro continuo di situazioni intermedie, caratterizzate da una progressiva estensione della regione interessata dalla turbolenza.

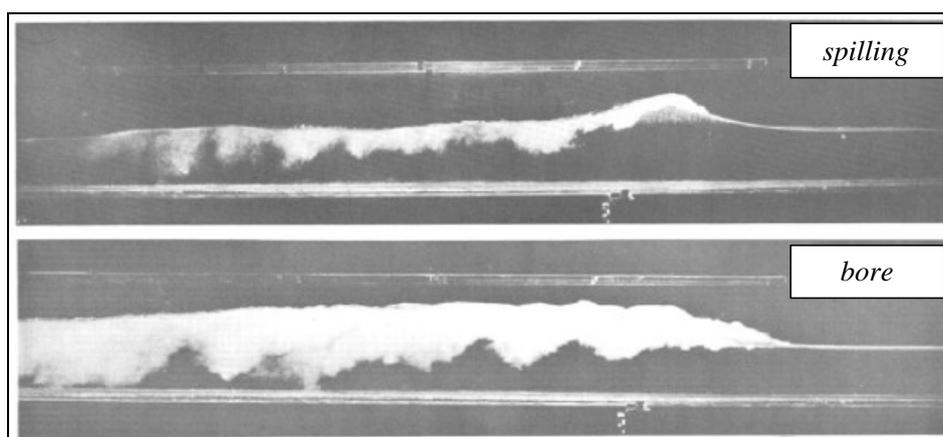


Fig. 3.7 – Evoluzione dei frangenti nella inner surf-zone (Peregrine, 1983)

3.3 Principali parametri utilizzati nello studio del frangimento

La definizione del punto di inizio del frangimento, ovvero della sezione in cui si verifica il passaggio del moto da irrotazionale a rotazionale, dipende dal meccanismo di frangimento, ed è pertanto legata alla forma dei frangenti.

Nel caso di un frangimento *spilling*, il frangimento ha inizio al primo comparire di una rottura o di un arricciamento in corrispondenza del pelo libero, in prossimità della cresta.

Per frangenti di tipo *plunging* e *collapsing*, invece, il punto di frangimento è individuato dalla porzione del profilo che assume una forma sub-verticale. Nel caso del *plunging*, tale segmento verticale del fronte è ubicato in corrispondenza della massima elevazione dell'onda, mentre per i *collapsing* esso si trova in prossimità del punto più depresso del profilo.

Per quanto riguarda i *surging*, infine, in cui è difficile individuare la rottura del profilo ondoso, si assume che il frangimento inizi laddove il riflusso dell'onda è interrotto dall'avanzamento dell'onda successiva.

Una volta definito il punto di frangimento, è possibile definire l'altezza di frangimento incipiente H_b , come la differenza tra il massimo ed il minimo della elevazione d'onda nella sezione in cui avviene la rottura; la profondità del fondale in corrispondenza del punto di frangimento individua la profondità di frangimento h_b . Il rapporto H_b/h_b definisce, infine, l'indice di frangimento, γ_b .

Dal punto di vista tecnico, è interessante definire le relazioni tra le grandezze che descrivono il moto ondoso ed il fondale e le caratteristiche del frangimento. Tali grandezze sono rappresentate dalla pendenza della spiaggia $m=\tan\beta$, dal periodo dell'onda T , e dall'altezza d'onda, che può essere riferita alle condizioni di largo (H_0), o a quelle in condizioni di rottura incipiente (H_b).

L'altezza ed il periodo dell'onda definiscono un parametro di ripidità fittizia s , molto usato nello studio del frangimento:

$$s = \frac{2pH}{gT^2} \quad (3.1)$$

A seconda del valore di altezza utilizzato, tale parametro può essere riferito alle caratteristiche di largo o a quelle di inizio del frangimento. Il denominatore della (3.1) è proporzionale alla lunghezza d'onda di largo L_0 :

$$L_0 = \frac{gT^2}{2p} \quad (3.2)$$

Le caratteristiche del moto ondoso e del fondale possono essere combinate in un unico parametro, detto *surf similarity parameter*, che si è rivelato particolarmente efficace nella descrizione del fenomeno (Battjes, 1974):

$$x = \frac{\tan b}{\sqrt{H/L_0}} \quad (3.3)$$

Analogamente alla ripidità dell'onda, anche il *surf similarity parameter* può essere definito in funzione delle caratteristiche di largo o di quelle in condizioni di frangimento incipiente.

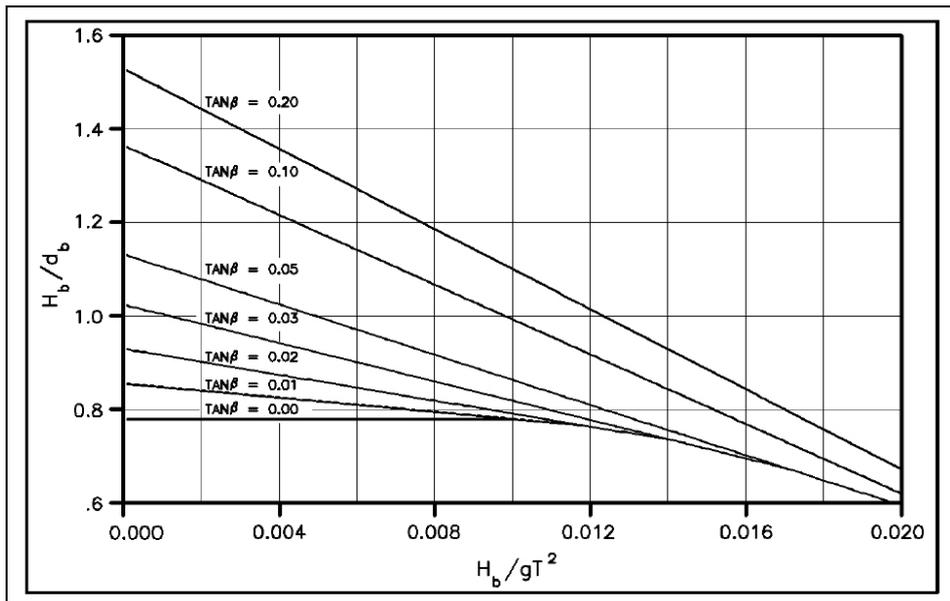


Fig. 3.8 – Indice di frangimento in funzione delle caratteristiche del moto ondoso e della pendenza del fondale. La profondità di frangimento è indicata con d_b (USACE, 2002).

Il parametro definito dalla (3.3) viene anche detto *numero di Iribarren*, in quanto introdotto, come discriminante del verificarsi del fenomeno del frangimento, da Iribarren & Nogales (1949).

Il valore teorico dell'indice di frangimento per onda regolare, desunto dalla teoria dell'onda solitaria, è pari a 0.78. Studi successivi hanno mostrato che tale valore è realistico solo per onde di piccola ripidità che si propagano su fondali dolcemente acclivi; nei casi reali, l'indice di

frangimento dipende dalla ripidità dell'onda e dalla pendenza del fondale (Iversen, 1952; Bowen *et al.*, 1968; Weggel, 1972; Smith & Kraus, 1991).

In Fig. 3.8 è riportato l'andamento dell'indice di frangimento in funzione del rapporto H_b/gT^2 , per differenti valori della pendenza del fondale, secondo la formulazione di Weggel (1972). Si evidenzia che, a parità di condizioni ondose incidenti, l'indice di frangimento è più alto quanto maggiore è la pendenza del fondale. Inoltre, l'indice di frangimento è funzione crescente del periodo dell'onda; questo significa che le onde di periodo maggiore frangono con maggiore difficoltà rispetto a quelle di periodo minore.

In Fig. 3.9, i valori sperimentali dell'indice di frangimento ottenuti da diversi Autori sono riportati in funzione del *surf similarity parameter* in acque profonde (Battjes, 1974). Si osserva che, per valori limitati di x_0 , i valori dell'indice di frangimento sono disposti in prossimità del valore 0.8, mentre, al crescere di x_0 , si presenta un *trend* crescente, anche se caratterizzato da una maggiore dispersione dei dati.

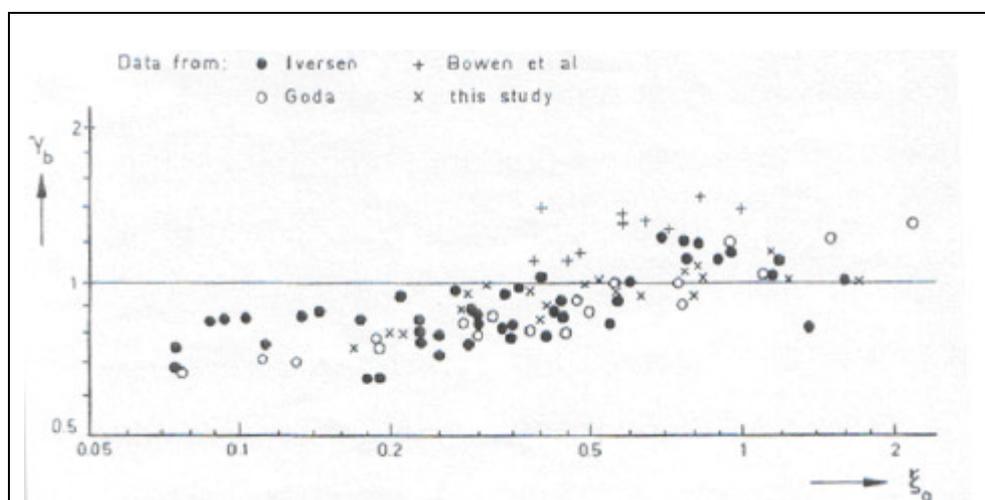


Fig. 3.9 – Andamento dell'indice di frangimento in funzione del *surf similarity parameter* (Battjes, 1974)

Attraverso il parametro di *surf similarity* è possibile classificare le differenti forme di frangimento, da *surging*, *collapsing*, a *plunging* fino a *spilling*. E' stato osservato, infatti, che la transizione tra questi tipi di frangimento si verifica al crescere della ripidità dell'onda ed al ridursi della pendenza della spiaggia.

Galvin (1968) ha per primo classificato le tipologie di frangenti adoperando parametri molto simili a quello di *surf similarity*. In particolare, l'Autore ha introdotto due indici così definiti:

- parametro *offshore*: $H_0 / (L_0 (\tan \beta)^2)$
- parametro *inshore*: $H_b / (g T^2 \tan \alpha)$

Evidentemente, il parametro *offshore* è pari a x_0^{-2} , dove con x_0 si è indicato il parametro di *surf similarity* calcolato con riferimento alle condizioni di largo.

I valori di transizione del parametro *offshore* trovati da Galvin sono pari a 0.09 per il passaggio da *surging* a *plunging* e 4.8 per il passaggio da *plunging* a *spilling*.

Battjes (1974) ha convertito questi limiti in termini di x_0 come segue:

- *surging o collapsing* per $x_0 > 3.3$
- *plunging* per $0.5 < x_0 < 3.3$
- *spilling* per $x_0 < 0.5$

I corrispondenti limiti, espressi in termini del *surf similarity parameter* relativo all'onda frangente, assumono i seguenti valori:

- *surging o collapsing* per $x_0 > 2.0$
- *plunging* per $0.4 < x_0 < 2.0$
- *spilling* per $x_0 < 0.4$

3.4 Frangimento su barriere sommerse

3.4.1 Studio sperimentale di Nakamura *et al.* su barriera rettangolare

Nakamura *et al.* (1966) hanno effettuato una serie di test di laboratorio su una barriera sommersa impermeabile di forma rettangolare, con moto ondoso incidente regolare. Il canale ad onde utilizzato ha una lunghezza di 100 m, una larghezza di 0.6 m ed un'altezza di 1.0 m. Lo schema del modello sperimentale e la geometria della struttura sono illustrati in *Fig. 3.10*.

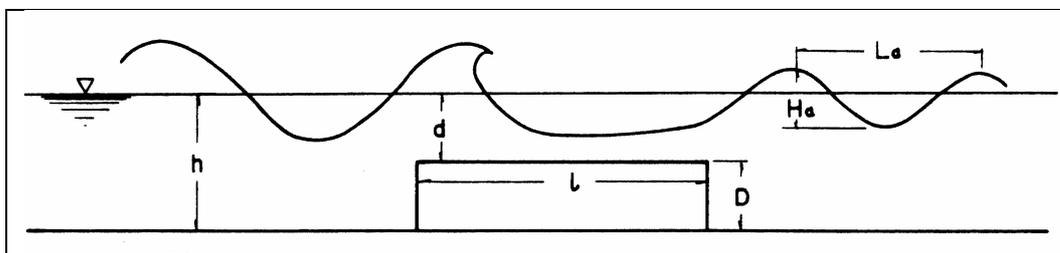


Fig. 3.10– Schema del modello sperimentale di Nakamura *et al.* (1966)

Le prove sono state condotte al variare del tirante idrico, delle condizioni ondose incidenti e della geometria della barriera, come riportato nella *Tab. 3.1*.

Sulla base dei risultati ottenuti, gli Autori hanno proposto un abaco (*Fig. 3.11*) in cui, in funzione delle caratteristiche del moto ondoso e della barriera, vengono individuate due regioni, corrispondenti, rispettivamente, alle condizioni di frangimento e di assenza di frangimento al di sopra della barriera.

Si evidenzia che, a parità di tutte le altre condizioni, un aumento della larghezza della struttura favorisce l'insorgere del frangimento.

Gli Autori hanno evidenziato, inoltre, che, successivamente al frangimento, ad una distanza sufficientemente elevata dalla barriera, il moto ondoso nell'area protetta tende a riformarsi e gli effetti del frangimento a scomparire. Tale fenomeno è noto come *reforming* e la distanza della

zona in cui si verifica dallo spigolo *inshore* della barriera è indicata dagli Autori come lunghezza di *reforming* (L'_b).

Water depth	: 40, 50, 60, 70 cm
Wave height	: 3 - 25 cm
Wave period	: 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.25, 2.50 sec
Dike height	: 40, 50, 60, 70 cm
Dike width	: 0.0, 1.0, 2.2, 4.0 m
Dike type	: Rectangular, impermeable

Tab. 3.1 – Condizioni sperimentali di Nakamura et al. (1966)

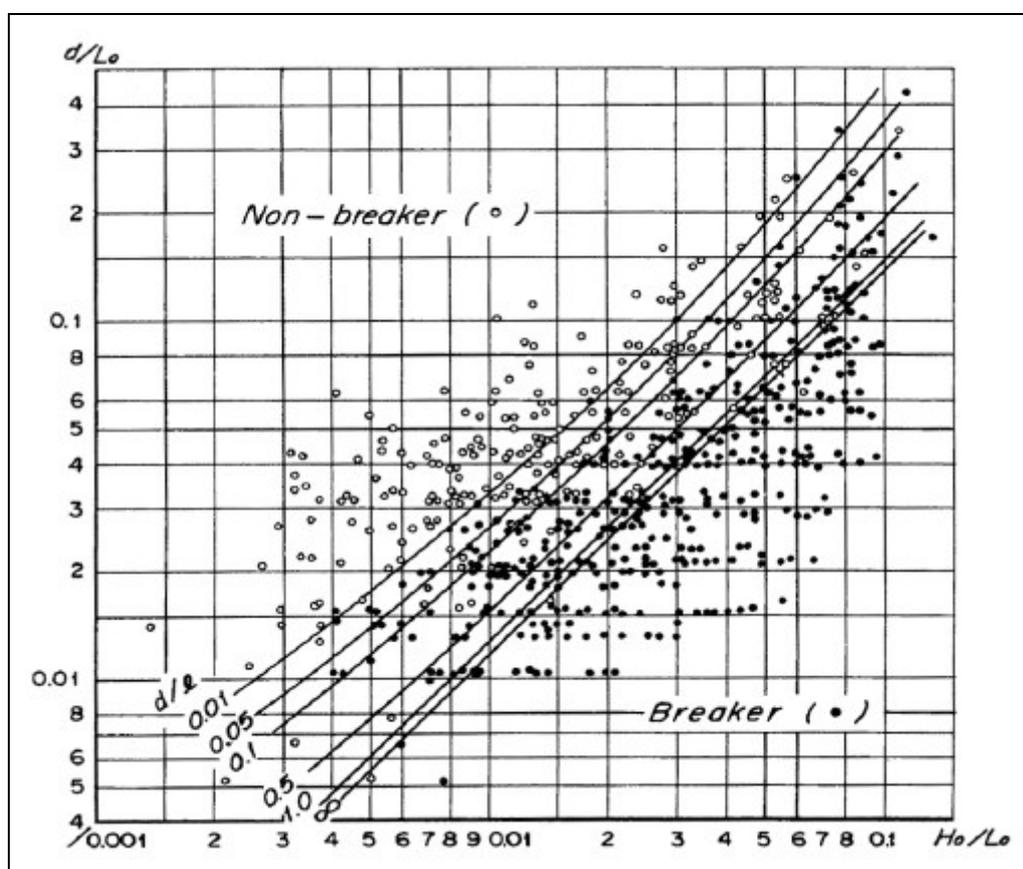


Fig. 3.11 – Condizioni di frangimento su struttura rettangolare (Nakamura et al., 1966)

In Fig. 3.12 è riportato il grafico proposto per la stima della lunghezza di *reforming* in funzione delle caratteristiche dell'onda incidente e della barriera.

Si evidenzia che, a parità di tutte le altre condizioni, la distanza di *reforming* aumenta al diminuire della sommergenza della barriera.

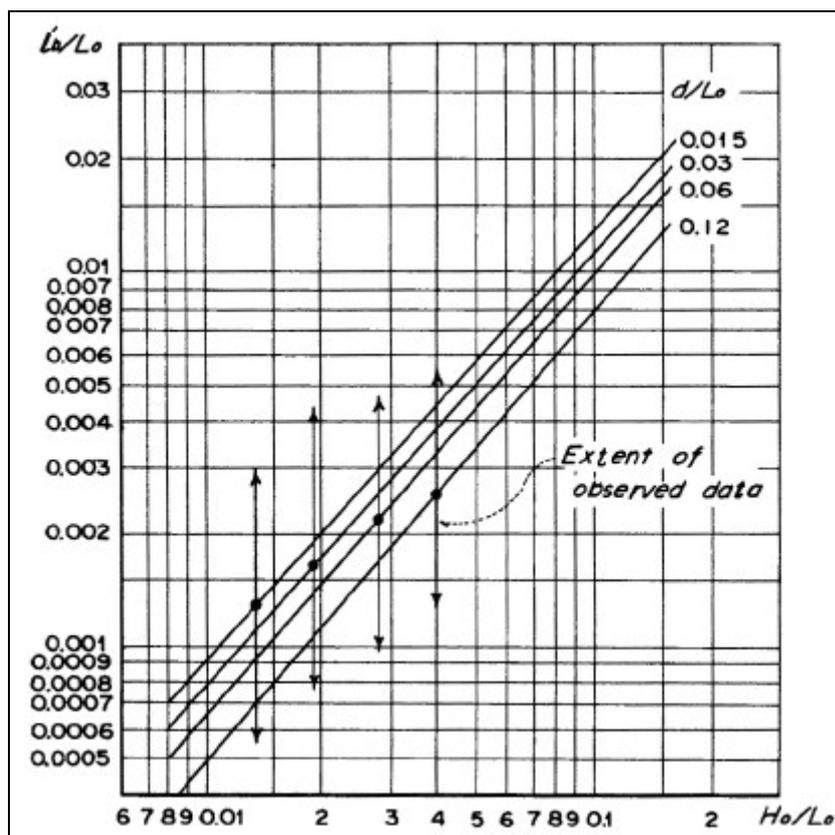


Fig. 3.12 – Lunghezza di reforming a tergo di struttura rettangolare (Nakamura et al., 1966)

3.4.2 Studio sperimentale di Smith & Kraus sul frangimento in presenza di barre naturali e strutture sommerse

Smith & Kraus (1991) hanno condotto delle prove sperimentali finalizzate allo studio delle caratteristiche del frangimento su barre naturali e su strutture sommerse. Il canale utilizzato ha una lunghezza pari a 45.7 m ed una larghezza pari a 0.46 m, mentre il tirante idrico è stato fissato a 0.38 m. Le prove sono state condotte con altezza d'onda incidente variabile da 9.1 cm a 13.1 cm, e periodo variabile tra 1.0 s e 2.5 s.

La pendenza del fondale è stata posta pari a 1/30, mentre la forma della struttura è stata definita in modo da riprodurre varie configurazioni, simili a barre di fondo ed a scogliere sommerse; nel caso in esame, la geometria della struttura è definita dai due angoli b_1 e b_3 , come illustrato in Fig. 3.13, nella quale sono anche definite le principali grandezze sulle quali si è concentrato lo studio. I dati sono stati rilevati mediante l'uso di sonde di livello e di telecamere per la definizione delle caratteristiche qualitative del frangimento.

Si osserva che angoli b_1 pari a 5° o 10° corrispondono a profili di barre che possono essere presenti su fondali naturali, mentre angoli maggiori corrispondono a strutture artificiali. L'angolo $b_3=0$ corrisponde ad un profilo di barra a terrazza, o ad una scogliera sommersa di forma trapezoidale di grande larghezza.

Lo schema delle condizioni di prova è riportato in Tab. 3.2.

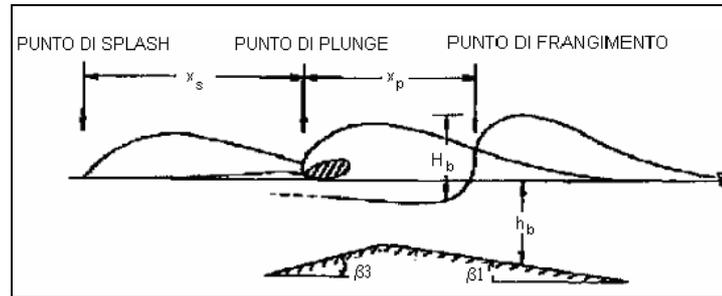


Fig. 3.13 – Geometria della struttura e grandezze caratteristiche del frangimento (Smith & Kraus, 1991)

H_0/L_0	T(sec)	H(cm)	$b_3(^{\circ})$	$b_1(^{\circ})$
0.09	1.00	13.1	0, 20, 30, 40	5, 10, 15, 20, 30, 40
0.07	1.00	10.1	0, 20, 30, 40	5, 10, 15, 20, 30, 40
0.05	1.50	16.2	0, 20, 30, 40	5, 10, 15, 20, 30
0.03	1.75	13.7	0, 20, 30, 40	5, 10, 15, 20
0.0088	2.50	9.1	0, 20, 30, 40	5, 10, 15

Tab. 3.2 – Condizioni sperimentali di Smith & Kraus (1991)

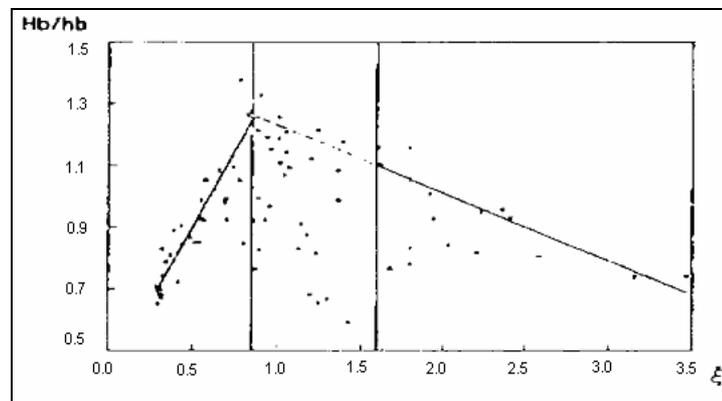


Fig. 3.14 – Indice di frangimento in funzione di x_0 per i profili a barra (Smith & Kraus, 1991)

La Fig. 3.14 mostra l'indice di frangimento H_b/h_b per le strutture con profilo a barra, espresso in funzione del parametro di *surf similarity* x_0 , calcolato adoperando la pendenza del fondale 1/30, senza tenere conto della pendenza dei paramenti della barra. Dal grafico si osserva che l'indice di frangimento tende ad aumentare per valori di $x_0 \leq 0.85$ mentre decresce, sia pure con grande dispersione dei dati, per valori del parametro di *surf similarity* compreso nell'intervallo [0.85,1.6].

Gli Autori hanno giustificato questo andamento ipotizzando che, per i valori più elevati di x_0 ($x_0 > 0.85$), il frangimento fosse influenzato anche dalla presenza di una corrente di ritorno al di sopra della barriera, i cui effetti tuttavia non sono stati adeguatamente quantificati.

Gli Autori hanno anche studiato l'andamento dell'indice di frangimento in funzione della rigidità di largo, per differenti valori della pendenza del paramento *offshore* della barra, evidenziando, analogamente a quanto si verifica su spiagge naturali, che un aumento della pendenza del paramento conduce ad un incremento dell'indice di frangimento.

Infine, gli Autori hanno classificato le forme di frangimento osservate secondo le definizioni introdotte per le spiagge naturali, evidenziando il legame tra tali forme ed il parametro x_0 .

I risultati sono riportati in Fig. 3.15, e sono confrontati con i valori di x_0 per i quali si verifica la transizione tra le diverse forme in assenza di barra. I risultati sono suddivisi in tre gruppi, di cui uno comprende i test su strutture di profilo "naturale" ($\beta_1=5^\circ, 10^\circ$), un altro i test su strutture con profilo "artificiale" ($\beta_1=15^\circ, 20^\circ$) e, infine, l'ultimo comprende i test su fondale piano in assenza di barra (pendenza 1/30). I casi $\beta_1=30^\circ, 40^\circ$ sono stati esclusi per la loro irregolarità.

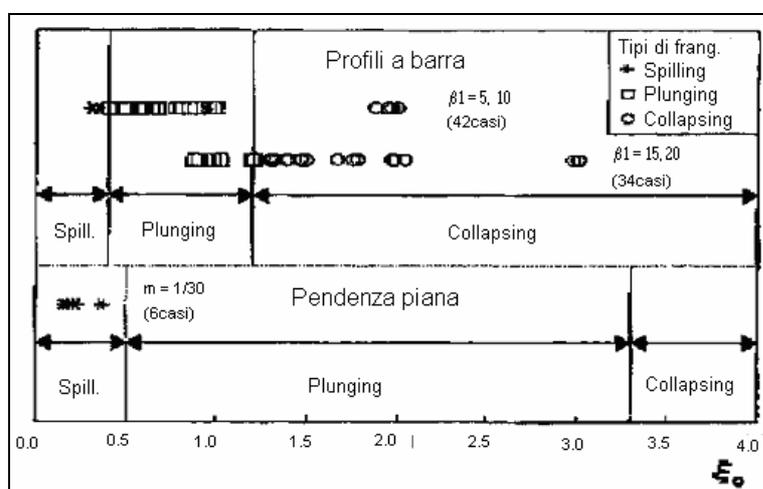


Fig. 3.15 – Forme di frangimento su strutture a barra, in funzione di x_0 (Smith & Kraus, 1991)

I risultati ottenuti mostrano che i valori di transizione tra le diverse forme sono più bassi per i profili a barra rispetto a quelli su fondale piano; ciò indica che alcune onde che frangerebbero con forma *spilling* su fondale piano, in presenza di profilo a barra frangono con forma *plunging* e, analogamente, le onde che frangerebbero con forma *plunging* su fondale piano presentano un frangimento di tipo *collapsing* in presenza della barra.

3.4.3 Studio su modello numerico di Hara *et al.* sul frangimento di un'onda solitaria al di sopra un ostacolo sommerso

Hara *et al.* (1992) hanno studiato le caratteristiche del frangimento di un'onda solitaria su di un ostacolo sommerso e impermeabile, realizzato in forma di una soglia di lunghezza infinita oppure una barriera di forma simmetrica e trapezoidale. La geometria delle strutture utilizzate nello studio è illustrata in Fig. 3.16.

Lo studio è stato condotto mediante l'utilizzo di un modello numerico proposto dagli Autori.

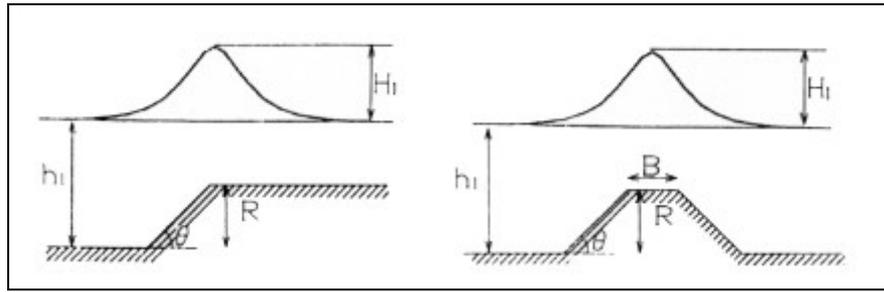


Fig. 3.16 – Geometria dell'ostacolo sommerso nello studio di Hara et al. (1992)

Per lo studio delle caratteristiche del frangimento, sono stati introdotti parametri di *surf similarity* modificati a seconda del tipo di struttura presente, come di seguito riportato.

- Soglia di lunghezza infinita:
$$\mathbf{x}_s^* = \left(\frac{R}{h_1}\right)^{0.1} \left(\frac{H}{h_1}\right)^{-0.4} \quad (3.4)$$

- Barriera trapezoidale:
$$\mathbf{x}_s'' = \left[\frac{B}{h_1} + \frac{(R/h_1)}{(3.5 \tan \mathbf{q})^{0.2}}\right]^{0.2} \frac{(R/h_1)}{(H_1/h_1)^{0.4}} \quad (3.5)$$

- Barriera rettangolare:
$$\mathbf{x}_s' = \left[\frac{B}{h_1}\right]^{0.2} \frac{(R/h_1)}{(H_1/h_1)^{0.4}} \quad (3.6)$$

Nel caso di soglia di lunghezza infinita, la pendenza del paramento non è stata considerata, in quanto, sulla base risultati ottenuti, ritenuta scarsamente influente sul processo.

La Fig. 3.17, mostra l'evoluzione del profilo ondoso per differenti valori del parametro di *surf similarity* modificato, nel caso della soglia indefinita e della barriera rettangolare.

I grafici per la soglia indefinita sono riportati sul lato sinistro. Contrariamente a quanto avviene sulle spiagge piane, il frangimento diviene più probabile quando il parametro di *surf similarity* cresce. Per il caso (a), corrispondente a $\xi_s^* = 0.57$, non vi è frangimento; nel caso (b), per $\xi_s^* = 1.06$, il frangimento è di tipo *spilling*, mentre nel caso (c), con $\xi_s^* = 1.25$, è riconoscibile un frangimento *plunging* con fronte dell'onda quasi verticale.

I grafici riportati sul lato destro della Fig. 3.17 si riferiscono al caso della barriera rettangolare, per la quale valgono considerazioni analoghe al caso della soglia infinita. Si evidenzia, tuttavia, che il frangimento tende a verificarsi a tergo della struttura.

Sulla base dei risultati ottenuti, gli Autori hanno evidenziato, al variare della geometria della struttura, il valore di altezza d'onda incidente "critica" H_c , al di sopra del quale si verifica il frangimento dell'onda sulla struttura sommersa.

La Fig. 3.18 illustra l'andamento dell'altezza critica in funzione dell'altezza dell'ostacolo R rispetto al fondo del canale, per la soglia di lunghezza infinita; entrambe le grandezze sono adimensionalizzate rispetto al tirante idrico nel canale.

La Fig. 3.19, analogamente, mostra l'andamento dell'altezza critica in funzione del parametro \mathbf{g} che tiene conto, globalmente, della geometria dell'ostacolo:

$$g = \left[\frac{B}{h_1} + \frac{R/h_1}{2 \tan q} \right]^{0.4} \frac{R}{h_1} \quad (3.7)$$

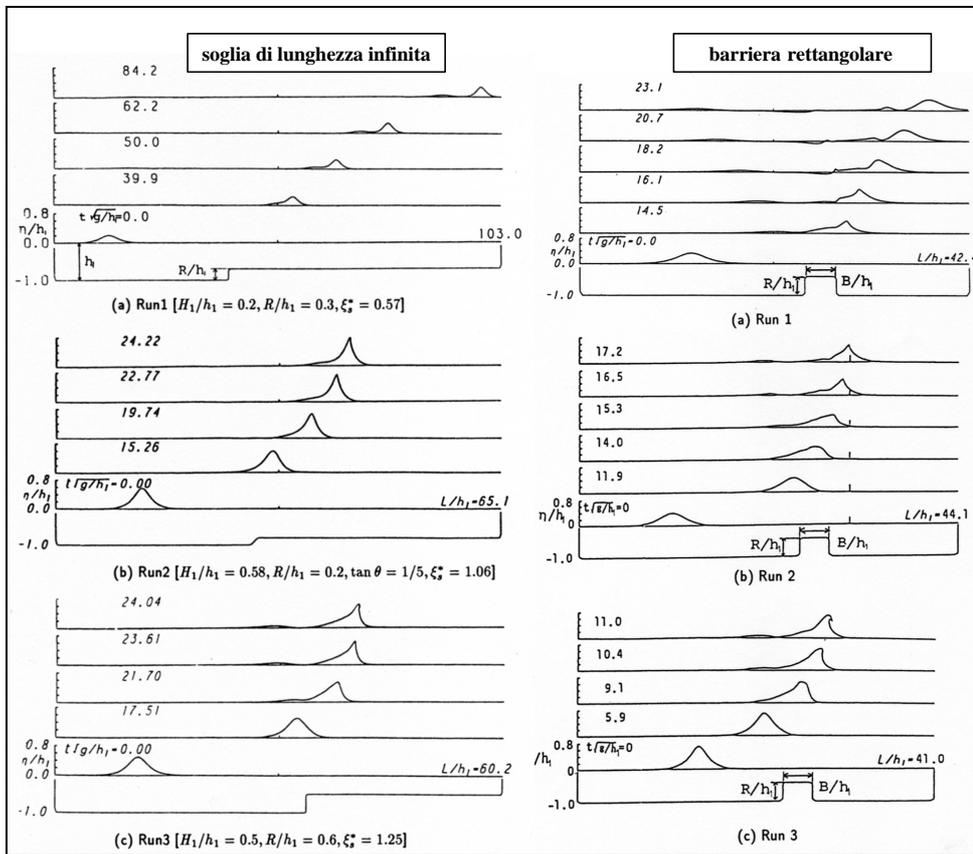


Fig. 3.17 – Propagazione di un'onda solitaria al di sopra di un ostacolo sommerso (Hara et al., 1992)

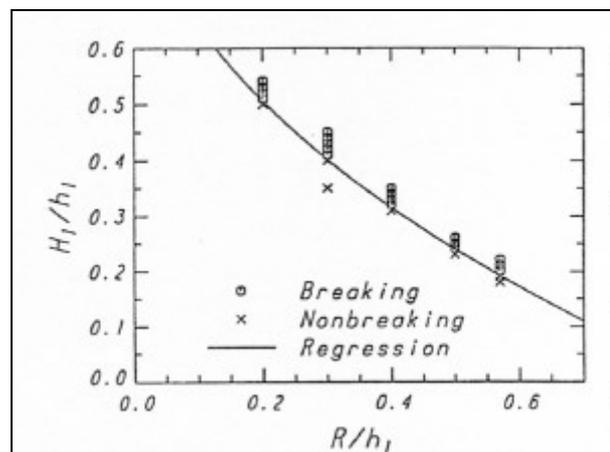


Fig. 3.18 – Altezza critica di frangimento per soglia di lunghezza infinita (Hara et al. 1992)

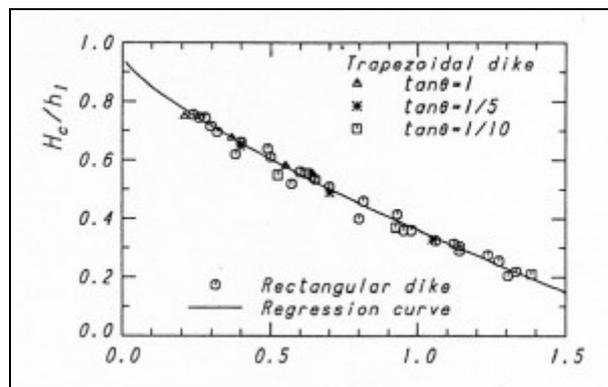


Fig. 3.19 – Altezza critica di frangimento per barriera rettangolare o trapezoidale (Hara et al. 1992)

Entrambi i grafici mostrano che, al crescere di R , cioè al diminuire del *freeboard* al di sopra dell'ostacolo, l'altezza critica di frangimento diminuisce. Questo risultato differenzia il frangimento su struttura dal frangimento su una spiaggia naturale, in cui l'indice di frangimento è sostanzialmente indipendente dal valore della profondità del fondale.

Per quanto riguarda la barriera di dimensioni finite, la Fig. 3.19 mostra che, a parità di tutte le altre grandezze, al crescere della larghezza B l'altezza critica si riduce, e, pertanto, il frangimento è favorito; quest'ultimo risultato è in accordo con le conclusioni di Nakamura *et al.* (1966).

3.4.4 Studio sperimentale di Hattori & Sakai su barriere sommerse di differente porosità

Gli studi di Hattori & Sakai (1994) sono stati condotti in un canale di lunghezza 20.0 m e larghezza 0.30 m. La struttura utilizzata, posizionata su un fondale di pendenza 1/30, presenta un paramento lato mare di pendenza 1/3. L'agitazione ondosa è stata misurata in tre differenti posizioni, rispettivamente a largo della barriera, al piede della barriera e a tergo di essa (Fig. 3.20). Le prove sono state condotte utilizzando onde regolari di altezza compresa tra 2.0 cm e 10.0 cm, e periodo compreso tra 0.8 s e 1.5 s.

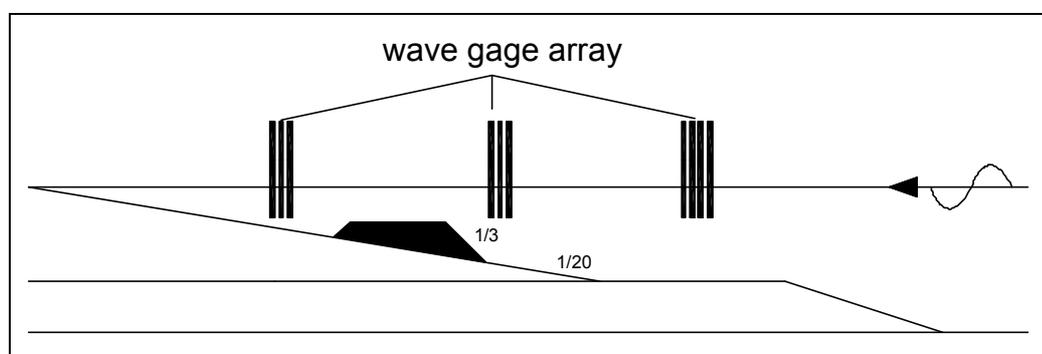


Fig. 3.20 – Schema dell'installazione sperimentale di Hattori & Sakai (1994)

Le caratteristiche geometriche della barriera sono illustrate in dettaglio in Fig. 3.21. Le prove sono state condotte con riferimento a due diversi valori di profondità h_I sul tratto orizzontale a largo della barriera, pari, rispettivamente, a 31.2 cm e 35.0 cm, corrispondenti a profondità al di sopra del coronamento della barriera R pari, rispettivamente, a 3.75 cm e 7.50 cm. La porosità della struttura è stata fatta variare utilizzando materiali diversi, come illustrato in Tab. 3.3.

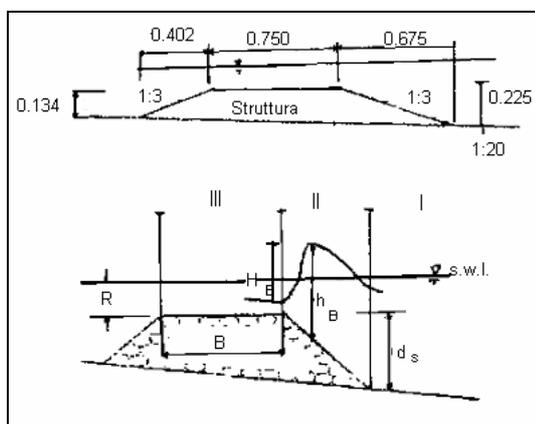


Fig. 3.21 – Caratteristiche geometriche della barriera utilizzata nelle prove di Hattori & Sakai (1994)

Porosità e	Materiale impiegato	Diametro del materiale (cm)
0	Calcestruzzo	-----
0.17	Ghiaia	1.07
0.25	Ghiaia	2.08
0.38	Ghiaia	4.00
0.50	Blocchi	7.05
0.52	Ghiaia	5.00

Tab. 3.3 – Materiali impiegati per la realizzazione della barriera nelle prove di Hattori & Sakai (1994)

Gli Autori hanno investigato le caratteristiche del frangimento in termini di forma dei frangenti, altezza d'onda al frangimento H_B e profondità al frangimento h_B ; il punto di frangimento è stato individuato in corrispondenza del massimo dell'altezza d'onda subito prima della rottura.

I tipi di frangimento, osservati sono risultati fondamentalmente analoghi a quelli che si presentano su spiagge naturali (*spilling, plunging, collapsing*).

Gli Autori hanno, inoltre, evidenziato la presenza, al di sopra della barriera e sul paramento lato mare, di una corrente di ritorno diretta nel verso opposto rispetto al moto ondoso che influenza in maniera significativa la ripidità dell'onda, e quindi, le caratteristiche del frangimento.

L'analisi dei dati relativi alle condizioni di rottura incipiente ha condotto alla definizione di una ripidità limite al di là della quale si verifica il frangimento, per la quale è stata proposta la seguente formula:

$$\frac{H_B}{L_0} = A_B \left(\frac{2B}{5d_s} \right)^3 \cdot \left(\frac{h_s}{L_0} \right)^{x_s} \quad (3.8)$$

in cui:

$$A_B = \left[1.0 - 0.12 \left(\frac{R}{h_s} \right) - 0.6 e \right] \exp e \quad (3.9)$$

Accanto ai simboli noti, h_s e d_s esprimono, rispettivamente, la profondità del fondale al piede offshore della barriera e la quota del coronamento della barriera rispetto al fondo, mentre x_s è il parametro di *surf similarity* modificato da Hara *et al.* (1992), presentato in precedenza. Il pedice s indica che tutte le grandezze sono riferite al piede *offshore* della struttura.

Gli Autori propongono anche un criterio per prevedere se il frangimento si verifica sul coronamento della diga o sul suo paramento *offshore*. Il criterio si basa sul confronto tra due altezze limite di frangimento, relative alle due posizioni esaminate.

Per l'altezza d'onda minima in corrispondenza della quale si verifica il frangimento sul coronamento, gli Autori propongono la relazione:

$$\frac{H_B}{L_0} = \left(\frac{R}{L_0} \right)^{\frac{6}{7}} \exp(2.7e - 1.8) \quad (3.10)$$

mentre, per il valore massimo al di là del quale il frangimento si verifica sul paramento, è stata proposta la formula:

$$\frac{H_B}{L_0} = \left(\frac{R}{L_0} \right)^{\frac{6}{7}} \exp(1.2e - 0.8) \quad (3.11)$$

Nei casi in cui l'altezza d'onda al frangimento calcolata tramite l'equazione (3.8), in funzione delle caratteristiche al piede dell'opera, risulta minore di quella calcolata tramite la (3.10), è prevedibile che l'onda passi al di sopra della struttura senza frangere. Se, invece, l'altezza d'onda calcolata con l'equazione (3.8) risulta compresa tra quelle calcolabili dalle equazioni (3.10) e (3.11), il frangimento avverrebbe sulla cresta ($d_B=R$). Infine se l'altezza d'onda H_B calcolata secondo la (3.8) è maggiore di quella ottenibile dalla (3.11), il frangimento avverrebbe sul paramento esterno dell'opera.

Dalle relazioni proposte, si evidenzia che l'altezza di frangimento è funzione crescente della porosità e , quindi, della permeabilità della struttura; ciò equivale a dire che, al crescere della permeabilità della barriera, il frangimento diviene, a parità di ogni altra condizione, meno probabile.

Inoltre, l'aumento della porosità favorisce il verificarsi del frangimento sul coronamento della barriera, rispetto al frangimento sul paramento *offshore*.

3.4.5 Studio sperimentale di Kawasaki & Iwata su struttura trapezoidale

Kawasaki & Iwata (2001) hanno studiato le caratteristiche del frangimento al di sopra di una struttura impermeabile di forma trapezoidale, mediante prove sperimentali. Le caratteristiche geometriche della struttura utilizzata sono illustrate in Fig. 3.22.

Il rapporto B/L tra la larghezza della struttura e la lunghezza d'onda incidente è stato fatto variare tra 0.1 e 0.4, mentre il rapporto tra la sommergenza del coronamento della struttura R e la profondità h è stato fatto variare tra 0.2 e 0.4. Le prove sono state condotte utilizzando onde di altezza H_i compresa tra 2.0 cm e 17.0 cm e con tre differenti valori del periodo T , pari, rispettivamente a 0.8 s, 1.2 s e 1.68 s. Per quanto riguarda la pendenza del paramento *offshore* della struttura $\tan \alpha$, sono stati adottati i valori 1/3, 1/2, 1/1.5 e, infine, paramento verticale.

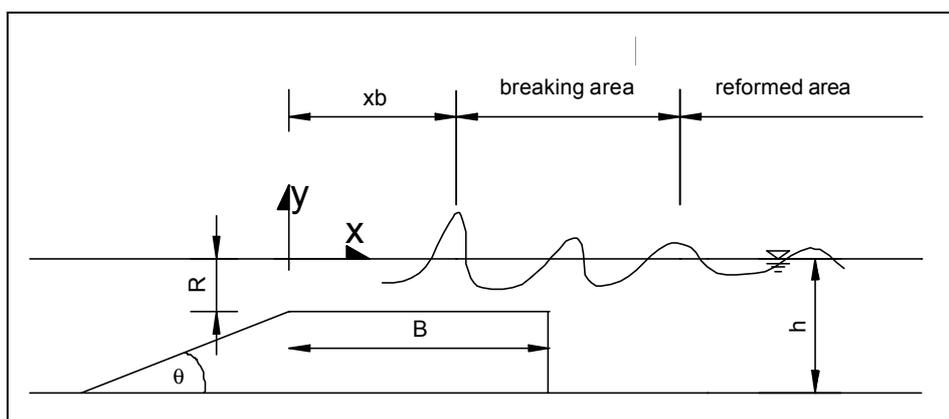


Fig. 3.22 – Schema della struttura utilizzata nelle prove di Kawasali & Iwata (2001)

In Fig. 3.23 sono riportate, a titolo di esempio, le tipologie di frangimento osservate, in funzione del rapporto H_i/R e della profondità relativa h/L_i , per due valori della pendenza del paramento, nel caso $B/L_i=0.4$ e $R/h=0.2$. I valori minimi di altezza d'onda incidente per i quali è stato osservato il frangimento definiscono il limite di frangimento.

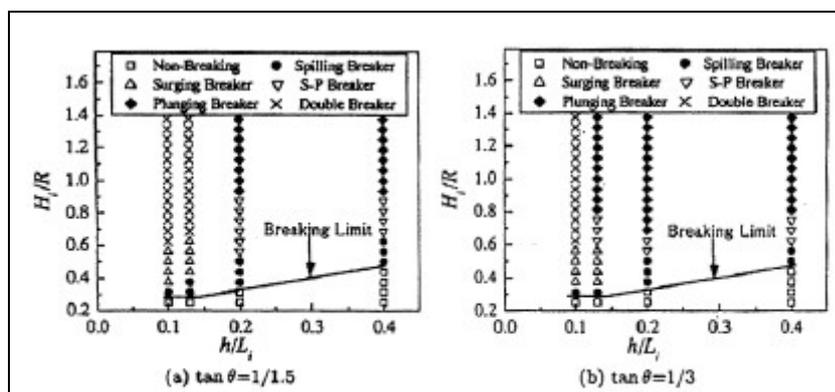


Fig. 3.23 – Limite e tipologia di frangimento, per $B/L_i=0.4$ e $R/h=0.2$ (Kawasaki & Iwata, 2001)

Si osserva che il limite di frangimento diminuisce al ridursi della profondità relativa, con un andamento sostanzialmente indipendente dalla pendenza del paramento.

Per quanto riguarda le forme di frangimento, al crescere del rapporto H_i/R si osserva, per i valori più elevati di h/L_i , una sequenza da *spilling* a *spilling-plunging* (S-P) a *plunging*; per i valori più bassi di h/L_i , le forme di frangimento evolvono in maniera diversa al crescere di H_i/R , secondo una sequenza che include frangimenti di tipo *surging* ed una condizione di doppio

frangimento (*double breaker*), in cui sono osservabili due distinte rotture dell'onda; il doppio frangimento è più frequente per la pendenza più bassa del paramento *offshore*.

Nelle prove effettuate, gli Autori hanno, infine, rilevato che il limite ed il tipo di frangimento risultano indipendenti dal rapporto B/L_i .

Capitolo 4. Attività sperimentali

4.1 Generalità

Nell'ambito del lavoro di tesi, sono state condotte attività sperimentali presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito" dell'Università degli Studi di Napoli Federico II.

L'indagine sperimentale è stata rivolta alla descrizione dei principali aspetti qualitativi e quantitativi dell'interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa. In particolare, sono state studiate le caratteristiche del frangimento, ove presente, al di sopra della barriera, e le caratteristiche del moto ondoso a largo, al di sopra ed a tergo della struttura.

Nel presente capitolo, si riporta una descrizione dell'installazione sperimentale e della strumentazione utilizzata, del modello di barriera realizzato, delle condizioni di prova, e delle modalità di acquisizione ed analisi dei dati.

4.2 Descrizione dell'installazione sperimentale e della strumentazione impiegata

Le attività sperimentali sono state condotte utilizzando il canale ad onde del laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito" dell'Università degli Studi di Napoli Federico II.

Il canale ha una lunghezza utile di circa 24.0 m, misurata dal generatore d'onda al lato opposto, ed è costituito da due tratti di sezione differente.

Il primo tratto, tronco conico, ha una sezione larga circa 0.80 m in corrispondenza dell'ondogeno e prosegue, per una lunghezza di circa 9.0 m, con una convergenza delle pareti laterali di circa 1° fino a raggiungere la larghezza di 0.50 m. Tale larghezza è mantenuta costante nel secondo tratto che si sviluppa per una lunghezza di circa 13.0 m. Per tutta la lunghezza, il canale ha un'altezza di 0.75 m.

Le pareti laterali del tratto convergente sono in acciaio, mentre lungo il secondo tratto sono in vetro trasparente. In Fig. 4.1 e 4.2 sono riportati, rispettivamente, una rappresentazione schematica ed una fotografia del canale.

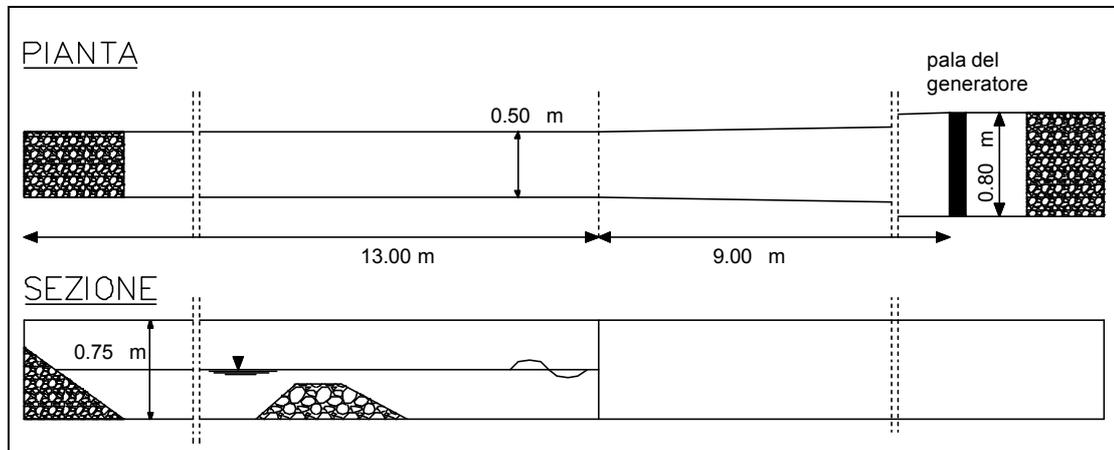


Fig. 4.1 – Pianta e sezione del canale utilizzato per l'indagine sperimentale



Fig. 4.2 – Vista del canale utilizzato per l'indagine sperimentale

Il sistema di generazione è costituito da una pala oleodinamica a movimento traslatorio orizzontale (*piston type*), collegata tramite un *wave cabinet* ad un computer che genera il segnale corrispondente alle condizioni ondose assegnate.

Le misure di agitazione ondosa sono state acquisite mediante il sistema schematizzato in Fig. 4.3; il sistema è costituito da sonde di livello resistive di tipo *twin wire*, collegate ad un circuito di alimentazione e controllo, che alimenta le sonde e riceve da esse un segnale sotto forma di una differenza di potenziale. Il circuito è collegato ad un computer tramite una scheda di interfaccia che esegue la conversione analogico/digitale del segnale.

La differenza di potenziale è legata all'immersione delle sonde, e quindi, al livello idrico; la relazione tra le due grandezze, che, in accordo con le leggi di Ohm, è teoricamente lineare, viene individuata attraverso l'operazione di calibrazione delle sonde.

La calibrazione è stata condotta all'inizio di ogni serie di prove, e, in ogni caso, ogni volta in cui, per effetto delle condizioni ambientali, era ipotizzabile un cambiamento delle caratteristiche di conducibilità dell'acqua. La procedura di calibrazione consiste nella misura del segnale corrispondente a differenti livelli idrici noti, ottenuta variando la posizione verticale della sonda.

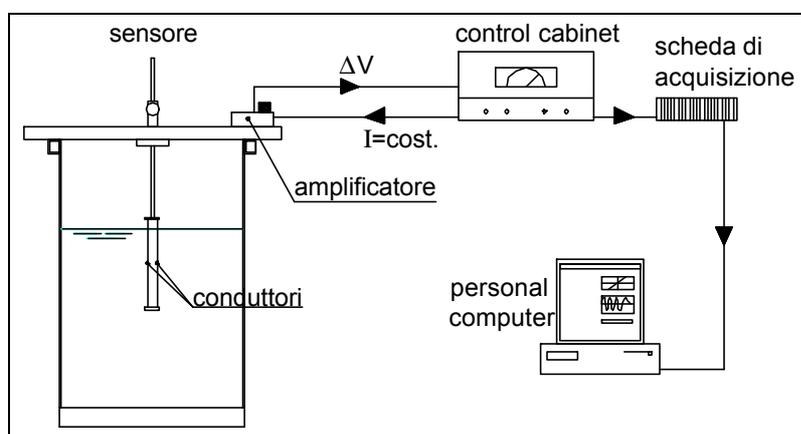


Fig. 4.3 – Schema del sistema di acquisizione per la misura dell'agitazione ondosa

Ogni operazione di calibrazione è stata preceduta da una fase di taratura, realizzata agendo sul sistema di amplificatori e di resistenze del circuito, allo scopo di ottenere una corrispondenza tra segnale ed elevazione tale che 1 V corrisponda ad 1 cm.

I dati trasmessi sono stati acquisiti utilizzando applicazioni implementate in ambiente software *LabVIEW*.

4.3 Dimensionamento dell'assorbitore passivo di riflessione

La riflessione del moto ondoso sulle pareti del canale rappresenta un problema particolarmente delicato, e, pertanto, nella sperimentazione in laboratorio di processi costieri, occorre utilizzare sistemi in grado di limitare il più possibile tale fenomeno. Nel caso in esame, sono stati adottati, ai due estremi dell'installazione sperimentale, assorbitori di riflessione di tipo passivo, realizzati mediante spiagge in materiale grossolano dolcemente acclivi.

Il profilo dell'assorbitore passivo sulla parete opposta rispetto al generatore è stato dimensionato in accordo con quanto proposto da Svendsen (1985).

L'Autore ha osservato che la riflessione del moto ondoso su un profilo acclive può essere considerata trascurabile quando si verifica la condizione:

$$\frac{L \tan \alpha}{h} \ll 1 \quad (4.1)$$

in cui, al solito, L è la lunghezza d'onda, h la profondità e $\tan \alpha$ la pendenza del fondale.

Allo scopo di ottenere la medesima efficienza per tutti i valori di profondità, è necessario che il rapporto a primo membro della (4.1) sia costante, e pari ad un valore prefissato a :

$$\frac{L \tan \mathbf{q}}{h} = a \quad (4.2)$$

Assumendo un riferimento con asse x coincidente con l'asse del canale e diretto verso il largo, risulta:

$$\tan \mathbf{q} = \frac{dh}{dx} \quad (4.3)$$

mentre, per effetto dei limitati valori di profondità, l'equazione di dispersione lineare può essere scritta nella forma:

$$L = T \sqrt{g h} \quad (4.4)$$

essendo T il periodo dell'onda incidente.

Sostituendo la (4.3) e la (4.4) nella (4.2), si ottiene l'equazione differenziale che esprime la pendenza del profilo del fondale:

$$\frac{dh}{dx} = a \frac{h}{T \sqrt{g h}} \quad (4.5)$$

La (4.5), integrata con la condizione $h=0$ per $x=0$, fornisce l'equazione del profilo, che ha la forma di una parabola:

$$h = \left(\frac{a^2}{4 g T^2} \right) x^2 \quad (4.6)$$

Dalla (4.6) si osserva, che, a parità di a , la pendenza necessaria a minimizzare la riflessione ondosa cresce all'aumentare del periodo; ciò vuol dire anche che un assorbitore passivo di assegnata geometria risulta tanto più efficiente quanto minore è il periodo dell'onda incidente.

Riguardo al valore di a , che dovrebbe essere in teoria molto piccolo, Svendsen (1985) osserva che, generalmente, è possibile ottenere coefficienti di riflessione sufficientemente ridotti ($< 5\%$) con $a=1$.

Nel presente studio, tenendo conto della dissipazione provocata dalla scabrezza e dalla permeabilità del materiale utilizzato, è stato posto $a=2$, allo scopo di limitare le dimensioni dell'assorbitore. La freccia massima della parabola è stata scelta in modo da avere una quota massima di elevazione del profilo pari a 0.50 m al di sopra del fondo del canale; il profilo è stato dimensionato con riferimento ad un periodo ondoso pari a 1.8 s. Nella disposizione del materiale granulare, il profilo parabolico ideale è stato approssimato da una linea spezzata di pendenza variabile.

La Fig. 4.4 illustra l'assorbitore al termine della realizzazione.

La *performance* dell'assorbitore passivo, al variare delle condizioni ondose incidenti, è stata oggetto di uno studio specifico. Le prove sono state condotte simulando condizioni di onda incidente regolare con valori di altezza e periodo da considerarsi "estremi" nei confronti di quelli previsti nell'indagine sperimentale vera e propria.

I coefficienti di riflessione sono stati ottenuti dalla misura dell'agitazione ondosa in differenti posizioni in prossimità dell'assorbitore, in cui il profilo ondoso, risultante dalla sovrapposizione di un'onda incidente e una riflessa, presenta la forma tipica dell'onda pseudo-stazionaria, caratterizzata dalla presenza di sezioni pseudo-nodali e pseudo-ventrali. L'involuppo del profilo e la disposizione delle sonde sono riportati in Fig. 4.5. Dal momento che la distanza tra una sezione pseudo-nodale e una sezione pseudo-ventrale è pari a $L/4$, le misure sono state estese ad una zona di lunghezza superiore a $L/2$.



Fig. 4.4 – Assorbitore di riflessione passivo utilizzato nell'indagine sperimentale

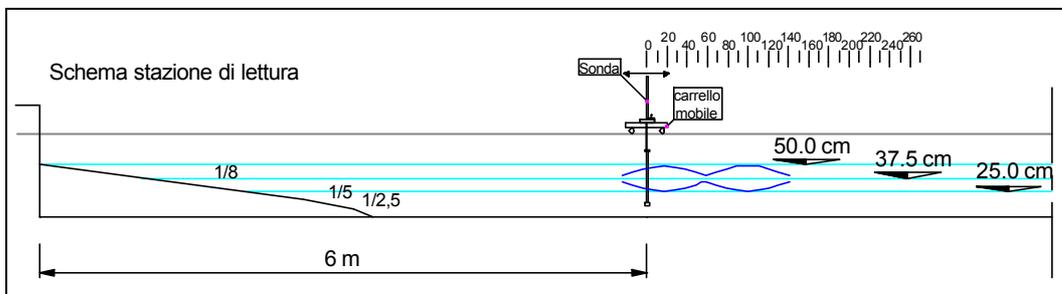


Fig. 4.5 – Misure di agitazione ondosa e profilo di involuppo per la verifica dell'assorbitore

Nelle sezioni pseudo-nodali l'oscillazione D_n è minima, ed è pari alla differenza tra l'altezza d'onda incidente H_i e quella riflessa H_r , mentre, nelle sezioni pseudo-ventrali l'oscillazione D_v è massima ed è pari alla somma delle due altezze:

$$\Delta_n = H_i - H_r \quad (4.7)$$

$$\Delta_v = H_i + H_r \quad (4.8)$$

Dalle (4.7) e (4.8) è possibile ottenere i valori di altezza d'onda riflessa e incidente, rispettivamente dalla differenza e dalla somma delle oscillazioni misurate nelle sezioni pseudo-nodali e pseudo-ventrali. Il rapporto tra le due altezze definisce il coefficiente di riflessione:

$$K_r = \frac{H_r}{H_i} \quad (4.9)$$

In Tab. 4.1 sono riportati i risultati dei test di verifica dell'assorbitore passivo; h indica il tirante idrico nel canale. Le verifiche sono state considerate soddisfatte in caso di coefficiente di riflessione non superiore al 7%.

h (cm)	T (s)	H_i (cm)	H_r (cm)	K_r	Risultato
25.0	2.5	9.02	0.77	8.5%	NO
25.0	1.8	9.42	0.62	6.6%	SI
25.0	1.0	7.97	0.16	2.0%	SI
37.5	1.5	11.58	0.40	3.5%	SI

Tab. 4.1 – Risultati della verifica della performance dell'assorbitore

Si osserva che, per un tirante idrico di 25.0 cm, la verifica può ritenersi soddisfatta per periodi ondosi fino a 1.8 s, mentre le onde di periodo 2.5 s danno luogo a coefficienti di riflessione superiori al valore massimo ritenuto ammissibile.

In caso di tiranti idrici maggiori rispetto a quelli riportati in tabella, sono da attendersi, a parità di condizioni ondose, valori inferiori dei corrispondenti coefficienti di riflessione.

4.4 Scelta e dimensionamento del modello sperimentale

Il modello sperimentale di struttura sommersa utilizzata nello studio è stato scelto e dimensionato in modo da riprodurre condizioni rappresentative di strutture reali ed ottenere, al tempo stesso, risultati confrontabili con quelli di lavori sperimentali presenti in letteratura.

Il confronto con le strutture reali è stato condotto ipotizzando che il modello sperimentale rappresenti un ideale prototipo in scala 1:20 secondo la similitudine di Froude (Hughes, 1993).

Il modello utilizzato nell'indagine è un'opera a scogliera sommersa le cui caratteristiche geometriche sono illustrate in Fig. 4.6.

Il *freeboard* R_c al di sopra del coronamento della barriera è stato confrontato con i valori utilizzati da Goda & Morinobu (1998), i quali, per un modello di dimensioni simili a quelle in esame, hanno riscontrato l'insorgere di effetti scala nella descrizione della dissipazione del frangimento per valori del *freeboard* pari a 3.5 cm, mentre tali effetti scala erano trascurabili per $R_c=7.5$ cm e $R_c=15.0$ cm.

Il tirante idrico $h=31.5$ cm permette di ottenere, per periodi ondosi 1.0 e 1.8 s, valori del coefficiente di riflessione in corrispondenza dell'assorbitore passivo minori rispetto a quelli presentati in Tab. 5.1. Questa considerazione ha indotto a ritenere ammissibile l'utilizzo di onde di periodo massimo $T=2.0$ s, leggermente maggiore rispetto al valore massimo utilizzato nelle verifiche della *performance* dell'assorbitore.

Allo scopo di verificare la rappresentatività del modello adottato, le caratteristiche geometriche della struttura sono state confrontate con quelle delle scogliere a cresta bassa presenti nei mari italiani (Briganti *et al.*, 2002). Per facilitare il confronto, in Fig. 4.7 le dimensioni della barriera utilizzata nel presente studio sono riportate in scala di un ideale prototipo, tenendo conto del fattore di scala 1:20.

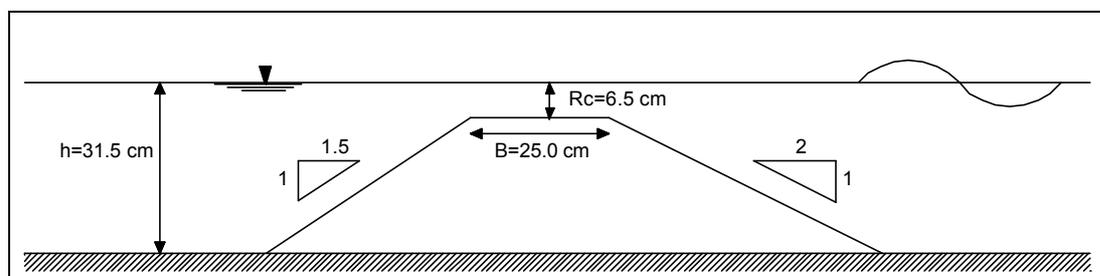


Fig. 4.6 – Caratteristiche geometriche del modello utilizzato

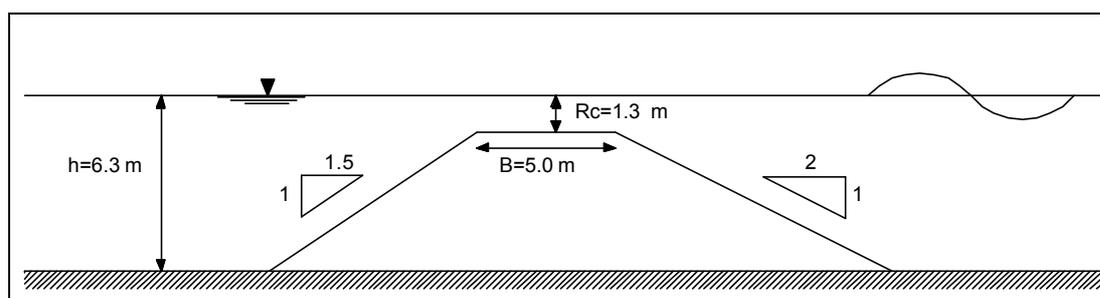


Fig. 4.7 – Caratteristiche geometriche del modello utilizzato in scala prototipale

Le Fig. 4.8 e 4.9 illustrano la distribuzione statistica del rapporto R_c/B tra il *freeboard* e la larghezza del coronamento, rispettivamente per le strutture censite nel Mare Tirreno e nel Mare Adriatico.

Si osserva che, nel Mare Tirreno, il *range* di maggiore frequenza del parametro R_c/B è rappresentato dall'intervallo [0.05-0.10], nel quale si ritrova il 55% dei dati, mentre per il Mare Adriatico, in cui i dati presentano una maggiore dispersione, i valori più frequenti sono compresi nell'intervallo [0-0.05], al quale corrisponde una frequenza del 35%.

La Fig. 4.10 illustra la curva di frequenza cumulata per il *freeboard* R_c . Si nota che circa il 71% delle strutture censite presenta un valore di R_c inferiore a 1.5 m, mentre tale percentuale sale ad oltre l'83% per $R_c=2.0$ m. Si evidenzia, inoltre, che quasi il 38% delle strutture censite è caratterizzato da valori del parametro R_c minori di 1.0 m.

La Fig. 4.11 riporta, infine, la curva di frequenza cumulata per la profondità al piede dell'opera h . Si evidenzia che circa il 71% delle opere ha una profondità di imbasamento inferiore a 5.0 m.

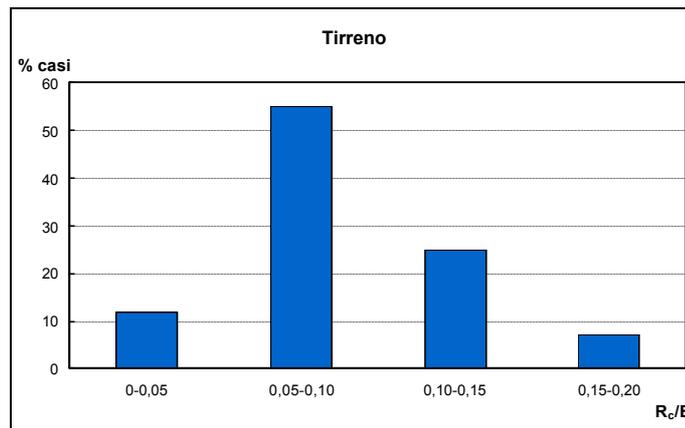


Fig. 4.8 – Distribuzione del rapporto R_c/B per le scogliere sommerse presenti nel Mare Tirreno (Briganti et al., 2002)

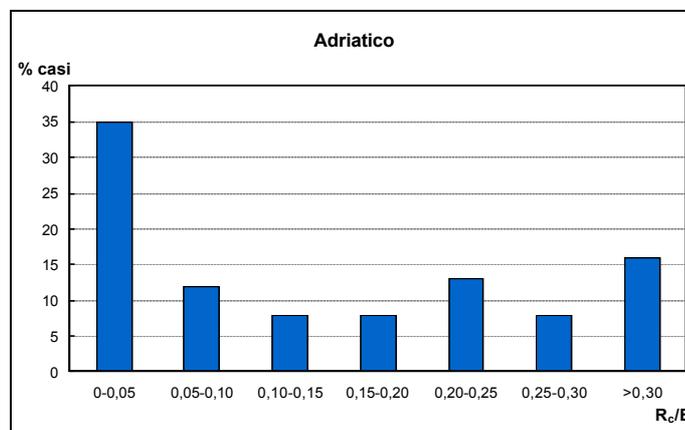


Fig. 4.9 – Distribuzione del rapporto R_c/B per le scogliere sommerse presenti nel Mare Adriatico (Briganti et al., 2002)

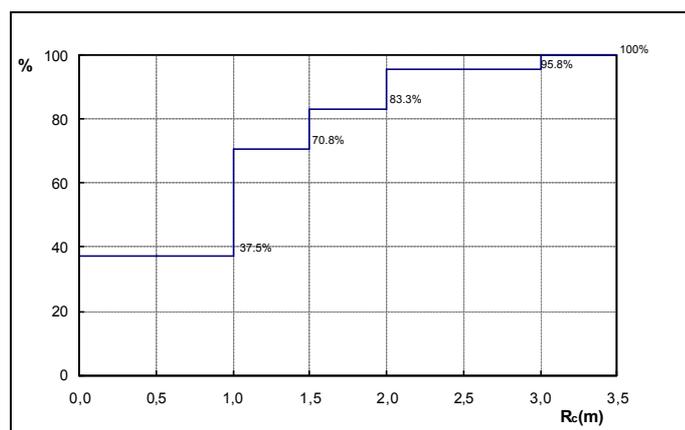


Fig. 4.10 – Frequenza cumulata della sommersenza R_c delle opere sommerse censite in Italia (Briganti et al., 2002)

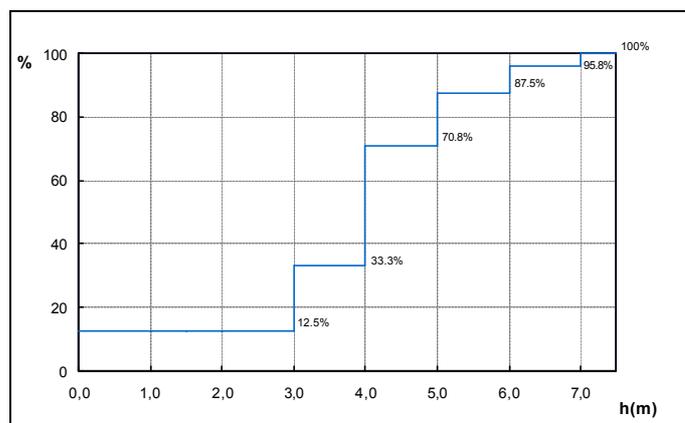


Fig. 4.11 – Frecenza cumulata della profondità di imbasamento h delle opere sommerse censite in Italia (Briganti et al., 2002)

La struttura adottata per il presente studio presenta un rapporto $R_c/B=0.26$, una sommergenza $R_c=1.3$ m ed una profondità al piede $h=6.3$ m. Il confronto con i dati riportati mostra che tali caratteristiche, pur non presentandosi con frequenza elevata, possono comunque ritenersi rappresentative di strutture realmente presenti nei nostri mari.

Il confronto con le dimensioni delle strutture utilizzate nei lavori sperimentali presenti in letteratura, discussi nel Capitolo 2, mostra, ugualmente, una sostanziale analogia.

4.5 Caratteristiche dei materiali impiegati

La pezzatura del materiale costituente la barriera è stata scelta in modo da garantirne la stabilità sotto l'effetto del moto ondoso incidente.

Il peso dei massi è stato definito in base alla formula proposta da Van der Meer (1992) per il dimensionamento del masso di mantellata per scogliere non tracimabili, adottando, a vantaggio di sicurezza, un coefficiente di riduzione del peso pari a 0.80, proposto dallo stesso Autore per le opere con coronamento posto in corrispondenza del livello medio mare ($R_c=0$).

L'onda di progetto prescelta ha un'altezza significativa $H=3.20$ m, prossima al valore di altezza frangente alla profondità $h=6.3$ m, ed un periodo $T=6.0$ s. Tenendo conto del criterio di similitudine di Froude, tali grandezze corrispondono, in modello, a $H=16$ cm, $T=1.34$ s.

Ipotizzando che il peso specifico del materiale costituente i blocchi sia 2650 Kg/m^3 , si ottengono, per il prototipo, un diametro D_{50} pari a 1.16 m ed un peso di 4.1 t, ai quali corrispondono, in modello, un diametro D_{50} pari a 0.058 m, e, un peso di 0.52 Kg.

A differenza delle scogliere normalmente realizzate a protezione della costa, per le quali si utilizzano differenti strati di materiale di pezzatura variabile ed un nucleo in materiale fino poco permeabile, nella realizzazione del modello sperimentale è stato utilizzato un unico ammasso

granulare, le cui caratteristiche corrispondono al peso del masso di mantellata precedentemente individuato.

Tale scelta è stata dettata principalmente dalla necessità di controllare la porosità della barriera, difficilmente riproducibile e quantificabile in modello per strutture zonate, ed è coerente con la considerazione che, pur rappresentando una condizione necessaria, la stabilità della scogliera non rappresenta oggetto di indagine nel presente lavoro.

Si riporta, in Fig. 4.12, la distribuzione in peso del materiale impiegato, che risulta leggermente più grossolano di quello teorico previsto in fase di dimensionamento.

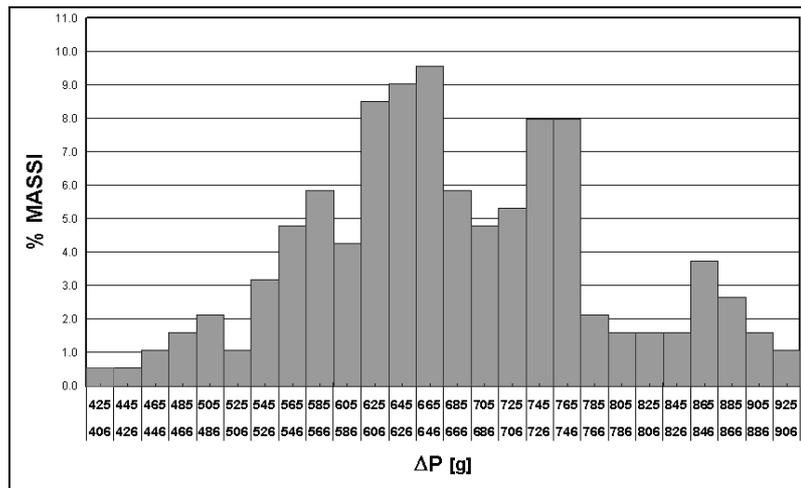


Fig. 4.12 – Distribuzione in peso del materiale utilizzato per la realizzazione del modello

La porosità dell'ammasso è stata determinata utilizzando un recipiente di volume noto, all'interno del quale è stato disposto un campione del materiale granulare compattato; il volume dei vuoti è stato, quindi, stimato misurando la quantità d'acqua necessaria a riempire completamente il recipiente. Il rapporto tra il volume dei vuoti così ottenuto ed il volume del recipiente fornisce il valore di porosità $e = 0.44$.

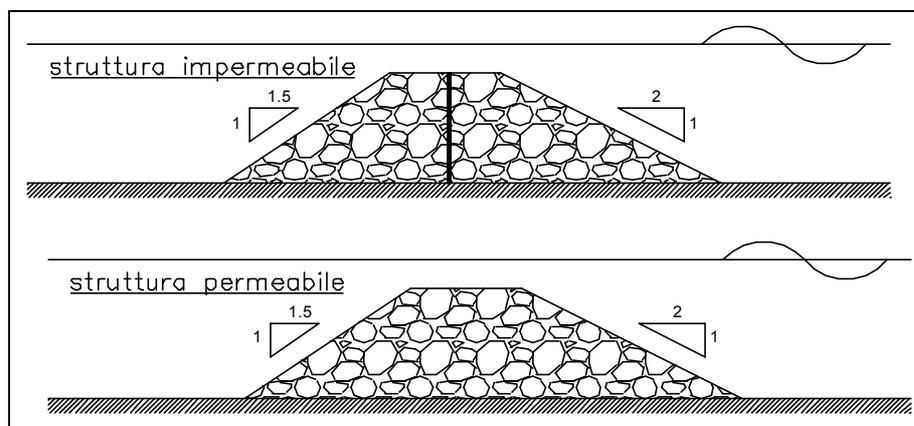


Fig. 4.13– Modelli di barriera di differente permeabilità utilizzate nelle prove

Allo scopo di evidenziare l'influenza della permeabilità della struttura sull'interazione con il moto ondoso, le prove sono state condotte con riferimento a due diverse condizioni di permeabilità, di cui una corrispondente alla barriera realizzata nel modo sinora descritto, l'altra realizzata inserendo, all'interno della struttura, un setto verticale impermeabile di materiale plastico.

Le due configurazioni così ottenute corrispondono, rispettivamente, alle tipologie di struttura permeabile ed impermeabile illustrate in *Fig. 4.13*.

4.6 Caratteristiche del moto ondoso incidente

Per entrambe le permeabilità della barriera, le prove sono state condotte simulando onde incidenti regolari, allo scopo di evidenziare la presenza delle componenti armoniche di differente frequenza, coerentemente con la maggior parte degli studi presentati in letteratura (v. Capitolo 2).

Le altezze d'onda di *target* imposte al generatore sono state fatte variare, con intervallo di 1.0 cm, da un valore minimo di 2.0 cm ad un valore massimo di 11.0 cm, per tre diversi valori del periodo, pari, rispettivamente a 1.0 s, 1.5 s e 2.0 s.

Le caratteristiche delle onde incidenti sono state scelte in modo da descrivere un *range* sufficientemente ampio di condizioni di prova, e sono confrontabili con la maggior parte dei valori adottati negli studi precedenti.

4.7 Metodologia di acquisizione ed analisi dei dati

4.7.1 Misure di agitazione ondosa

Utilizzando il sistema di acquisizione descritto, per ciascuna condizione di prova sono state condotte misure di agitazione ondosa in corrispondenza di quattro diverse posizioni, come illustrato in *Fig. 4.14*:

1. a largo della barriera;
2. sulla sezione mediana del paramento *offshore* della barriera;
3. sulla sezione mediana del coronamento della barriera;
4. a tergo della barriera, ad una distanza, in caso di frangimento, superiore a quella di *reforming* del moto ondoso;

La frequenza di campionamento utilizzata è pari a 25 Hz.

La durata delle acquisizioni è stata scelta in modo da non risentire dei possibili effetti di *ri-riflessione* dell'onda tra la barriera e la pala del generatore. Pertanto, le registrazioni acquisite sono state troncate al valore del tempo t_{max} , necessario all'onda riflessa dalla struttura per

raggiungere la pala del generatore, e quindi, dopo una ulteriore riflessione, arrivare nuovamente al piede della barriera:

$$t_{\max} = 2 \frac{D}{c} \quad (4.10)$$

essendo D la distanza tra il piede *offshore* della struttura ed il battitore, e c la celerità dell'onda.

Le misure di altezza d'onda incidente H_i al piede dell'opera (sonda 1) sono state eseguite in assenza della barriera, allo scopo di non risentire della riflessione del moto ondoso sulla struttura.

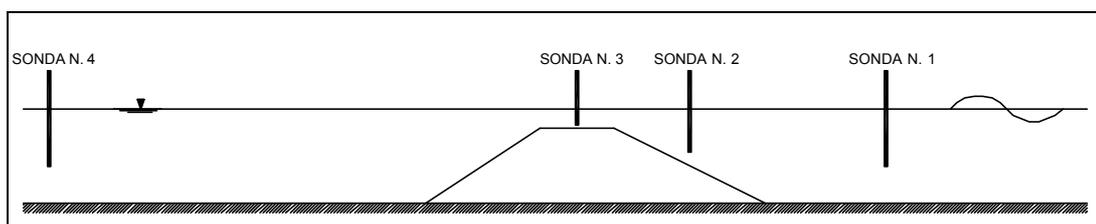


Fig. 4.14 – Posizione delle sonde di livello per la misura dell'agitazione ondosa

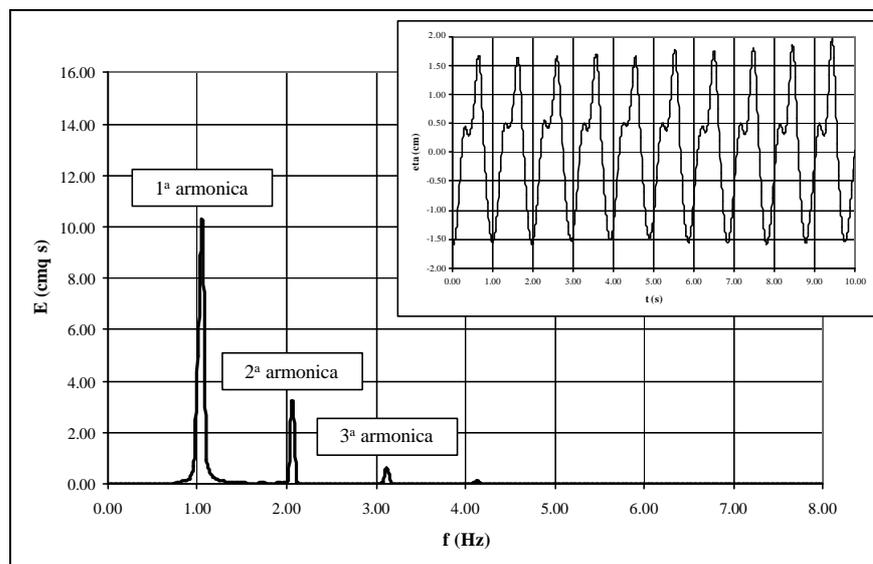


Fig. 4.15 – Esempio di registrazione acquisita e relativo spettro di potenza

L'analisi dei dati è stata condotta mediante l'utilizzo di applicazioni implementate in ambiente software *LabVIEW*.

Per ciascuna registrazione, attraverso l'utilizzo della *Fast Fourier Transform*, è stato ricavato lo spettro di potenza, dal quale sono stati calcolati i momenti e le principali caratteristiche del moto ondoso; in Fig. 4.15 è riportato un esempio di registrazione e del relativo spettro di potenza.

In particolare, indicando con $E(f)$ la funzione che esprime la densità spettrale, sono state valutate le seguenti grandezze:

- momento di ordine 0 dello spettro: $m_0 = \int_0^{\infty} E(f) df$
- momento di ordine 1 dello spettro: $m_1 = \int_0^{\infty} f E(f) df$
- momento di ordine -1 dello spettro: $m_{-1} = \int_0^{\infty} f^{-1} E(f) df$
- periodo di picco T_p , in corrispondenza della massima densità spettrale
- periodo medio spettrale T_{01} : $T_{01} = \frac{m_0}{m_1}$
- periodo medio spettrale T_{-10} : $T_{-10} = \frac{m_{-1}}{m_0}$

Accanto alle grandezze presentate, che descrivono globalmente il moto ondosso, sono state ricavate le caratteristiche relative alle singole componenti armoniche, individuabili dai picchi dello spettro corrispondenti ai multipli della frequenza fondamentale.

In particolare, sono stati valutati i momenti $m_0^{(i)}$ relativi alle porzioni dello spettro corrispondenti alle singole armoniche di ordine i , dai quali sono state dedotte l'ampiezza a e la potenza relativa dell'armonica, che, per come è stata calcolata la densità spettrale, assumono i seguenti valori:

- ampiezza della armonica i -esima: $a_i = \sqrt{m_0^{(i)}}$
- potenza relativa dell'armonica i -esima: $P_i = \frac{m_0^{(i)}}{m_0}$

4.7.2 Riprese video

Durante le prove, sono state acquisite delle riprese video, mediante l'utilizzo di una videocamera digitale, allo scopo di individuare le caratteristiche macroscopiche dell'interazione onda-barriera, con particolare riferimento all'occorrenza del frangimento ed alla forma dei frangenti.

Per ciascuna prova sono stati effettuati due tipi di riprese, di cui una ad inquadratura fissa, centrata in corrispondenza della barriera sommersa, l'altra ad inquadratura mobile, seguendo la propagazione del moto ondosso, e soffermandosi sulle regioni in cui l'interazione onda-barriera presentava macroscopicamente le caratteristiche più significative.

Le riprese sono state acquisite con una risoluzione di 25 fotogrammi per secondo.

Capitolo 5. Analisi dei risultati

5.1 Descrizione qualitativa delle forme di frangimento desunte dall'analisi video

Le riprese video acquisite sono state analizzate per individuare l'occorrenza o meno del frangimento, e, in caso affermativo, la forma con cui esso si è presentato. Allo scopo di limitare l'inevitabile grado di soggettività che tale tipo di analisi comporta, la procedura è stata ripetuta più volte, ed avvalendosi del giudizio di osservatori diversi.

Le forme di frangimento sono state ricondotte qualitativamente a cinque categorie fondamentali, delle quali si riporta una descrizione.

5.1.1 Frangimento di tipo *spilling*

Il frangimento *spilling* è caratterizzato da un profilo ondoso sostanzialmente simmetrico e da una rottura in corrispondenza della cresta, sulla quale sono osservabile delle bolle d'aria.

L'evoluzione di tale forma di frangente viene esposta in dettaglio nei punti seguenti, che commentano i fotogrammi riportati nella *Fig. 5.1*, che si riferiscono alla prova relativa alla struttura impermeabile con $H=6$ cm, $T=1.0$ s.

Dalla sequenza è possibile individuare le seguenti fasi fondamentali:

1. in prossimità della mezzeria del coronamento, dalla cresta dell'onda si origina un modesto getto *plunging*;
2. il getto si ricurva e ricade sulla parte superiore del fronte mentre sia il cavo che la cresta dell'onda si trovano sulla sommità della struttura;
3. tale getto forma un disturbo superficiale della superficie idrica che, a seconda dell'altezza dell'onda incidente, può assumere dimensioni notevoli;
4. quando la cresta dell'onda supera il coronamento della barriera, il disturbo si distende e scompare.



Fig. 5.1 – Sequenza di un frangimento di tipo *spilling*

5.1.2 Frangimento di tipo *spilling-plunging*

Le fasi principali di tale forma di frangimento sono illustrate nella Fig. 5.2, nella quale sono riportati alcuni fotogrammi relativi alla prova con struttura impermeabile, $H=9$ cm e $T=1.0$ s.

Dalla sequenza, è possibile individuare le seguenti fasi:

1. in corrispondenza della cresta dell'onda si sviluppa un getto *plunging*, in una posizione compresa tra la mezzeria e lo spigolo lato mare del coronamento;
2. il getto si ripiega sulla parte centrale del fronte dando origine ad un *plunger vortex*; in questa fase, analogamente al frangimento *spilling*, sia il cavo che la cresta dell'onda si trovano sulla sommità della struttura;
3. la quantità di moto trasferita dal getto *plunging* al fronte antistante solleva uno *splash* che raggiunge il pelo libero in corrispondenza dello spigolo della struttura;
4. a tergo della struttura, il moto ondoso si presenta di forma alquanto complessa con evidente presenza di bolle d'aria nella massa fluida.

La differenza fondamentale tra questa forma di frangimento e lo *spilling*, descritto in precedenza, è nella importanza del getto *plunging*, che, in questo caso, ha la potenza necessaria a distaccarsi dalla cresta, e si proietta in avanti ricadendo a poca distanza da essa, sul tratto discendente del profilo dell'onda, che presenta una elevata ripidità.

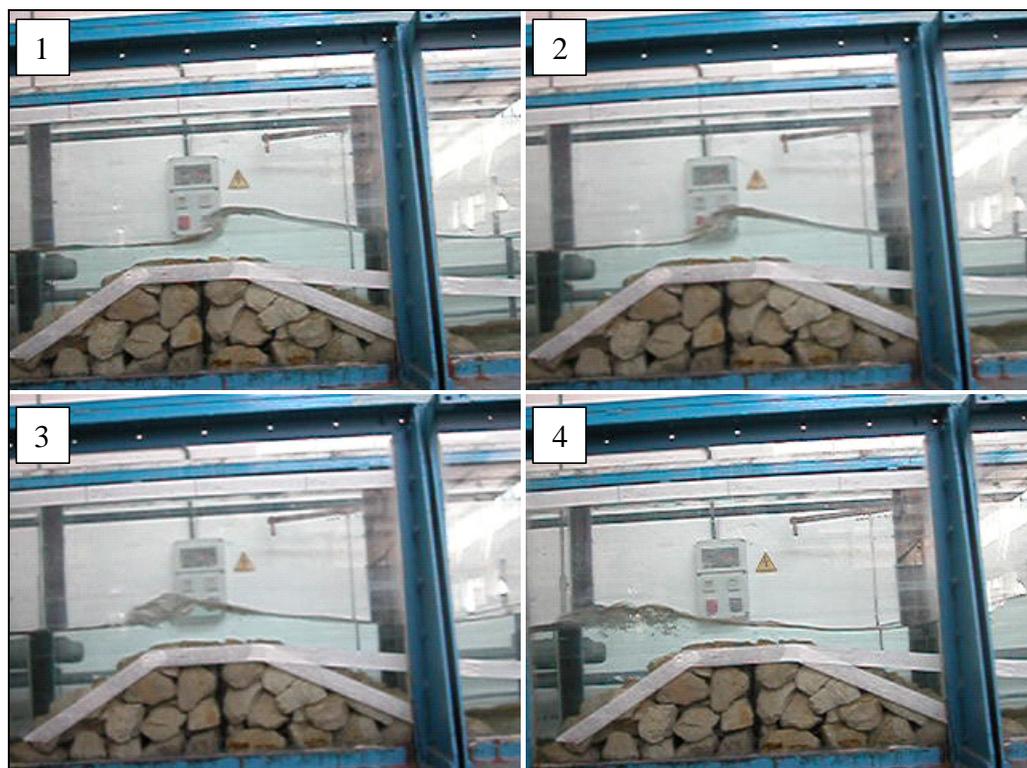


Fig. 5.2 – Sequenza di un frangimento di tipo spilling-plunging

5.1.3 Frangimento di tipo *plunging*

L'evoluzione di un frangente di tipo *plunging* è illustrata nella Fig. 5.3, che riporta alcuni fotogrammi estratti dalla ripresa della prova con $H=10$ cm, $T=1.0$ s, relativa alla struttura permeabile.

Dalla sequenza, si individuano le seguenti fasi:

1. il profilo ondoso diventa asimmetrico in prossimità dello spigolo lato mare della struttura, ed il fronte dell'onda presenta una elevata ripidità;
2. dalla cresta dell'onda si sviluppa un evidente getto *plunging*, mentre il cavo e la cresta dell'onda si trovano entrambi al di sopra della barriera;
3. la quantità di moto del getto permette ad esso di proiettarsi in avanti e di penetrare nel cavo dell'onda (*plunge point*) intrappolando una sacca di aria in corrispondenza del punto di *plunge*, con una caratteristica forma ad occhiello;
4. per effetto della spinta del *plunger vortex*, dal punto di *plunge* si distacca un ulteriore getto (*splash*) che impatta sulla superficie idrica alle spalle dell'opera dissipando energia nella zona protetta. Si nota, inoltre, la formazione di un'onda secondaria, generata dalla spinta del *plunger vortex*, che si propaga verso la zona protetta.

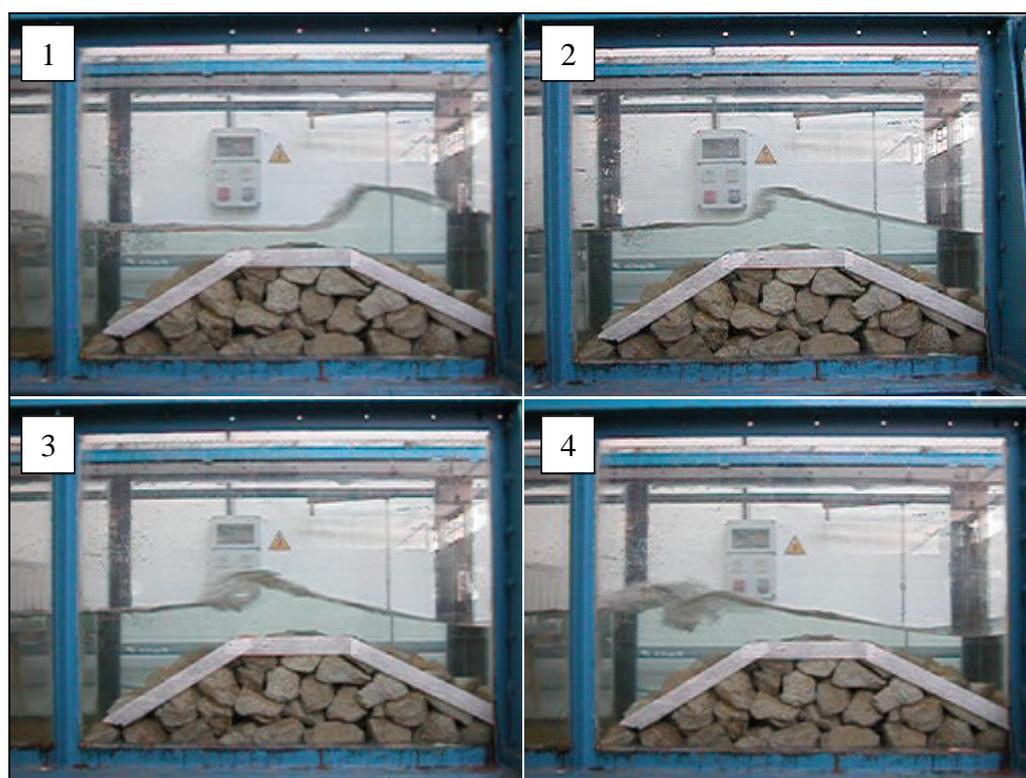


Fig. 5.3 – Sequenza di un frangimento di tipo plunging

Il frangimento *plunging* rappresenta una evoluzione del frangimento *spilling-plunging*, che si verifica con il progressivo aumento della potenza del getto *plunging*. In questo caso, il getto ha la potenza sufficiente a superare la cresta e ricadere nel cavo dell'onda, provocando, per l'intensità dell'impatto, un forte spruzzo d'acqua e la formazione di un'onda secondaria nell'area protetta alle spalle della diga.

5.1.4 Frangimento di tipo bore

Il frangimento di tipo *bore* è illustrato, nelle sue fasi fondamentali, in Fig. 5.4, nella quale sono riportati alcuni fotogrammi estratti dalla ripresa della prova con $H=8$ cm, $T=2.0$ s, e struttura impermeabile.

Dalla sequenza è possibile individuare le seguenti fasi:

1. in prossimità dello spigolo lato mare della struttura, il profilo dell'onda si abbassa fino a raggiungere una posizione molto vicina alla superficie della barriera;
2. dalla parte più bassa e ripida del fronte si origina un getto *plunging* che colpisce la superficie idrica;
3. il getto *plunging* genera un disturbo (*splash*) che viene trasportato verso l'alto dall'onda che si approssima alla fase di cresta. Successivamente il profilo si presenta simile a quello di un risalto idraulico (*bore*), con una zona turbolenta centrale che connette due tratti, lato mare e lato spiaggia, orizzontali e paralleli tra loro. Si nota che la cresta dell'onda è lontana dalla zona instabile del fronte;

- l'intumescenza si sposta orizzontalmente lungo il top della struttura sommersa; quando il cavo dell'onda supera lo spigolo lato spiaggia (*inshore*) della struttura, e passa ad una profondità maggiore, il vortice si distende assumendo un profilo prossimo ad un risalto idraulico ondulato.

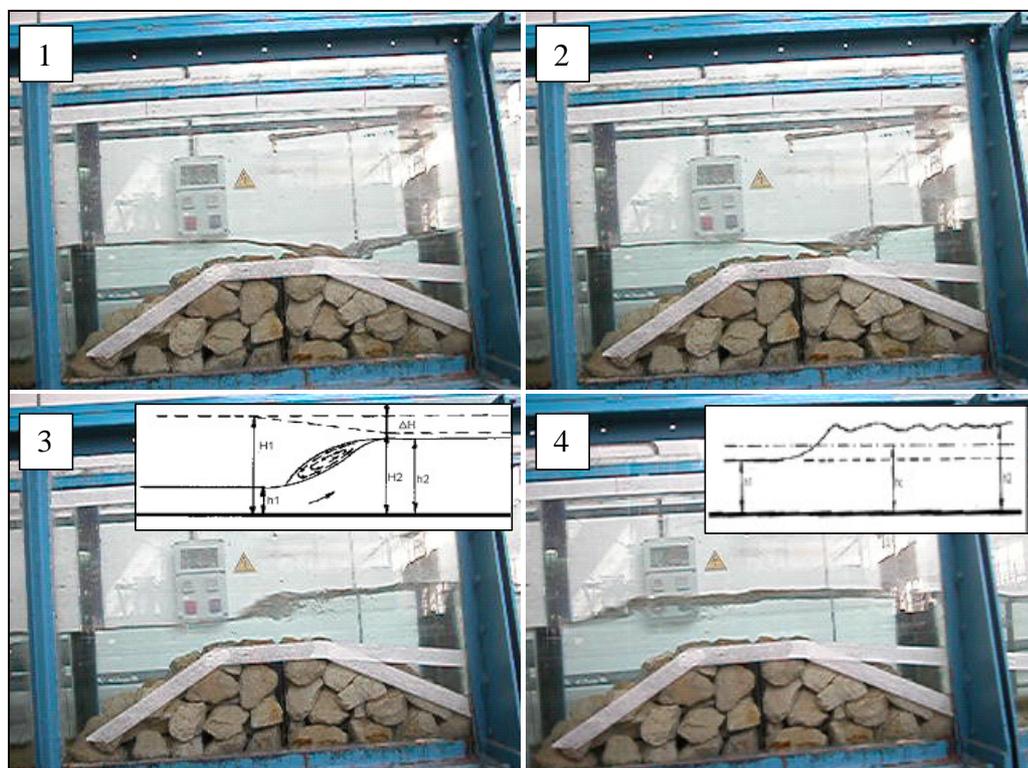


Fig. 5.4 – Sequenza di un frangimento di tipo bore. Confronto con i profili di risalto idraulico

Per evidenziare più chiaramente le similitudini con il fenomeno del risalto idraulico, i profili ondosi dei fotogrammi 3 e 4 sono stati confrontati con i noti profili di pelo libero corrispondenti, rispettivamente, alle condizioni di risalto e risalto ondulato.

Si evidenzia, rispetto ai casi esaminati in precedenza, un comportamento dell'onda sostanzialmente diverso, in cui l'instabilità e la conseguente rottura del profilo ondoso si sviluppano in corrispondenza del cavo dell'onda, anziché della cresta.

5.1.5 Frangimento di tipo *bore-plunging*

Il frangimento di tipo *bore-plunging* è illustrato nella Fig. 5.5, nella quale sono riportati alcuni fotogrammi relativi alla prova con $H=10$ cm, $T=1.5$ s, struttura impermeabile.

Dall'esame della sequenza si possono individuare le seguenti fasi del frangimento:

- in prossimità dello spigolo *offshore* della struttura, il profilo dell'onda si abbassa vistosamente, fino a raggiungere una posizione molto vicina alla superficie della barriera; in corrispondenza del cavo si origina un getto *plunging*;

2. il meccanismo di rottura comincia ad estendersi, a partire dal cavo, verso la parte superiore del profilo dell'onda; si osserva che la cresta dell'onda appare ancora intatta, mentre la rottura è evidente nella parte inferiore;
3. la rottura raggiunge la cresta dell'onda; per effetto della piccola distanza tra la cresta ed il cavo, il profilo dell'onda non presenta tratti paralleli a diversa quota come nel caso *bore*, ma un fronte ad elevata curvatura;
4. in corrispondenza della parte centrale del coronamento della barriera, un ulteriore getto *plunging* si distacca dalla cresta e si proietta in avanti;
5. il getto *plunging* ricade nel cavo dell'onda ed origina uno *splash*, analogamente al caso del frangimento *plunging*;

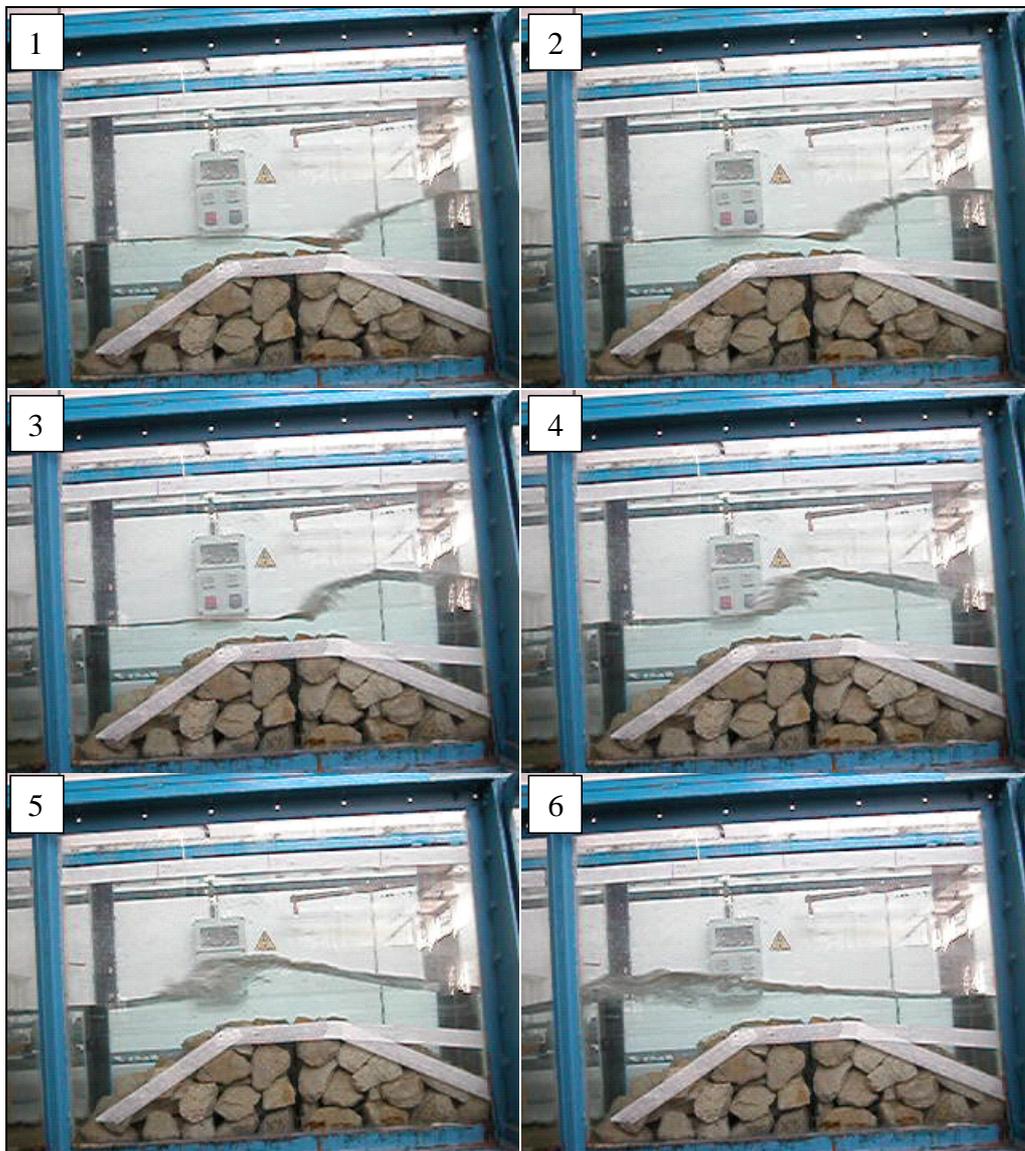


Fig. 5.5 – Sequenza di un frangimento di tipo bore-plunging

6. nella zona profonda a tergo della barriera, la turbolenza tende gradualmente ad attenuarsi, e l'energia residua tende a ricostruire il moto ondosio.

Il frangimento *bore-plunging* ha inizio in maniera analoga al frangimento *bore*, in quanto la prima rottura dell'onda avviene in corrispondenza del punto più depresso del profilo. Tuttavia, in questo caso, il meccanismo si estende fino a coinvolgere l'intero profilo dell'onda; quando la rottura raggiunge la cresta dell'onda, il frangimento procede in modo molto simile al caso *plunging*.

5.2 Meccanismi di rottura della cresta o del cavo dell'onda

Anche se, come è stato evidenziato, il frangimento dell'onda può avvenire con modalità molto diverse a seconda delle condizioni di prova, è possibile individuare delle caratteristiche comuni alle differenti tipologie di frangimento osservate.

Tali caratteristiche comuni possono essere desunte dal meccanismo di instabilizzazione e rottura dell'onda.

In generale, il frangimento ha luogo quando una porzione del fronte dell'onda diviene molto ripida, o sub-verticale, si instabilizza e ricade in avanti con un getto più o meno intenso (*plunge*). L'impatto del getto con la superficie dell'onda genera un disturbo sotto forma di uno spruzzo (*splash*) che viene trasportato con sé dall'onda. Il processo è accompagnato dall'intrappolamento di aria all'interno della massa liquida, che si manifesta con la presenza di bolle e schiuma.

Gli aspetti descritti sono presenti in tutti i tipi di frangimento analizzati; le differenze tra le varie forme di frangenti, pertanto, sembrano dipendere essenzialmente da due fattori:

1. estensione della porzione del profilo che diviene sub-verticale;
2. posizione dell'elemento instabile del profilo rispetto alla cresta dell'onda.

Relativamente al secondo aspetto, si possono individuare due meccanismi fondamentali di rottura dell'onda, che possono essere definiti, rispettivamente, *in cresta* o *in cavo*, come illustrato nelle *Figg. 5.6* e *5.7*.

In entrambi i casi si verifica l'instabilizzazione del fronte dell'onda, ma, mentre nella *Fig. 5.6* il fenomeno ha origine sulla cresta dell'onda, nella *Fig. 5.7* la rottura inizia nel cavo.

Relativamente all'estensione della regione instabile, nei casi in cui il frangimento rimane confinato in una porzione limitata del profilo dell'onda, esso si presenta, nel caso della rottura in cresta, con una forma di tipo *spilling* (caso *a* della *Fig. 5.6*), e, nel caso della rottura in cavo con una forma di tipo *bore* (caso *a'* della *Fig. 5.7*).

Quando il fenomeno di instabilità aumenta la propria intensità fino a coinvolgere l'intero il profilo dell'onda, in entrambi i casi le forme di frangimento tendono a raggiungere la condizione di *plunging*, in cui tutto il profilo ondosio assume un andamento sub-verticale. (caso *b* della *Fig. 5.6* e *b'* della *Fig. 5.7*).

Le analisi video hanno evidenziato che, generalmente, i frangimenti in cui è il cavo dell'onda a divenire instabile hanno inizio in prossimità dello spigolo *offshore* della struttura, influenzati molto probabilmente dalla pendenza del paramento esterno. Al contrario, i frangimenti in cui è

la cresta dell'onda a divenire instabile si verificano sul coronamento della struttura, dove sono presenti sia il cavo che la cresta dell'onda.

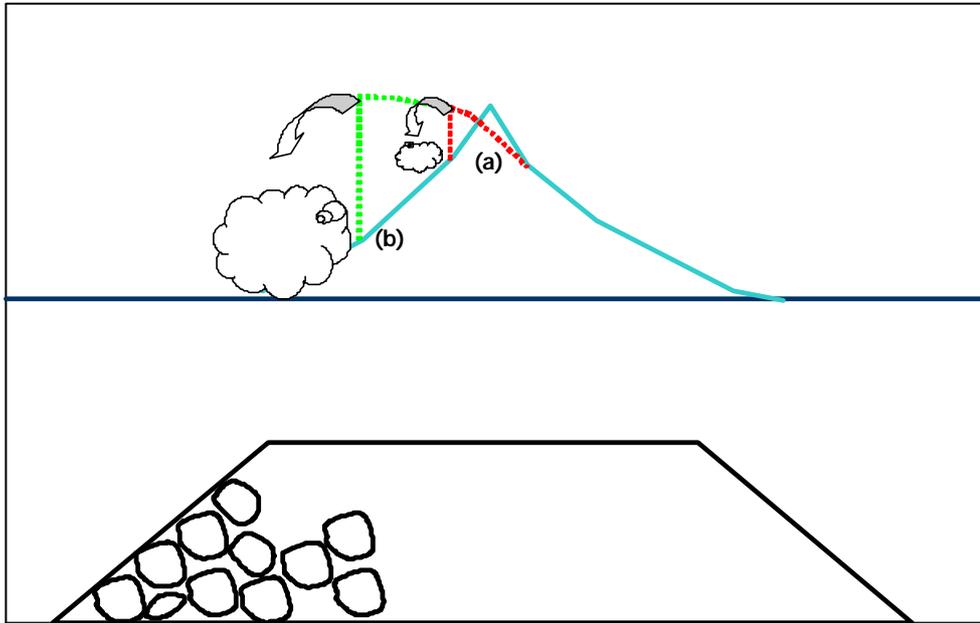


Fig. 5.6 - Schematizzazione del fenomeno di rottura dalla cresta dell'onda. (a): spilling, (b): plunging

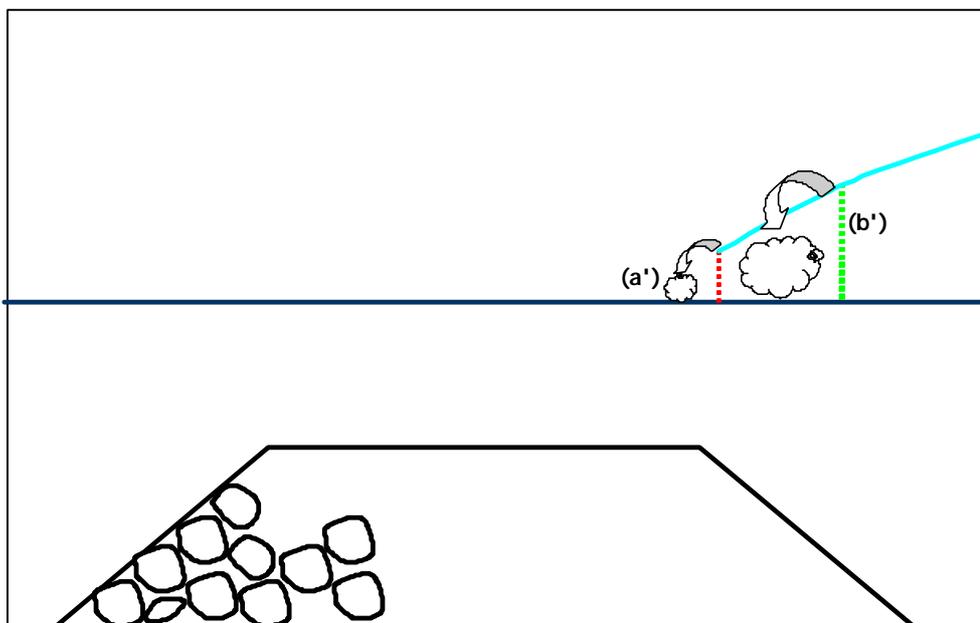


Fig. 5.7 - Schematizzazione del fenomeno di rottura dal cavo dell'onda. (a'): bore, (b'): plunging

5.3 Classificazione delle tipologie di frangimento osservate

Nella Tab. 5.1 sono riportate le forme di frangimento osservate nel corso delle prove effettuate, rispettivamente nel caso di barriera impermeabile o di barriera permeabile.

CARATTERISTICHE ONDA INCIDENTE				TIPO DI FRANGIMENTO	
T (s)	H_{target} (cm)	H_i (cm)	U_r	Struttura impermeabile	Struttura permeabile
1.0	2.00	2.31	1.80	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
1.0	3.00	3.43	2.68	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
1.0	4.00	4.53	3.53	<i>spilling</i>	<i>non presente</i>
1.0	5.00	5.63	4.39	<i>spilling</i>	<i>spilling</i>
1.0	6.00	6.63	5.17	<i>spilling</i>	<i>spilling</i>
1.0	7.00	7.43	5.79	<i>spilling</i>	<i>spilling</i>
1.0	8.00	8.30	6.47	<i>spilling-plunging</i>	<i>spilling-plunging</i>
1.0	9.00	9.02	7.03	<i>spilling-plunging</i>	<i>spilling-plunging</i>
1.0	10.00	9.70	7.57	<i>plunging</i>	<i>plunging</i>
1.0	11.00	10.54	8.22	<i>plunging</i>	<i>plunging</i>
1.5	2.00	2.24	8.84	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
1.5	3.00	3.35	13.23	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
1.5	4.00	4.47	17.65	<i>bore</i>	<i>non presente</i>
1.5	5.00	5.62	22.19	<i>bore</i>	<i>non presente</i>
1.5	6.00	6.76	26.69	<i>bore</i>	<i>bore</i>
1.5	7.00	7.95	31.39	<i>bore</i>	<i>bore</i>
1.5	8.00	8.97	35.42	<i>bore</i>	<i>bore</i>
1.5	9.00	9.83	38.81	<i>bore</i>	<i>bore-plunging</i>
1.5	10.00	10.90	43.04	<i>bore-plunging</i>	<i>bore-plunging</i>
1.5	11.00	12.04	47.54	<i>bore-plunging</i>	<i>bore-plunging</i>
2.0	2.00	2.20	27.45	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
2.0	3.00	3.40	42.43	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
2.0	4.00	4.64	57.90	<i>non presente</i>	<i>non presente</i>
2.0	5.00	5.87	73.25	<i>bore</i>	<i>non presente</i>
2.0	6.00	7.17	89.47	<i>bore</i>	<i>bore</i>
2.0	7.00	8.40	104.82	<i>bore</i>	<i>bore</i>
2.0	8.00	9.55	119.17	<i>bore</i>	<i>bore</i>
2.0	9.00	10.62	132.52	<i>bore</i>	<i>bore-plunging</i>
2.0	10.00	11.65	145.38	<i>bore</i>	<i>bore-plunging</i>
2.0	11.00	12.41	154.86	<i>bore</i>	<i>bore-plunging</i>

Tab. 5.1 – Tipologie di frangimento osservate nelle prove effettuate

Dall'esame dei risultati si possono dedurre le seguenti considerazioni.

1. Al crescere dell'altezza d'onda, ed indipendentemente dalla permeabilità della barriera, le onde di periodo $T=1.0$ s evolvono da una condizione di non frangimento,

al frangimento *spilling*, *spilling-plunging* e, infine, *plunging*. Pertanto, il meccanismo di rottura individuato è quello per cresta.

2. Le onde di periodo più elevato, $T=1.5\text{ s}$ e $T=2.0\text{ s}$, indipendentemente dalla permeabilità della barriera, evolvono, al crescere dell'altezza, dalla condizione di non frangimento, al frangimento *bore* al *bore-plunging*. Il meccanismo di frangimento individuato, pertanto, è quello per cavo.
3. Il periodo, pertanto, sembra influenzare in modo sostanziale il meccanismo di frangimento, mentre il suo verificarsi o meno, e l'intensità con cui esso si presenta, sono influenzate dall'altezza dell'onda. Questo comportamento è stato osservato sia per la struttura impermeabile, sia per quella permeabile.
4. Il valore limite di altezza per cui si verifica il frangimento tende generalmente a crescere al crescere del periodo.
5. Nel caso di barriera permeabile il frangimento ha inizio, a parità di periodo, per valori più elevati di altezza d'onda rispetto al caso della barriera impermeabile. Questa caratteristica è stata osservata per i frangimenti sia in cresta, sia in cavo.
6. Nel caso di frangimento in cavo, la permeabilità favorisce la transizione dalla forma *bore* alla forma *bore-plunging*. Tale ultima tipologia di frangimento, per $T=2.0\text{ s}$, è presente solo sulla barriera permeabile.

Le ultime due considerazioni sulla permeabilità della struttura, sono evidenziate nelle *Figg. 5.8* e *5.9*, in cui sono confrontati momenti successivi del frangimento in presenza di barriera impermeabile e permeabile, rispettivamente, nel caso di frangimento per cresta e per cavo.

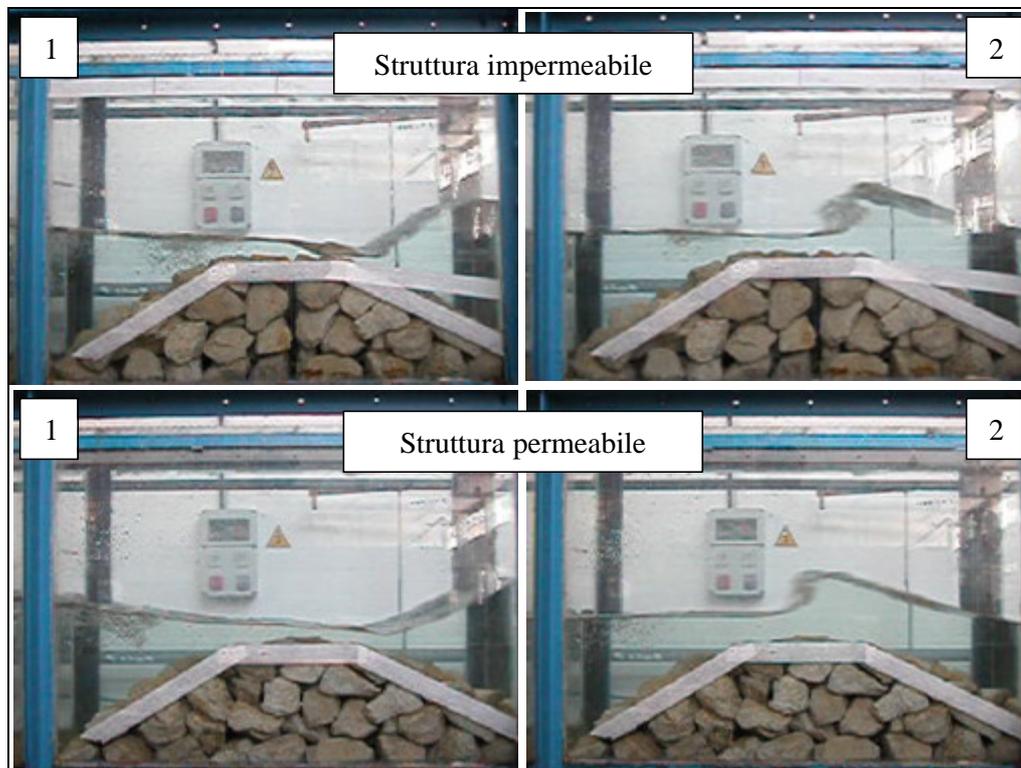


Fig. 5.8 – Confronto tra le fasi iniziali di un frangimento per cresta su barriera impermeabile e permeabile, per le stesse condizioni di onda incidente

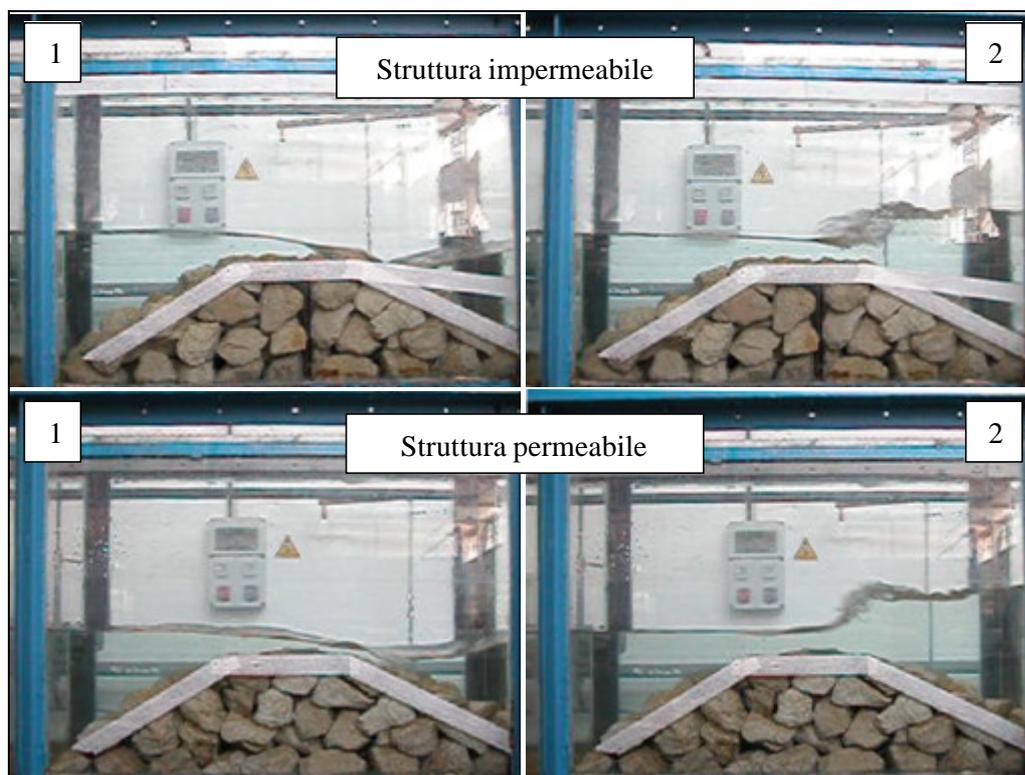


Fig. 5.9 – Confronto tra le fasi iniziali di un frangimento per cavo su barriera impermeabile e permeabile per le stesse condizioni di onda incidente

La Fig. 5.8 è relativa alla prova con $H=11$ cm, $T=1.0$ s; in entrambi i casi il frangimento si origina sulla cresta ed è di tipo *plunging*. I fotogrammi indicati con il numero 1 illustrano la fase di massima depressione del profilo ondoso (*run-down*) in corrispondenza dello spigolo lato mare della barriera. Si osserva che, nel caso della struttura impermeabile, il *run-down* è più evidente rispetto a quanto si verifica sulla struttura permeabile; il motivo di ciò è da attribuirsi alla maggiore riflessione del moto ondoso. Inoltre, nel caso della struttura permeabile, il moto è influenzato dal flusso che attraversa la barriera L'effetto complessivo è che, nel caso della struttura impermeabile, il dislivello tra cresta e cavo è più elevato, il profilo ondoso è più ripido ed instabile, ed il getto *plunging* più intenso (fotogrammi n. 2).

I fotogrammi di Fig. 5.9 si riferiscono alla prova con $H=10$ cm, $T=2.0$ s che dà luogo ad un frangimento di tipo *bore* nel caso di barriera impermeabile e *bore-plunging* nel caso di barriera permeabile. Nel caso di struttura impermeabile il *run-down* è talmente elevato che la barriera rimane quasi allo scoperto, e l'instabilità del profilo d'onda, originatasi nel punto più depresso del profilo, si estende rapidamente fino a coinvolgere l'intero fronte incidente. Nel caso di barriera permeabile, il dislivello tra la cresta ed il cavo è meno intenso, ed il getto *plunging* ha la possibilità di proiettarsi in avanti prima di essere sommerso dal passaggio della cresta che lo segue.

In entrambi i casi, si può evidenziare che la permeabilità della barriera riduce il grado di instabilità del fronte d'onda incidente, dando luogo ad una cresta con un profilo meno ripido ed un cavo meno depresso rispetto al caso della barriera impermeabile; questo fatto spiega i valori più elevati dell'altezza limite di frangimento.

Le considerazioni esposte sono evidenziate dal grafico della Fig. 5.10, nel quale sono messe a confronto fasi successive di un frangimento *plunging* su struttura permeabile ed impermeabile, relative alla prova con $H=10\text{ cm}$, $T=1\text{ s}$. Si evidenzia che, nel caso della struttura impermeabile, il getto *plunging* è più intenso, ed il disturbo superficiale originatosi per effetto dell'impatto di esso con la superficie idrica si estende su un'area maggiore a tergo della barriera.

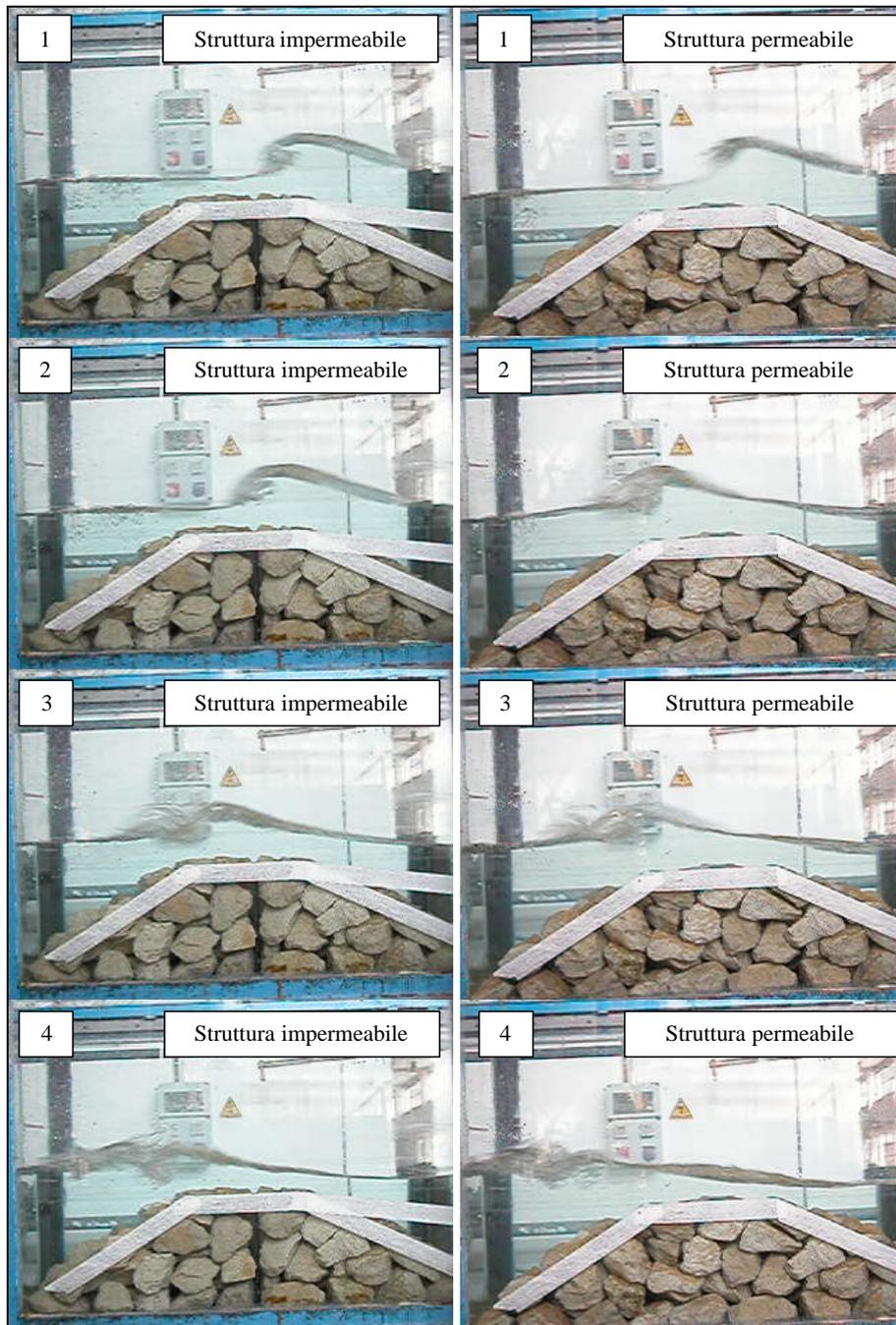


Fig. 5.10– Confronto tra le intensità del getto *plunging* su barriera impermeabile e permeabile, per le stesse condizioni di onda incidente

5.4 Modificazioni delle caratteristiche ondose, in relazione alle caratteristiche del frangimento sulla barriera

Le misure di agitazione ondosa e le analisi descritte nel capitolo precedente hanno permesso di ricostruire le principali caratteristiche del moto ondoso in corrispondenza della struttura ed a tergo di essa.

I risultati sono stati esaminati e discussi, allo scopo di evidenziare relazioni di tipo qualitativo tra le modificazioni del moto ondoso e le caratteristiche del frangimento sulla struttura.

5.4.1 Onde non frangenti

Struttura impermeabile

Il caso delle onde non frangenti su struttura impermeabile si avvicina molto, almeno nei casi di onda incidente prossima alle condizioni di linearità, alla descrizione teorica ed alla maggior parte degli studi su modello descritti nei capitoli precedenti, dai quali si differenzia, comunque, per la scabrezza e la geometria della struttura.

Le onde incidenti sono caratterizzate da valori limitati di altezza e, nel caso di periodo 1.0 s, presentano caratteristiche sostanzialmente lineari; le componenti non lineari assumono una maggiore importanza nel caso del periodo 1.5 s e diventano significative per le onde di periodo 2.0 s. Il grado di non-linearità delle onde incidenti è evidenziato nella *Tab. 5.1*, in cui, per ciascuna prova, viene riportato il numero di Ursell a largo della struttura, espresso come:

$$Ur = \frac{H_i L_0^2}{h^3} \quad (5.1)$$

essendo H_i l'altezza d'onda al piede dell'opera, L_0 la lunghezza d'onda calcolata con riferimento alle condizioni di profondità illimitata e $h=31.5$ cm il tirante idrico nel canale.

Le onde di periodo 1.0 s e 1.5 s presentano comportamenti molto simili, che sono coerenti con il meccanismo di sviluppo e propagazione delle componenti non lineari descritto nei capitoli precedenti. Il passaggio al di sopra della cresta comporta la crescita delle armoniche di ordine superiore al primo, ed in particolare della seconda armonica, che attinge il valore massimo in corrispondenza del coronamento della barriera, per poi rimanere sostanzialmente invariata a tergo di essa. Per le onde di altezza più elevata si rileva la presenza di armoniche superiori al secondo ordine.

La misura dell'agitazione ondosa sul paramento *offshore* della diga risulta influenzata dalla sovrapposizione tra l'onda incidente e quella riflessa, e, pertanto, l'armonica principale presenta ivi un andamento irregolare, analogamente a quanto osservato negli studi di letteratura. L'effetto complessivo, tuttavia, è una riduzione del contenuto energetico trasmesso a tergo della struttura.

L'andamento descritto è illustrato, a titolo di esempio, nella *Fig. 5.11* (relativa alla prova con $H=3$ cm, $T=1.0$ s), in cui sono riportate le ampiezze delle componenti armoniche, adimensionalizzate rispetto alla profondità al di sopra della cresta $R_c=6.5$ cm. In *Fig. 5.12*, analogamente, sono illustrate le percentuali di potenza del moto ondoso associate alle singole armoniche.

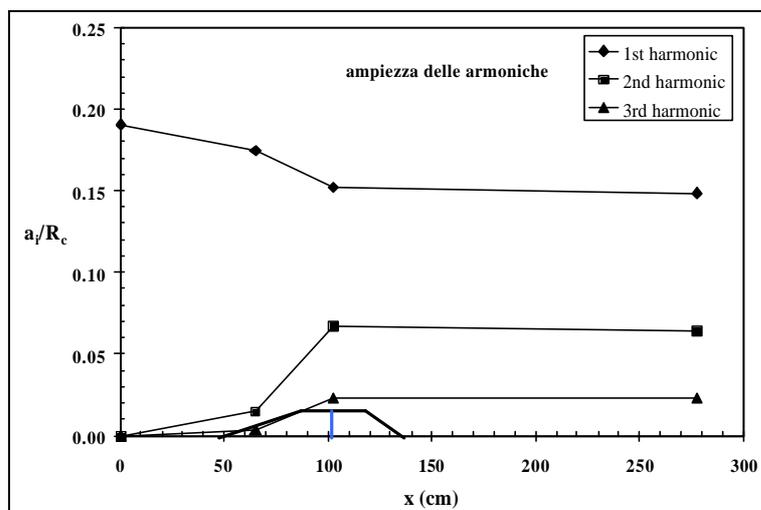


Fig. 5.11 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, onda non frangente, $H=3$ cm, $T=1.0$ s

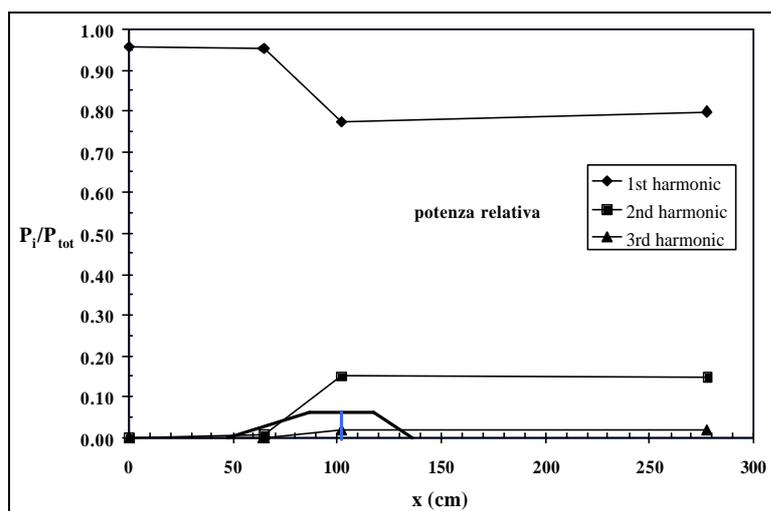


Fig. 5.12 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, onda non frangente, $H=3$ cm, $T=1.0$ s

Dalla Fig. 5.12, si osserva che il moto ondoso incidente è sostanzialmente lineare, con la componente del primo ordine che trasporta il 95% della potenza totale; il passaggio al di sopra dell'ostacolo dà luogo ad un brusco trasferimento di energia alla componente del secondo ordine, che conserva il proprio contenuto energetico nella zona ad elevata profondità a tergo della struttura, con una potenza relativa di circa il 15%. Tale andamento è coerente con l'ipotesi che l'armonica di secondo ordine, generatasi al di sopra della barriera, si propaghi a tergo di essa come *free wave*, in una condizione in cui, per effetto della profondità elevata, le componenti *bound* non lineari non possono esistere. Un ragionamento analogo vale, anche se in scala molto ridotta, per la componente armonica del terzo ordine.

Le modificazioni del contenuto energetico dell'onda sono evidenziate anche dalla Fig. 5.13, che riporta la distribuzione spaziale dei periodi medi spettrali $T_{.10}$ e T_{01} . Si nota che, per effetto

del trasferimento di energia alle armoniche di ordine superiore, i periodi medi si abbassano nel passaggio al di sopra della cresta, per poi rimanere sostanzialmente costanti nell'area a tergo. Il periodo di picco, al contrario, non si modifica nell'interazione con la barriera, analogamente a quanto osservato negli studi precedenti.

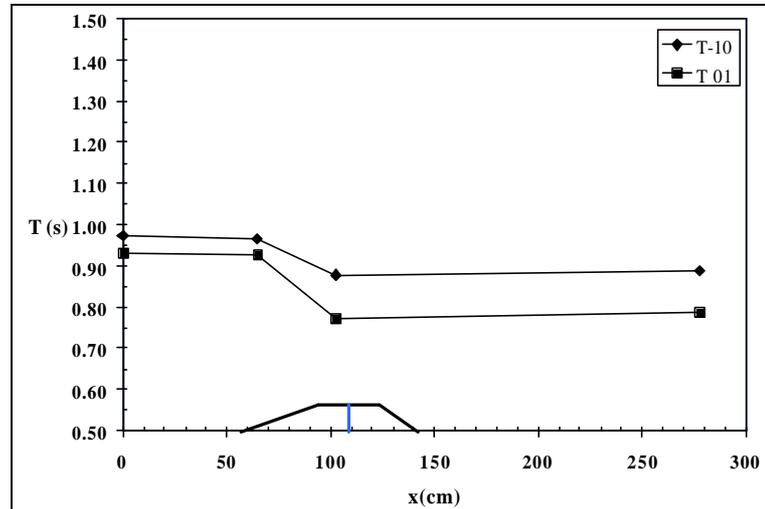


Fig. 5.13 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, onda non frangente $H=3$ cm, $T=1.0$ s

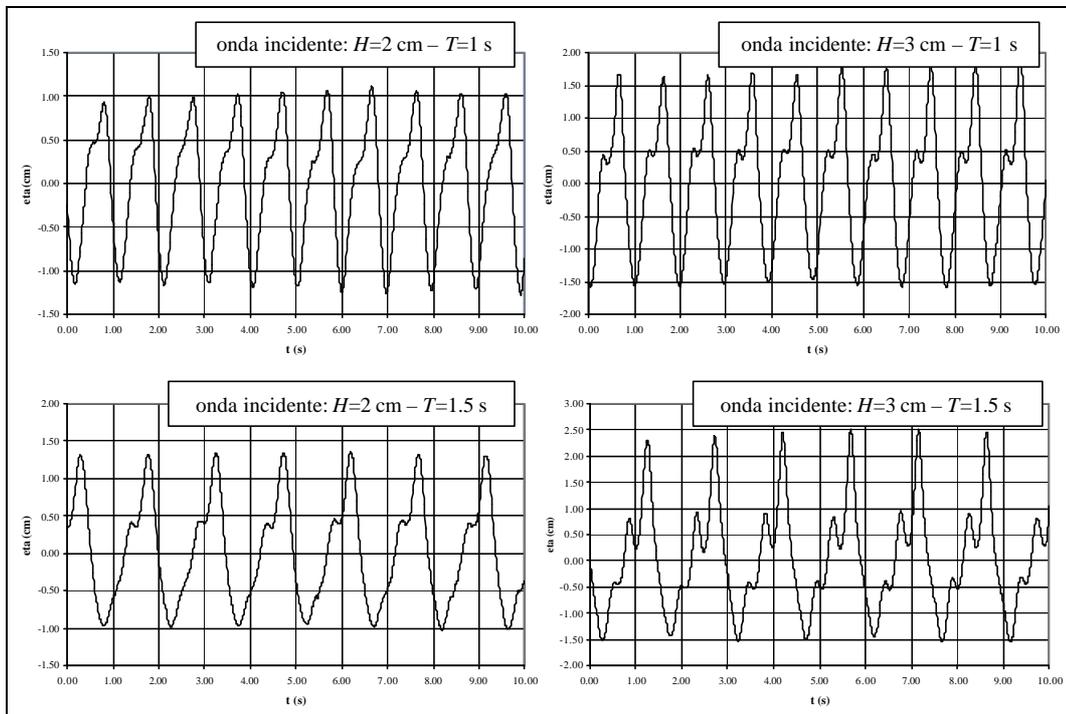


Fig. 5.14 – Profili del moto ondoso a tergo della struttura impermeabile, onda non frangente, per le onde di periodo $T=1.0$ s e $T=1.5$ s

In Fig. 5.14 sono confrontati i profili ondosi, misurati a tergo della barriera, per diverse condizioni di moto ondoso incidente, caratterizzate da un basso valore del numero di Ursell, e quindi sostanzialmente lineari. Si nota che, per effetto dell'interazione con la struttura, all'armonica principale si sovrappone una perturbazione dovuta alla presenza delle componenti non lineari, che aumenta al crescere dell'altezza e del periodo dell'onda incidente.

In conclusione, le onde esaminate, nell'interazione con la barriera, riducono complessivamente il proprio contenuto energetico, e la riduzione avviene a spese della prima armonica, la quale, in aggiunta, cede una parte della propria energia alle armoniche di ordine superiore; tali armoniche si accrescono al di sopra della struttura e si propagano nella zona profonda a tergo di essa, conservando un'ampiezza sostanzialmente costante.

Le onde di periodo $T=2.0$ s, caratterizzate da un elevato valore del numero di Ursell, mostrano un comportamento differente rispetto alle onde di periodo inferiore, specialmente per quanto riguarda le superarmoniche. Il motivo è da ricercarsi nel fatto che le onde incidenti, anche per le altezze più basse, presentano caratteristiche non lineari già nella zona a largo dell'opera.

Gli andamenti dell'ampiezza e della potenza relativa delle armoniche sono illustrati, rispettivamente, nelle Figg. 5.15 e 5.16.

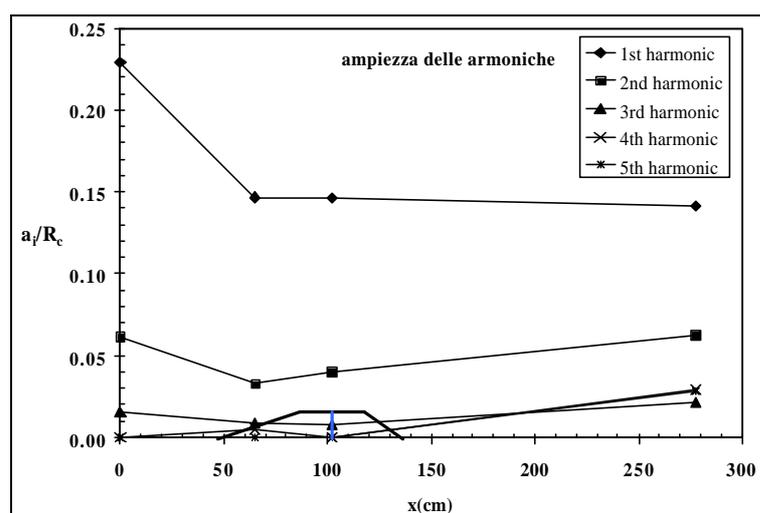


Fig. 5.15 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, onda non frangente, $H=4$ cm, $T=2.0$ s

Si evidenzia che la prima armonica subisce una riduzione molto evidente al di sopra del paramento *offshore*, per poi conservare un valore praticamente costante, seppure con andamento lievemente decrescente, sul *top* ed a tergo della struttura. La seconda armonica presenta una ampiezza non trascurabile già dal lato *offshore* rispetto alla barriera, si attenua sensibilmente sul paramento e risale sul coronamento ed a tergo dell'opera, fino a raggiungere un valore molto prossimo a quello *offshore*. La terza armonica ha un comportamento analogo alla seconda, pur avendo una ampiezza inferiore e pur aumentando la propria ampiezza nel passaggio al di sopra della struttura. La quarta e quinta armonica, trascurabili a monte, si accrescono sul paramento, si riducono sul coronamento e, successivamente, risalgono a tergo della diga, fino a superare la terza armonica.

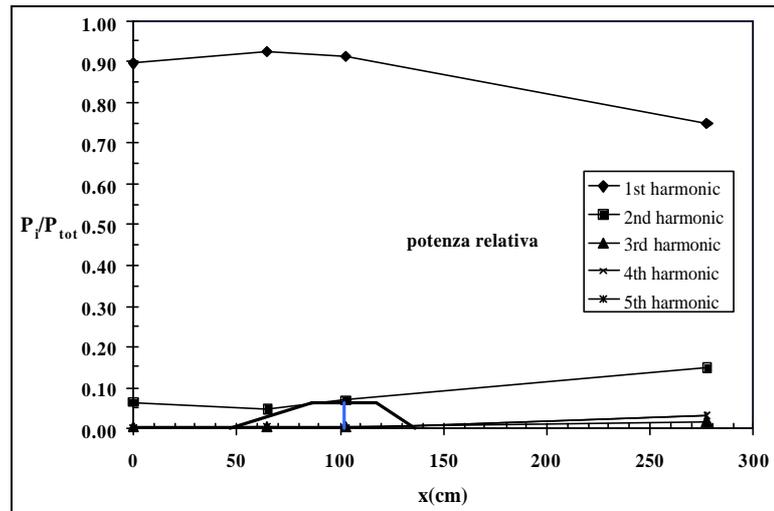


Fig. 5.16 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, onda non frangente, $H=4\text{ cm}$, $T=2.0\text{ s}$

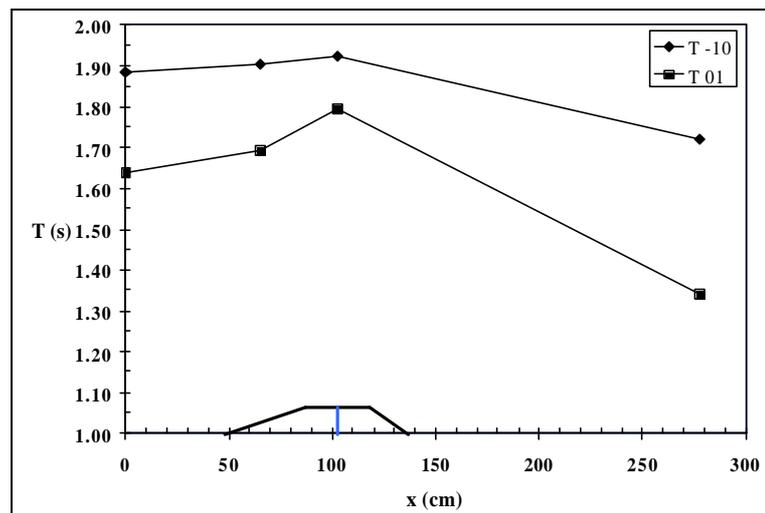


Fig. 5.17 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, onda non frangente $H=4\text{ cm}$, $T=2.0\text{ s}$

La potenza relativa della prima armonica dell'onda incidente è pari all'89.5% del totale, mentre a tergo della scogliera si riduce, complessivamente a circa il 75%, dopo aver raggiunto il valore massimo sul paramento della diga, in corrispondenza della riduzione della seconda armonica. La potenza della seconda armonica segue un andamento speculare a quello della prima, aumentando globalmente il proprio valore da circa il 6.5% (*offshore*) a circa il 15% (*inshore*). Si evidenzia, inoltre, che a tergo della struttura la quarta e quinta armonica danno un contributo non trascurabile al contenuto energetico dell'onda.

Le considerazioni svolte giustificano l'andamento dei periodi medi spettrali riportato in Fig. 5.17, che mostrano un aumento nel passaggio al di sopra della barriera, seguito da una evidente riduzione a tergo, per effetto della crescita delle armoniche di ordine superiore. Si nota che, nel caso di significativa non-linearità dell'onda incidente, i periodi medi spettrali nella regione

offshore sono sensibilmente inferiori al valore teorico del periodo d'onda incidente, in quanto tengono conto della potenza dislocata sulle frequenze più elevate; tale effetto è più evidente per il periodo T_{01} .

In sostanza, per le onde incidenti caratterizzate da un elevato grado di non linearità la riduzione di energia dovuta all'interazione con la barriera avviene ancora prevalentemente a spese dell'armonica fondamentale, mentre la seconda armonica subisce una perturbazione solo localmente, al di sopra della barriera, restando complessivamente immutata. Al contrario, le armoniche di ordine superiore, complessivamente, si accrescono.

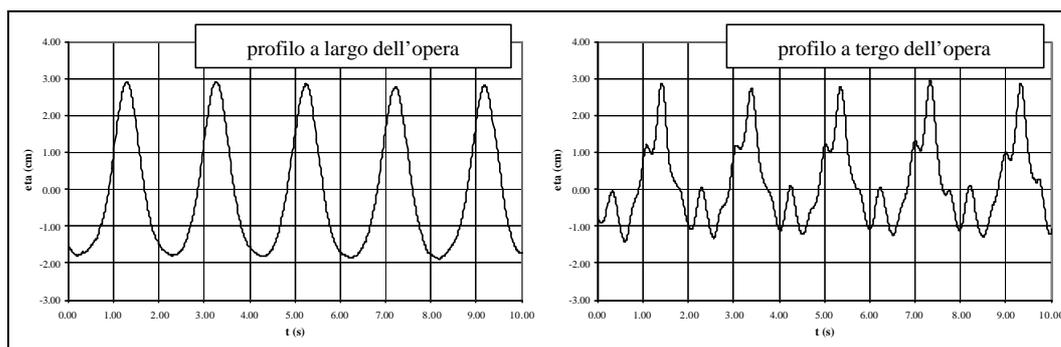


Fig. 5.18 – Profili del moto ondoso a largo ed a tergo dell'opera, per struttura impermeabile, onda non frangente, $H=4$ cm, $T=2.0$ s

La Fig. 5.18 mostra i profili ondosi a largo ed a tergo della struttura. Si osserva che il profilo di largo è molto simile a quello di un'onda di Stokes al secondo ordine, con creste appuntite e cavi appiattiti e livello medio superiore alla superficie di riposo. Il profilo nella regione *inshore* conserva tale andamento asimmetrico, e mostra, inoltre, la presenza di almeno tre onde secondarie, che si sovrappongono all'armonica fondamentale.

Struttura permeabile

L'esame dei risultati relativi alla struttura permeabile mostra, analogamente al caso della barriera impermeabile, che il meccanismo di interazione tra l'onda e la barriera, in assenza di frangimento, è influenzato, sostanzialmente, dal numero di Ursell dell'onda incidente. Pertanto, le onde di periodo $T=1.0$ s e $T=1.5$ s mostrano un comportamento diverso dalle onde di periodo $T=2.0$ s, in particolare per quanto riguarda lo sviluppo delle armoniche di ordine superiore.

Gli andamenti osservati delle caratteristiche del moto ondoso sono, nel complesso, simili a quelli corrispondenti alla barriera impermeabile.

Le Figg. 5.19 e 5.20 illustrano, rispettivamente, l'andamento dell'ampiezza e della potenza relativa delle armoniche per le onde di periodo più basso; sono riportati, a titolo di esempio, i risultati relativi alla prova con $H=4$ cm e $T=1.0$ s.

Si nota che la prima armonica, pur subendo, complessivamente una riduzione nel passaggio sulla barriera, ha un andamento irregolare, con tratti crescenti e decrescenti, raggiungendo un massimo sul paramento ed un minimo sulla cresta della struttura. Tale andamento irregolare è stato osservato per tutte le prove relative ai periodi 1.0 s e 1.5 s.

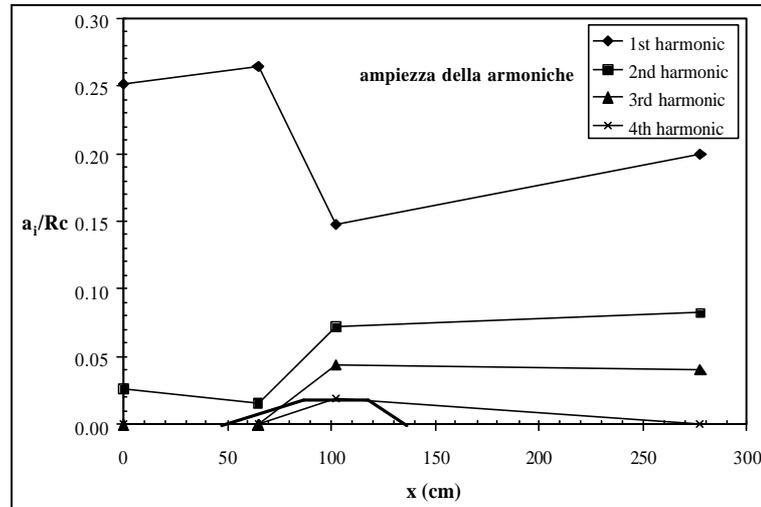


Fig. 5.19 – Ampiezza delle armoniche per struttura permeabile, onda non frangente, $H=4$ cm, $T=1.0$ s

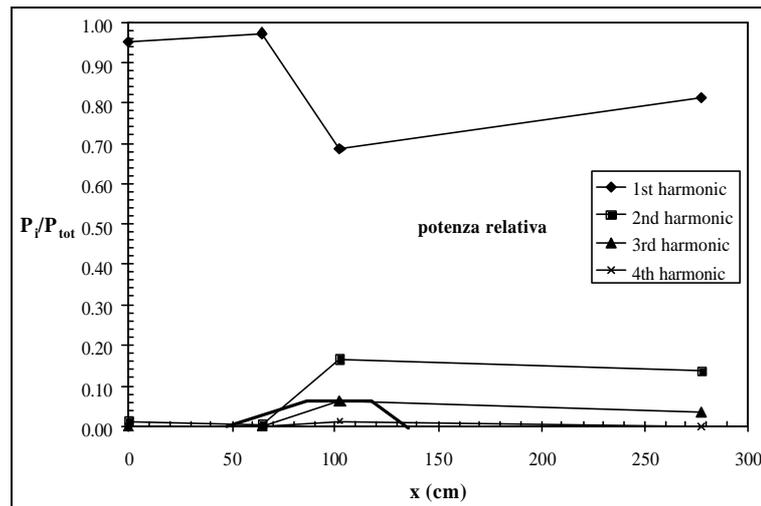


Fig. 5.20 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura permeabile, onda non frangente, $H=4$ cm, $T=1.0$ s

La seconda armonica presenta valori molto modesti nella regione *offshore* rispetto alla struttura, risale sul paramento e raggiunge il suo valore massimo sul coronamento della diga, per poi presentare un andamento lievemente variabile a tergo.

La terza armonica mostra, nel caso esaminato, una crescita sulla cresta ed una diminuzione a tergo della struttura; tale diminuzione non è stata osservata per le onde incidenti di altezza maggiore, per le quali l'ampiezza si mantiene costante o mostra una crescita, raggiungendo, in qualche caso, un valore confrontabile con quello della seconda armonica.

Complessivamente, l'interazione con la barriera comporta, rispetto all'onda incidente, un aumento delle condizioni di non-linearità, caratterizzato da una maggiore potenza relativa delle armoniche di ordine superiore, anche se, nel passaggio dalla cresta alla zona profonda alle spalle

della barriera, la prima armonica sembra recuperare una parte di energia, a spese delle armoniche di frequenza più elevata.

Il comportamento descritto è evidenziato dall'andamento dei periodi medi spettrali, riportato in Fig. 5.21, in cui si evidenzia una diminuzione in corrispondenza della barriera ed un incremento a tergo di essa, con una complessiva riduzione del periodo rispetto a quello dell'onda incidente.

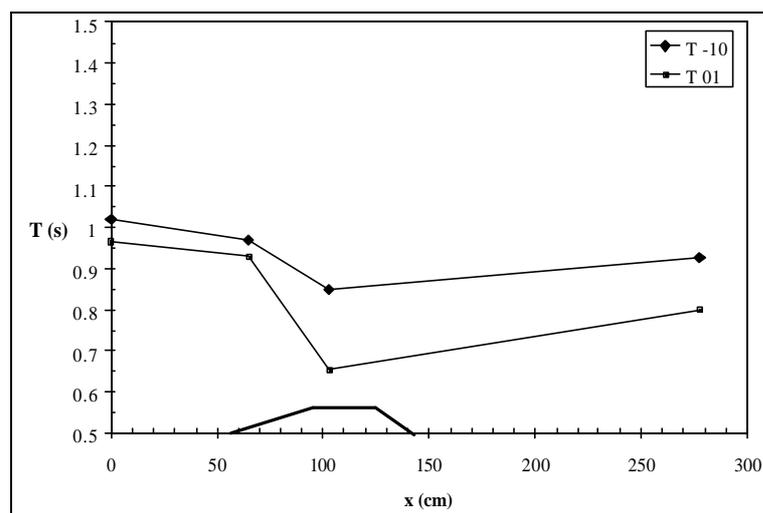


Fig. 5.21 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura permeabile, onda non frangente
 $H=4$ cm, $T=1.0$ s

Il meccanismo di interazione con la barriera nel caso $T=2.0$ s, cioè in condizioni di significativa non-linearità dell'onda incidente, è analogo a quello evidenziato per la struttura impermeabile.

Nelle Figg. 5.22 e 5.23 sono illustrati, rispettivamente, l'andamento dell'ampiezza e della potenza relativa delle componenti armoniche, nel caso dell'onda incidente di altezza $H=4$ cm e $T=2.0$ s.

Si osserva che la prima armonica subisce una diminuzione sul paramento della barriera; tale riduzione continua sulla cresta ed a tergo della struttura. La seconda armonica presenta un minimo sul paramento, risale sulla cresta e risale ancora a tergo della struttura, dove l'ampiezza attinge un valore molto prossimo a quello *offshore*. La terza armonica presenta una brusca riduzione sul paramento della diga, dove la sua ampiezza è prossima a zero, e risale a tergo della barriera, dove attinge un valore inferiore a quello dell'onda incidente. La quarta armonica, che ha valori molto ridotti fino alla cresta della barriera, raggiunge a tergo di essa un valore superiore alla terza.

L'andamento della potenza relativa mostra che, sul paramento *offshore* della scogliera, la prima armonica raggiunge il valore massimo, corrispondente al minimo della seconda armonica, per poi successivamente ridursi sia sul coronamento, sia a tergo della barriera. La potenza della seconda armonica si riduce sul paramento, e successivamente risale fino a raggiungere un valore superiore a quello di largo, per effetto della riduzione della prima armonica. La terza armonica ha una potenza relativa ovunque molto piccola, mentre la quarta ha un valore piccolo, anche se non trascurabile, a tergo della barriera.

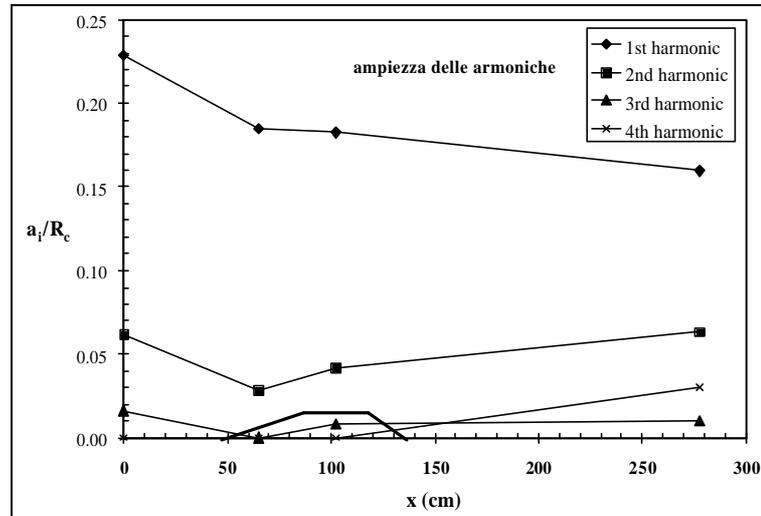


Fig. 5.22 – Ampiezza delle armoniche per struttura permeabile, onda non frangente, $H=4$ cm, $T=2.0$ s

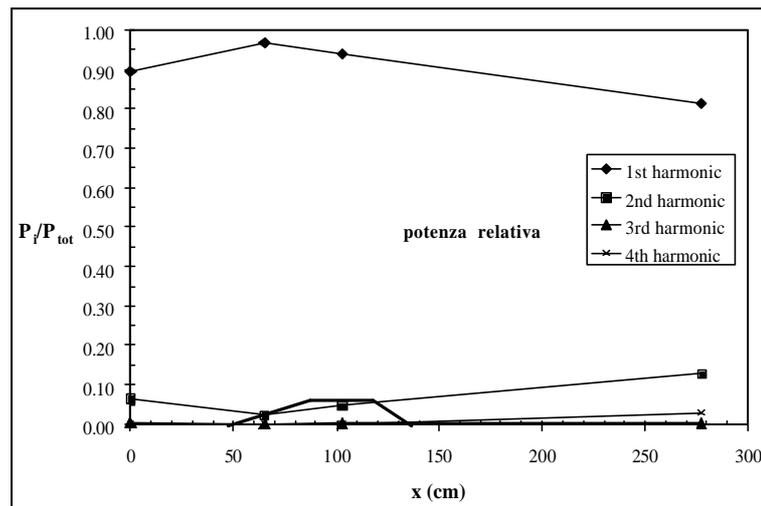


Fig. 5.23 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura permeabile, onda non frangente, $H=4$ cm, $T=2.0$ s

In Fig. 5.24 è riportato l'andamento dei periodi medi spettrali, che risulta coerente con quanto sinora evidenziato. Si nota il valore massimo in corrispondenza della struttura, seguito da una evidente riduzione nell'area protetta.

In Fig. 5.25 sono illustrati i profili ondosi misurati nella zona protetta a tergo della barriera sommersa, al variare dell'altezza d'onda incidente. Si evidenzia che il profilo d'onda risulta dalla sovrapposizione dell'armonica fondamentale e di una serie di onde secondarie. Tali onde, appena accennate nel caso $H=2$ cm, assumono importanza via via maggiore al crescere dell'altezza d'onda incidente; per le onde di altezza incidente 4 e 5 cm sono ben visibili almeno tre onde secondarie.

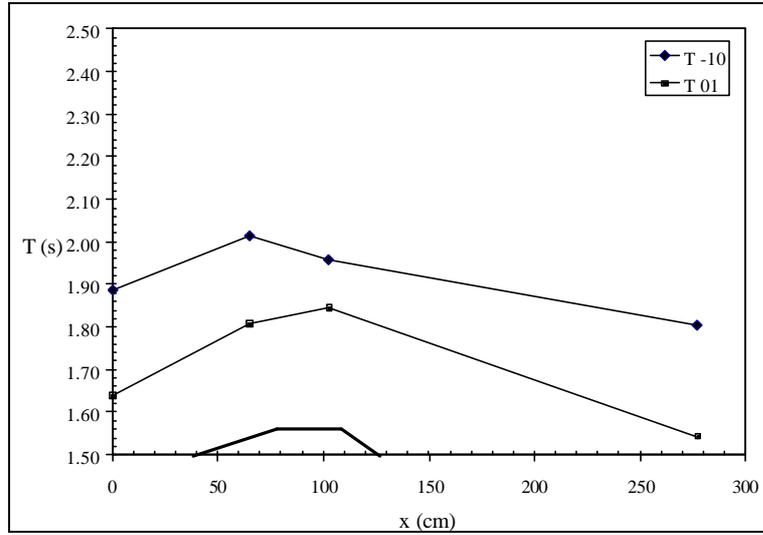


Fig. 5.24 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura permeabile, onda non frangente $H=4$ cm, $T=2.0$ s

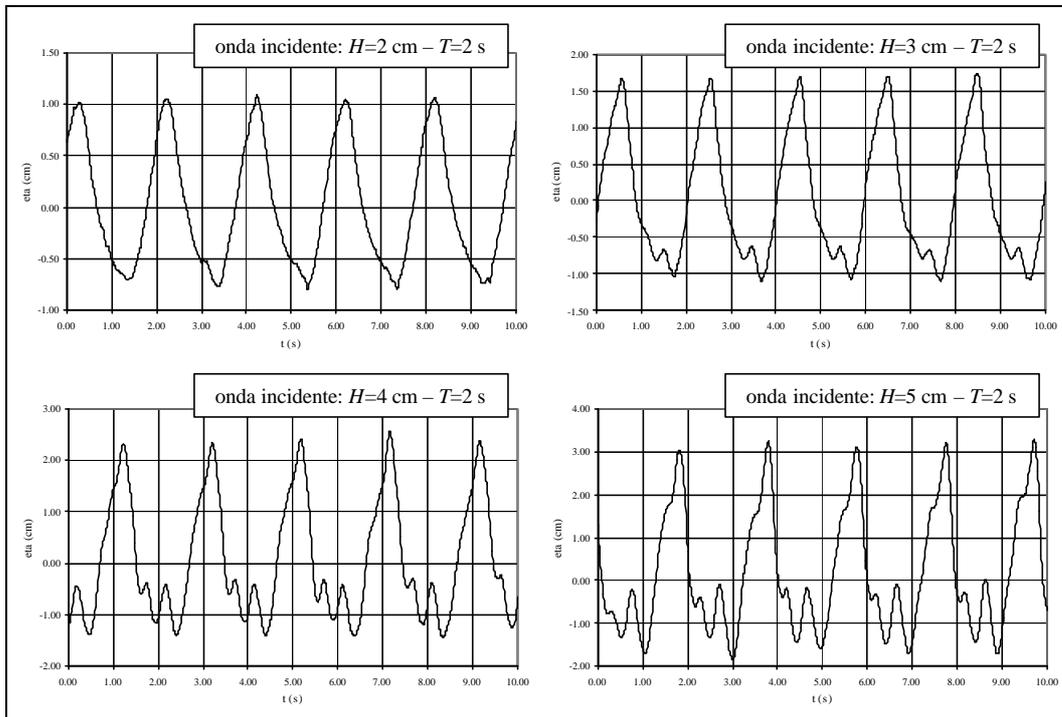


Fig. 5.25 – Profili del moto ondoso a tergo della struttura permeabile, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=2.0$ s, assenza di frangimento

5.4.2 Onde frangenti per cresta

Struttura impermeabile

Come evidenziato dalla *Tab. 5.1*, i frangimenti per cresta sono limitati alle onde di periodo $T=1.0$ s, e quindi alle onde incidenti caratterizzate da valori relativamente bassi del numero di Ursell. Le forme di frangimento evolvono dallo *spilling* (per le onde di altezza compresa tra 4 e 7 cm) allo *spilling-plunging* (onde di altezza 8 e 9 cm), al *plunging* (onde di altezza 10 e 11 cm).

Il meccanismo di interazione tra l'onda e la barriera presenta caratteristiche diverse rispetto al caso di onda non frangente, con modalità sempre più accentuate quanto maggiore è l'altezza d'onda incidente, e, pertanto, l'intensità del frangimento.

La *Fig. 5.26* illustra l'andamento dell'ampiezza delle componenti armoniche per un caso di frangimento *spilling* ed altezza d'onda incidente 5 cm. La prima armonica subisce una riduzione molto accentuata nel passaggio al di sopra della barriera, subendo, poi un leggero incremento a tergo. La seconda armonica cresce, complessivamente, al di sopra della barriera, e poi rimane sostanzialmente invariata a tergo, nonostante una lieve riduzione. La terza armonica, invece, dopo essere cresciuta in modo considerevole al di sopra della struttura, subisce una evidente riduzione nel passaggio dalla cresta alla zona a tergo della barriera. La quarta e la quinta armonica si comportano in modo analogo, annullandosi alle spalle della barriera.

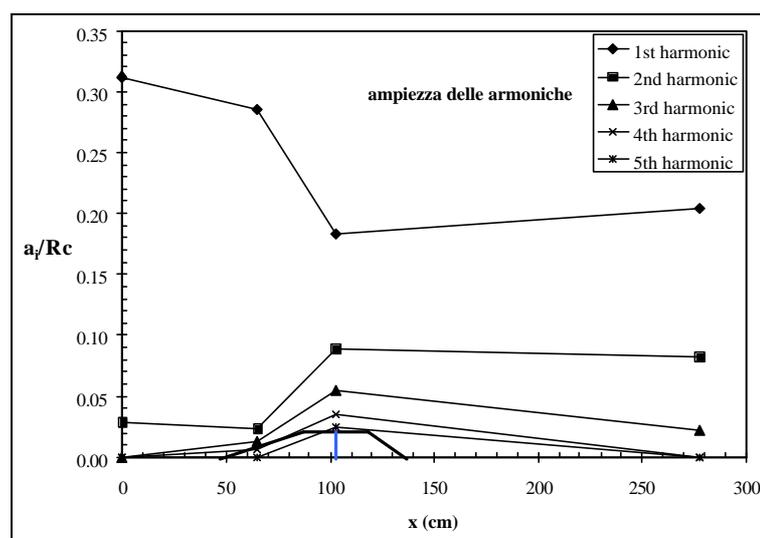


Fig. 5.26 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, frangimento *spilling*, $H=5$ cm, $T=1.0$ s

In *Fig. 5.27* è riportato l'andamento della potenza relativa delle armoniche, per le stesse condizioni di onda incidente della *Fig. 5.26*. Si nota che, a tergo dell'opera, la potenza relativa della seconda armonica subisce una piccola riduzione rispetto al valore sul coronamento, mentre la potenza della terza armonica si riduce a valori prossimi a zero; in corrispondenza di ciò, la potenza della prima armonica ha, a tergo della barriera, un valore maggiore di quello sul coronamento.

Nonostante la riduzione della potenza relative della terza armonica, l'effetto complessivo dell'interazione onda-barriera è un incremento delle condizioni di non-linearità dell'onda rispetto alle condizioni a largo della struttura.

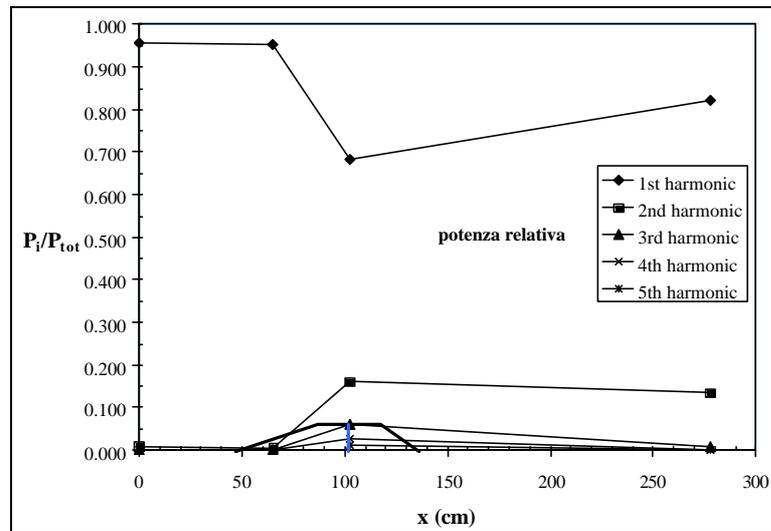


Fig. 5.27 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento spilling, $H=5\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

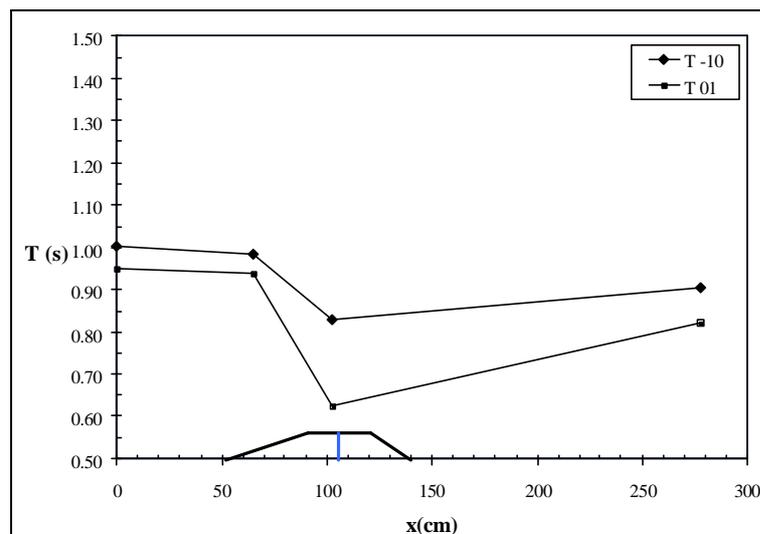


Fig. 5.28 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento spilling, $H=5\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

L'andamento delle ampiezze e delle potenze relative delle armoniche giustifica l'evoluzione dei periodi medi spettrali, riportata in Fig. 5.28. Si osserva che entrambi i periodi medi raggiungono un minimo sul coronamento dell'opera, e poi aumentano a tergo di essa, ma complessivamente, mostrano una riduzione rispetto ai valori di largo.

Al crescere dell'altezza d'onda incidente, il meccanismo di interazione si modifica; le Figg. 5.28 e 5.29 illustrano, a titolo di esempio, l'andamento dell'ampiezza e della potenza relativa delle armoniche nel caso di onda incidente di altezza 7 cm.

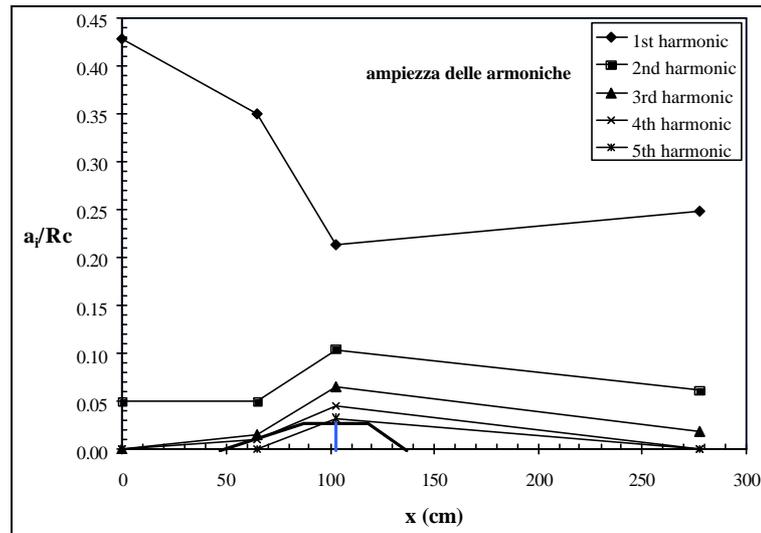


Fig. 5.29 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, frangimento spilling, $H=7\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

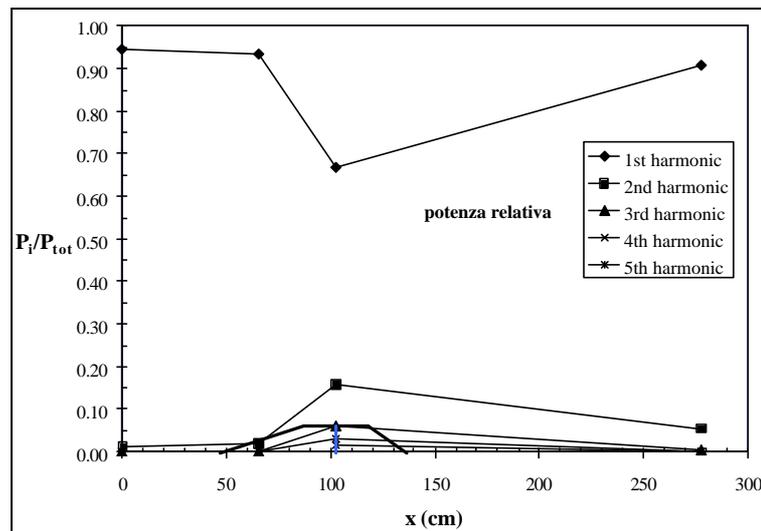


Fig. 5.30 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento spilling, $H=7\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

A differenza del caso esaminato in precedenza, tutte le armoniche di ordine superiore al primo si accrescono sulla struttura, raggiungono il valore massimo sul coronamento di essa e, nel passaggio nella zona protetta, subiscono una importante riduzione. La prima armonica si riduce debolmente sul paramento della struttura, e in maniera molto evidente sul coronamento di essa; l'ampiezza a tergo della barriera, pur risultando leggermente maggiore di quella sul coronamento, è molto minore rispetto al valore a largo della struttura, per effetto della dissipazione dovuta al frangimento.

Nel caso esaminato, pertanto, il passaggio al di sopra della barriera comporta una iniziale crescita delle armoniche superiori, seguita da una successiva riduzione, che riporta il moto ondoso ad una distribuzione spettrale prossima a quella a largo dell'opera.

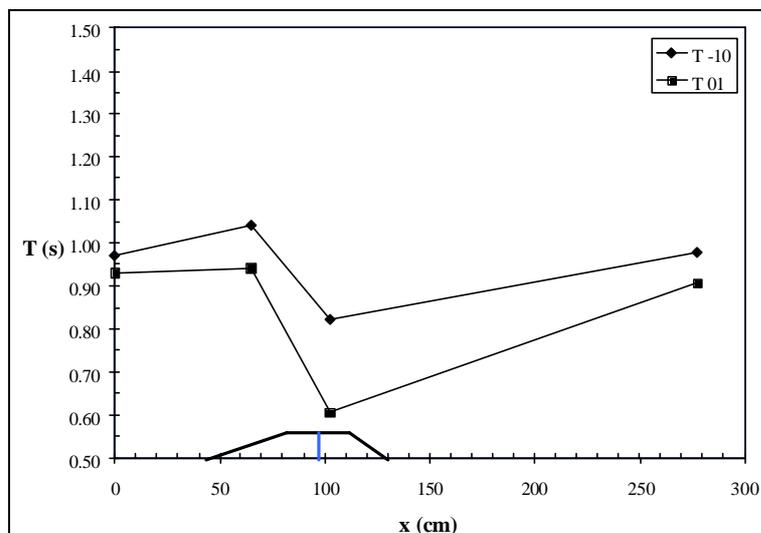


Fig. 5.31 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento spilling, $H=7$ cm, $T=1.0$ s

Tale comportamento è evidenziato anche dall'andamento dei periodi medi spettrali, riportato in Fig. 5.31. Si nota il valore minimo sul coronamento dell'opera, corrispondente al massimo sviluppo delle componenti non lineari, ed il valore a tergo molto simile a quello di largo, per effetto della riduzione di potenza delle superarmoniche.

Il processo di riduzione delle armoniche di ordine superiore a tergo della struttura caratterizza anche le altre prove con altezza d'onda maggiore frangenti in cresta, in cui la forma di frangimento evolve verso lo *spilling-plunging* ed il *plunging*.

Per le onde di altezza più elevata, il comportamento iniziale è simile a quello mostrato dalle onde di periodo 2.0 s esaminate nel paragrafo precedente, che presentano a largo della diga valori elevati delle componenti al secondo ordine; successivamente, si evidenzia il brusco decadimento delle superarmoniche, comune a tutti i casi esaminati di frangimento per cresta.

A titolo di esempio, si riportano nelle Figg. 5.32 e 5.33 gli andamenti dell'ampiezza e della potenza relativa delle armoniche, per l'onda incidente di altezza 10 cm, caratterizzata da un frangimento *plunging*.

Si osserva che l'ampiezza della prima armonica, analogamente ai casi discussi in precedenza, si riduce fortemente sulla struttura e poi risale quasi impercettibilmente; la seconda armonica subisce una riduzione sul paramento della diga, un leggero incremento sul coronamento (confrontabile con l'andamento delle Figg. 5.16, 5.22), e, successivamente, una evidente riduzione a tergo della barriera; le armoniche di ordine superiore crescono sulla struttura, raggiungono un massimo sulla barriera e diminuiscono fortemente nell'area protetta.

La potenza relativa della prima armonica presenta un minimo sul coronamento della diga, in corrispondenza con il massimo sviluppo delle componenti non lineari, e risale a tergo della struttura fino ad un valore superiore a quello di largo. Le potenze relative delle armoniche di ordine superiore mostrano, al contrario, un massimo sul coronamento, per poi ridursi a valori molto prossimi allo zero a tergo della struttura.

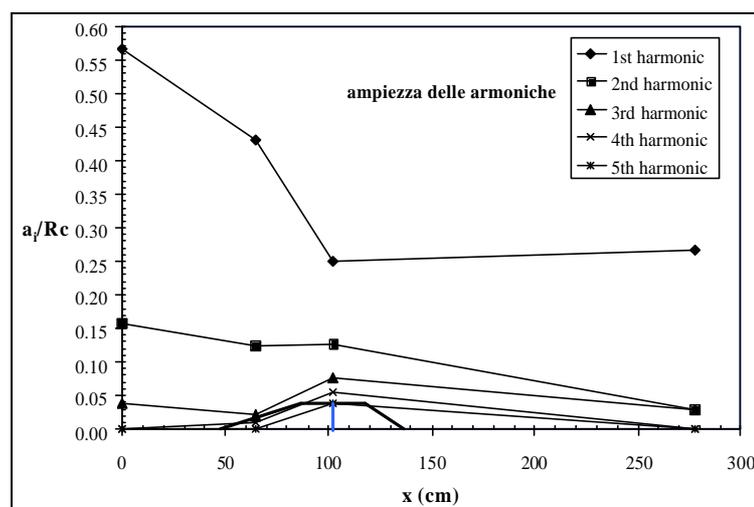


Fig. 5.32 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, frangimento plunging, $H=10\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

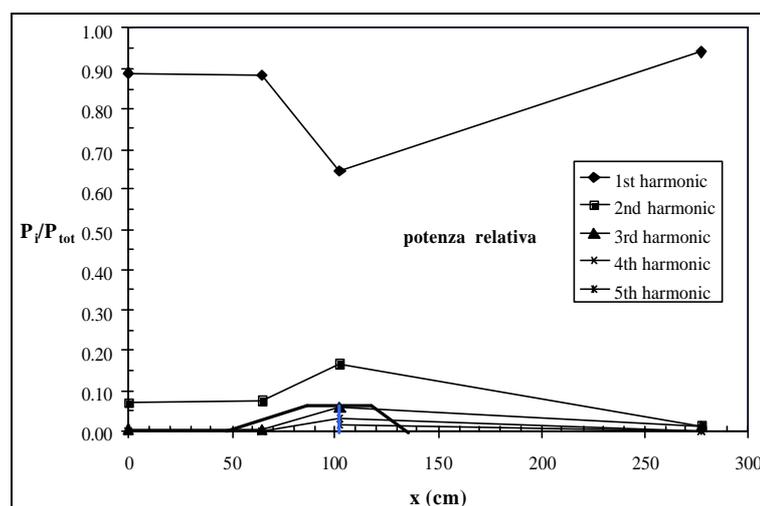


Fig. 5.33 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento plunging, $H=10\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

L'andamento dei periodi medi spettrali, riportato in Fig. 5.34, rispecchia quanto sinora evidenziato. Si osserva il valore minimo sul coronamento, seguito da una brusca risalita, che porta il periodo medio a valori superiori a quelli a largo dell'opera.

In conclusione, nel caso delle onde frangenti per cresta, l'interazione tra il moto ondoso e la barriera si sviluppa, fino al coronamento della struttura, in maniera analoga al caso delle onde non frangenti. Nel passaggio dal coronamento alla zona protetta a tergo della barriera, si verifica una notevole dissipazione di energia delle superarmoniche, che, al crescere dell'altezza d'onda incidente, coinvolge prima le componenti di frequenza più elevata, e successivamente si estende alla seconda armonica.

Tale meccanismo sembra essere in relazione con il frangimento delle componenti armoniche, che inizia per le onde di frequenza più elevata; i maggiori effetti dissipativi hanno luogo sulla

cresta della struttura, cioè dove, in base all'analisi video, è stato osservato l'inizio del frangimento dell'onda.

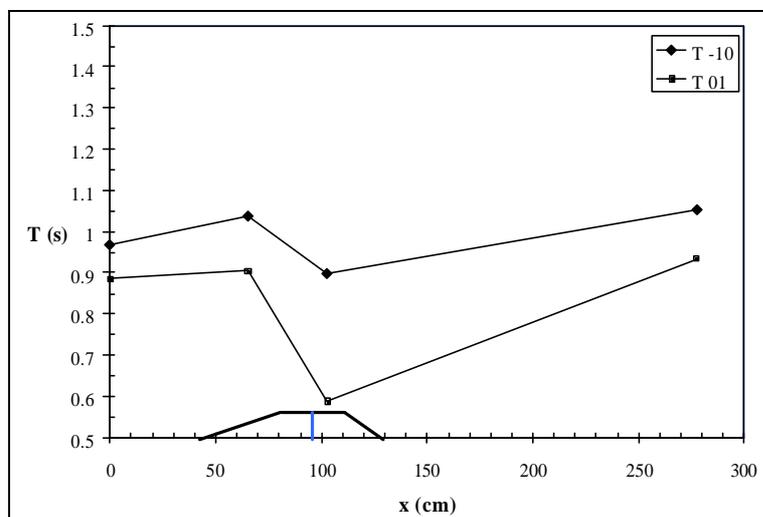


Fig. 5.34 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento spilling, $H=10$ cm, $T=1.0$ s

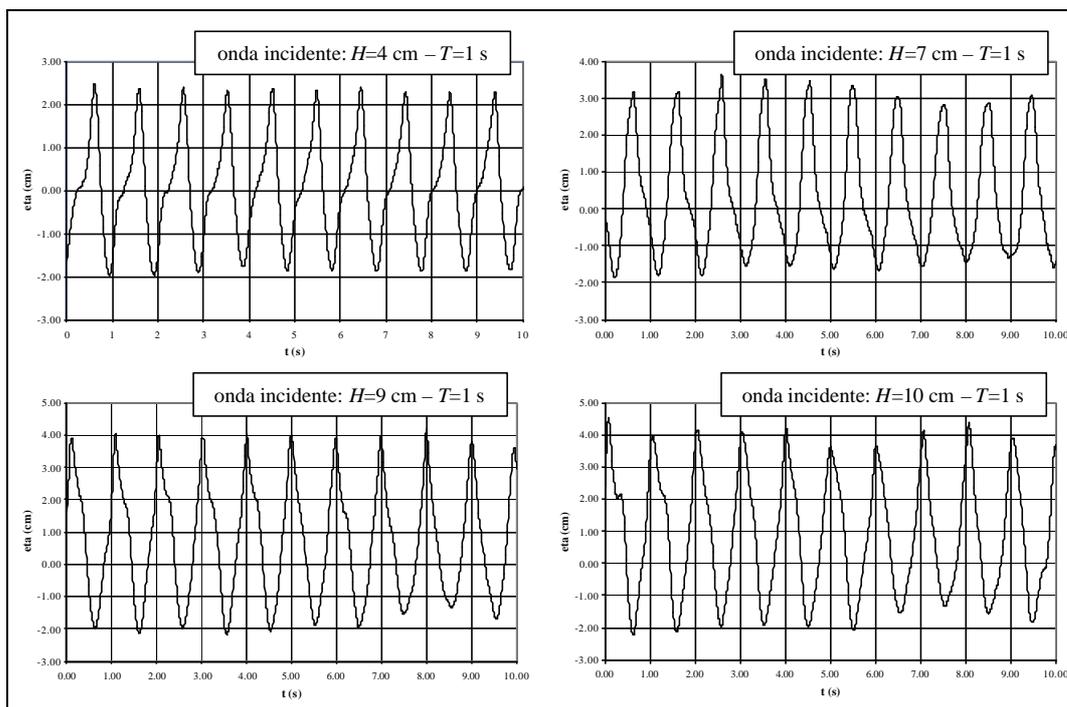


Fig. 5.35 – Profili del moto ondoso a tergo della struttura impermeabile, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.0$ s, frangimento per cresta

Al crescere delle condizioni ondose incidenti, il profilo ondoso a tergo non subisce modifiche evidenti, sia in termini di ampiezza complessiva, sia in termini di forma (Fig. 5.35);

questo fatto sembra confermare che, nonostante lo sviluppo sempre maggiore delle componenti non lineari, queste tendono ad essere demolite dal frangimento. Tale comportamento è evidenziato anche dall'andamento dei periodi medi spettrali.

Struttura permeabile

Nel caso della struttura permeabile, i risultati ottenuti per le onde che presentano un frangimento in cresta sono simili a quelli ottenuti per barriera impermeabile, anche se gli effetti dissipativi attribuiti al frangimento appaiono di minore entità.

Inoltre, il meccanismo di riduzione della seconda armonica, che era ben evidente per la struttura impermeabile già per onda incidente di altezza 7 cm, è riconoscibile, per la barriera impermeabile, soltanto, a partire dall'onda di altezza 9 cm. La risalita della prima armonica a tergo della barriera, si presenta, invece, di maggiore intensità rispetto al caso della barriera impermeabile.

Il diverso comportamento è probabilmente da attribuirsi al fatto che la permeabilità della struttura, come precedentemente illustrato, contribuisce a diminuire l'entità del frangimento, aumentando la stabilità dell'onda.

A titolo di esempio, nelle Figg. 5.36 e 5.37 sono riportate le ampiezze e le potenze relative delle armoniche per l'onda incidente di altezza 7 cm e periodo 1.0 s. Si evidenzia che, rispetto al caso corrispondente relativo alla barriera impermeabile, le superarmoniche decrescono con minore intensità, e la prima armonica, al contrario, aumenta a tergo della struttura in misura maggiore.

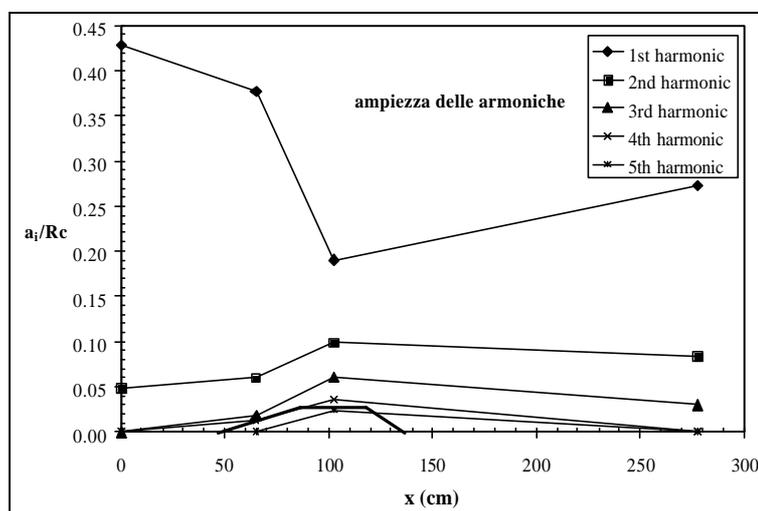


Fig. 5.36 – Ampiezza delle armoniche per struttura permeabile, frangimento spilling, $H=7$ cm, $T=1.0$ s

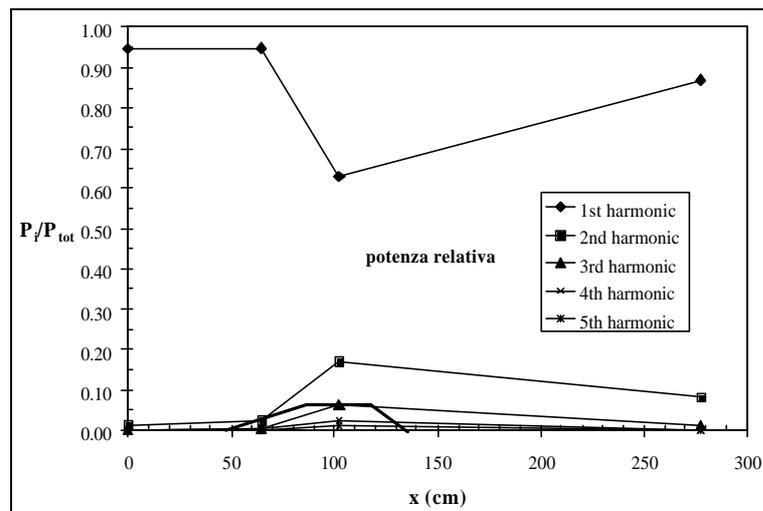


Fig. 5.37– Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura permeabile, frangimento spilling, $H=7\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

L'andamento della potenza relativa mostra che, nonostante la dissipazione del contenuto energetico delle superarmoniche, l'onda trasmessa a tergo della barriera presenta, rispetto all'onda incidente, una maggiore energia distribuita sulle frequenze più elevate.

Nelle Figg. 5.38 e 5.39 sono riportate le ampiezze e le potenze relative delle armoniche per l'onda incidente di altezza 10 cm.

L'onda incidente, in questo caso, è caratterizzata da un numero di Ursell elevato, e, di conseguenza, le componenti non lineari hanno una importanza non trascurabile già a largo dell'opera; l'interazione con la barriera comporta, tuttavia, una sostanziale riduzione di energia di tali componenti, in particolare per quanto riguarda la componente del secondo ordine.

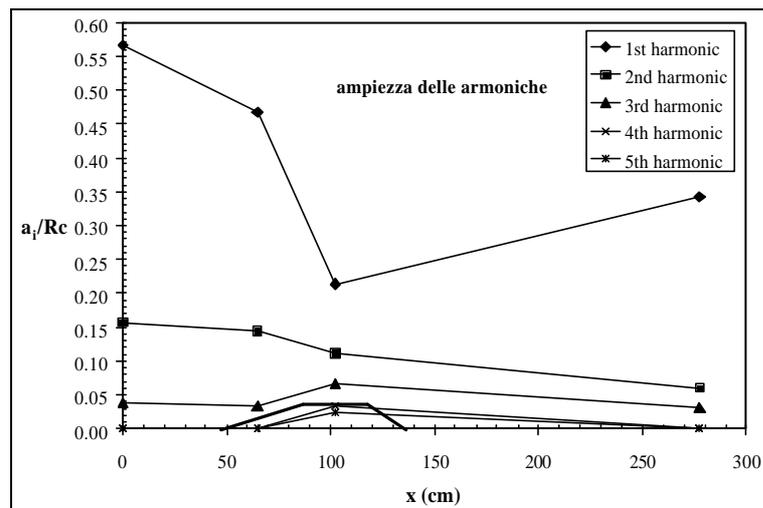


Fig. 5.38– Ampiezza delle armoniche per struttura permeabile, frangimento plunging, $H=10\text{ cm}$, $T=1.0\text{ s}$

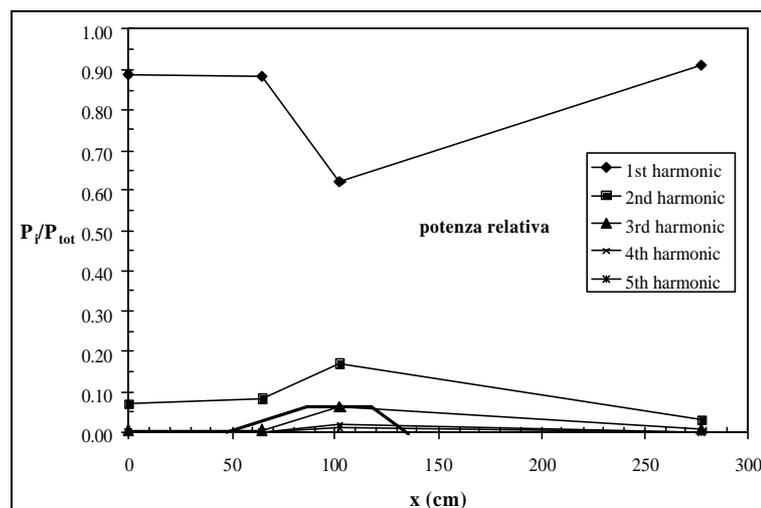


Fig. 5.39 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura permeabile, frangimento plunging, $H=10$ cm, $T=1.0$ s

L'andamento delle potenze relative mostra che l'interazione con la barriera comporta, complessivamente, un aumento della potenza relativa della prima armonica rispetto alle condizioni ondose incidenti.

Si omettono, per brevità, i grafici relativi all'andamento dei periodi medi spettrali, che presentano caratteristiche analoghe a quelle osservate per le strutture impermeabili.

5.4.3 Onde frangenti per cavo

Struttura impermeabile

Il frangimento nel cavo dell'onda è stato osservato per le onde di periodo 1.5 e 2.0 s; per le onde di periodo 1.5 s, la forma di frangimento evolve dal tipo *bore* (altezza d'onda incidente compresa tra 4 e 9 cm) al tipo *bore-plunging* (onde incidenti di altezza 10 e 11 cm), mentre, nel caso $T=2.0$ s sono stati riscontrati solo frangimenti di tipo *bore*, per tutte le onde incidenti di altezza maggiore di 4 cm.

I risultati ottenuti mostrano che il meccanismo di interazione tra l'onda e la barriera presenta caratteristiche diverse rispetto al caso dei frangimenti per cresta.

Nelle Figg. 5.40 e 5.41 sono riportati, a scopo esemplificativo, i risultati relativi alla prova per onda incidente con $H=8$ s e $T=1.5$ s.

Si osserva che la prima armonica subisce un incremento sul paramento *offshore* della barriera, seguito da una brusca riduzione in corrispondenza del coronamento; nel passaggio a tergo della barriera si osserva una ulteriore decadimento, caratterizzato, tuttavia, da una minore intensità.

La seconda armonica presenta una diminuzione sul paramento della barriera, dove attinge il valore minimo; successivamente, l'ampiezza cresce sul coronamento e, nel passaggio nell'area protetta, continua a crescere con intensità molto piccola. In altri casi, nel passaggio nella zona a tergo, è stata osservata, al contrario, una riduzione dell'ampiezza, caratterizzata, comunque, da una pendenza molto piccola.

Le armoniche di ordine superiore alla seconda mostrano, invece, un andamento simile a quello osservato nel caso del frangimento per cresta, caratterizzato da un massimo sulla struttura, seguito da una intensa riduzione a tergo.

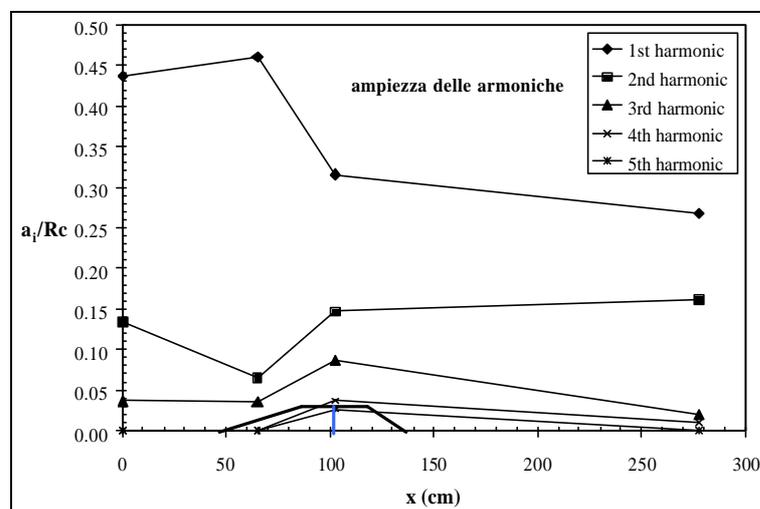


Fig. 5.40 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=8\text{ cm}$, $T=1.5\text{ s}$

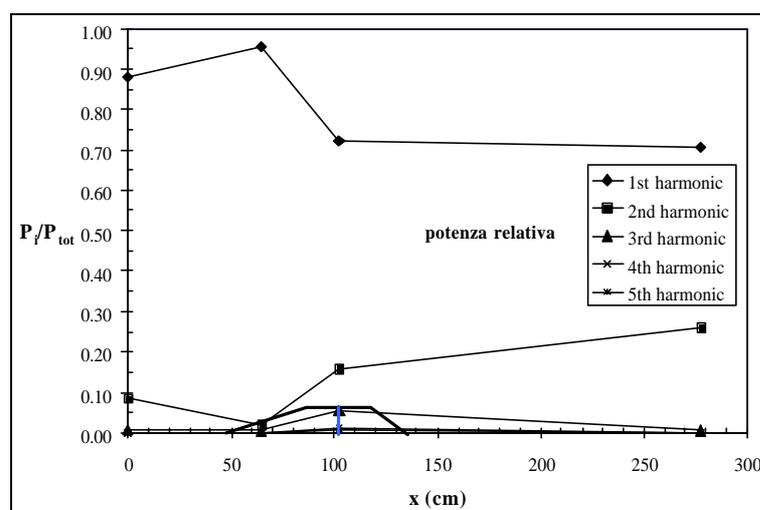


Fig. 5.41 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=8\text{ cm}$, $T=1.5\text{ s}$

L'andamento delle potenze relative evidenzia che la prima armonica raggiunge un massimo sul paramento, corrispondente al minimo della seconda, per poi ridursi sul coronamento della diga. La seconda armonica, complessivamente, aumenta la propria potenza nell'interazione con la barriera, mentre le componenti di ordine più elevato assumono, a tergo della struttura, valori praticamente nulli.

Le considerazioni svolte giustificano l'andamento dei periodi medi spettrali, che assumono, alle spalle della struttura, valori inferiori a quelli di largo (Fig. 5.42).

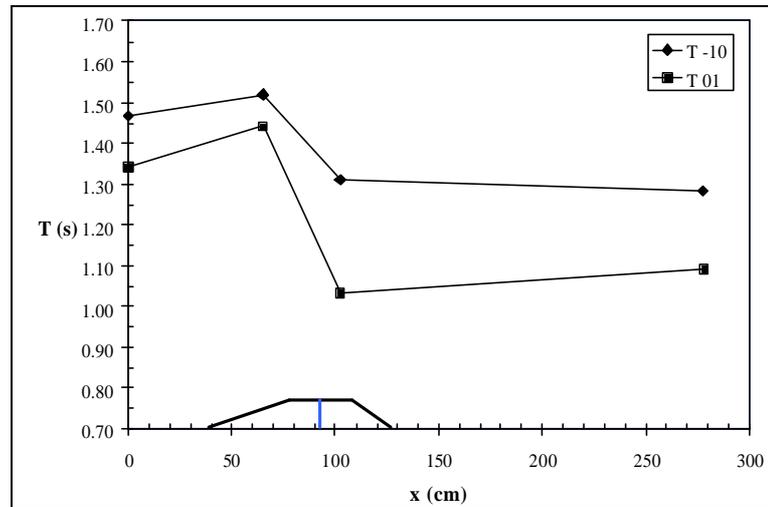


Fig. 5.42 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=8\text{ cm}$, $T=1.5\text{ s}$

Le caratteristiche descritte, sia pure con qualche piccola differenza, sono comuni a tutte le prove con onde di periodo 1.5 s.

Per le onde di periodo 2.0 s l'interazione con la barriera presenta caratteristiche diverse, in relazione alla forte non linearità dell'onda incidente.

Per le onde di altezza minore, l'andamento delle armoniche è molto simile a quello osservato in assenza di frangimento. In Fig. 5.43 si riportano, ad esempio, le ampiezze delle armoniche relative alla prova con onda incidente di altezza 6 cm.

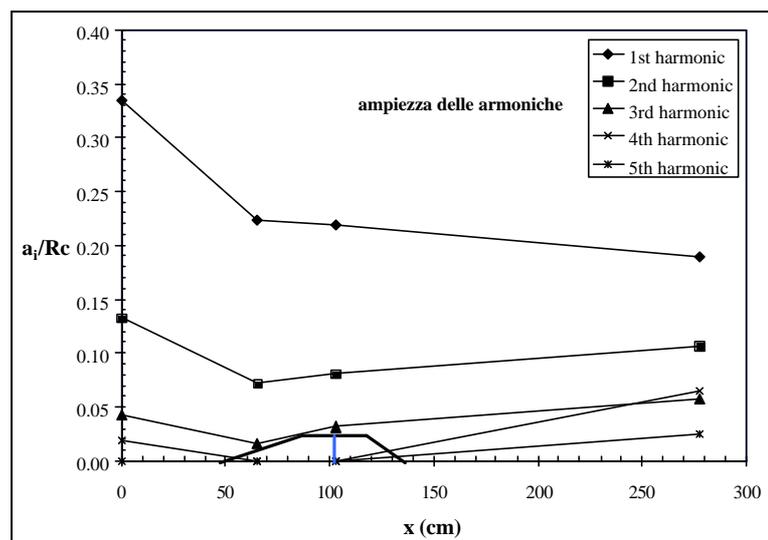


Fig. 5.43 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=6\text{ cm}$, $T=2.0\text{ s}$

Si evidenzia un andamento simile a quello della Fig. 5.16 ($H=4$ cm, $T=2.0$ s), che si riferisce ad un caso di assenza di frangimento. La prima armonica decresce molto vistosamente in corrispondenza del paramento lato mare della barriera, e, successivamente, continua a decrescere con intensità inferiore. La seconda armonica diminuisce sul paramento e, successivamente, aumenta la propria ampiezza, pur raggiungendo, a tergo della struttura, un valore inferiore a quello di largo. Le armoniche di ordine superiore presentano un minimo sul paramento e crescono sia sulla struttura che a tergo.

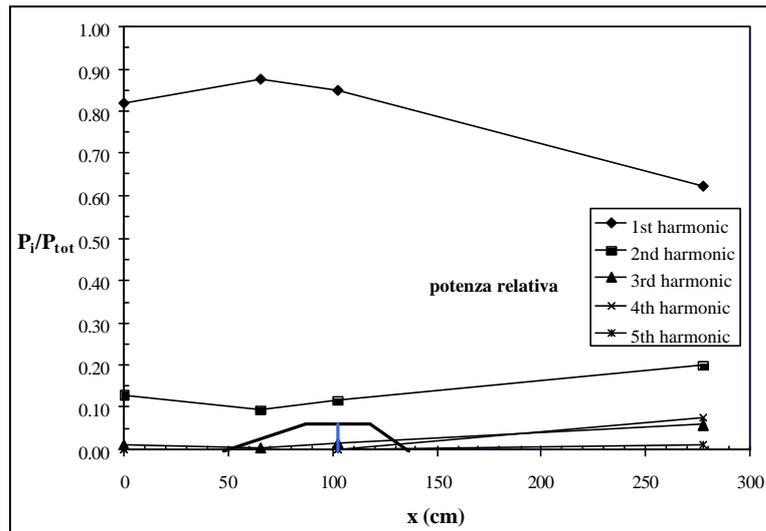


Fig. 5.44 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=6$ cm, $T=2.0$ s

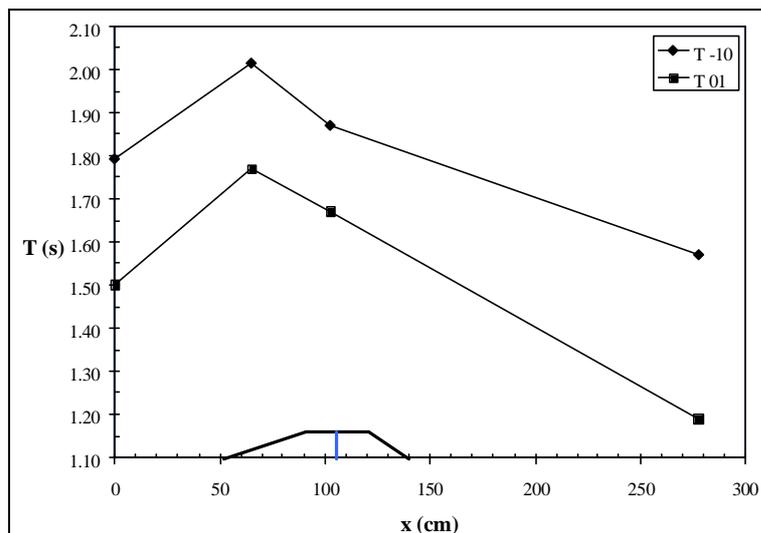


Fig. 5.45 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=6$ cm, $T=2.0$ s

La potenza relativa delle armoniche è riportata nella Fig. 5.44. Si osserva che, nonostante la complessiva riduzione dell'ampiezza della seconda armonica, il moto ondoso a tergo della barriera presenta un maggiore sviluppo delle componenti non lineari rispetto all'onda incidente. Questo fatto è dovuto essenzialmente alla perdita di energia della prima armonica.

Il comportamento esaminato è ben descritto anche dall'evoluzione dei periodi medi spettrali (Fig. 5.45), che assumono, a tergo della scogliera, valori sensibilmente inferiori rispetto a quelli dell'onda incidente.

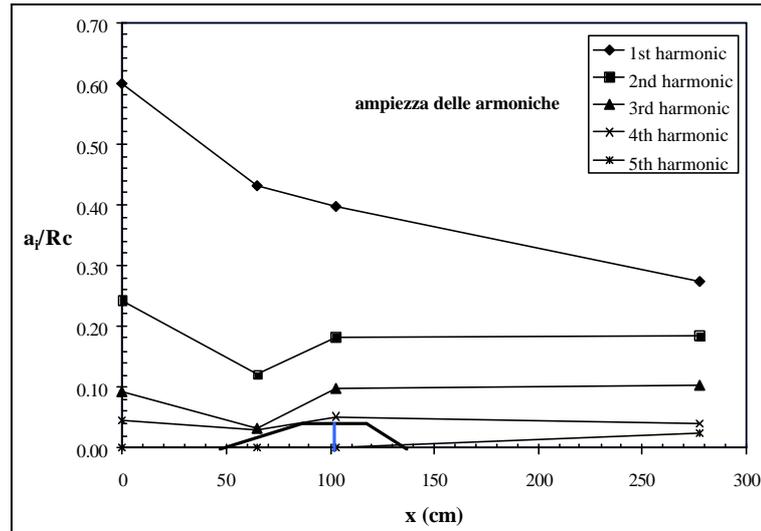


Fig. 5.46 – Ampiezza delle armoniche per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=11$ cm, $T=2.0$ s

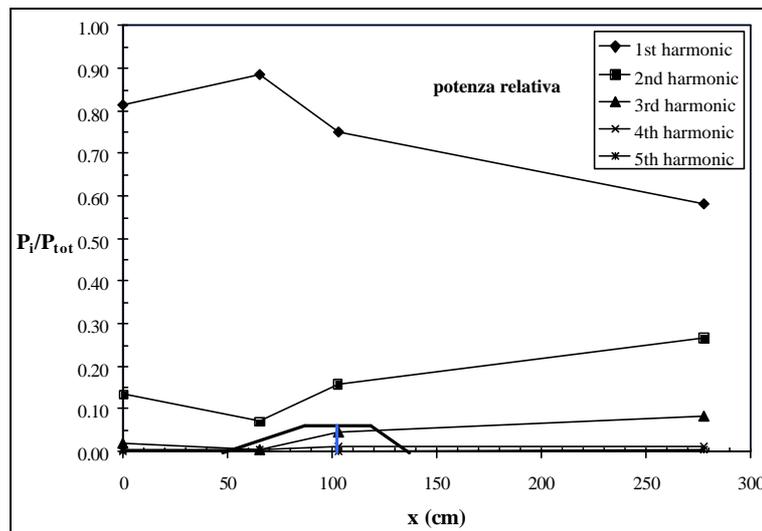


Fig. 5.47 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=11$ cm, $T=2.0$ s

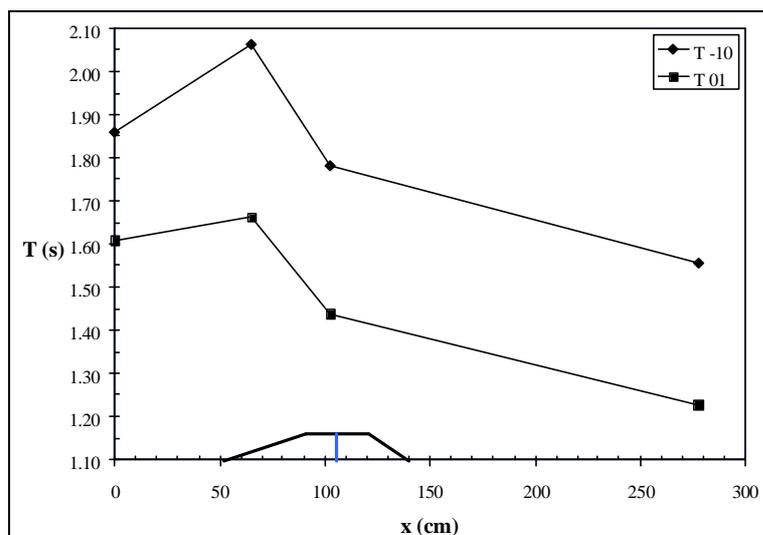


Fig. 5.48 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento bore, $H=11$ cm, $T=2.0$ s

I risultati ottenuti per altezze d'onda maggiori mostrano che, al crescere dell'intensità della dissipazione di energia dovuta al frangimento, la prima armonica non altera il proprio comportamento, mentre la seconda tende ad assumere, a tergo della struttura, un valore di ampiezza uguale a quello sul coronamento. La terza e la quarta armonica seguono lo stesso comportamento della seconda, mentre la quinta si s'accresce nel passaggio nell'area protetta, ma con valori comunque modesti.

Nonostante la riduzione dell'ampiezza della seconda armonica, l'effetto complessivo dell'interazione onda-barriera è ancora un aumento delle condizioni di non linearità, in conseguenza della riduzione del contenuto energetico dell'armonica principale.

Il comportamento descritto è evidenziato dalle *Figg. 5.46, 5.47, 5.48* che illustrano i risultati relativi alla prova con onda incidente di altezza 11 cm e periodo 2.0 s.

In conclusione, nel caso delle onde che presentano un frangimento per cavo, l'interazione con la barriera dà luogo ad effetti dissipativi che interessano principalmente la prima armonica, che riduce la propria potenza relativa a vantaggio delle componenti armoniche di ordine superiore.

L'effetto del frangimento sulle superarmoniche si traduce in una limitazione, rispetto al caso di onda non frangente, della loro crescita nel passaggio nella zona profonda a tergo della struttura; tuttavia, il frangimento non sembra alterare in maniera fondamentale il meccanismo di interazione con la barriera, come avviene nel caso dei frangimenti per cresta.

Si evidenzia, in ogni caso, come la maggiore dissipazione dell'energia del moto ondoso incidente avvenga tra il paramento ed il coronamento della struttura, dove, in base all'analisi video, appare localizzato il frangimento.

Struttura permeabile

I risultati relativi alla struttura permeabile sono analoghi a quelli ottenuti per la struttura impermeabile.

Il comportamento delle onde incidenti di periodo $T=1.5$ s è esemplificato dalle Figg. 5.49 e 5.50, che si riferiscono alla prova per $H=9$ cm.

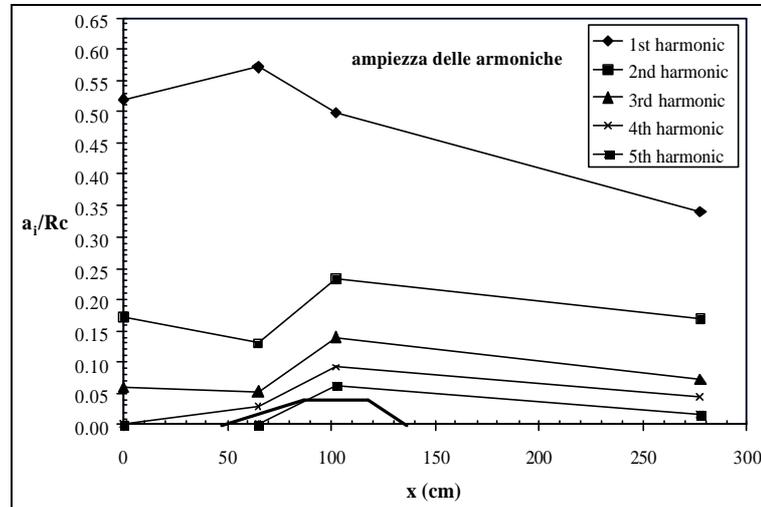


Fig. 5.49 – Ampiezza delle armoniche per struttura permeabile, frangimento bore-plunging $H=9$ cm, $T=1.5$ s

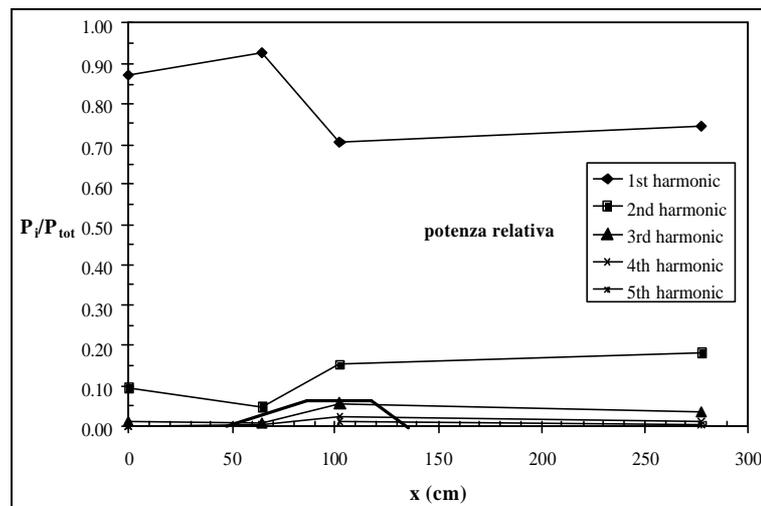


Fig. 5.50 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura impermeabile, frangimento bore-plunging, $H=9$ cm, $T=1.5$ s

Si evidenzia che l'ampiezza della prima armonica, che attinge il valore massimo sul paramento lato mare, si riduce molto intensamente nel passaggio a tergo della barriera. Le armoniche di ordine superiore assumono il valore minimo sul paramento, il massimo sulla cresta e, successivamente, diminuiscono a tergo; tuttavia, nel complesso, i valori delle ampiezze a tergo della diga sono maggiori di quelli di largo.

L'andamento della potenza relativa mostra una sostanziale riduzione del contenuto energetico della prima armonica, a vantaggio delle armoniche superiori, e quindi un aumento delle condizioni di non-linearità dell'onda.

Tale aspetto è evidenziato chiaramente dall'andamento dei periodi medi spettrali, riportato in Fig. 5.51.

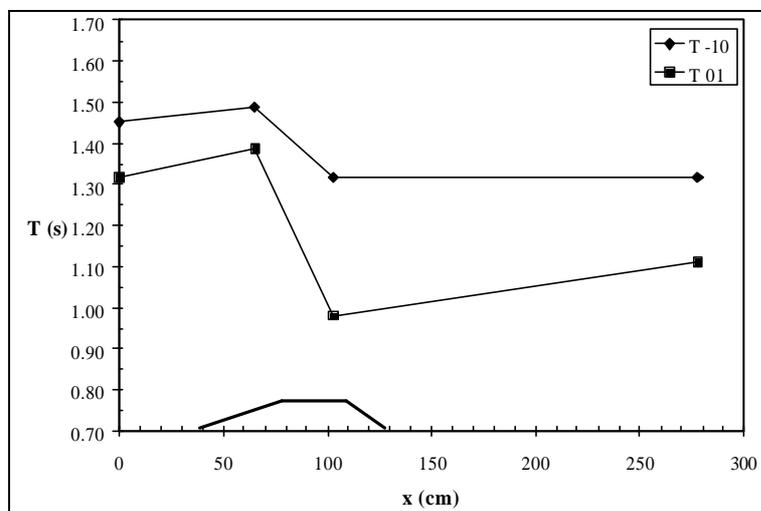


Fig. 5.51 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento bore-plunging, $H=9$ cm, $T=1.5$ s

Anche per le onde di periodo 2.0 s il comportamento osservato è simile, dal punto di vista qualitativo, a quello osservato per la barriera impermeabile.

A titolo di esempio, si riportano, nelle Fig. 5.52, 5.53, 5.54, i risultati relativi alla prova per altezza d'onda incidente 9 cm, caratterizzata da un frangimento bore-plunging.

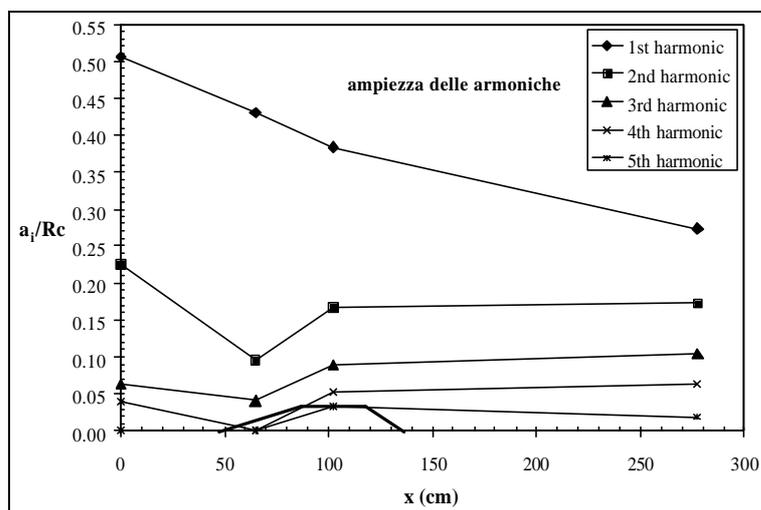


Fig. 5.52 – Ampiezza delle armoniche per struttura permeabile, frangimento bore-plunging $H=9$ cm, $T=2.0$ s

L'interazione con la barriera è caratterizzata da una continua riduzione della prima armonica, che ha inizio sul paramento offshore, mentre le superarmoniche, che assumono valori non nulli

già al largo della diga, si riducono sul paramento e poi risalgono, tendendo a rimanere invariate nel passaggio dal coronamento alla zona a tergo della barriera. In particolare, la seconda armonica, al crescere dell'intensità del fenomeno del frangimento, sembra limitare la propria crescita a tergo della diga, presentando valori nell'area protetta inferiori a quelli di largo.

L'effetto complessivo, tuttavia, è una sostanziale crescita della frazione di energia dislocata sulle frequenze maggiori, evidenziata dall'andamento delle potenze relative (Fig. 5.53) e dei periodi medi spettrali (Fig. 5.54).

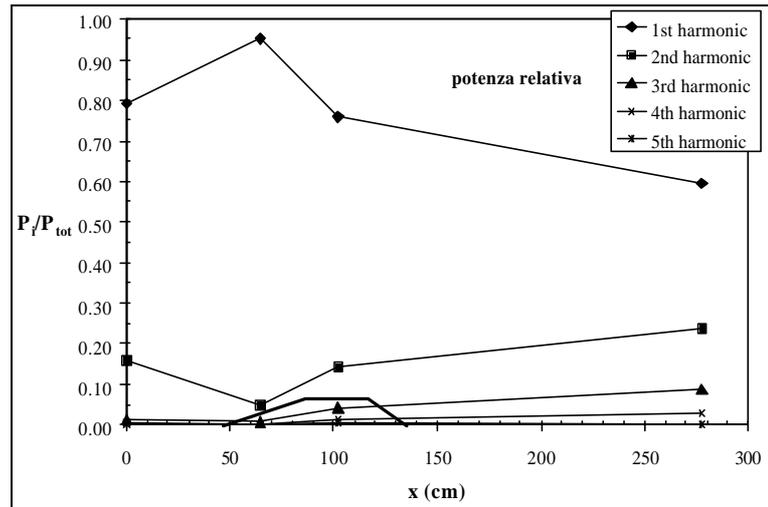


Fig. 5.53 – Andamento della potenza relativa delle armoniche, per struttura permeabile, frangimento bore-plunging, $H=9$ cm, $T=2.0$ s

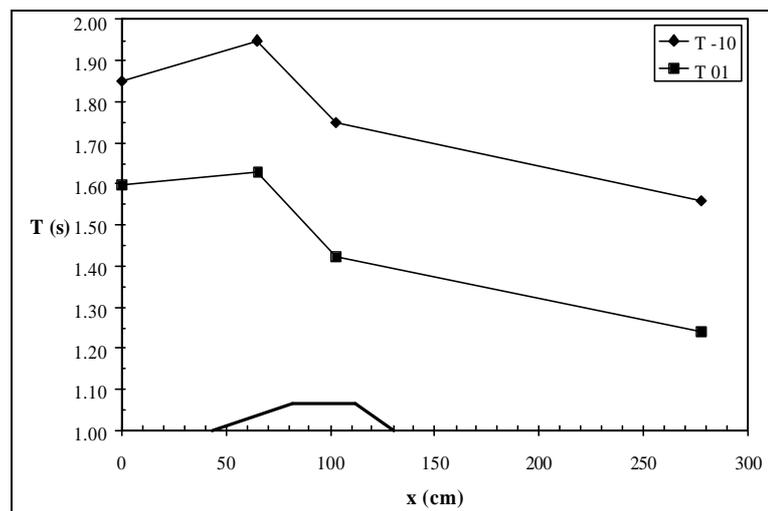


Fig. 5.54 – Andamento dei periodi medi spettrali, per struttura impermeabile, frangimento bore-plunging, $H=9$ cm, $T=2.0$ s

5.4.4 Discussione dei risultati

I risultati ottenuti dalle prove effettuate hanno mostrato che l'interazione tra il moto ondoso e la barriera presenta caratteristiche diverse al variare delle condizioni dell'onda incidente e della permeabilità della barriera; in particolare, è stato evidenziato l'effetto del frangimento, in relazione alle forme con cui esso si presenta.

L'esame dei risultati conduce alle considerazioni generali riportate nel seguito.

1. In assenza di frangimento, l'interazione tra l'onda e la barriera è influenzata, sostanzialmente, dal periodo dell'onda incidente, che ha una grande influenza sulle caratteristiche di non-linearità dell'onda.
2. In assenza di frangimento, le onde di periodo 1.0 s e 1.5 s, che possono essere considerate lineari a largo della diga, nel passaggio al di sopra di essa trasferiscono parte della propria energia alle armoniche di frequenza più elevata, che si accrescono sulla barriera e conservano la propria energia nell'area protetta a tergo di essa. La riduzione complessiva di energia dovuta all'interazione onda-struttura è modesta, ed avviene totalmente a spese dell'armonica fondamentale. L'effetto combinato del trasferimento di energia alle superarmoniche e della riduzione di energia della prima armonica comporta che il moto ondoso, nella zona *inshore* alle spalle della scogliera, presenta caratteristiche di maggiore non-linearità rispetto alle condizioni *offshore*.
3. In assenza di frangimento, le onde di periodo 2.0 s, che mostrano caratteristiche non lineari già a largo della struttura, mostrano, al di sopra di essa, una riduzione sia della prima che della seconda armonica; nel passaggio nell'area profonda a tergo della barriera, la prima armonica tende a conservare il proprio valore, mentre la seconda risale fino a valori molto prossimi a quelli di largo. Complessivamente, la limitata riduzione di energia dovuta all'interazione onda-barriera avviene ancora a spese dell'armonica principale, ma, a differenza delle onde di periodo minore, la seconda armonica non sembra accrescere globalmente la propria energia. Il risultato, comunque, è ancora un aumento delle condizioni di non-linearità dell'onda trasmessa rispetto all'onda incidente.
4. In caso di frangimento per cresta, l'interazione onda-barriera si sviluppa, fino al *top* della struttura, in maniera analoga a quella osservata in assenza di frangimento, con il massimo sviluppo delle componenti non lineari. Successivamente, si verifica una forte dissipazione di energia, che coinvolge in tutti i casi la prima armonica, e, al crescere dell'altezza d'onda incidente, interessa le superarmoniche, a partire dalle frequenze più elevate; per effetto della dissipazione, le superarmoniche si riducono bruscamente, tendendo ad annullarsi a tergo della barriera. Pertanto, nella zona protetta, le componenti non lineari originatesi al di sopra della struttura tendono a scomparire, ed il moto ondoso tende a recuperare il carattere di linearità; nei casi delle altezze d'onda più elevate, il moto ondoso a tergo della diga presenta addirittura caratteristiche di linearità superiori a quelle dell'onda incidente a largo di essa. Gli effetti dissipativi più importanti hanno origine sul coronamento della barriera, in corrispondenza della zona in cui è osservabile l'inizio del frangimento.
5. In caso di frangimento per cavo, si osserva una intensa dissipazione di energia dell'armonica principale; il processo dissipativo ha inizio sul paramento *offshore* della barriera, dove comincia il frangimento dell'onda. L'effetto del frangimento sulle armoniche di ordine superiore, presenti anche a largo della struttura, non appare così evidente come nel caso del frangimento per cresta. In particolare, l'ampiezza della seconda armonica a tergo della diga tende ad assumere un valore

uguale a quello sul coronamento, generalmente inferiore a quello a largo; le armoniche di ordine più elevato mostrano, al contrario, per le altezze più elevate, una riduzione analoga a quella osservata nei frangimenti per cresta. Complessivamente, nonostante si verifichi comunque una riduzione del contenuto energetico delle superarmoniche, il passaggio al di sopra della barriera comporta un aumento delle condizioni di non-linearità rispetto al moto ondoso incidente, a causa delle maggiori dissipazioni di energia che interessano l'armonica principale.

6. Il confronto tra i risultati relativi a barriera impermeabile e permeabile non mostra sostanziali differenze per quanto riguarda il meccanismo di interazione.

Le considerazioni svolte sono illustrate nelle Figure riportate nel seguito.

In un primo gruppo di grafici (Figg. 5.55-5.60), per ciascun valore del periodo e per i diversi tipi di struttura, sono riportati i valori della potenza relativa dell'armonica fondamentale a largo (*offshore*) ed a tergo della barriera (*inshore*), in funzione dell'altezza d'onda incidente, evidenziando le caratteristiche del frangimento, ove presente.

Si osserva che, per $T=1.0$ s, la potenza relativa della prima armonica a tergo della diga assume, per le onde incidenti di altezza minore, valori sensibilmente inferiori rispetto a quelli al largo; al crescere dell'altezza d'onda, con lo sviluppo del frangimento per cresta, il valore della potenza distribuita sulla prima armonica, a tergo della barriera aumenta, fino a superare il valore assunto a largo di essa.

Nei casi $T=1.5$ s e $T=2.0$ s, in cui si verifica il frangimento per cavo, la potenza della prima armonica dal lato *inshore* è sempre minore rispetto al corrispondente valore *offshore*. Lo sviluppo del frangimento, tuttavia, attenua il processo di riduzione della potenza relativa della prima armonica, che, al crescere dell'altezza d'onda incidente, tende ad un valore costante, pari a circa 0.70 per $T=1.5$ s e struttura impermeabile, circa 0.75 per $T=1.5$ s e struttura permeabile, e circa 0.60 per $T=2.0$ s, indipendentemente dalla permeabilità della barriera.

In un secondo gruppo di grafici, (Figg. 5.61-5.66), per ciascun valore del periodo, e per i diversi tipi di struttura, sono riportati i valori dell'ampiezza della seconda armonica sul coronamento (*top*) della scogliera ed a tergo di essa (*inshore*), in funzione dell'altezza d'onda incidente.

Si evidenzia che, per $T=1.0$ s, i valori di ampiezza della seconda armonica a tergo della barriera sono, in assenza di frangimento, praticamente coincidenti con i valori assunti sul coronamento della struttura, presentando un andamento crescente con l'altezza d'onda incidente. In presenza di frangimento, al crescere dell'altezza d'onda incidente, i valori delle ampiezze sul coronamento continuano a crescere, mentre i valori a tergo si riducono sensibilmente fino a valori prossimi allo zero.

Nei casi delle onde di periodo $T=1.5$ s e $T=2.0$ s, le ampiezze della seconda armonica mostrano un andamento crescente con l'altezza d'onda incidente sia sul coronamento, sia a tergo della barriera, e tale tendenza non viene alterata dall'insorgere del frangimento per cavo. In assenza di frangimento le ampiezze a tergo della struttura tendono ad assumere valori superiori a quelli sul coronamento; al crescere dell'altezza d'onda, per effetto del frangimento, i valori delle ampiezze della seconda armonica a tergo crescono in misura minore, fino ad assumere valori molto prossimi, anche se normalmente inferiori, a quelli sul coronamento. Tale tendenza generale mostra delle irregolarità per le onde di periodo 1.5 s, ed è, invece, molto evidente per le onde di periodo 2.0 s. L'ultimo aspetto è evidenziato nel grafico di Fig. 5.67, in cui si riportano, per entrambe le strutture, i rapporti tra le ampiezze della seconda armonica a tergo della barriera e al di sopra del coronamento, per le onde di periodo 2.0 s.

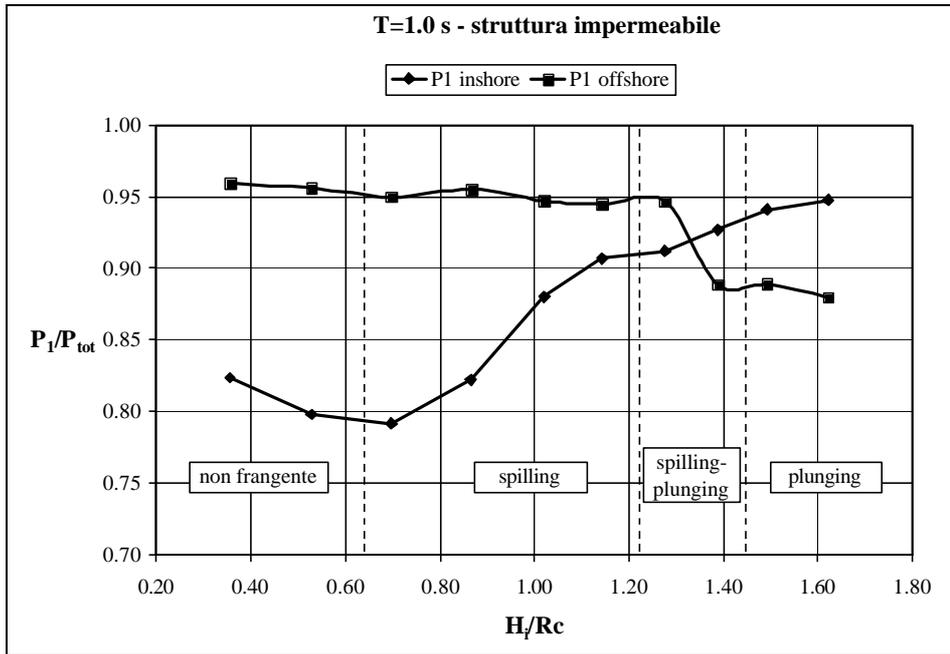


Fig. 5.55 – Confronto tra le potenze relative dell'armonica fondamentale a largo e a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.0$ s, struttura impermeabile

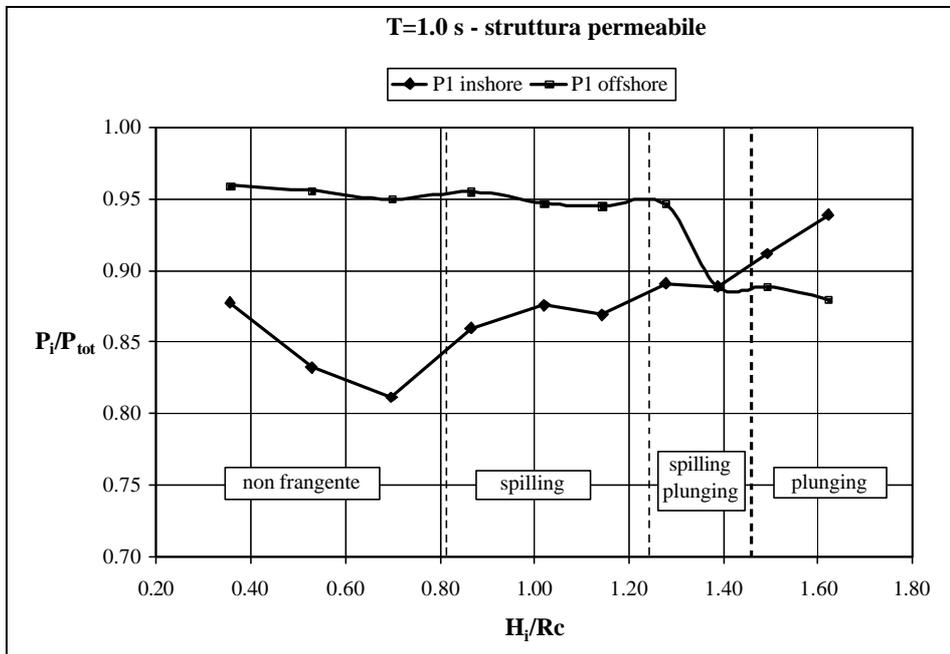


Fig. 5.56 – Confronto tra le potenze relative dell'armonica fondamentale a largo e a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.0$ s, struttura permeabile

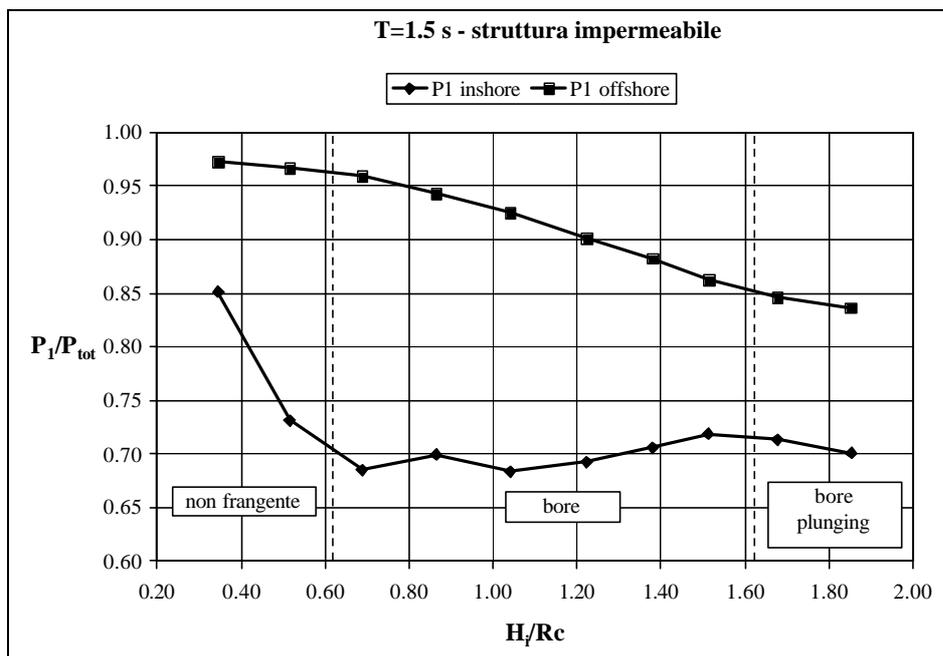


Fig. 5.57 – Confronto tra le potenze relative dell'armonica fondamentale a largo e a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.5$ s, struttura impermeabile

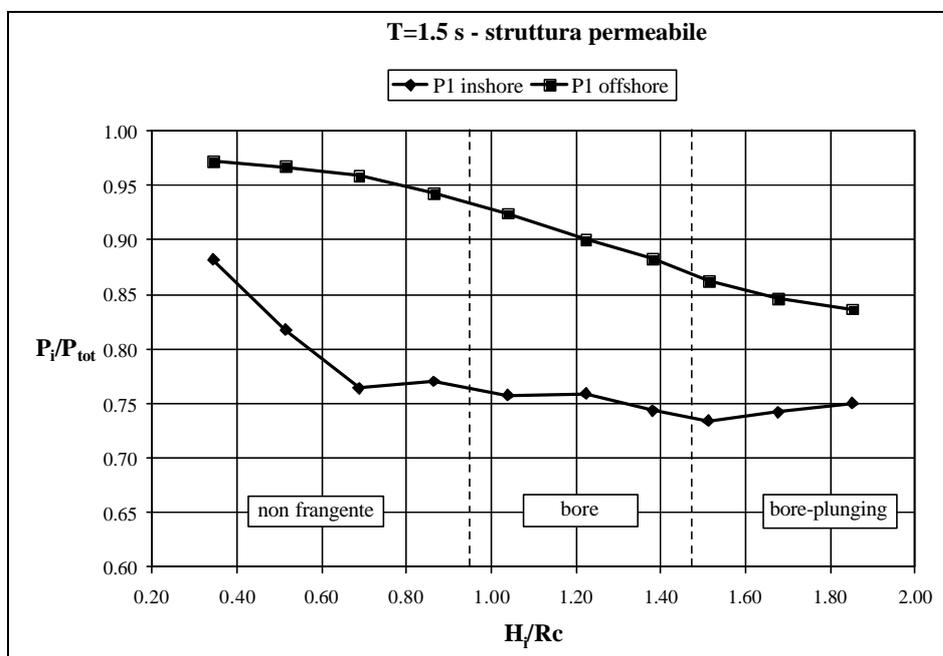


Fig. 5.58 – Confronto tra le potenze relative dell'armonica fondamentale a largo e a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.5$ s, struttura permeabile

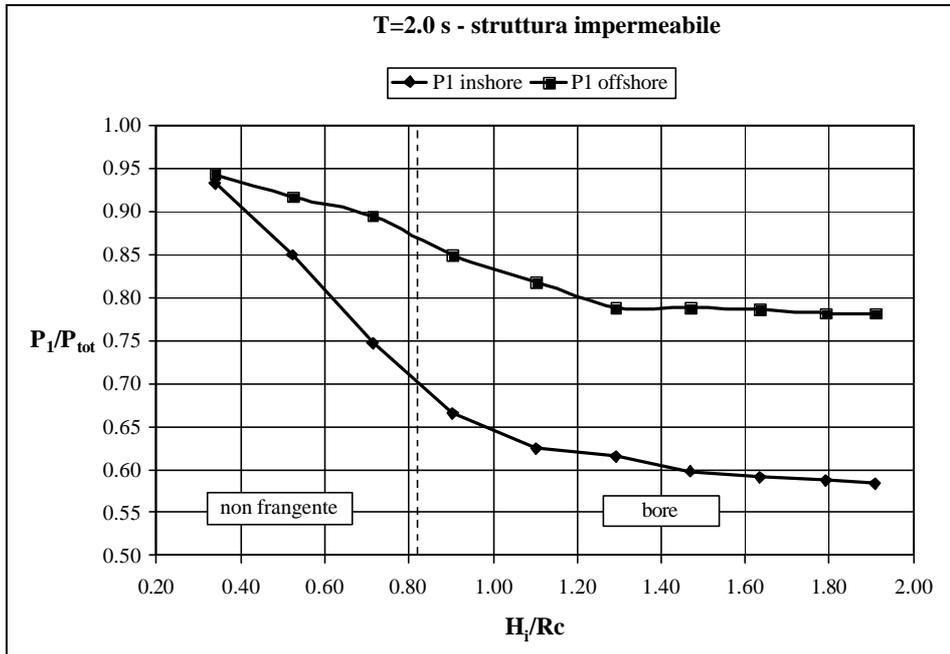


Fig. 5.59 – Confronto tra le potenze relative dell’armonica fondamentale a largo e a tergo della barriera, al variare dell’altezza d’onda incidente, per $T=2.0$ s, struttura impermeabile

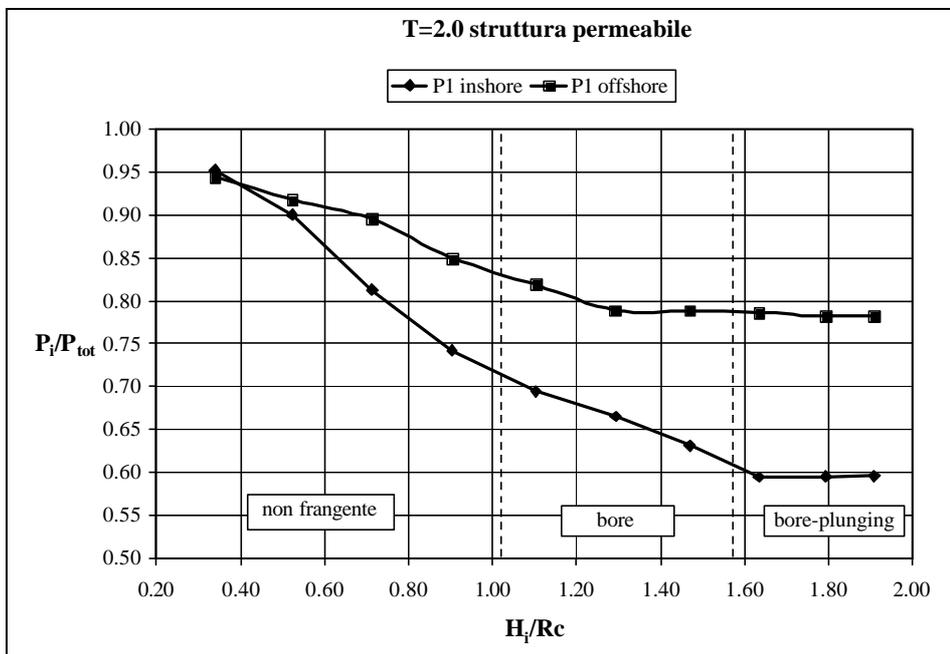


Fig. 5.60 – Confronto tra le potenze relative dell’armonica fondamentale a largo e a tergo della barriera, al variare dell’altezza d’onda incidente, per $T=2.0$ s, struttura permeabile

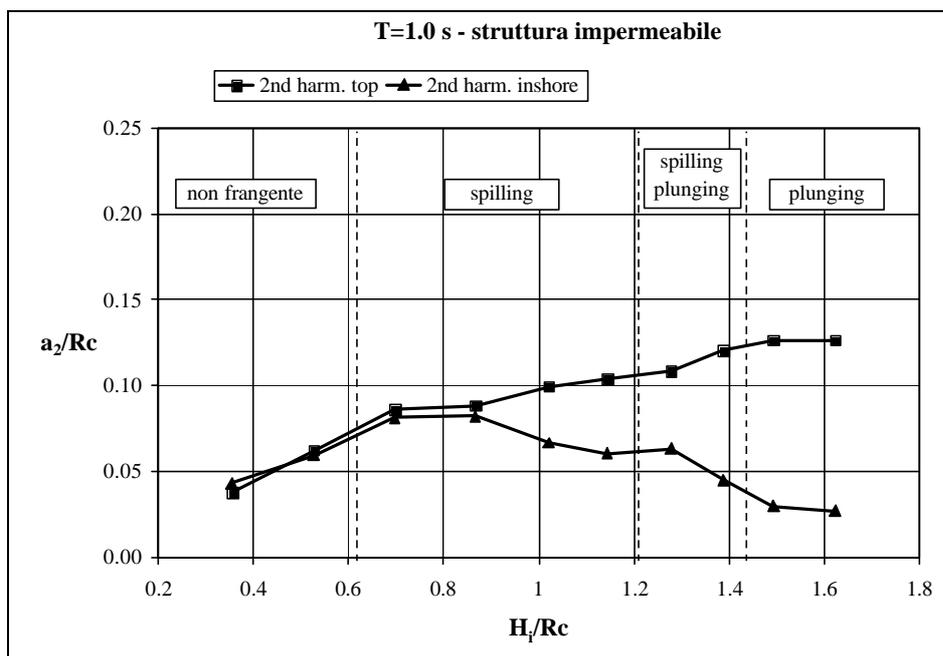


Fig. 5.61 – Confronto tra le ampiezze della seconda armonica sul coronamento (top) ed a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.0$ s, struttura impermeabile

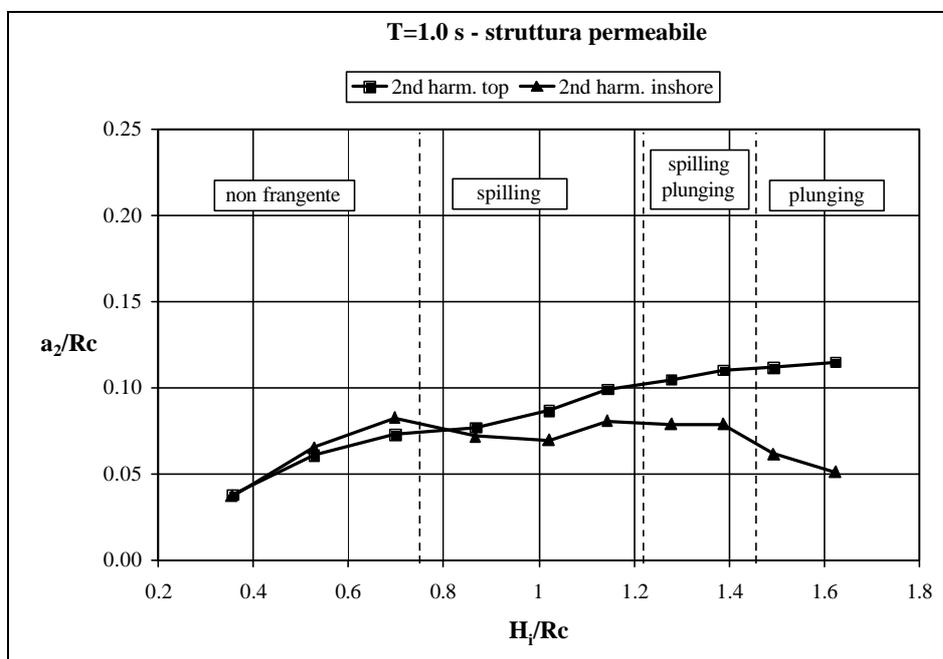


Fig. 5.62 – Confronto tra le ampiezze della seconda armonica sul coronamento (top) ed a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.0$ s, struttura permeabile

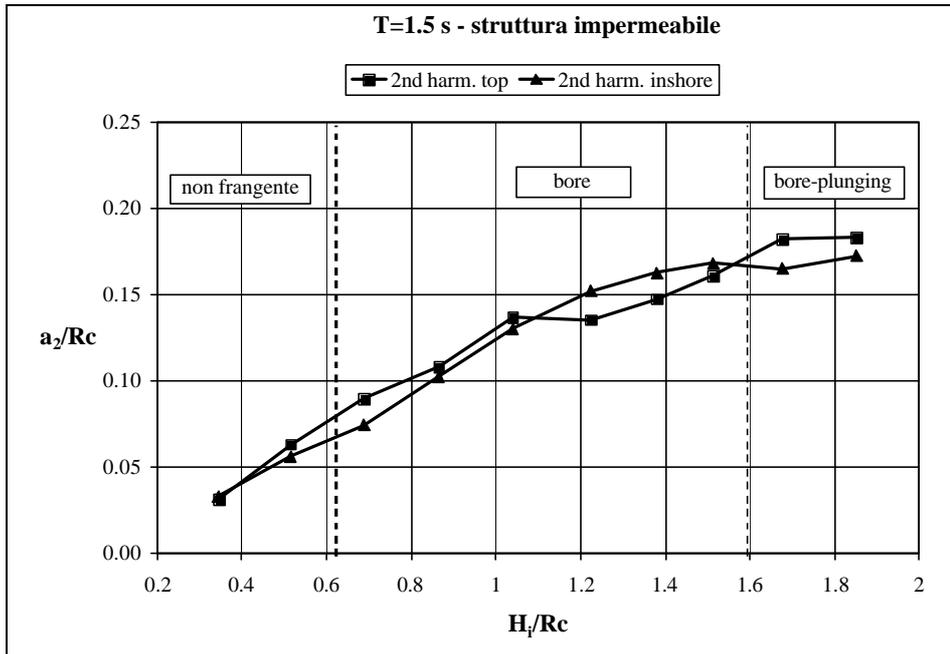


Fig. 5.63 – Confronto tra le ampiezze della seconda armonica sul coronamento (top) ed a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.5$ s, struttura impermeabile

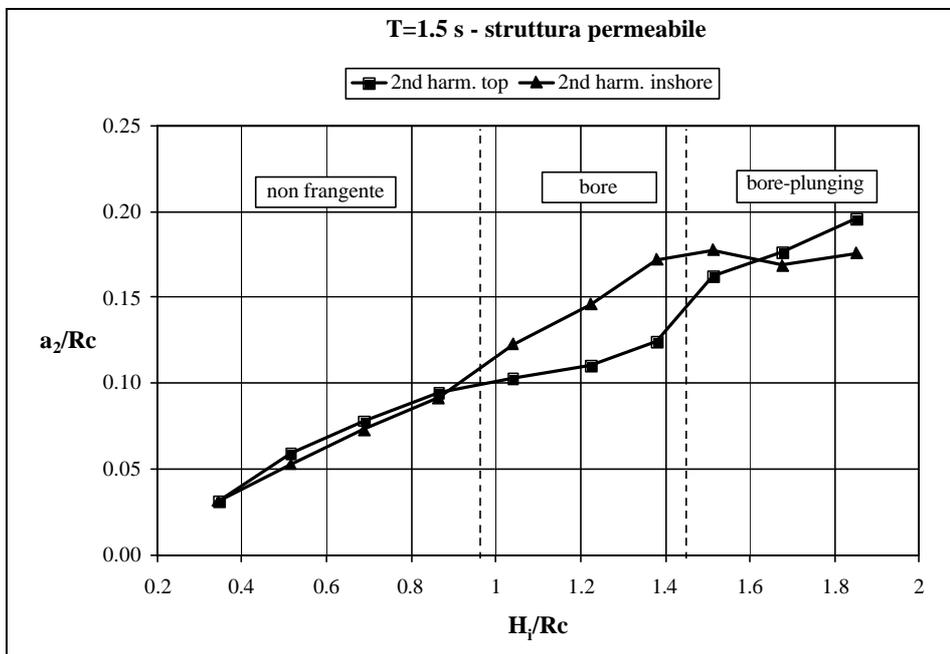


Fig. 5.64 – Confronto tra le ampiezze della seconda armonica sul coronamento (top) ed a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=1.5$ s, struttura permeabile

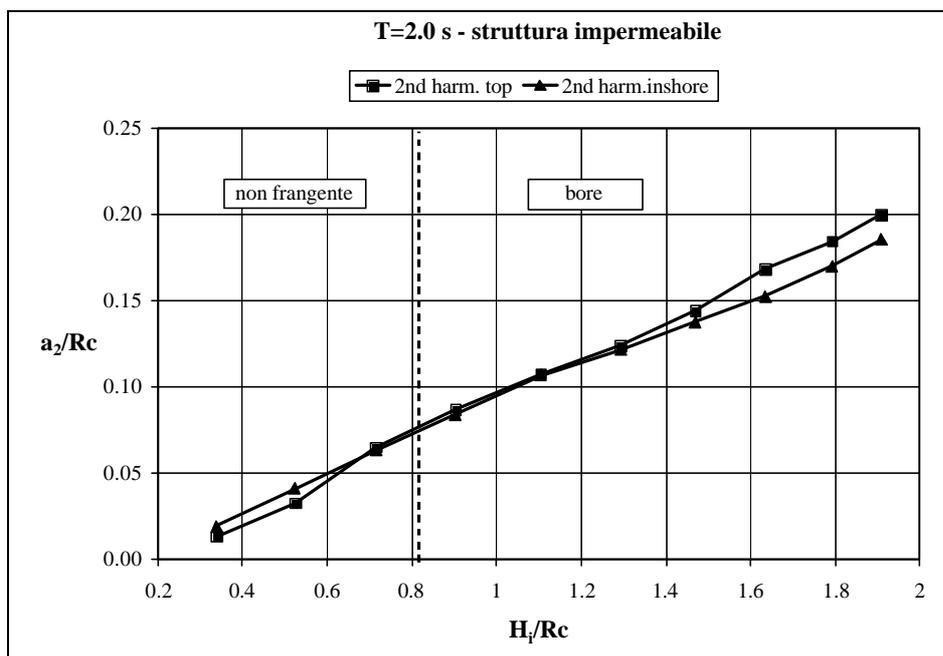


Fig. 5.65 – Confronto tra le ampiezze della seconda armonica sul coronamento (top) ed a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=2.0$ s, struttura impermeabile

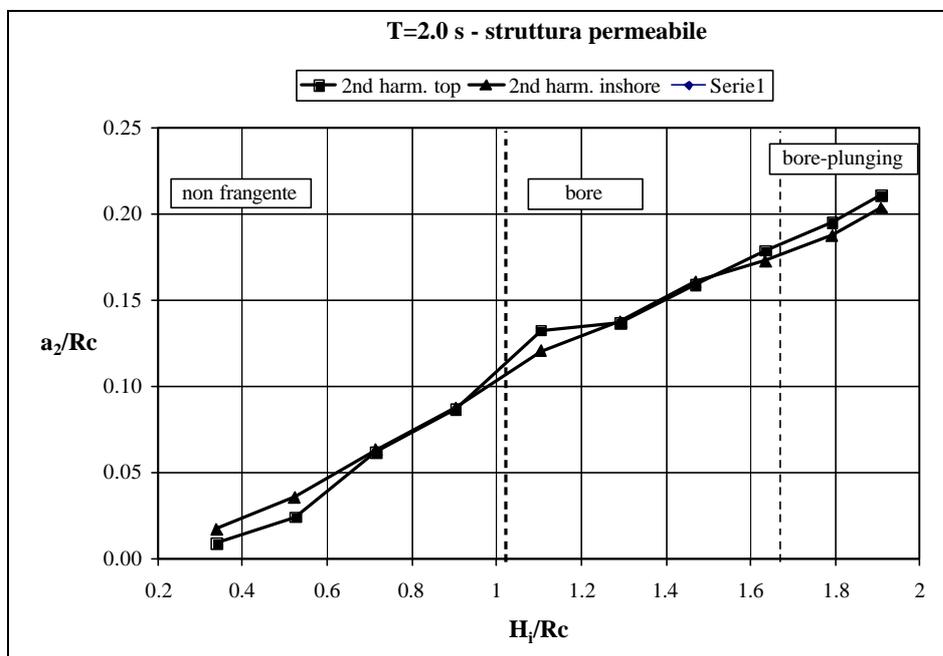


Fig. 5.66 – Confronto tra le ampiezze della seconda armonica sul coronamento (top) ed a tergo della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=2.0$ s, struttura permeabile

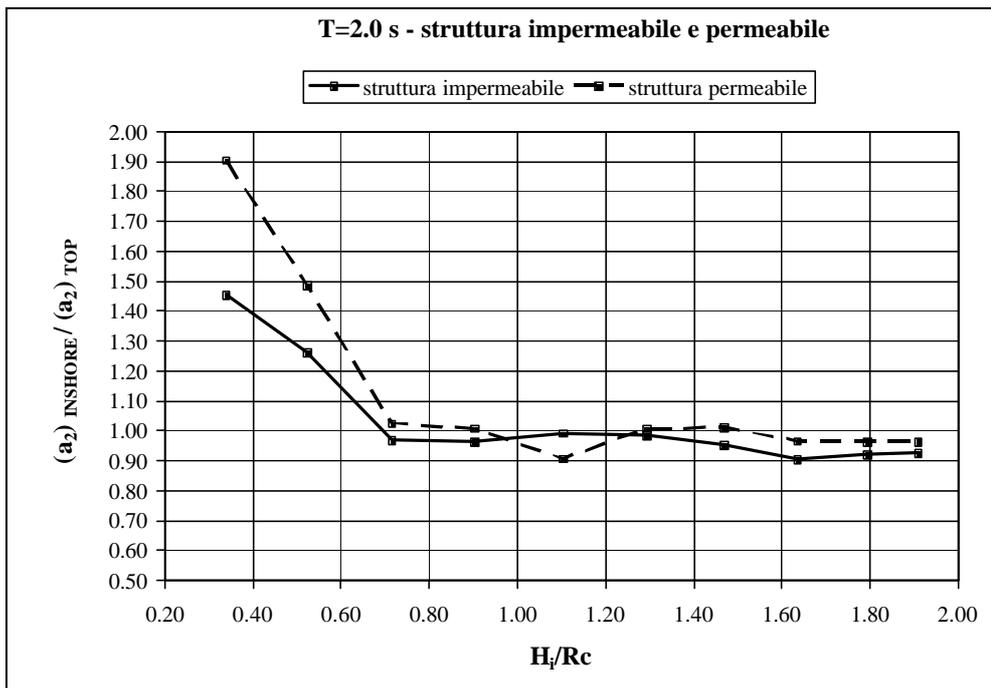


Fig. 5.67 – Rapporto tra le ampiezze della seconda armonica a tergo (inshore) e sul coronamento (top) ed della barriera, al variare dell'altezza d'onda incidente, per $T=2.0$ s

5.5 Trasferimento non lineare di energia e saturazione delle superarmoniche

I risultati ottenuti mostrano che, in condizioni di assenza di frangimento, l'interazione tra il moto ondoso e la barriera è caratterizzata, in generale, da un trasferimento non lineare di energia alle superarmoniche, che raggiungono la massima intensità al di sopra della struttura e si propagano a tergo di essa.

L'insorgere del frangimento, oltre ad aumentare la dissipazione del contenuto energetico globale dell'onda, modifica il meccanismo di interazione onda-barriera e sembra limitare il meccanismo di trasferimento di energia alle armoniche di frequenza più elevata, che, in alcuni casi, dopo avere attinto il valore massimo al di sopra della barriera, mostrano valori molto ridotti a tergo dell'opera.

I risultati ottenuti, pertanto, suggeriscono che il meccanismo di trasferimento non lineare di energia ondosa sia caratterizzato, all'aumentare dell'altezza d'onda incidente, da un processo di saturazione, attribuibile al frangimento delle superarmoniche. In base a tale ipotesi, le superarmoniche possono accrescersi sul coronamento della diga fino al raggiungimento di un valore limite, al di là del quale, apparentemente, si verifica il loro frangimento, evidenziato da una brusca riduzione nel passaggio a tergo della barriera.

Sulla base di tali considerazioni, nei casi di apparente frangimento delle superarmoniche, è stato investigato il legame tra i valori massimi di ampiezza attinti al di sopra della barriera e le grandezze rappresentative del moto ondoso e della barriera che possono influenzare il frangimento delle armoniche.

Tali grandezze sono state raggruppate in un unico parametro Λ , la cui espressione è la seguente:

$$\Lambda = \frac{R_c}{g T_i^2} \left[\frac{\tan \alpha}{\sqrt{\frac{H}{g T^2}}} \right]^{1.5} \quad (5.2)$$

in cui:

- R_c è il *freeboard* al di sopra del coronamento della barriera
- $\tan \alpha$ è la pendenza del paramento *offshore* della barriera
- H è l'altezza d'onda incidente a largo della barriera
- T è il periodo dell'onda incidente a largo della barriera
- T_i è il periodo dell'armonica *i-esima*, pari a T/i

Si osserva che il parametro Λ è il prodotto di due termini. Il primo è proporzionale al rapporto tra la profondità sul coronamento della diga e la lunghezza d'onda della *i-esima* armonica, valutata con riferimento alle caratteristiche di largo. Il secondo termine ha la forma del parametro di *surf similarity* dell'onda incidente a largo della barriera; l'esponente 1.5 è stato dedotto empiricamente, allo scopo di garantire il migliore adattamento dei dati sperimentali.

Nelle *Figg. 5.68, 5.69* è riportato, rispettivamente nel caso di struttura impermeabile e permeabile, l'andamento del rapporto a/R_c sul coronamento della diga, relativamente ai casi di apparente frangimento delle superarmoniche. Si evidenzia che i due grafici mostrano il medesimo andamento.

Per entrambe le tipologie di struttura, i dati sperimentali si dispongono intorno ad una curva che ha la forma di una legge di potenza, per la quale è stata dedotta l'espressione:

$$\left(\frac{a_i}{R_c} \right)_{\max} = 0.0585 \cdot \Lambda^{-0.847} \quad (5.3)$$

I coefficienti di determinazione R^2 sono molto simili per i due casi, e pari a circa il 91%.

La (5.3) può essere interpretata come una funzione di saturazione della crescita delle superarmoniche nell'interazione onda-barriera. Nell'ambito del ragionamento condotto, il rapporto a/R_c espresso dalla (5.3) ha il significato di un indice di frangimento delle superarmoniche al di sopra della struttura.

Si osserva che il parametro Λ cresce al diminuire del periodo T_i , o, equivalentemente, al crescere della frequenza dell'armonica; questo fatto comporta che, a parità di tutte le altre condizioni, i valori di saturazione sono minori per le armoniche di frequenza più elevata. Questa considerazione è in accordo con quanto, in generale, osservato relativamente all'effetto del periodo sul frangimento delle onde.

Si nota, inoltre, che, al crescere del periodo dell'onda incidente, entrambi i prodotti che compaiono nell'espressione di Λ tendono a ridursi e, di conseguenza la condizione di saturazione viene raggiunta per valori più elevati del rapporto a_l/R_c ; questa considerazione si presta ad interpretare il comportamento della seconda armonica per onda incidente $T=2.0$ s, che, al crescere dell'altezza d'onda incidente, tende a conservare il proprio valore nel passaggio dal coronamento della diga all'area protetta a tergo di essa.

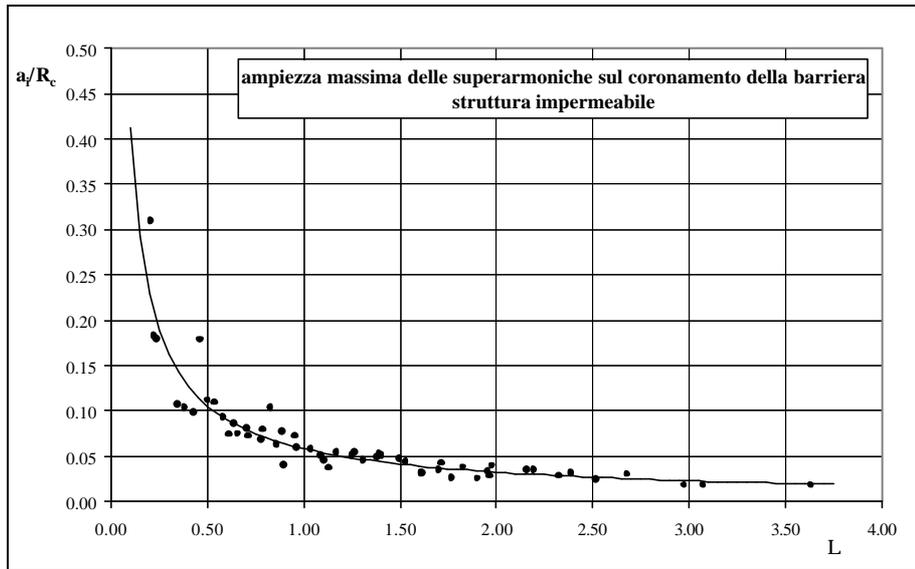


Fig. 5.68 – Saturazione delle superarmoniche sul coronamento della barriera impermeabile

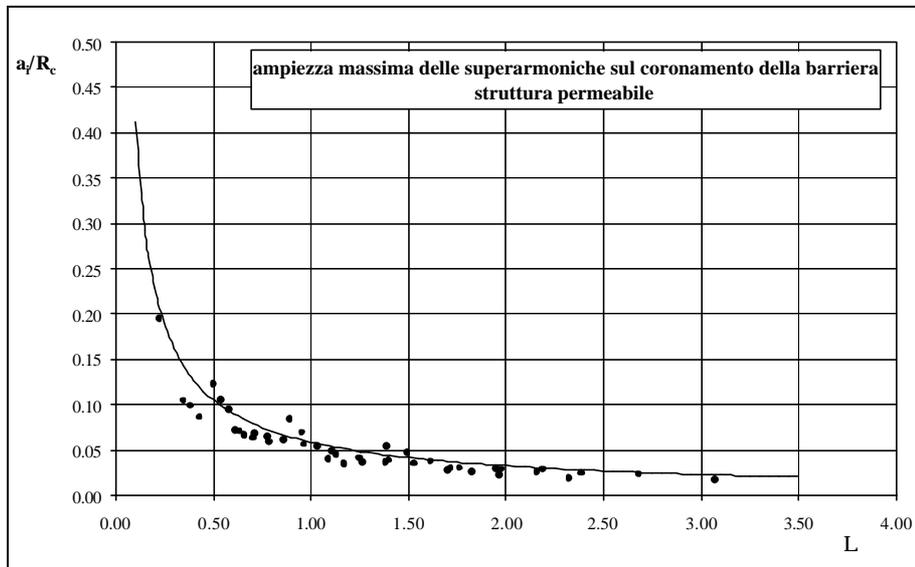


Fig. 5.69 – Saturazione delle superarmoniche sul coronamento della barriera permeabile

A conferma della validità del ragionamento proposto, nelle *Figg. 5.70, 5.71* sono riportati, in funzione di Λ , i valori di a_i/R_c misurati sul coronamento della barriera per le superarmoniche che non presentano una brusca riduzione nel passaggio nell'area protetta a tergo della diga; tutti i valori misurati risultano inferiori a quelli corrispondenti alle condizioni di saturazione, ottenuti in base alla (5.3), rappresentati nei grafici dalla linea continua.

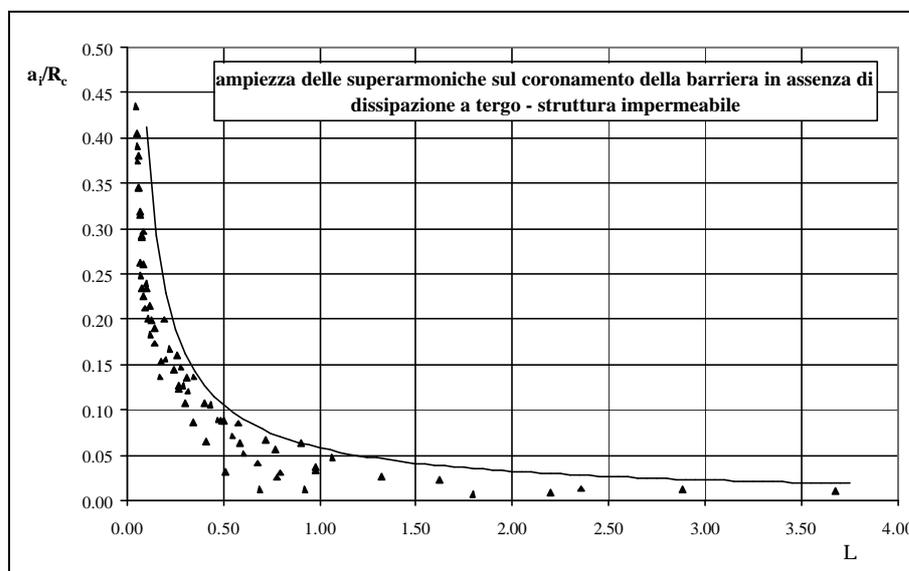


Fig. 5.70 – Verifica della curva di saturazione per struttura impermeabile

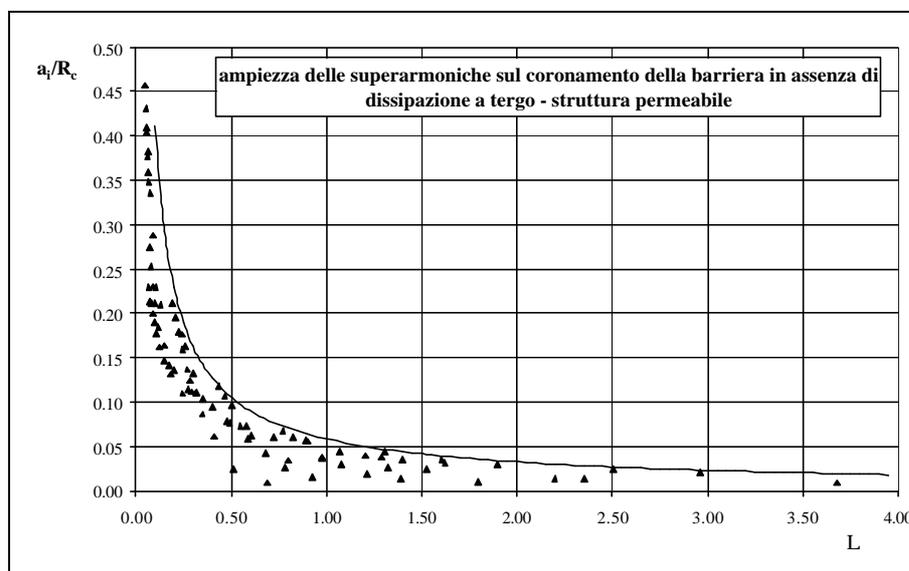


Fig. 5.71 – Verifica della curva di saturazione per struttura permeabile

Come è stato precedentemente sottolineato, il meccanismo di saturazione delle superarmoniche influenza, nel complesso, il trasferimento non lineare di energia dalla frequenza fondamentale alle armoniche di ordine superiore.

Quando il meccanismo di saturazione coinvolge tutte le superarmoniche, il risultato è un recupero di energia, in termini relativi, da parte della frequenza fondamentale, che presenta, a tergo della struttura, un valore di potenza relativa prossimo all'unità, ed in qualche caso maggiore rispetto al valore a largo della struttura; questo comportamento è stato osservato, al crescere dell'altezza dell'onda, per onde incidenti di periodo $T=1.0$ s.

Nei casi in cui, al contrario, la saturazione non interessa tutte le superarmoniche, l'effetto complessivo è semplicemente una riduzione dell'entità del trasferimento non lineare di energia; in tali condizioni, al crescere dell'altezza d'onda incidente, la potenza relativa della prima armonica tende ad assumere un valore costante, inferiore a quello di largo.

Le considerazioni svolte possono essere illustrate nei grafici proposti nelle *Figg. 5.72 e 5.73*, relativi, rispettivamente, alla struttura impermeabile ed alla struttura permeabile. I grafici riportano in ordinata il valore della potenza relativa dell'armonica principale a tergo della barriera, ed in ascissa un particolare parametro di *surf similarity* x_c' , che tiene conto delle condizioni ondose al di sopra della barriera:

$$x_c' = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{H/L_c}} \quad (5.4)$$

in cui, oltre ai simboli noti, L_c è la lunghezza d'onda al di sopra della barriera, che, in conseguenza del valore molto basso della profondità R_c , viene espressa nella seguente forma:

$$L_c = T \sqrt{g R_c} \quad (5.5)$$

Sulla base dei dati sperimentali, i grafici proposti sono stati suddivisi in tre regioni mediante linee il cui andamento è stato ipotizzato a maniera.

La prima zona del grafico, relativa ai valori più elevati di x_c' , è stata denominata *zona di trasferimento non lineare*. Essa comprende condizioni in cui il frangimento è assente, o, comunque, ha effetti modesti, in tale regione il trasferimento non lineare di energia alle armoniche superiori avviene con intensità crescente al crescere dell'altezza d'onda incidente H , che corrisponde ad una riduzione di x_c' .

La seconda regione è stata denominata *zona asintotica*. Essa comprende situazioni in cui il frangimento assume progressivamente importanza e si verifica la parziale saturazione delle superarmoniche. In tale regione, al crescere dell'altezza d'onda incidente, la potenza relativa della prima armonica a tergo della scogliera è sostanzialmente costante, ed inferiore al valore a largo della struttura. Il valore asintotico di P_1/P_{tot} decresce al crescere del periodo dell'onda incidente.

La terza regione, delimitata dalla linea retta tratteggiata, è stata denominata *zona di recupero di energia*. Tale zona comprende condizioni in cui il frangimento è tale da determinare condizioni di saturazione per tutte le superarmoniche, che tendono ad essere distrutte, con intensità crescente al crescere dell'altezza d'onda. Pertanto, al crescere dell'altezza d'onda incidente, la potenza relativa della prima armonica ha un andamento crescente e tende ad un valore unitario.

Nonostante l'accordo con i risultati sperimentali e la coerenza con le considerazioni sinora svolte, l'estensione delle regioni e la forma delle linee che le delimitano sono, allo stato, da

considerarsi semplicemente come una ipotesi di lavoro, che necessita di conferma da parte di ulteriori sperimentazioni, relativamente a condizioni ondose non comprese nel presente studio ed a diverse geometrie dell'opera di difesa.

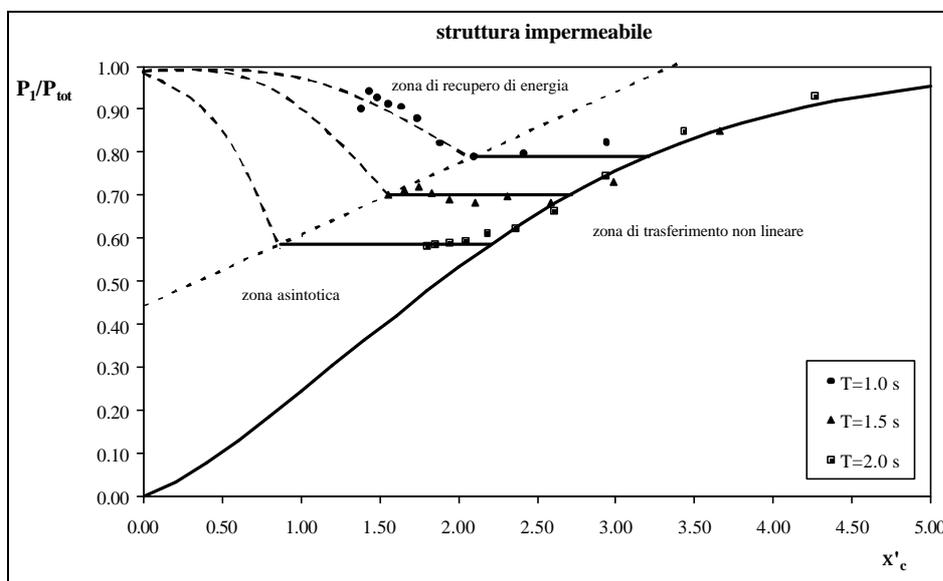


Fig. 5.72 – Andamento della potenza relativa della prima armonica a tergo della barriera impermeabile in funzione del parametro di surf similarity modificato ξ_c'

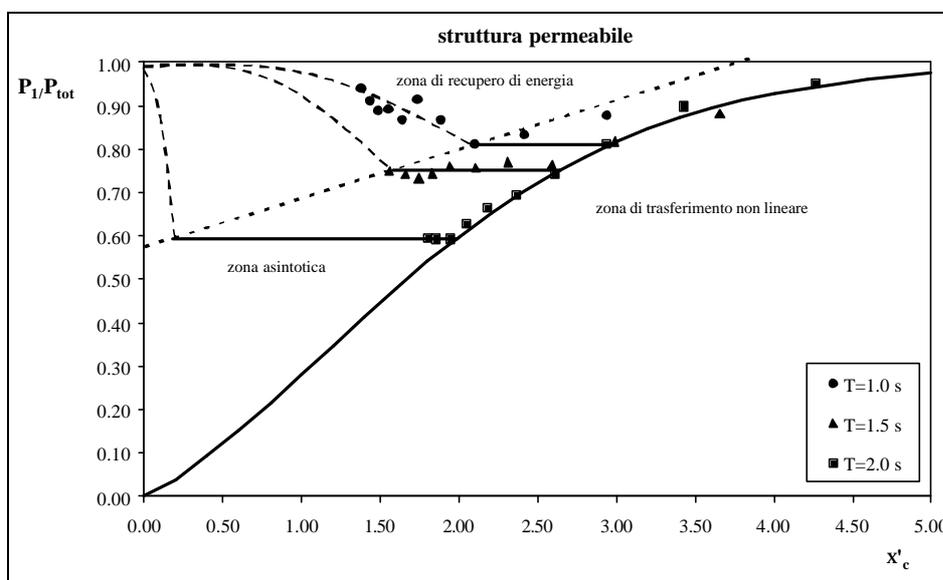


Fig. 5.73 – Andamento della potenza relativa della prima armonica a tergo della barriera permeabile in funzione del parametro di surf similarity modificato ξ_c'

5.6 Confronto con i risultati di studi precedenti

L'analisi dei risultati ottenuti si completa con il confronto di essi con quelli riportati nei principali studi discussi nei capitoli precedenti.

Come già evidenziato, i risultati relativi ad onde non frangenti si presentano in accordo sia con la teoria, sia con gli studi sperimentali esaminati. In particolare, i profili ondosi e gli andamenti delle superarmoniche risultano confrontabili con i risultati di Ohyama & Nadaoka (1992), Ohyama *et al.* (1995), Goda & Morinobu (1998).

Relativamente al frangimento, è stato osservato, in analogia con i risultati di Hattori & Sakai (1994) che la permeabilità della barriera tende a provocare un aumento del limite di frangimento; ulteriori confronti circa le forme e gli indici di frangimento sono resi difficili dalle differenti configurazioni geometriche utilizzate dai diversi Autori. In ogni caso, si evidenzia che i profili di elevazione ondosa misurati in condizioni di frangimento presentano un andamento a dente di sega del tutto analogo a quello presente negli studi esaminati (Beji & Battjes, 1993; Goda & Morinobu, 1998).

Circa gli effetti del frangimento sull'interazione onda-barriera, i risultati del presente studio si discostano da quelli dell'indagine sperimentale condotta presso la *Delft University of Technology* (Battjes & Beji, 1992; Beji *et al.*, 1992; Beji & Battjes, 1993; Ohyama *et al.*, 1994). Gli Autori citati, infatti, pervengono alla conclusione che il frangimento non modifica in maniera sostanziale il meccanismo di interazione, ma sembra solo aumentare l'entità dei processi dissipativi. La discordanza con tali risultati deve essere attribuita alla particolare geometria della struttura utilizzata nello studio condotto a Delft, che presentava caratteristiche più simili ad una barra di fondo che ad una struttura sommersa.

Al contrario, gli effetti del frangimento evidenziati nel presente lavoro risultano in ottimo accordo con i risultati di Grue (1992), il quale ha evidenziato che, mentre nel caso di onda non frangente l'ampiezza della seconda armonica a tergo della struttura cresce al crescere dell'altezza d'onda incidente, nel caso di frangimento l'ampiezza della seconda armonica cresce fino a raggiungere un valore massimo, per poi ridursi; tale meccanismo è stato notato anche per la terza armonica, ove presente. Le forme di frangimento osservate dall'Autore evolvono da *spilling* a *plunging*, e quindi i risultati sembrano sostenere le considerazioni svolte nel presente studio. È importante sottolineare che lo stesso Autore, pur senza esplicitare in dettaglio il meccanismo, propone il concetto di saturazione delle armoniche, in relazione con il frangimento dell'onda al di sopra dell'ostacolo.

Anche Yamashiro *et al.* (2001) ipotizzano che l'effetto del frangimento provochi una riduzione della crescita delle superarmoniche. Gli Autori, in particolare, hanno evidenziato che, al crescere del parametro di non linearità dell'onda incidente, le potenze relative delle componenti armoniche tendono ad assumere un valore costante, mentre per valori limitati di tale parametro, le potenze relative presentano un andamento molto irregolare. Per agevolare il confronto, in *Fig. 5.74* è riportato l'andamento della potenza relativa della prima e della seconda armonica ottenuto nel presente studio, in funzione del numero di Ursell dell'onda incidente, con riferimento ad entrambe le tipologie di barriere. L'apparente irregolarità dei dati, in realtà, riflette il diverso comportamento delle onde al variare del periodo, e risulta chiarita dalla considerazione che i numeri di Ursell compresi, all'incirca tra 2 e 8 corrispondono alle onde di periodo 1.0 s, i numeri di Ursell compresi all'incirca, tra 9 e 48 corrispondono alle onde di periodo 1.5 s e, infine, i valori maggiori di 27 corrispondono alle onde di periodo 2.0 s. Si ricorda che i valori asintotici di potenza relativa della prima armonica rilevati nel presente studio dipendono dal periodo dell'onda, e sono dell'ordine di 0.60 per $T=2.0$ s

(indipendentemente dalla permeabilità), mentre per $T=1.5$ s sono dell'ordine di 0.70 per struttura impermeabile e di 0.75 per la struttura permeabile. I corrispondenti valori riportati da Yamashiro *et al.* sono inferiori, dell'ordine di 0.50-0.55, e si riducono al crescere della larghezza della barriera; va segnalato, a riguardo che gli Autori hanno utilizzato barriere di larghezza pari a 2 e 4 volte la profondità del fondale, e, pertanto, notevolmente più larghe di quella utilizzata nel presente studio, in cui il rapporto B/h è pari a circa 0.80.

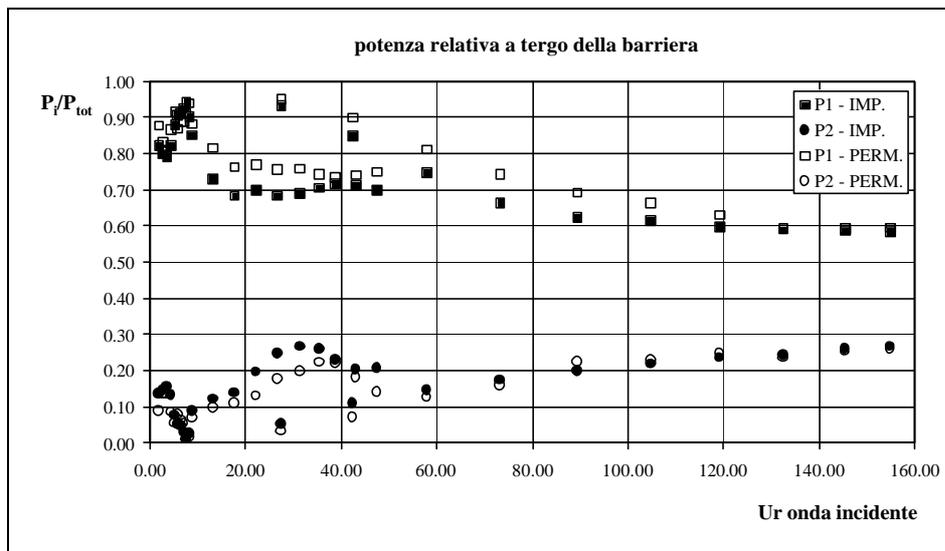


Fig. 5.74 – Andamento delle potenze relative di prima e seconda armonica al variare delle caratteristiche di non-linearità dell'onda incidente

I risultati ottenuti sono confrontabili, inoltre, con quelli di Van der Meer *et al.* (2000), nonostante questi ultimi si riferiscano a condizioni di onde irregolari. In particolare, il valore 0.40, proposto dagli Autori per esprimere la percentuale di energia trasferita alle alte frequenze nell'interazione onda-barriera, corrisponde al valore asintotico di 0.60 per la potenza della prima armonica a tergo della barriera per $T=2.0$ s. I risultati diversi ottenuti per le onde di periodo 1.0 e 1.5 s sono probabilmente da attribuire alle diverse condizioni sperimentali.

Il confronto con i risultati di Bleck & Oumeraci (2001), infine, ha permesso di evidenziare alcuni aspetti importanti del legame tra il periodo medio dell'onda trasmessa ed il coefficiente di trasmissione dell'onda.; infatti, seguendo il ragionamento proposto dagli Autori, per la definizione dei periodi medi spettrali T_{-10} e T_{01} risulta:

$$\frac{(T_{-10})_t}{(T_{-10})_i} = \frac{(m_{-1})_t \cdot (m_0)_i}{(m_0)_t \cdot (m_{-1})_i} = \frac{(m_{-1})_t}{(m_{-1})_i} \frac{1}{k_t^2} = \frac{k_{m-1}}{k_t^2} \quad (5.6)$$

$$\frac{(T_{01})_t}{(T_{01})_i} = \frac{(m_0)_t \cdot (m_1)_i}{(m_1)_t \cdot (m_0)_i} = \frac{(m_1)_i}{(m_1)_t} k_t^2 = \frac{k_t^2}{k_{m1}} \quad (5.7)$$

essendo k_t il coefficiente di trasmissione del moto ondoso; i pedici t ed i si riferiscono, rispettivamente all'onda incidente a largo della barriera ed all'onda trasmessa a tergo di essa

Sulla base dei risultati delle prove da loro condotte, gli Autori hanno proposto le formule (2.23) e (2.24), riportate nel Capitolo 2, che esprimono k_{m-1} e k_t in funzione del rapporto tra la profondità al di sopra del coronamento e l'altezza d'onda incidente.

Nell'ambito del presente studio, i valori di k_{m-1} misurati sono stati confrontati con i valori calcolati in base alla formula (2.23) proposta da Bleck & Oumeraci. I risultati ottenuti, che non vengono qui riportati, non mostrano un buon accordo con la formula proposta, evidenziando una notevole dispersione, e, inoltre, risultando in quasi tutti i casi superiori rispetto ai valori previsti.

Il motivo di tale disaccordo è stato attribuito al fatto che la formula di Bleck & Oumeraci non tiene conto del periodo dell'onda, che, come è stato evidenziato, influenza in maniera fondamentale il processo di interazione; essa, inoltre, non tiene conto della larghezza B del coronamento della barriera.

Pertanto, coerentemente con il ragionamento seguito, è sembrato ragionevole investigare la relazione tra k_{m-1} o, equivalentemente, k_{m1} ed il coefficiente di trasmissione k_t , parametro che tiene implicitamente conto di tutte le grandezze che influenzano l'interazione onda-barriera.

In Fig. 5.75 sono riportati in ascissa i valori dei coefficienti di trasmissione k_t , ed in ordinata i valori di k_{m-1} , ottenuti dai risultati sperimentali; sono, inoltre, riportate, mediante la linea tratteggiata, le coppie di valori (k_t, k_{m-1}) calcolati in base alle formule di Bleck & Oumeraci (2.20) e (2.23).

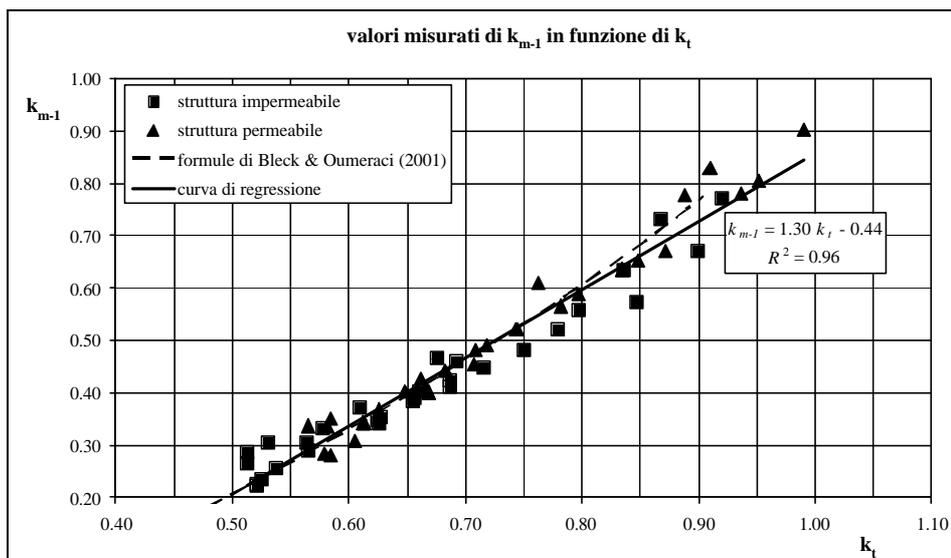


Fig. 5.75 – Valori di k_{m-1} in funzione di k_t , ottenuti dai risultati sperimentali, confrontati con i valori previsti in base alle formule di Bleck & Oumeraci (2001)

Si osserva una buona correlazione tra i parametri esaminati, e, inoltre, un buon accordo con i valori di Bleck & Oumeraci. La funzione di regressione che presenta il migliore adattamento ai dati è di tipo lineare, ed ha espressione:

$$k_{m-1} = 1.30k_t - 0.44 \quad (5.8)$$

Il coefficiente di determinazione R^2 assume il valore di 0.96.

In Fig. 5.76, analogamente, sono riportati i valori dei coefficienti k_{m1} in funzione di k_t , ottenuti dai risultati sperimentali. Si osserva una buona correlazione, tra i parametri, anche se caratterizzata da una maggiore dispersione dei dati.

La funzione di regressione che presenta il migliore adattamento ai dati è di tipo esponenziale, ed assume la forma:

$$k_{m1} = 0.065 \exp(3.057 k_t) \quad (5.9)$$

Il coefficiente di determinazione R^2 assume il valore di 0.92.

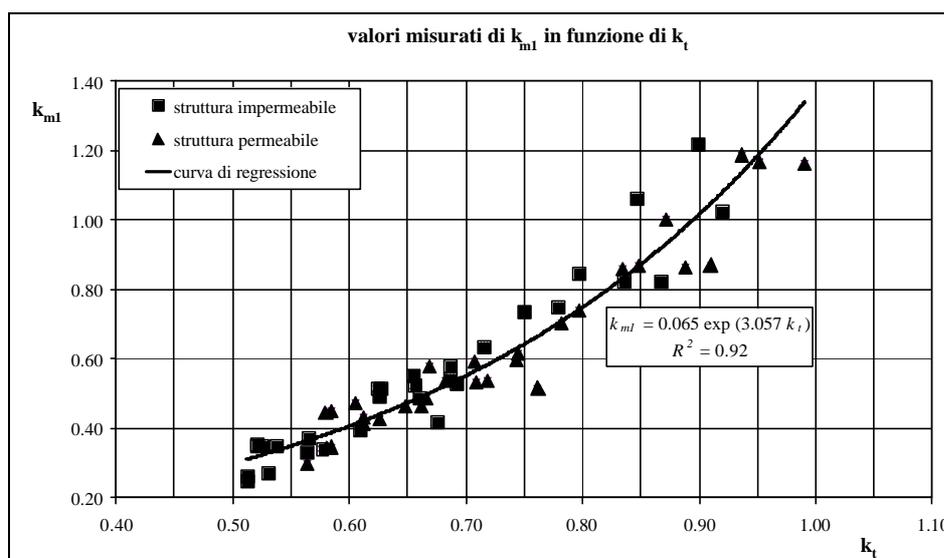


Fig. 5.76 – Valori di k_{m1} in funzione di k_t , ottenuti dai risultati sperimentali

I risultati ottenuti confermano l'esistenza di una forte correlazione tra il coefficiente di trasmissione ed i coefficienti che esprimono le variazioni dei momenti m_1 e $m_{.1}$, per effetto della quale è possibile stimare i periodi medi spettrali dell'onda trasmessa in funzione del coefficiente di trasmissione, mediante l'utilizzo di formule di regressione basate su dati sperimentali.

Questa circostanza presenta un notevole interesse dal punto di vista applicativo, data la presenza, in letteratura, di numerose formule di uso pratico per la stima del coefficiente di trasmissione.

Conclusioni

Le attività condotte hanno permesso di approfondire le conoscenze relative all'interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa. In particolare, è stato investigato l'effetto del frangimento delle onde, in relazione alle diverse forme in cui esso si può presentare.

I risultati sperimentali confermano che, in assenza di frangimento sulla struttura, il processo più importante che caratterizza l'interazione onda-barriera è costituito dalla generazione di armoniche di ordine superiore, che si propagano nell'area protetta a tergo della diga.

In caso di frangimento al di sopra della barriera, il meccanismo di interazione con il moto ondoso incidente si modifica, con modalità che appaiono diverse a seconda se il frangimento si verifica sulla cresta o nel cavo dell'onda. In particolare, nel caso dei frangimenti in cresta, che interessano le onde di periodo minore tra quelle esaminate, i risultati ottenuti mostrano che il moto ondoso a tergo della barriera tende a recuperare il proprio carattere di linearità, per effetto del brusco decadimento delle superarmoniche. Nel caso, invece, dei frangimenti per cavo, che caratterizzano le onde di periodo più elevato tra quelle esaminate, la riduzione del contenuto energetico delle superarmoniche è meno evidente, e l'effetto complessivo dell'interazione è, analogamente al caso di assenza di frangimento, un'onda trasmessa a tergo che presenta caratteristiche di maggiore non-linearità rispetto all'onda incidente.

In entrambi i casi, comunque, il frangimento esercita un effetto di riduzione dello sviluppo e della propagazione delle superarmoniche, le cui ampiezze risultano caratterizzate da un valore di saturazione al di sopra del quale non possono più crescere, ed anzi subiscono una brusca riduzione nel passaggio a tergo della barriera. Sulla base dei risultati ottenuti, i rapporti tra i valori delle ampiezze di saturazione e la sommergezza della diga possono essere interpretati come indici di frangimento delle superarmoniche al di sopra della barriera, e per essi è stata determinata una formula di regressione che mostra un buon grado di accuratezza.

I risultati ottenuti ed i ragionamenti condotti mostrano un generale accordo con la maggior parte degli studi presenti in letteratura, in qualche caso mettendo in evidenza aspetti che, seppure presenti, non risultavano sufficientemente approfonditi.

I limiti necessariamente imposti alla presente indagine sperimentale suggeriscono le linee di una futura attività di ricerca che possa costituire lo sviluppo e l'approfondimento del lavoro svolto nell'ambito del corso di Dottorato.

In particolare, attraverso studi successivi, sarebbe possibile mettere in evidenza l'effetto di differenti configurazioni geometriche della barriera, soprattutto per quanto riguarda la larghezza e la profondità del coronamento della struttura. Inoltre, l'estensione del *set* di dati sperimentali ad un insieme più ampio di condizioni ondose incidenti permetterebbe di verificare la validità di molti dei ragionamenti svolti, e di approfondire sia le caratteristiche dell'evoluzione delle diverse forme di frangimento, sia, in generale, gli aspetti energetici dell'interazione onda-barriera.

Riconoscimenti

Nel concludere il presente lavoro, esprimo il mio doveroso riconoscimento ed il mio personale ringraziamento a chi mi ha seguito durante il corso di Dottorato e, specialmente, a chi mi ha guidato e sostenuto nello svolgimento delle attività di ricerca e del lavoro di tesi.

In particolare, desidero ringraziare il mio Tutore, prof. Edoardo Benassai, che prima ha fatto nascere in me, con il suo insegnamento, l'interesse per le discipline marittime, poi mi ha incoraggiato ad intraprendere il percorso di ricerca, e quindi mi ha costantemente sostenuto con la sua preziosa guida e la sua fiducia. Ringrazio il prof. Mario Calabrese, che è stato per me, in questi anni, un punto di riferimento costante, per la sua grande conoscenza ed umanità, ed il cui consiglio ed esempio sono stati alla base di gran parte delle mie decisioni. Ringrazio l'ing. Mariano Buccino, con il quale ho collaborato su gran parte dell'attività di ricerca, che con grande generosità ha condiviso con me il suo lavoro, le sue conoscenze e le sue idee, dalla discussione delle quali sono nati molti spunti sviluppati nel presente lavoro, insieme a molti altri temi che spero avremo modo di approfondire nel corso dei prossimi anni.

Desidero, inoltre, esprimere il mio riconoscimento nei confronti dell'ENEA, in particolare nelle persone del dott. Francesco Zarlenga e dell'ing. Alessandro Martelli, ai quali vanno anche il mio personale apprezzamento e ringraziamento, che, prima con il Progetto Modellistica Costiera, poi con il proseguimento del programma di attività modellistica, mi hanno permesso di partecipare alla sperimentazione.

Infine, desidero esprimere il mio più profondo grazie ai colleghi, agli amici, ai familiari, ed a tutte le persone care che mi sono state vicine in questi anni, e, pur senza essere stati coinvolti nella mia attività, si sono interessati a me, mi hanno sostenuto ed hanno condiviso con me i momenti di difficoltà di un percorso così impegnativo.

Voglio ricordare, in particolare, le persone ai quali devo più di tutto, e che occupano un posto speciale nei miei pensieri e nei miei sentimenti.

Le prime persone sono mio padre Giulio e mia madre Emma, per i quali non so trovare parole adeguate; al loro affetto ed al loro sostegno, che mi ha accompagnato, senza mai cambiare, dai primi giorni di scuola fino ad oggi, devo tutto quello che sono.

Le ultime parole sono per mia moglie Luisa, la compagna della mia vita, che condivide le mie aspettative, le mie gioie, le mie preoccupazioni ed i momenti di difficoltà; grazie per avermi ascoltato quando ti parlavo di argomenti incomprensibili, grazie per la tua generosa pazienza, per il tuo sostegno, per la tua fiducia e per la forza che hai saputo darmi.

Bibliografia

- Basco, D., 1985. A Qualitative Description of Wave Breaking. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, vol. 111, No. 2. ASCE.
- Battjes, J.A., 1974. Surf Similarity. *Proc. 14th International Conference on Coastal Engineering*, Copenhagen, pp. 466-480. ASCE.
- Battjes, J.A., & Beji, S., 1992. Breaking Waves Propagating over a Shoal. *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering*, Venice. pp. 42-50. ASCE.
- Beji, S. & Battjes, J.A., 1993. Experimental Investigation of Wave Propagation over a Bar. *Coastal Engineering*, no. 19, pp. 151-162. Elsevier.
- Beji, S., Ohyama, T., Battjes, J.A. & Nadaoka, 1992. Transformation of Nonbreaking Waves over a Bar. *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering*, Venice. pp. 51-61. ASCE.
- Bleck, M. & Oumeraci, H., 2001. Wave Damping and Spectral Evolution at Artificial Reefs. *Proc. 4th International Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis*, San Francisco. ASCE.
- Bowen, A.J., Inman, D.L. & Simmons, D.V.P., 1968. Wave Set-Down and Set-Up. *Journal Geophysical Research*, vol. 73, no. 8, pp. 2569-2577.
- Briganti, R., Soldati, M., Contini, M., Sidoti, C., Franco, L., Lamberti, A. & Archetti, R., 2002. Inventario delle Opere di Protezione Costiera Semisommerse, Parallele a Costa, Presenti in Italia. *Atti del 28^o Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Padova, pp. 235-242.
- Dean, R.G. & Dalrymple, R.A., 1991. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. World Scientific.
- Driscoll, A.M., Dalrymple, R.A. & Grilli, S.T., 1992. Harmonic Generation past a Submerged Rectangular Obstacle. *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering*, Venice, pp. 1142-1152. ASCE.
- Eldeberky, Y. & Battjes, J.A., 1994. Nonlinear Coupling in Waves Propagating over a Bar. *Proc. 24th International Conference on Coastal Engineering*, Kobe, pp. 157-167. ASCE.

- Galvin, C.J., 1968. Breaker Type Classification on Three Laboratory Beaches. *Journal of Geophysical Research*, vol. 73, no. 12, pp. 3651-3659.
- Galvin, C.J., 1969. Breaker Travel and Choice of Design Wave Height. *Journal of Waterways and Harbors Division*, vol. 95, no. 2, pp. 175-200. ASCE.
- Goda, Y. & Morinobu, K., 1998. Breaking Wave Heights on Horizontal Bed Affected by Approach Slope. *Coastal Engineering Journal*, vol. 40, no. 4, pp. 307-326. *World Scientific & Japan Society of Civil Engineers*.
- Goda, Y., Okazaki K., & Kagawa, M., 1999. Generation and Evolution of Harmonic Wave Components by Abrupt Depth Changes. *Proc. Coastal Structures '99*, pp. 649-658. *Balkema*.
- Grue, J., 1992. Nonlinear Water Waves at a Submerged Obstacle or Bottom Topography. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 244, pp. 455-476. *Cambridge University Press*.
- Hara, M., Yasuda, T. & Sakakibara, 1992. Characteristics of a Solitary Wave Breaking Caused by a Submerged Obstacle. *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering*, Venice. pp. 253-266. ASCE.
- Hattori, M., Sakai, H., 1994. Wave Breaking over Permeable Submerged Breakwaters. *Proc. 24th International Conference on Coastal Engineering*, Kobe, pp. 1101-1113. ASCE.
- Hughes, S.A., 1993. *Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering*. *World Scientific*.
- Iribarren, C.R. & Nogales, C., 1949. Protection des Ports, Setion II, Comm. 4. *Proc. XVII International Navigation Congress*, Lisbon, pp.31-80. *PIANC*.
- Iversen, H.W., 1952. Waves and Breakers in Shoaling Water. *Proc. 3rd International Conference on Coastal Engineering*, Cambridge, Massachusetts, pp. 1-12. ASCE.
- Kawasaki & Iwata, 2001. Wave Breaking-Induced Dynamic Pressure Due to Submerged Breakwater. *Proc. International Offshore and Polar Engineering Conference*, Stavanger. *ISOPE*.
- Kim, M.-H. & Yue D.K.P., 1989. The Complete Second-Order Diffraction Solution for an Axisymmetric Body. Part 1. Monochromatic Incident Waves. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 200, pp. 235-264. *Cambridge University Press*.
- Lamb, H., 1932. *Hydrodynamics*. *Dover*.
- Le Méhauté, B., 1976. *Introduction to Hydrodynamics and Water Waves*. *Springer-Verlag*.
- Liu, P.L.-F. & Losada I.J. 2002. Wave Propagation Models in Coastal Engineering. *Journal of Hydraulic Research*, vol. 40, no. 3, pp. 229-240. *IAHR*.
- Losada, I.J., Patterson, M.D., & Losada, M.A., 1997. Harmonic Generation past a Submerged Porous Step. *Coastal Engineering*, no. 31, pp. 281-304. *Elsevier*.
- Massel, S.R., 1983. Harmonic Generation by Waves Propagating over a Submerged Step. *Coastal Engineering*, no. 7, pp. 357-380. *Elsevier*.
- McIver, M. & McIver, P., 1990. Second Order Wave Diffraction by a Submerged Circular Cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 219, pp. 519-529. *Cambridge University Press*.
- Mei, C. & Liu, P.L.-F., 1993. Surface Waves and Coastal Dynamics. *Annual Reviews Fluid Mechanics*, vol. 25, pp. 215-240. *Annual Reviews Inc*.

- Nakamura, M., Shirashi, H. & Sasaki, Y., 1966. Wave Damping Effect of Submerged Dike. *Proc. 10th International Conference of Coastal Engineering*, Tokyo, pp. 254-267. ASCE.
- Ohyama, T. & Nadaoka, K., 1992. Modeling the Transformation of Nonlinear Waves Passing over a Submerged Dike. *Proc. 23rd International Conference on Coastal Engineering*, Venice. pp. 526-539. ASCE.
- Ohyama, T. & Nadaoka, K., 1994. Transformation of a Nonlinear Wave Train Passing over a Submerged Shelf Without Breaking. *Coastal Engineering*, no. 24, pp. 1-22. Elsevier.
- Ohyama, T., Beji, S., Nadaoka, K. & Battjes, S.A., 1994. Experimental Verification of Numerical Model for Nonlinear Wave Evolution. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, vol. 20, no. 6, pp. 637-644. ASCE.
- Ohyama, T., Kioka, W. & Tada, A., 1995. Applicability of Numerical Models to Nonlinear Dispersive Waves. *Coastal Engineering*, no. 24, pp. 297-313. Elsevier.
- Peregrine, D.H., & Svendsen, I.A., 1978. Spilling Breakers, Bores and Hydraulic Jumps. *Proc. 16th International Conference on Coastal Engineering*, Hamburg, pp. 540-550. ASCE.
- Peregrine, D.H., 1983. Breaking Waves on Beaches. *Annual Reviews Fluid Mechanics*, vol. 15, pp. 149-178. *Annual Reviews Inc.*
- Peregrine, D.H., 1992. Wave Breaking. *Proc. Short Course on Design and Reliability of Coastal Structures*, Venice, pp. 93-108. ASCE.
- Rey, V., Belzons, M. & Guazzelli, E., 1992. Propagation of Surface Gravity Waves over a Rectangular Submerged Bar. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 235, pp. 453-479. *Cambridge University Press.*
- Rhee, J.P., 1997. On the Transmission of Water Waves over a Shelf. *Applied Ocean Research*, no. 19, pp. 161-169. Elsevier.
- Rienecker, M.M. & Fenton, J.D., 1981. A Fourier Approximation for Steady Water Waves. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 104, pp. 119-137. *Cambridge University Press.*
- Schäffer, H.A., 1995. Second-Order Wavemaker Theory for Irregular Waves. *Ocean Engineering*, vol. 23, no. 1, pp. 47-88. Elsevier.
- Schwartz, L.W. & Fenton, J.D., 1982. Strongly Nonlinear Waves. *Annual Reviews Fluid Mechanics*, vol. 14, pp. 39-60. *Annual Reviews Inc.*
- Smith, E.R. & Kraus, N.C., 1991. Laboratory Study of Wave-breaking over Bars and Artificial Reefs. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, vol. 117, no. 4, pp. 307-325. ASCE.
- Svendsen, I.A., 1985. Physical Modelling of Water Waves. In: *Physical Modelling in Coastal Engineering*, pp. 13-47, R.A. Dalrymple Ed. *Balkema.*
- Ting, F.C.K. & Kim, Y.-K., 1994. Vortex Generation in Water Waves Propagating over a Submerged Obstacle. *Coastal Engineering*, no. 24, pp. 23-49. Elsevier.
- USACE (U.S. Army Corps of Engineers), 2002. *Coastal Engineering Manual*. Engineer Manual 1110-2-1110. *U.S. Army Corps of Engineers.*
- Vada, T., 1987. A Numerical Solution of the Second-Order Wave-Diffraction Problem for Submerged Cylinder of Arbitrary Shape. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 174, pp. 23-37. *Cambridge University Press.*

Van der Meer, J.W., 1992. Conceptual Design of Rubble Mound Breakwaters. *Proc. Short Course on Design and Reliability of Coastal Structures*, Venice, pp. 447-510. ASCE.

Van der Meer, J.W., Regeling, E., & De Waal, J.P., 2000. Wave Transmission: Spectral Changes and its Effects on Run-Up and Overtopping. *Proc. 27th International Conference on Coastal Engineering*, Sidney, pp. 2156-2168. ASCE.

Weggel, J.R., 1972. Maximum Breaker Height. *Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division*, vol. 98. ASCE.

Yamashiro, M., Yoshida, A. & Irie, I., 1999. Experimental Study on Wave Field Behind a Submerged Breakwater. *Proc. Coastal Structures '99*, pp. 675-682. Balkema.

Young, I.R. & Eldeberky, Y., 1998. Observations of Triad Coupling of Finite Depth Wind Waves. *Coastal Engineering*, no. 33, pp. 137-154. Elsevier.