



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
FEDERICO II

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

SCUOLA DI DOTTORATO
IN INGEGNERIA ELETTRICA

TESI DI DOTTORATO

Caratteristiche di funzionamento e
tecniche di controllo di azionamenti con
motori brushless a magneti permanenti

Tutor
ch.mo prof. ing. Andrea del Pizzo

Candidato
dott. ing. Mario Simone Davide Acampa

Indice

Introduzione	pag. 1
Cap. I - Cenni sulle specifiche di prestazione di un azionamento elettrico per la trazione	pag. 3
1. Descrizione delle tipologie di macchina brushless a magneti permanenti e confronto con altri tipi di macchine in corrente alternata. 1.1 Confronto tra brushless e macchina sincrona. 1.2 Confronto con una macchina asincrona con rotore a gabbia.....	pag. 4
2. Prestazioni specifiche richieste da una applicazione di trazione. 2.1 Fasi di moto e loro influenza sulla caratteristica meccanica. 2.2 Caratteristica meccanica resistente tipica di una applicazione di trazione. 2.3 Caratteristica meccanica limite tipica di un azionamento elettrico. 2.4 Adattamento della caratteristica meccanica limite di un azionamento elettrico. 2.5 Scelta del tipo di azionamento brushless.....	pag. 6
app. A - Caratteristica meccanica resistente ed equilibrio meccanico all'asse dell'azionamento per applicazioni di trazione	pag. 13
1. Distribuzione delle forze sulla coppia cinematica ruota-terreno. 2.1 Fasi di moto e loro influenza sulla caratteristica meccanica. 2.2 Caratteristica meccanica resistente tipica di una applicazione di trazione. 2.3 Caratteristica meccanica limite tipica di un azionamento elettrico. 2.4 Adattamento della caratteristica meccanica limite di un azionamento elettrico. 2.5 Scelta del tipo di azionamento brushless.....	pag. 13
2. Resistenze al moto. 2.1 Resistenze aerodinamiche. 2.2 Resistenze al rotolamento e per attrito volvente. 2.3 Resistenza per variazione di pendenza.....	pag. 15
3. Equazione di equilibrio meccanico e riporto delle grandezze all'asse dell'azionamento	pag. 17
4. Il problema dell'aderenza	pag. 19
5. Il problema del comfort e definizione di Jerk	pag. 19
Cap. II - Modello matematico della macchina brushless a magneti permanenti	pag. 21
1. Considerazioni preliminari ed ipotesi semplificative	pag. 21
2. Definizione dei sistemi di riferimento	pag. 23
3. Definizione delle principali grandezze distribuite al traferro. 3.1 Traferro magnetico, traferro geometrico e funzione permeanza magnetica. 3.2 Distribuzione di corrente sulla superficie di statore. 3.3 Distribuzione di caduta di forza magnetomotrice.....	pag. 25
4. Distribuzione di induzione risultante al traferro. 4.1 Determinazione della distribuzione di caduta di fmm. 4.2 Determinazione delle distribuzioni di induzione al traferro di statore, di rotore e risultante.....	pag. 31
5. Equazione di equilibrio elettrico. 5.1 Determinazione del flusso magnetico di mutuo accoppiamento concatenato con una fase dell'avvolgimento di statore. 5.2 Determinazione del componente simmetrico di flusso magnetico concatenato di mutuo accoppiamento e della sua derivata e dell'equazione di equilibrio elettrico.....	pag. 36
6. Determinazione del momento della coppia elettromagnetica	pag. 42
7. Riporto delle principali grandezze nel sistema di riferimento di rotore. 7.1 Riporto della distribuzione di induzione al traferro risultante. 7.2 Riporto della equazione di equilibrio elettrico. 7.3 Riporto della espressione del momento della coppia elettromagnetica.....	pag. 45
8. Particolarizzazione del modello per una macchina isotropa e nel caso di trascurabilità delle armoniche di ordine superiore della distribuzione di induzione. 8.1 Riduzione al caso di una macchina isotropa. 8.2 Riduzione del modello alla presenza della sola prima armoniche della distribuzione di induzione al traferro.....	pag. 49

Cap. III - Algoritmo di controllo in corrente per azionamenti con motori AC-Brushless ottimizzato per la massimizzazione del momento della coppia elettromagnetica.....	pag. 53
1. Analisi delle equazioni del modello stazionario di una macchina AC-Brushless isotropa, definizione dell'algoritmo di controllo, influenza dei vincoli caratteristici dell'azionamento. 1.1 Definizione dell'algoritmo di controllo. 1.2 Vincoli caratteristici di un azionamento AC-Brushless isotropo.....	pag. 54
2. Modalità di rappresentazione grafica delle relazioni caratteristiche dell'algoritmo di controllo.	pag. 61
3. Strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente. 3.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente.....	pag. 64
4. Espansione del campo di funzionamento dell'azionamento con la strategia di controllo ad indebolimento di campo. 4.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo ad indebolimento di campo.....	pag. 73
5. Osservazione circa il limite di saturazione.	pag. 83
6. Estensione alla macchina AC-Brushless anisotropa dell'algoritmo di controllo, variazione dei vincoli caratteristici dell'azionamento e della modalità di rappresentazione grafica delle relazioni caratteristiche. 6.1 Definizione dell'algoritmo di controllo. 6.2 Vincoli caratteristici per un azionamento AC-Brushless anisotropo. 6.3 Rappresentazione grafica delle relazioni caratteristiche dell'algoritmo di controllo.....	pag. 83
7. Adattamento della strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente. 7.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente.....	pag. 89
8. Adattamento della strategia di controllo ad indebolimento di campo. 8.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo ad indebolimento di campo. 8.2 Influenza del limite di smagnetizzazione sui limiti di applicabilità delle strategie di controllo e sulla transizione tra le due strategie.....	pag. 95
Cap. IV - Schemi di sistemi di controllo vettoriale per azionamenti AC-Brushless a magneti permanenti.....	pag. 107
1. Descrizione generale degli schemi di principio dei sistemi di controllo. 1.1 Calcolo dei riferimenti di tensione. 1.2 Stella di tensioni di un inverter V.S.I. e cenni sulla tecnica di modulazione SVM (Space Vector Modulation).....	pag. 109
2. Generazione dei riferimenti di corrente. 2.1 Generazione dei riferimenti di corrente con l'algoritmo di controllo feed-forward in coppia. 2.2 Generazione dei riferimenti di corrente con l'algoritmo di controllo con feed-back della coppia.....	pag. 113
Cap. V - Simulazioni del funzionamento di un azionamento AC-Brushless per la trazione.....	pag. 115
1. Parametri caratteristici del sistema simulato	pag. 116
2. Simulazione dell'avviamento completo fino a velocità di regime e della frenatura con arresto	pag. 116
3. Simulazione dell'avviamento per una analisi di sensibilità parametrica	pag. 129
4. Simulazione della fase di coasting di un azionamento per la trazione 4.1 Simulazione della fase di coasting con inverter disattivato. 4.2 Simulazione della fase di coasting con inverter attivato e riferimento di coppia zero.....	pag. 170
5. Commenti	pag. 185
Bibliografia	pag. 187

Introduzione

La società moderna è caratterizzata da una sempre più spinta ricerca delle massime prestazioni in ogni campo; il fatto che beni e servizi siano forniti nel minore tempo e della migliore qualità possibili, cercando allo stesso tempo di ottenere la massima riduzione possibile dei costi, è un requisito fondamentale per ritenersi competitivi nei nuovi mercati globalizzati.

Non va inoltre trascurato che tali beni e servizi dovrebbero essere prodotti ed erogati in maniera da essere i più possibili compatibili con l'ambiente; tale problematica, di sempre maggiore attualità, sta spingendo le autorità ad emanare in merito norme sempre più stringenti.

Dato il contesto generale, anche nel settore degli azionamenti elettrici industriali e per i trasporti si sta verificando, una generale tendenza al continuo miglioramento delle prestazioni offerte, data la necessità di ridurre sempre di più i tempi di produzione dei beni o d'erogazione dei servizi, conservandone, se non addirittura migliorandone, la qualità. D'altro canto, si può osservare un costante sforzo nella ricerca di soluzioni che permettano di migliorare anche l'efficienza e l'affidabilità. Come in tutti i settori della tecnica anche in quello degli azionamenti elettrici c'è una certa "inerzia" nell'introdurre soluzioni innovative, e ciò vale in particolare per gli azionamenti per la trazione. Questo perché le applicazioni di trazione non richiedono una dinamica spinta come quella richiesta per alcune applicazioni industriali e perché sono caratterizzate da un livello di potenza medio-alto (potenze che variano in un campo che va da alcune decine di kW fino al MW), livello per il quale le innovazioni vengono introdotte con un certo ritardo rispetto ad applicazioni con livelli di potenza bassi (fino ad alcune decine di kW).

In pratica, per un lungo intervallo di tempo gli azionamenti elettrici a velocità variabile sono stati realizzati utilizzando quasi esclusivamente la macchina in corrente continua; quando poi, in tempi relativamente recenti, si sono resi disponibili dei sistemi di controllo e di alimentazione affidabili e relativamente economici, si è cominciato a diffondere l'utilizzo della macchina asincrona e, ancora più recentemente, grazie soprattutto allo sviluppo di nuovi materiali per i magneti permanenti e alla sensibile diminuzione del loro costo, si è iniziato a prendere in considerazione l'utilizzo diffuso delle macchine brushless.

In questo lavoro s'intende affrontare la caratterizzazione e lo studio di azionamenti con motori brushless a magneti permanenti, con particolare riguardo alle applicazioni di trazione.

La prima parte del lavoro ha riguardato l'analisi comparativa dei diversi tipi di azionamenti brushless a magneti permanenti al fine di scegliere quello più adatto per un utilizzo in applicazioni di trazione.

In seguito è stato messo a punto il modello matematico ai valori istantanei di motori brushless a magneti permanenti, isotropi ed anisotropi, con f.e.m. trapezoidale e sinusoidale, portando in conto le armoniche superiori dello sviluppo in serie di Fourier della distribuzione d'induzione al traferro.

Successivamente, sulla base delle caratteristiche di funzionamento in regime stazionario espresse anche al campo di velocità con flusso al traferro indebolito, è stato messo a punto un algoritmo di alimentazione e controllo di azionamenti AC-brushless ottimizzato dal punto di vista energetico, in particolare è stata studiata una tecnica ottimizzata di controllo per il funzionamento a campo risultante indebolito.

Infine, per validare la tecnica di controllo proposta ed analizzare il comportamento dinamico dei motori AC-brushless a magneti permanenti, sono state effettuate alcune simulazioni di funzionamento di un azionamento per la trazione, sulla base di dati relativi ad un prototipo di motore in avanzata fase di realizzazione.

Cap. I Classificazione ed analisi comparativa degli azionamenti brushless a magneti permanenti

Storicamente nella realizzazione degli azionamenti elettrici a velocità variabile sono state impiegate soltanto le macchine in corrente continua, che nonostante gli indubbi difetti legati alla presenza del collettore, quali il limitato valore di velocità massima e la necessità di frequenti manutenzioni (con il conseguente aumento dei costi di esercizio), presentava il vantaggio di essere l'unica macchina per la quale era relativamente agevole regolare la velocità, inizialmente con semplici sistemi di inserzione di resistenze in serie all'armatura, successivamente con l'utilizzo dei primi convertitori di potenza, quali ad esempio i raddrizzatori controllati, relativamente economici ed affidabili.

L'utilizzo di altri tipi di macchine decisamente più robuste ed affidabili rispetto alle macchine in corrente continua, come ad esempio le macchine asincrone, è stato per lungo tempo frenato dalla mancanza di convertitori di frequenza con costi e affidabilità paragonabili a quelli adoperati per le macchine in corrente continua. L'avvento di componenti elettronici di potenza con prestazioni ed affidabilità sempre migliori ha reso possibile la realizzazione di convertitori di frequenza sempre più convenienti e robusti, consentendo finalmente di realizzare azionamenti a velocità variabile anche con altri tipi di macchine, tra le quali è recente l'impiego di macchine brushless a magneti permanenti.

Vengono qui brevemente presentate, senza addentrarsi nei particolari, le differenze che sussistono sia dal punto di vista costruttivo che dal punto di vista del controllo, dapprima tra le due tipologie di macchina brushless a magneti permanenti, ossia le macchine DC-brushless a magneti permanenti e le macchine AC-brushless a magneti permanenti, passando poi al confronto con ed altri tipi di macchine in corrente alternata. In seguito, dopo aver definito quali sono le prestazioni specifiche richieste da una applicazione di trazione, viene giustificata la scelta di un azionamento AC-brushless a magneti permanenti come la più idonea.

1. Descrizione delle tipologie di macchina brushless a magneti permanenti e confronto con altri tipi di macchine in corrente alternata

La macchina brushless a magneti permanenti dal punto di vista costruttivo può essere sostanzialmente vista come una macchina sincrona, nella quale sia stato sostituito all'avvolgimento di eccitazione, disposto come noto sul rotore, un insieme di magneti permanenti in grado di instaurare al traferro un campo magnetico del tutto simile a quello prodotto dall'avvolgimento di eccitazione. L'aggettivo *brushless* (*senza spazzole*) deriva appunto dal fatto che, non essendoci un avvolgimento di eccitazione sul rotore, viene a mancare la necessità di predisporre un sistema strisciante per addurre corrente al rotore, come ad esempio il sistema spazzole-anelli. Questo tipo di macchina si differenzia in due tipologie: *DC-brushless* (*Direct Current – corrente continua*) e *AC-brushless* (*Alternate Current – corrente alternata*); la differenza sostanziale risiede nel fatto che nella prima tipologia il campo al traferro ha un andamento di tipo trapezoidale, tipico delle macchine in corrente continua, mentre nella seconda tipologia ha un andamento sinusoidale, come nelle macchine in corrente alternata, nello specifico la macchina sincrona. Spesso, specialmente nella letteratura tecnica anglosassone, la macchina AC-brushless a magneti permanenti viene denominata *PMSM* (*Permanent Magnet Synchronous Machine or Motor – Macchina o motore Sincrona/o a Magneti Permanenti*) a sottolinearne l'essenza di macchina sincrona. Costruttivamente le due tipologie si differenziano col fatto che mentre le macchine DC-brushless sono caratterizzate dall'aver gli avvolgimenti di statore concentrati, necessari a produrre un campo trapezoidale, quelle AC-brushless hanno invece un avvolgimento di tipo distribuito, indispensabile per produrre un campo sinusoidale. Dal punto di vista del controllo si evidenziano le maggiori differenze, dalle quali deriva la nomenclatura adottata per le due tipologie. Nella macchina AC-brushless il campo al traferro, di tipo sinusoidale, combinando opportunamente i campi prodotti dalle singole fasi può assumere qualunque posizione possibile al traferro. Essa viene pertanto alimentata con convertitori e controllata con tecniche di tipo vettoriale tipici delle macchine in corrente alternata. Invece nella macchina DC-brushless affinché si conservi una forma trapezoidale del campo, è necessario che i campi prodotti dalle singole correnti di

fase vengano generati quando l'asse del rotore si trova in settori angolari della superficie di statore che si affaccia al traferro ben precisi, nei quali, dal punto di vista del controllo, questo tipo di macchina si comporta come una macchina in corrente continua. È naturale quindi che venga alimentata e controllata rispettivamente da convertitori e con tecniche derivati da quelle utilizzate per la macchina in corrente continua.

Per effettuare il controllo vettoriale della macchina AC-brushless è necessario conoscere con precisione la posizione del rotore, mentre nella macchina DC-brushless è sufficiente sapere quando il rotore supera ben determinate posizioni. Questo fatto che può rappresentare un vantaggio per la macchina DC-brushless in termini di una maggiore semplicità del sistema di stima della posizione del rotore diventa uno svantaggio quando si rende necessario indebolire il campo prodotto dai magneti permanenti, nel qual caso è fondamentale poter indurre un campo smagnetizzante con una direzione ben precisa. In definitiva la macchina AC-brushless presenta i vantaggi di avere una oscillazione di coppia inferiore ed la possibilità di imporre il regime di indebolimento di campo, mentre gli svantaggi sono una coppia specifica leggermente inferiore e una maggiore complessità del convertitore, dei sensori e del controllo.

1.1 Confronto tra brushless e macchina sincrona

Come già detto il vantaggio di sostituire l'avvolgimento di eccitazione con i magneti permanenti consistono nel fatto che si evita di dover addurre al rotore le correnti necessarie a creare il campo magnetico di rotore, per cui si evita di avere delle perdite nel rame sul rotore e la conseguente necessità di avere un adeguato raffreddamento del rotore, e di dover disporre di un sistema per addurre le correnti al rotore che è fonte di ulteriori perdite, si aumenta in questo modo l'efficienza e l'affidabilità della macchina. Lo svantaggio dell'usare i magneti permanenti risulta nella impossibilità di potere regolare direttamente il campo magnetico prodotto da questi e nella eventualità che avvenga la smagnetizzazione, reversibile o irreversibile, dei magneti permanenti a causa dal campo smagnetizzante prodotto da una corrente di reazione di armatura troppo intensa oppure di un aumento eccessivo della temperatura di lavoro dei magneti.

La disponibilità di magneti permanenti alle terre rare ha reso possibile un sensibile miglioramento delle caratteristiche magnetiche quali una migliore protezione rispetto alla smagnetizzazione per campi smagnetizzanti ed una maggiore densità di energia con il conseguente aumento del rapporto potenza-peso della macchina, mentre ha comportato un peggioramento dal punto di vista della smagnetizzazione per aumento della temperatura.

In ultimo occorre considerare che i magneti alle terre rare hanno un costo considerevole se confrontato con quello degli altri materiali impiegati nella costruzione della macchina, anche se negli ultimi anni si è verificata una continua diminuzione dei prezzi e pare che tale tendenza non si sia ancora esaurita.

1.2 Confronto con una macchina asincrona con rotore a gabbia

Costruttivamente la differenza tra i due tipi di macchina risiede ancora nel rotore. La macchina asincrona con rotore a gabbia ha il pregio di essere molto robusta ed affidabile; di contro, però, il rotore a gabbia è sede di notevoli perdite nel rame, che tipicamente sono pari alla metà di quelle perdite nel rame totali. Per il fatto che il campo magnetico non è sincrono con il rotore, il controllo di una macchina asincrona risulta più difficoltoso, rispetto ad una macchina brushless, nella quale invece il campo magnetico ed il rotore sono sincroni; inoltre nel controllo della macchina asincrona vanno presi in considerazione un numero di parametri maggiore, che per di più possono variare anche notevolmente durante il funzionamento della macchina.

2. Prestazioni specifiche richieste da una applicazione di trazione

Al fine di effettuare una scelta del tipo di azionamento, ci si pone il problema di capire quale andamento debba avere la caratteristica meccanica, in particolare quella limite, di un azionamento elettrico in modo da soddisfare le prestazioni specifiche richieste ad esempio da una applicazione di trazione. Per fare ciò occorre dapprima analizzare qualitativamente che tipo di lavoro debba andare a svolgere l'azionamento e ricavare l'andamento di una tipica caratteristica meccanica resistente

2.1 Fasi di moto e loro influenza sulla caratteristica meccanica

Si possono distinguere per una applicazione di trazione le seguenti fasi di moto:

- *fase di avviamento*: nella quale la velocità varia con continuità dal valore nullo al valore di regime
- *fase di regime*: nella quale la velocità si mantiene costante e pari al valore di regime
- *fase di coasting*: nella quale la velocità si riduce per effetto delle sole resistenze al moto
- *fase di frenatura*: nella quale la velocità varia con continuità dal valore di regime fino ad annullarsi
- *fase di arresto*: nella quale, banalmente, la velocità è nulla

Dal valore della velocità di regime e delle durate delle fasi di moto, fissate dalle specifiche assegnate, si ricava l'andamento desiderato dell'accelerazione nel tempo.

Se ora si osserva la legge di equilibrio meccanico all'asse dell'azionamento

$$M_e - M_r = J_{\text{tot}} \frac{d\omega_r}{dt} \quad (1.1)$$

dove

M_e è la coppia prodotta dall'azionamento,

M_r è la coppia resistente risultante all'asse della macchina,

J_{tot} è il momento di inerzia totale riportato all'asse della macchina ed

ω_r la velocità di rotazione della macchina

si nota come ad un aumento dell'accelerazione o della decelerazione che si vuole imprimere al veicolo, a parità di coppia resistente, debba corrispondere un aumento rispettivamente della coppia motrice o frenante prodotta dall'azionamento; con un conseguente aumento della potenza per la quale dimensionare l'azionamento. Quindi l'azionamento deve sviluppare una coppia capace, non solo di vincere la coppia resistente, ma anche di soddisfare le specifiche esigenze di accelerazione, o decelerazione, richieste.

2.2 Caratteristica meccanica resistente tipica di una applicazione di trazione

In fig. 1.1 è riportato un possibile andamento tipico della caratteristica meccanica di carico per applicazioni di trazione, che per tali applicazioni ha un andamento crescente con la velocità di rotazione, caratterizzabile da una funzione polinomiale (cfr. app. A). Data la massima velocità di rotazione ω_{rm} , si ottiene in corrispondenza sulla caratteristica meccanica la massima coppia resistente M_{rm} .

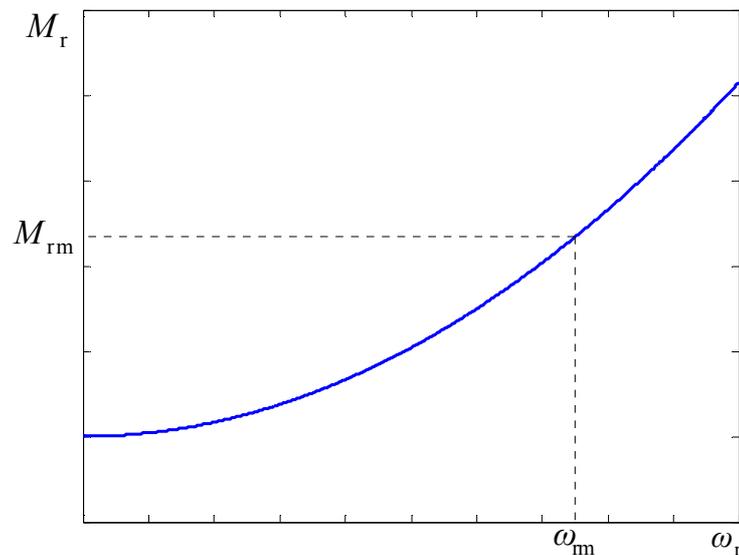


fig. 1.1 Andamento tipico della caratteristica meccanica resistente

2.3 Caratteristica meccanica limite tipica di un azionamento elettrico

Ogni azionamento elettrico è caratterizzato da dei valori nominali per grandezze quali potenza, corrente, tensione ecc. che non vanno superati, al fine di evitarne il malfunzionamento, se non addirittura la rottura; dal punto di vista meccanico tali limiti sono rappresentati dalla coppia elettromagnetica nominale M_{en} e dalla velocità nominale ω_m . Fino a quando la velocità ω_r è minore del valore nominale ω_m l'azionamento può sviluppare la coppia nominale M_{en} , pertanto si dice che l'azionamento sta operando in modalità normale, altrimenti detta a *coppia costante*. Quando l'azionamento, in corrispondenza della velocità nominale ω_m , sviluppa la coppia nominale M_{en} , eroga la potenza nominale P_n , pertanto

l'azionamento, cui è applicata la tensione nominale V_n , assorbe la corrente nominale I_n ; per aumentare la velocità o la coppia oltre i valori nominali, occorrerebbe che anche la corrente e la tensione superassero i propri valori nominali, e ciò non è possibile. Con opportune tecniche di controllo è però possibile aumentare la velocità oltre quella nominale, diminuendo nel contempo la coppia sviluppata dall'azionamento in modo che la potenza sviluppata resti costante e pari, al massimo, a quella nominale, in modo da contenere la corrente e la tensione nei valori nominali; si estende così il campo di funzionamento dell'azionamento, pertanto si dice che l'azionamento sta operando in modalità estesa, altrimenti detta a *potenza costante*. La caratteristica meccanica limite tipica di un azionamento elettrico è riportata in fig. 1.2.

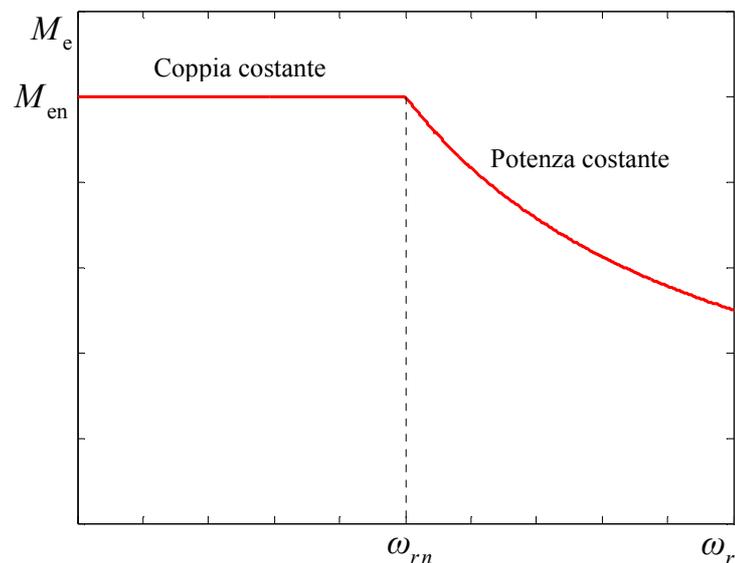


fig. 1.2 Andamento tipico della caratteristica meccanica limite di un azionamento elettrico

2.4 Adattamento della caratteristica meccanica limite di un azionamento elettrico

Si consideri la situazione presentata in fig. 1.3, nella quale si è fatto in modo che la velocità nominale ω_m e la coppia nominale M_{en} della caratteristica meccanica limite dell'azionamento coincidano rispettivamente con la velocità massima ω_{rm} e la coppia resistente massima M_{rm} della caratteristica meccanica resistente, ovvero che l'azionamento sia stato dimensionato con una potenza nominale P_n pari a

quella massima di carico a regime P_m . Si è sicuri in questo modo che la coppia motrice è sempre superiore di quella resistente di un margine sufficiente a vincere la forza d'inerzia e consentire quindi l'accelerazione del veicolo, per l'intero intervallo di velocità. Le prestazioni in termini di accelerazione saranno, ovviamente, limitate dalla massima coppia sviluppabile dall'azionamento ovvero quella nominale M_{en} .

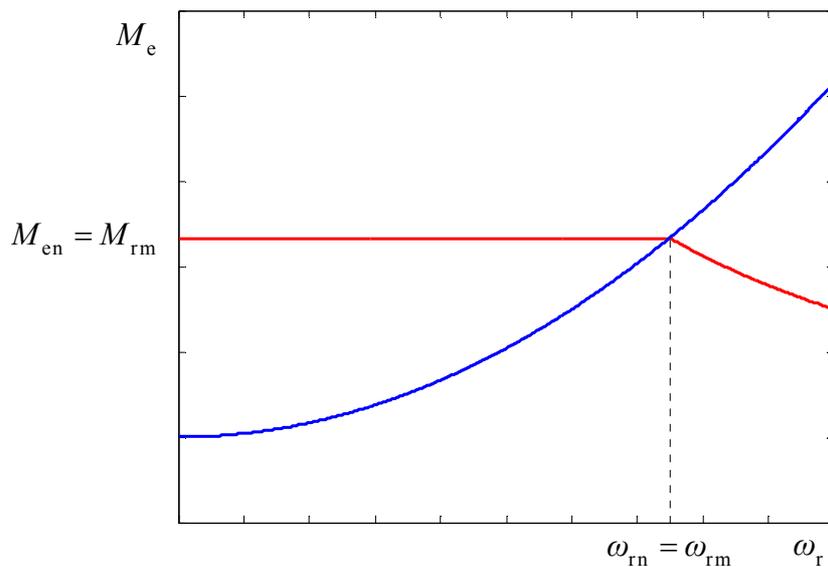


fig. 1.3 caratteristica meccanica limite di un azionamento (rosso) e caratteristica meccanica resistente (blu) quando $\omega_{rn} = \omega_{rm}$ e $M_{en} = M_{rm}$

Se si desidera allora migliorare le prestazioni in accelerazione si può fare in modo che si verifichi la situazione descritta in fig. 1.4. Rispetto al caso precedente, è stata aumentata la coppia nominale M_{en} sviluppata dalla macchina, con un conseguente aumento della potenza nominale P_n per la quale va dimensionato l'azionamento. Così facendo si migliorano le prestazioni in termini di accelerazione durante le fasi di avviamento o frenatura, ma al costo di dover sovradimensionare l'azionamento rispetto alla fase di regime, durante la quale l'azionamento non viene sfruttato pienamente. Pertanto questa situazione si adatta bene alle applicazioni di trazione in cui le fasi di avviamento e frenatura sono preponderanti rispetto a quella di regime, come veicoli su gomma oppure su ferro a breve percorrenza come tram o treni metropolitani.

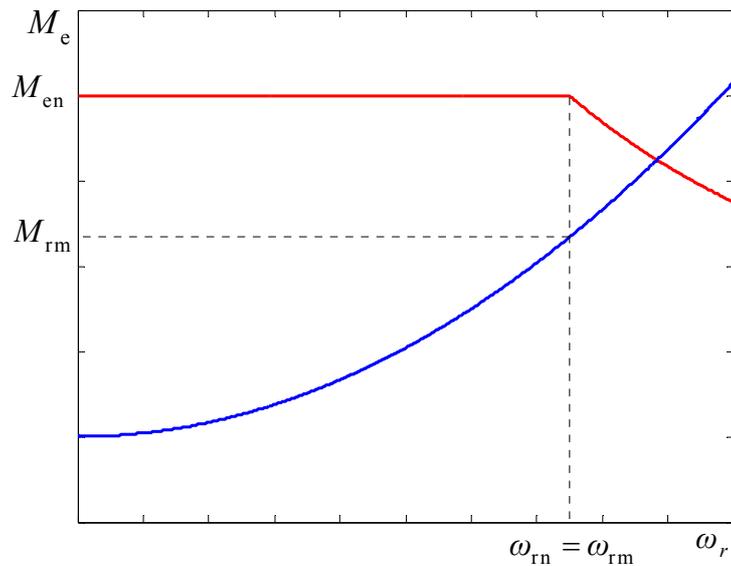


fig. 1.4 caratteristica meccanica limite di un azionamento (rosso) e caratteristica meccanica resistente (blu) quando $\omega_{rn} = \omega_{rm}$ e $M_{en} > M_{rm}$

Si analizzi allora la situazione descritta in fig. 1.5.

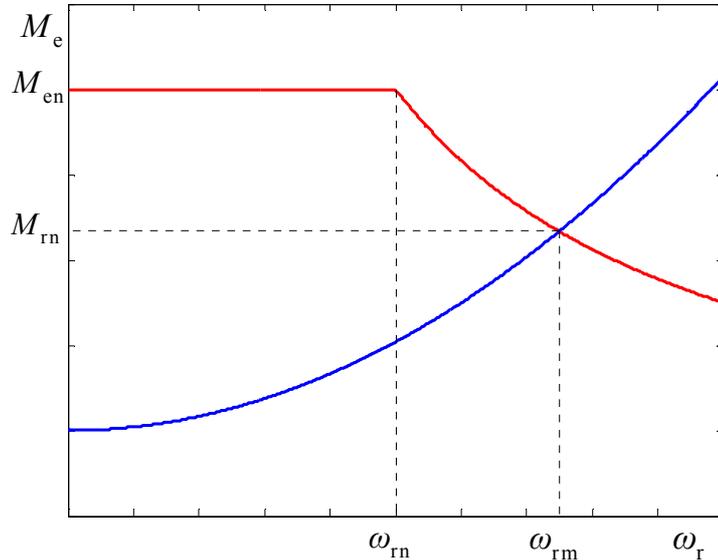


fig. 1.5 caratteristica meccanica limite di un azionamento (rosso) e caratteristica meccanica resistente (blu) quando $\omega_{rn} < \omega_{rm}$ e $M_{en} > M_{rm}$

Sfruttando la modalità a potenza costante è possibile dimensionare l'azionamento per una potenza nominale P_n pari a quella massima di carico P_m , evitando dunque di sovradimensionare l'azionamento e nel contempo, è possibile scegliere per la

coppia nominale M_{en} e la velocità nominale ω_m , in modo che il loro prodotto sia sempre pari alla potenza nominale P_m , i valori che meglio soddisfano le prestazioni richieste in termini di accelerazione. In questo modo si ottengono delle buone prestazioni durante tutte le fasi di moto, evitando di sovradimensionare l'azionamento. Dunque questa situazione si adatta bene oltre che per le applicazioni già menzionate anche al caso di applicazioni di veicoli a lunga percorrenza come treni regionali o nazionali, dove la fase di regime è di gran lunga prevalente rispetto a quelle di avviamento o frenatura.

2.5 Scelta del tipo di azionamento brushless

Si è appena osservato come una applicazione di trazione preveda l'utilizzo della modalità di funzionamento a potenza costante. Volendo utilizzare un azionamento di tipo brushless, tale tipo di modalità è ottenibile unicamente adottando tecniche di controllo ad indebolimento di campo, questo implica che la tipologia di azionamento idonea per questo tipo di applicazioni è quella AC-brushless.

app. A Caratteristica meccanica resistente ed equilibrio meccanico all'asse dell'azionamento per applicazioni di trazione

In questa appendice viene descritto come ricavare la caratteristica meccanica resistente e l'equazione di equilibrio meccanico all'asse dell'azionamento.

1. Distribuzione delle forze sulla coppia cinematica ruota-terreno

Si considerino le figg. 1.A.1 e 1.A.2, in esse compare la coppia cinematica ruota-terreno nei casi rispettivamente di ruota motrice e di ruota frenata, ed è messa in risalto quale sia l'effettiva distribuzione delle sollecitazioni sul sistema ruota.

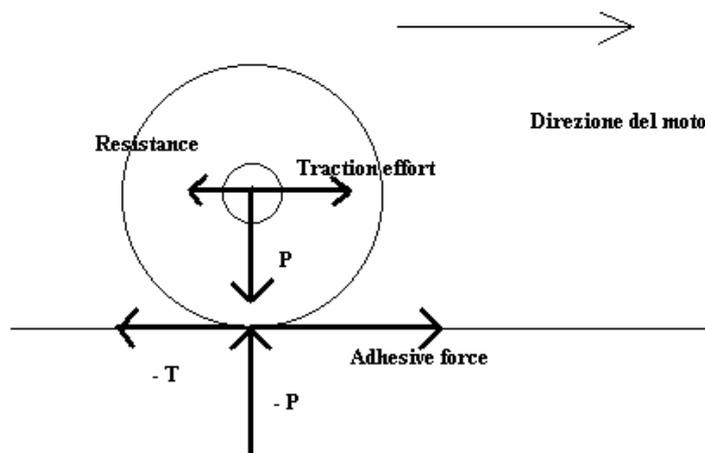


fig. 1.A.1 distribuzione delle sollecitazioni sulle ruote in trazione

Si nota come alla ruota siano applicate: una coppia motrice (nel primo caso) e frenante (nel secondo), una coppia resistente, dovuta alle forze resistenti al moto applicate al fusello della ruota e le reazioni vincolari che il supporto esplica nei confronti della ruota. Il sistema, dunque, sarà in equilibrio se lo sforzo di trazione eguaglia le reazioni suddette. In entrambe i casi, la coppia, motrice o frenante che sia, può essere decomposta in due sforzi T e $-T$ applicati al fusello e al centro istantaneo di rotazione, coincidente con il punto di contatto ruota-strada.

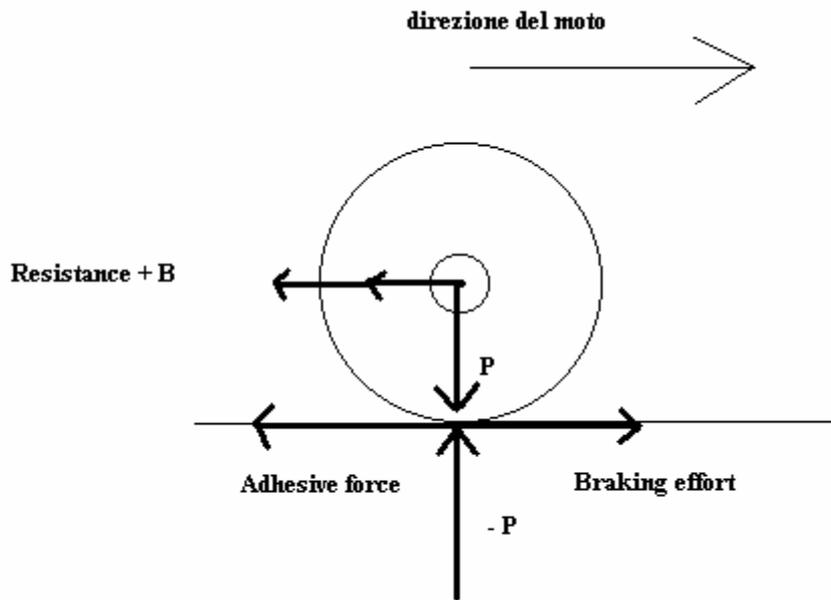


fig. 1.A.2 distribuzione delle sollecitazioni sulle ruote in frenatura

Dalla meccanica razionale, si ricorda che condizione necessaria e sufficiente affinché il moto della ruota sia di rotolamento puro (senza cioè scorrimenti del centro istantaneo di rotazione) è che siano soddisfatti rispettivamente, per la ruota motrice e per la ruota frenata, i seguenti sistemi di equazioni:

$$\begin{cases} T > R \\ F_{ad} \geq T \end{cases} \quad (1.A.1)$$

$$F_{ad} \geq T \quad (1.A.2)$$

dove

T è lo sforzo in trazione

F_{ad} è la forza di aderenza

R la resistenza al moto

Dai sistemi di equazioni di cui sopra si evince quindi che, indicando con R l'insieme delle forze resistenti al moto, occorrerà un organo motore capace di generare uno sforzo di trazione T superiore ad esse; T dovrà, inoltre, risultare inferiore al massimo sforzo di aderenza che si può trasmettere tra ruota e strada.

2. Resistenze al moto

Occorre ora cercare di individuare le suddette forze resistenti al moto. Esse possono essere classificate in:

- Resistenze aerodinamiche
- Resistenze al rotolamento e per attrito volvente
- Resistenza per variazione di pendenza
- Forza d'inerzia

2.1 Resistenze aerodinamiche

Quando un veicolo si muove nell'aria, questa si oppone al suo avanzamento. La resistenza che si genera, dipende dalla sovrappressione sulla parte frontale del veicolo, dalla depressione sulla parte posteriore del veicolo e nella sottocassa, dall'attrito lungo le pareti laterali. Si è soliti distinguere le aliquote in resistenze frontali e laterali, entrambe dipendenti dalla velocità di marcia del veicolo. Le resistenze frontali possono essere rappresentate mediante la seguente espressione:

$$R_f = \frac{1}{2} C_r S_f d v_r^2 \quad (1.A.3)$$

dove:

C_r è un coefficiente di forma dipendente dalla tipologia di veicolo

d rappresenta la densità dell'aria

S_f rappresenta la superficie frontale del veicolo

v_r rappresenta la velocità relativa del veicolo nel mezzo aria

Più in generale è possibile dare per le resistenze frontali un'espressione del tipo:

$$R_f = \frac{1}{2} K S_f v_r^2 \quad (1.A.4)$$

Analogamente per le resistenze laterali:

$$R_{\text{lat}} = K' S_{\text{lat}} v_r^2 \quad (1.A.5)$$

dove

S_{lat} rappresenta la superficie laterale del veicolo

I coefficienti K e K' sono in genere tabellati nei manuali di tecnica dei trasporti secondo le diverse tipologie di veicolo.

2.2 Resistenze al rotolamento e per attrito volvente

La resistenza al rotolamento è dovuta agli scorrimenti dovuti alla deformazione delle superfici di contatto ruota-strada, tale resistenza è proporzionale al peso che grava sull'asse ed ad un coefficiente d'attrito secondo la seguente espressione

$$R_{\text{ro}} = f_{\text{ro}} P \quad (1.A.6)$$

dove:

f_{ro} è il coefficiente di resistenza al rotolamento

P è la forza peso che grava sulla superficie di contatto

la resistenza per attrito volvente si ha nei perni delle ruote ed è dovuta al contatto tra boccole e fuselli. Si hanno delle incidenze maggiori al variare della temperatura, e quindi al variare dello stato di viscosità del fluido. La resistenza è proporzionale al peso che si scarica sull'asse ed ad un coefficiente d'attrito secondo una relazione del tipo:

$$R_{\text{ro}} = \alpha f_{\text{att}} P \quad (1.A.7)$$

dove:

α è una costante costruttiva che vale circa 0.1

f_{att} è il coefficiente di attrito volvente

Il coefficiente f_{att} varia con la velocità. In caso di temperatura molto bassa e a velocità ridotta, f_{att} può anche assumere valori maggiori di quelli consueti. È importante notare che in avviamento le resistenze di attrito sarebbero più grandi delle resistenze al rotolamento se tutte le ruote fossero avviate contemporaneamente: in realtà però, ciò non avviene, specie nei lunghi convogli, e ciò riduce di molto “gli attriti di primo distacco”.

2.3 Resistenza per variazione di pendenza

Quando il veicolo deve affrontare un dislivello, si può assumere che questi si muova lungo un piano inclinato, pertanto, la forza peso che grava sulla ruota si scarica in parte in direzione ortogonale a quella del moto, come già mostrato nelle figg. 1.A.1 e 1.A.2, e in parte lungo la direzione del moto; sfavorendo o favorendo l'avanzamento del veicolo a seconda che l'angolo di pendenza sia positivo o negativo. La resistenza per variazione di pendenza ha dunque la seguente espressione

$$R_{vp} = P \sin \beta \quad (1.A.8)$$

dove:

β è l'angolo di pendenza

3. **Equazione di equilibrio meccanico e riporto delle grandezze all'asse dell'azionamento**

Si vuole adesso determinare l'equazione di equilibrio dinamico delle forze agenti sul veicolo per poi riportarla all'asse dell'azionamento.

Tutte le forze resistenti finora esaminate sono di natura dissipativa e le si può inglobare in un'unica aliquota di forza resistente R funzione polinomiale della velocità.

Indicando allora con T lo sforzo di trazione impresso si ha che la differenza tra questo e la forza resistente R , essendo applicata ad una massa m imprime una

variazione di velocità cui la massa, in accordo al primo principio della dinamica, tenta di opporsi con una forza d'inerzia

$$T - R = m \frac{dv}{dt} \quad (1.A.9)$$

Viene mostrato ora come riportare all'asse dell'azionamento le singole grandezze che compaiono nella (1.A.9)

Indicando con

n il numero di motori presenti sul veicolo

r il raggio della ruota

ε il rapporto di trasmissione di un eventuale riduttore di velocità

si hanno il momento delle forze equivalente allo sforzo di trazione T ,

$$M_e = \frac{T}{n} r \varepsilon \quad (1.A.10)$$

il momento delle forze equivalente alla forza resistente R

$$M_r = \frac{R}{n} r \varepsilon \quad (1.A.11)$$

la velocità di rotazione equivalente all'asse della velocità v

$$\omega_r = \frac{v}{r \varepsilon} \quad (1.A.12)$$

il momento d'inerzia equivalente alla massa m

$$J_{eq} = \frac{m}{n} r^2 \varepsilon^2 \quad (1.A.13)$$

indicando con J_{tot} il momento d'inerzia del complesso rotore-riduttore-ruota si ha un momento d'inerzia totale equivalente all'asse pari a

$$J_{\text{tot}} = J_m + J_{\text{eq}} \quad (1.A.14)$$

per cui la (1.A.9), riportata all'asse dell'azionamento assume il nome di equazione di equilibrio meccanico all'asse dell'azionamento e la sua espressione è la seguente, ovvero la (1.1)

$$M_e - M_r = J_{\text{tot}} \frac{d\omega_r}{dt} \quad (1.A.15)$$

4. Il problema dell'aderenza

Nel dimensionare l'azionamento va tenuto conto che non è possibile aumentare la coppia motrice in maniera indefinita, ma che esiste un valore limite di coppia, che varia con la velocità, oltre il quale avviene la perdita di aderenza tra la ruota ed il terreno con il conseguente slittamento della ruota.

5. Il problema del comfort e definizione di Jerk

Il comfort è, tra le specifiche caratteristiche di un sistema di trasporto, la prima che il passeggero avverte e che si aspetta sia della migliore qualità. Si vuole al riguardo, focalizzare l'attenzione su un parametro fisico direttamente legato al problema del comfort: il "Jerk" (letteralmente strappo in inglese). Dal punto di vista matematico si definisce come segue:

$$jrk(t) = \frac{da(t)}{dt} \left[\frac{m}{s^3} \right] \quad (1.A.16)$$

fisicamente il Jerk rappresenta il contraccolpo, la spinta cioè, che il passeggero avverte in fase di variazione del regime di moto. Bisogna cercare quindi di ridurre

questa spinta, al fine di evitare possibili disagi per i passeggeri. Analisi sperimentali hanno mostrato che, valori del jerk sopportabili dai passeggeri, sono compresi tra $1 \div 1.3 \text{ m/s}^3$. Volendo cercare pertanto, di realizzare una marcia che sia confortevole si dovrà avere cura di portare il jerk al più a 1 m/s^3 , così da poter ritenere buone le condizioni di marcia. Si badi che il problema del jerk ha una valenza ben più ampia essendo i contraccolpi avvertiti anche dalle parti meccaniche dell'azionamento. E' vero quindi, che bisogna salvaguardare il comfort dei passeggeri, ma bisogna anche evitare che le parti meccaniche possano subire degli strappi e delle sollecitazioni eccessive. In casi di emergenza le anormali condizioni di esercizio annullano le osservazioni prima fatte sui limiti ammissibili per il fattore jerk. Porre un limite al jerk significa, dato che questo si ottiene derivando l'accelerazione, porre un limite alla pendenza dell'accelerazione, vista come funzione del tempo; di conseguenza tale limite di pendenza andrà posto anche per la coppia motrice, sempre in funzione del tempo.

Cap. II Modello matematico della macchina brushless a magneti permanenti

Di seguito viene messo a punto un modello matematico a parametri concentrati della macchina brushless a magneti permanenti, versatile e di semplice utilizzo. Esso è in grado tuttavia di descrivere con buona approssimazione il reale comportamento della macchina, nel caso del tutto generale in cui questa sia a flusso radiale e sia costituita da uno statore dotato di un avvolgimento trifase simmetrico a doppio strato, con più cave per polo e per fase, e da un rotore di tipo saliente, ovvero magneticamente anisotropo e simmetrico. Questo modello considera la presenza di tutte le armoniche della distribuzione del campo di induzione al traferro, è valido quindi per qualunque forma che questo assume al traferro; dunque si può pensare di utilizzarlo oltre che per la macchina AC-brushless, cui si riferisce la trattazione classica riferita alla presenza della sola prima armonica della distribuzione del campo di induzione al traferro, ma anche per la macchina DC-brushless che può essere vista come una macchina AC-brushless con un forte contenuto armonico nella distribuzione di induzione al traferro.

1. Considerazioni preliminari ed ipotesi semplificative

Come tutte le altre macchine elettriche, anche la macchina AC-brushless a magneti permanenti presenta una struttura interna alquanto complessa. Lo statore presenta una superficie al traferro irregolare per la presenza delle aperture delle cave nelle quali sono alloggiati gli avvolgimenti, i conduttori costituenti questi ultimi sono numerosi e non sempre sono disposti in maniera ordinata, le testate degli avvolgimenti hanno dimensioni non trascurabili rispetto all'intera macchina. Non sempre si riesce a realizzare il rotore nella forma desiderata, data la delicatezza e la scarsa lavorabilità dei materiali costituenti i magneti permanenti. Infine i materiali ferromagnetici impiegati hanno caratteristiche non lineari. Se si volesse tener conto in maniera rigorosa della struttura della macchina, si otterrebbe un modello della macchina alquanto complesso, ammesso che lo si riesca ad ottenere, che risulterebbe in pratica di scarsa utilità.

Vengono pertanto introdotte opportune ipotesi semplificative:

- Si considera il circuito magnetico di macchina funzionante in condizioni lontane dalla saturazione e si ignorano gli effetti dell'isteresi magnetica, al fine di poter ritenere lineare il comportamento della macchina e che sia quindi lecito applicare il principio di sovrapposizione degli effetti.
- Si suppone che la permeabilità relativa del ferro rispetto a quella dell'aria sia infinita, in modo da poter trascurare le cadute di fmm (forza magnetomotrice) nei tratti di sviluppo nel ferro delle linee di forza del campo magnetico e supporre che le linee di forza del campo d'induzione attraversino le superfici d'interfaccia ferro-aria entrando od uscendo perpendicolarmente a tali superfici nei tratti di sviluppo in aria.
- Si trascurano gli effetti di estremità; in tal modo si può ritenere che l'andamento delle varie grandezze si ripeta identicamente in tutti i piani ortogonali all'asse di macchina, e che le linee di forza del campo d'induzione magnetica siano contenute in tali piani.
- Si considera che la superficie di statore che si affaccia al traferro sia perfettamente liscia e priva di aperture di cava e che i conduttori costituenti ogni lato di matassa siano concentrati sulla superficie interna dello statore in corrispondenza della linea di mezzeria dell'apertura della cava contenente tale lato di matassa, ovvero che la traccia di tali conduttori in ogni sezione assiale della macchina sia concentrata in un unico punto in corrispondenza dell'asse geometrico della cava nella quale è alloggiato il corrispondente lato di matassa.
- Si suppone che i magneti permanenti siano dimensionati in maniera tale che su di essi siano trascurabili gli effetti dei campi magnetici prodotti dalle correnti di statore; inoltre si può ritenere la permeabilità magnetica dei materiali costituenti i magneti permanenti praticamente pari a quella dell'aria.

Dalle ipotesi fatte consegue che le caratteristiche della macchina, e quindi il suo comportamento, dipendono esclusivamente dall'andamento delle varie grandezze elettromagnetiche nel traferro e sulle superfici di macchina che si affacciano su di esso; è inoltre sufficiente studiare l'andamento delle varie grandezze elettromagnetiche in un qualsiasi piano ortogonale all'asse di macchina, ripetendosi queste identicamente in tutti gli altri piani ortogonali all'asse della macchina, per tutta la sua lunghezza.

2. Definizione dei sistemi di riferimento

Per definire le principali grandezze elettromagnetiche al traferro e dotarle di espressione analitica è necessario fissare degli opportuni sistemi di riferimento.

Siccome, per le ipotesi fatte, l'andamento delle varie grandezze elettromagnetiche va studiato in un unico piano ortogonale all'asse della macchina, si è portati a pensare di dover fissare un sistema di riferimento bidimensionale. Tuttavia, alcune considerazioni circa le proprietà del campo di induzione magnetica permettono di fissare un semplice riferimento monodimensionale angolare. Il campo di induzione magnetica è infatti *solenoidale*, ovvero caratterizzato da linee di forza chiuse che non si intersecano tra di loro, detto campo è quindi privo di *pozzi* o *sorgenti*, cioè di punti in cui, rispettivamente, convergono o divergono le linee di forza. Ciò implica che, nel traferro, in ogni punto della superficie interna di statore o di rotore incide uno ed un solo tratto di linea di forza; vi è quindi una corrispondenza tra i punti della superficie di statore o di rotore, identificabili con opportuni sistemi di riferimento angolari, ed i tratti delle linee di forza che incidono in essi. Tale corrispondenza sussiste quindi anche tra la coordinata angolare che identifica tali punti ed il valore delle varie grandezze elettromagnetiche attribuibili ai singoli tratti di linee di forza, come ad esempio l'induzione media o la caduta di fmm lungo il tratto di linea di forza.

Va comunque notato come alcune linee di forza non attraversino completamente il traferro ma si richiudano in un diverso punto della stessa superficie di macchina da cui hanno origine; tali linee di forza concorrono alla formazione dei flussi magnetici di dispersione. Al fine di assicurare la biunivocità delle espressioni delle varie grandezze elettromagnetiche si fa ora l'ulteriore ipotesi semplificativa che tutte le linee di forza attraversino il traferro, mentre degli effetti dei flussi magnetici di dispersione se ne terrà conto in un secondo momento correggendo opportunamente il modello ottenuto. Siccome il rotore della macchina presa in esame è di tipo saliente ed è ovviamente libero di ruotare intorno all'asse della macchina, si ha che le linee di forza del campo di induzione magnetica e le grandezze elettromagnetiche al traferro hanno un andamento dipendente, in generale, oltre che dalle correnti presenti nell'avvolgimento di statore anche dalla posizione del rotore, tutte a loro volta funzioni del tempo. In definitiva, ogni

grandezza elettromagnetica distribuita al traferro può essere espressa in funzione del tempo e di una coordinata angolare, esprimibile questa ultima in un sistema di riferimento che può essere solidale tanto allo statore che al rotore.

Ci si riferisca pertanto alla fig. 2.1, in cui è rappresentata la sezione di una macchina elementare ad una coppia polare con l'avvolgimento di statore a singolo strato ad una cava per polo e per fase.

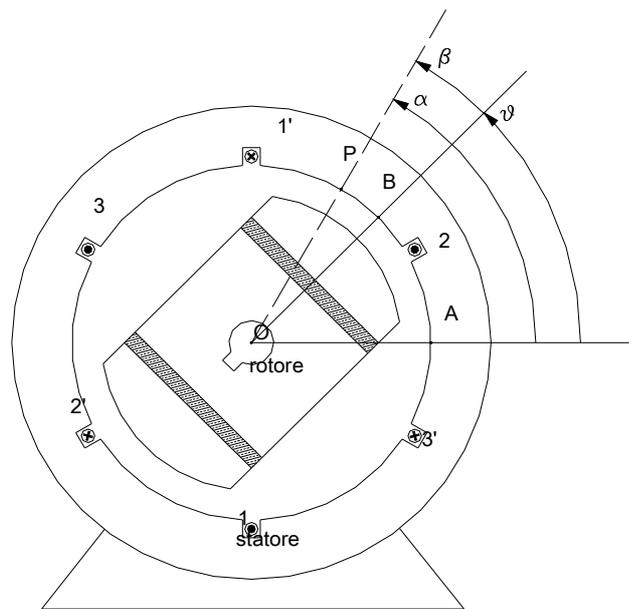


fig. 2.1 - Rappresentazione della sezione di una macchina

La posizione di un punto P qualunque sulla superficie di statore può essere identificata dallo angolo α che la retta passante per P e per il punto O (traccia dell'asse di macchina) forma con la retta passante per O e per A, ovvero l'asse magnetico della prima fase dell'avvolgimento di statore (rappresentata dalle tracce dei lati di matassa 1 e 1'); tale riferimento angolare è ovviamente solidale allo statore. La posizione del punto P può essere altrettanto identificata dall'angolo β che la retta passante per P e per O forma con la retta passante per O e per B, ovvero l'asse magnetico del rotore; è facile convincersi che questo è un riferimento solidale al rotore. Si può riscontrare infine come l'angolo θ formato dalla retta passante per A e per O e dalla retta passante per B e per O possa essere usato per identificare la posizione del rotore rispetto allo statore e quindi la posizione reciproca dei due riferimenti angolari. Nel caso la macchina abbia p

coppie polari, per i riferimenti di statore e rotore basta scegliere, rispettivamente, l'asse di un polo della prima fase dell'avvolgimento di statore e l'asse magnetico di un polo del rotore. La relazione che consente di passare dal riferimento solidale allo statore al riferimento solidale al rotore e viceversa, come si evince anche dall'osservazione della fig. 2.1, è la seguente:

$$\beta = \alpha - \theta \quad (2.1)$$

Si è ommesso e si ometterà, nel seguito, di indicare la dipendenza di θ dal tempo; si ometterà inoltre, per le varie funzioni dipendenti dalla posizione del rotore θ che verranno definite in seguito, di indicarne la dipendenza da θ , siccome questa sarà espressa implicitamente dalla dipendenza di queste funzioni dal tempo.

3. Definizione delle principali grandezze distribuite al traferro

Verranno ora definite le principali grandezze distribuite al traferro e le relazioni intercorrenti tra di esse. Il valore di ogni grandezza sarà attribuito ai punti della superficie interna di statore, anche se questo è relativo a tutto il tratto di linea di forza che si sviluppa nel traferro. Il fine è quello di capire che espressione assume la distribuzione di induzione al traferro, necessaria per ottenere un modello a parametri concentrati, a partire dalla conoscenza della configurazione degli avvolgimenti di statore e della disposizione dei magneti sul rotore.

3.1 Traferro magnetico, traferro geometrico e funzione permeanza magnetica

Si è visto che, data la salienza del rotore, le linee di forza del campo magnetico hanno un andamento che è funzione della posizione del rotore e dei valori delle correnti presenti negli avvolgimenti di statore, e quindi del tempo, andando ad incidere, per le ipotesi fatte, perpendicolarmente sulle superfici di statore e di rotore. È possibile quindi affermare che ogni generica linea di forza che parta dalla superficie di statore per un determinato valore di α incida sulla superficie di rotore per un valore di α diverso; si ha quindi che la lunghezza delle linee di forza, detta *traferro magnetico*, differisce dalla corrispondente lunghezza dei segmenti

di raggio congiungenti le superfici di statore e di rotore, detta *traferro geometrico*, fatta eccezione per i punti in cui il traferro geometrico è minimo e massimo, poiché in tali punti i raggi sono perpendicolari alle superfici di statore e rotore per motivi di simmetria. È inoltre necessario tener presente che le linee di forza del campo magnetico di rotore (dovuto alla presenza dei magneti permanenti) e le linee di forza del campo magnetico di statore (dovuto alle correnti che attraversano l'avvolgimento) in generale non coincidono e quindi il campo magnetico totale lo si può ottenere come somma vettoriale di quelli di statore e di rotore. Si definisce a questo punto la funzione *traferro magnetico* $\delta(\alpha, t)$ che ad ogni valore di α associa il valore del rispettivo traferro magnetico, ovvero della lunghezza del tratto di linea di forza che incide sulla superficie di statore in corrispondenza di α . La dipendenza da t tiene conto della dipendenza del traferro magnetico dalla posizione del rotore e dalle correnti di statore, inoltre tale funzione assume, ovviamente, sempre valori maggiori di zero. Nel dare alla funzione $\delta(\alpha, t)$ un'espressione analitica interviene un importante risultato derivato da osservazioni analitiche e sperimentali. Si è infatti osservato che la funzione reciproca della funzione traferro magnetico

$$\lambda(\alpha, t) = \frac{1}{\delta(\alpha, t)} \quad (2.2)$$

detta *permeanza magnetica*, è una funzione periodica che gode di interessanti proprietà numeriche. Lo sviluppo in serie di Fourier di tale funzione mostra infatti che l'ampiezza del termine costante λ_0 e l'ampiezza della prima armonica λ_1 , possono ritenersi praticamente gli stessi, sia che si consideri il campo magnetico prodotto dall'avvolgimento di statore che quello prodotto dai magneti presenti sul rotore, per qualunque posizione del rotore e per qualsiasi sistema di correnti che attraversi l'avvolgimento di statore, mentre gli altri termini dello sviluppo in serie risultano praticamente trascurabili; si può pertanto definire per la macchina un'unica funzione permeanza magnetica.

Se allora ci si pone nel sistema di riferimento solidale al rotore, dal fatto che l'andamento del campo magnetico si ripete identicamente sotto ogni polo, a meno del verso delle linee di forza, si evince che la funzione permeanza è una funzione

periodica di periodo $2\pi/2p$, dove con p si indica il numero di coppie polari; la funzione permeanza assume pertanto la seguente espressione:

$$\lambda(\beta) = \lambda_0 + \lambda_1 \cos 2p\beta = \lambda_0 + \lambda_1 \Re \left\{ e^{j2p\beta} \right\} \quad (2.3)$$

Volendo riportare tale espressione nel sistema di riferimento solidale allo statore è sufficiente sostituire la (2.1) nella (2.3) ottenendo

$$\lambda(\alpha, t) = \lambda_0 + \lambda_1 \cos 2p(\alpha - \theta) = \lambda_0 + \lambda_1 \Re \left\{ e^{j2p(\alpha - \theta)} \right\} = \lambda_0 + \lambda_1 \Re \left\{ e^{j2p\alpha} e^{-j2p\theta} \right\} \quad (2.4)$$

la cui dipendenza dal tempo, ovvero da θ , riguardante solo la prima armonica, è dovuta al fatto che la funzione permeanza ruota solidalmente con il rotore. Risultando valida tale funzione tanto per il campo magnetico prodotto dalle correnti nell'avvolgimento di statore che per quello prodotto dai magneti presenti sul rotore, è possibile ottenere la distribuzione di induzione totale come somma algebrica di quelle relative ai succitati campi.

3.2 Distribuzione di corrente sulla superficie di statore

Ricordando le ipotesi fatte circa gli avvolgimenti di statore, si può definire una *distribuzione di corrente*, denotata dal simbolo $\Theta(\alpha, t)$, che associ ad ogni punto della sezione della superficie di statore, il valore della corrente fluente lungo i conduttori costituenti un lato di matassa se in tale punto è concentrato tale lato di matassa, un valore di corrente nullo in caso contrario. Data la natura “concentrata” degli avvolgimenti tale distribuzione avrà un andamento ad impulsi, che gode inoltre delle proprietà di essere periodica e alternata, poiché nei due lati di ogni matassa la corrente fluisce sempre in verso opposto.

In fig. 2.2 è ad esempio riportato l'andamento della distribuzione di corrente relativa alla matassa costituente la prima fase dell'avvolgimento della macchina rappresentata in fig. 2.1 (lati di matassa 1 ed 1'); si è indicato con z il numero di spire costituenti la matassa e con $i_1(t)$ la corrente che attraversa la matassa. In generale una macchina presenterà una distribuzione di corrente più complicata, tuttavia riconducibile alla sovrapposizione di distribuzioni come quella raffigurata in fig. 2.2, tante quante il numero di matasse disposte sullo statore.

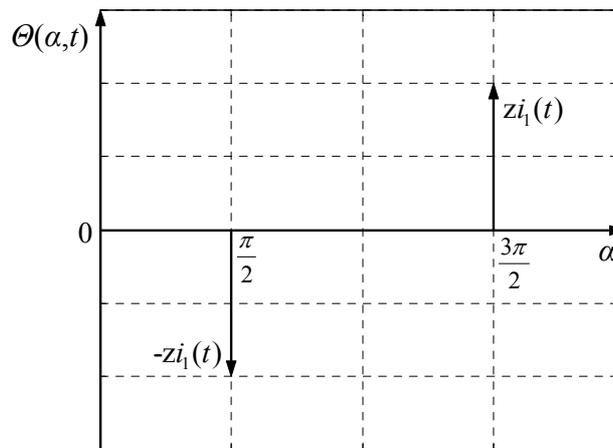


fig. 2.2 - Esempio dell'andamento della distribuzione di corrente relativa ad un'unica matassa a passo intero per una macchina ad una coppia polare elementare e dei sistemi di riferimento angolari

3.3 Distribuzione di caduta di forza magnetomotrice

Per ricavare la distribuzione di induzione media al traferro prodotta dalle correnti nell'avvolgimento di statore è utile determinare la *distribuzione di caduta di fmm* $\Delta F(\alpha, t)$, ottenuta associando ad ogni valore di α e t il valore della caduta di fmm lungo il tratto di linea di forza incidente sulla superficie di statore nel punto di coordinata α , il suo legame con la *distribuzione di induzione media al traferro di statore* $B_s(\alpha, t)$ è fornito dalla seguente relazione:

$$B_s(\alpha, t) = \mu_0 H_s(\alpha, t) = \mu_0 \frac{\Delta F(\alpha, t)}{\delta(\alpha, t)} = \mu_0 \lambda(\alpha, t) \Delta F(\alpha, t) \quad (2.5)$$

dove $H_s(\alpha, t)$ è la *distribuzione di intensità di campo magnetico di statore al traferro* e μ_0 la permeabilità magnetica dell'aria. Nello scrivere la (2.5), dato che l'intensità del campo magnetico non varia apprezzabilmente lungo ciascun tratto di linea di forza al traferro, si è considerato il valore del campo costante e pari al suo valore medio; altrettanto vale ovviamente per il campo di induzione.

Nel determinare l'andamento della distribuzione di caduta di fmm $\Delta F(\alpha, t)$ intervengono diverse considerazioni derivanti da evidenze teoriche e sperimentali. Si osserva innanzitutto che, fissate le fmm prodotte dalle correnti presenti negli avvolgimenti di statore, il valore dell'induzione media lungo ogni tratto di linea di forza risulta essere inversamente proporzionale alla lunghezza del tratto di linea, ovvero direttamente proporzionale alla permeanza del tratto di linea, qualunque sia la posizione del rotore. Ciò significa che, alla luce di quanto espresso dalla (2.5), la distribuzione di caduta di fmm dipende esclusivamente dalla configurazione dell'avvolgimento di statore e dalle correnti che lo percorrono. Inoltre, siccome la natura solenoidale del campo di induzione impone che la distribuzione di induzione media al traferro di statore $B_s(\alpha, t)$ sia una grandezza periodica alternata si ha, sempre dalla (2.5), che anche la distribuzione di caduta di fmm deve essere periodica alternata, essendo la funzione permeanza periodica ma non alternata. Queste considerazioni, unite alle ipotesi semplificative fatte in precedenza, permettono di dire che la fmm concatenata da ogni linea di forza del campo si ripartisce equamente nei due tratti di traferro attraversati da questa, dato che ogni matassa ha

passo pari a quello polare (ciò è valido anche per gli avvolgimenti a passo raccorciato come verrà spiegato in seguito). In fig. 2.3 è ad esempio riportato l'andamento della distribuzione di caduta di fmm relativa

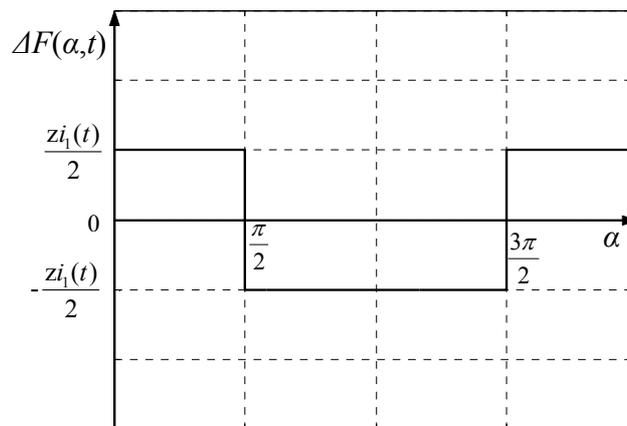


fig. 2.3 - Esempio dell'andamento della distribuzione di caduta di fmm relativa ad un'unica matassa a passo intero per una macchina ad una coppia polare

alla matassa costituente la prima fase dell'avvolgimento di macchina rappresentata in fig. 2.1 (lati di matassa 1 ed 1'); si è indicato con z il numero di spire costituenti la matassa e con $i_1(t)$ la corrente che la attraversa. In generale, così come per la distribuzione di corrente, anche la distribuzione di caduta di fmm può essere vista come la sovrapposizione di tante distribuzioni simili a quella rappresentata in fig. 2.3, tante quante sono le matasse disposte sullo statore. Da una osservazione delle figg. 2.2 e 2.3 si può riscontrare una interessante proprietà, e cioè che è possibile ottenere la distribuzione di corrente $\Theta(\alpha, t)$ derivando la distribuzione di caduta di fmm $\Delta F(\alpha, t)$ rispetto ad α e, viceversa, ottenere la distribuzione di caduta di fmm $\Delta F(\alpha, t)$ integrando rispetto ad α la distribuzione di corrente $\Theta(\alpha, t)$, con una opportuna costante di integrazione Θ_0 tale da rendere la distribuzione di caduta di fmm alternata. Si ha quindi:

$$\Theta(\alpha, t) = \frac{\partial}{\partial \alpha} \Delta F(\alpha, t) \quad (2.6)$$

$$\Delta F(\alpha, t) = \int \Theta(\alpha, t) d\alpha + \Theta_0 \quad (2.7)$$

Nel caso la macchina abbia p coppie polari gli andamenti rappresentati nelle figg. 2.2 e 2.3 saranno periodici di periodo $2\pi/p$ anziché 2π . In base a quanto finora detto, per una macchina a p coppie polari, con un avvolgimento a singolo strato e ad una cava per polo e per fase, si ha che la distribuzione di caduta di fmm relativa alla sola prima fase assume analiticamente la seguente espressione

$$\Delta F_1(\alpha, t) = \frac{z i_1(t)}{2} \frac{4}{\pi} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h+1} \cos[(2h+1)p\alpha] = \frac{2}{\pi} z i_1(t) \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h+1} \Re \left\{ e^{j(2h+1)p\alpha} \right\} \quad (2.8)$$

Nella (2.8) si è tenuto conto del fatto che la distribuzione di caduta di fmm ha l'andamento di un'onda rettangolare di ampiezza $z i_1(t)/2$ e periodo $2\pi/p$; si è inoltre indicato con z il numero di spire costituenti ogni matassa e con $i_1(t)$ la corrente circolante nella prima fase di armatura.

4. Distribuzione di induzione risultante al traferro

Nota la distribuzione di induzione al traferro di statore $B_s(\alpha, t)$, ricavabile dalla (2.5) una volta note la distribuzione di caduta di fmm $\Delta F(\alpha, t)$ e la funzione permeanza $\lambda(\alpha, t)$; e nota la distribuzione di induzione al traferro di rotore $B_r(\alpha, t)$, prodotta dai magneti permanenti e la cui espressione sarà esplicitata in seguito, è possibile, per quanto detto, ricavare la distribuzione di induzione totale al traferro semplicemente sommando queste ultime

$$B(\alpha, t) = B_s(\alpha, t) + B_r(\alpha, t) \quad (2.9)$$

Definite le principali grandezze distribuite al traferro si passa ora alla determinazione della distribuzione di induzione risultante al traferro nel caso generale indicato nell'introduzione.

4.1 Determinazione della distribuzione di caduta di fmm

Si andrà ora a determinare la distribuzione di caduta di fmm nel caso l'avvolgimento di statore sia trifase simmetrico a doppio strato, con fattore di raccorciamento r , e con q cave, per polo e per fase (ovvero matasse per coppia polare), con tutte le matasse relative ad una fase in serie. Il numero di matasse costituenti l'avvolgimento di statore, ovvero il numero totale di cave, indicato con Q , vale pertanto :

$$Q = 6pq \quad (2.10)$$

In base a quanto detto nel par. 3.3, la distribuzione di caduta di fmm può essere vista come la sovrapposizione di diverse distribuzioni simili alla (2.9). Ricordando che tale espressione è relativa ad una sola fase di un avvolgimento a singolo strato con una cava per polo e per fase, si può dire che vanno sovrapposti gli effetti: della presenza di q matasse per polo e per fase, della presenza dei 2 strati, ed infine delle 3 fasi. Va inoltre tenuto presente che, rispetto al riferimento di statore,

ogni fase è spostata di un angolo $(k-1)2\pi/3p$, dove $k=1,2,3$ indica il numero della fase, ognuno dei due strati è spostato di un angolo $(m-1)2\pi/Q$, dove $m=1,2$ indica il numero dello strato, e ognuna delle q matasse sotto ogni polo e per ogni fase è spostata di un angolo $(n-1)2\pi/Q$, dove $n=1,\dots,q$ indica il numero di matassa. Detto ciò si ha che la distribuzione di caduta di fmm assume la seguente espressione:

$$\Delta F(\alpha, t) = \sum_{k=1}^3 \sum_{n=1}^q \sum_{m=1}^2 \frac{2}{\pi} z_{i_k}(t) \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h+1} \Re \left\{ e^{j(2h+1)p \left[\alpha - \frac{2\pi}{3p}(k-1) - \frac{2\pi}{Q}(n-1) - \frac{2\pi p}{Q}(m-1) \right]} \right\} \quad (2.11)$$

che può essere riscritta come segue

$$\Delta F(\alpha, t) = \frac{3}{\pi} 2zq \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h+1} \Re \left\{ e^{j(2h+1)p\alpha} \xi_{2h+1} \left[\frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{-j(2h+1)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right] \right\} \quad (2.12)$$

dove il coefficiente complesso ξ_{2h+1} viene detto coefficiente di avvolgimento di ordine $2h+1$ ed è pari a:

$$\xi_{2h+1} = \left[\frac{1}{q} \sum_{n=1}^q e^{-j(2h+1)\frac{2\pi p}{Q}(n-1)} \right] \left[\frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 e^{-j(2h+1)\frac{2\pi p}{Q}(m-1)} \right] \quad (2.13)$$

La (2.13) può essere rielaborata in modo da esprimere il fattore di avvolgimento ξ_{2h+1} in modulo e fase, indicando questi ultimi rispettivamente con ξ_{2h+1} e γ_{2h+1} , come segue

$$\xi_{2h+1} = \frac{1}{q} \frac{\cos \left[\frac{\pi}{6}(2h+1) \right] \cos \left[\frac{\pi}{6q}(2h+1) \right]}{\cos \left[\frac{\pi}{6q}(2h+1) \right]} e^{j \frac{r+q-1}{q} \frac{\pi}{6}(2h+1)} = \xi_{2h+1} e^{j\gamma_{2h+1}} = \xi_{2h+1} e^{j(2h+1)\gamma_1} \quad (2.14)$$

Se ora si sostituisce la (2.14) nella (2.12), e si ruota il riferimento di statore di un angolo pari a γ_1/p , che si può dimostrare essere l'angolo formato dall'asse di un intero gruppo di matasse sotto ogni polo e l'asse della prima matassa di ciascuno di questo gruppo, la (2.12) può essere riscritta nel seguente modo

$$\Delta F(\alpha, t) = \frac{3}{\pi} 2zq \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{2h+1} \xi_{2h+1} \Re \left\{ e^{j(2h+1)p\alpha} \left[\frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{-j(2h+1)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right] \right\} \quad (2.15)$$

Se ora si definisce come *componente simmetrico di corrente* il vettore complesso

$$\mathbf{i}(t) = I(t) e^{j\Psi(t)} = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} \quad (2.16)$$

si può dimostrare che la quantità complessa tra parentesi quadrate nella (2.15), al variare di h da 0 a ∞ , assume ciclicamente i valori $\tilde{\mathbf{i}}$, 0 e \mathbf{i} . Alla luce di ciò, indicando con

$$N=2pzq \quad (2.17)$$

il numero di spire in serie per fase, e ricordando che per un generico numero complesso \mathbf{z} si ha

$$\Re\{\mathbf{z}\} = \Re\{\tilde{\mathbf{z}}\} \quad (2.18)$$

la (2.15) può essere riscritta come segue

$$\Delta F(\alpha, t) = \frac{3}{\pi} \frac{N}{p} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} \quad (2.19)$$

che è la forma definitiva della distribuzione di caduta di fmm.

4.2 Determinazione delle distribuzioni di induzione al traferro di statore, di rotore e risultante

Note la distribuzione di caduta di fmm e la funzione permeanza si può ricavare la distribuzione di induzione di statore sostituendo la (2.4) e la (2.19) nella (2.5)

$$B_s(\alpha, t) = \mu_0 \left(\lambda_0 + \lambda_1 \Re \left\{ e^{j2p\alpha} e^{-j2p\theta} \right\} \right) \left[\frac{3}{\pi} \frac{N}{p} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} \right] \quad (2.20)$$

la (2.20) può essere rielaborata come segue

$$B_s(\alpha, t) = \sum_{h=0}^{\infty} \left[\frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} + \frac{3\mu_0\lambda_1 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} \Re \left\{ e^{j2p\alpha} e^{-j2p\theta} \right\} \right] \quad (2.21)$$

considerando che per due numeri complessi qualsiasi \mathbf{z}_1 e \mathbf{z}_2 si ha

$$\Re \{ \mathbf{z}_1 \} \Re \{ \mathbf{z}_2 \} = \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 \} + \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{z}_1 \bar{\mathbf{z}}_2 \} \quad (2.22)$$

si può riscrivere la (2.21) come segue

$$B_s(\alpha, t) = \sum_{h=0}^{\infty} \left[\frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(-1 \pm 6h)p\alpha} e^{-j2p\theta} \right\} + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(3 \pm 6h)p\alpha} e^{j2p\theta} \right\} \right] \quad (2.23)$$

La distribuzione di induzione al traferro di rotore, ponendosi nel riferimento di rotore, date le caratteristiche di simmetria del rotore e l'alternanza della polarità dei magneti, è caratterizzata dall'essere periodica di periodo $2\pi/p$, pari nel periodo e dispari nel semiperiodo, quindi sviluppabile in serie di soli coseni di ordine dispari

$$B_r(\beta) = \sum_{g=0}^{\infty} B_{r(2g+1)} \cos[(2g+1)p\beta] = \sum_{g=0}^{\infty} B_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{j(2g+1)p\beta} \right\} \quad (2.24)$$

Sostituendo la (2.1) nella (2.24) si ottiene il riporto nel sistema di riferimento di statore

$$B_r(\alpha, t) = \sum_{g=0}^{\infty} B_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{j(2g+1)p\alpha} e^{-j(2g+1)p\theta} \right\} \quad (2.25)$$

I valori che assumono i coefficienti $B_{r(2h+1)}$ dipendono esclusivamente dalla forma costruttiva e dalle dimensioni del rotore. Si può notare come nel riferimento di rotore tale distribuzione sia indipendente dal tempo, e ciò è dovuto al fatto che il campo prodotto dai magneti è fisso e, per le ipotesi fatte, non influenzato dalle correnti di statore.

Sostituendo la (2.23) e la (2.25) nella (2.9) si ottiene in definitiva la distribuzione di induzione risultante al traferro

$$\begin{aligned} B(\alpha, t) = & \sum_{h=0}^{\infty} \left[\frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ i(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} + \right. \\ & + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ i(t) e^{-j(-1 \pm 6h)p\alpha} e^{-j2p\theta} \right\} + \\ & \left. + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ i(t) e^{-j(3 \pm 6h)p\alpha} e^{j2p\theta} \right\} \right] + \\ & + \sum_{g=0}^{\infty} B_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{j(2g+1)p\alpha} e^{-j(2g+1)p\theta} \right\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

5. Equazione di equilibrio elettrico

Si passa ora a determinare l'equazione di equilibrio elettrico della macchina, che esprime le relazioni tra tensioni, correnti e parametri elettrici specifici della macchina. Per ogni fase dell'avvolgimento di statore si può scrivere la seguente equazione:

$$v_k(t) = R i_k(t) + e_k(t) \quad (2.27)$$

dove $v_k(t)$, $i_k(t)$ ed $e_k(t)$ sono rispettivamente la tensione applicata, la corrente presente e la tensione indotta nella fase k dell'avvolgimento; mentre R è la resistenza di una singola fase dell'avvolgimento. La tensione indotta in ogni fase si ricava come segue

$$e_k(t) = \frac{d\Phi_{tk}(t)}{dt} \quad (2.28)$$

dove $\Phi_{tk}(t)$ è il flusso concatenato totale con la fase k dell'avvolgimento, pari ancora a

$$\Phi_{tk}(t) = \Phi_{\sigma k}(t) + \Phi_k(t) \quad (2.29)$$

dove $\Phi_{\sigma k}(t)$ è il flusso magnetico concatenato di dispersione e $\Phi_k(t)$ è il flusso magnetico concatenato di mutuo accoppiamento; mentre quest'ultimo è il flusso dalla distribuzione di induzione al traferro $B_s(\alpha, t)$ che si concatena con la fase k dell'avvolgimento. Il primo dipende esclusivamente dalla corrente presente nella fase k , cui è legato dal coefficiente di autoinduzione di dispersione L_σ secondo il seguente legame:

$$\Phi_{\sigma k}(t) = L_\sigma i_k(t) \quad (2.30)$$

Tenendo ora conto delle (2.28) (2.29) e (2.30), si può riscrivere la (2.27) come segue

$$v_k(t) = R i_k(t) + L_\sigma \frac{di_k(t)}{dt} + \frac{d\Phi_k(t)}{dt} \quad (2.31)$$

Se ora si definisce anche come *componente simmetrico di tensione* il vettore complesso

$$\mathbf{v}(t) = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 v_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} \quad (2.32)$$

e come *componente simmetrico di flusso concatenato di mutuo accoppiamento* il vettore complesso

$$\Phi(t) = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 \Phi_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} \quad (2.33)$$

si può rielaborare la (2.31) come segue

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 v_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} = \\ &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 \left(R i_k(t) + L_\sigma \frac{di_k(t)}{dt} + \frac{d\Phi_k(t)}{dt} \right) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} = \\ &= R \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} + L_\sigma \frac{d}{dt} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} + \frac{d}{dt} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 \Phi_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} = \\ &= R \mathbf{i}(t) + L_\sigma \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + \frac{d\Phi(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.34)$$

la quale esprime in forma compatta le equazioni di equilibrio elettrico delle tre fasi di statore.

5.1 Determinazione del flusso magnetico di mutuo accoppiamento concatenato con una fase dell'avvolgimento di statore

Il flusso di mutuo accoppiamento che si concatena con una generica fase k dell'avvolgimento di statore, dato che si suppone di avere tutte le matasse di una fase in serie, lo si può ottenere come somma dei flussi che si concatenano con le singole matasse costituenti la fase k dell'avvolgimento.

In base alle ipotesi semplificative fatte (cfr. § 1) e ricordando quanto detto nel determinare la distribuzione di caduta di fmm (cfr. § 4.1) si ha:

$$\Phi_k(t) = p \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^q z \frac{D}{2} l \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} B(\alpha, t) d\alpha \quad (2.35)$$

dove si è indicato con D il diametro della superficie interna di statore e con l la lunghezza dello statore, mentre al variare degli indici k , m ed n gli estremi di integrazione assumono le seguenti espressioni

$$\alpha_1 = -\frac{\pi}{2p} + \frac{2\pi}{3p}(k-1) + \frac{2\pi\tau}{Q}(m-1) + \frac{2\pi}{Q}(n-1) - \frac{\gamma_1}{p} \quad (2.36)$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi}{2p} + \frac{2\pi}{3p}(k-1) + \frac{2\pi\tau}{Q}(m-1) + \frac{2\pi}{Q}(n-1) - \frac{\gamma_1}{p} \quad (2.37)$$

La presenza del termine γ_1/p negli estremi di integrazione è giustificata dal fatto che il sistema di riferimento è stato ruotato in senso antiorario di tale angolo.

Se ora si sostituisce la (2.26) nella (2.35) e si rielabora si ottiene

$$\begin{aligned}
 \Phi_k(t) = & p \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^q z \frac{D}{2} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} \left[\frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} d\alpha \right\} \right. \right. \\
 & + \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j2p\theta} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{-j(-1 \pm 6h)p\alpha} d\alpha \right\} + \\
 & \left. \left. + \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{j2p\theta} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{-j(3 \pm 6h)p\alpha} d\alpha \right\} \right] + \right. \\
 & \left. + \sum_{g=0}^{\infty} B_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{-j(2g+1)p\theta} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{j(2g+1)p\alpha} d\alpha \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

risolvendo gli integrali nella (2.38) e rielaborandola ulteriormente si ha ancora

$$\begin{aligned}
 \Phi_k(t) = & \sum_{h=0}^{\infty} \left\{ \frac{3\mu_0\lambda_0 \text{DIN}^2}{\pi p^2} \frac{\xi_{|1 \pm 6h|}^2}{(1 \pm 6h)^2} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} + \right. \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 \text{DIN}^2}{\pi p^2} \frac{\xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|-1 \pm 6h|}}{(1 \pm 6h)(-1 \pm 6h)} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j2p\theta} e^{-j(-1 \pm 6h)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} + \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 \text{DIN}^2}{\pi p^2} \frac{\xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|3 \pm 6h|}}{(1 \pm 6h)(3 \pm 6h)} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{j2p\theta} \right\} \left. + \right. \\
 & \left. + \sum_{g=0}^{\infty} \frac{\text{DIN}}{p} B_{r(2g+1)} \frac{(-1)^g \xi_{|2g+1|}}{(2g+1)} \Re \left\{ e^{-j(2g+1)p\theta} e^{j(2g+1)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Si introducono ora le quantità

$$L_{m|1 \pm 6h|} = \frac{3\mu_0\lambda_0 \text{DIN}^2 \xi_{|1 \pm 6h|}^2}{(1 \pm 6h)^2 \pi p^2} \tag{2.40}$$

$$\Phi_{r(2g+1)} = \frac{(-1)^g \text{DIN} \xi_{|2g+1|} B_{r(2g+1)}}{(2g+1)p} \tag{2.41}$$

dette rispettivamente *coefficiente di mutua induzione* di ordine $|1\pm 6h|$ e *flusso magnetico di rotore concatenato* di ordine $|2g+1|$; introducendo la (2.40) e la (2.41) nella (2.39) si ottiene l'espressione definitiva del flusso di mutuo accoppiamento che si concatena con la fase k

$$\begin{aligned}
 \Phi_k(t) = & \sum_{h=0}^{\infty} \left\{ L_{m|1\pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1\pm 6h)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} + \right. \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} L_{m|1\pm 6h|} \frac{(1\pm 6h)\xi_{|-1\pm 6h|}}{(-1\pm 6h)\xi_{|1\pm 6h|}} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j2p\theta} e^{-j(-1\pm 6h)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} + \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} L_{m|1\pm 6h|} \frac{(1\pm 6h)\xi_{|3\pm 6h|}}{(3\pm 6h)\xi_{|1\pm 6h|}} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{j2p\theta} \right\} \left. \right\} + \\
 & + \sum_{g=0}^{\infty} \Phi_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{-j(2g+1)p\theta} e^{j(2g+1)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

5.2 Determinazione del componente simmetrico di flusso magnetico concatenato di mutuo accoppiamento e della sua derivata e dell'equazione di equilibrio elettrico

Sostituendo la (2.42) nella (2.33) e rielaborando si ottiene

$$\begin{aligned}
 \Phi(t) = & \sum_{h=0}^{\infty} \left\{ L_{m|1\pm 6h|} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1\pm 6h)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} + \right. \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} L_{m|1\pm 6h|} \frac{(1\pm 6h)\xi_{|-1\pm 6h|}}{(-1\pm 6h)\xi_{|1\pm 6h|}} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j2p\theta} e^{-j(-1\pm 6h)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} + \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} L_{m|1\pm 6h|} \frac{(1\pm 6h)\xi_{|3\pm 6h|}}{(3\pm 6h)\xi_{|1\pm 6h|}} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{j2p\theta} \right\} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} \left. \right\} + \\
 & + \sum_{g=0}^{\infty} \Phi_{r(2g+1)} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 \Re \left\{ e^{-j(2g+1)p\theta} e^{j(2g+1)\frac{2\pi}{3}(k-1)} \right\} e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

risolvendo le sommatorie nell'indice k nella (2.43) si ha

$$\Phi(t) = \sum_{h=0}^{\infty} \left\{ L_{m|1\pm 6h} \mathbf{i}(t) - \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} L_{m|1\pm 6h} \frac{(1\pm 6h)\xi_{|-1\pm 6h|}}{(-1\pm 6h)\xi_{|1\pm 6h|}} \tilde{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} \right\} + \sum_{g=0}^{\infty} \Phi_{r|1\pm 6g|} e^{j(1\pm 6g)p\theta} \quad (2.44)$$

introducendo ora le quantità

$$L_{0m} = \sum_{h=0}^{\infty} L_{m|1\pm 6h|}$$

$$L_{1m} = -\frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \sum_{h=0}^{\infty} L_{m|1\pm 6h|} \frac{(1\pm 6h)\xi_{|-1\pm 6h|}}{(-1\pm 6h)\xi_{|1\pm 6h|}}$$

la (2.44) si può riscrivere come segue

$$\Phi(t) = L_{0m} \mathbf{i}(t) + L_{1m} \tilde{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} + \sum_{g=0}^{\infty} \Phi_{r|1\pm 6g|} e^{j(1\pm 6g)p\theta} \quad (2.46)$$

quale espressione definitiva per il componente simmetrico. Derivando infine la (2.46) si ha

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi(t)}{dt} &= L_{0m} \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + L_{1m} \frac{d}{dt} (\tilde{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta}) + \frac{d}{dt} \sum_{g=0}^{\infty} \Phi_{r|1\pm 6g|} e^{j(1\pm 6g)p\theta} = \\ &= L_{0m} \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + L_{1m} \frac{d\tilde{\mathbf{i}}(t)}{dt} e^{j2p\theta} + j2p\omega_r L_{1m} \tilde{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} + \sum_{g=0}^{\infty} j(1\pm 6g)p\omega_r \Phi_{r|1\pm 6g|} e^{j(1\pm 6g)p\theta} \end{aligned} \quad (2.47)$$

dove

$$\omega_r = d\theta/dt \quad (2.48)$$

è la velocità di rotazione istantanea. Sostituendo la (2.47) nella (2.34) e ponendo

$$L_s = L_\sigma + L_{0m} \quad (2.49)$$

Si ottiene l'espressione definitiva dell'equazione di equilibrio elettrico

$$v(t) = R\mathbf{i}(t) + L_s \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + L_{1m} \frac{d\check{\mathbf{i}}(t)}{dt} e^{j2p\theta} + j2p\omega_r L_{1m} \check{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} + \sum_{g=0}^{\infty} j(1 \pm 6g)p\omega_r \Phi_{r| \pm 6g} e^{j(1 \pm 6g)p\theta} \quad (2.50)$$

6. Determinazione del momento della coppia elettromagnetica

Si vuole ora determinare il momento della coppia elettromagnetica, cioè il momento della coppia applicata all'asse della macchina dovuto alla interazione del campo di induzione con le correnti di statore. Si inizi col considerare che se per ogni punto della superficie di statore si effettua il prodotto tra la distribuzione di induzione $B_s(\alpha, t)$ e la distribuzione di corrente $\Theta(\alpha, t)$, si ottiene la forza elementare applicata in tale punto della superficie di statore; con riferimento alla fig. 1, avendo definito positivo il verso del campo di induzione quello orientato dallo statore al rotore e avendo definito positivo il verso della corrente quello uscente dal foglio, si ha che la forza definita positiva sarà tangenziale alla superficie di statore e orientata in senso orario. Se ora si integra tale prodotto sulla superficie di statore si ottiene il sistema di forze applicato allo statore, per reazione sul rotore sarà quindi applicato un sistema di forze di pari intensità ma di verso opposto, il quale, agendo su un braccio pari a metà del diametro di macchina, fornisce il momento della coppia elettromagnetica. Dato che si definisce come positivo per il momento della coppia il verso antiorario, siccome le forze definite positive applicate allo statore hanno verso orario sul rotore avranno verso antiorario, quindi coincidente con quello positivo per la coppia, per cui si può scrivere l'espressione del momento della coppia elettromagnetica come segue

$$M_e(t) = \frac{D}{2} l \int_0^{2\pi} B(\alpha, t) \Theta(\alpha, t) d\alpha \quad (2.51)$$

È necessario dunque calcolare la funzione $\Theta(\alpha, t)$. Ciò può essere fatto andando ad applicare la (2.6) alla (2.19), nella quale, per evitare in seguito confusione, si è sostituito all'indice h l'indice f

Si ottiene

$$\begin{aligned}
 \Theta(\alpha, t) &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \Delta F(\alpha, t) = \\
 &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{3}{\pi} \frac{N}{p} \sum_{f=0}^{\infty} \frac{(-1)^f}{1 \pm 6f} \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} = \\
 &= \frac{3}{\pi} \frac{N}{p} \sum_{f=0}^{\infty} \frac{(-1)^f}{1 \pm 6f} \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) \frac{\partial}{\partial \alpha} e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} = \\
 &= \frac{3}{\pi} \frac{N}{p} \sum_{f=0}^{\infty} \frac{(-1)^f}{1 \pm 6f} \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ -j(1 \pm 6f) p \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} = \\
 &= \frac{3}{\pi} N \sum_{f=0}^{\infty} (-1)^f \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ -j \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} = \\
 &= \frac{3}{\pi} N \sum_{f=0}^{\infty} (-1)^f \xi_{|1 \pm 6f|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} =
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

dato che per due numeri complessi qualsiasi \mathbf{z}_1 e \mathbf{z}_2 si ha

$$\Re \{ \mathbf{z}_1 \} \Im \{ \mathbf{z}_2 \} = \frac{1}{2} \Im \{ \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 \} + \frac{1}{2} \Im \{ \bar{\mathbf{z}}_1 \mathbf{z}_2 \} \tag{2.53}$$

sostituendo la (2.23) e la (2.52) nella (2.51) ed elaborando si ottiene

$$\begin{aligned}
 M_e(t) &= \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{f=0}^{\infty} \left[\frac{9\mu_0 \lambda_0 N^2 \text{DI}}{2\pi^2 p} \frac{(-1)^{h+f}}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\alpha} \right\} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} + \right. \right. \\
 &+ \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{9\mu_0 \lambda_0 N^2 \text{DI}}{2\pi^2 p} \frac{(-1)^{h+f}}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(-1 \pm 6h)p\alpha} e^{-j2p\theta} \right\} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} + \\
 &+ \left. \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{9\mu_0 \lambda_0 N^2 \text{DI}}{2\pi^2 p} \frac{(-1)^{h+f}}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|1 \pm 6f|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(3 \pm 6h)p\alpha} e^{j2p\theta} \right\} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} \right] + \\
 &+ \sum_{g=0}^{\infty} \sum_{f=0}^{\infty} \frac{3\text{NDI}}{2\pi} (-1)^f \xi_{|1 \pm 6f|} \mathbf{B}_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{j(2g+1)p\alpha} e^{-j(2g+1)p\theta} \right\} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6f)p\alpha} \right\} \right\} d\alpha
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

si può rielaborare la (2.54) in base alla (2.53) come segue

$$\begin{aligned}
 M_e(t) = & \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{f=0}^{\infty} \left\{ \frac{9\mu_0\lambda_0 N^2 D l}{2\pi^2 p} \frac{(-1)^{h+f}}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|1 \pm 6f|} \cdot \right. \\
 & \cdot \left[\frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) \int_0^{2\pi} e^{-j(2 \pm 6h \pm 6f)p\alpha} d\alpha \right\} + \frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) \check{\mathbf{i}}(t) \int_0^{2\pi} e^{j(\pm 6h \mp 6f)p\alpha} d\alpha \right\} \right] + \\
 & + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{9\mu_0\lambda_0 N^2 D l}{2\pi^2 p} \frac{(-1)^{h+f}}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|1 \pm 6f|} \cdot \\
 & \cdot \left[\frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) e^{-j2p\theta} \int_0^{2\pi} e^{-j(\pm 6h \pm 6f)p\alpha} d\alpha \right\} + \frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) \check{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} \int_0^{2\pi} e^{j(-2 \pm 6h \mp 6f)p\alpha} d\alpha \right\} \right] + \\
 & + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{9\mu_0\lambda_0 N^2 D l}{2\pi^2 p} \frac{(-1)^{h+f}}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|1 \pm 6f|} \cdot \\
 & \cdot \left[\frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) e^{j2p\theta} \int_0^{2\pi} e^{-j(4 \pm 6h \pm 6f)p\alpha} d\alpha \right\} + \frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) \check{\mathbf{i}}(t) e^{-j2p\theta} \int_0^{2\pi} e^{j(2 \pm 6h \mp 6f)p\alpha} d\alpha \right\} \right] \Bigg\} + \\
 & + \sum_{g=0}^{\infty} \sum_{f=0}^{\infty} \frac{3NDl}{2\pi} (-1)^f \xi_{|1 \pm 6f|} \mathbf{B}_{r(2g+1)} \cdot \\
 & \cdot \left[\frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(2g+1)p\theta} \int_0^{2\pi} e^{j(2g \mp 6f)p\alpha} d\alpha \right\} + \frac{1}{2} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{j(2g+1)p\theta} \int_0^{2\pi} e^{-j(2+2g \pm 6f)p\alpha} d\alpha \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

si può dimostrare che la (2.55) può essere ridotta come segue

$$\begin{aligned}
 M_e(t) = & \frac{3}{2} p \left[\sum_{h=0}^{\infty} \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N^2 D l}{\pi p^2} \frac{\xi_{|1 \pm 6h|} \xi_{|-1 \pm 6h|}}{1 \pm 6h} \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) e^{-j2p\theta} \right\} + \right. \\
 & \left. + \sum_{g=0}^{\infty} (-1)^g \frac{NDl}{p} \xi_{|1 \pm 6g|} \mathbf{B}_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6g)p\theta} \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

Se ora si introducono le quantità espresse dalla (2.40) e dalla (2.41) si ottiene in definitiva

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p L_{m1} \cdot \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) e^{-j2p\theta} \right\} + \frac{3}{2} p \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6g)p\theta} \right\} \tag{2.57}$$

dove

$$L_{m1}' = \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \sum_{h=0}^{\infty} (-1 \pm 6h) L_{m|1 \pm 6h|} \frac{\xi_{|-1 \pm 6h|} (1 \pm 6h)}{\xi_{|1 \pm 6h|} (-1 \pm 6h)} \quad (2.58)$$

7 Riporto delle principali grandezze nel sistema di riferimento di rotore

Si è già visto nel § 1 come, attraverso la (2.1) sia possibile riportare una grandezza distribuita dal riferimento solidale allo statore al riferimento solidale al rotore e viceversa. Resta da determinare come riportare da un riferimento all'altro una quantità vettoriale complessa come i componenti simmetrici.

A tal fine, se si considera che se la generica fase k rispetto al riferimento di statore è sfasata di un angolo pari a $(k-1)2\pi/3p$, sarà sfasata rispetto al riferimento di rotore, in base alla (2.1), di un angolo pari a $(k-1)2\pi/3p - \theta$, si può, ad esempio, modificare l'espressione (2.16) del componente simmetrico di corrente come segue

$$\begin{aligned} \mathbf{i}(t) &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{j\frac{2\pi}{3}(k-1)} = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{j p \left[\frac{2\pi}{3p}(k-1) - \theta + \theta \right]} = \\ &= e^{j p \theta} \frac{2}{3} \sum_{k=1}^3 i_k(t) e^{j \left[\frac{2\pi}{3}(k-1) - p\theta \right]} = \mathbf{i}^r(t) e^{j p \theta} \end{aligned} \quad (2.59)$$

è facile notare come nell'espressione del vettore $\mathbf{i}^r(t)$, detto *componente simmetrico di corrente riportato al rotore*, si faccia riferimento alla posizione spaziale delle k fasi riportata nel riferimento di rotore, si è cioè riportato il componente simmetrico di corrente in tale riferimento.

Dalla (2.58) discende quindi che per riportare una generica grandezza vettoriale $\mathbf{z}(t)$ dal riferimento di statore a quello di rotore va applicata la seguente trasformazione

$$\mathbf{z}^r(t) = \mathbf{z}(t) e^{-j p \theta} \quad (2.60)$$

7.1 Riporto della distribuzione di induzione al traferro risultante

Per quanto riguarda il riporto della distribuzione di induzione totale basta sostituire la (2.1) nella (2.23) ottenendo:

$$\begin{aligned}
 B(\beta, t) = & \sum_{h=0}^{\infty} \left[\frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6h)p\beta} e^{-j(1 \pm 6h)p\theta} \right\} + \right. \\
 & + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(-1 \pm 6h)p\beta} e^{-j(1 \pm 6h)p\theta} \right\} + \\
 & \left. + \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} \frac{3\mu_0\lambda_0 N}{\pi p} \frac{(-1)^h}{1 \pm 6h} \xi_{|1 \pm 6h|} \Re \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(3 \pm 6h)p\beta} e^{-j(1 \pm 6h)p\theta} \right\} \right] + \\
 & + \sum_{g=0}^{\infty} B_{r(2g+1)} \Re \left\{ e^{j(2g+1)p\beta} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

7.2 Riporto della equazione di equilibrio elettrico

Applicando la (2.60) ad entrambi i membri della (2.50) si riporta l'equazione di equilibrio elettrico

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}(t) e^{-jp\theta} = & R \mathbf{i}(t) e^{-jp\theta} + L_s \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} e^{-jp\theta} + L_{1m} \frac{d\check{\mathbf{i}}(t)}{dt} e^{jp\theta} + \\
 & + j2p\omega_r L_{1m} \check{\mathbf{i}}(t) e^{jp\theta} + \sum_{g=0}^{\infty} j(1 \pm 6g)p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} e^{\pm j6gp\theta}
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

Avendo presente che valgono le seguenti relazioni

$$\frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} e^{-jp\theta} = \frac{d(\mathbf{i}(t) e^{-jp\theta})}{dt} + jp\omega_r \mathbf{i}(t) e^{-jp\theta} = \frac{d\mathbf{i}^r(t)}{dt} + jp\omega_r \mathbf{i}^r(t) \tag{2.63}$$

$$\frac{d\check{\mathbf{i}}(t)}{dt} e^{jp\theta} = \frac{d(\check{\mathbf{i}}(t) e^{jp\theta})}{dt} - jp\omega_r \check{\mathbf{i}}(t) e^{jp\theta} = \frac{d\check{\mathbf{i}}^r(t)}{dt} - jp\omega_r \check{\mathbf{i}}^r(t) \tag{2.64}$$

Si può riscrivere la (2.62) come segue

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^r(t) = & \mathbf{R}\mathbf{i}^r(t) + L_s \frac{d\mathbf{i}^r(t)}{dt} + jp\omega_r L_s \mathbf{i}^r(t) + L_{1m} \frac{d\tilde{\mathbf{i}}^r(t)}{dt} + \\ & + jp\omega_r L_{1m} \tilde{\mathbf{i}}^r(t) + \sum_{g=0}^{\infty} j(1 \pm 6g) p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} e^{\pm j6gp\theta} \end{aligned} \quad (2.65)$$

Se ora si introducono le quantità

$$L_d = L_s + L_{1m} \quad (2.66)$$

$$L_q = L_s - L_{1m} \quad (2.67)$$

dette rispettivamente *coefficiente di induzione di asse diretto* e *di asse quadratura*, indicando rispettivamente col pedice d e col pedice q le parti reali e le parti immaginarie dei vettori complessi, si possono riscrivere separatamente la parte reale e la parte immaginaria della (2.65).

Per la parte reale si ottiene

$$\begin{aligned} v_d(t) = & R i_d(t) + L_s \frac{d i_d(t)}{dt} - p\omega_r L_s i_q(t) + L_{1m} \frac{d i_d(t)}{dt} + p\omega_r L_{1m} i_q(t) + \\ & - \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} = \\ = & R i_d(t) + (L_s + L_{1m}) \frac{d i_d(t)}{dt} - p\omega_r (L_s - L_{1m}) i_q(t) + \\ & - \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} = \\ = & R i_d(t) + L_d \frac{d i_d(t)}{dt} - p\omega_r L_q i_q(t) - \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} \end{aligned} \quad (2.68)$$

Mentre per la parte immaginaria si ha

$$\begin{aligned}
 v_q(t) &= R i_q(t) + L_s \frac{d i_q(t)}{dt} + p \omega_r L_s i_d(t) + \\
 &\quad - L_{1m} \frac{d i_q(t)}{dt} + p \omega_r L_{1m} i_d(t) + \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p \omega_r \Phi_{r| \pm 6g} \Re \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} = \\
 &= R i_q(t) + (L_s - L_{1m}) \frac{d i_q(t)}{dt} + p \omega_r (L_s + L_{1m}) L_s i_d(t) + \quad (2.69) \\
 &\quad + \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p \omega_r \Phi_{r| \pm 6g} \Re \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} = \\
 &= R i_q(t) + L_q \frac{d i_q(t)}{dt} - p \omega_r L_d i_d(t) + \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p \omega_r \Phi_{r| \pm 6g} \Re \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\}
 \end{aligned}$$

7.3 Riporto della espressione del momento della coppia elettromagnetica

In maniera analoga a quanto fatto con l'equazione di equilibrio elettrico, applicando la (2.60) alla (2.58) si riporta l'espressione del momento elettromagnetico

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p L_{ml} \Im \left\{ i^{r2}(t) \right\} + \frac{3}{2} p \Phi_{r1} \Im \left\{ i^r(t) \right\} + \frac{3}{2} p \sum_{g=1}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r| \pm 6g} \Im \left\{ i^r(t) e^{\pm j6gp\theta} \right\} \quad (2.70)$$

considerando che

$$\begin{aligned}
 \Im \left\{ i^{r2}(t) \right\} &= \Im \left\{ \left(i_d(t) + j i_q(t) \right)^2 \right\} = \Im \left\{ i_d^2(t) - i_q^2(t) + 2j i_d(t) i_q(t) \right\} = 2i_d(t) i_q(t) \\
 \Im \left\{ i^r(t) \right\} &= \Im \left\{ i_d(t) + j i_q(t) \right\} = i_q(t)
 \end{aligned}$$

si ottiene in definitiva

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p L_{ml} i_d(t) i_q(t) + \frac{3}{2} p \Phi_{r1} i_q(t) + \frac{3}{2} p \sum_{g=1}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r| \pm 6g} \Im \left\{ i(t) e^{\pm j6gp\theta} \right\} \quad (2.71)$$

8. Particolarizzazione del modello per una macchina isotropa e nel caso di trascurabilità delle armoniche di ordine superiore della distribuzione di induzione

Vengono di seguito riepilogate rispettivamente l'equazione vettoriale di equilibrio elettrico del circuito di statore e l'equazione del momento della coppia elettromagnetica, espresse nel riferimento di statore

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) = & \mathbf{R}\mathbf{i}(t) + L_s \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + L_{1m} \frac{d\check{\mathbf{i}}(t)}{dt} e^{j2p\theta} + \\ & + j2p\omega_r L_{1m} \check{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} + \sum_{g=0}^{\infty} j(1 \pm 6g)p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} e^{j(1 \pm 6g)p\theta} \end{aligned}$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p L_{m1} \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) e^{-j2p\theta} \right\} + \frac{3}{2} p \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6g)p\theta} \right\}$$

Vengono altrettanto riepilogate le stesse equazioni riportate nel riferimento di rotore, in particolare l'equazione di equilibrio elettrico del circuito di statore è espressa nelle due componenti risp. di asse diretto e asse quadratura

$$v_d(t) = R i_d(t) + L_d \frac{di_d(t)}{dt} - p\omega_r L_q i_q(t) - \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\}$$

$$v_q(t) = R i_q(t) + L_q \frac{di_q(t)}{dt} + p\omega_r L_d i_d(t) + \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p\omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Re \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\}$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p L_{m1} i_d(t) i_q(t) + \frac{3}{2} p \Phi_{r1} i_q(t) + \frac{3}{2} p \sum_{g=1}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{\pm j6gp\theta} \right\}$$

8.1 Riduzione al caso di una macchina isotropa

Nel caso la macchina sia isotropa si ha che $\lambda_1=0$ oppure, del tutto analogamente, $L_d=L_q$, per cui le equazioni nel riferimento di statore si riducono come segue

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{R}\mathbf{i}(t) + L_s \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + \sum_{g=0}^{\infty} j(1 \pm 6g) p \omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} e^{j(1 \pm 6g)p\theta} \quad (2.72)$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-j(1 \pm 6g)p\theta} \right\} \quad (2.73)$$

mentre nel riferimento di rotore si riducono come segue

$$v_d(t) = R i_d(t) + L \frac{di_d(t)}{dt} - p \omega_r L i_q(t) - \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p \omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} \quad (2.74)$$

$$v_q(t) = R i_q(t) + L \frac{di_q(t)}{dt} - p \omega_r L i_d(t) + \sum_{g=0}^{\infty} (1 \pm 6g) p \omega_r \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Re \left\{ e^{\pm j6gp\theta} \right\} \quad (2.75)$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p \Phi_{r1} i_q(t) + \frac{3}{2} p \sum_{g=1}^{\infty} (1 \pm 6g) \Phi_{r|1 \pm 6g|} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{\pm j6gp\theta} \right\} \quad (2.76)$$

8.2 Riduzione del modello alla presenza della sola prima armoniche della distribuzione di induzione al traferro

Nel caso si voglia considerare la sola presenza della prima armonica di induzione al traferro, ipotesi lecita quando ad esempio la macchina è del tipo AC-brushless ovvero a campo sinusoidale, occorre che nelle sommatorie negli indici h e g vadano valutati unicamente i primi termini, cioè quelli che si ottengono con h=0 e g=0. Per una macchina anisotropa si ha che l'equazioni di equilibrio delle tensioni

di statore e l'espressione del momento della coppia elettromagnetica nel riferimento di statore sono rispettivamente le seguenti

$$\mathbf{v}(t) = R\mathbf{i}(t) + L_s \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + L_{1m} \frac{d\tilde{\mathbf{i}}(t)}{dt} e^{j2p\theta} + j2p\omega_r L_{1m} \tilde{\mathbf{i}}(t) e^{j2p\theta} + jp\omega_r \Phi_{r1} e^{jp\theta} \quad (2.77)$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p \frac{\lambda_1}{2\lambda_0} L_{m1} \Im \left\{ \mathbf{i}^2(t) e^{-j2p\theta} \right\} + \frac{3}{2} p \Phi_{r1} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-jp\theta} \right\} \quad (2.78)$$

cui corrispondono le seguenti equazioni nel riferimento di rotore

$$v_d(t) = R i_d(t) + L_d \frac{di_d(t)}{dt} - p\omega_r L_q i_q(t) \quad (2.79)$$

$$v_q(t) = R i_q(t) + L_q \frac{di_q(t)}{dt} - p\omega_r L_d i_d(t) + p\omega_r \Phi_{r1} \quad (2.80)$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d(t) i_q(t) + \frac{3}{2} p \Phi_{r1} i_q(t) \quad (2.81)$$

Per una macchina isotropa invece si ha che l'equazioni di equilibrio delle tensioni di statore e l'espressione del momento della coppia elettromagnetica nel riferimento di statore sono rispettivamente le seguenti

$$\mathbf{v}(t) = R\mathbf{i}(t) + L_s \frac{d\mathbf{i}(t)}{dt} + jp\omega_r \Phi_{r1} e^{jp\theta} \quad (2.82)$$

$$M_e(t) = \frac{3}{2} p \Phi_{r1} \Im \left\{ \mathbf{i}(t) e^{-jp\theta} \right\} \quad (2.83)$$

cui corrispondono le seguenti equazioni nel riferimento di rotore

$$v_d(t) = R i_d(t) + L \frac{di_d(t)}{dt} - p\omega_r L i_q(t) \quad (2.84)$$

$$v_q(t) = R i_q(t) + L \frac{di_q(t)}{dt} - p \omega_r L i_d(t) + p \omega_r \Phi_{r1} \quad (2.85)$$

$$M_{el}(t) = \frac{3}{2} p \Phi_{r1} i_q(t) \quad (2.86)$$

Cap. III Algoritmo di controllo in corrente per azionamenti con motori AC-brushless ottimizzato per la massimizzazione del momento della coppia elettromagnetica

Viene qui proposto un algoritmo di controllo in corrente per azionamenti impieganti macchine di tipo *AC-brushless*; in particolare l'algoritmo è ottimizzato per la *massimizzazione del momento della coppia elettromagnetica rispetto alla corrente assorbita dalla macchina*, compatibilmente con i vincoli e le restrizioni che si impongono nelle varie condizioni operative dell'azionamento. La finalità dell'utilizzo di un siffatto algoritmo può essere quella di ottenere la maggiore potenza possibile da una macchina di fissate dimensioni e caratteristiche.

L'algoritmo è sviluppato sulla base delle equazioni del modello matematico della macchina riferito ad un sistema di coordinate solidale al rotore della macchina; tale scelta è basata sulla relativa semplicità con cui in tale riferimento è possibile esprimere le relazioni intercorrenti tra le varie grandezze elettromeccaniche e quindi per rendere il meno complesso possibile l'algoritmo di controllo stesso. Si farà inoltre riferimento alle condizioni di funzionamento in regime stazionario, in quanto lo scopo dell'algoritmo è quello di fornire i riferimenti che permettano il funzionamento dell'azionamento in condizioni di regime stazionario, lasciando che sia poi il sistema di controllo costruito intorno ad esso a guidare in modo appropriato la dinamica dell'azionamento. Questa ulteriore ipotesi consente di trascurare la presenza di eventuali termini differenziali nelle equazioni conseguendo dunque una notevole semplificazione delle relazioni che caratterizzano l'algoritmo di controllo.

Si inizierà a sviluppare l'algoritmo di controllo nel caso più semplice di avere una *macchina isotropa*, passando poi ad estendere i medesimi concetti al caso, decisamente più complesso, di avere una *macchina anisotropa*.

1. **Analisi delle equazioni del modello stazionario di una macchina AC-brushless isotropa, definizione dell'algoritmo di controllo, influenza dei vincoli caratteristici dell'azionamento**

Le equazioni che descrivono il comportamento in regime stazionario di una macchina AC-Brushless isotropa sono le seguenti:

$$v_d = R i_d - p \omega_r L i_q \quad (3.1)$$

$$v_q = R i_q + p \omega_r L i_d + p \omega_r \Phi_r \quad (3.2)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p \Phi_r i_q \quad (3.3)$$

Le prime due equazioni esprimono la proiezione rispettivamente sull'asse diretto e sull'asse in quadratura della condizione di equilibrio elettrico delle tensioni di statore, l'ultima è l'espressione del momento della coppia elettromagnetica che in condizioni di regime è pari al valore del momento della coppia resistente; le grandezze che appaiono nelle equazioni sono le seguenti

- v_d componente del vettore di tensione secondo l'asse diretto
- v_q componente del vettore di tensione secondo l'asse in quadratura
- i_d componente del vettore di corrente secondo l'asse diretto
- i_q componente del vettore di corrente secondo l'asse in quadratura
- R resistenza di fase di statore
- L coefficiente di autoinduzione di statore
- Φ_r flusso magnetico dei magneti permanenti concatenato con lo statore
- p numero di coppie polari
- ω_r velocità di rotazione meccanica del rotore
- M_e momento della coppia elettromagnetica
- M_r momento della coppia resistente

1.1 Definizione dell'algoritmo di controllo

Osservando l'espressione (3.3) del momento della coppia elettromagnetica si nota come ci sia una dipendenza lineare della coppia elettromagnetica M_e dal valore del componente i_q del vettore corrente, si potrebbe quindi pensare di ricavare direttamente, invertendo la (3.3), dal valore di riferimento M_e^* per il momento della coppia il corrispondente valore di riferimento i_q^* del componente d'asse quadratura del vettore corrente scegliendo poi, con una opportuna strategia di controllo, il valore di riferimento i_d^* del componente d'asse diretto del vettore corrente, realizzando dunque un controllo

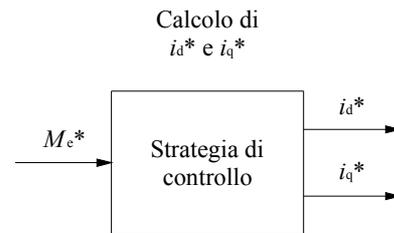


fig. 3.1 – Schema a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo di tipo feed-forward

di tipo feed-forward in coppia. Questo metodo, esemplificato in fig. 3.1, seppur molto semplice, presenta l'inconveniente che per un funzionamento sufficientemente preciso dello algoritmo di controllo è necessario conoscere con sufficiente precisione i parametri elettrici della macchina, in qualunque sua condizione operativa, cosa non sempre facile da ottenere e che può richiedere la presenza di ulteriori algoritmi di stima dei parametri elettrici.

Se ora si osserva che il legame tra la componente i_q del vettore corrente ed il momento della coppia elettromagnetica M_{el} è di tipo continuo e monotono, si può pensare di ricavare il valore di riferimento i_q^* del componente d'asse quadratura del vettore corrente tramite un appropriato regolatore di coppia che elabori un segnale d'errore ε_M del momento della coppia elettromagnetica, generato dal confronto tra il valore di riferimento M_e^* ed il valore stimato \hat{M}_e effettivamente sviluppato dalla macchina. Si tratta quindi di realizzare il controllo in retroazione del momento della coppia elettromagnetica, che è sicuramente più robusto nei confronti di variazioni dei parametri caratteristici, a patto che sia adeguatamente curata l'implementazione dell'anello di retroazione, ossia dello stimatore di coppia, in particolare occorre fare in modo che la stima della coppia dipenda in modo quanto più marginale possibile dai parametri elettrici della macchina. Il valore di riferimento i_d^* del componente d'asse diretto del vettore corrente può

poi essere ricavato a partire da i_q^* in base ad una opportuna strategia di controllo. In fig. 3.2 è rappresentato uno schema a blocchi di principio di siffatto algoritmo di controllo, si è ipotizzato di utilizzare un regolatore di tipo proporzionale-integrale e che la stima della coppia venga fatta a partire dai valori misurati delle componenti i_d e i_q del vettore corrente.

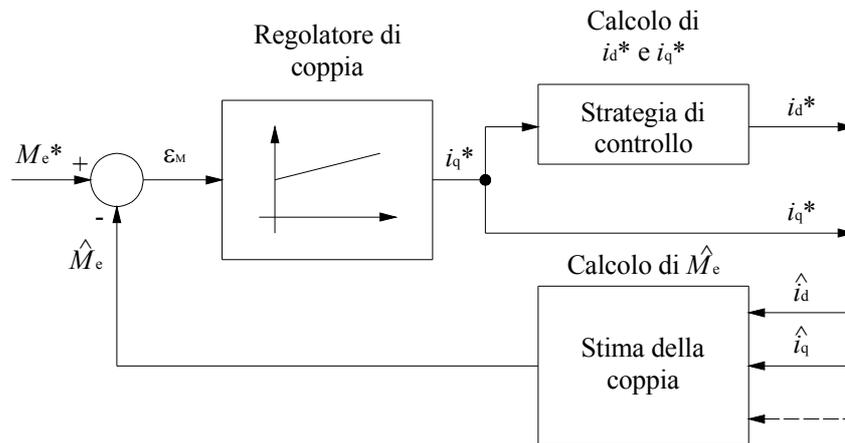


fig. 3.2 – Schema a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo con retroazione della coppia

1.2 Vincoli caratteristici di un azionamento AC-brushless isotropo

Come per tutti gli azionamenti alimentati da convertitori statici esistono dei valori limite per la corrente ed la tensione che non vanno oltrepassati pena il malfunzionamento se non la rottura della macchina oppure dei dispositivi elettronici costituenti il convertitore. In particolare si hanno limitazioni per i seguenti motivi:

- I dispositivi a semiconduttori che costituiscono il convertitore sono caratterizzati da ben definiti valori di corrente massima e di tensione di polarizzazione inversa che non devono essere superati per evitare la rottura degli stessi.
- Come per altri tipi di macchina, anche la macchina AC-brushless può essere dotata di un certo grado di sovraccaricabilità in corrente mentre la tensione applicabile è limitata dalla tensione di isolamento della macchina.
- Va inoltre considerata la presenza di cause di non linearità nella macchina quali i fenomeni di saturazione magnetica oppure di smagnetizzazione dei magneti permanenti.

È dunque necessario nel definire la strategia di controllo che si tenga conto delle limitazioni appena menzionate. Nello specifico la limitazione sulla corrente massima ammissibile dai componenti del convertitore e dalla macchina impone che il modulo della corrente non superi un valore limite ben specifico

$$I_1 \geq i \quad (3.4)$$

dove:

- i modulo del vettore corrente
- I_1 corrente limite

Se per l'azionamento è prevista la possibilità di funzionare per determinati periodi di tempo in condizioni di sovraccarico il valore della corrente limite I_1 può essere adeguato dall'algoritmo in modo da assecondare tale esigenza.

Le limitazioni che si hanno invece sulla tensione di polarizzazione inversa ammissibile dai componenti del convertitore e sulla tensione di isolamento dalla macchina impongono che il modulo della tensione non superi un valore limite ben specifico

$$V_1 \geq v \quad (3.5)$$

dove:

- v modulo del vettore tensione
- V_1 tensione limite

Per evitare l'insorgere di fenomeni di saturazione magnetica occorre fare in modo che il flusso concatenato di statore non superi il valore nominale, valore oltre il quale tipicamente inizia a manifestarsi la saturazione magnetica

$$\Phi_{sn} \geq \phi_s \quad (3.6)$$

dove

- Φ_s modulo del vettore flusso concatenato di statore
- Φ_{sn} flusso magnetico concatenato con lo statore nominale

detti quindi

$$\Phi_{sd} = Li_d + \Phi_r \quad (3.7)$$

$$\Phi_{sq} = Li_q \quad (3.8)$$

rispettivamente il componente di asse diretto e di asse quadratura del flusso concatenato di statore, si può evidenziare il legame tra questo vincolo e i componenti del vettore corrente

$$\Phi_{sn} \geq \sqrt{\Phi_{sd}^2 + \Phi_{sq}^2} = \sqrt{(Li_d + \Phi_r)^2 + (Li_q)^2} \quad (3.9)$$

Per proteggere la macchina dalla smagnetizzazione dei magneti permanenti si deve fare in modo che la componente di asse diretto della corrente non produca un flusso magnetico tale da indebolire il flusso magnetico e quindi il campo magnetico prodotti dai magneti permanenti oltre un valore per il quale si ha la smagnetizzazione permanente

$$Li_d \geq -k_s \Phi_r \quad (3.10)$$

dove

- $k_s \in [0,1]$ fattore di smagnetizzazione

Tale fattore tiene conto delle caratteristiche intrinseche dei magneti permanenti e dà la possibilità di poter annullare completamente il campo prodotto dai magneti permanenti, quando posto uguale a 1, oppure di non consentire affatto la smagnetizzazione, quando posto uguale a 0.

Esplicitando i moduli i e v in funzione delle loro componenti nel riferimento di rotore, le (3.4) e (3.5) possono essere riscritte rispettivamente come segue

$$I_1 \geq \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \quad (3.11)$$

$$V_1 \geq \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \quad (3.12)$$

Se ora si sostituiscono la (3.1) e la (3.2) nella (3.11) e si considera che per i valori di velocità di rotazione a cui si presenta il problema di avere un limite sulla tensione, il valore della resistenza dell'avvolgimento è trascurabile rispetto al valore che assumono le reattanze d'asse diretto e d'asse quadratura, nella (3.1) e nella (3.2) risultano trascurabili i termini di caduta di tensione sulla resistenza; per cui si può scrivere

$$V_1 \geq p\omega_r \sqrt{(Li_d + \Phi_r)^2 + (Li_q)^2} \quad (3.13)$$

osservando la (3.12) si nota come, in funzione della velocità di rotazione, la limitazione sulla tensione si trasformi in una ulteriore limitazione sui componenti del vettore corrente. Si è dunque visto che i vincoli espressi dalle (3.4), (3.5), (3.6) e (3.10) sono tutti legati ai valori dei componenti del vettore corrente, in particolare costituiscono delle restrizioni alla possibilità di variazione dei componenti del vettore corrente e queste si rifletteranno ovviamente anche sulla coppia elettromagnetica.

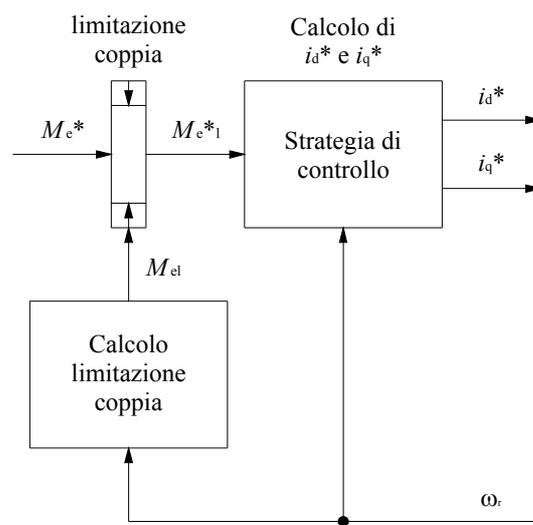


fig. 3.3 – Schema a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo feed-forward con blocco di limitazione della coppia

Occorre dunque modificare opportunamente le strategie di controllo e inoltre inserire un opportuno blocco di limitazione della coppia (M_{el} valore limite per la coppia) e, nel caso dell'algoritmo con retroazione di coppia, anche un blocco di limitazione della componente di asse quadratura del vettore corrente (i_{ql} valore limite per la coppia). Tanto i blocchi di limitazione quanto la strategia di controllo vanno adattati in funzione della velocità di rotazione. In fig. 3.3 è riportato lo schema a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo di tipo feed-forward modificato per introdurre la presenza del blocco di limitazione della coppia e della dipendenza di quest'ultimo e della strategia di controllo dalla velocità di rotazione. In fig. 3.4 è invece riportato lo schema a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo con retroazione di coppia modificato per introdurre la presenza del blocco di limitazione della coppia, del blocco di limitazione del componente di asse quadratura del vettore corrente e della dipendenza di questi ultimi e della strategia di controllo dalla velocità di rotazione.

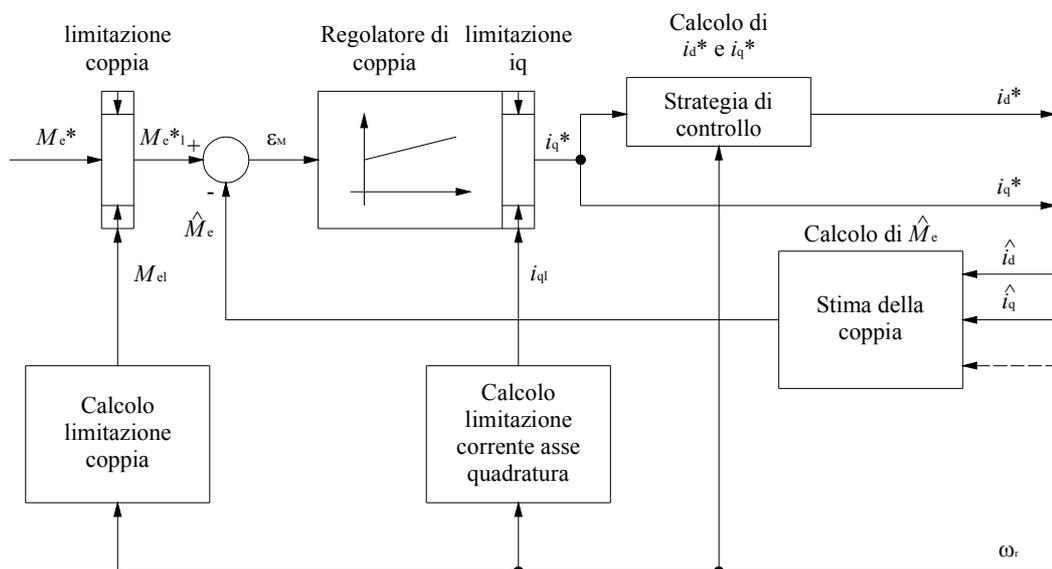


fig. 3.4 – Schema a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo con retroazione della coppia e con blocchi di limitazione della coppia e del componente di asse quadratura del vettore corrente

2. Modalità di rappresentazione grafica delle relazioni caratteristiche dell'algoritmo di controllo

Nei par. 1.1 e 1.2 si è visto che l'algoritmo di controllo fornisce al sistema di controllo dei valori di riferimento per i componenti i_d ed i_q del vettore corrente, che sono le effettive *grandezze da controllare*, e inoltre le relazioni caratterizzanti l'algoritmo di controllo che sono state definite e le altre che si andrà a definire nel seguito dipendono sempre da i_d ed i_q . Si definisca dunque un opportuno piano cartesiano, detto *piano di controllo*, sul quale si riportano in ascissa i valori di i_d ed in ordinata i valori di i_q . Tale piano può essere usato, al fine di favorire la comprensione delle modalità secondo cui opera l'algoritmo di controllo, per interpretare graficamente le relazioni analitiche che caratterizzano l'algoritmo di controllo come le equazioni di diversi luoghi geometrici nelle variabili i_d ed i_q . Riscrivendo ad esempio l'espressione del momento della coppia elettromagnetica (3.3) nella seguente forma

$$i_q = \frac{M_e}{\frac{3}{2}p\Phi_r} \quad (3.14)$$

si ottiene un'espressione che fornisce il valore del componente i_q del vettore corrente per il quale viene sviluppata la coppia M_e , che è inoltre del tutto indipendente dal valore che assume i_d ; tale espressione nel piano di controllo rappresenta l'equazione di una retta parallela all'asse delle ascisse intersecante l'asse delle ordinate per un valore dell'ordinata pari a quello espresso dalla (3.14) (cfr. fig. 3.5).

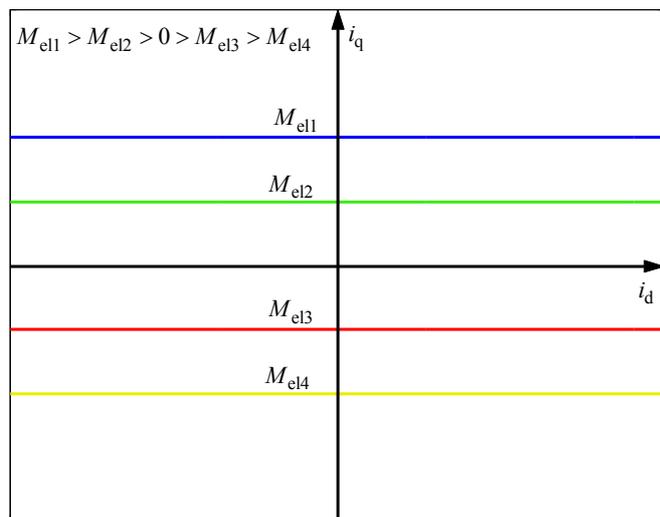


fig. 3.5 – Rappresentazione grafica dell'eq. (13) per alcuni valori del momento della coppia elettromagnetica

Si può così notare che esistono infinite coppie ordinate di valori (i_d, i_q) per i quali la macchina sviluppa una determinata coppia, verrà in seguito mostrato come ciò può essere vantaggiosamente sfruttato per ottimizzare l'algoritmo di controllo. L'espressione del limite di corrente (3.11), presa con il segno di uguaglianza, è l'equazione di una circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio I_l ; il segno della disuguaglianza individua l'area racchiusa da tale circonferenza. L'espressione del limite di tensione (3.13), presa sempre col segno di uguaglianza, è invece l'equazione di una circonferenza di centro $(-\Phi_r/L, 0)$ e raggio $V_l/p\omega_r L$, quindi inversamente proporzionale alla velocità di rotazione; il segno della disuguaglianza indica l'area racchiusa da tale circonferenza. L'espressione del limite di saturazione (3.9), ancora presa col segno di uguaglianza, è l'equazione di una circonferenza di centro $(-\Phi_r/L, 0)$ e raggio Φ_{sn}/L ; il segno della disuguaglianza individua l'area racchiusa da tale circonferenza. Infine l'espressione del limite di smagnetizzazione (3.10), presa col segno di uguaglianza è l'equazione di una retta parallela all'asse delle ordinate e intersecante l'asse delle ascisse per un valore dell'ascissa pari a $-k_s \Phi_r/L$; il segno della disuguaglianza determina l'area del semipiano alla destra di tale retta. La fig. 3.6 rappresenta alcuni di tali luoghi geometrici.

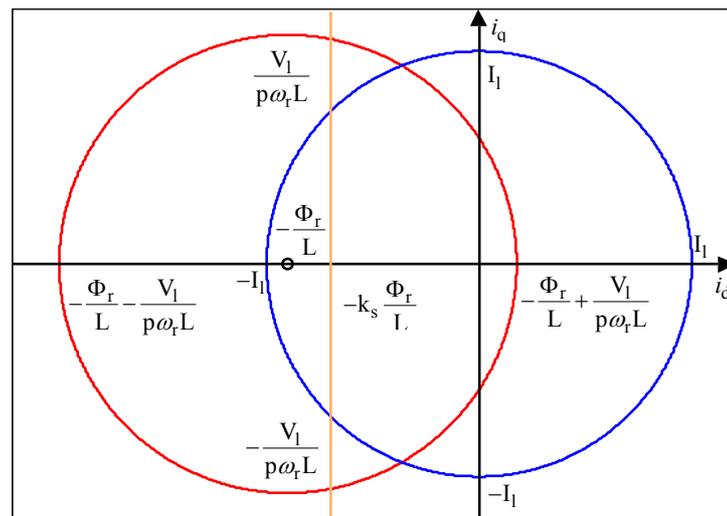


fig. 3.6 – Rappresentazione grafica dell'eq. (11) del limite di corrente, in blu, dell'eq. (13) del limite di tensione (per un generico valore di velocità), in rosso e della equazione del limite di smagnetizzazione (9) in arancione

La fig. 3.7 invece rappresenta il limite di corrente ed il limite di tensione per alcuni valori della velocità di rotazione.

La presenza dei vincoli impone che la coppia ordinata (i_d, i_q) ricada in siffatte aree o al più sul loro perimetro, in particolare che ricada nell'intersezione di queste aree o al più

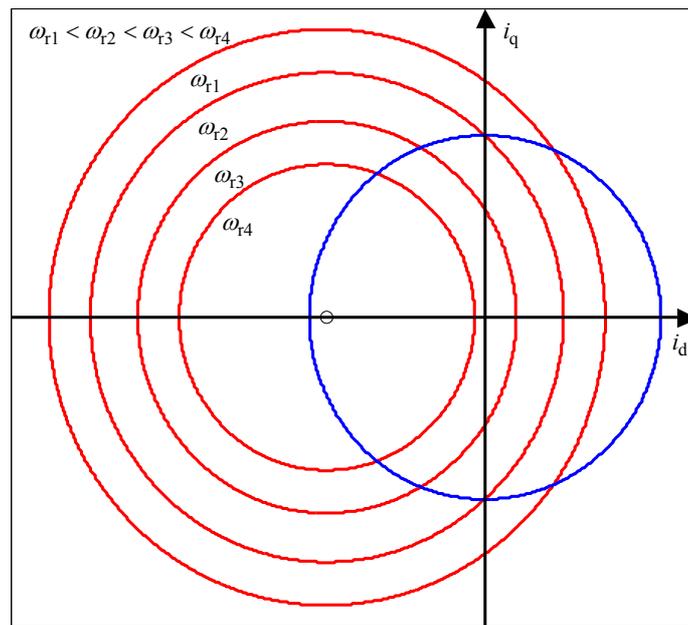


fig. 3.7 – Rappresentazione del limite di corrente, in blu, e del limite di tensione, in rosso, per alcuni valori della velocità di rotazione

sul relativo perimetro, dovendo essere sempre soddisfatte contemporaneamente tutte le condizioni di vincolo. A tale intersezione di aree viene dato il nome di *area operativa*. È da notare come le espressioni del limite di tensione e del limite di saturazione siano sostanzialmente simili, consistendo l'unica differenza nel fatto che mentre il raggio primo risulta inversamente proporzionale alla velocità di rotazione, il secondo ha raggio fisso. Esiste dunque un valore della velocità di rotazione, detto *velocità di rotazione limite di saturazione* ω_{rsat} , per il quale il limite di tensione e quello di saturazione vengono a sovrapporsi, tale valore si ottiene da un confronto fra la (3.9) e la (3.13) prese col segno di uguaglianza

$$\omega_{rsat} = \frac{V_1}{p\Phi_{sn}} \quad (3.15)$$

Per valori di velocità di rotazione inferiori a ω_{rsat} il limite di smagnetizzazione è all'interno del limite di velocità, quindi l'intersezione delle due aree coincide con l'area racchiusa dal limite di smagnetizzazione, per valori superiori si ha invece che l'intersezione coincide con l'area interna al limite di tensione. In base a quanto appena visto si può inglobare il vincolo sul limite di saturazione in quello del

limite di tensione facendo in modo che per velocità di rotazione inferiori o uguali a ω_{rsat} quest'ultimo sia fisso e segua quanto espresso dalla (3.9), mentre per velocità superiori a ω_{rsat} segua quanto espresso dalla (3.13). In fig. 3.8 è rappresentato un esempio di area operativa.

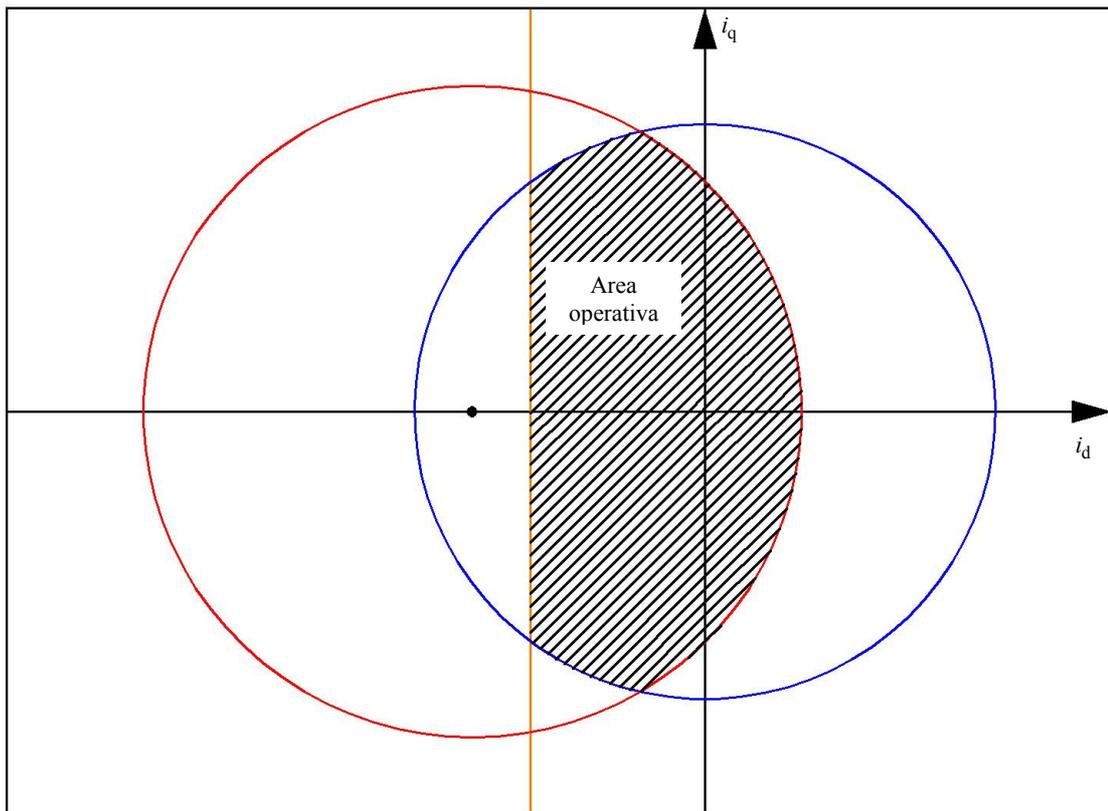


fig. 3.8 – Rappresentazione del limite di tensione e/o saturazione (rosso), del limite di corrente (blu), del limite di smagnetizzazione (arancione) e della relativa area operativa

3. Strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente

Si è osservato nel par. 1.3 come esistano infiniti valori della coppia ordinata (i_d, i_q) per i quali la macchina sviluppa sempre lo stesso valore di coppia. Si può allora fare in modo che l'algoritmo di controllo fra tutti questi valori, compatibilmente con i vincoli caratteristici, scelga quello che minimizza il valore del modulo della corrente assorbita necessaria a sviluppare un ben determinato valore di coppia; in modo che venga massimizzato il valore della coppia sviluppato dalla macchina per

unità di corrente assorbita, ottenendo di conseguenza il migliore sfruttamento possibile dell'azionamento.

Se si indicano allora con i e γ rispettivamente il modulo e la fase del vettore corrente si ha che le sue componenti nel riferimento di rotore, rappresentate in fig. 3.9, possono essere espresse come segue

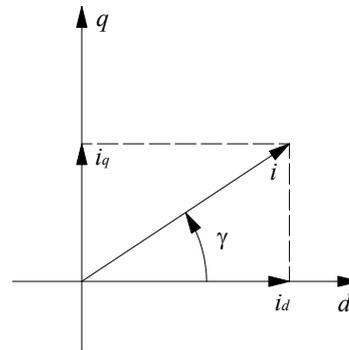


fig. 3.9 – Rappresentazione del modulo, della fase e dei componenti del vettore corrente in coordinate di rotore

$$\begin{aligned} i_d &= i \cos \gamma \\ i_q &= i \sin \gamma \end{aligned} \quad (3.16)$$

Sostituendo quindi la seconda delle (3.16) nella (3.3), si ottiene

$$M_{el} = \frac{3}{2} p \Phi_r i \sin \gamma \quad (3.17)$$

Se ora si vede la (3.17) come funzione della fase del vettore corrente si può cercare, per ogni fissato valore del modulo del vettore corrente, il valore della fase che massimizza la coppia sviluppata, ciò si ottiene calcolando il massimo della funzione espressa dalla (3.14), ovvero derivandola rispetto alla fase della corrente

$$\frac{\partial M_{el}}{\partial \gamma} = \frac{3}{2} p \Phi_r i \cos \gamma \quad (3.18)$$

ed eguagliandola a zero, ottenendo

$$\cos \gamma = 0 \quad (3.19)$$

La (3.19) esprime la condizione per la quale, qualunque sia il valore del modulo i della corrente, si ottiene il massimo della coppia, cioè proprio la condizione per la quale si massimizza la coppia per unità di corrente. Introducendo ora la (3.19) nella prima delle (3.16) si ottiene il valore i_{dm} del componente d'asse diretto del

vettore corrente per il quale viene applicata la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente

$$i_{dm} = 0 \quad (3.20)$$

vale a dire che, qualunque sia il valore di i_q fornito dal regolatore di coppia, è sufficiente che sia soddisfatta la (3.20) per far sì che sia implementata la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente.

La (3.20) si traduce graficamente col fatto che il luogo dei punti, sul piano di

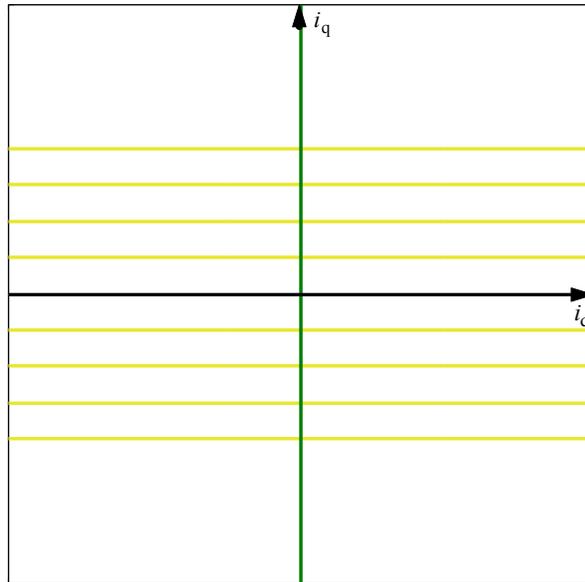


fig. 3.10 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) e dei luoghi dei punti a coppia costante (giallo)

controllo, per i quali si ottiene la massimizzazione del rapporto coppia/corrente è l'asse delle ordinate (cfr. fig. 3.10). Ora nel caso si implementi un controllo di tipo feed-forward i valori di riferimento dei componenti del vettore corrente i_d^* e i_q^* sono pari a quelli che applicano la strategia di massimizzazione i_{dm} e i_{qm} espressi a loro volta il primo dalla (3.20) il secondo dalla (3.14) nella quale figurino la coppia di riferimento

$$\begin{aligned} i_d^* &= i_{dm} = 0 \\ i_q^* &= i_{qm} = \frac{M_e^*}{\frac{3}{2}p\Phi_r} \end{aligned} \quad (3.21)$$

nel caso invece si usi il controllo con retroazione della coppia il valore di riferimento i_q^* viene fornito dal regolatore di coppia mentre il valore di riferimento i_d^* è sempre pari a i_{dm} .

3.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente

La strategia di massimizzazione della coppia ha ovviamente dei limiti di applicabilità dovuti alla presenza dei vincoli caratteristici. Si supponga inizialmente di ignorare la presenza de limite di saturazione, si ha che per velocità di rotazione sufficientemente basse si presenta una situazione come quella raffigurata in fig. 3.11, dalla quale si può desumere che, del luogo dei punti per la massimizzazione della coppia, solo il tratto racchiuso nel limite di corrente si trova nell'area operativa, si ha quindi che il valore di i_q è limitato a variare nell'intervallo $[-I_l, I_l]$, si hanno quindi per i componenti del vettore corrente e quindi, tramite la (3.3), per la coppia i seguenti *valori limite secondo la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente*

$$\begin{aligned} i_{dml} &= 0 \\ i_{qml} &= I_l \end{aligned} \tag{3.22}$$

$$M_{eml} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qml} \tag{3.23}$$

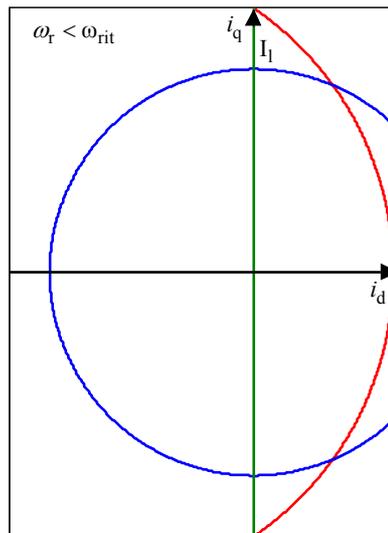


fig. 3.11 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità inferiore a quello di inizio transizione

Ciò finché la velocità di rotazione non raggiunge il valore ω_{rit} , detto *velocità di inizio transizione* (sul perché di questo attributo si tornerà in seguito), per il quale si ha l'intersezione nel medesimo punto del luogo dei punti per la massimizzazione della coppia, del limite di corrente e del limite di tensione. È semplice dedurre che il valore di ω_{rit} può essere calcolato dalla (3.13) presa con segno di uguaglianza imponendovi le condizioni (3.22) ottenendo

$$\omega_{rit} = \frac{V_1}{p\sqrt{\Phi_r^2 + L^2 I_1^2}} \quad (3.24)$$

In fig. 3.12 è rappresentata la situazione appena esposta.

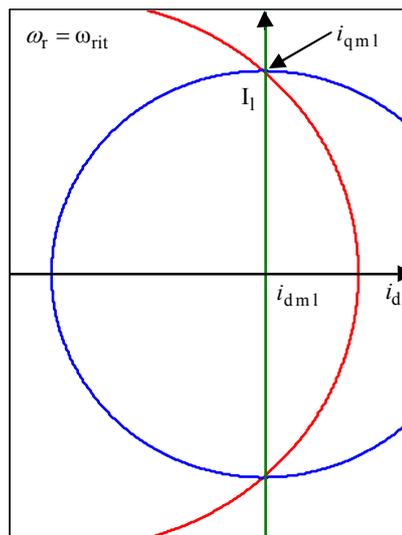


fig. 3.12 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello di inizio transizione

Per velocità superiori ad ω_{rit} si presenta la situazione di fig. 3.13, dalla quale si può evincere che, dato il restringimento dell'area operativa, la strategia di massimizzazione della coppia può essere stavolta applicata solo nel tratto delimitato dal limite di tensione, quindi il valore di i_q è limitato a variare nell'intervallo $[-i_{qt}, i_{qt}]$, dove i_{qt} , è detta *valore di transizione del componente d'asse quadratura del vettore corrente*, funzione della velocità di rotazione, è

ottenibile, considerando che il suo valore si ottiene in corrispondenza dell'intersezione del luogo dei punti per la massimizzazione della coppia col limite di tensione, imponendo la condizione (3.20) nella (3.13) presa col segno di uguaglianza; il *valore di transizione della componente d'asse diretto* coincide invece banalmente con la (3.20) si ha quindi

$$i_{dt} = 0$$

$$i_{qt} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_l}{p\omega_r}\right)^2 - \Phi_r^2}}{L} \quad (3.25)$$

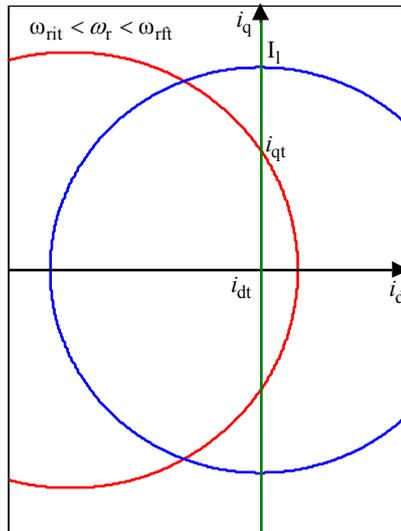


fig. 3.13 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità compreso tra quello di inizio e fine transizione

Analizzando la seconda delle (3.25) si può notare, come era facile intuire, che la i_{qt} è una funzione monotona decrescente della velocità di rotazione. Introducendo ora la seconda delle (3.25) nella (3.3) si ottiene il *valore di transizione della coppia*

$$M_{et} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qt} \quad (3.26)$$

Quando la velocità di rotazione raggiunge il valore ω_{rit} , detto *velocità di fine transizione*, come evidenziato in fig. 3.14, si ha che il luogo dei punti per la massimizzazione della coppia si interseca con il limite di tensione unicamente nell'origine degli assi, trovandosi per il resto completamente al di fuori dell'area operativa; ciò porta a dire che non è più possibile, oltre la velocità ω_{rit} , applicare la strategia di massimizzazione della coppia. Il valore di ω_{rit} è facilmente calcolabile dalla (3.10) presa con segno di uguaglianza, imponendo banalmente che si annullino entrambi i componenti del vettore corrente

$$\omega_{\text{rit}} = \frac{V_l}{p\Phi_r} \quad (3.27)$$

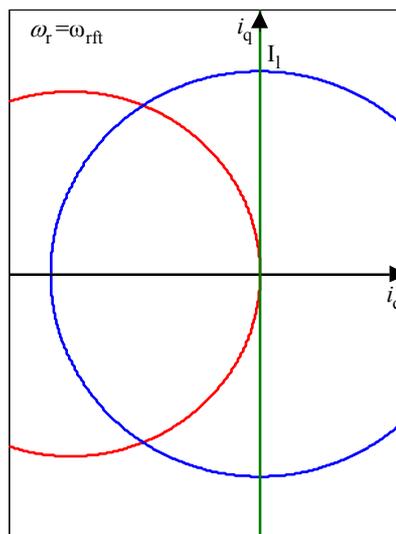


fig. 3.14 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello di fine transizione

Volendo ora considerare anche la presenza del limite di saturazione, si ricordi quanto detto nel par. 1.3, e cioè che sostanzialmente il limite di saturazione costituisce una sorta di blocco per il limite di tensione in quanto limita il raggio massimo che quest'ultimo può raggiungere.

Se questo raggio massimo, corrispondente alla velocità di rotazione ω_{rsat} , è superiore al raggio corrispondente alla velocità di rotazione ω_{rit} per il quale il limite di tensione interseca il limite di corrente e la curva di massimizzazione nel

punto (i_{dml}, i_{qml}) , ossia, ricordando che il raggio del limite di tensione è inversamente proporzionale alla velocità di rotazione, se si verifica la seguente condizione

$$\omega_{rsat} \leq \omega_{rit} \quad (3.28)$$

valgono tutte le considerazioni fin qui fatte, in caso contrario si verifica la situazione rappresentata in fig. 3.15.

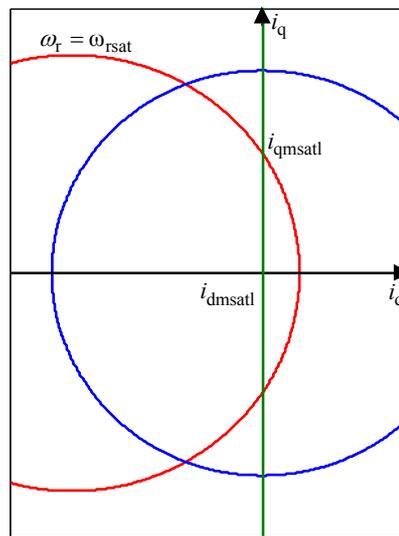


fig. 3.15 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello limite di saturazione

Se non si verifica la (3.28) il raggio massimo del limite di tensione è tale che per una velocità di rotazione inferiore o uguale a ω_{rsat} si ha sempre la situazione di fig. 3.15, quindi la curva di massimizzazione può essere seguita solo fino al punto (i_{dtsat}, i_{qtsat}) , valori, detti di *transizione in saturazione* coincidenti in pratica con i valori di transizione calcolati per ω_r pari a ω_{rsat}

$$i_{dtsat} = 0$$

$$i_{qtsat} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_l}{p\omega_{rsat}}\right)^2 - \Phi_r^2}}{L} = \frac{\sqrt{\Phi_{sn}^2 - \Phi_r^2}}{L} \quad (3.29)$$

cui corrisponde un valore di coppia pari a

$$M_{\text{etsat}} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{\text{qtsat}} \quad (3.30)$$

per valori di velocità superiori vale quanto già detto circa il valori di transizione per i componenti del vettore corrente e la velocità di fine transizione.

Nelle figg. 3.16 e 3.17, sono rappresentati degli esempi, rispettivamente, dei domini di regolazione del componente d'asse quadratura del vettore corrente e del momento della coppia elettromagnetica, ottenibili implementando la strategia di massimizzazione della coppia per unità di corrente, nel caso si verifichi la condizione (3.28); è evidente la sostanziale corrispondenza degli andamenti dei due grafici, dovuta alla relazione lineare (3.3) tra la coppia e il componente d'asse quadratura del vettore corrente.

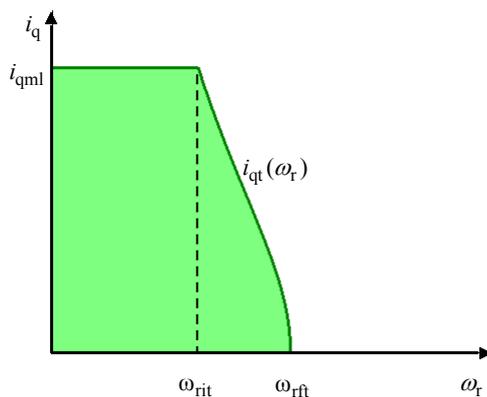


fig. 3.16 – Rappresentazione e del dominio di regolazione della corrente i_q in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente nel caso si verifichi la condizione (28)

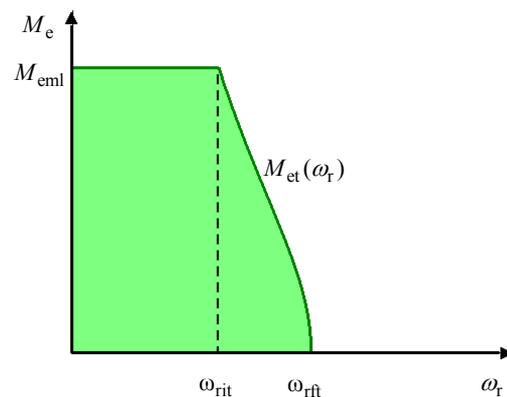


fig. 3.17 – Rappresentazione del dominio di regolazione della coppia in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente nel caso si verifichi la condizione (28)

Nel caso non si verifichi invece la (3.28) i rispettivi domini di regolazione del componente d'asse quadratura del vettore corrente e del momento della coppia elettromagnetica sono rappresentati, rispettivamente nelle figg. 3.18 e 19

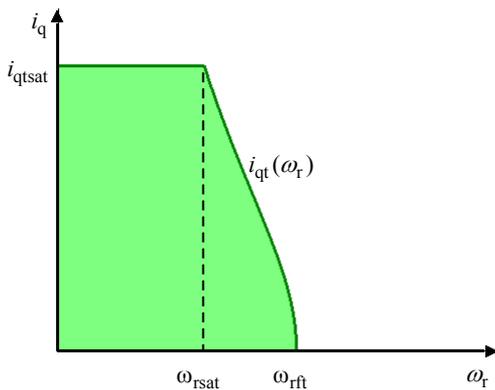


fig. 3.18 – Rappresentazione e del dominio di regolazione della corrente i_q in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente nel caso non si verifichi la condizione (28)

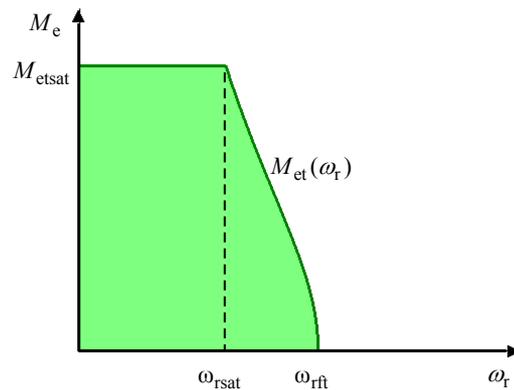


fig. 3.19 – Rappresentazione del dominio di regolazione della coppia in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente nel caso non si verifichi la condizione (28)

4. Espansione del campo di funzionamento dell'azionamento con la strategia di controllo ad indebolimento di campo

Ci si può, a questo punto, chiedere se sia possibile espandere il dominio di funzionamento dell'azionamento oltre quello ottenibile con la strategia di massimizzazione della coppia. A tal proposito, trascurando inizialmente la presenza del limite di saturazione e del limite di smagnetizzazione, si osservi la fig. 3.20, analoga alla fig. 3.12, relativa al caso in cui la velocità di rotazione sia compresa tra ω_{rit} e ω_{rft} . Nonostante la strategia di massimizzazione della coppia si possa applicare solo per valori di i_q inferiori od uguali ad i_{qt} , è tuttavia possibile, seguendo il tratto del limite di tensione compreso tra il luogo dei punti per la massimizzazione della coppia ed il limite di corrente, dunque restando nell'area operativa, far aumentare ulteriormente il valore di i_q fino al valore i_{qfl} detto *limite secondo la strategia di indebolimento di campo* del componente d'asse quadratura del vettore corrente, ottenendo quindi un aumento della coppia sviluppata per quella data velocità, ovvero un'espansione del dominio di regolazione. Si può notare come, una volta che ci si trovi sul tratto del limite di tensione, all'aumentare di i_q venga imposto anche un valore negativo per il componente d'asse diretto i_d del vettore corrente, il cui effetto è quello di alterare il campo magnetico al traferro della macchina in modo da indebolire il campo magnetico prodotto dai magneti

permanenti presenti sul rotore, da ciò discende il fatto che questa nuova strategia di controllo venga definita ad *indebolimento di campo*. Si può inoltre ora spiegare l'attributo *di transizione* dato alle grandezze definite nel precedente paragrafo col fatto che queste sono relative appunto ad una transizione tra due differenti strategie di controllo.

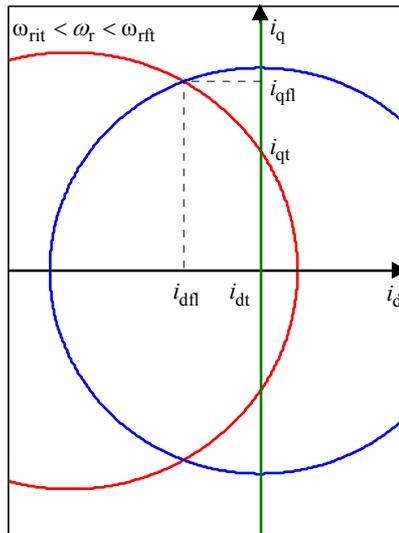


fig. 3.20 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità compreso tra quello di inizio e fine transizione

Se si implementa il controllo di tipo feed-forward il valore del componente di asse quadratura del vettore corrente i_{qf} che applica la strategia di indebolimento di campo è dato sempre dalla (3.14), noto quest'ultimo ed il valore di ω_r è possibile ricavare il valore i_{df} del componente d'asse diretto del vettore corrente per il quale viene applicata la strategia di indebolimento di campo dalla (3.10) presa col segno di uguaglianza, tali valori risultano il riferimento dei componenti del vettore corrente i_d^* e i_q^*

$$i_d^* = i_{df} = -\frac{\Phi_r}{L} + \sqrt{\left(\frac{V_1}{p\omega_r L}\right)^2 - i_{qf}^2} \quad (3.31)$$

$$i_q^* = i_{qf} = \frac{M_e^*}{\frac{3}{2}p\Phi_r}$$

nel caso invece si usi il controllo con retroazione della coppia il valore di riferimento i_q^* viene fornito dal regolatore di coppia mentre il valore di riferimento i_d^* è sempre pari a i_{df} .

Volendo portare in conto anche la presenza del limite di saturazione, con riferimento alla fig. 3.21 si ha che, unicamente nel caso non si verifichi la (3.28), che per velocità inferiore o uguale a ω_{rsat} la curva di massimizzazione viene seguita fino al punto (i_{dtsat}, i_{qtsat}) , dopodiché viene seguito il limite di saturazione, in particolare i valori di riferimento dei componenti del vettore corrente assumono i seguenti valori

$$i_d^* = i_{dfsat} = -\frac{\Phi_r}{L} + \sqrt{\left(\frac{V_l}{p\omega_{rsat}L}\right)^2 - i_{qfsat}^2}$$

$$i_q^* = i_{qfsat} = \frac{M_e^*}{\frac{3}{2}p\Phi_r}$$
(3.32)

Ciò fino a quando non si raggiunge il punto (i_{dflsat}, i_{qflsat})

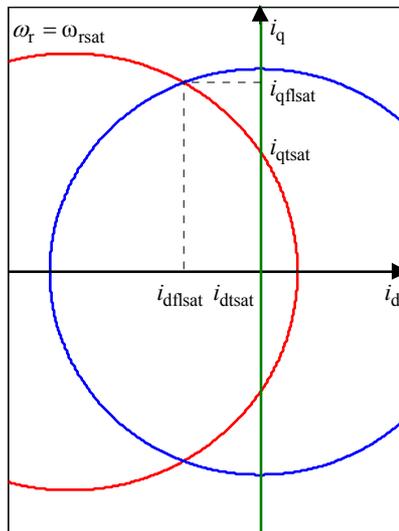


fig. 3.21 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello limite di saturazione

4.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo ad indebolimento di campo

Si è osservato nel precedente paragrafo, come facilmente intuibile dalla fig. 3.20, che il limite di applicazione della strategia di indebolimento di campo si ottiene in corrispondenza dell'intersezione del limite di tensione con il limite di corrente; pertanto i *valori limite della strategia di indebolimento di campo* i_{dfl} e i_{qfl} dei componenti del vettore corrente, corrispondenti a questo punto di intersezione, possono essere ricavati analiticamente da un confronto risp. tra la (3.11) e la (3.13) prese entrambi col segno di uguaglianza, ottenendo

$$i_{dfl} = \frac{\left(\frac{V_1}{p\omega_r}\right)^2 - \Phi_r^2 - (LI_1)^2}{2L\Phi_r} \quad (3.33)$$

$$i_{qfl} = \sqrt{I_1^2 - i_{dfl}^2}$$

Corrispondentemente si ha un valore limite per la coppia M_{efl} pari a

$$M_{efl} = \frac{3}{2} p\Phi_r i_{qfl} \quad (3.34)$$

nel caso si verifichi la (3.28) per velocità inferiore o uguale a ω_{rsat} i *valori limite della strategia di indebolimento di campo in saturazione* i_{dflsat} e i_{qflsat} e M_{eflsat} sono pari a

$$i_{dflsat} = \frac{\left(\frac{V_1}{p\omega_{rsat}}\right)^2 - \Phi_r^2 - (LI_1)^2}{2L\Phi_r} = \frac{\Phi_{sn}^2 - \Phi_r^2 - (LI_1)^2}{2L\Phi_r} \quad (3.35)$$

$$i_{qflsat} = \sqrt{I_1^2 - i_{dflsat}^2}$$

$$M_{eflsat} = \frac{3}{2} p\Phi_r i_{qflsat} \quad (3.36)$$

Da notare come i valori i_{dfl} e i_{qfl} siano dipendenti dalla velocità di rotazione. La strategia di controllo ad indebolimento di campo consente, inoltre, di espandere il dominio di funzionamento dell'azionamento anche oltre la velocità di fine transizione ω_{rft} . Infatti in questo caso, rappresentato in fig. 3.22, anche se il luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente è completamente all'esterno dell'area operativa, rimane comunque possibile seguire il tratto del limite di tensione incluso nel limite di corrente, che è comunque parte dell'area operativa.

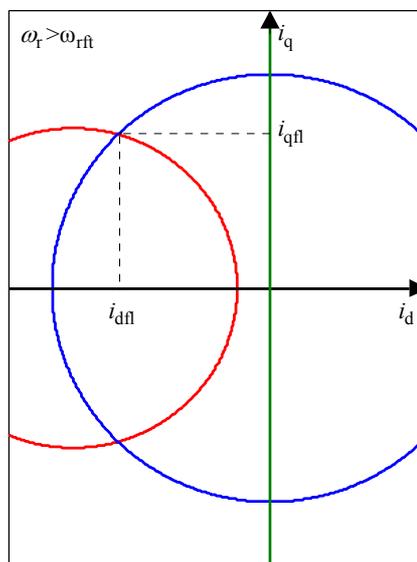


fig. 3.22 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità superiore a quello di fine transizione

Dunque è applicabile unicamente la strategia di indebolimento di campo, secondo le modalità precedentemente esposte.

A questo punto, volendo introdurre anche la presenza del limite di smagnetizzazione, occorre fare delle ulteriori precisazioni riguardo i limiti di applicabilità della strategia di indebolimento di campo. Va innanzitutto stabilito se il limite di smagnetizzazione concorre effettivamente a limitare o meno l'area operativa. A tal proposito si ricordino la (3.10) e la (3.11), che esprimono rispettivamente le aree nel piano di controllo delimitate dal limite di smagnetizzazione e dal limite di corrente; è facile notare come fino a quando il

limite di smagnetizzazione non interseca quello di corrente sia solo quest'ultimo a concorrere a delimitare l'area operativa, mentre l'esistenza di tale intersezione implica che anche il limite di smagnetizzazione contribuisce a delimitare l'area operativa (cfr. fig. 3.8). La condizione che permette di discriminare se tale intersezione c'è o meno si ricava considerando il caso particolare in cui il limite di corrente risulta tangente al limite di smagnetizzazione, ossia quando il raggio del limite di corrente, pari a I_l , uguaglia l'ascissa del limite di smagnetizzazione, pari, in valore assoluto, a $k_s \frac{\Phi_r}{L}$. Un raggio del limite di corrente maggiore del valore assoluto dell'ascissa del limite di smagnetizzazione implica l'intersezione dei due limiti; pertanto la condizione cercata è espressa dalla seguente disuguaglianza:

$$I_l > k_s \frac{\Phi_r}{L} \quad (3.37)$$

Si inizia a considerare il caso in cui non si verifica la (3.37), ovvero il limite di smagnetizzazione non contribuisce a limitare l'area operativa. Facendo riferimento alla fig. 3.23 (nella quale si è posto $k_s=1$), si ha che si può far seguire al riferimento di corrente il limite di tensione fino a giungere nell'intersezione con il limite di corrente.

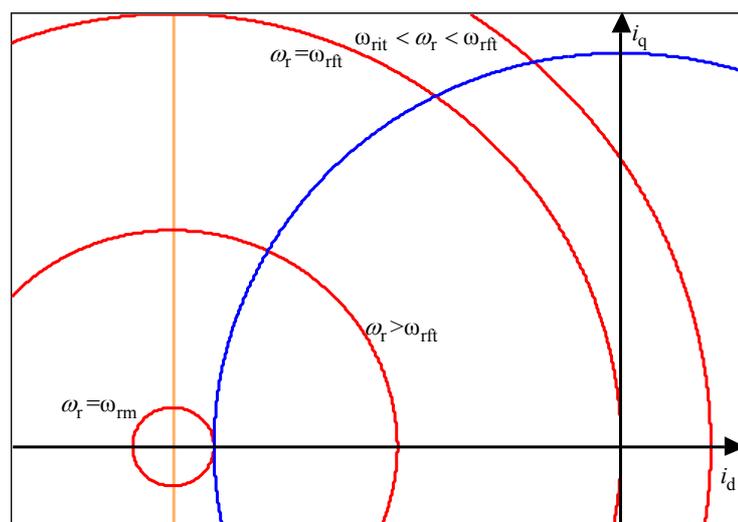


fig. 3.23– Rappresentazione del limite di tensione (rosso) per alcuni valori di velocità, del limite di corrente (blu) e del luogo dei punti limite di smagnetizzazione (arancione) quando non si verifica la condizione (35)

Valgono pertanto per la limitazione le relazioni (3.33) ed eventualmente la (3.35) a partire dalla velocità di rotazione di inizio transizione ω_{rit} fino ad un *valore massimo di velocità di rotazione* ω_{rm} , per il quale il limite di tensione risulta tangente al limite di corrente nel punto del piano di controllo di coordinate $(-I_1, 0)$; oltre la massima velocità di rotazione non è consentito il funzionamento in quanto i limiti di tensione e corrente non si intersecano ulteriormente, e viene ad annullarsi l'area operativa. Sostituendo i valori di i_d e i_q relativi al su citato punto di tangenza nell'espressione del limite di tensione (3.13) presa col segno di uguaglianza si ottiene una equazione da cui si può ricavare il valore di ω_{rm}

$$\omega_{rm} = \frac{V_1}{p(\Phi_r - LI_1)} \quad (3.38)$$

Si passa ora ad esaminare il caso in cui invece si verifichi la condizione (3.37), quando cioè il limite di smagnetizzazione interseca il limite di corrente, riducendo l'area operativa. Si faccia riferimento alla fig. 3.24 (nella quale si è sempre posto $k_s=1$).

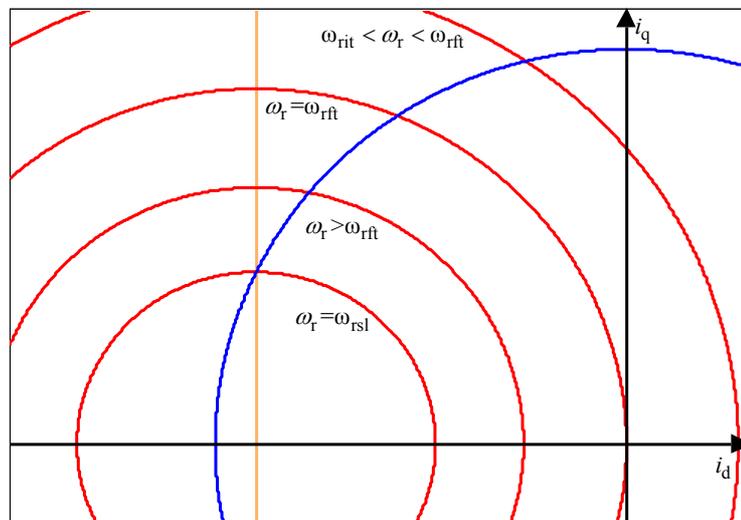


fig. 3.24 – Rappresentazione del limite di tensione (rosso) per alcuni valori di velocità, del limite di corrente (blu) e del luogo dei punti limite di smagnetizzazione (arancio) quando si verifica la condizione (37)

Si ha ora che esiste un valore di velocità di rotazione ω_{rs} , detto *velocità di scambio limite*, per il quale il limite di smagnetizzazione, il limite di corrente ed il limite di tensione si intersecano nel medesimo punto. Per valori della velocità di rotazione inferiori a ω_{rs} il riferimento di corrente, seguendo il limite di tensione, può giungere fino al limite di corrente, pertanto i componenti del vettore corrente sono limitati ai valori i_{dfl} e i_{qfl} dati dalle relazioni (3.33) ed eventualmente la (3.35). Per valori di velocità di rotazione superiori a ω_{rs} il riferimento di corrente, seguendo il limite di tensione, non può oltrepassare il limite di smagnetizzazione, di conseguenza il punto di intersezione tra il limite di tensione ed il limite di smagnetizzazione determina i *valori limite di smagnetizzazione* dei componenti del vettore corrente i_{dsl} e i_{qsl} , il valore del componente di asse diretto i_{dsl} si ricava banalmente dalla (3.10) presa col segno di uguaglianza, il valore del componente di asse quadratura i_{qsl} si ricava dalla (3.13), presa col segno di uguaglianza, dopo avervi sostituito il valore i_{dsl}

$$i_{dsl} = -k_s \frac{\Phi_r}{L}$$

$$i_{qsl} = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_l}{p\omega_r}\right)^2 - (1-k_s)^2 \Phi_r^2}}{L} \quad (3.39)$$

Corrispondentemente si ha un valore limite per la coppia M_{esl} pari a

$$M_{esl} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qsl} \quad (3.40)$$

Per determinare il valore ω_{rs} , si può sfruttare il fatto che in corrispondenza di tale valore di velocità di rotazione, i limiti di corrente, tensione e smagnetizzazione devono intersecarsi nel medesimo punto. Si sostituisce pertanto il valore del componente di asse diretto dato dalla prima delle (3.39), giacente quindi sul limite di smagnetizzazione, nella (3.11) presa col segno di uguaglianza, ricavandone il valore corrispondente del componente di asse quadratura sul limite di corrente, questi valori vanno poi introdotti nella (3.13) presa col segno di uguaglianza,

ricavando il valore di velocità per il quale il limite di tensione interseca nello stesso punto sia il limite di corrente che quello di smagnetizzazione, ossia il valore ricercato

$$\omega_{rs} = \frac{V_1}{p\sqrt{(Ll_1)^2 + (1-2k_s)\Phi_r^2}} \quad (3.41)$$

La velocità di rotazione può aumentare oltre il valore ω_{rs} fino ad un *valore limite di velocità di rotazione* ω_{rl} , per il quale il limite di tensione risulta tangente al limite di smagnetizzazione nel punto del piano di controllo di coordinate $\left(-k_s \frac{\Phi_r}{L}, 0\right)$; oltre la velocità di rotazione limite non è consentito il funzionamento in quanto i limiti di tensione e smagnetizzazione non si intersecano ulteriormente, e viene ad annullarsi l'area operativa. Sostituendo i valori di i_d e i_q relativi al menzionato punto di tangenza nell'espressione del limite di tensione (3.13) presa col segno di uguaglianza si ottiene una equazione da cui si può ricavare il valore di ω_{rl}

$$\omega_{rl} = \frac{V_1}{p\Phi_r(1-k_s)} \quad (3.42)$$

Va osservato come nel caso $k_s=1$ il valore limite di velocità sia infinito, ciò significa che l'area operativa non si annulla mai ed il limite di tensione tende allora a degenerare per velocità di rotazione infinita nel punto di coordinate $(-\Phi_r/L, 0)$; da ciò discende che è quindi teoricamente possibile, ma solo limitatamente a questo caso particolare, il funzionamento dell'azionamento per velocità infinita anche se con coppia sviluppata praticamente nulla.

Nelle figg. 3.25 e 3.26, sono rappresentati gli esempi di come si espandono, rispettivamente, dei domini di regolazione del componente d'asse quadratura del vettore corrente e del momento della coppia elettromagnetica, implementando anche la strategia di indebolimento di campo, nel caso non si verifichi la condizione (3.37) e $k_s=1$; vale ancora la sostanziale corrispondenza degli

andamenti dei due grafici, dovuta sempre alla relazione lineare (3.3) tra la coppia e il componente d'asse quadratura del vettore corrente.

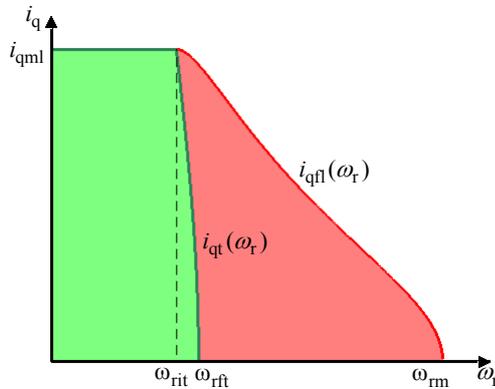


fig. 3.25– Rappresentazione e del dominio di regolazione della corrente i_q in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente (area verde) e la strategia di indebolimento di campo (area rossa) nel caso non si verifichi la condizione (37)

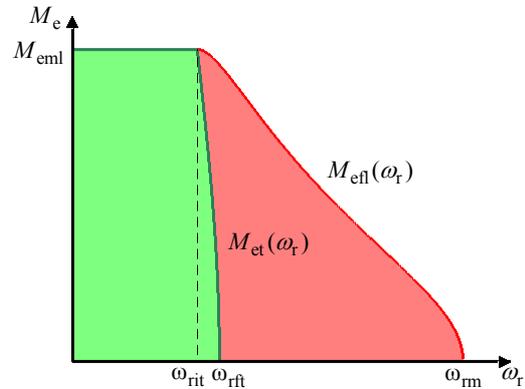


fig. 3.26 – Rappresentazione del dominio di regolazione della coppia in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente (area verde) e la strategia di indebolimento di campo (area rossa) nel caso non si verifichi la condizione (37)

Nel caso non si verifichi invece la (3.37) e sempre con $k_s=1$ i rispettivi domini di regolazione del componente d'asse quadratura del vettore corrente e del momento della coppia elettromagnetica sono rappresentati, rispettivamente nelle figg. 3.27 e 3.28. Da notare che, siccome $k_s=1$, si ha un valore infinito per ω_{rl} .

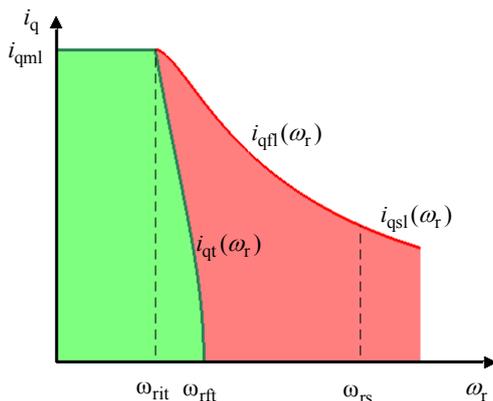


fig. 3.27– Rappresentazione e del dominio di regolazione della corrente i_q in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente (area verde) e la strategia di indebolimento di campo (area rossa) nel caso si verifichi la condizione (37)

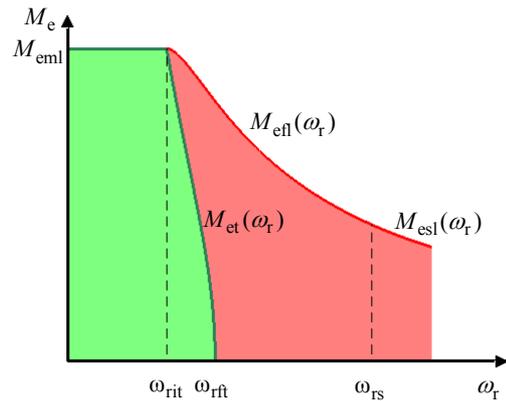


fig. 3.28 – Rappresentazione del dominio di regolazione della coppia in funzione della velocità di rotazione ottenibile implementando la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente (area verde) e la strategia di indebolimento di campo (area rossa) nel caso si verifichi la condizione (37)

5. Osservazione circa il limite di saturazione

Si è visto in precedenza (cfr. par. 1.3) come il limite di saturazione possa essere assimilato ad un caso particolare di limite di tensione. Si ricorda che in pratica il limite di saturazione comporta l'invarianza del limite di tensione per velocità di rotazione inferiori o al più uguali a ω_{rsat} . Ciò può essere sfruttato vantaggiosamente, in quanto si può implementare l'algoritmo di controllo secondo quanto visto nei paragrafi precedenti trascurando inizialmente la presenza del limite di saturazione facendo in modo poi che fino a quando la velocità di rotazione non raggiunge il valore ω_{rsat} all'algoritmo venga passato quest'ultimo valore, cosa questa che permette di inglobare il limite di saturazione nel limite di tensione molto semplicemente.

6. Estensione alla macchina AC-brushless anisotropa dell'algoritmo di controllo, variazione dei vincoli caratteristici dell'azionamento e della modalità di rappresentazione grafica delle relazioni caratteristiche

Quanto finora esposto può essere esteso, con le dovute differenze, al caso di avere una macchina anisotropa, ossia con un traferro di ampiezza non costante. Le equazioni che descrivono il comportamento in regime stazionario di una macchina AC-Brushless anisotropa sono le seguenti:

$$v_d = R i_d - p \omega_r L_q i_q \quad (3.42)$$

$$v_q = R i_q + p \omega_r L_d i_d + p \omega_r \Phi_r \quad (3.43)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p \Phi_r i_q + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q \quad (3.44)$$

dove:

- L_d coefficiente di autoinduzione di statore di asse diretto
- L_q coefficiente di autoinduzione di statore di asse quadratura

Le altre grandezze sono le stesse già definite per la macchina isotropa. È da notare come le equazioni di equilibrio della tensione siano sostanzialmente le stesse salvo la variazione dei coefficienti, mentre nella espressione del momento della coppia elettromagnetica compaia un ulteriore termine dovuto alla presenza della coppia di riluttanza. Dato che nella quasi totalità dei casi il traferro ha uno spessore maggiore lungo l'asse diretto piuttosto che lungo l'asse quadratura, si ha che il valore di L_d risulta inferiore a quello di L_q , pertanto per mantenere positivi i valori di tutti i coefficienti delle equazioni si riscrive la (3.44) come segue

$$M_e = \frac{3}{2} p \Phi_r i_q - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_d i_q \quad (3.45)$$

6.1 Definizione dell'algoritmo di controllo

Per la macchina anisotropa vale quasi tutto quanto detto nel par. 2.1 riguardo la macchina isotropa. Le differenze derivano principalmente dal fatto che stavolta la coppia elettromagnetica, data dalla (3.45), dipende da entrambi i componenti del vettore corrente i_d e i_q , mantenendo comunque un legame lineare con quest'ultima, mentre le equazioni di equilibrio delle tensioni non variano sostanzialmente nella forma. In definitiva cambiano solo le relazioni necessarie a ricavare i riferimenti i_d^* e i_q^* a partire dal valore di M_e^* e le formule che definiscono le strategie di controllo, mentre gli schemi a blocchi di principio dell'algoritmo di controllo restano gli stessi.

6.2 Vincoli caratteristici per un azionamento AC-brushless anisotropo

Di seguito viene mostrato come variano le relazioni che descrivono i vincoli caratteristici dell'azionamento che sono i medesimi del caso della macchina anisotropa. Innanzitutto, dovendo sempre il modulo della corrente essere inferiore al valore limite, cfr. (3.4), l'espressione del limite di corrente rimane inalterata

$$I_l \geq \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \quad (3.46)$$

Per quanto riguarda il limite di tensione, dovendo comunque valere la (3.12), facendo gli stessi passaggi del caso della macchina isotropa si ottiene

$$V_1 \geq p\omega_r \sqrt{(L_d i_d + \Phi_r)^2 + (L_q i_q)^2} \quad (3.47)$$

In modo analogo per quanto riguarda il limite di saturazione, i componenti di asse diretto e asse quadratura del flusso concatenato di statore vanno ridefiniti rispettivamente come segue

$$\Phi_{sd} = L_d i_d + \Phi_r \quad (3.48)$$

$$\Phi_{sq} = L_q i_q \quad (3.49)$$

valendo sempre la (3.6), il limite di saturazione assume la seguente espressione

$$\Phi_{sn} \geq \sqrt{\Phi_{sd}^2 + \Phi_{sq}^2} = \sqrt{(L_d i_d + \Phi_r)^2 + (L_q i_q)^2} \quad (3.50)$$

Infine anche il limite di smagnetizzazione mantiene pressoché immutata la sua espressione, va giusto osservato che ora il flusso prodotto dal componente di asse diretto della corrente dipende dal valore L_d e non più da L , si ottiene quindi quanto segue

$$L_d i_d \geq -k_s \Phi_r \quad (3.51)$$

Tutte le grandezze che appaiono sopra sono le stesse già definite per il caso della macchina isotropa, fatta ovviamente eccezione per L_d ed L_q , che sono specifiche della macchina anisotropa.

6.3 Rappresentazione grafica delle relazioni caratteristiche dell’algoritmo di controllo

Anche nel caso di un azionamento impiegante la macchina anisotropa è utile rappresentare graficamente le varie relazioni caratteristiche dell’algoritmo di controllo in maniera analoga alla macchina isotropa. Considerando l’espressione del momento della coppia elettromagnetica (3.45) si ha che questa per ogni fissato valore della coppia è rappresentata da una iperbole equilatera i cui asintoti sono le rette di equazione:

$$i_d = \frac{\Phi_r}{L_q - L_d} \tag{3.52}$$

$$i_q = 0 \tag{3.53}$$

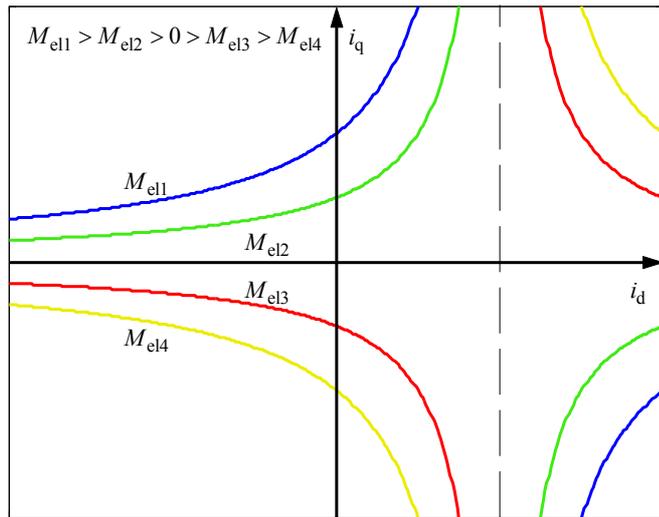


fig. 3.29 – Rappresentazione grafica dell’eq. (45) per alcuni valori del momento della coppia elettromagnetica

In fig. 3.29 sono riportati alcuni esempi del luogo dei punti appena definito, per diversi fissati valori della coppia; anche in questo caso si può notare che esistono infinite coppie ordinate di valori (i_d, i_q) per i quali la macchina sviluppa una determinata coppia, dunque anche in questo ciò può essere vantaggiosamente sfruttato per ottimizzare l’algoritmo di controllo.

L’espressioni del limite di corrente (3.46), presa con il segno di uguaglianza, è sempre l’equazione di una circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio I_j ; il segno della disuguaglianza individua l’area racchiusa da tale circonferenza.

L'espressione del limite di tensione (3.47), presa sempre col segno di uguaglianza, è invece l'equazione di una ellisse di centro $\left(-\frac{\Phi_r}{L_d}, 0\right)$ e raggi $\frac{V_1}{p\omega_r L_q}$, parallelo all'asse delle ordinate, e $\frac{V_1}{p\omega_r L_d}$, parallelo all'asse delle ascisse, quindi inversamente proporzionali alla velocità di rotazione; il segno della disuguaglianza indica l'area racchiusa da tale ellisse. L'espressione del limite di saturazione (3.50), ancora presa col segno di uguaglianza, è l'equazione di una circonferenza di centro $\left(-\frac{\Phi_r}{L_d}, 0\right)$ e raggi $\frac{\Phi_{sn}}{L_q}$, parallelo all'asse delle ordinate, e $\frac{\Phi_{sn}}{L_d}$, parallelo all'asse delle ascisse; il segno della disuguaglianza individua l'area racchiusa da tale ellisse. Infine l'espressione del limite di smagnetizzazione (3.51), presa col segno di uguaglianza è l'equazione di una retta parallela all'asse delle ordinate e intersecante l'asse delle ascisse per un valore dell'ascissa pari a $-k_s \frac{\Phi_r}{L_d}$; il segno della disuguaglianza determina l'area del semipiano alla destra di tale retta. La fig. 3.30 rappresenta alcuni di tali luoghi geometrici.

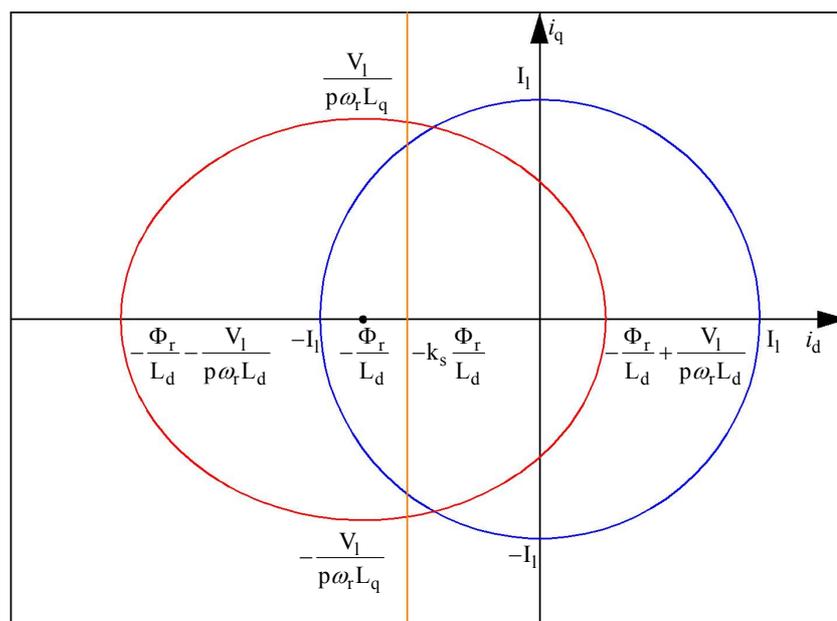


fig. 3.30 – Rappresentazione grafica dell'eq. (46) del limite di corrente, in blu, dell'eq. (47) del limite di tensione (per un generico valore di velocità), in rosso e della equazione del limite di smagnetizzazione (51) in arancione

invece la fig. 3.31 rappresenta il limite di corrente ed il limite di tensione per alcuni valori della velocità di rotazione. Anche nel caso della macchina anisotropa, in modo del tutto analogo al caso della macchina isotropa si definisce l'area operativa

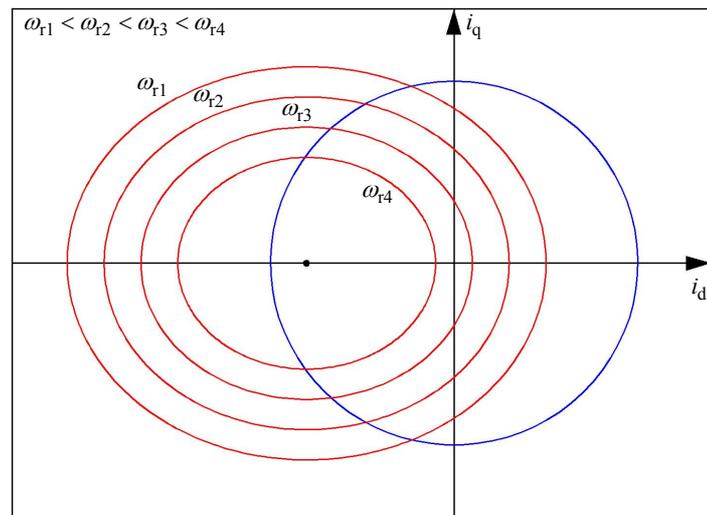


fig. 3.31 – Rappresentazione del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per alcuni valori della velocità

l'intersezione delle aree definite dai limiti di funzionamento incluso il relativo perimetro. Inoltre c'è da notare come, anche in questo caso, le espressioni del limite di tensione e del limite di saturazione siano sostanzialmente simili, consistendo l'unica differenza nel fatto che mentre il raggio primo risulta inversamente proporzionale alla velocità di rotazione, il secondo ha raggio fisso. È banale notare come si può definire la *velocità di rotazione limite di saturazione* ω_{rsat} in modo simile a quanto visto prima e riscontrare che il suo valore sia sempre espresso dalla (3.15). La fig. 3.32 esemplifica l'area operativa.

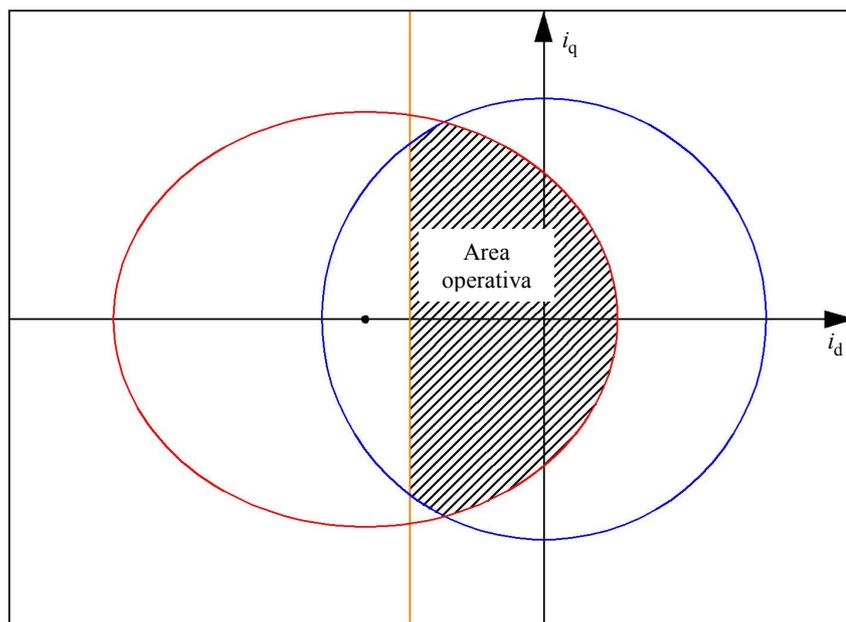


fig. 3.32 – Rappresentazione del limite di tensione e/o saturazione (rosso), del limite di corrente (blu), del limite di smagnetizzazione (arancione) e della relativa area operativa (tratteggiata)

7. Adattamento della strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente

La strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente può essere adottata anche nel caso della macchina anisotropa. La presenza del termine di coppia di riluttanza nella (3.45) determina una maggiore complessità delle formule che si andrà a sviluppare. Sulla falsariga di quanto fatto nel par. 2, sostituendo le (3.16) nella (3.45), si ottiene

$$M_e = \frac{3}{2} p \Phi_r i \sin \gamma - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i^2 \cos \gamma \sin \gamma \quad (3.54)$$

e ancora calcolando il massimo della funzione espressa dalla (3.54), ovvero derivandola rispetto alla fase della corrente

$$\frac{\partial M_{el}}{\partial \gamma} = \frac{3}{2} p \Phi_r i \cos \gamma - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i^2 (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma) \quad (3.55)$$

ed eguagliandola a zero, si ha

$$\Phi_r i \cos \gamma - (L_q - L_d) i^2 (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma) = 0 \quad (3.56)$$

La (3.56) esprime la condizione per la quale, qualunque sia il valore del modulo i della corrente, si ottiene il massimo della coppia, cioè proprio la condizione per la quale si massimizza la coppia per unità di corrente. Introducendo ora le (3.16) nella (3.56), si può riscrivere quest'ultima in termini dei componenti d'asse diretto e d'asse quadratura del vettore corrente

$$i_d^2 - \frac{\Phi_r}{L_q - L_d} i_d - i_q^2 = 0 \quad (3.57)$$

La (3.57) può essere vista, nel piano di controllo, come l'equazione del luogo dei punti per il quale si ottiene la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (cfr. fig. 3.33). Ora nel caso si implementi un controllo di tipo feed-forward i valori di riferimento dei componenti del vettore corrente i_d^* e i_q^* che applicano la strategia di massimizzazione, detti i_{dm} e i_{qm} , vanno ricavati da un confronto fra la (3.45), che contiene l'informazione circa la

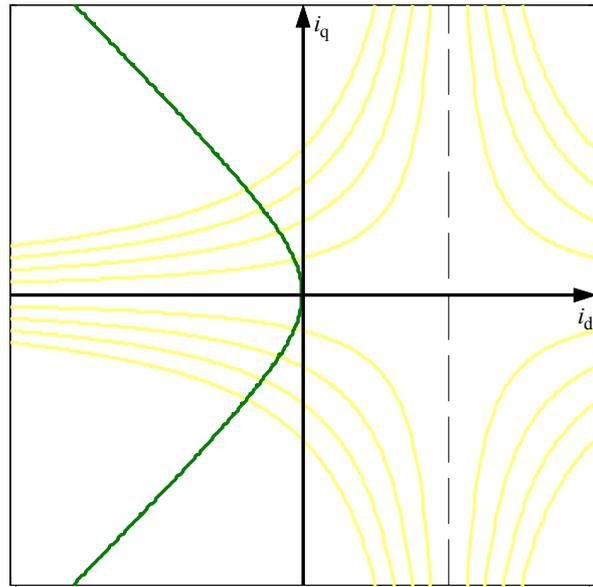


fig. 3.33 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) e dei luoghi dei punti a coppia costante (giallo)

coppia di riferimento che si desidera sviluppare, e la (3.57) che implementa la strategia di massimizzazione. Da tale confronto si ricava la seguente equazione in i_{qm} :

$$i_{qm}^4 + \frac{\Phi_r M_e^*}{\frac{3}{2} p (L_q - L_d)^2} i_{qm} - \frac{M_e^{*2}}{\left[\frac{3}{2} p (L_q - L_d) \right]^2} = 0 \quad (3.58)$$

Una volta scelta la soluzione idonea fra quelle della (3.58) (l'equazione è polinomiale di quarto grado, quindi le soluzioni esistono e hanno anche espressione analitica, anche se notevolmente complicata, il problema del calcolo della soluzione e della scelta si può facilmente risolvere con l'ausilio di un qualsiasi programma di calcolo simbolico) si può ricavare il corrispondente valore di i_{dm} dalla (3.57), vista come un'equazione, di secondo grado, nell'incognita i_{dm}

$$i_{dm} = \frac{\Phi_r}{2(L_q - L_d)} - \sqrt{\left[\frac{\Phi_r}{2(L_q - L_d)} \right]^2 + i_{qm}^2} \quad (3.59)$$

La scelta della soluzione viene effettuata considerando che fra le due soluzioni della (3.57), quella che assicura che il valore di i_{dm} sia negativo è proprio la (3.59). Nel caso invece si usi il controllo con retroazione della coppia il valore di riferimento i_q^* viene fornito dal regolatore di coppia mentre il valore di riferimento i_d^* è sempre pari a i_{dm} .

7.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente

Viene mostrato ora, similmente al quanto visto in precedenza, quali sono i limiti di applicabilità per la strategia di massimizzazione. Si supponrà di ignorare inizialmente la presenza del limite di saturazione (salvo poi riconsiderarlo secondo quanto scritto nel par. 4) e del limite di smagnetizzazione (i cui effetti verranno mostrati in seguito). Si ha che per velocità di rotazione sufficientemente basse si presenta una situazione come quella raffigurata in fig. 3.34, dalla quale si desume che, del luogo dei punti per la massimizzazione della coppia, solo il tratto racchiuso nel limite di corrente si trova nell'area operativa, si ha quindi che il luogo dei punti per il quale si ottiene la massimizzazione della rapporto coppia/corrente può essere seguito fino al punto di coordinate (i_{dm1}, i_{qm1}) .

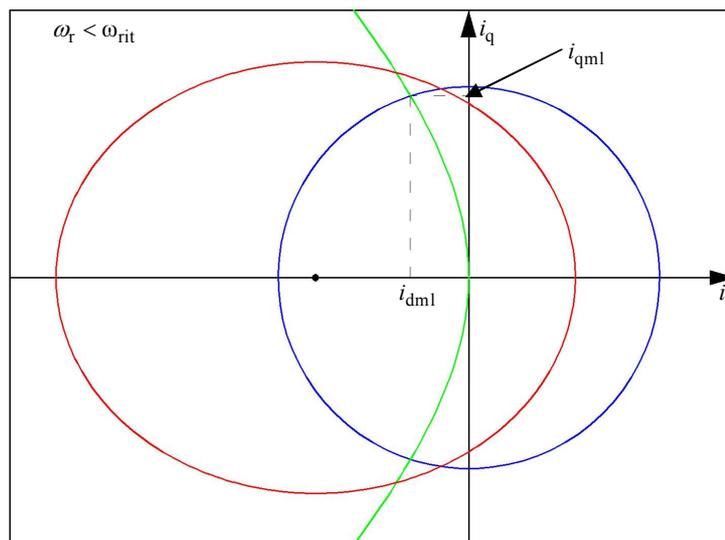


fig. 3.34 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità inferiore a quello di inizio transizione

I valori i_{dml} e i_{qml} sono i *valori limite secondo la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente* dei componenti del vettore corrente. Questi si possono facilmente ricavare, osservando che si ottengono (cfr. fig. 3.34) in corrispondenza dell'intersezione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente e del limite di corrente, da un confronto fra la (3.57) e la (3.46) presa col segno di uguaglianza, che restituisce i seguenti valori

$$i_{dml} = \frac{\Phi_r}{4(L_q - L_d)} - \sqrt{\left[\frac{\Phi_r}{4(L_q - L_d)} \right]^2 + \frac{I_1^2}{2}} \quad (3.60)$$

$$i_{qml} = \sqrt{I_1^2 - i_{dml}^2}$$

questi sostituiti nella (3.45) forniscono il *valore limite per la coppia secondo la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente*

$$M_{eml} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qml} - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_{dml} i_{qml} \quad (3.61)$$

Ciò finché la velocità di rotazione non raggiunge il valore di *inizio transizione* ω_{rit} , per il quale si ha l'intersezione nel medesimo punto del luogo dei punti per la massimizzazione della coppia, del limite di corrente e del limite di tensione. È semplice dedurre, come già fatto in precedenza, che il valore di ω_{rit} può essere calcolato dalla (3.47) presa con segno di uguaglianza imponendovi le condizioni (3.60) ottenendo

$$\omega_{rit} = \frac{V_1}{p \sqrt{(\Phi_r + L_d i_{dml})^2 + L_q^2 i_{qml}^2}} \quad (3.62)$$

In fig. 3.35 è rappresentata la situazione appena esposta.

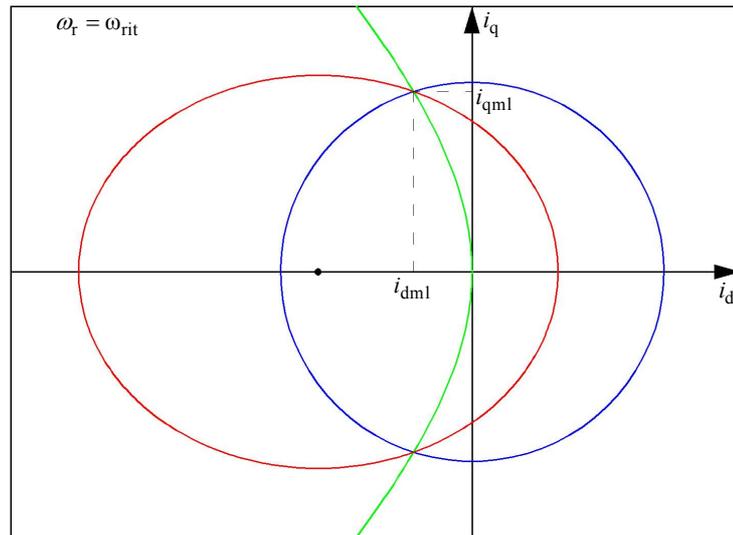


fig. 3.35 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello di inizio transizione

Per velocità superiori ad ω_{rit} si presenta la situazione di fig. 3.36, dalla quale si può evincere che, dato il restringimento dell'area operativa, la strategia di massimizzazione della coppia può essere stavolta applicata solo nel tratto delimitato dal limite di tensione, si ha quindi che il luogo dei punti per il quale si ottiene la massimizzazione della rapporto coppia/corrente può essere seguito fino al punto di coordinate (i_{dt}, i_{qt}) .

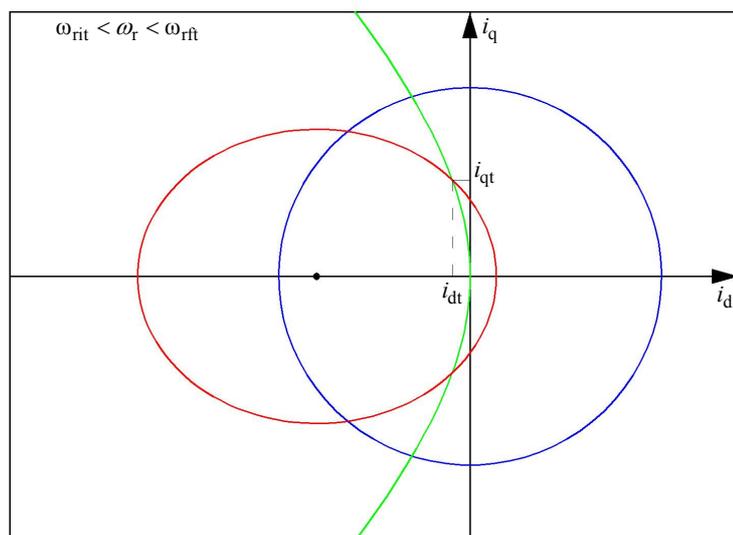


fig. 3.36 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità compreso tra quello di inizio e fine transizione

i_{dt} e i_{qt} sono i *valori di transizione* dei componenti del vettore corrente, funzioni della velocità di rotazione, i quali, considerando che si hanno in corrispondenza dell'intersezione del luogo dei punti per la massimizzazione della coppia col limite di tensione, si ottengono imponendo la condizione (3.57) nella (3.47) presa col segno di uguaglianza

$$i_{dt} = \frac{(L_q^2 - 2L_dL_q + 2L_d^2)}{2(L_q - L_d)(L_q^2 + L_d^2)} \Phi_r - \sqrt{\frac{(L_q^2 - 2L_dL_q + 2L_d^2)^2}{4(L_q - L_d)^2(L_q^2 + L_d^2)^2} \Phi_r^2 + \frac{\left(\frac{V_l}{p\omega_r}\right)^2 - \Phi_r^2}{L_q^2 + L_d^2}} \quad (3.63)$$

$$i_{qt} = \sqrt{i_{dt}^2 - \frac{\Phi_r}{L_q - L_d} i_{dt}}$$

questi sostituiti nella (3.45) forniscono il *valore di transizione per la coppia*

$$M_{et} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qt} - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_{dt} i_{qt} \quad (3.64)$$

Quando la velocità di rotazione raggiunge il valore di *fine transizione* ω_{rft} , come evidenziato in fig. 3.37, si ha che il luogo dei punti per la massimizzazione della coppia si interseca con il limite di tensione unicamente nell'origine degli assi, trovandosi per il resto completamente al di fuori dell'area operativa; ciò porta a dire che non è più possibile, oltre la velocità ω_{rft} , applicare la strategia di massimizzazione del rapporto coppia/corrente. Il valore di ω_{rft} è facilmente calcolabile dalla (3.47) presa con segno di uguaglianza, imponendo banalmente che si annullino entrambi i componenti del vettore corrente

$$\omega_{rft} = \frac{V_l}{p\Phi_r} \quad (3.65)$$

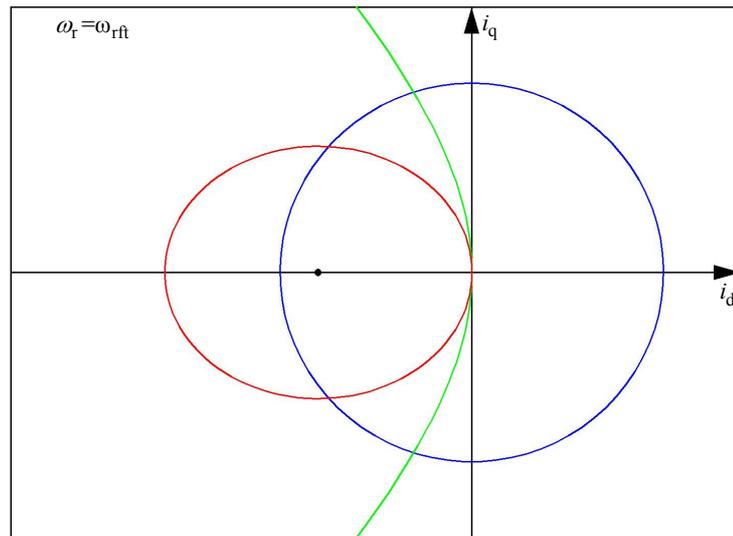


fig. 3.37 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello di fine transizione

8. Adattamento della strategia di controllo ad indebolimento di campo

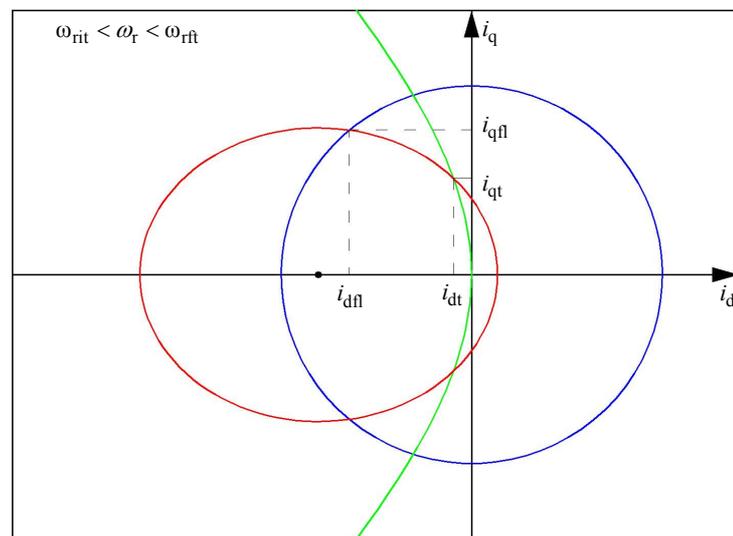


fig. 3.38 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità compreso tra quello di inizio e fine transizione

Anche la strategia di controllo ad indebolimento di campo può essere adattata al caso di avere una macchina anisotropa. Come prima si trascura la presenza del limite di saturazione (salvo poi riconsiderarlo secondo quanto scritto nel par. 4) e del limite di smagnetizzazione (la cui presenza verrà trattata in seguito). In linea di

principio si ha quanto già visto nel caso della macchina isotropa. Si osservi la fig. 3.38, analoga alla fig. 3.36, relativa al caso in cui la velocità di rotazione sia compresa tra ω_{rit} e ω_{rft} . Nonostante la strategia di massimizzazione della coppia si possa applicare solo fino al punto (i_{dt}, i_{qt}) , è tuttavia possibile, seguendo il tratto del limite di tensione compreso tra il luogo dei punti per la massimizzazione della coppia ed il limite di corrente, dunque restando nell'area operativa, giungere fino al punto (i_{df}, i_{qf}) , dove i_{df} e i_{qf} sono i valori *limite secondo la strategia di indebolimento di campo* dei componenti del vettore corrente. Si ottiene in tal modo un ulteriore margine di aumento della coppia sviluppata per quella data velocità, ovvero un'espansione del dominio di regolazione. Se si implementa il controllo di tipo feed-forward i valori di riferimento dei componenti del vettore corrente i_d^* e i_q^* , detti i_{df} e i_{qf} , che applicano la strategia di indebolimento di campo, noto il valore di ω_r , vanno ricavati dal confronto tra la (3.45), che contiene l'informazione circa la coppia di riferimento che si desidera sviluppare, e la (3.47) presa col segno di uguaglianza, la quale per quanto detto in precedenza implementa la strategia di indebolimento di campo. Da tale confronto si ricava la seguente equazione in i_{qf} :

$$i_{qf}^4 + \frac{(L_q \Phi_r)^2 - (L_q - L_d)^2 \left(\frac{V_l}{p \omega_r} \right)^2}{[L_q (L_q - L_d)]^2} i_{qf}^2 - \frac{2L_q L_d \Phi_r M_e^*}{\frac{3}{2} p [L_q (L_q - L_d)]^2} i_{qf} + \frac{L_d^2 M_e^{*2}}{\left[\frac{3}{2} p L_q (L_q - L_d) \right]^2} = 0 \quad (3.66)$$

Una volta scelta la soluzione idonea fra quelle della (3.66) (l'equazione è polinomiale di quarto grado, quindi le soluzioni esistono e hanno anche espressione analitica, anche se notevolmente complicata, il problema del calcolo della soluzione e della scelta si può facilmente risolvere con l'ausilio di un qualsiasi programma di calcolo simbolico) si può ricavare il corrispondente valore di i_{df} dalla (3.47), vista come un'equazione nell'incognita i_{df}

$$i_{df} = \frac{-\Phi_r + \sqrt{\left(\frac{V_l}{p \omega_r} \right)^2 - (L_q i_{qf})^2}}{L_d} \quad (3.67)$$

Nel caso invece si usi il controllo con retroazione della coppia il valore di riferimento i_q^* viene fornito dal regolatore di coppia mentre il valore di riferimento i_d^* è sempre pari a i_{df} .

8.1 Limiti di applicabilità della strategia di controllo ad indebolimento di campo

Si è osservato nel precedente paragrafo, come facilmente intuibile dalla fig. 3.38, che il limite di applicazione della strategia di indebolimento di campo si ottiene in corrispondenza dell'intersezione del limite di tensione con il limite di corrente; pertanto i *valori limite della strategia di indebolimento di campo* i_{df} e i_{qfl} dei componenti del vettore corrente, corrispondenti a questo punto di intersezione, possono essere ricavati analiticamente da un confronto tra la (3.46) e la (3.47) prese entrambe col segno di uguaglianza, ottenendo

$$i_{df} = \frac{L_q \Phi_r}{L_q^2 - L_d^2} - \sqrt{\frac{L_q^2 \Phi_r^2}{(L_q^2 - L_d^2)^2} - \frac{\left(\frac{V_l}{p\omega_r}\right)^2 - \Phi_r^2 - L_q^2 I_1^2}{L_q^2 - L_d^2}} \quad (3.68)$$

$$i_{qfl} = \sqrt{I_1^2 - i_{df}^2}$$

Corrispondentemente si ha un *valore limite per la coppia secondo la strategia di indebolimento di campo* M_{efl} pari a

$$M_{efl} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qfl} - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_{df} i_{qfl} \quad (3.69)$$

La strategia di controllo ad indebolimento di campo consente, inoltre, di espandere il dominio di funzionamento dell'azionamento anche oltre la velocità di fine transizione ω_{rff} . Infatti in questo caso, rappresentato in fig. 3.39, anche se il luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente è completamente all'esterno dell'area operativa, rimane comunque possibile seguire il tratto del

limite di tensione incluso nel limite di corrente, che è comunque parte dell'area operativa.

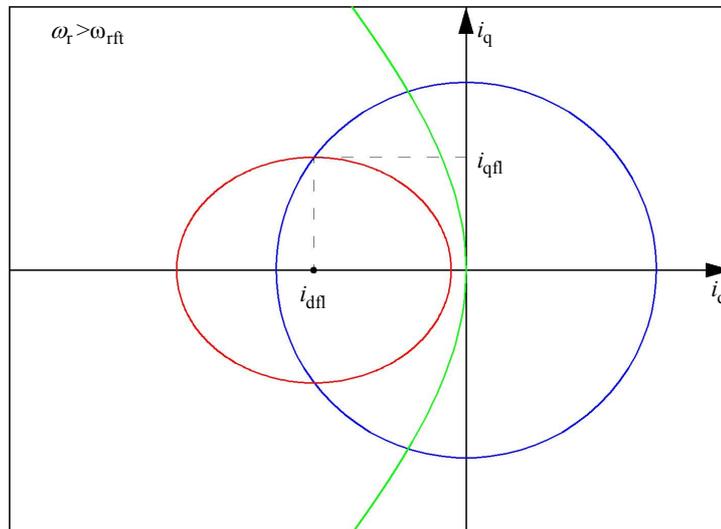


fig. 3.39 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità superiore a quello di fine transizione

8.2 Influenza del limite di smagnetizzazione sui limiti di applicabilità delle strategie di controllo e sulla transizione tra le due strategie

A questo punto si passa a considerare anche la presenza del limite di smagnetizzazione. Si possono presentare, in base al valore che assumono i parametri, ben tre casi. Si inizia dal primo (caso I). Questo si ha quando il limite di corrente è incluso nel semipiano delimitato dal limite di smagnetizzazione, ovvero quando non hanno alcun punto di intersezione, si osservi al riguardo la fig. 3.40. Notando che il raggio del limite di corrente I_l risulta inferiore al valore assoluto dell'ascissa che identifica il limite di smagnetizzazione $k_s \frac{\Phi_r}{L_d}$, la condizione analitica che permette di dire che ci si trova in tale caso è la seguente

$$I_l \leq k_s \frac{\Phi_r}{L_d} . \quad (3.70)$$

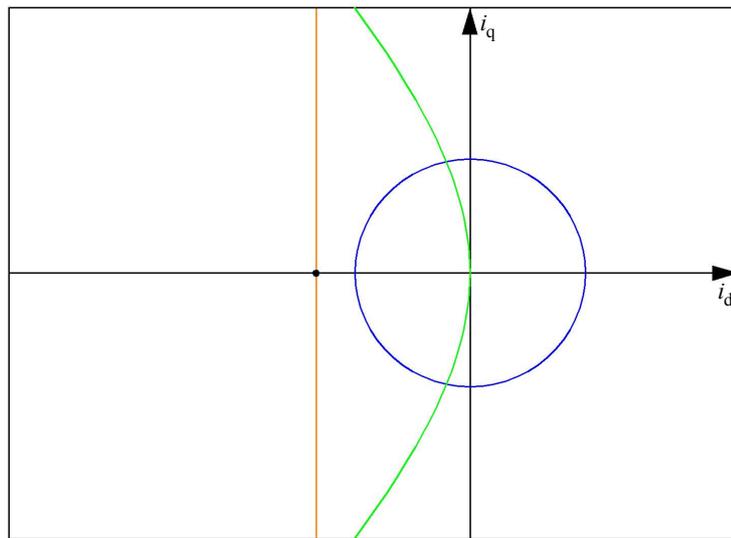


fig. 3.40 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di smagnetizzazione (arancio) nel caso I

Quando si verifica questo caso valgono tutte le considerazioni fatte sulle limitazioni nei precedenti paragrafi, in particolare che il limite di tensione possa sempre essere seguito fino alla sua intersezione col limite di corrente, questo fino a quando la velocità di rotazione non raggiunge un *valore massimo di velocità di rotazione* ω_{rm} , oltre il quale il rispettivo limite di tensione non interseca più il limite di corrente col conseguente annullamento dell'area operativa (cfr. fig. 3.41).

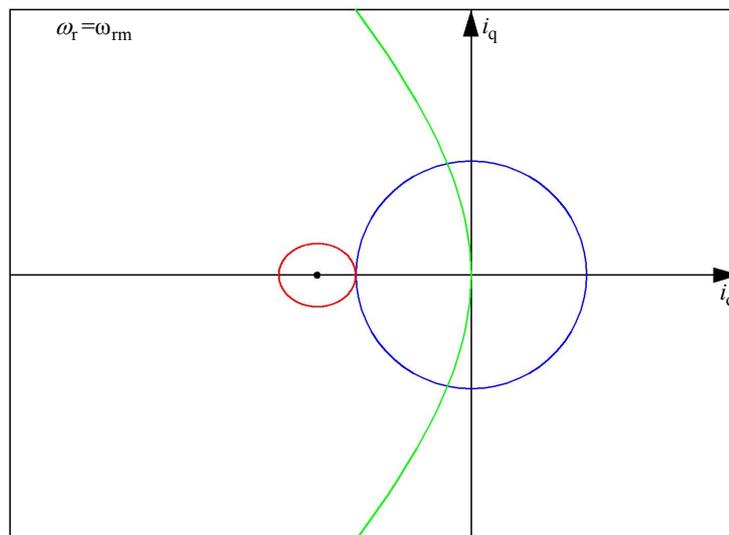


fig. 3.41 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di tensione (rosso) per un valore di velocità pari a quello massimo ω_{rm}

Il valore di ω_{rm} si calcola in modo analogo a quanto fatto per la macchina isotropa, facendo però stavolta riferimento alla (3.47)

$$\omega_{rm} = \frac{V_1}{p(\Phi_r - L_d I_1)} \quad (3.71)$$

Nel secondo caso si ha che il limite di smagnetizzazione interseca il limite di corrente e quindi concorre a delimitare l'area operativa (cfr. fig. 3.43). Ovviamente non risulta più soddisfatta la condizione espressa dalla (3.70).

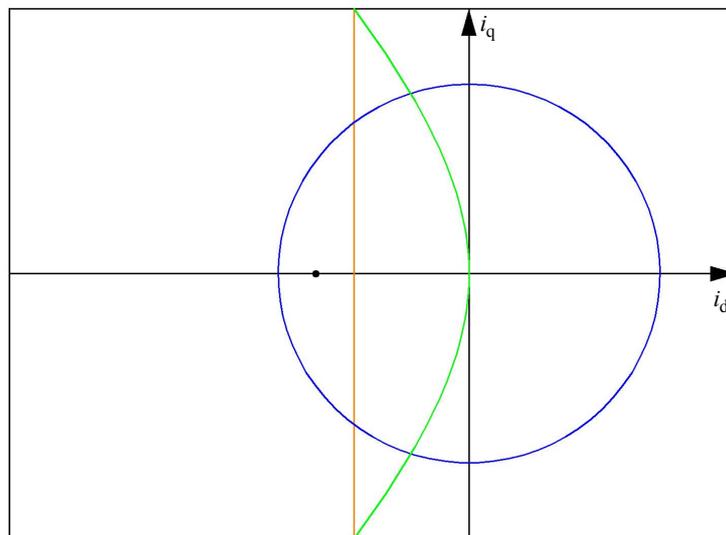


fig. 3.42 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di smagnetizzazione (arancio) nel caso II

Con riferimento allora alla fig. 3.43, si ha ora che esiste un valore di velocità di rotazione ω_{rs} , detto *velocità di scambio limite*, per il quale il limite di smagnetizzazione, il limite di corrente ed il limite di tensione si intersecano nel medesimo punto. Per valori della velocità di rotazione inferiori a ω_{rs} il riferimento di corrente, seguendo il limite di tensione, può giungere fino al limite di corrente, pertanto i componenti del vettore corrente sono limitati ai valori i_{df1} e i_{qf1} dati dalle relazioni (3.68). Per valori di velocità di rotazione superiori a ω_{rs} il riferimento di corrente, seguendo il limite di tensione, non può oltrepassare il limite di smagnetizzazione, di conseguenza il punto di intersezione tra il limite di tensione

ed il limite di smagnetizzazione determina i *valori limite di smagnetizzazione* dei componenti del vettore corrente i_{dsl} e i_{qsl} , il valore del componente di asse diretto i_{dsl} si ricava banalmente dalla (3.51) presa col segno di uguaglianza, il valore del componente di asse quadratura i_{qsl} si ricava dalla (3.47), presa col segno di uguaglianza, dopo avervi sostituito il valore i_{dsl}

$$i_{dsl} = -k_s \frac{\Phi_r}{L_d}$$

$$i_{qsl} = \frac{1}{L_q} \sqrt{\left(\frac{V_l}{p\omega_r}\right)^2 - \Phi_r^2 (1-k_s)^2}$$
(3.72)

corrispondentemente si ha un valore *limite di scambio per la coppia* M_{esl} pari a

$$M_{esl} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qsl} - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_{dsl} i_{qsl}$$
(3.73)

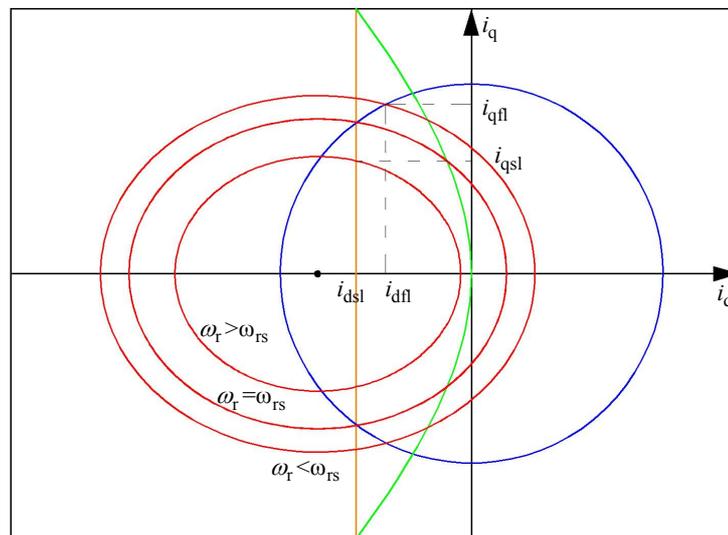


fig. 3.43 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) del limite di smagnetizzazione (arancio) e del limite di tensione (rosso) per velocità di rotazione minori, uguali e maggiori a quella di scambio limite ω_{rs} (caso II)

Per determinare il valore ω_{rs} , si può sfruttare il fatto che in corrispondenza di tale valore di velocità di rotazione, i limiti di corrente, tensione e smagnetizzazione devono intersecarsi nel medesimo punto. Si sostituisce pertanto il valore del

componente di asse diretto dato dalla prima delle (3.72), giacente quindi sul limite di smagnetizzazione, nella (3.46) presa col segno di uguaglianza, ricavandone il valore corrispondente del componente di asse quadratura sul limite di corrente, questi valori vanno poi introdotti nella (3.47) presa col segno di uguaglianza, ricavando il valore di velocità per il quale il limite di tensione interseca nello stesso punto sia il limite di corrente che quello di smagnetizzazione, ossia il valore ricercato

$$\omega_{rs} = \frac{V_1}{p \sqrt{L_q^2 I_l^2 + \Phi_r^2 \left[1 - 2k_s + \left(1 - \frac{L_q^2}{L_d^2} \right) k_s^2 \right]}} \quad (3.74)$$

La velocità di rotazione può aumentare oltre il valore ω_{rs} fino ad un *valore limite* ω_{rl} , per il quale il limite di tensione risulta tangente al limite di smagnetizzazione nel punto del piano di controllo di coordinate $\left(-k_s \frac{\Phi_r}{L_d}, 0 \right)$; oltre la velocità di rotazione limite non è consentito il funzionamento in quanto i limiti di tensione e smagnetizzazione non si intersecano ulteriormente, e viene ad annullarsi l'area operativa. Sostituendo i valori di i_d e i_q relativi al menzionato punto di tangenza nell'espressione del limite di tensione (3.47) presa col segno di uguaglianza si ottiene una equazione da cui si può ricavare il valore di ω_{rl}

$$\omega_{rl} = \frac{V_1}{p \Phi_r (1 - k_s)} \quad (3.75)$$

Va osservato come nel caso $k_s=1$ il valore limite di velocità sia infinito, ciò significa che l'area operativa non si annulla mai ed il limite di tensione tende allora a degenerare per velocità di rotazione infinita nel punto di coordinate $(-\Phi_r/L_d, 0)$; da ciò discende che è quindi teoricamente possibile, ma solo limitatamente a questo caso particolare, il funzionamento dell'azionamento per velocità infinita anche se con coppia sviluppata praticamente nulla.

Si passa infine ad analizzare il terzo caso (caso III) (cfr. fig. 3.44), nel quale si ha comunque che il limite di smagnetizzazione interseca il limite di corrente, tuttavia il limite di smagnetizzazione interseca il luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente in un punto (i_{dsm}, i_{qsm}) interno all'area delimitata dal limite di corrente. Ciò significa che al crescere del valore della coppia da sviluppare, seguendo la curva di massimizzazione, si interseca prima il limite di smagnetizzazione e, siccome volendo continuare a seguire la curva di massimizzazione si andrebbe a sinistra del limite di smagnetizzazione, non è più possibile proseguire fino all'intersezione col limite di corrente. Ciò nonostante una volta giunti nel punto (i_{dsm}, i_{qsm}) è pur sempre possibile proseguire lungo il limite di smagnetizzazione sino a raggiungere il punto (i_{dsi}, i_{qsi}) di intersezione del limite di smagnetizzazione col limite di corrente.

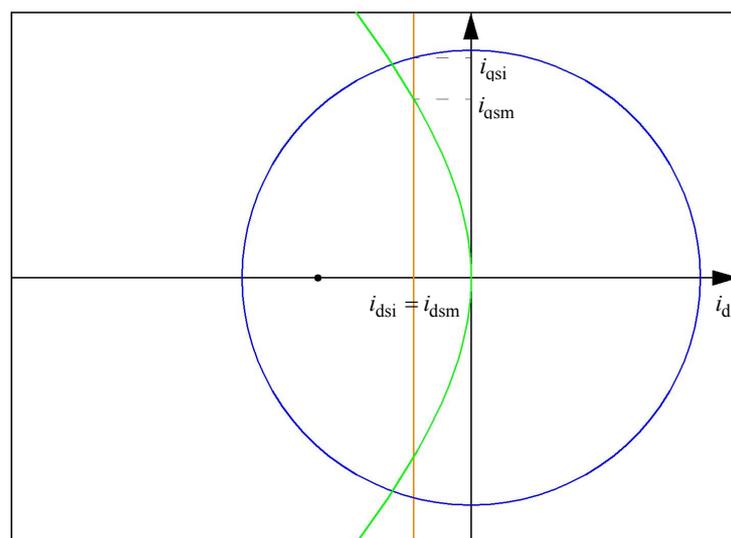


fig. 3.44 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) e del limite di smagnetizzazione (arancio) nel caso III

I valori i_{dsm} e i_{qsm} , detti *valori di passaggio dalla massimizzazione alla protezione dalla smagnetizzazione* dei componenti del vettore corrente, sono facilmente calcolabili considerando che i_{dsm} coincide con la prima delle (3.72) e che i_{qsm} si ricava sostituendo i_{dsm} nella seconda delle (3.63)

$$\begin{aligned}
 i_{dsm} &= -k_s \frac{\Phi_r}{L_d} \\
 i_{qsm} &= \sqrt{i_{dsm}^2 - \frac{\Phi_r}{L_q - L_d} i_{dsm}}
 \end{aligned}
 \tag{3.76}$$

corrispondentemente si ha un valore *limite di passaggio dalla massimizzazione alla protezione dalla smagnetizzazione per la coppia* M_{esm} pari a

$$M_{esm} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qsm} - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_{dsm} i_{qsm}
 \tag{3.77}$$

I valori i_{dsi} e i_{qsi} , detti *valori limite di protezione dalla smagnetizzazione* dei componenti del vettore corrente, sono facilmente calcolabili considerando che i_{dsi} coincide con la prima delle (3.72) e che i_{qsi} si ricava sostituendo i_{dsi} nella (3.46) presa col segno di uguaglianza

$$\begin{aligned}
 i_{dsi} &= -k_s \frac{\Phi_r}{L_d} \\
 i_{qsi} &= \sqrt{I_l^2 - i_{dsi}^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.78}$$

corrispondentemente si ha un valore *limite di protezione dalla smagnetizzazione per la coppia* M_{esi} pari a

$$M_{esi} = \frac{3}{2} p \Phi_r i_{qsi} - \frac{3}{2} p (L_q - L_d) i_{dsi} i_{qsi}
 \tag{3.79}$$

Si ha quindi che per valori di velocità sufficientemente bassi, tali da escludere la presenza del limite di tensione, si segue la curva di massimizzazione fino al punto (i_{dsm}, i_{qsm}) per il quale viene sviluppata la coppia M_{esm} , poi viene seguito il limite di smagnetizzazione fino al punto (i_{dsi}, i_{qsi}) per il quale viene sviluppata la coppia M_{esi} . Muovendosi lungo il tratto del limite di smagnetizzazione, se si implementa il controllo di tipo feed-forward i valori di riferimento dei componenti del vettore corrente i_d^* e i_q^* , detti i_{ds} e i_{qs} , che applicano la *strategia di protezione dalla smagnetizzazione*, sono ricavati il primo dalla (3.51) presa col segno di

uguaglianza, che tiene conto del fatto che ci si trovi sul limite di smagnetizzazione,

$$i_{ds} = -k_s \frac{\Phi_r}{L_d} \quad (3.80)$$

il secondo dalla (3.45), che contiene l'informazione circa la coppia che si desidera sviluppare, nella quale va sostituito il valore i_{ds}

$$i_{qs} = \frac{M_e^*}{\frac{3}{2} p \frac{k_s L_q + (1 - k_s) L_d}{L_d} \Phi_r} \quad (3.81)$$

Nel caso invece si usi il controllo con retroazione della coppia il valore di riferimento i_q^* viene fornito dal regolatore di coppia mentre il valore di riferimento i_d^* è sempre pari a i_{ds} . Si faccia ora riferimento alla fig. 3.44.

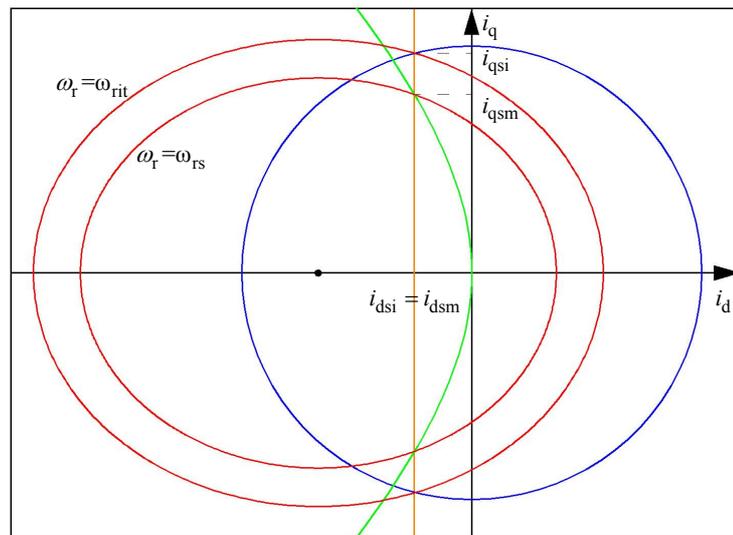


fig. 3.44 – Rappresentazione del luogo dei punti per la massimizzazione del rapporto coppia/corrente (verde) del limite di corrente (blu) del limite di smagnetizzazione (arancio) e del limite di tensione (rosso) per velocità di rotazione pari a ω_{rs} e ω_{rit} (caso III)

La situazione fin qui esposta vale fino a quando, al crescere della velocità di rotazione, il limite di tensione non interseca il limite di corrente e quello di smagnetizzazione nel punto (i_{dsi}, i_{qsi}) ; è facile riscontrare che il valore di velocità per cui avviene questo altri non è che il valore ω_{rs} , già definito per il caso II. Oltre questa velocità valgono ovviamente come limiti per i componenti del vettore

corrente i valori i_{dsl} e i_{qsl} , mentre la coppia è limitata dal valore M_{esl} . Occorre ora notare come all'aumentare della velocità oltre ω_{rs} fino a che il limite di tensione non interseca nel punto (i_{dsm}, i_{qsm}) il limite di smagnetizzazione e la curva di massimizzazione si applica la strategia di protezione dalla smagnetizzazione; superato quel punto il limite di smagnetizzazione torna alla sua funzione originaria di sola limitazione e le strategie applicate sono quella di massimizzazione del rapporto coppia/corrente e quella di indebolimento di campo secondo le regole già stabilite nei casi I e II. Si può pertanto dire che nel punto (i_{dsm}, i_{qsm}) inizia la transizione tra una strategia e altre due, pertanto la velocità per la quale il limite di tensione passa per quel punto è proprio la velocità di inizio transizione, ricavabile dalla (3.47) presa col segno di uguaglianza, sostituendovi i valori i_{dsm} e i_{qsm}

$$\omega_{rit} = \frac{V_1}{p \sqrt{(\Phi_r + L_d i_{dsm})^2 + L_q^2 i_{qsm}^2}} \quad (3.82)$$

Resta ora da determinare la condizione che discrimina se si è nel caso II oppure nel caso III. Questa si può facilmente ricavare considerando che si passa da un caso all'altro quando il limite di corrente, il limite di smagnetizzazione e la curva di massimizzazione si intersecano nel punto (i_{dsi}, i_{qsi}) ; si ha in questo caso che il raggio del limite di corrente, ossia il valore di I_1 , è pari al modulo i_{ds} del vettore corrente che ha come componenti i_{dsi} e i_{qsi}

$$i_{ds} = \frac{\Phi_r}{L_d} \sqrt{2k_s^2 + k_s \frac{L_d}{L_q - L_d}} \quad (3.83)$$

per cui la condizione che assicura si è nel caso III è la seguente

$$I_1 \geq \frac{\Phi_r}{L_d} \sqrt{2k_s^2 + k_s \frac{L_d}{L_q - L_d}} \quad (3.84)$$

In definitiva ci si trova nel caso I se si verifica la (3.70), nel caso II se non si verifica ne la (3.70) ne la (3.84), e nel caso III se si verifica la (3.84).

Cap. IV Schemi di sistemi di controllo vettoriale per azionamenti AC-brushless a magneti permanenti

Vengono ora presentati gli schemi dei sistemi di controllo per un azionamento AC-brushless impiegati per implementare gli algoritmi di controllo in corrente proposti nel cap. III. In particolare un primo schema (cfr. fig. 4.1) implementa l'algoritmo di tipo feed-forward in coppia, il secondo invece (cfr. fig. 4.2) implementa l'algoritmo con feed-back della coppia.

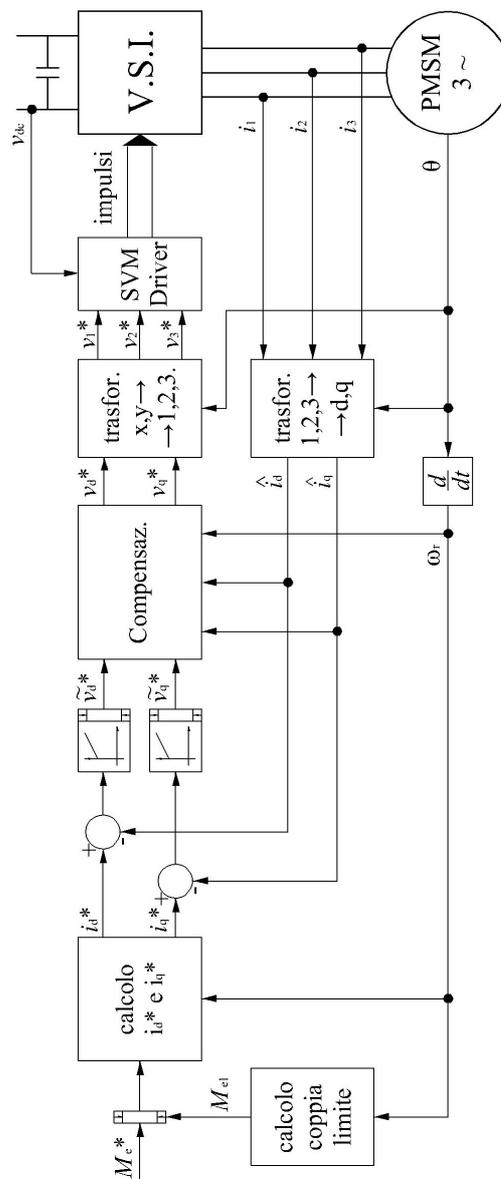


fig. 4.1 – Rappresentazione dello schema di principio del sistema di controllo basato sull'algoritmo di controllo di tipo feed-forward in coppia

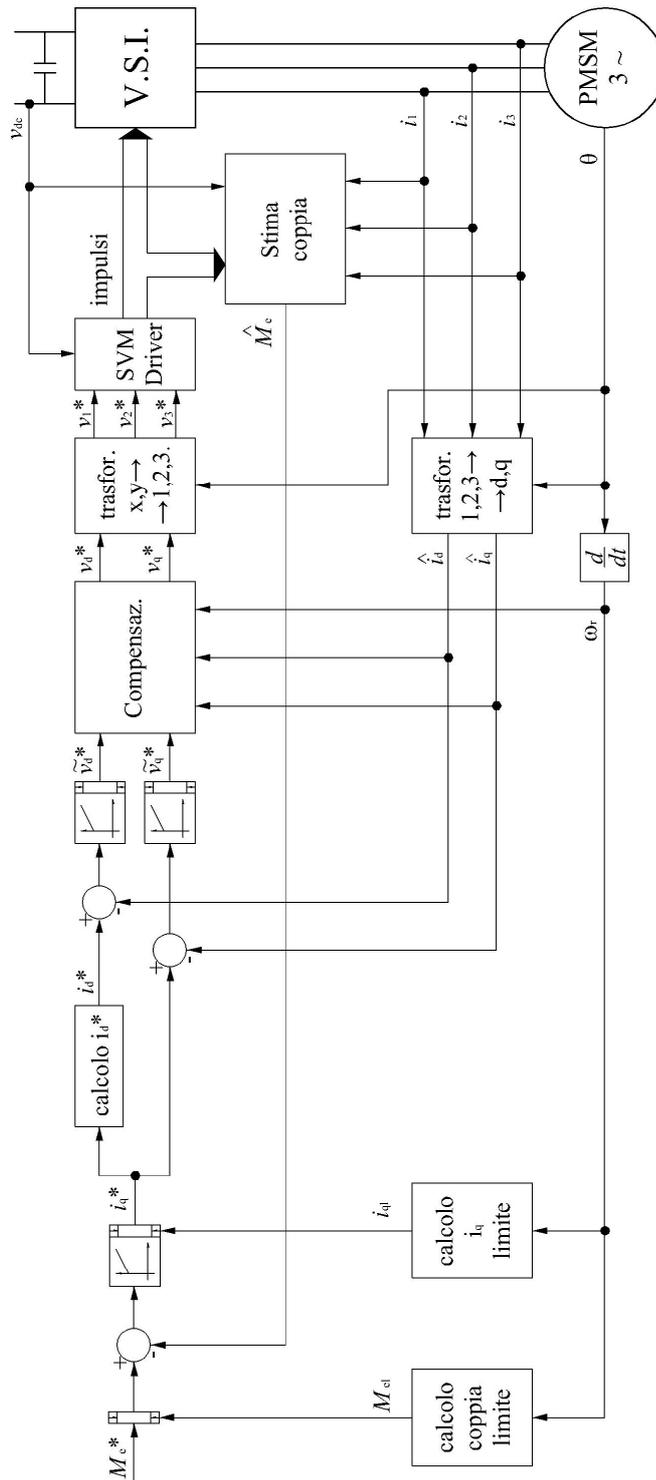


fig. 4.2 – Rappresentazione dello schema di principio del sistema di controllo basato sull’algoritmo di controllo con feed-back della coppia

1. Descrizione generale degli schemi di principio dei sistemi di controllo

Entrambi gli algoritmi di controllo forniscono i valori di riferimento i_d^* ed i_q^* per i componenti del vettore corrente espressi nel sistema di riferimento (d,q) solidale al rotore, il sistema di controllo deve pertanto fare in modo che le correnti effettive nelle tre fasi i_1 , i_2 e i_3 siano tali che i corrispondenti valori stimati dei componenti \hat{i}_d ed \hat{i}_q del vettore corrente effettivo seguano il più fedelmente possibile i valori di riferimento. Siccome il convertitore utilizzato è un inverter a tensione impressa (VSI) comandato mediante una tecnica di modulazione SVM (space vector modulation), i valori di riferimento delle correnti non possono essere imposti direttamente da questo, che deve essere piuttosto comandato opportunamente per cercare di imporli nei circuiti di statore.

1.1 Calcolo dei riferimenti di tensione

È pertanto necessario effettuare il rilievo delle correnti reali nelle tre fasi i_1 , i_2 e i_3 , da queste calcolare i componenti i_x ed i_y del vettore corrente espresso nel sistema di riferimento (x,y) solidale allo statore

$$\begin{aligned} i_x &= i_1 - \frac{1}{2}i_2 - \frac{1}{2}i_3 \\ i_y &= \frac{\sqrt{3}}{2}i_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i_3 \end{aligned} \tag{4.1}$$

da cui si possono stimare i componenti \hat{i}_d ed \hat{i}_q con le seguenti trasformazioni, una volta nota la posizione angolare del rotore

$$\begin{aligned} \hat{i}_d &= i_x \cos p\theta + i_y \sin p\theta \\ \hat{i}_q &= -i_x \sin p\theta + i_y \cos p\theta \end{aligned} \tag{4.2}$$

Si ricorda che nello scrivere la (4.1) vale la condizione

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (4.3)$$

Questi valori, confrontati con quelli di riferimento i_d^* ed i_q^* in opportuni regolatori di corrente proporzionali-integrali, generano i valori di riferimento dei componenti \tilde{v}_d^* e \tilde{v}_q^* del vettore tensione espresso nel sistema di riferimento (d,q) solidale al rotore. Tali valori vengono quindi inviati ad un opportuno blocco di compensazione, necessario per tenere conto della dipendenza di ciascuna delle componenti del vettore tensione da entrambi le componenti del vettore corrente, tale compensazione non risulta necessaria quando le costanti proporzionali dei regolatori sono sufficientemente elevate. Le operazioni effettuate dal blocco di compensazione sono le seguenti

$$\begin{aligned} v_d^* &= \tilde{v}_d^* + R\hat{i}_d - p\omega_r L_q \hat{i}_q \\ v_q^* &= \tilde{v}_q^* + R\hat{i}_q - p\omega_r L_d \hat{i}_d + p\omega_r \Phi_r \end{aligned} \quad (4.4)$$

Una volta compensati i valori di riferimento del vettore tensione vengono trasformati nei componenti v_x^* ed v_y^* espressi nel riferimento di statore, nota la posizione angolare del rotore

$$\begin{aligned} v_x^* &= v_d^* \cos p\theta - v_q^* \sin p\theta \\ v_y^* &= v_d^* \sin p\theta + v_q^* \cos p\theta \end{aligned} \quad (4.5)$$

Per poi ricavare i valori di riferimento per le tre tensioni di fase

$$\begin{aligned} v_1^* &= v_x^* \\ v_2^* &= -\frac{1}{2}v_x^* + \frac{\sqrt{3}}{2}v_y^* \\ v_3^* &= -\frac{1}{2}v_x^* - \frac{\sqrt{3}}{2}v_y^* \end{aligned} \quad (4.6)$$

1.2 Stella di tensioni di un inverter V.S.I. e cenni sulla tecnica di modulazione SVM (Space Vector Modulation)

Le tre tensioni di fase di riferimento oppure, il che è lo stesso, il vettore tensione di riferimento vengono al driver SVM, necessario a comandare l'inverter. L'inverter a tensione impressa, è caratterizzato da un numero finito di *stati di conduzione*, corrispondenti alle diverse possibili combinazioni di stati di "on" o "off" dei singoli rami. Se si assume che in ogni fase di inverter conduce uno ed uno solo dei due rami, ciascuna delle tensioni V_a , V_b e V_c (vedi fig. 4.3) è pari a 0 oppure a V_d (in valori relativi $v_a=V_a/V_d$, $v_b=V_b/V_d$ e $v_c=V_c/V_d$ sono pari a 0 oppure a 1) a seconda che conduca il ramo inferiore o quello superiore.

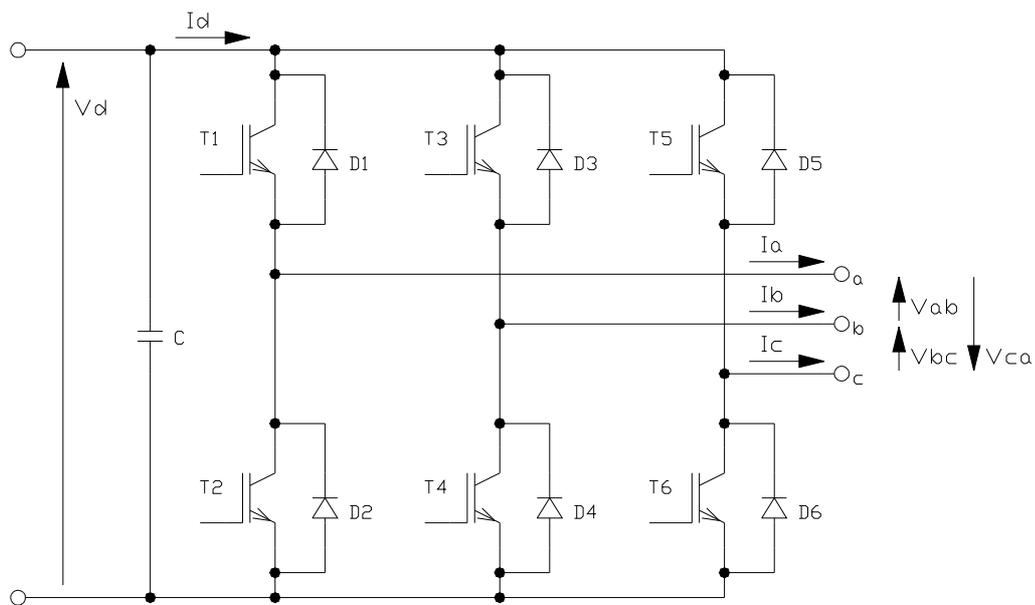


fig. 4.3 – Schema elettrico di un inverter V.S.I.

Il vettore componente simmetrico di tensione, definito dalla (2.32), è esprimibile come segue

$$\mathbf{v} = \frac{2}{3} \left(V_a + V_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + V_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \frac{2}{3} V_d \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (4.7)$$

Risulta, allora, di ampiezza nulla se v_a , v_b e v_c sono tutti e tre contemporaneamente pari a 0 o a 1, mentre ha ampiezza costante e pari a $2V/3$ negli altri casi. È agevole verificare che l'inverter ha 8 stati possibili di conduzione, cui corrispondono 2 vettori nulli di tensione (v_0 e v_7) e 6 vettori attivi (v_1 , v_2 , v_3 , v_4 , v_5 e v_6) rappresentati in fig. 4.4 sul piano complesso. I vettori attivi costituiscono la stella delle tensioni di fase dell'inverter, i loro estremi occupano i vertici di un esagono regolare. Alimentando una macchina con un V.S.I. si ha che il vettore spaziale di tensione può occupare solo 7 posizioni (i 6 raggi dell'esagono per i 6 stati attivi e il centro dell'esagono per i due stati nulli) e "salta" dall'una all'altra in corrispondenza di ogni commutazione, mentre il sistema di controllo che viene adoperato necessita che il vettore spaziale di tensione possa muoversi con continuità nel piano complesso.

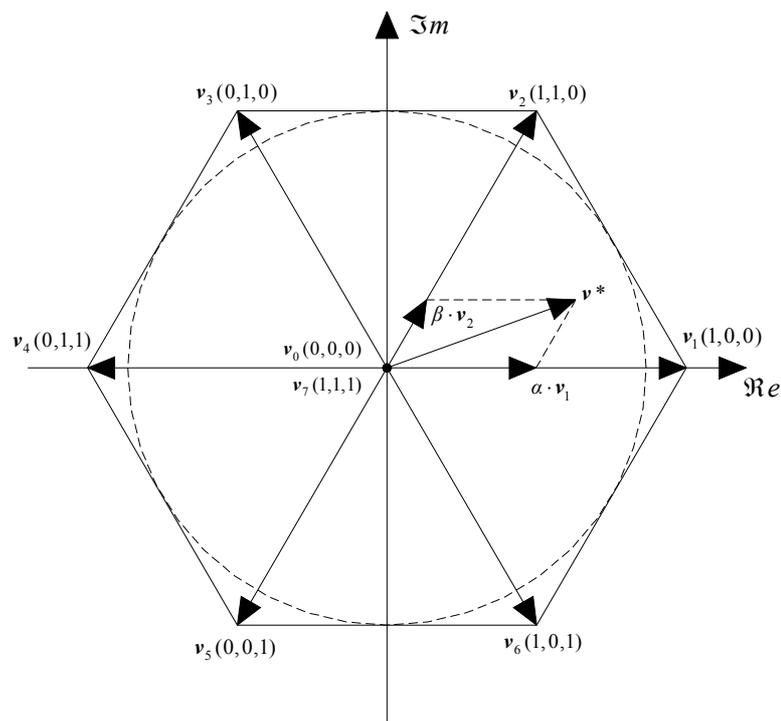


fig. 4.4 – Schema elettrico di un inverter V.S.I.

La tecnica di modulazione SVM (Space Vector Modulation) permette però di ottenere che un determinato vettore di tensione di riferimento v^* , anche se non può essere seguito con continuità, possa almeno essere ottenuto "in media" in periodo di tempo T , applicando per dei periodi di tempo opportuni, i vettori che costituiscono la stella di tensioni del V.S.I.

Con riferimento alla fig. 4.4, il vettore v^* viene ottenuto applicando per un tempo t_1 il vettore v_1 , per un tempo t_2 il vettore v_2 (in modo che la somma di t_1 e t_2 sia al più pari a T) e per il tempo residuo uno dei due vettori di tensione nulli (v_0 o v_7) in modo che

$$v^* = \frac{t_1}{T} v_1 + \frac{t_2}{T} v_2 = \alpha v_1 + \beta v_2 \quad (4.8)$$

dove sono stati indicati con α e β i duty-cycles rispettivamente dei vettori v_1 e v_2 . Da notare come non si possa comunque ottenere un vettore di tensione all'esterno dell'esagono, ed in particolare un vettore di modulo superiore al raggio della circonferenza inscritta nell'esagono per qualunque posizione angolare del vettore stesso.

Gestendo in maniera opportuna questa tecnica si può fare in modo che in ogni ramo dell'inverter si abbia una commutazione in ogni periodo T , ottenendo una frequenza di commutazione dell'inverter pari a:

$$f_c = \frac{1}{T} \quad (4.9)$$

2. Generazione dei riferimenti di corrente

I riferimenti di corrente vanno ricavati in base a quanto visto nel cap. III. Di seguito vengono mostrate le differenze tra gli schemi introdotte dall'utilizzo di un algoritmo di controllo o dell'altro.

2.1 Generazione dei riferimenti di corrente con l'algoritmo di controllo feed-forward in coppia

Il valore di riferimento della coppia motrice M_e^* viene dapprima limitato in un apposito blocco. Il valore di limitazione della coppia motrice M_{el} viene calcolato da un altro blocco, in funzione della velocità di rotazione. Il blocco di limitazione provvede inoltre ad una funzione di limitazione della pendenza del riferimento di

coppia, necessaria a limitare lo strappo (cfr. app. A cap. I). Dal valore di riferimento della coppia limitato e dal valore attuale della velocità di rotazione vengono infine calcolati i valori di riferimento dei componenti i_d^* ed i_q^* .

2.2 Generazione dei riferimenti di corrente con l'algoritmo di controllo con feed-back della coppia

A differenza del caso precedente il valore limitato della coppia motrice viene confrontato con il valore stimato della coppia motrice \hat{M}_e in un ulteriore regolatore proporzionale-integrale che fornisce direttamente il valore di riferimento del componente i_q^* , siccome esiste, come già anticipato nel cap. III, un legame continuo e monotono tra la coppia motrice ed il componente i_q . i_q^* viene ulteriormente limitato in un altro blocco di limitazione dal valore i_{q1} , calcolato sempre in funzione della velocità. Dal valore di riferimento i_q^* e dal valore attuale della velocità viene calcolato infine il valore di riferimento i_d^* .

La coppia motrice stimata \hat{M}_e si può ricavare come segue

$$\hat{M}_e = -\frac{3}{2}p\Im\left\{\hat{\Phi}_s \tilde{\mathbf{i}}\right\} = \frac{3}{2}p(\Phi_{sx}i_y - \Phi_{sy}i_x) \quad (4.10)$$

Dove $\tilde{\mathbf{i}}$ è il vettore corrente stimato e $\hat{\Phi}_s$ il vettore flusso di statore stimato ottenibile a partire dai valori di corrente e tensione rielaborando la (2.34)

$$\hat{\Phi}_s = \hat{\Phi}_{s0} + \int_0^t (\hat{\mathbf{v}} - R\hat{\mathbf{i}}) dt \quad (4.11)$$

È possibile ricostruire il vettore tensione $\hat{\mathbf{v}}$ una volta noti il valore della tensione di alimentazione dell'inverter v_{dc} e la sequenza precisa degli impulsi di comando.

Cap. V Simulazioni del funzionamento di un azionamento AC-Brushless per la trazione

Saranno ora mostrati i risultati di alcune simulazioni del funzionamento di un prototipo di un azionamento per la trazione, basato su di una macchina AC-Brushless a magneti permanenti isotropa trifase con collegamento a stella degli avvolgimenti. Si prevede di impiegare tale azionamento su veicoli per la trazione su ferro leggera (applicazioni tranviarie). La velocità massima prevista per il veicolo è di 80 km/h. Tutte le simulazioni sono state effettuate utilizzando entrambi gli schemi di controllo proposti nel cap. IV, in modo da valutare caso per caso quale possa essere il più adatto.

Una prima serie di simulazioni ha riguardato dapprima l'avviamento dell'azionamento fino al raggiungimento dell'equilibrio, prima applicando la caratteristica di coppia limite, poi ponendo il riferimento di coppia ad un valore pari al 50% della coppia motrice nominale, e in seguito la frenatura con arresto dell'azionamento a partire dalla velocità massima.

Successivamente, in una seconda serie di simulazioni, è stata effettuata una analisi di sensibilità parametrica alterando, uno alla volta, i parametri caratteristici del motore rispetto a quelli utilizzati nel controllo; questo è stato fatto simulando nuovamente l'avviamento dell'azionamento fino al raggiungimento dell'equilibrio, prima applicando la caratteristica di coppia limite, poi ponendo il riferimento di coppia ad un valore pari al 50% della coppia motrice nominale.

Infine, in una terza serie di simulazioni, è stato simulato il comportamento dell'azionamento durante la fase di coasting (rallentamento inerziale), a partire da una velocità di regime pari a quella massima, conseguente ad una anomalia nel sistema di alimentazione dell'azionamento. Questa simulazione è stata effettuata in due casi distinti, in ognuno dei quali si è seguita una logica differente.

Nelle prime due serie di simulazioni si è supposto che l'inverter sia alimentato da una sorgente a tensione costante e di potenza prevalente. Nell'ultima serie è stato introdotto, tra la sorgente e l'inverter, un ulteriore circuito di alimentazione secondo i tipici schemi adottati in trazione elettrica.

1. Parametri caratteristici del sistema simulato

Per quanto riguarda la macchina si hanno i seguenti dati caratteristici:

- Potenza nominale $P_n = 73.7$ [kW]
- Tensione nominale (concatenata efficace) $V_n = 520$ [V]
- Corrente (efficace) $I_n = 128$ [A]
- Momento della coppia motrice nominale $M_{en} = 2200$ [Nm]
- Velocità nominale $\omega_{rn} = 320$ [giri/min] = 33.51 [rad/s]
- Velocità massima $\omega_{rm} = 640$ [giri/min] = 67.02 [rad/s]
- Numero di coppie polari $p = 8$
- Resistenza $R = 0.27$ [Ω]
- Induttanza $L = 5.7$ [mH]
- Flusso concatenato magneti permanenti $\Phi_r = 1.0128$ [Wb]
- Momento d'inerzia del motore $J_{mot} = 0.9$ [kgm²]

Il carico meccanico è invece rappresentato da una caratteristica meccanica che segue la seguente legge:

- $M_r = k\omega_r^3$ con $k = 4.8327 \cdot 10^{-3}$ [Nms³]
- Momento d'inerzia esterno riportato all'asse del motore $J_{ext} = 770$ [kgm²]

Per quanto riguarda il controllo, si hanno per la tensione limite e la corrente limite i rispettivamente i seguenti valori: $V_l = 388$ [V] e $I_l = 181$ [A]. Si è supposto inoltre che la tensione di alimentazione dell'inverter sia $V_{dc} = 750$ [V], e che questo lavori ad una frequenza di commutazione $f_c = 2$ [kHz].

2. Simulazione dell'avviamento completo fino a velocità di regime e della frenatura con arresto

Vengono di seguito riportati i risultati della prima serie di simulazioni. La prima relativa ad un avviamento con coppia di riferimento limite, la seconda ad un avviamento a coppia di riferimento pari al 50% di quella nominale, la terza ad una frenatura con arresto a partire dalla velocità massima. Vengono riportati i grafici degli andamenti, nell'ordine, delle coppie (motrice, di riferimento e resistente), normalizzate rispetto alla coppia nominale, della velocità normalizzata rispetto a quella nominale, delle correnti d'asse diretto (stimata e di riferimento), delle

correnti d'asse quadratura (stimata e di riferimento), normalizzate rispetto alla corrente limite; per ogni simulazione è stato utilizzato prima il controllo feed-forward e poi quello feed-back.

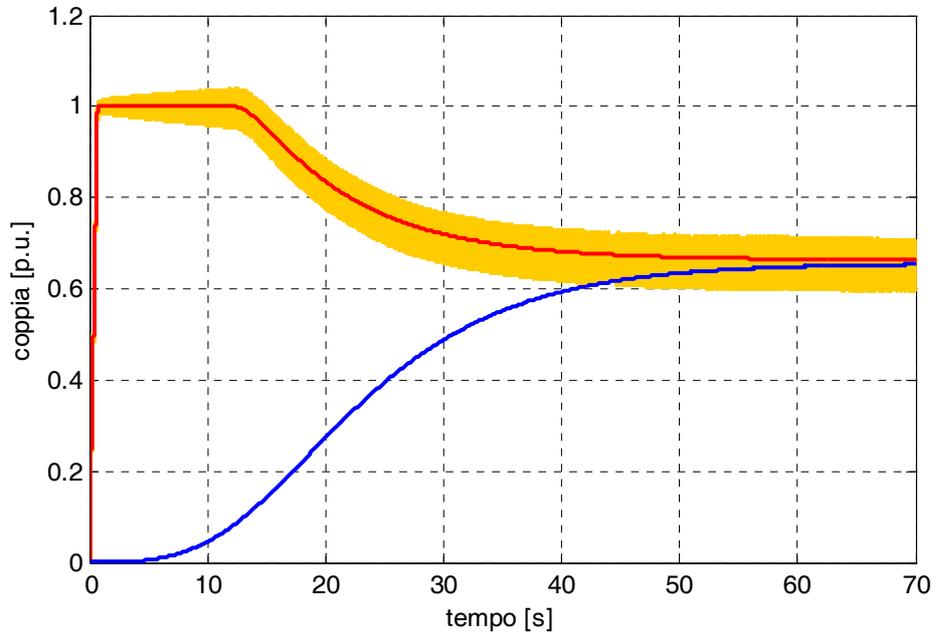


fig. 5.1 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward

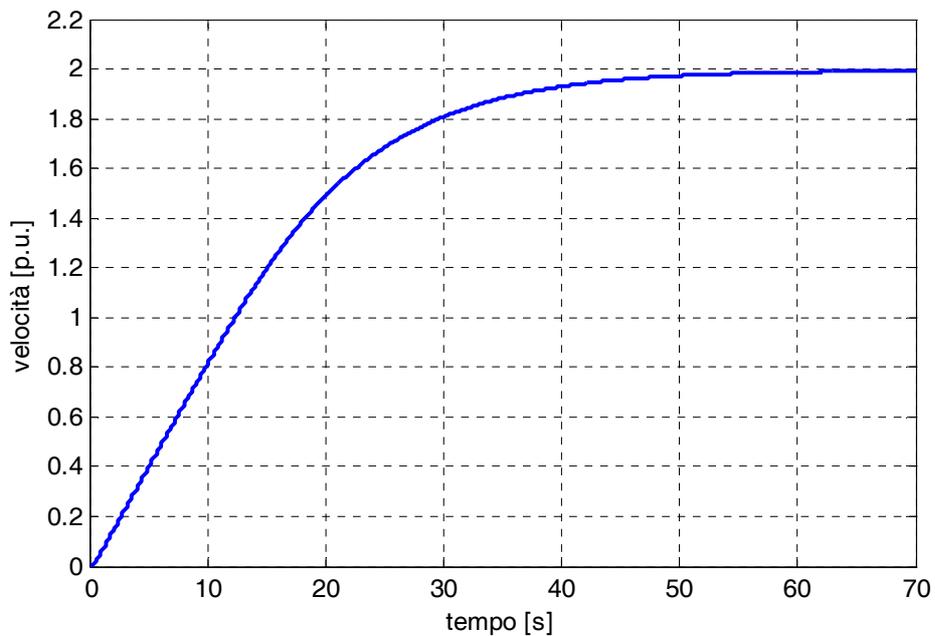


fig. 5.2 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward

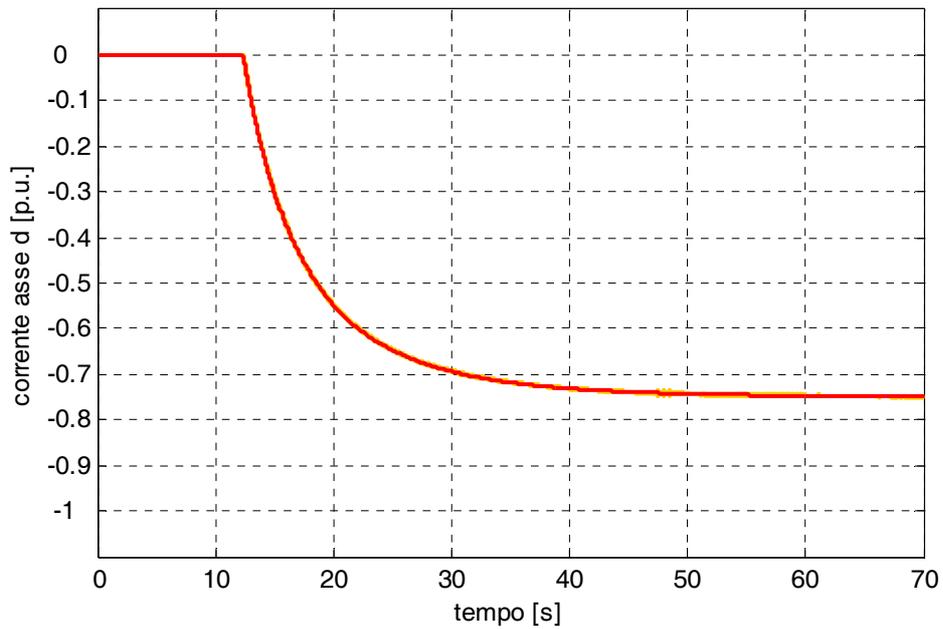


fig. 5.3 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward

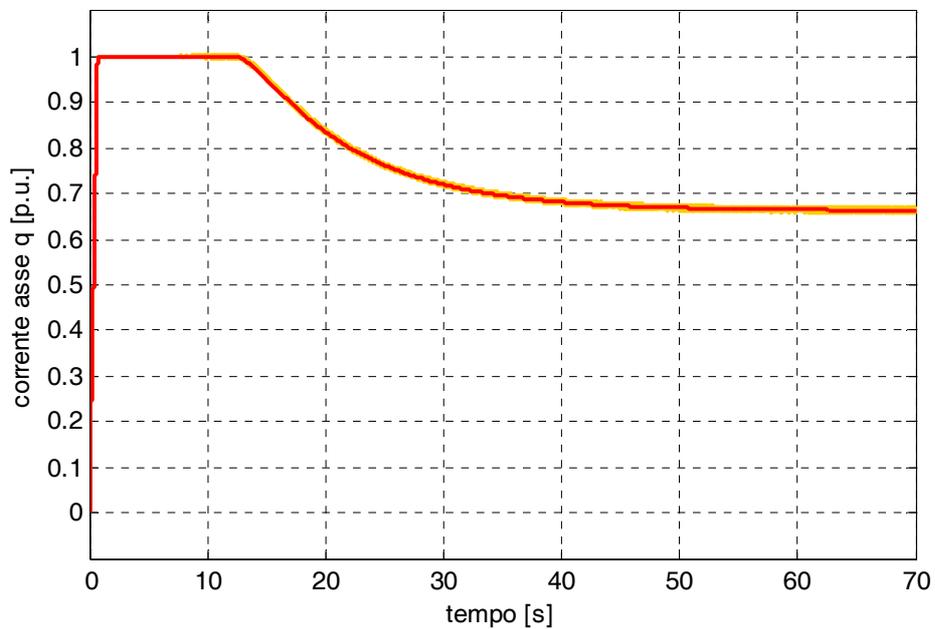


fig. 5.4 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward

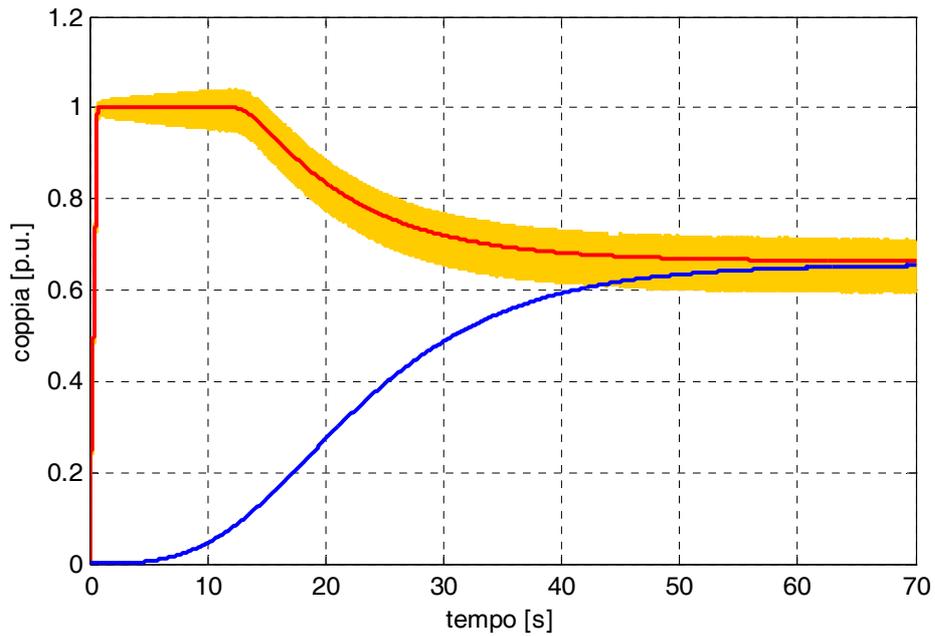


fig. 5.5 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back

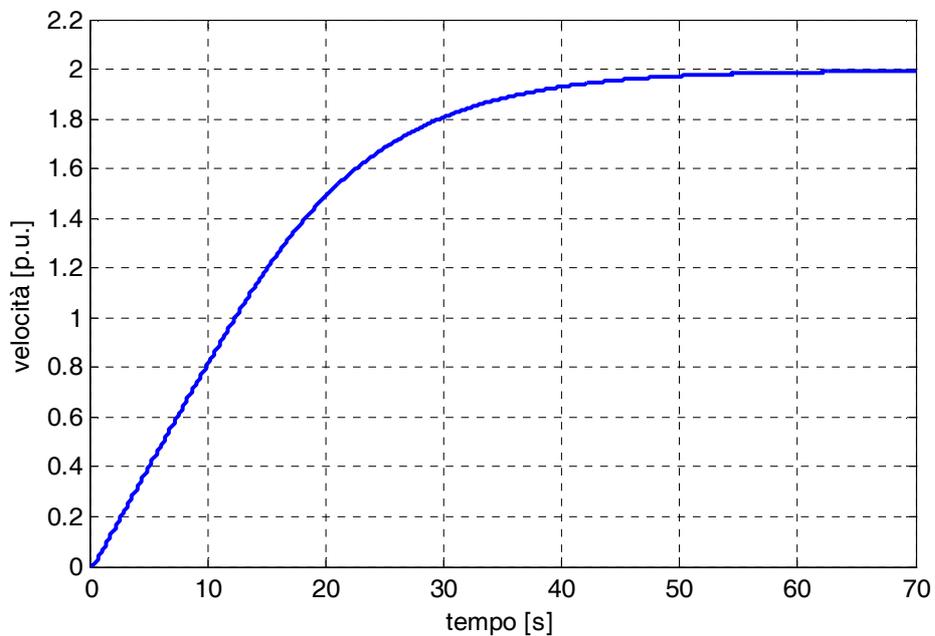


fig. 5.6 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back

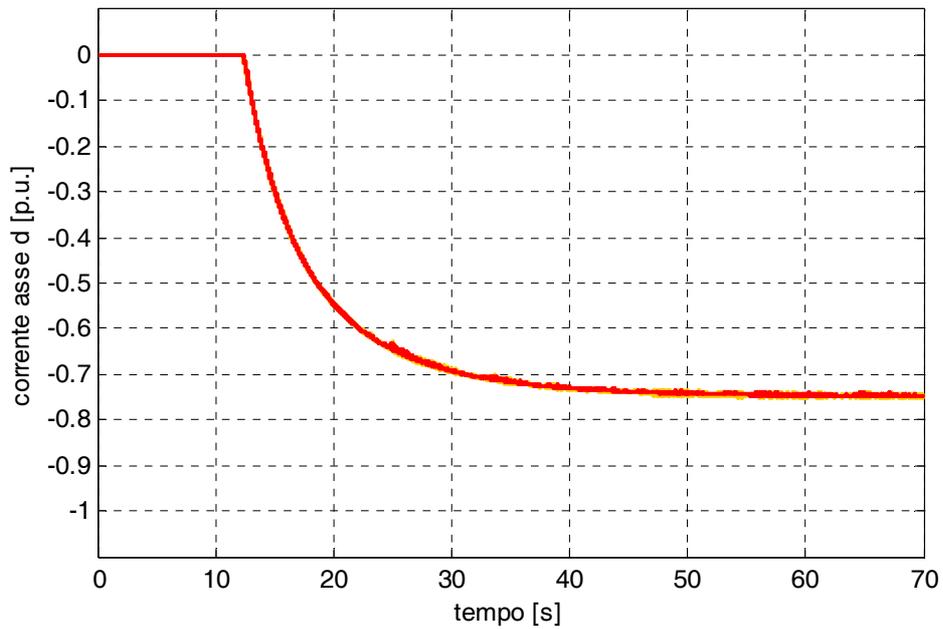


fig. 5.7 – Andamento nel tempo della corrente d’asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l’avviamento a coppia limite, utilizzando l’algoritmo feed-back

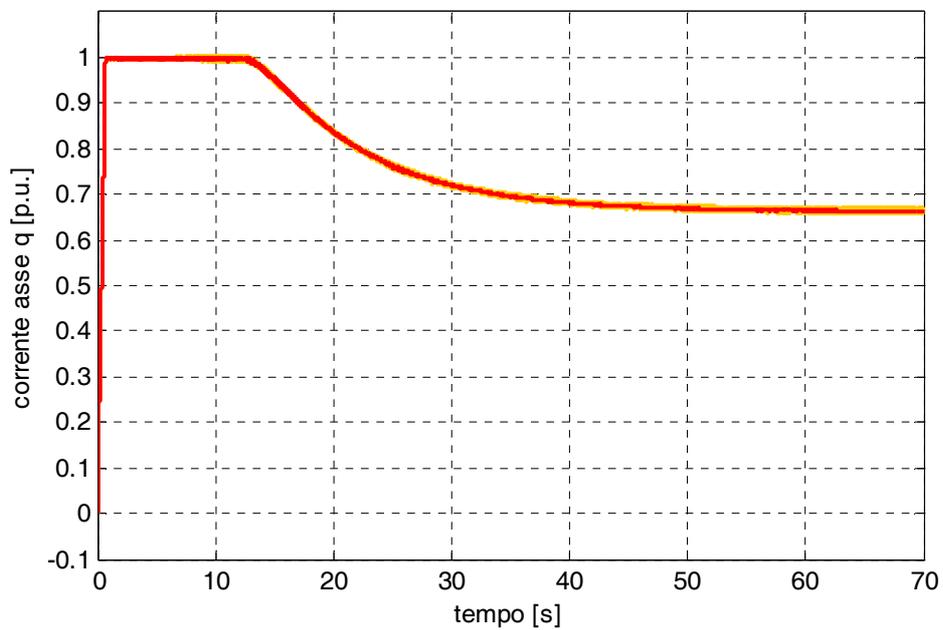


fig. 5.8 – Andamento nel tempo della corrente dell’asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l’avviamento a coppia limite, utilizzando l’algoritmo feed-back

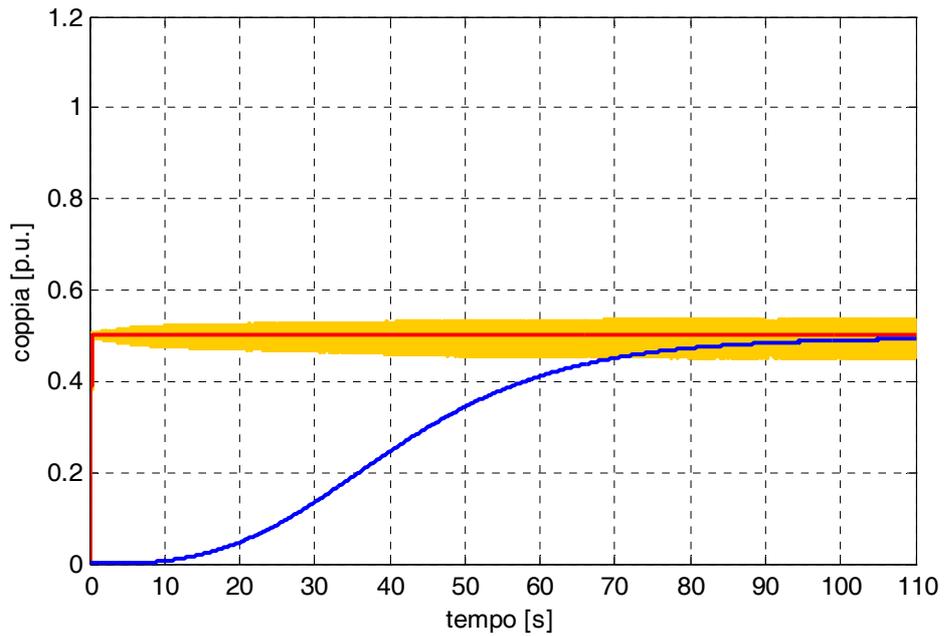


fig. 5.9 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward

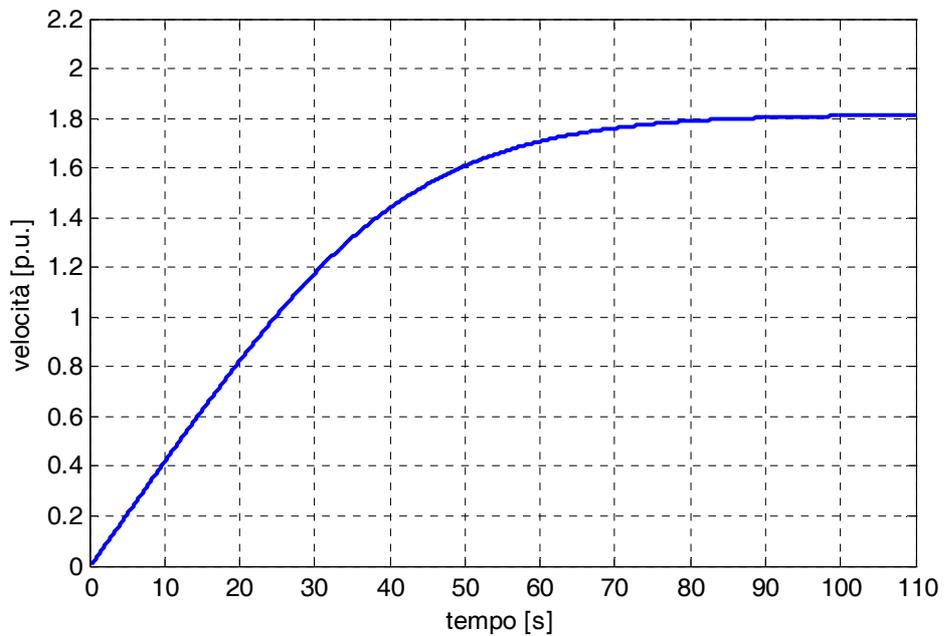


fig. 5.10 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward

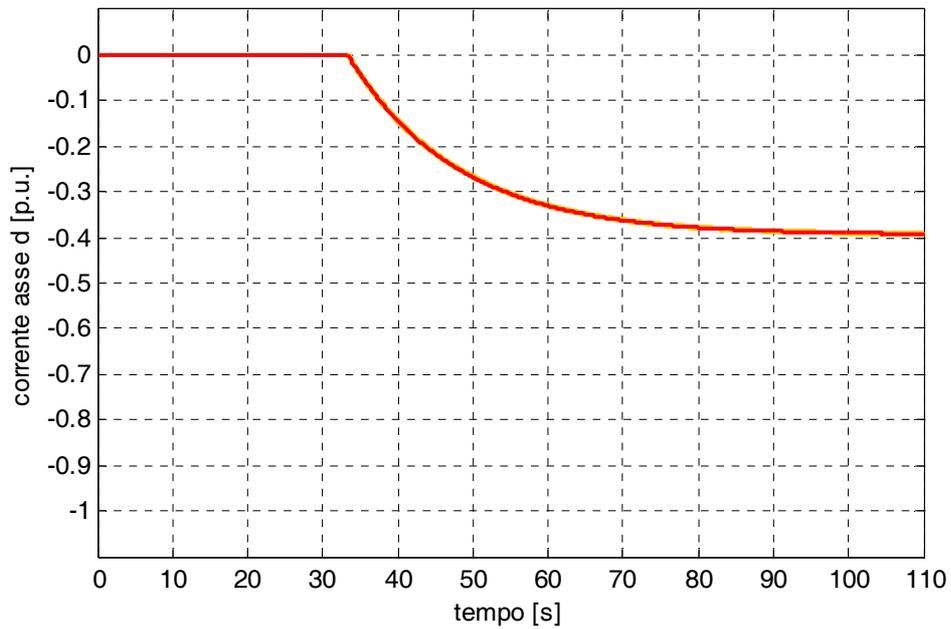


fig. 5.11 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward

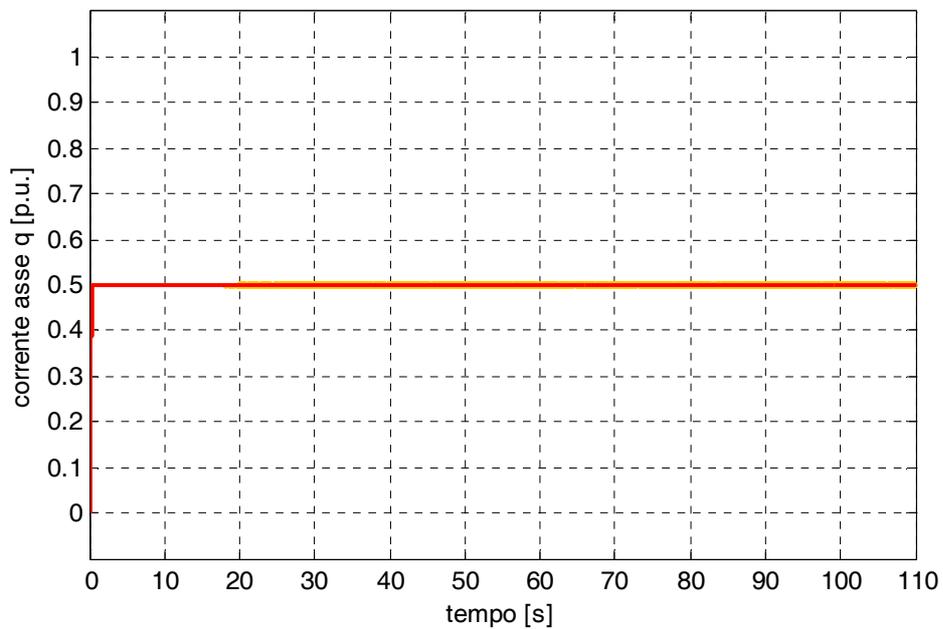


fig. 5.12 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward

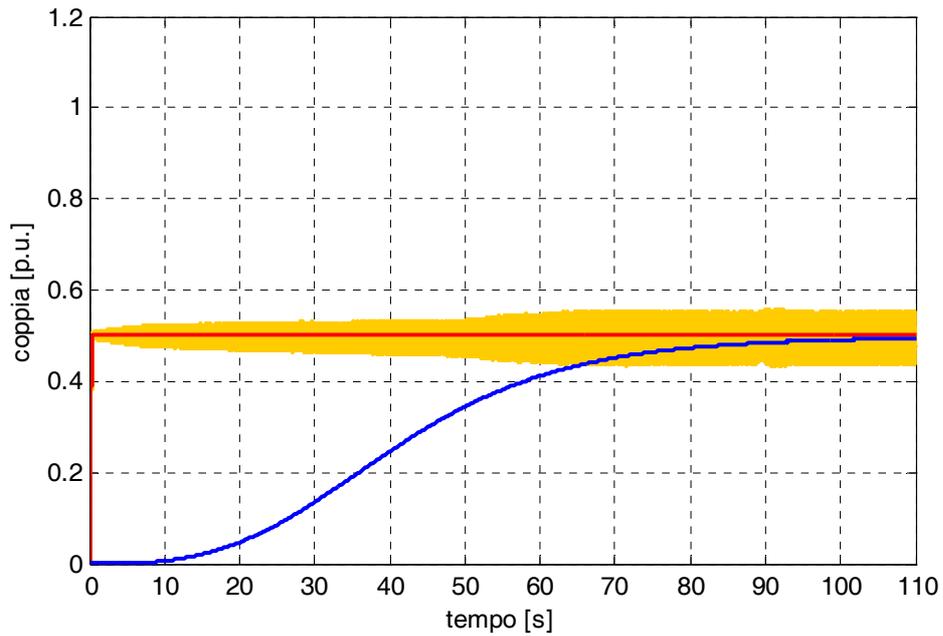


fig. 5.13 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back

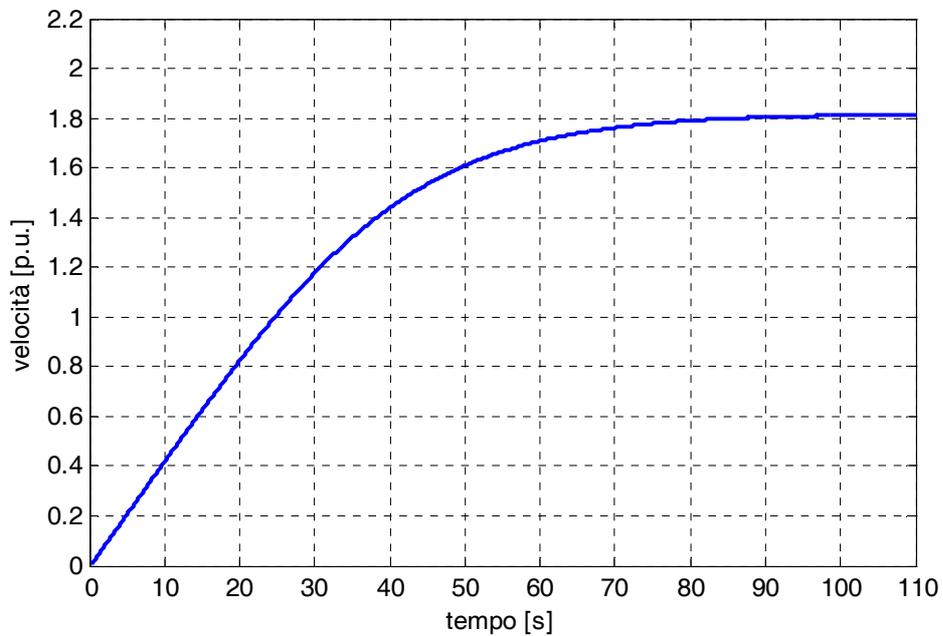


fig. 5.14 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back

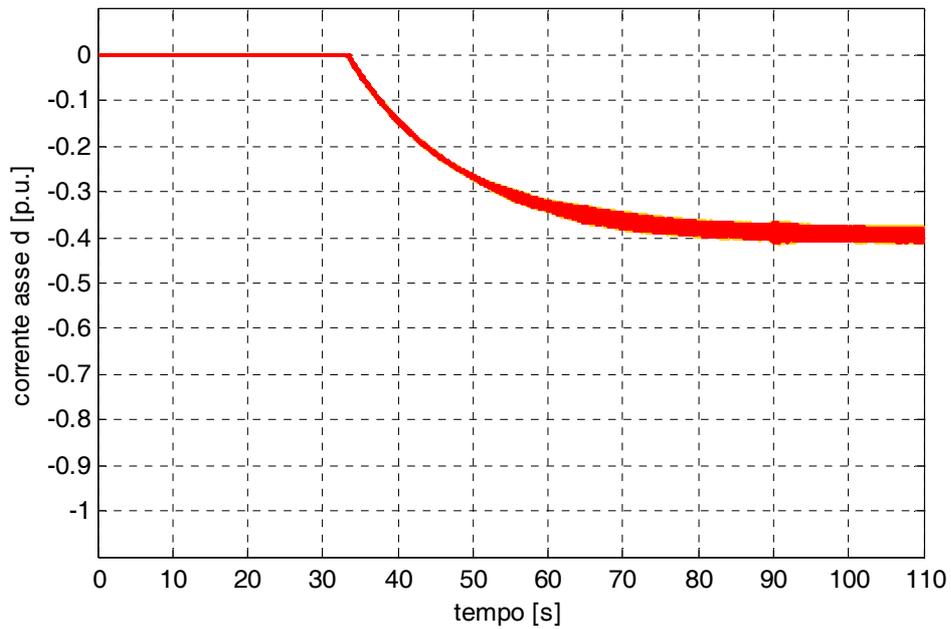


fig. 5.15 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back

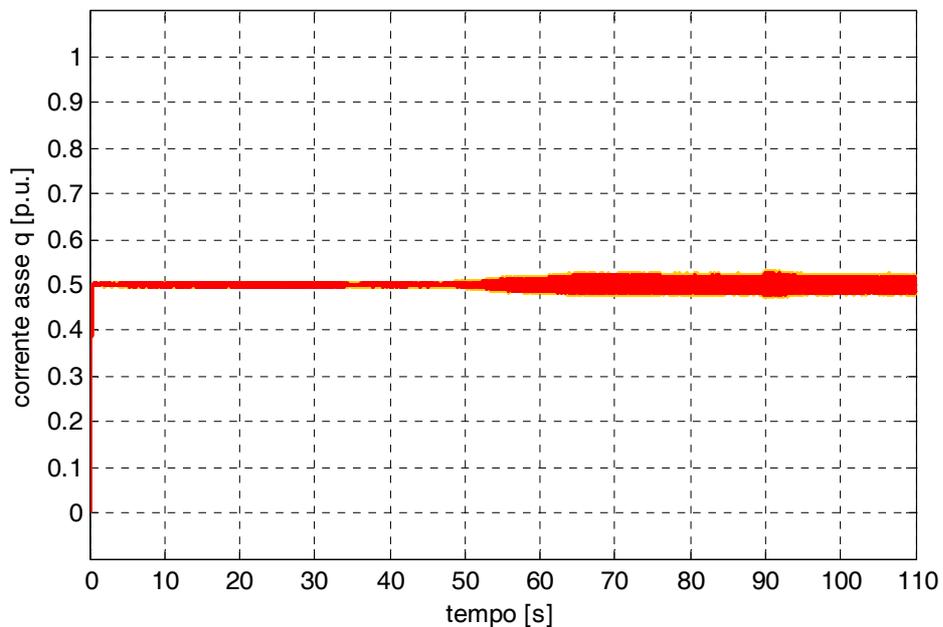


fig. 5.16 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back

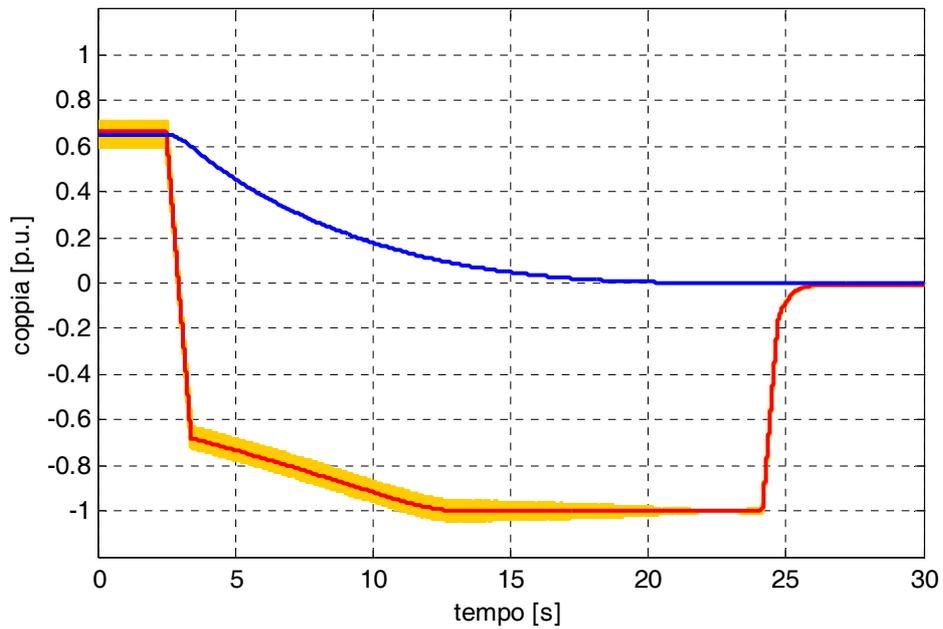


fig. 5.17 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante la frenatura con arresto, utilizzando l’algoritmo feed-forward

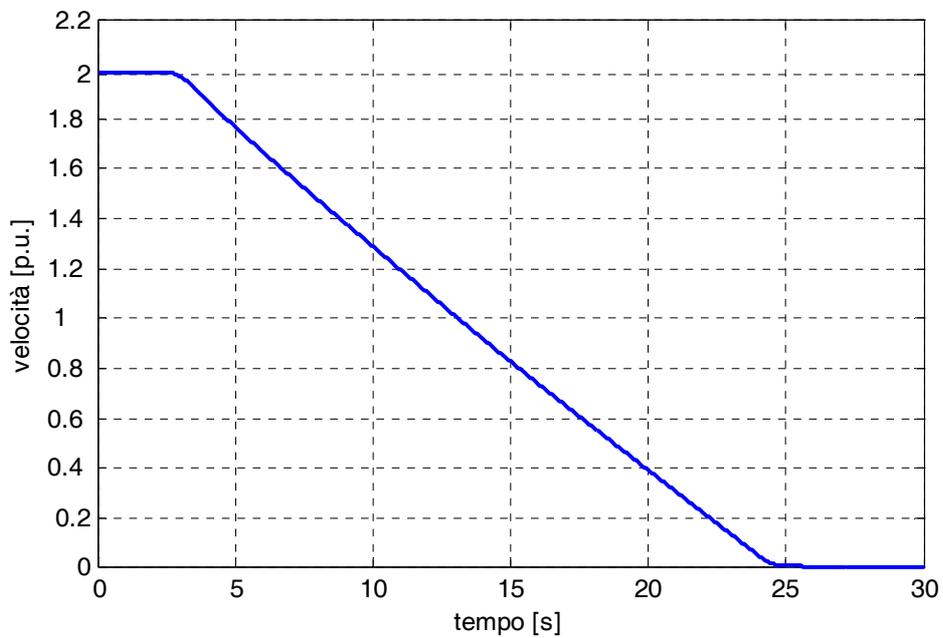


fig. 5.18 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante la frenatura con arresto, utilizzando l’algoritmo feed-forward

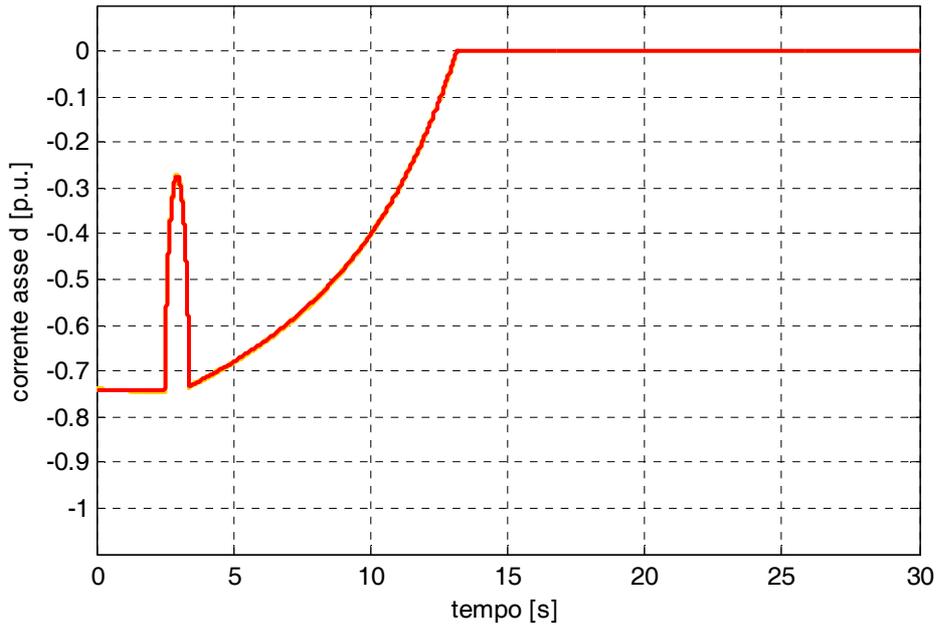


fig. 5.19 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la frenatura con arresto, utilizzando l'algoritmo feed-forward

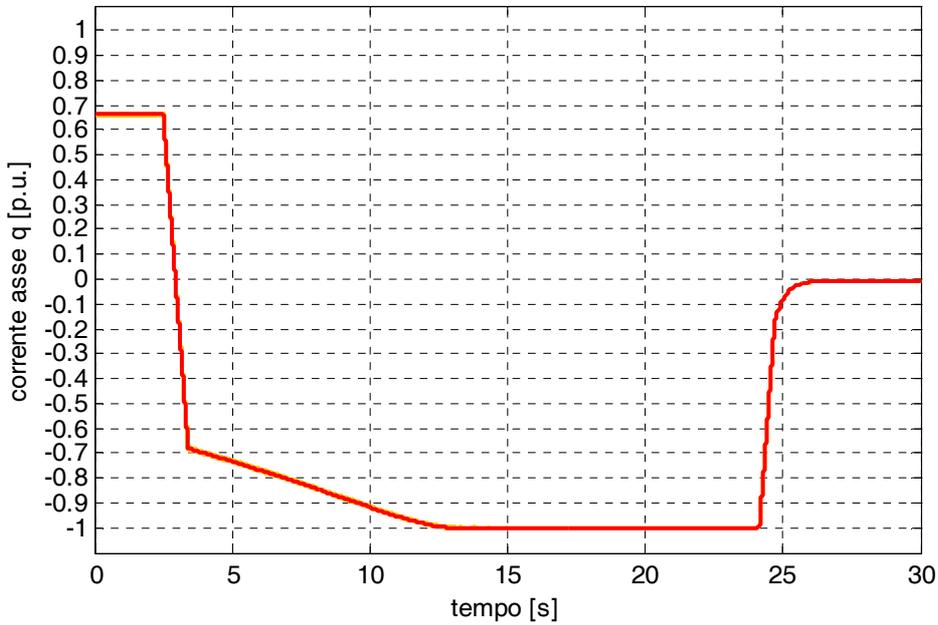


fig. 5.20 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la frenatura con arresto, utilizzando l'algoritmo feed-forward

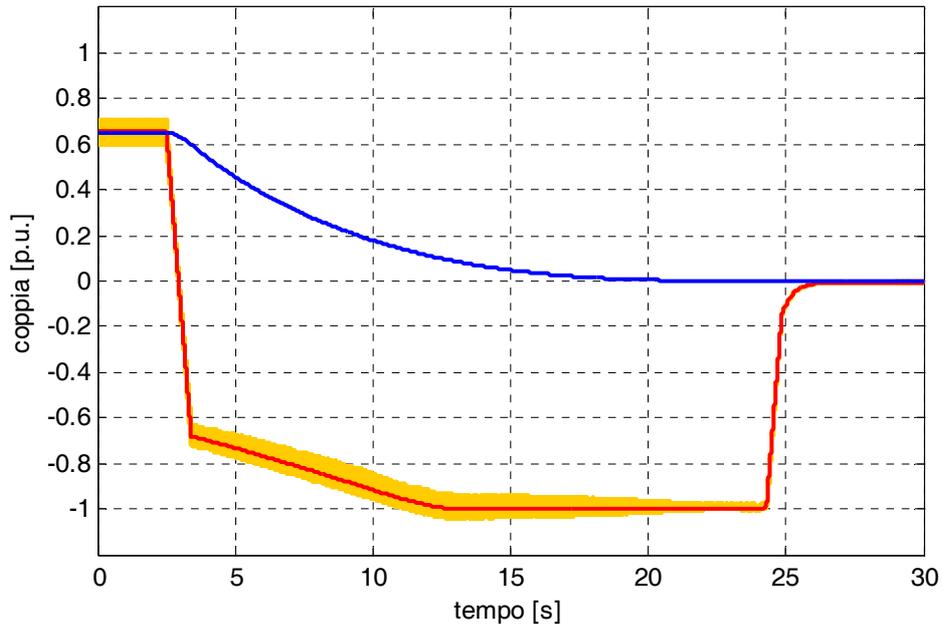


fig. 5.21 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante la frenatura con arresto,utilizzando l’algoritmo feed-back

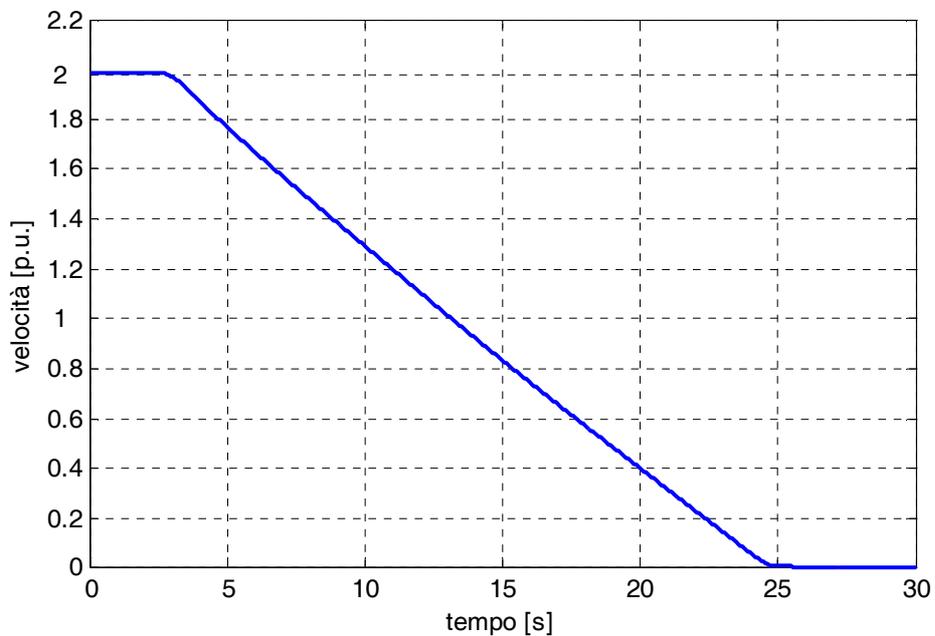


fig. 5.22 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante la frenatura con arresto,utilizzando l’algoritmo feed-back

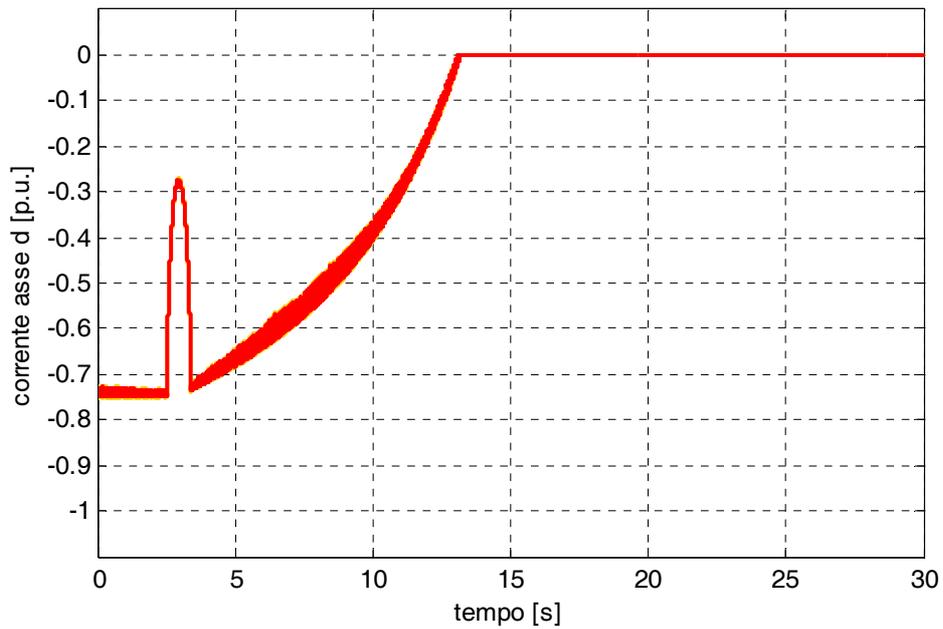


fig. 5.23 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la frenatura con arresto, utilizzando l'algoritmo feed-back

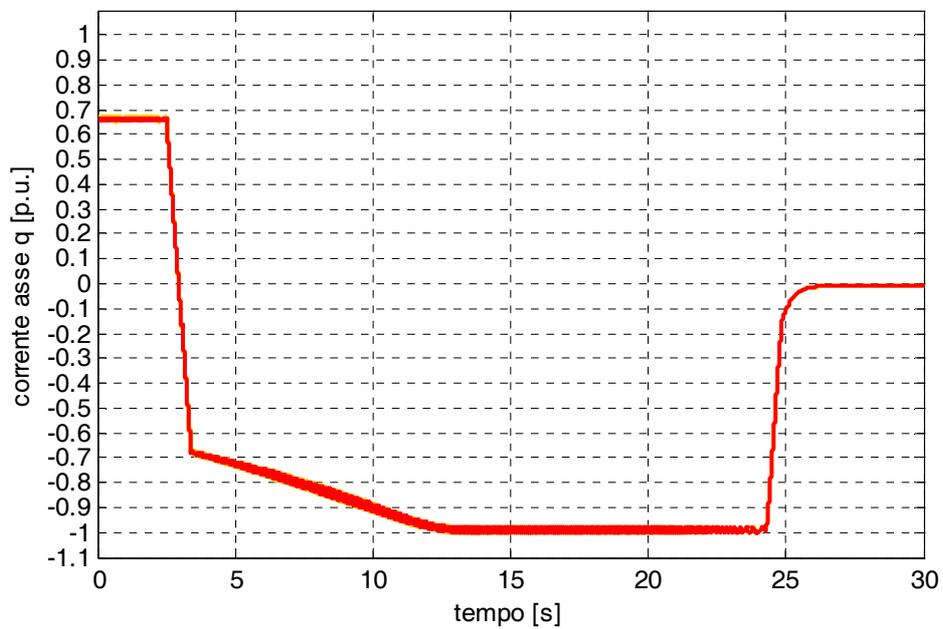


fig. 5.24 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la frenatura con arresto, utilizzando l'algoritmo feed-back

3. Simulazione dell'avviamento per una analisi di sensibilità parametrica

Le stesse simulazioni di avviamento eseguite nel par. V.2 sono state qui ripetute, alterando però singolarmente ogni parametro del motore rispetto a quello utilizzato nel sistema di controllo. Ciò al fine di osservare quanto sia sensibile l'intero sistema all'incertezza sulla conoscenza di un determinato parametro; stabilendo, caso per caso, quale dei due algoritmi sia il più adatto, sempre che si possa considerare accettabile il funzionamento dell'intero sistema.

Le simulazioni sono state ripetute alterando i parametri nel seguente ordine:

- $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$
- $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$
- $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$
- $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$
- $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

Per ogni parametro variato una prima simulazione è relativa ad un avviamento con coppia di riferimento limite, mentre la seconda ad un avviamento a coppia di riferimento pari al 50% di quella nominale. Vengono riportati i grafici degli andamenti, nell'ordine, delle coppie (motrice, di riferimento e resistente), della velocità, delle correnti d'asse diretto (stimata e di riferimento), delle correnti d'asse quadratura (stimata e di riferimento), utilizzando per ogni simulazione prima il controllo feed-forward e poi quello feed-back.

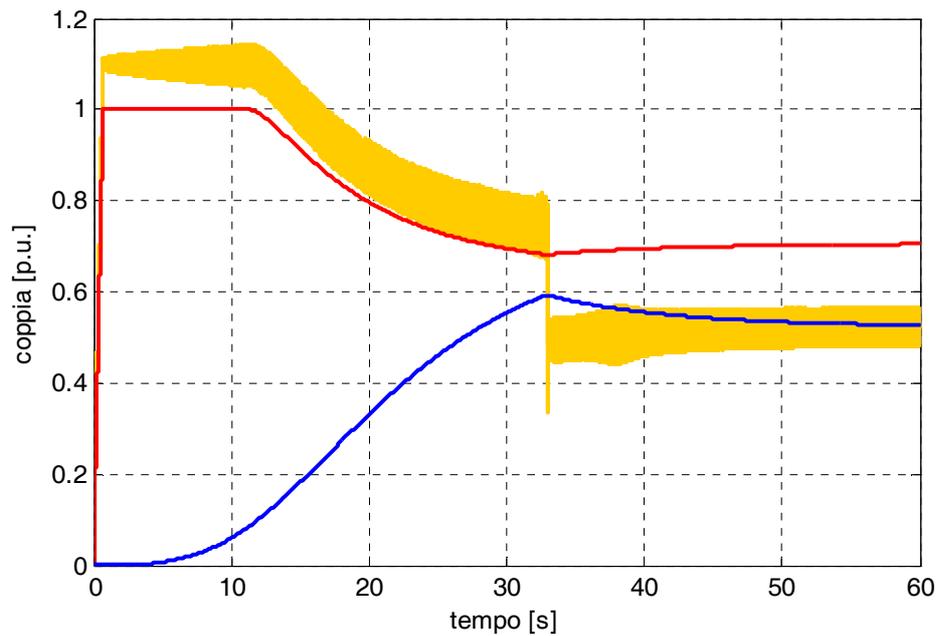


fig. 5.25 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

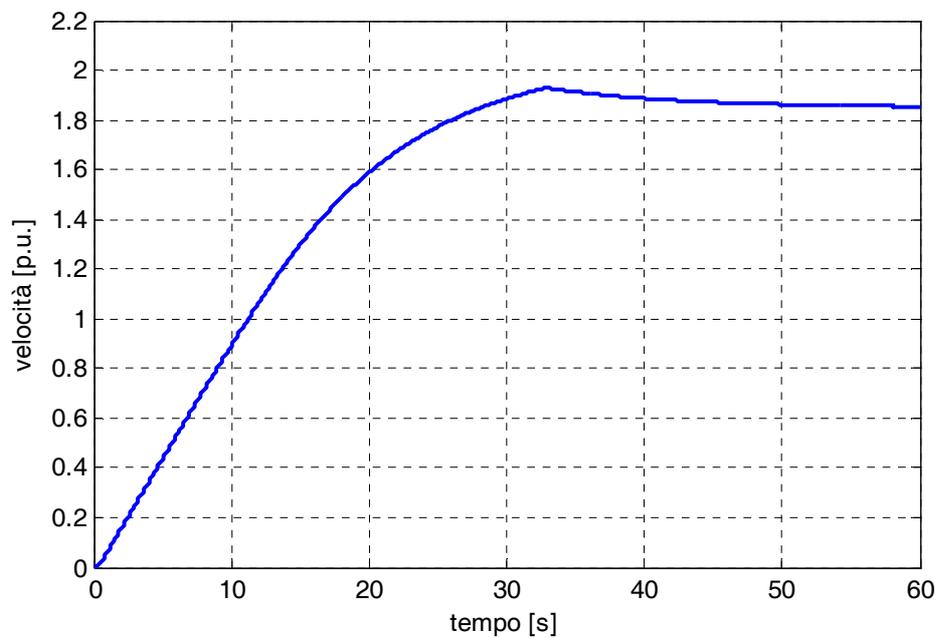


fig. 5.26 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

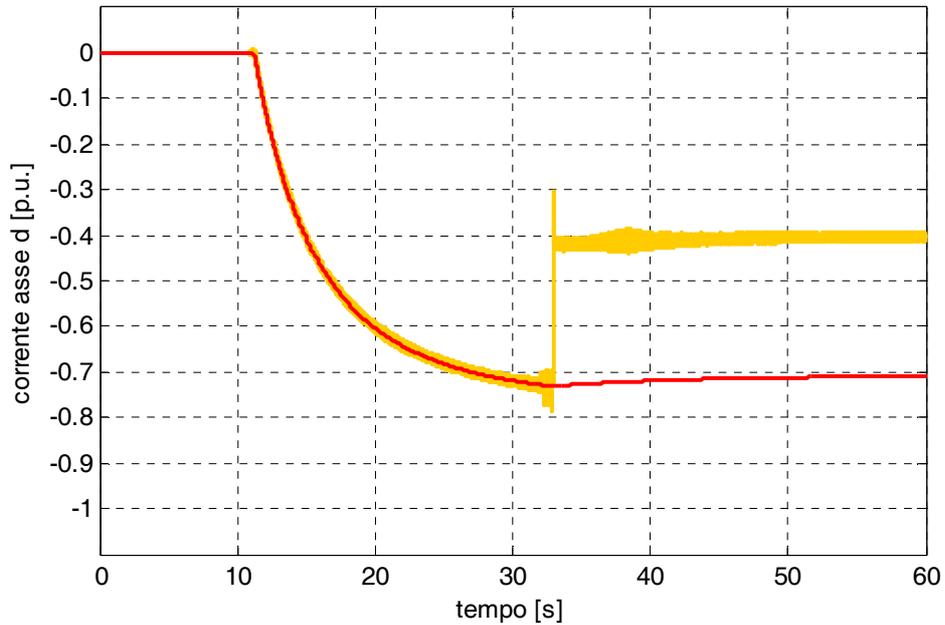


fig. 5.27 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward, $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

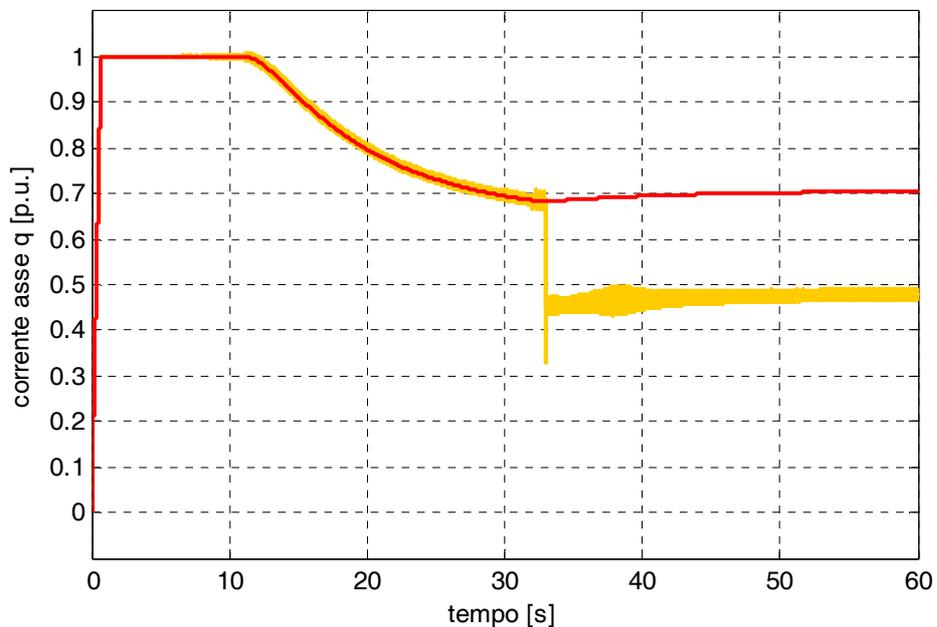


fig. 5.28 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

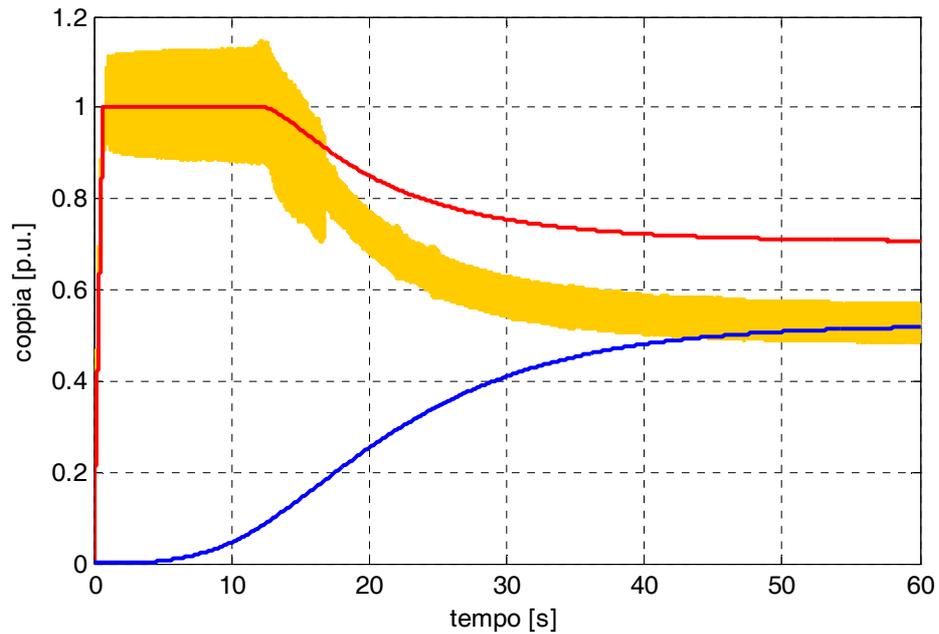


fig. 5.29 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

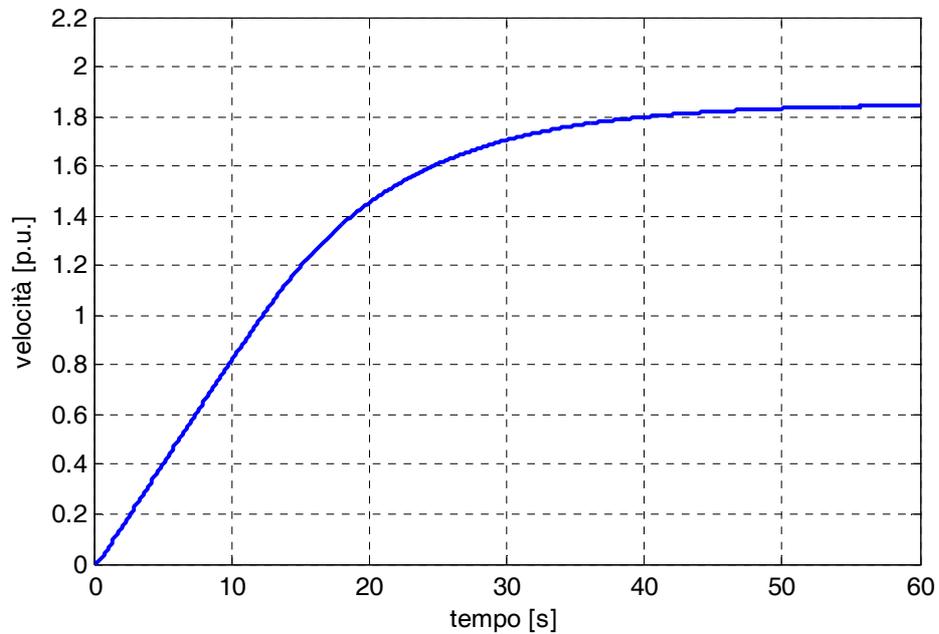


fig. 5.30 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

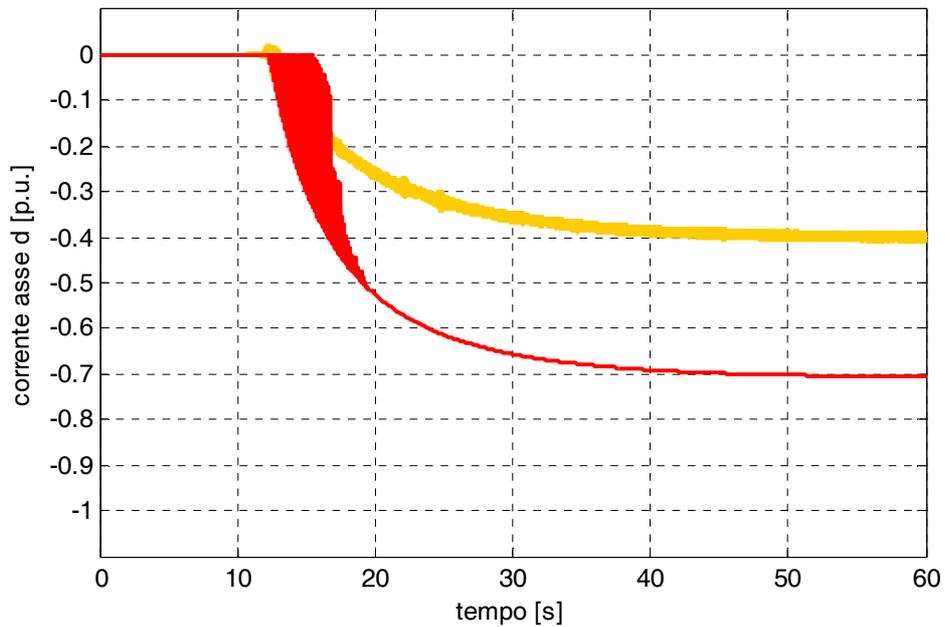


fig. 5.31 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

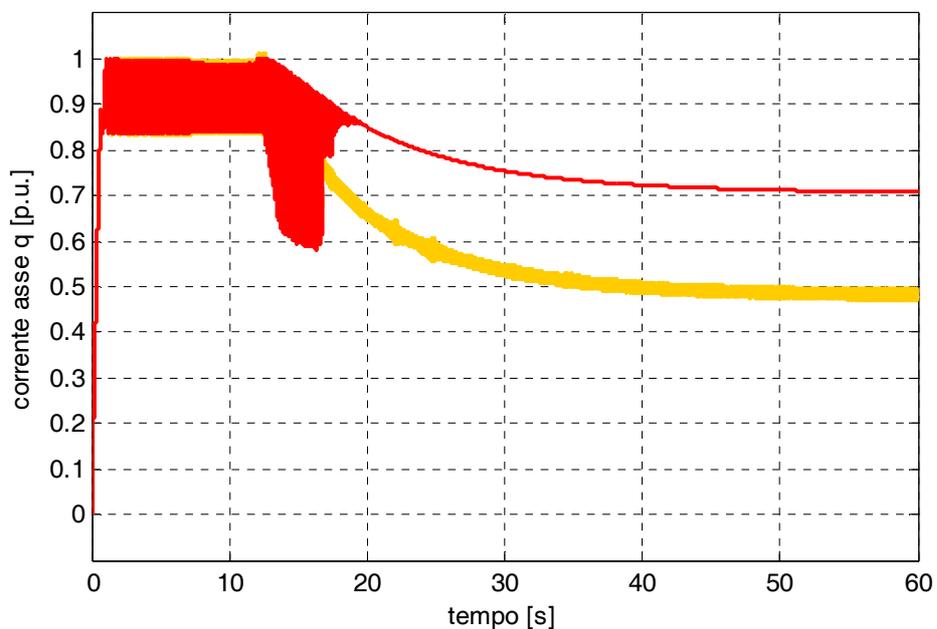


fig. 5.32 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back, $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

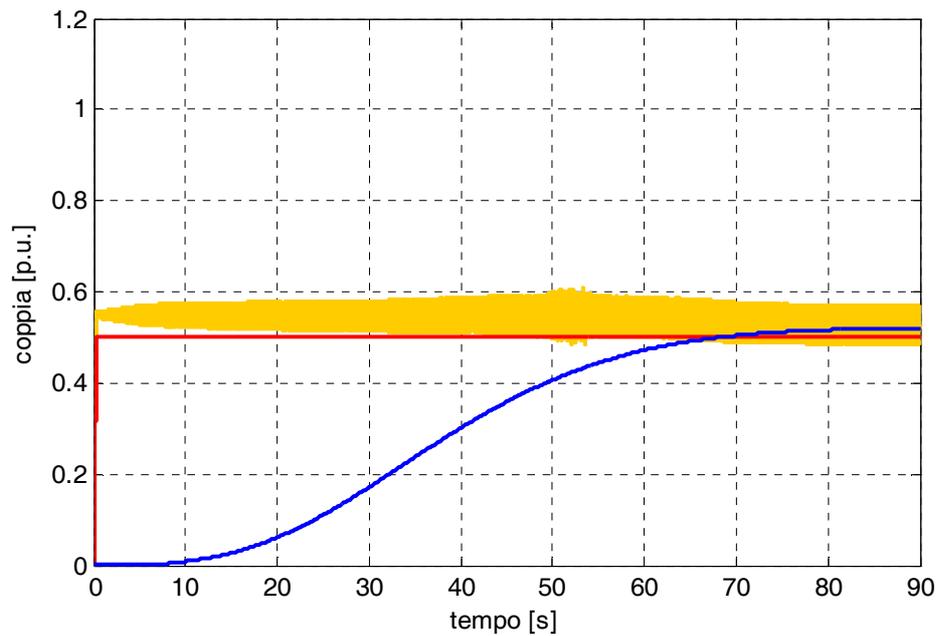


fig. 5.33 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

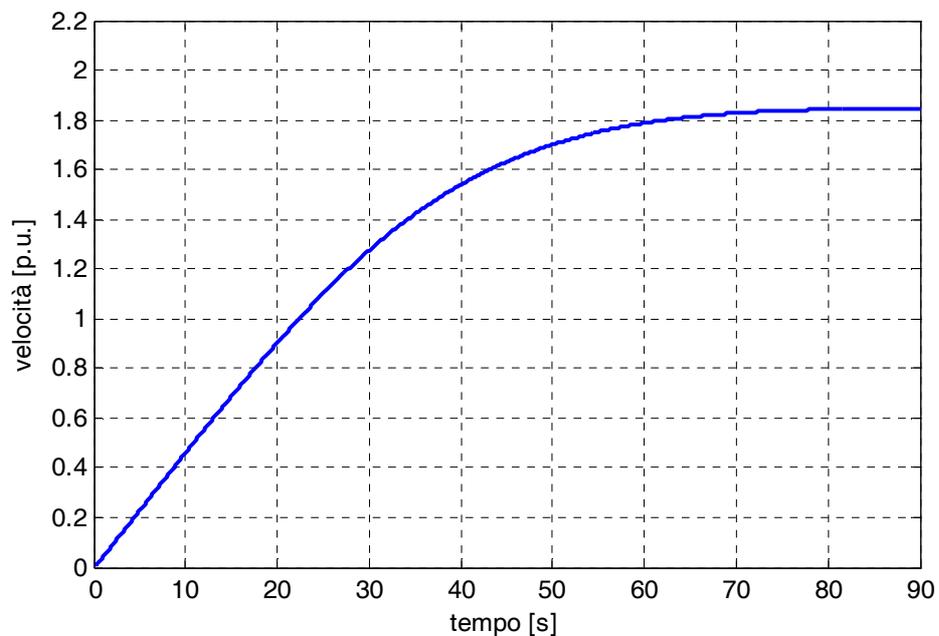


fig. 5.34 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

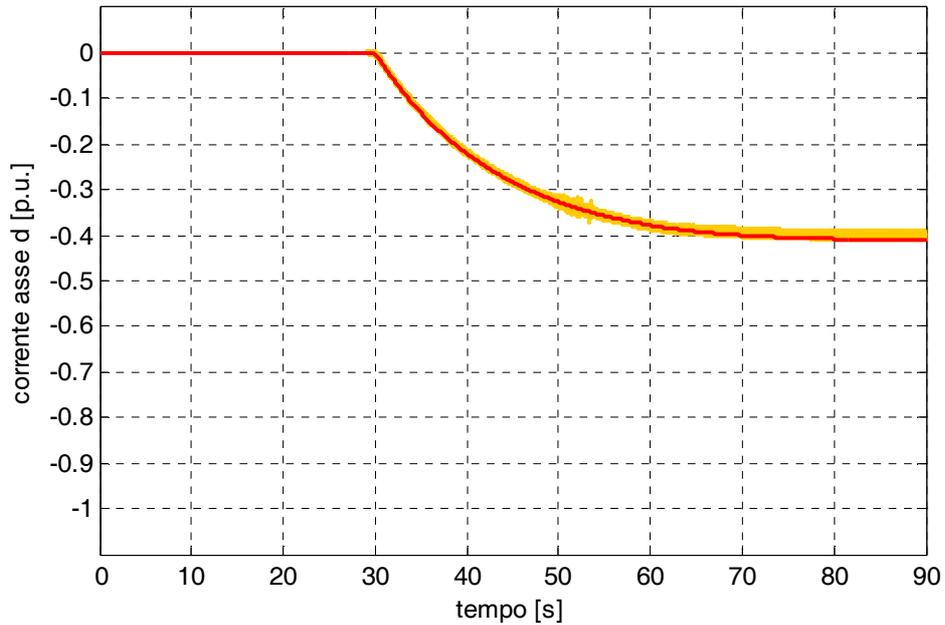


fig. 5.35 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

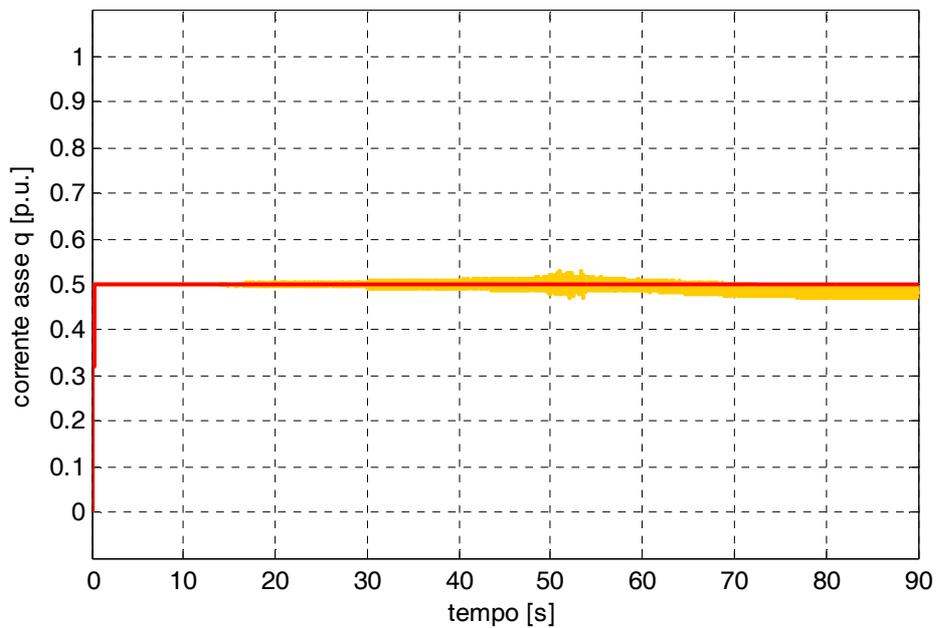


fig. 5.36 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

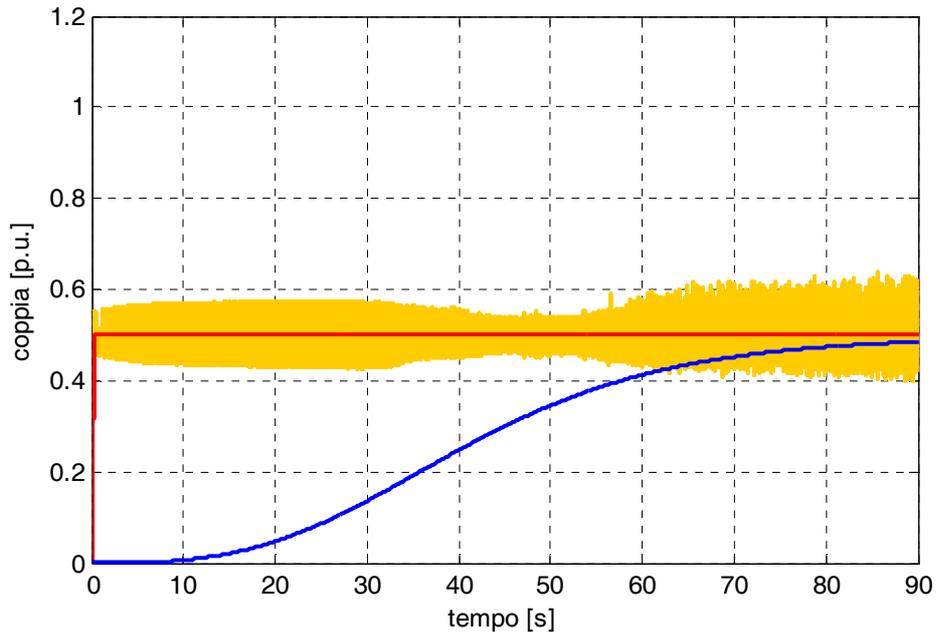


fig. 5.37 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

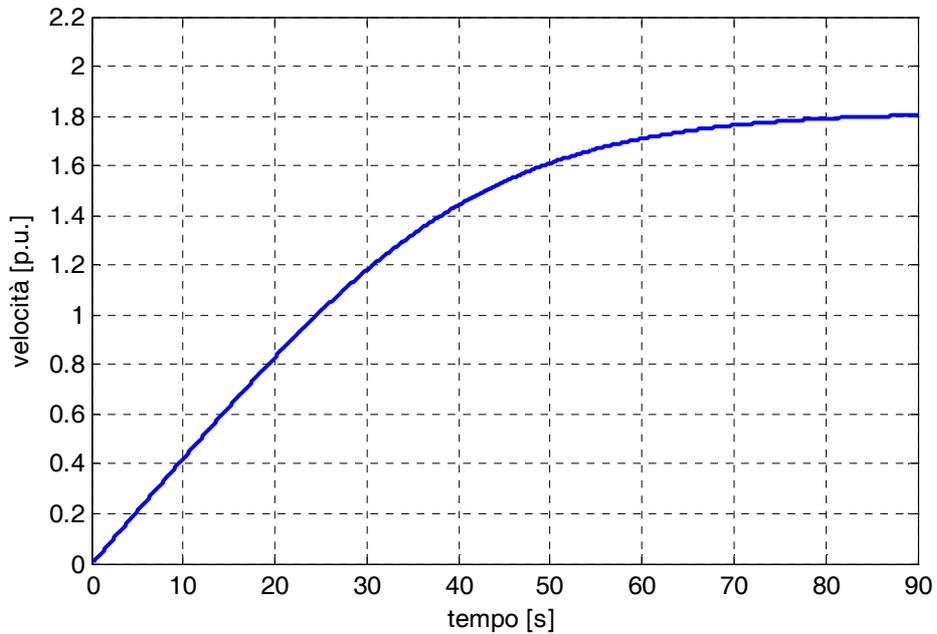


fig. 5.38 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

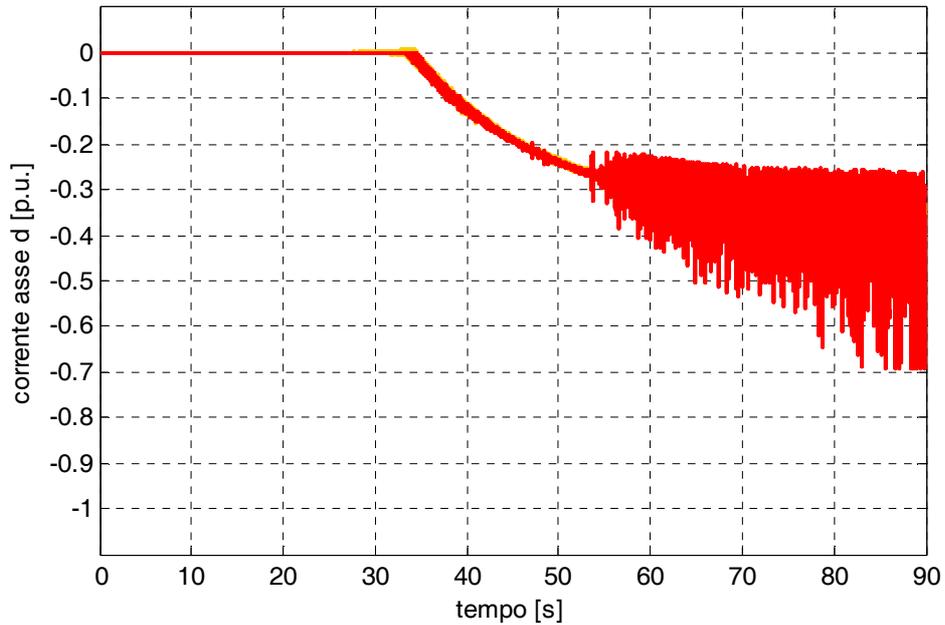


fig. 5.39 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

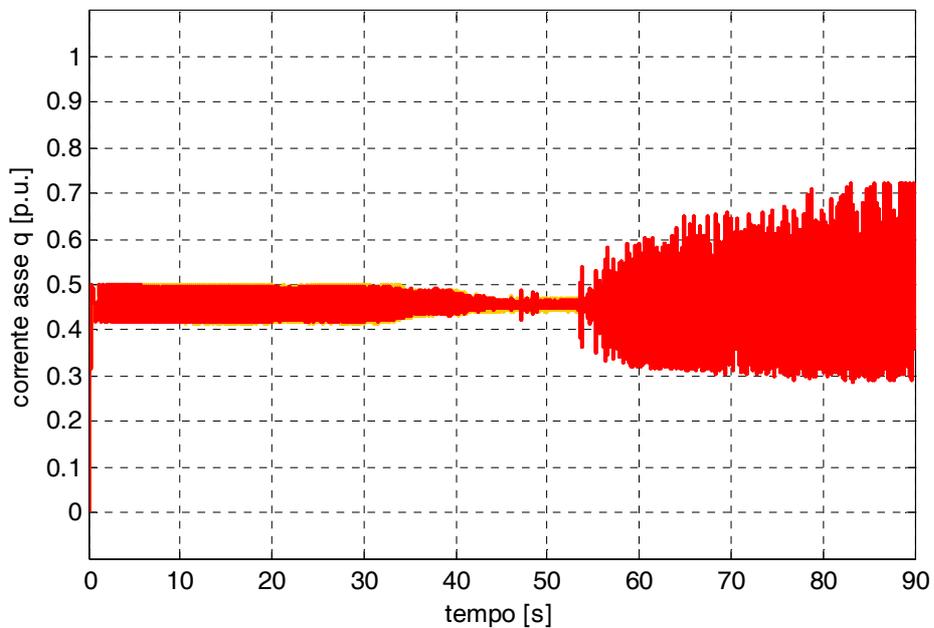


fig. 5.40– Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $\Phi_{r,motore} = 1,1 \cdot \Phi_{r,controllo}$

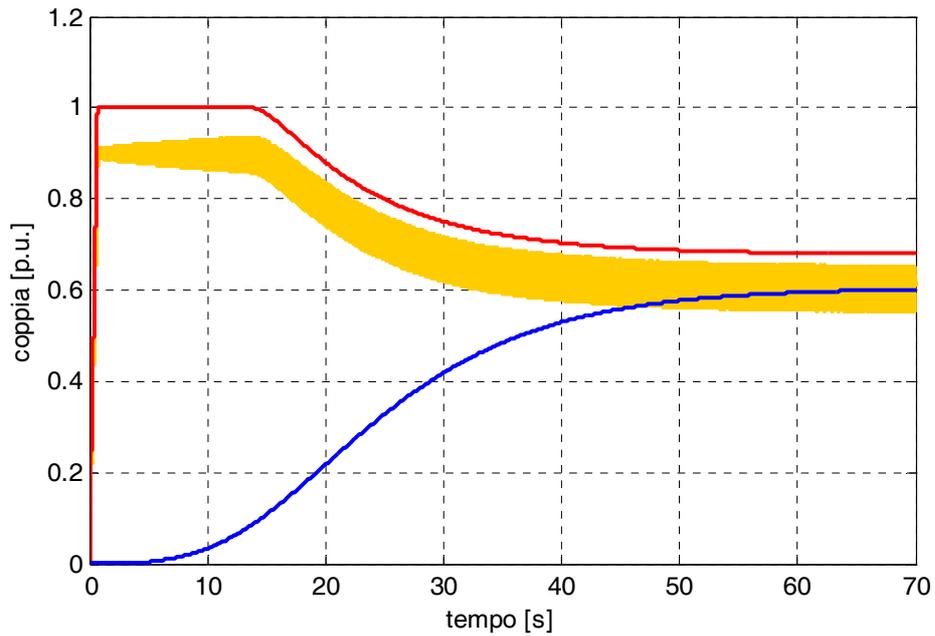


fig. 5.41 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

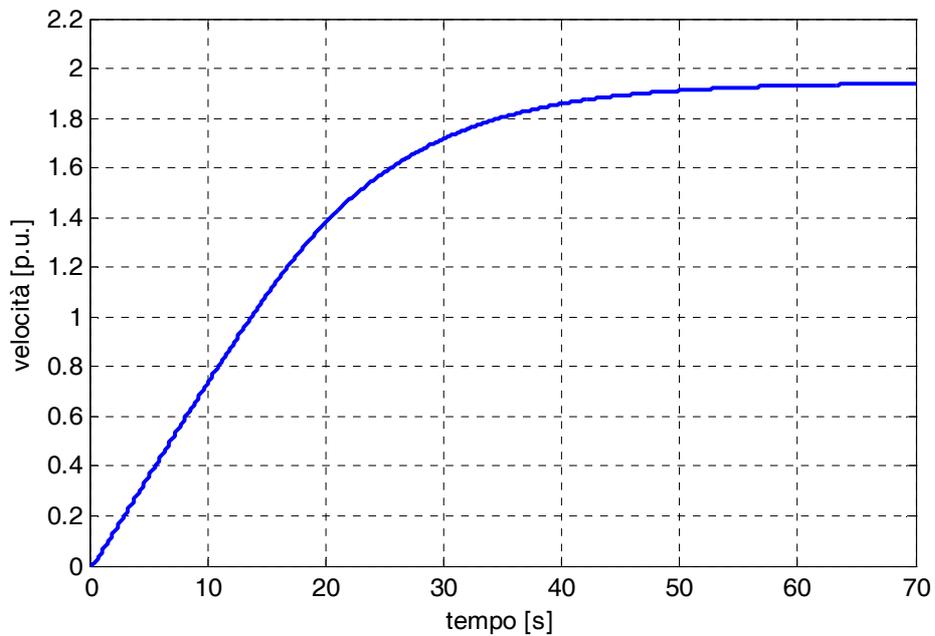


fig. 5.42 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

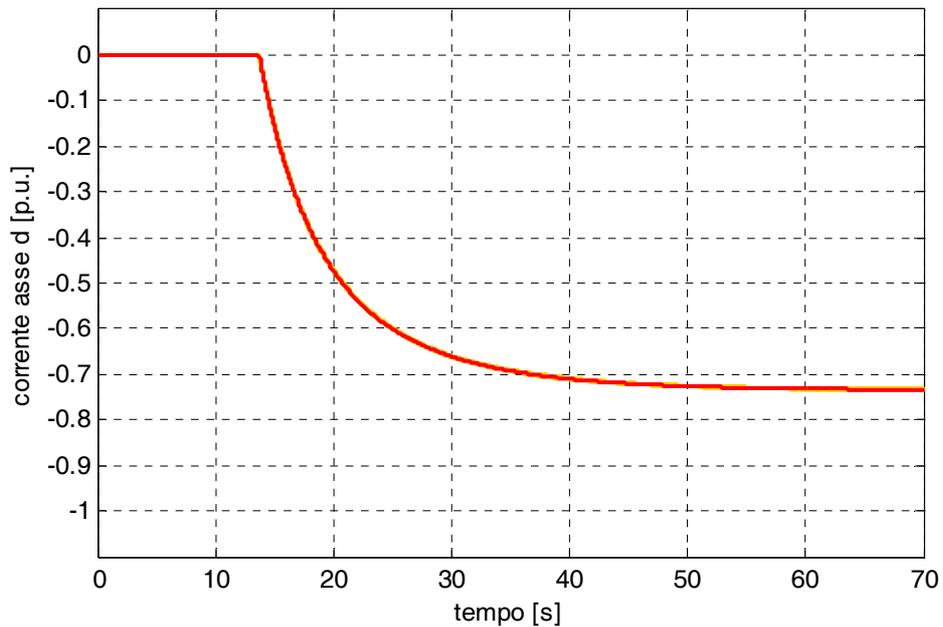


fig. 5.43 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward, $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

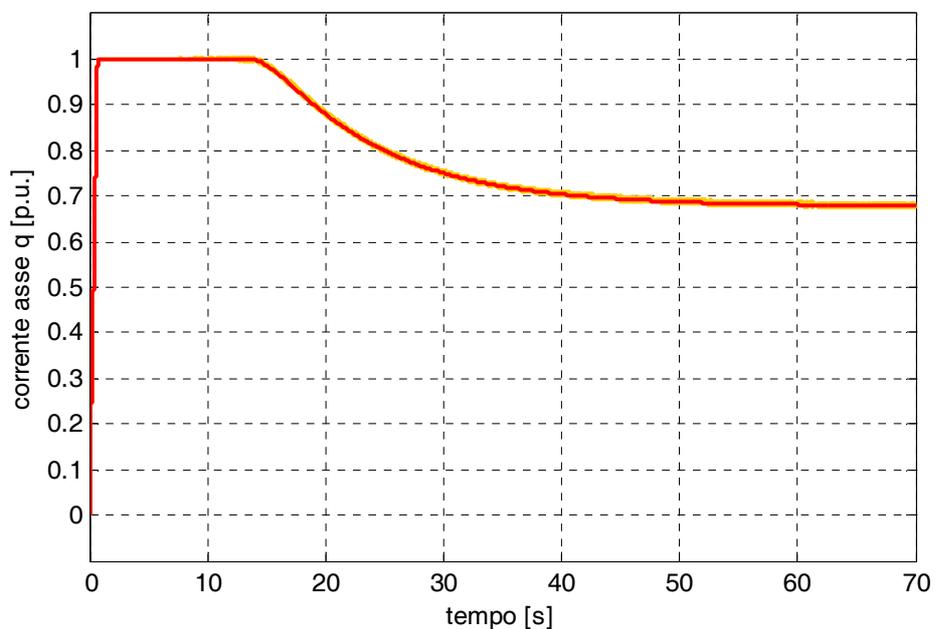


fig. 5.44 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

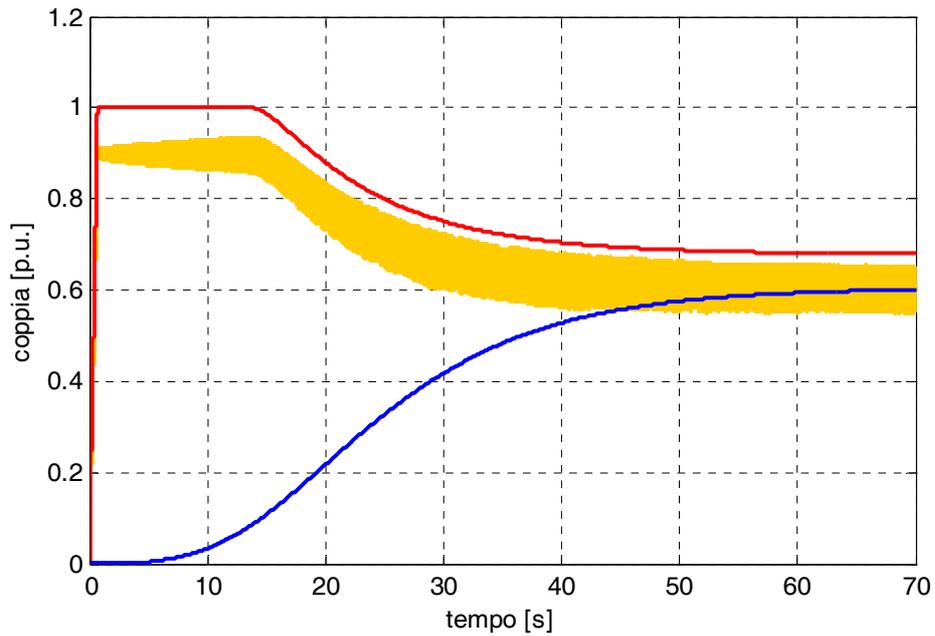


fig. 5.45 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

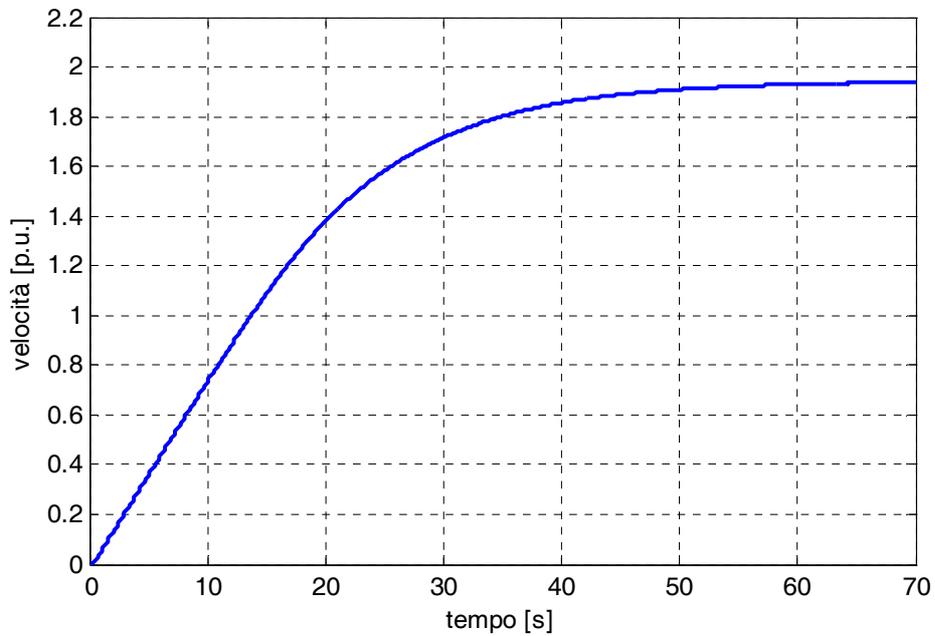


fig. 5.46 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

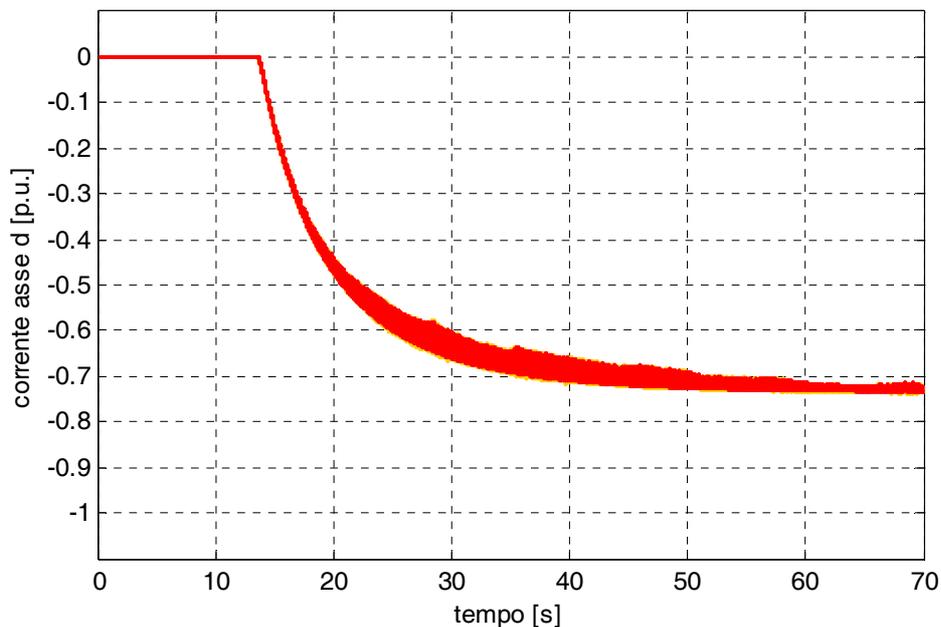


fig. 5.47 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

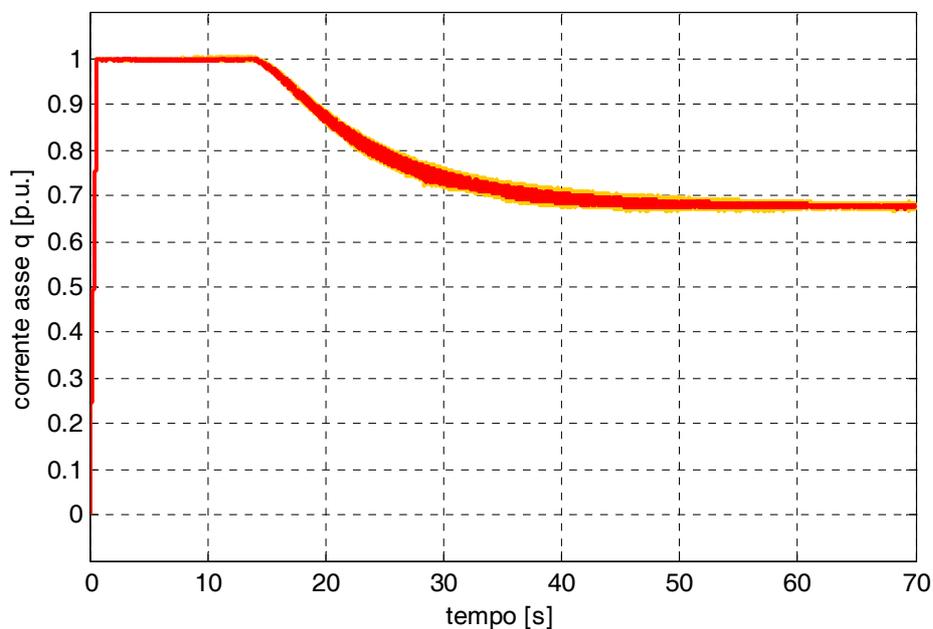


fig. 5.48 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back, $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

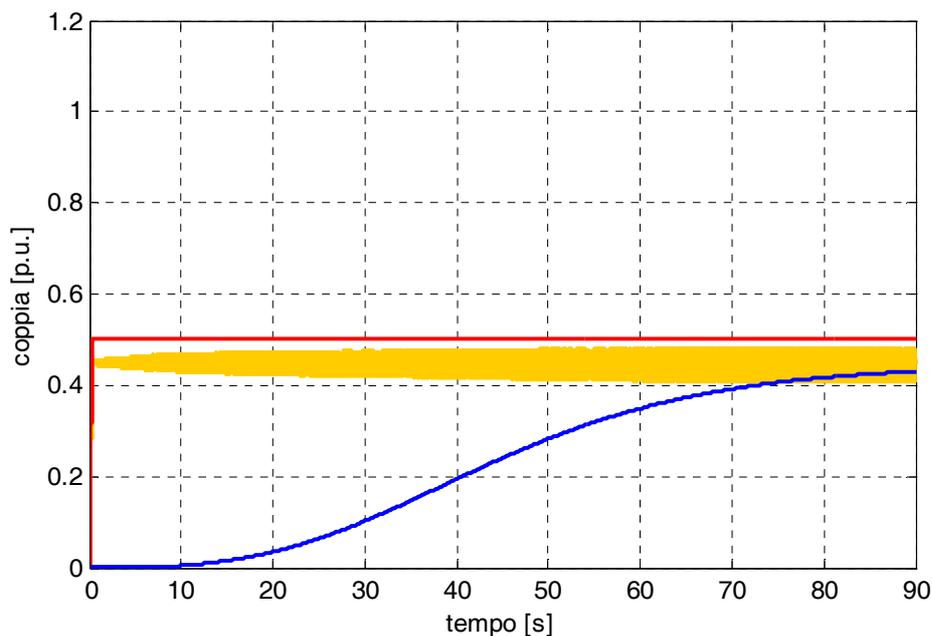


fig. 5.49 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

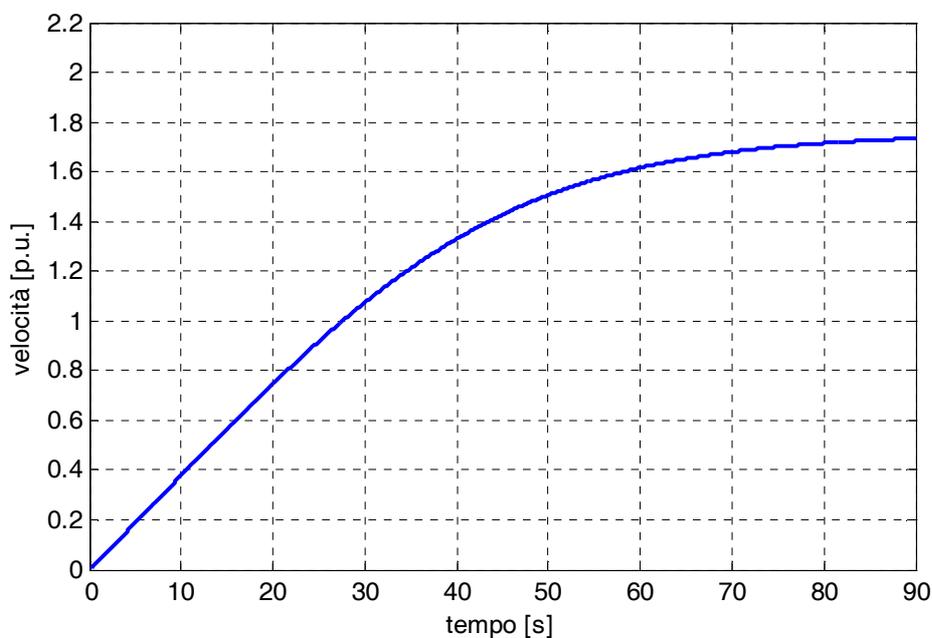


fig. 5.50 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

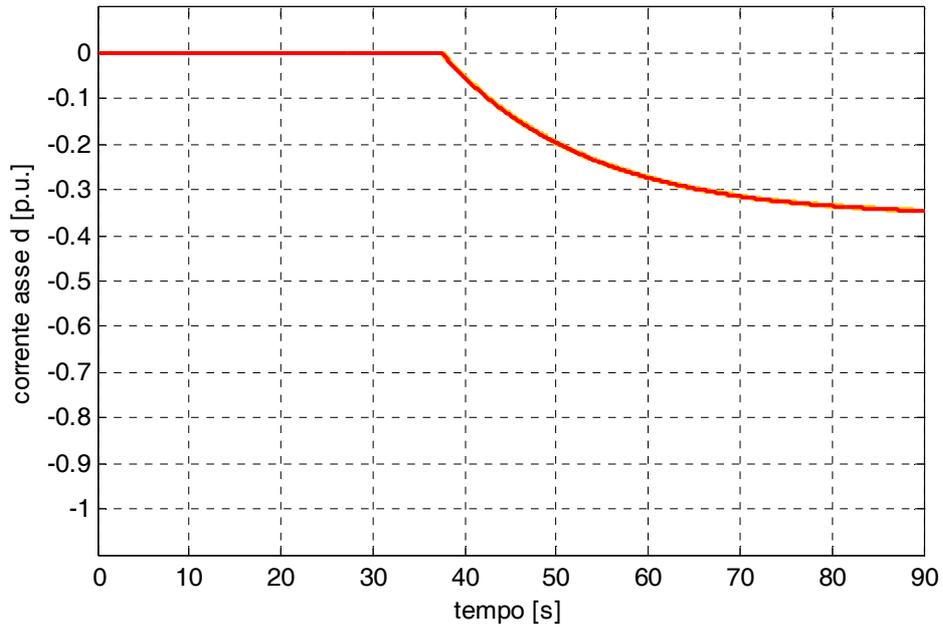


fig. 5.51 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

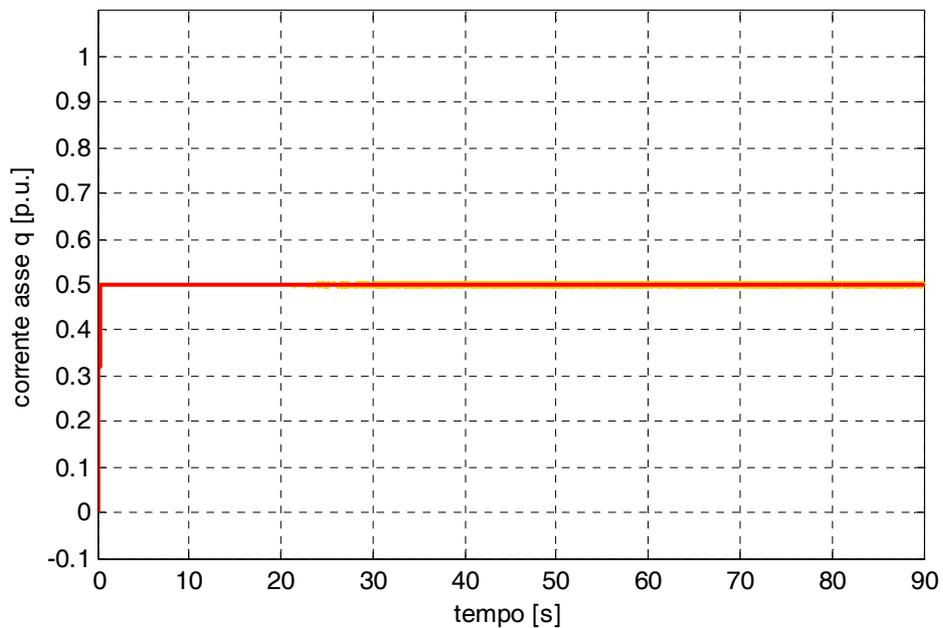


fig. 5.52 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

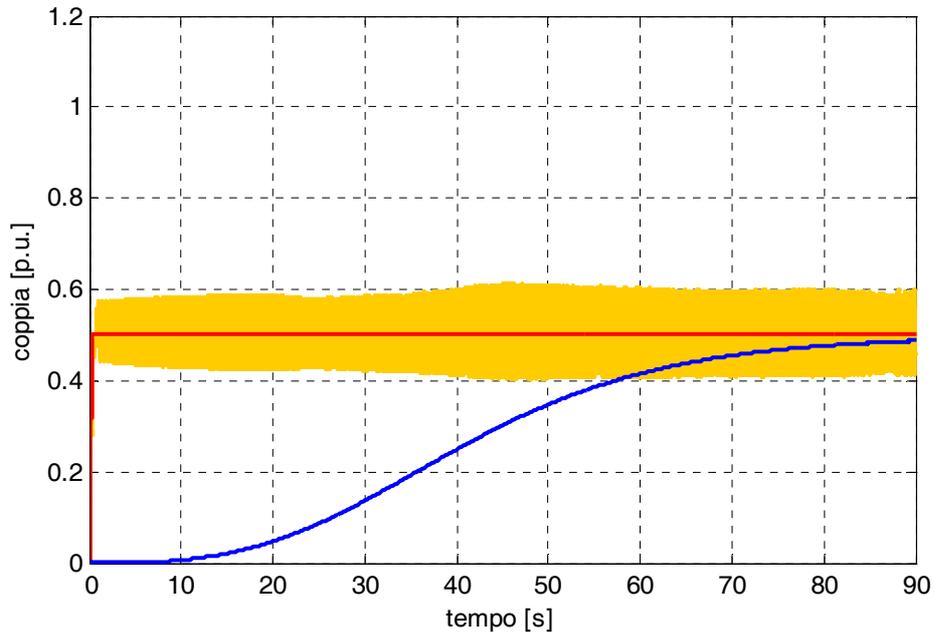


fig. 5.53 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l' algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

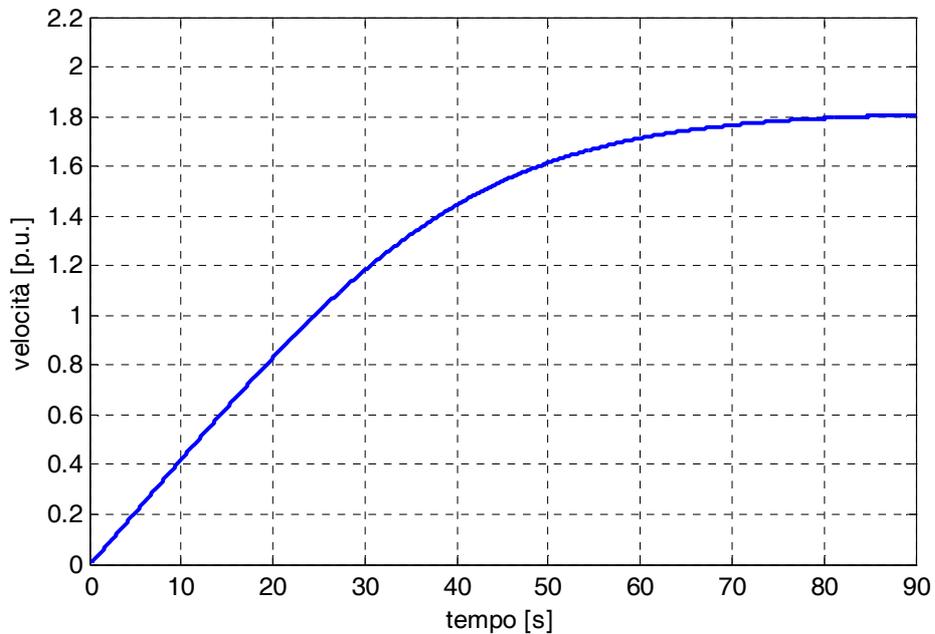


fig. 5.54 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l' algoritmo feed-back $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

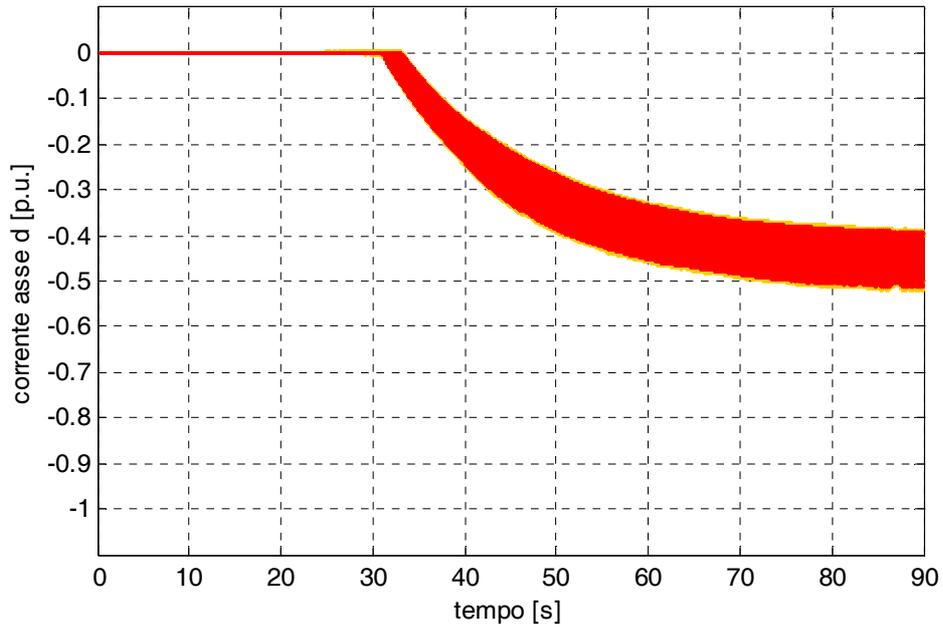


fig. 5.55 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

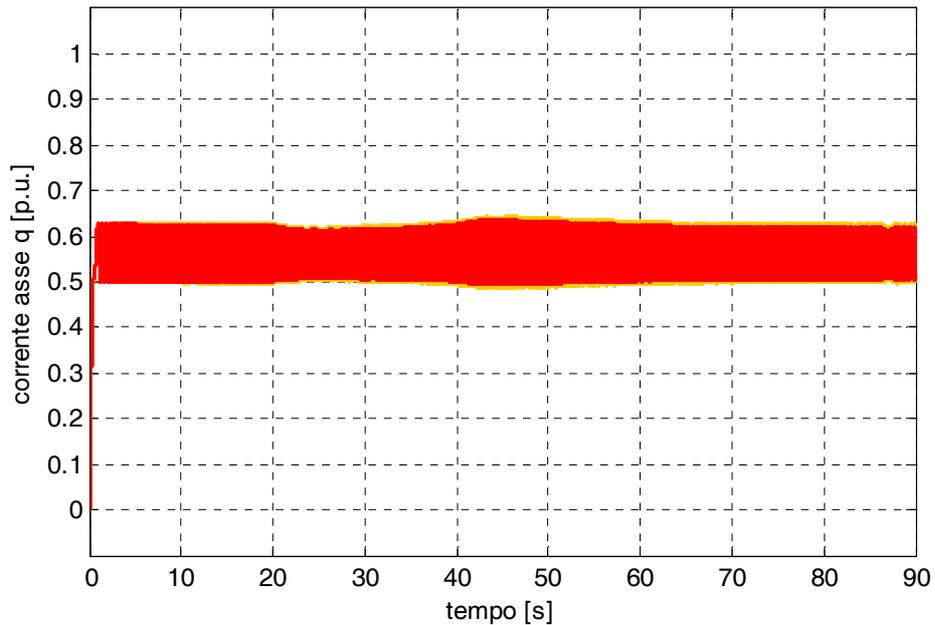


fig. 5.56– Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $\Phi_{r,motore} = 0,9 \cdot \Phi_{r,controllo}$

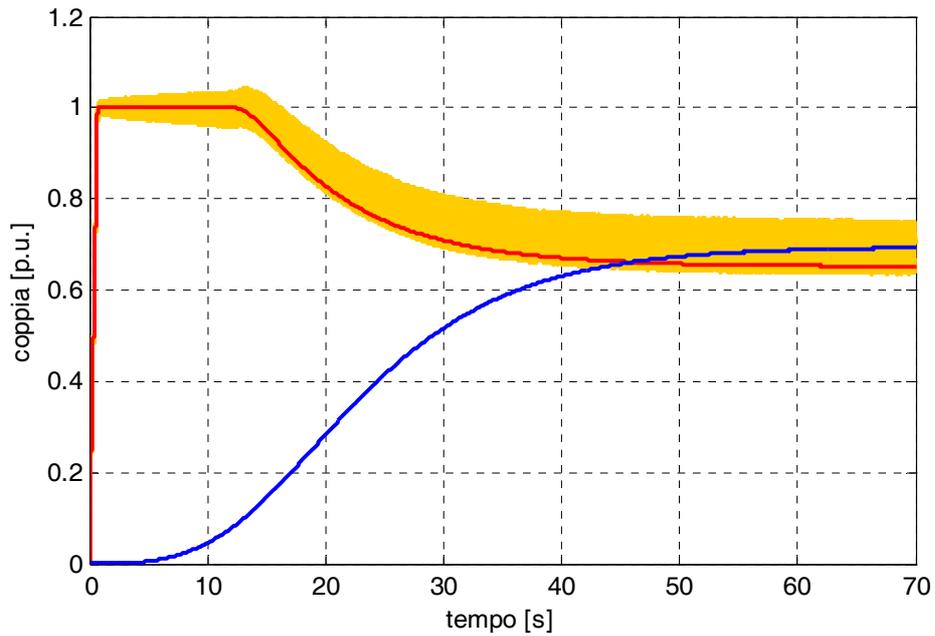


fig. 5.57 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

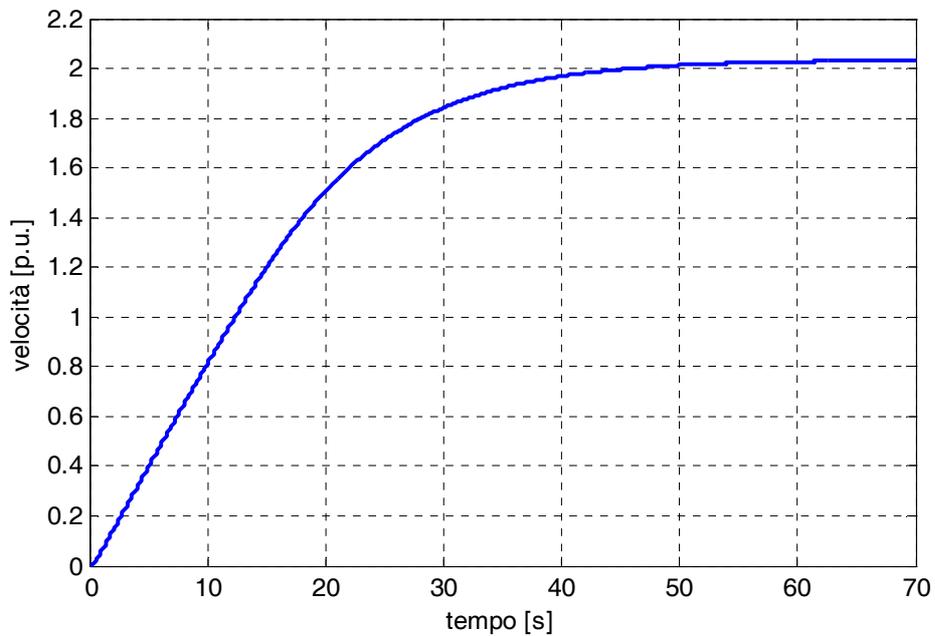


fig. 5.58 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

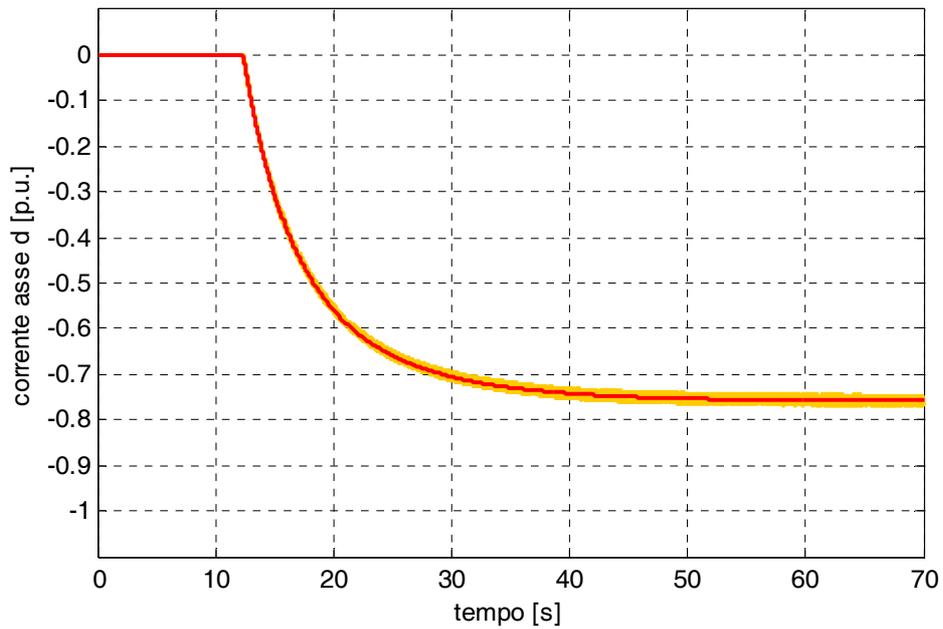


fig. 5.59 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward, $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

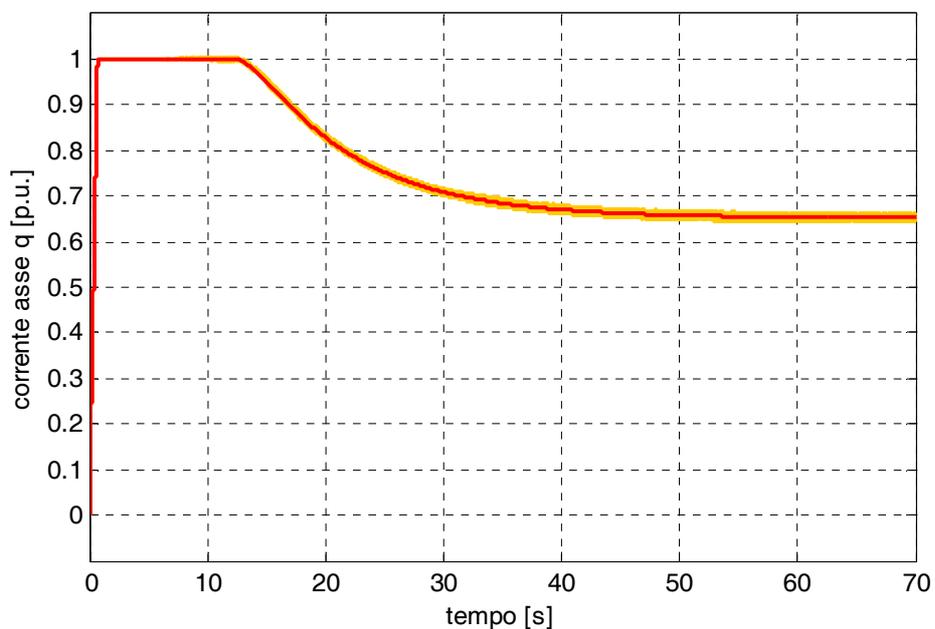


fig. 5.60 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

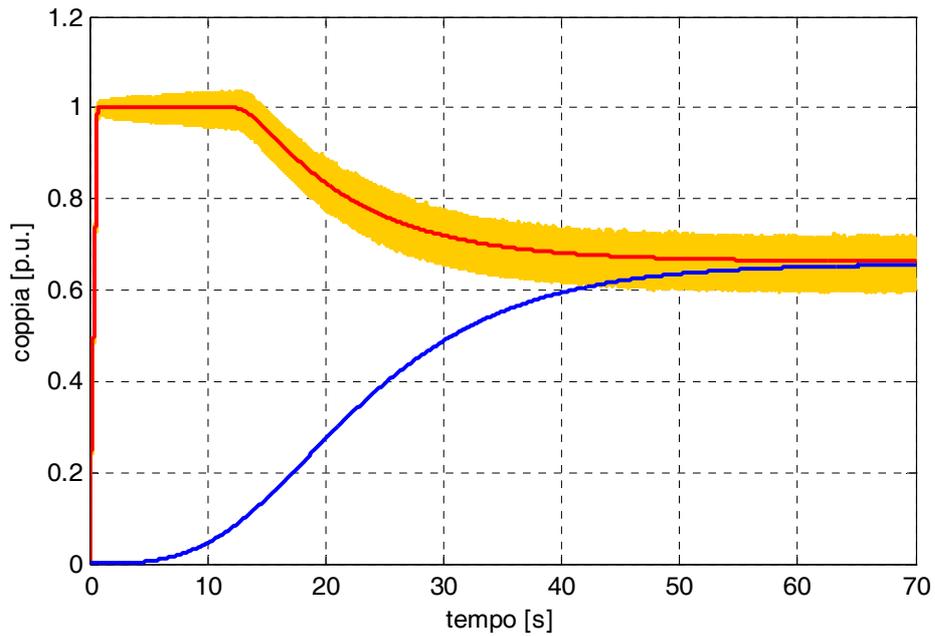


fig. 5.61 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

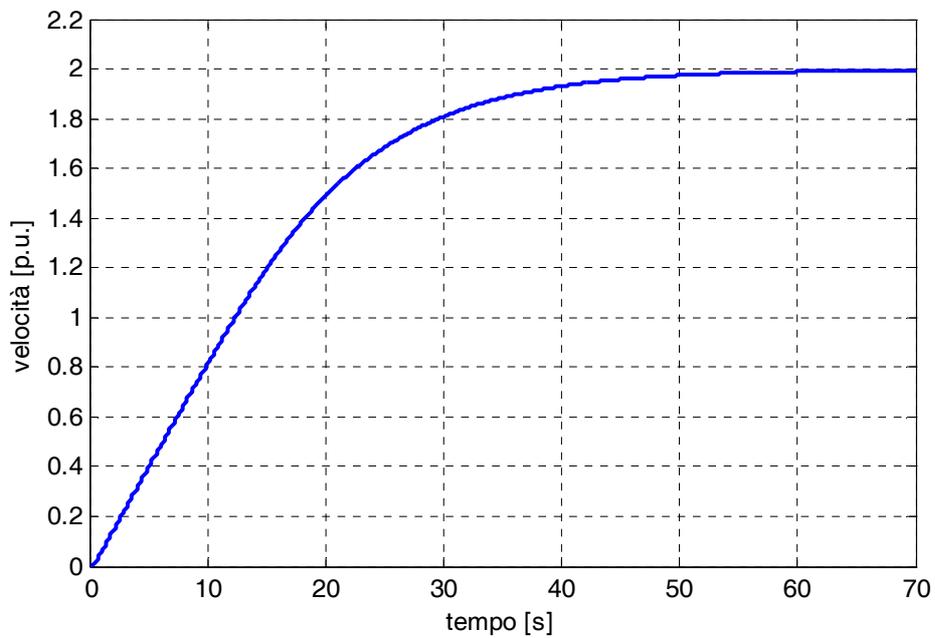


fig. 5.62 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

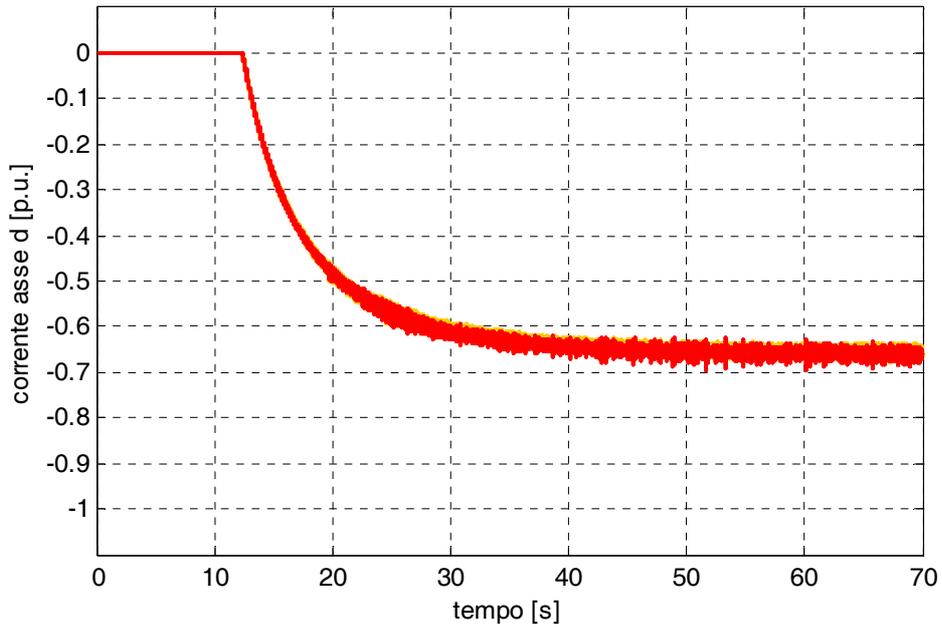


fig. 5.63 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

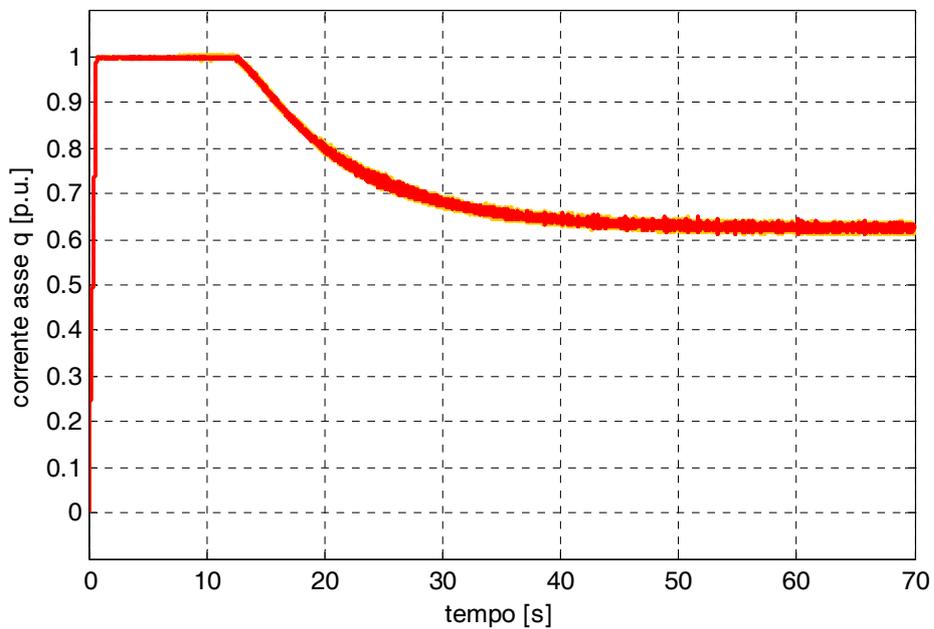


fig. 5.64 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back, $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

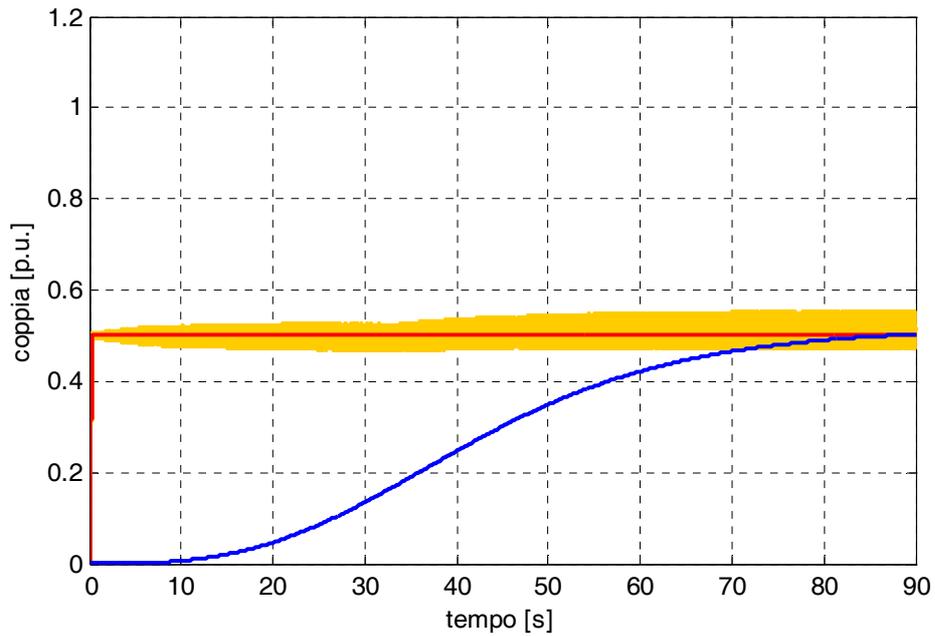


fig. 5.65 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

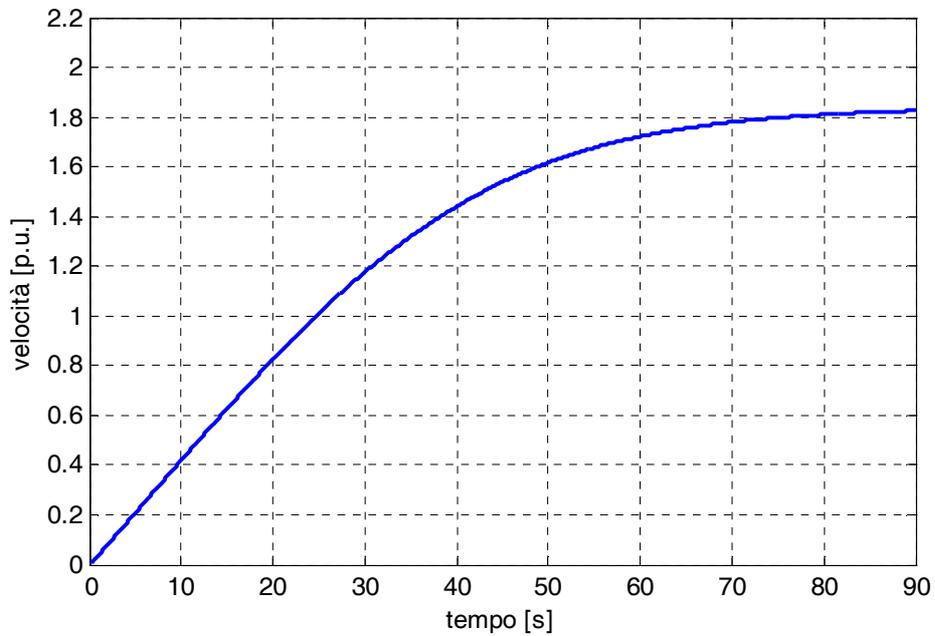


fig. 5.66 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

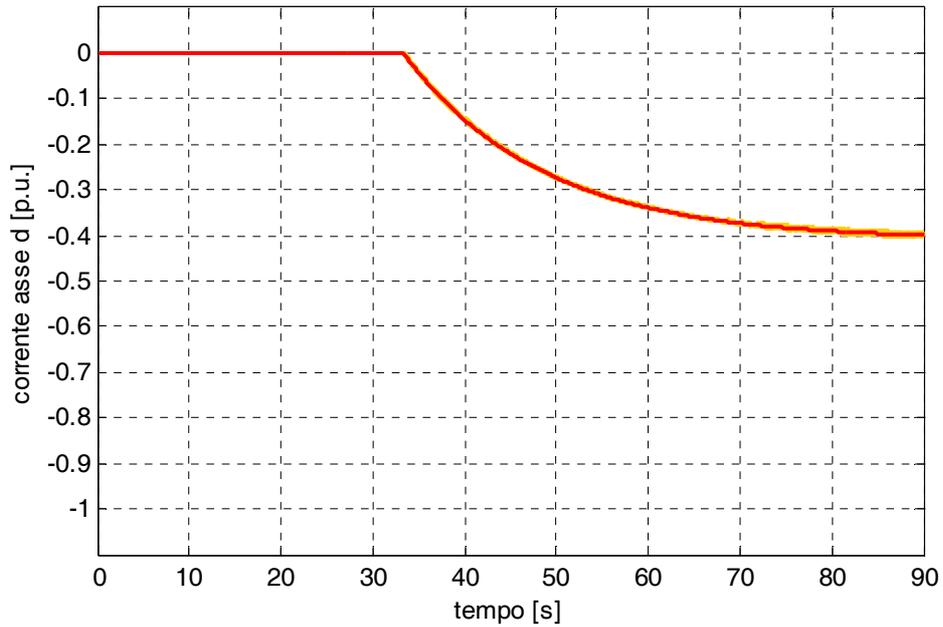


fig. 5.67 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

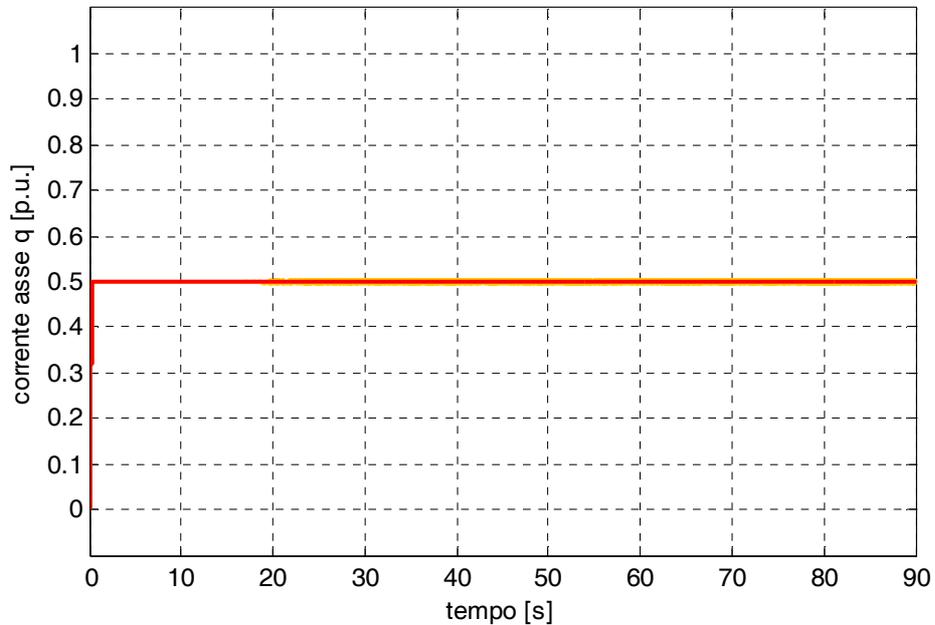


fig. 5.68 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

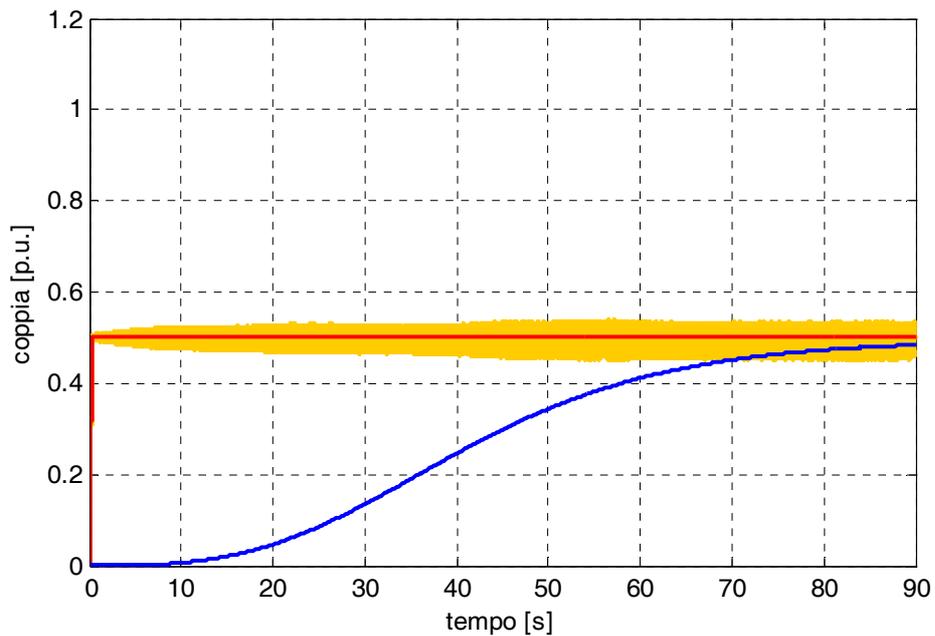


fig. 5.69 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$

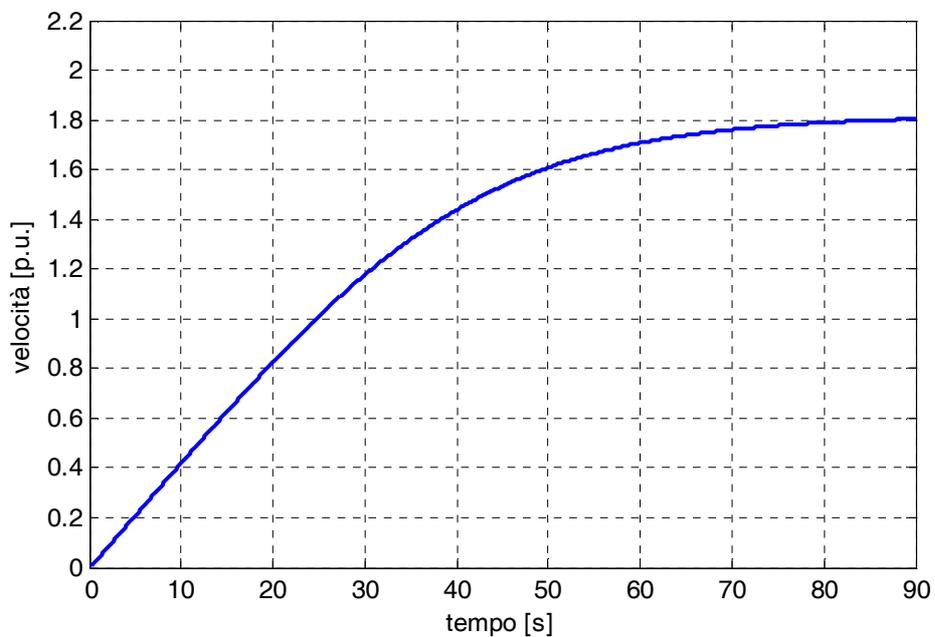
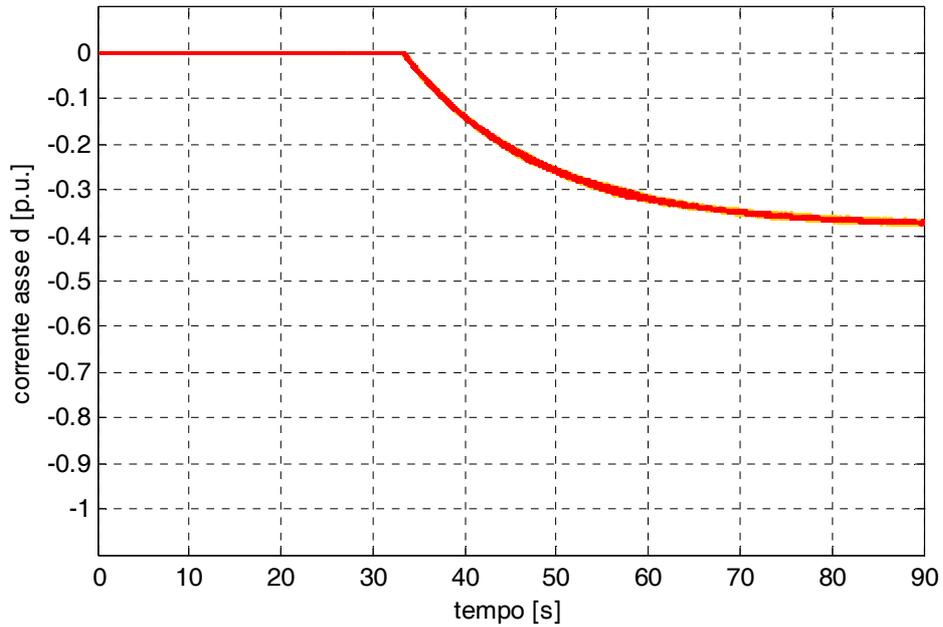
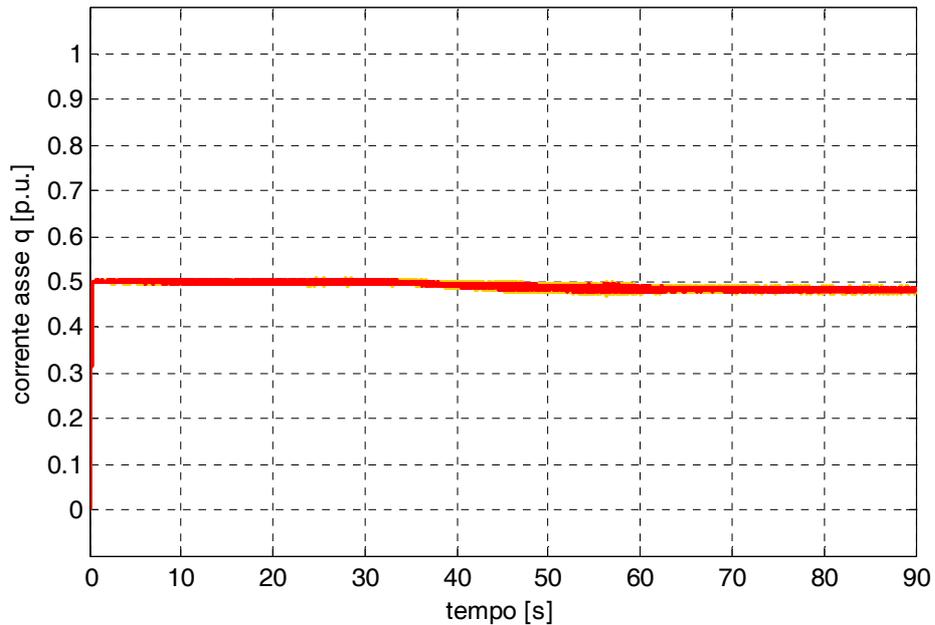


fig. 5.70 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$



**fig. 5.71 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$**



**fig. 5.72– Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $L_{d,motore} = 0,9 \cdot L_{d,controllo}$**

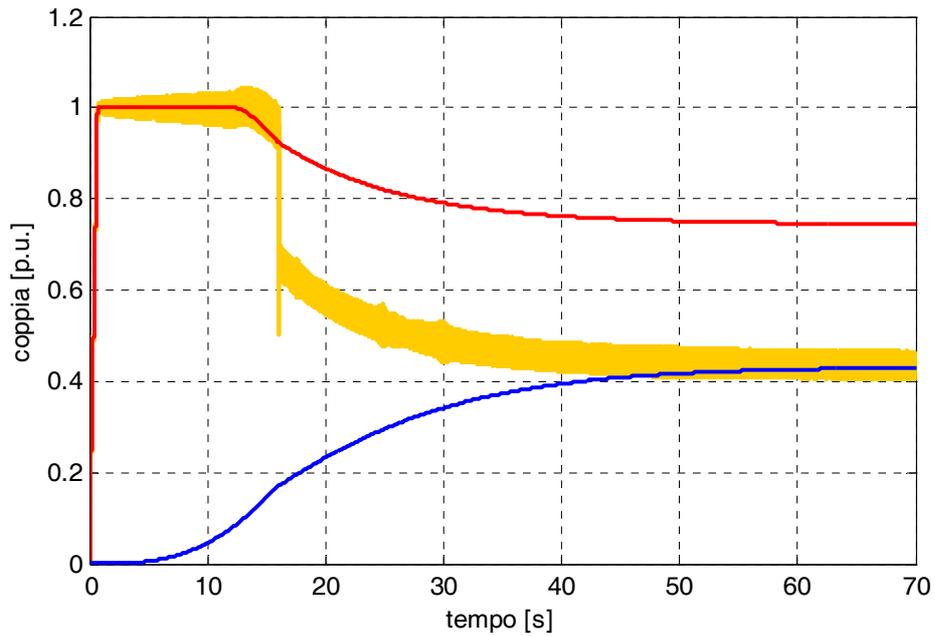


fig. 5.73 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $Lq_{motore} = 1,1 \cdot Lq_{controllo}$

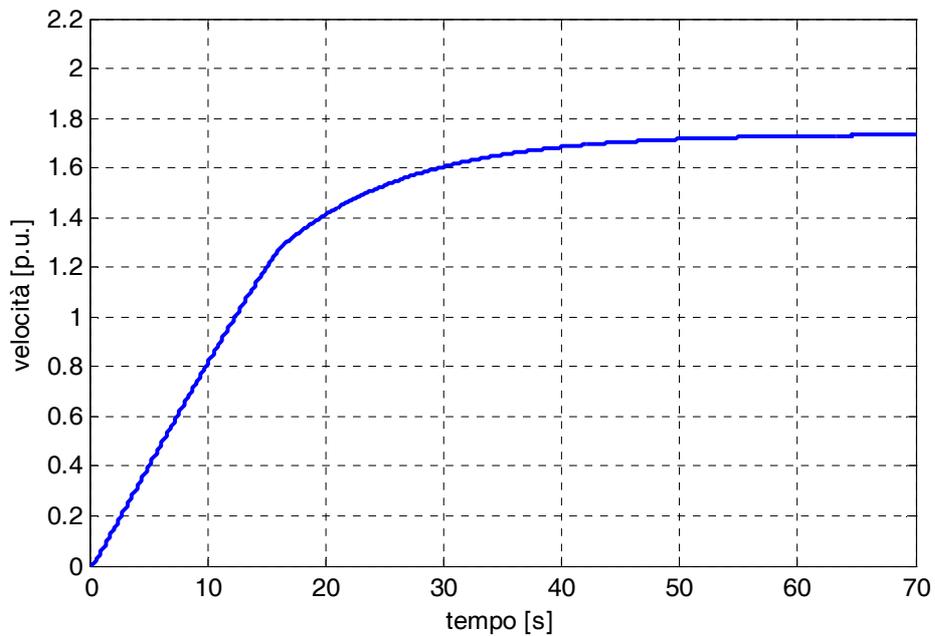


fig. 5.74 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $Lq_{motore} = 1,1 \cdot Lq_{controllo}$

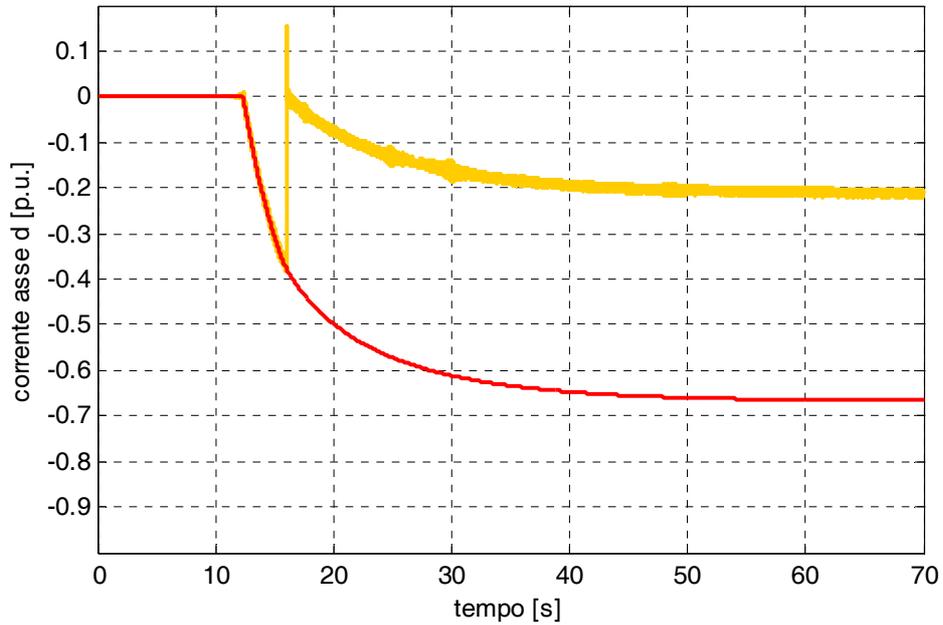


fig. 5.75 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward, $L_q, motore = 1,1 \cdot L_q, controllo$

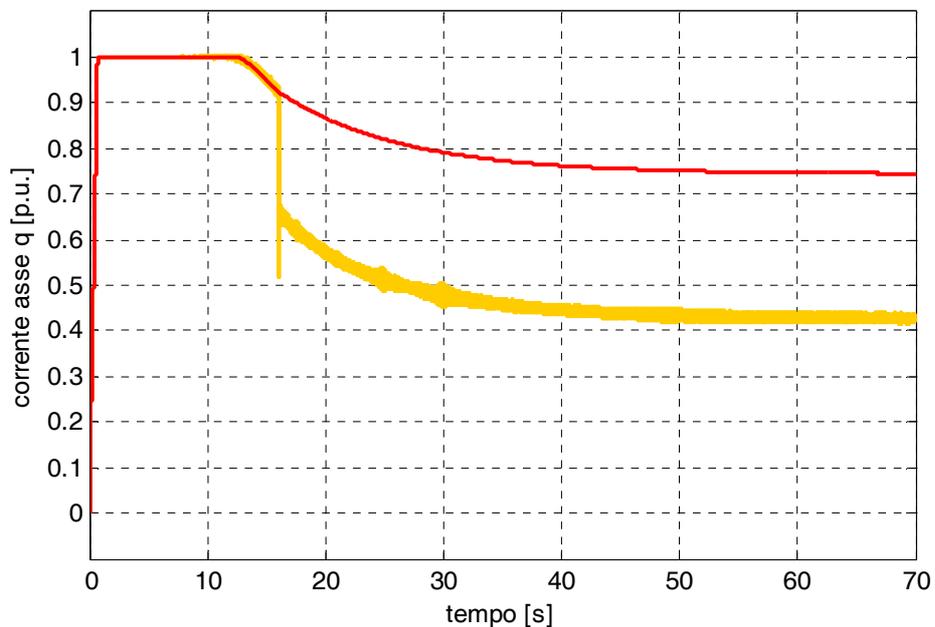


fig. 5.76 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $L_q, motore = 1,1 \cdot L_q, controllo$

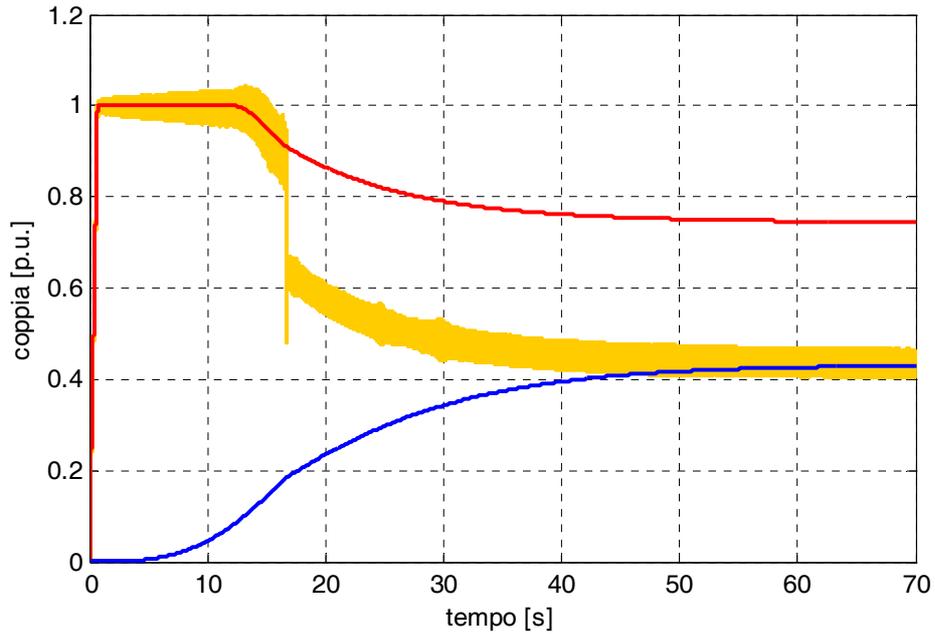


fig. 5.77 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $Lq_{motore} = 1,1 \cdot Lq_{controllo}$

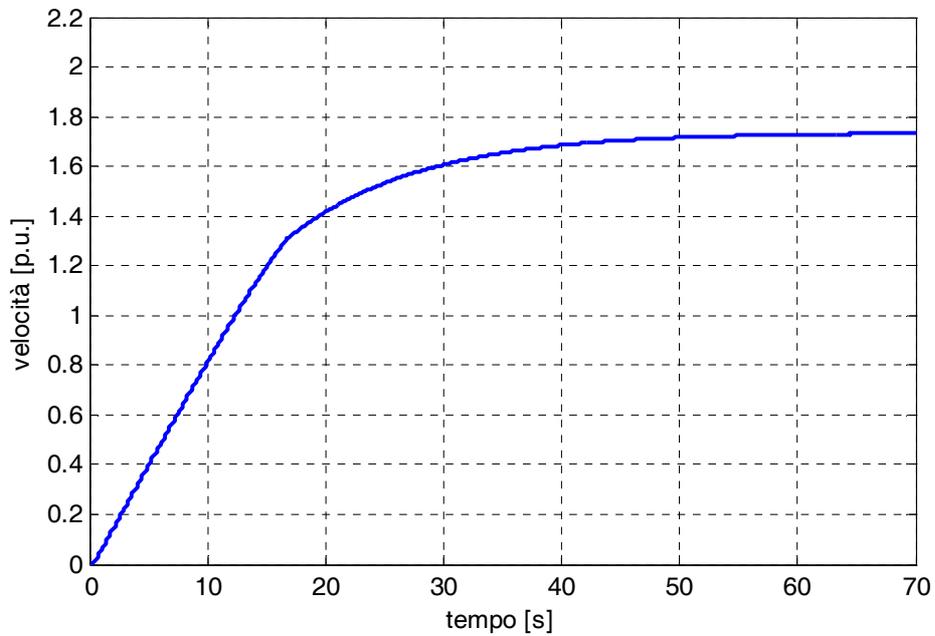


fig. 5.78 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $Lq_{motore} = 1,1 \cdot Lq_{controllo}$

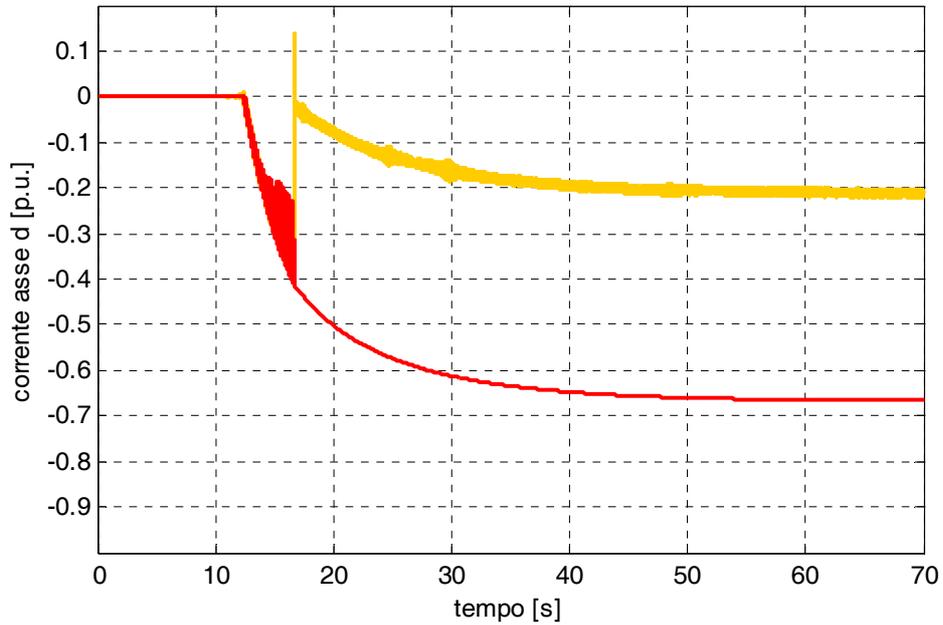


fig. 5.79 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$

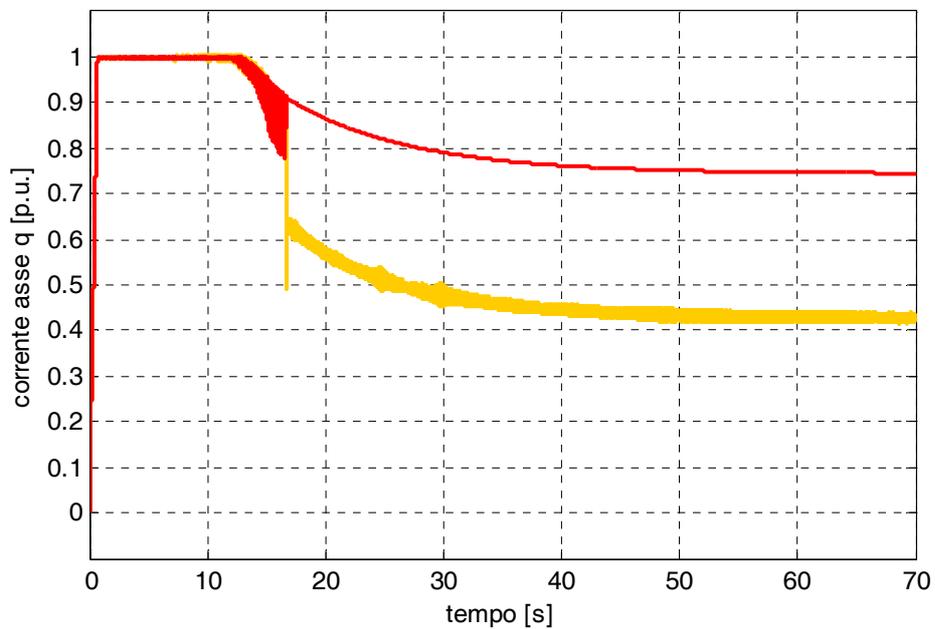


fig. 5.80 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back, $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$

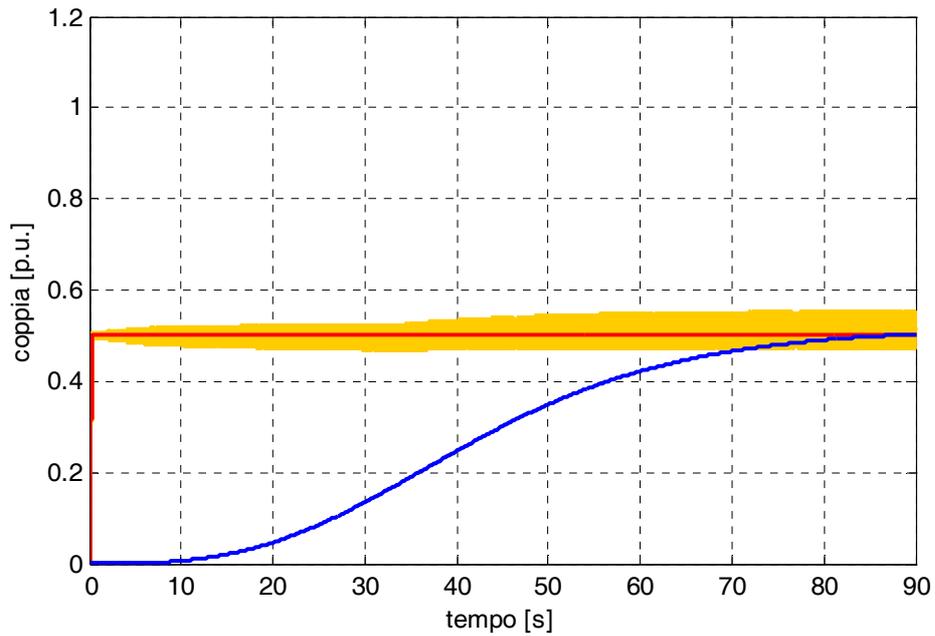


fig. 5.81 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$

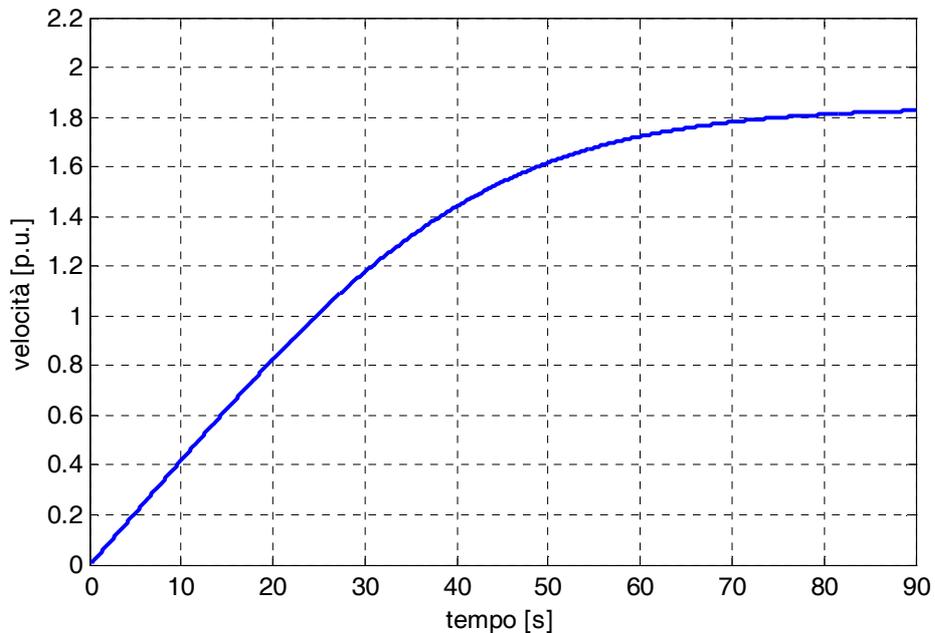


fig. 5.82 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$

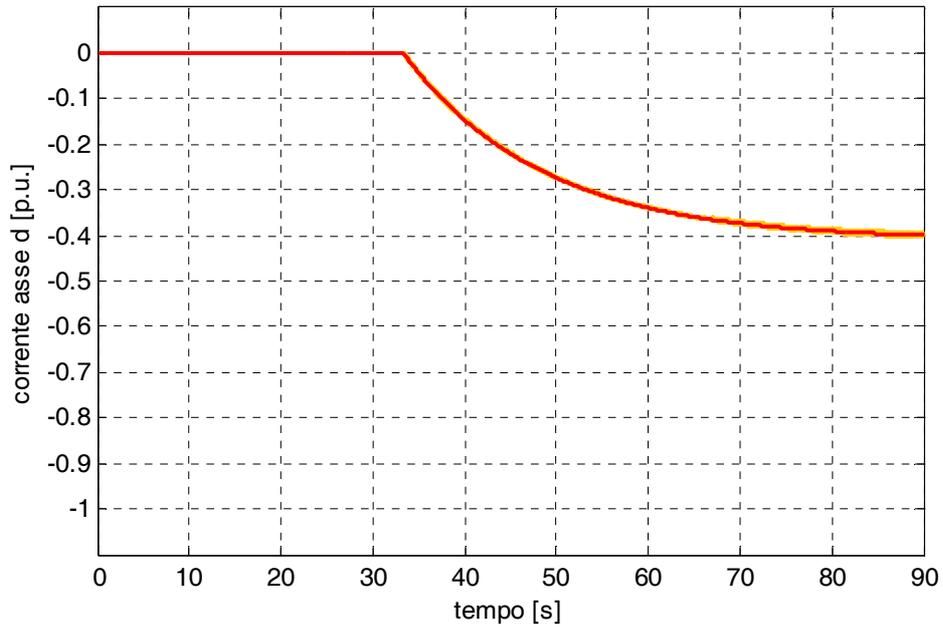


fig. 5.83 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$

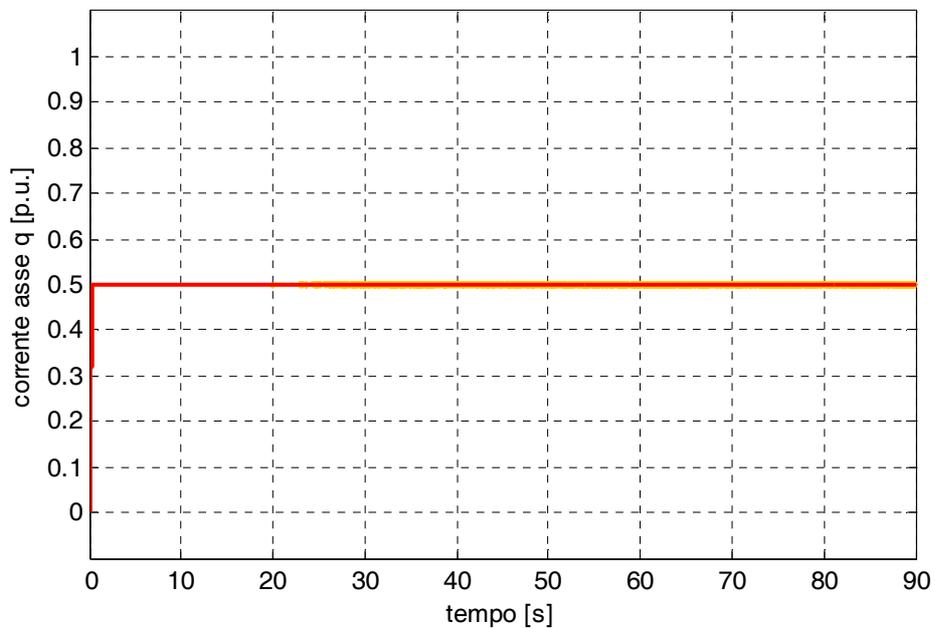


fig. 5.84 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$

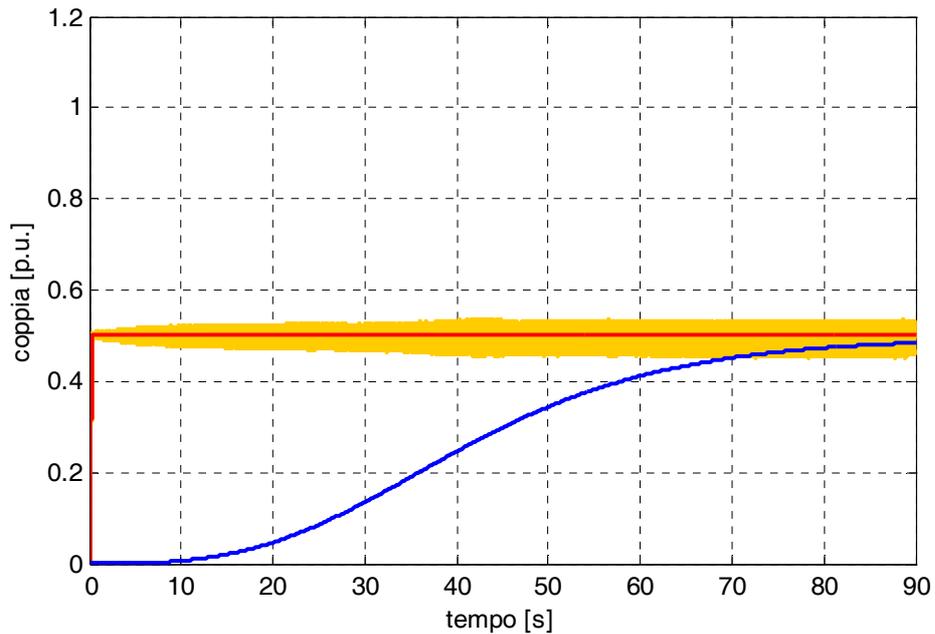


fig. 5.85 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l' algoritmo feed-back
 $Lq_{motore} = 1,1 \cdot Lq_{controllo}$

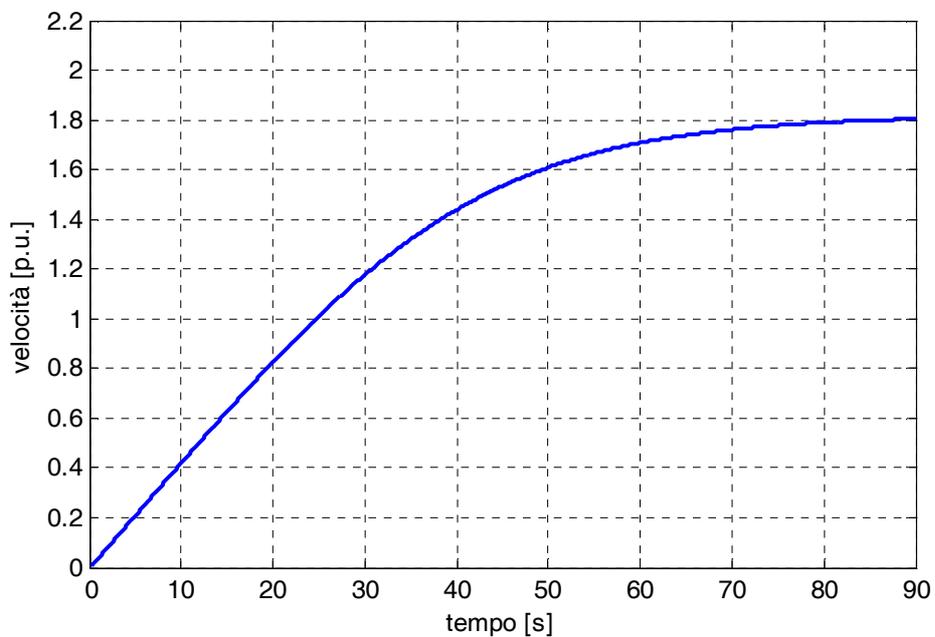
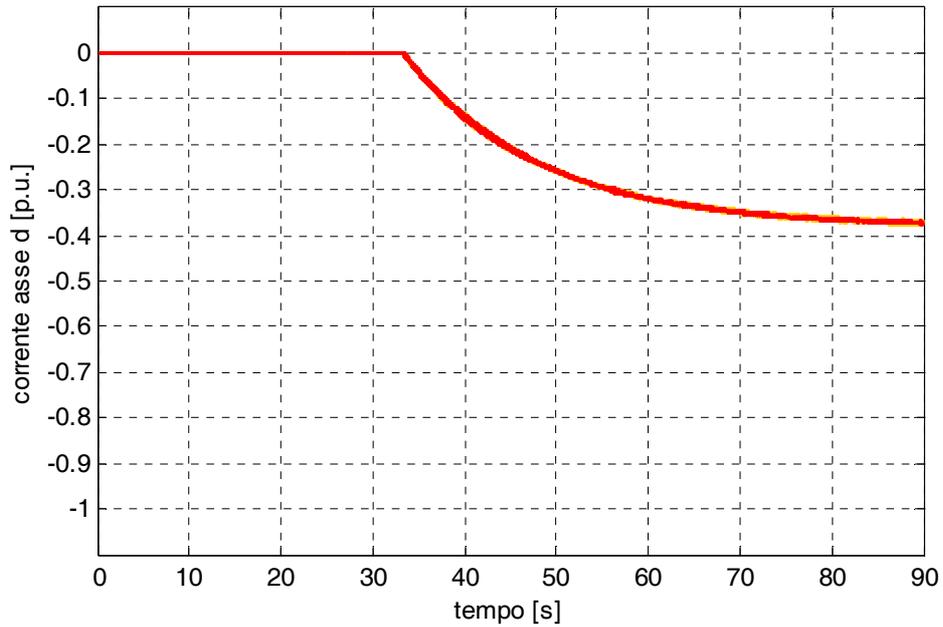
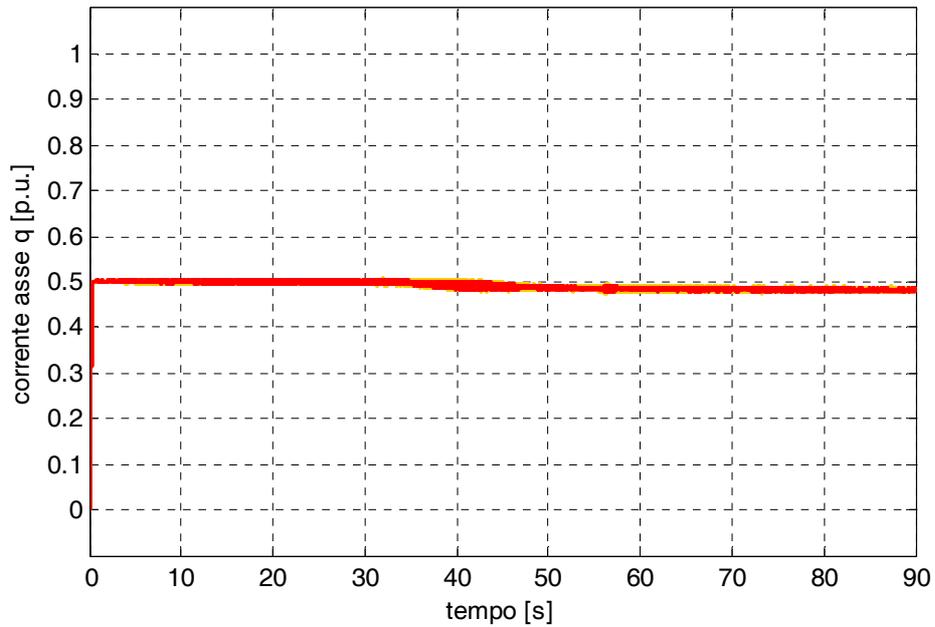


fig. 5.86 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l' algoritmo feed-back
 $Lq_{motore} = 1,1 \cdot Lq_{controllo}$



**fig. 5.87 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$**



**fig. 5.88– Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $L_{q,motore} = 1,1 \cdot L_{q,controllo}$**

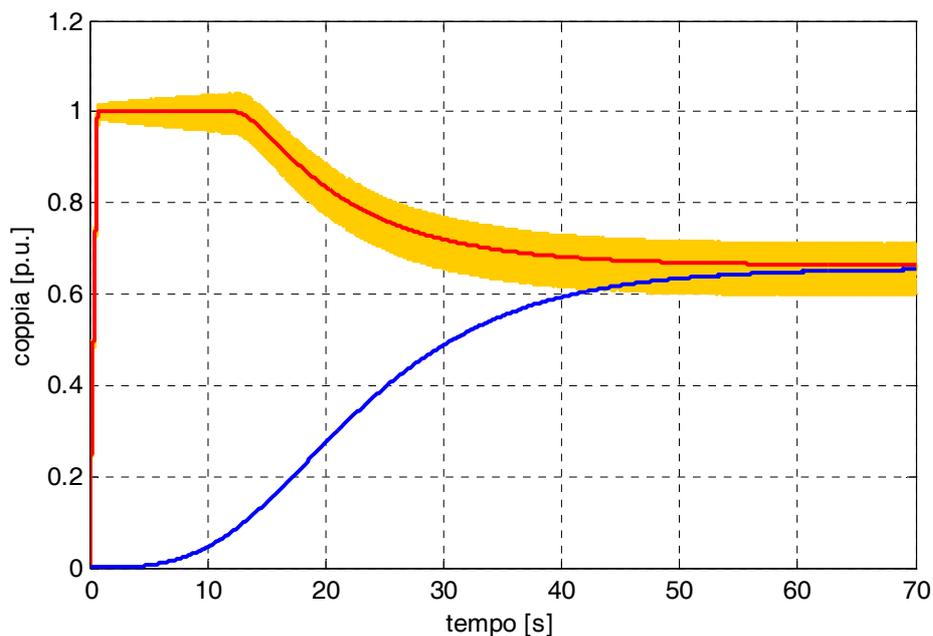


fig. 5.89 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

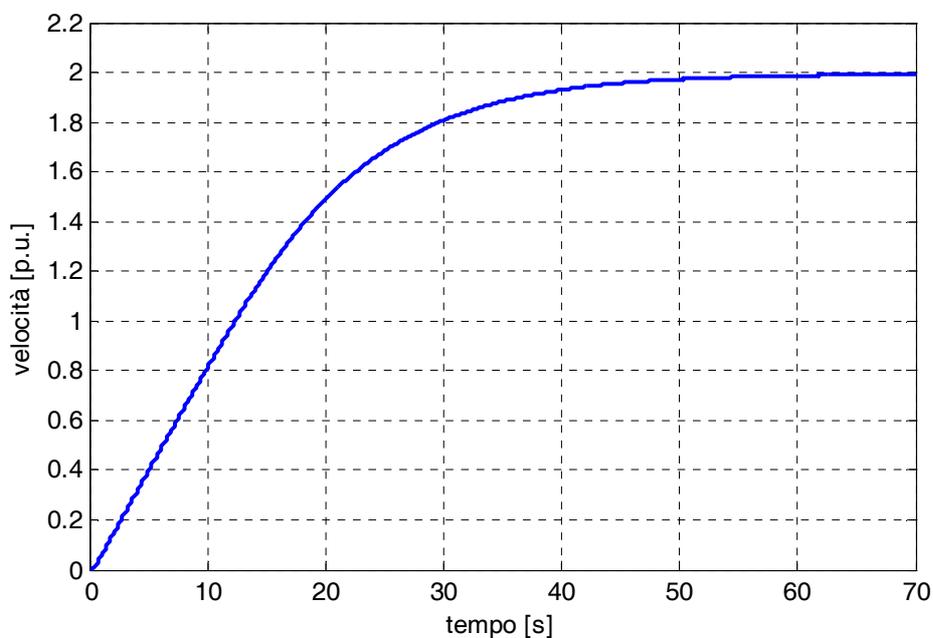


fig. 5.90 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

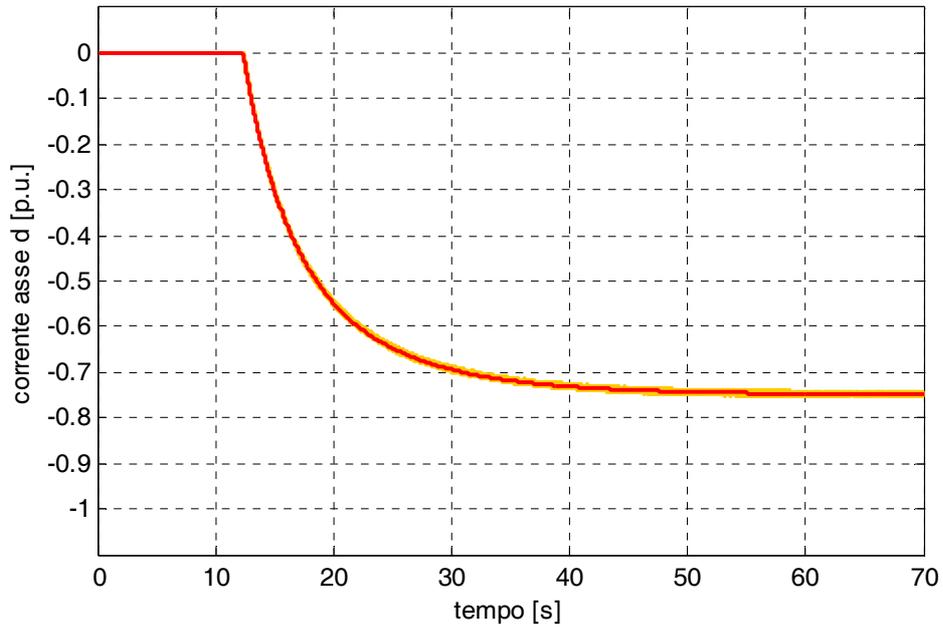


fig. 5.91 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward, $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

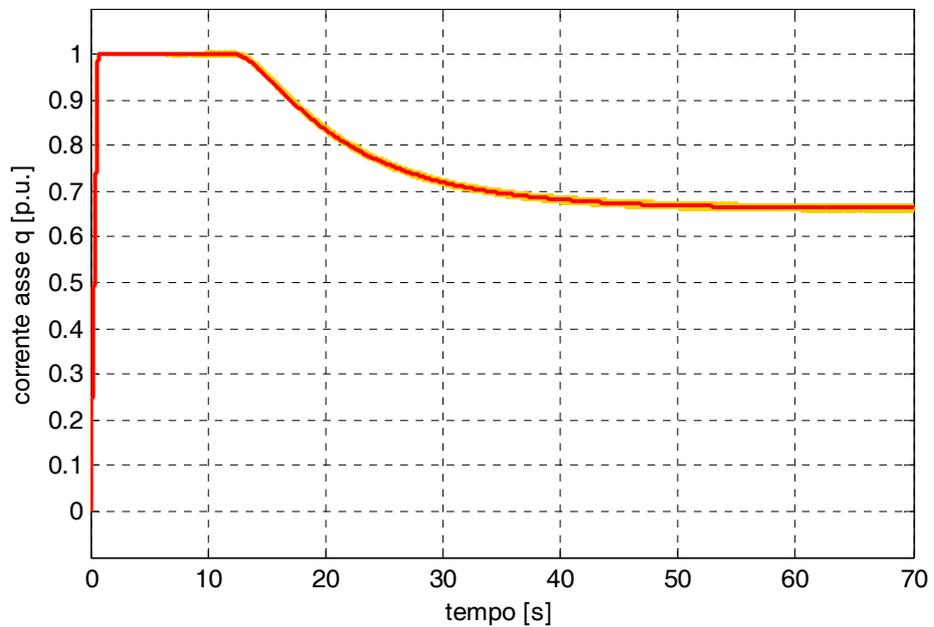


fig. 5.92 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-forward $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

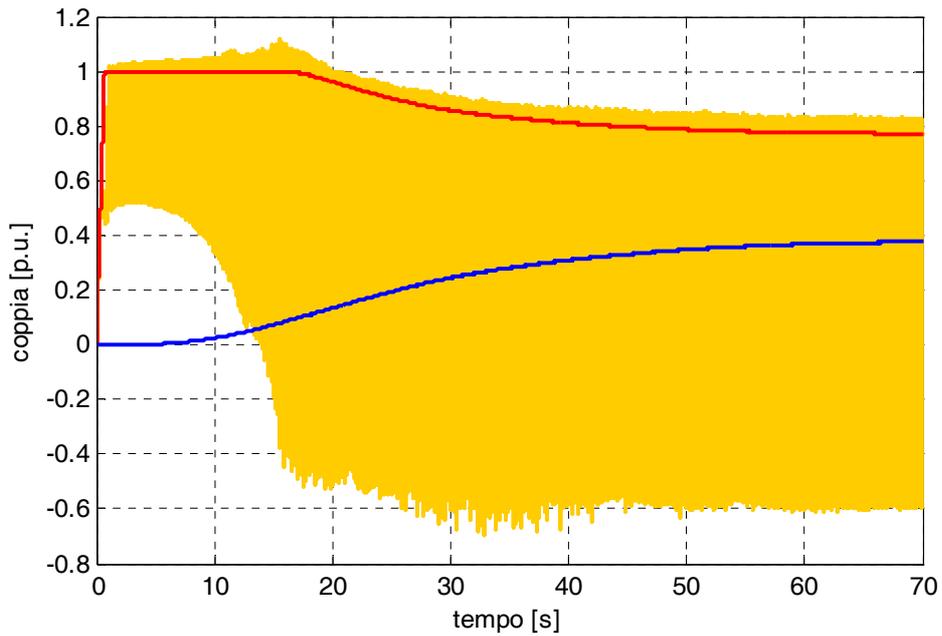


fig. 5.93 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

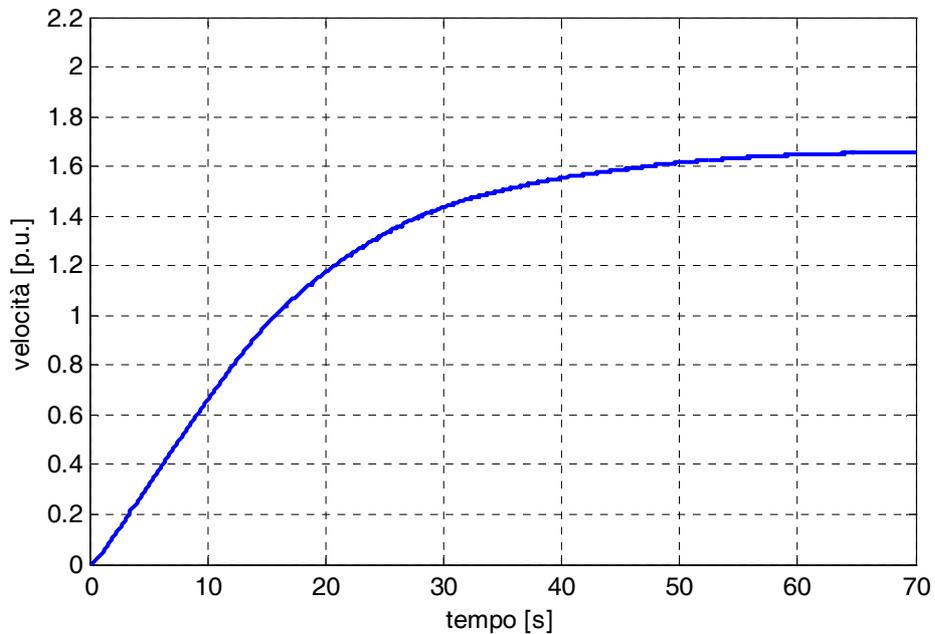


fig. 5.94 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

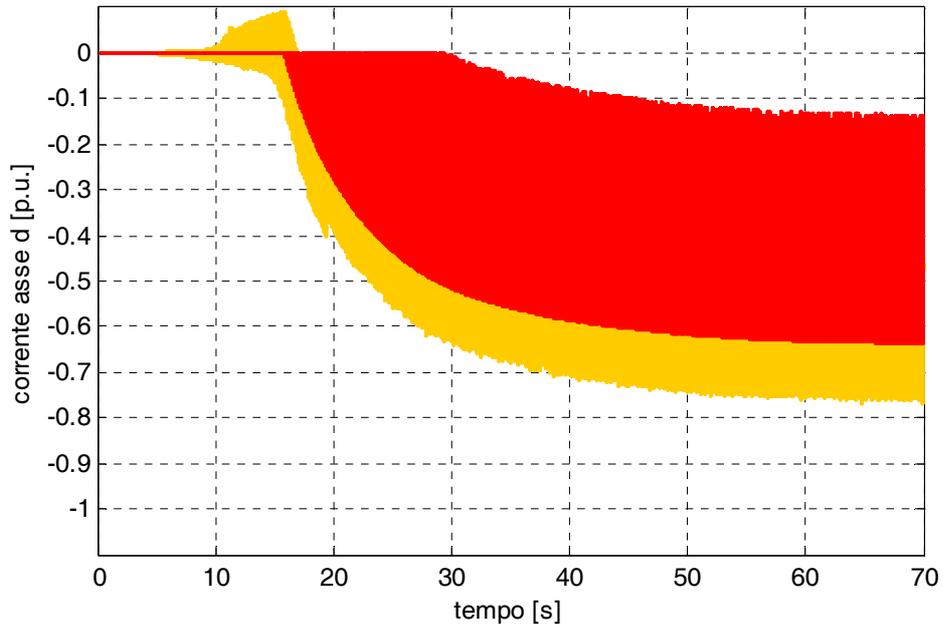


fig. 5.95 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back $R_{\text{motore}} = 1,1 \cdot R_{\text{controllo}}$

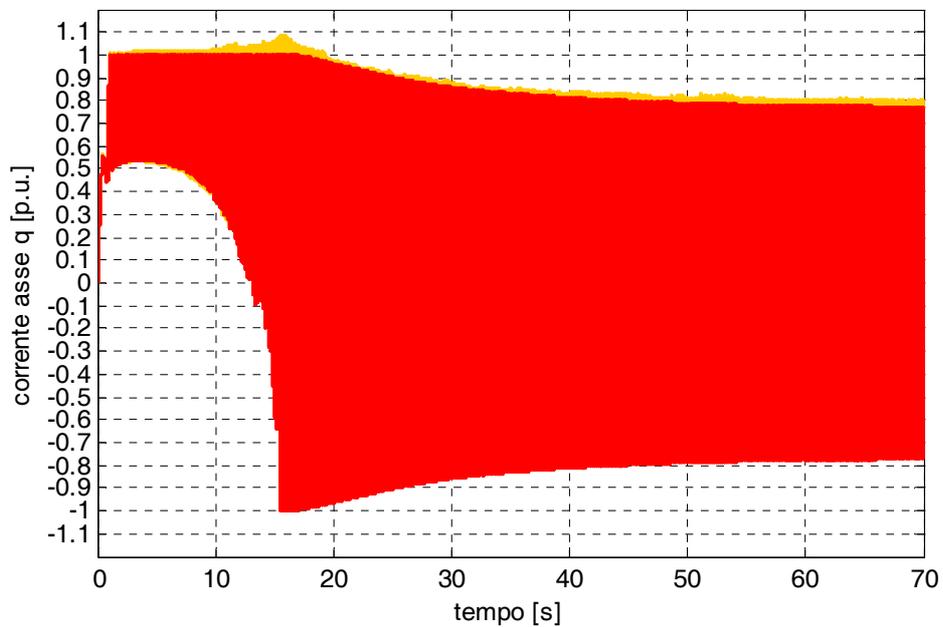


fig. 5.96 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento a coppia limite, utilizzando l'algoritmo feed-back, $R_{\text{motore}} = 1,1 \cdot R_{\text{controllo}}$

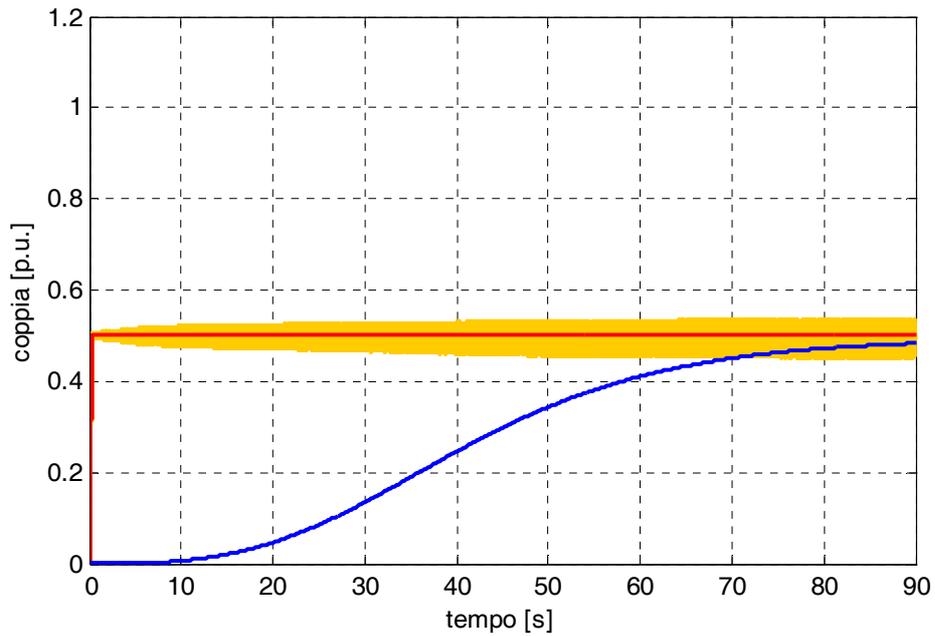


fig. 5.97 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

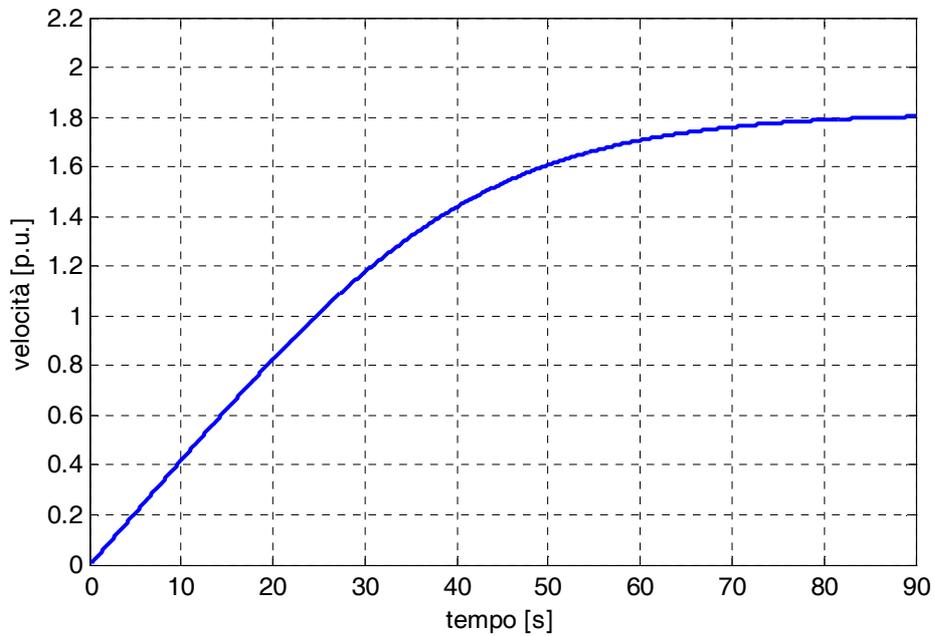


fig. 5.98 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

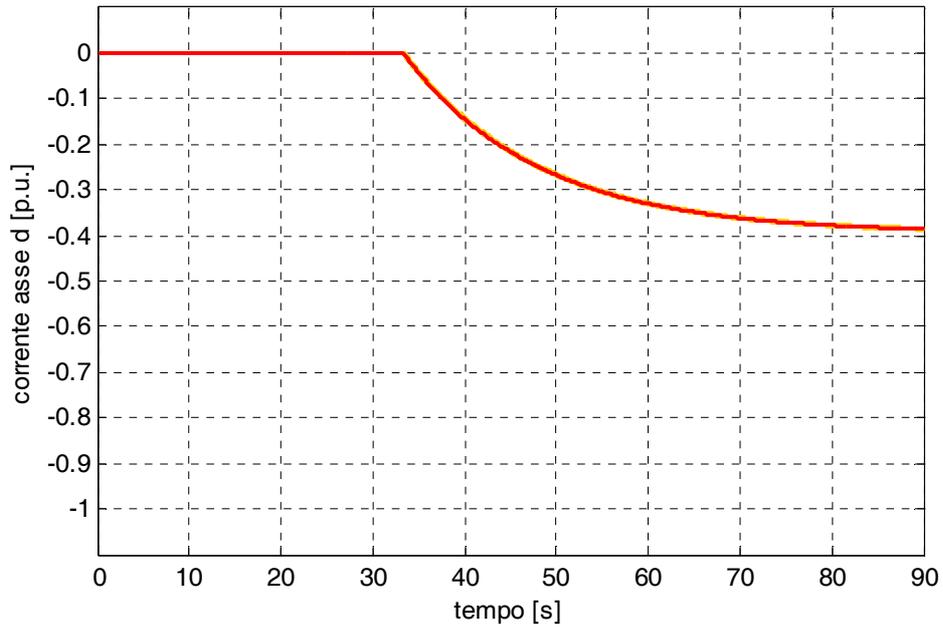


fig. 5.99 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $R_{\text{motore}} = 1,1 \cdot R_{\text{controllo}}$

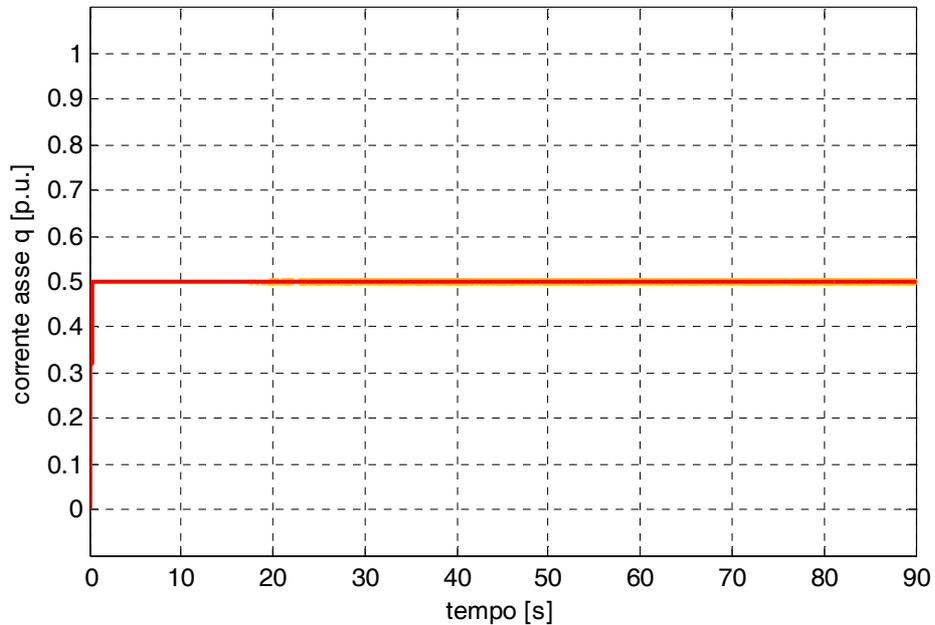


fig. 5.100 – Andamento nel tempo della corrente dell'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l'algoritmo feed-forward
 $R_{\text{motore}} = 1,1 \cdot R_{\text{controllo}}$

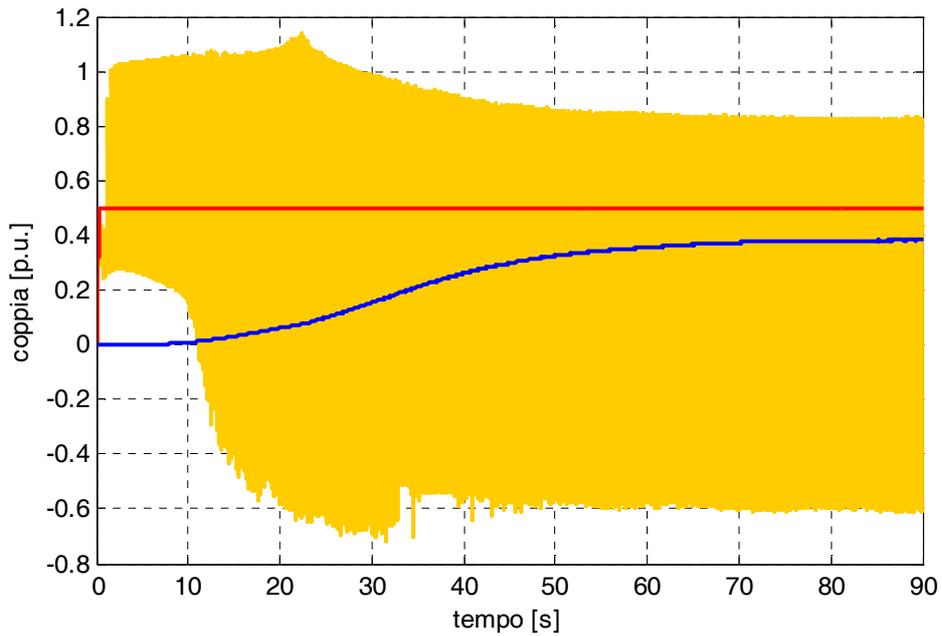


fig. 5.101 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$

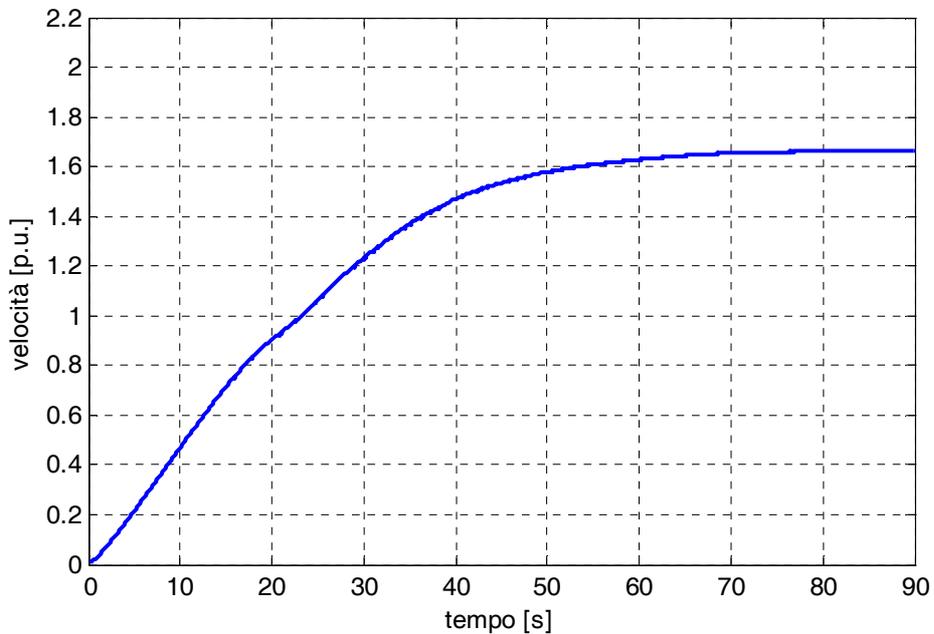
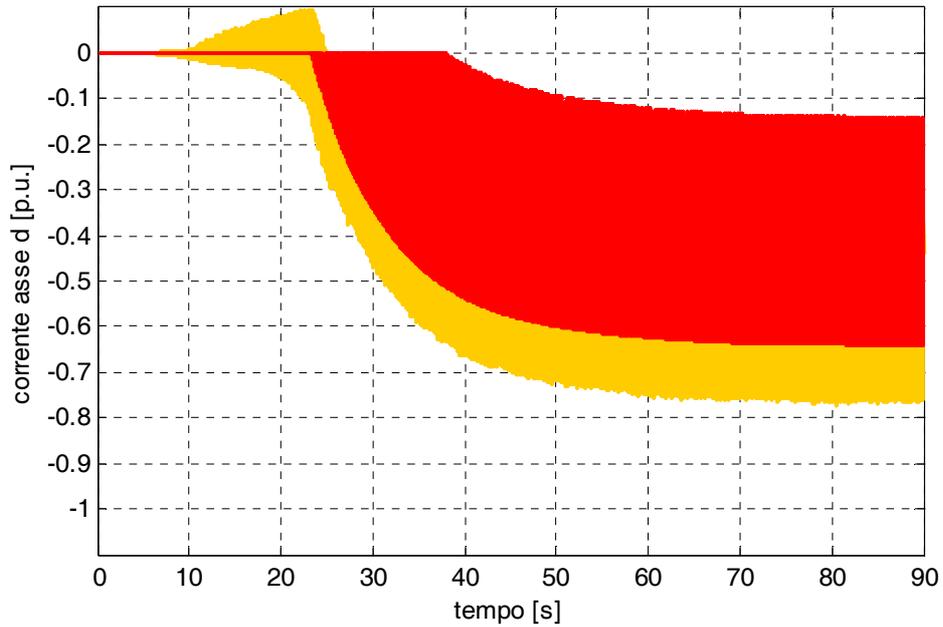
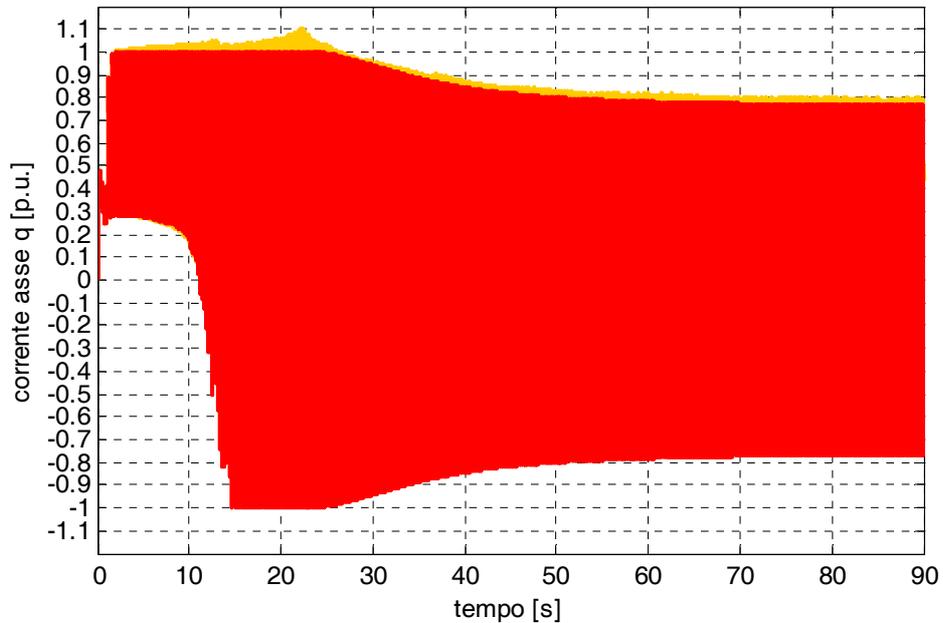


fig. 5.102 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante l'avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della coppia nominale, utilizzando l'algoritmo feed-back
 $R_{motore} = 1,1 \cdot R_{controllo}$



**fig. 5.103 – Andamento nel tempo della corrente d’asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l’avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l’algoritmo feed-back
 $R_{\text{motore}} = 1,1 \cdot R_{\text{controllo}}$**



**fig. 5.104 – Andamento nel tempo della corrente dell’asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante l’avviamento con coppia di riferimento pari al 50% della nominale, utilizzando l’algoritmo feed-back
 $R_{\text{motore}} = 1,1 \cdot R_{\text{controllo}}$**

4. Simulazione della fase di coasting di un azionamento per la trazione

La fase di coasting viene intenzionalmente introdotta dal sistema di controllo quando si perdono adeguate condizioni di alimentazione dell'azionamento, a seguito ad esempio del distacco del pantografo dalla linea aerea o comunque a causa di un qualsiasi abbassamento della tensione di rete sotto una soglia minima prestabilita. Quando ciò avviene, non è più possibile garantire che il motore possa assorbire energia dalla linea in modo adeguato e quindi sia in grado di vincere le forze resistenti. Questa simulazione è stata effettuata in due casi distinti. Nel primo è stata innescata la sequenza di eventi che viene tipicamente adottata per questo tipo di funzionamento, ovvero si è fatto in modo che l'azionamento venga elettricamente isolato dalla rete di alimentazione e che inoltre non siano più inviati gli impulsi di comando dell'inverter, cioè che questo viene disabilitato. Nel secondo caso, non è stato disabilitato l'inverter, ma piuttosto è stato lasciato attivo il sistema di controllo, annullando invece il riferimento di coppia.

Per questa applicazione è stato introdotto tra la sorgente di alimentazione e l'inverter il circuito rappresentato in fig. 5.105.

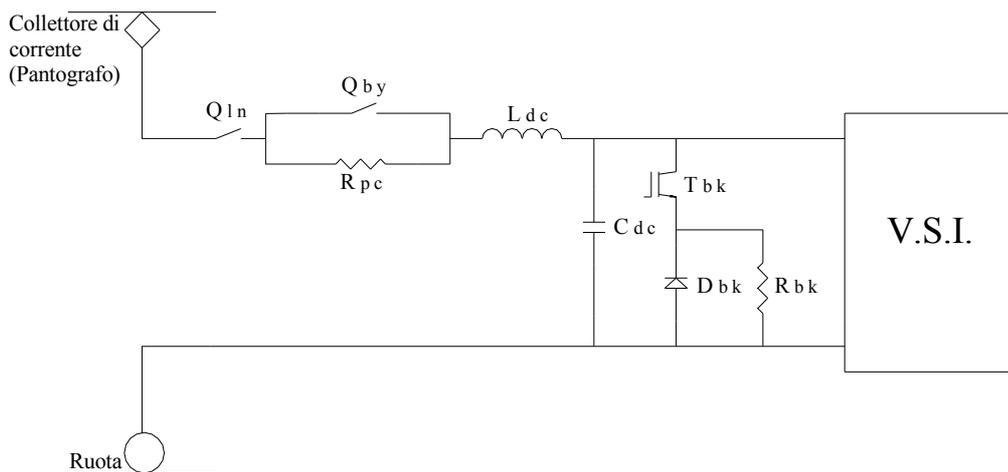


fig. 5.105 – Circuito di alimentazione dell'inverte per una applicazione di trazione tipica

Il “contattore di linea” Q_{in} provvede a connettere/disconnettere il circuito alla/dalla linea di alimentazione. La resistenza R_{pc} di prearica, limita la corrente assorbita dal condensatore C_{dc} durante la sua fase di carica. Quando poi la tensione sul condensatore raggiunge un determinato valore di soglia, si ha la chiusura del contattore di bypass Q_{by} , che ha la funzione di bypassare la resistenza R_{pc} di prearica. Il condensatore C_{dc} , è necessario per filtrare la tensione in ingresso all’inverter, mentre l’induttanza L_{dc} , ha la funzione di filtrare la corrente assorbita. L’interruttore elettronico T_{bk} e il diodo D_{bk} , realizzano entrambi un chopper di frenatura, il quale, nel caso in cui la tensione ai capi della capacità C_{dc} superi un valore di tensione di sicurezza prestabilito, provvede a scaricare l’eccesso di energia sulla resistenza R_{bk} di frenatura, che dissipa l’energia accumulata in eccesso nella capacità C_{dc} . I valori utilizzati per i componenti del circuito di alimentazione dell’inverter abbiamo i seguenti dati:

- Resistenza di prearica $R_{pc} = 5 [\Omega]$
- Induttanza di filtro $L_{dc} = 50 [\mu H]$
- Capacità di filtro $C_{dc} = 0.02 [F]$
- Resistenza di frenatura $R_{bk} = 5 [\Omega]$

4.1 Simulazione della fase di coasting con inverter disattivato

Nella prima simulazione della fase di coasting, partendo da una situazione di regime alla velocità di $\omega_{rm} = 640$ [giri/min] corrispondente ad una velocità del veicolo di 80 Km/h, in seguito all’annullamento della tensione di linea, secondo le modalità descritte in precedenza, sono stati provocati l’apertura del contattore di linea e la disabilitazione dell’inverter. La simulazione stata poi arrestata quando entrambe le correnti di asse diretto e quadratura si sono annullate. Si riportano gli andamenti della coppia (motrice, di riferimento e resistente), normalizzate rispetto alla coppia nominale; della velocità di rotazione normalizzata rispetto alla velocità nominale, della corrente di asse diretto, di riferimento ed effettiva, normalizzata rispetto alla corrente limite; della tensione ai capi della capacità di spianamento e della corrente assorbita dalla linea, della corrente di frenatura di alimentazione e della corrente dell’alimentazione dell’inverter. Si riportano inoltre l’andamento in un intervallo di tempo che va da alcuni istanti precedenti ad alcuni istanti

successivi l'annullamento della tensione di linea della tensione concatenata tra le fasi 1 e 2 e delle due correnti nelle stesse fasi.

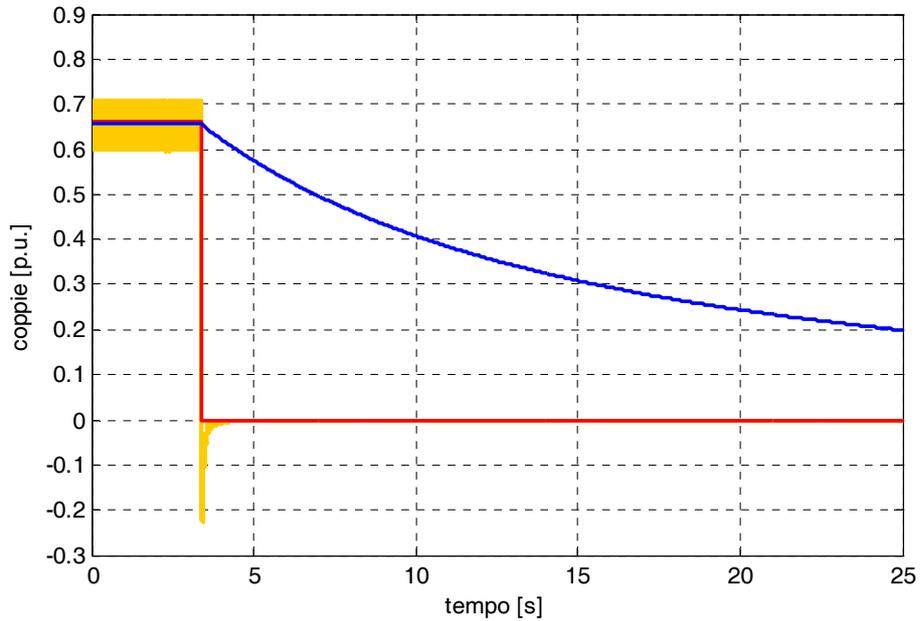


fig. 5.106 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante la fase di coasting

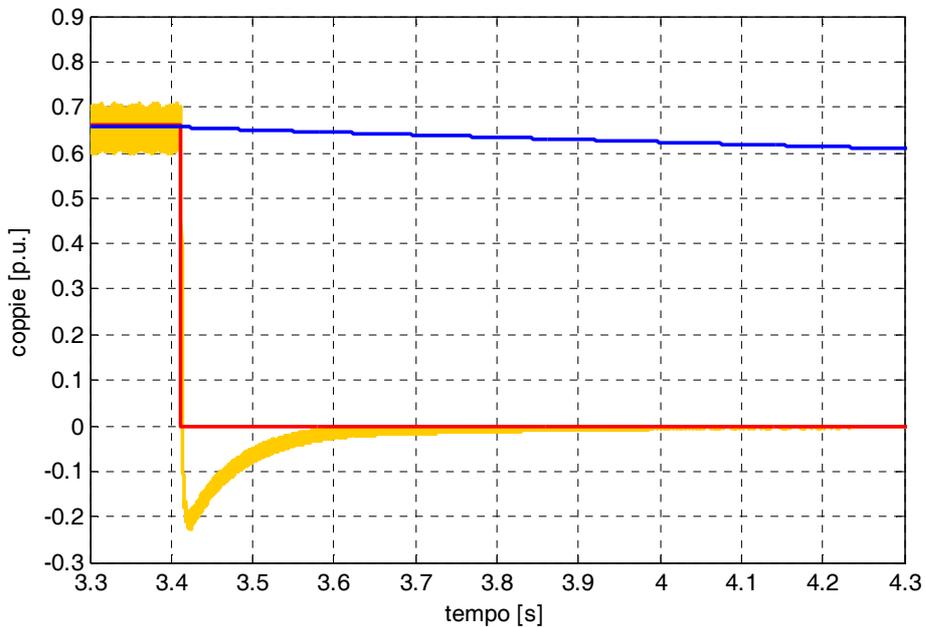


fig. 5.107 – Particolare all'inizio della fase di coasting dell'andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina

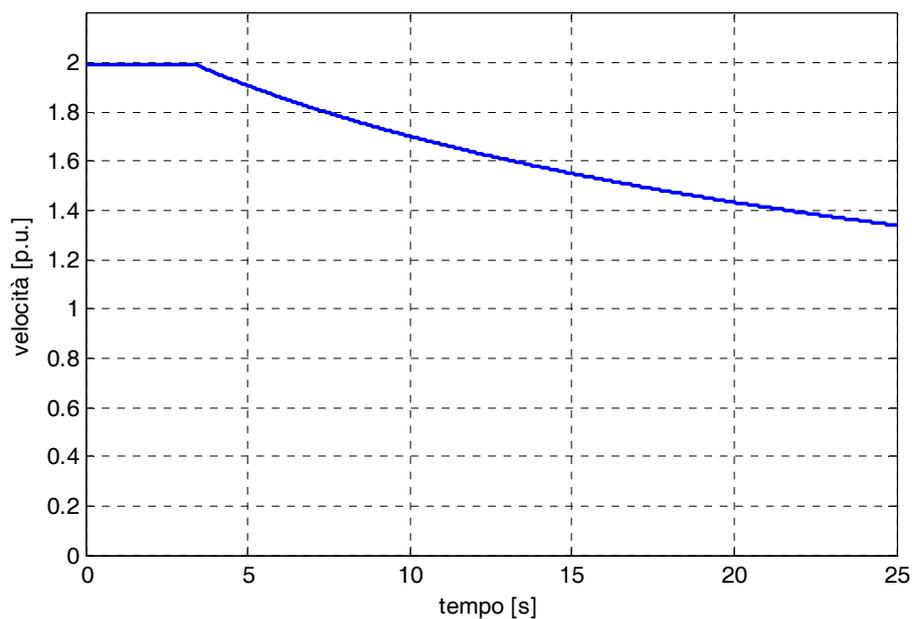


fig. 5.108 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante la fase di coasting

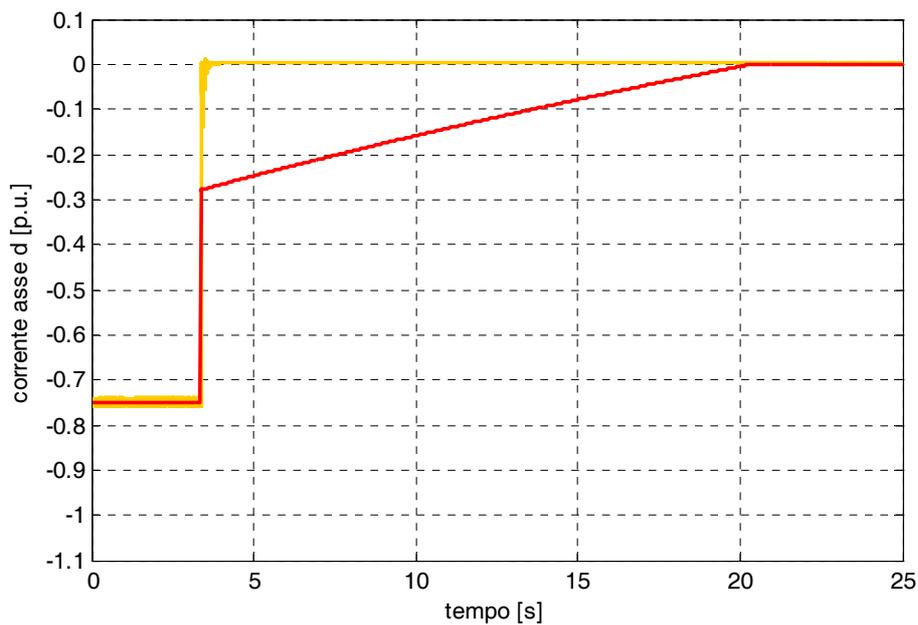


fig. 5.109 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la fase di coasting

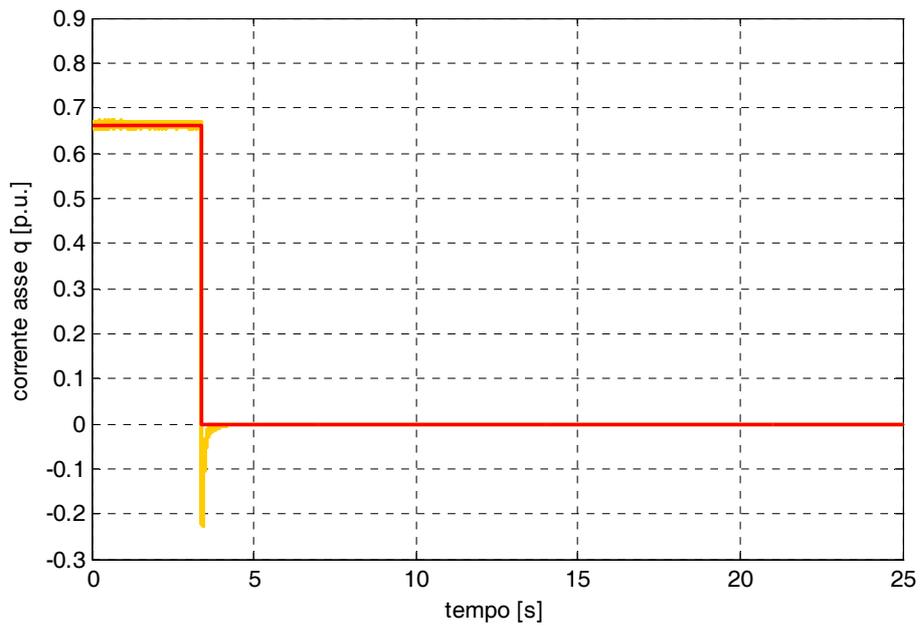


fig. 5.110 – Andamento nel tempo della corrente d’asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la fase di coasting

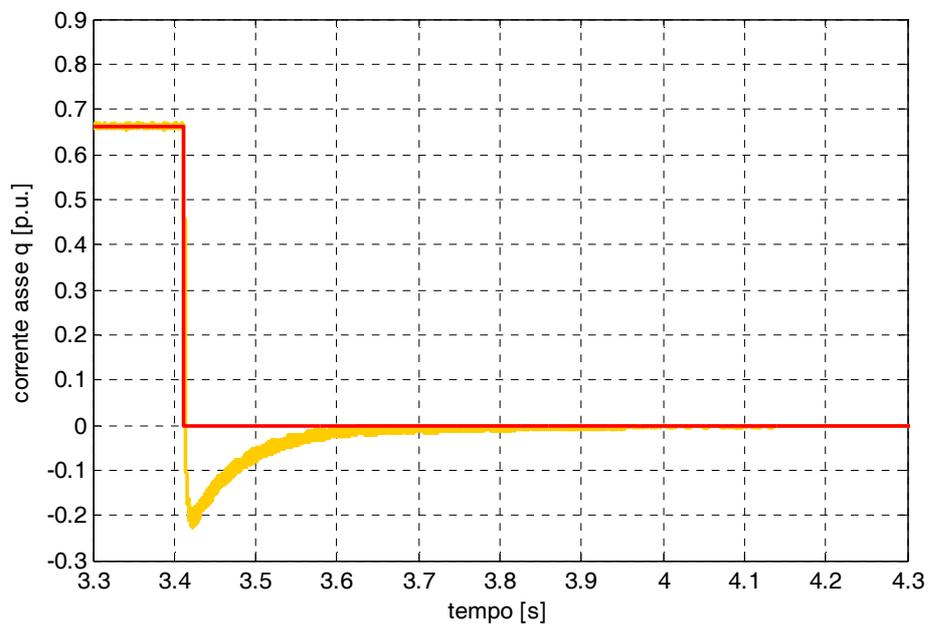


fig. 5.111 – Particolare all’inizio della fase di coasting dell’andamento nel tempo della corrente d’asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite

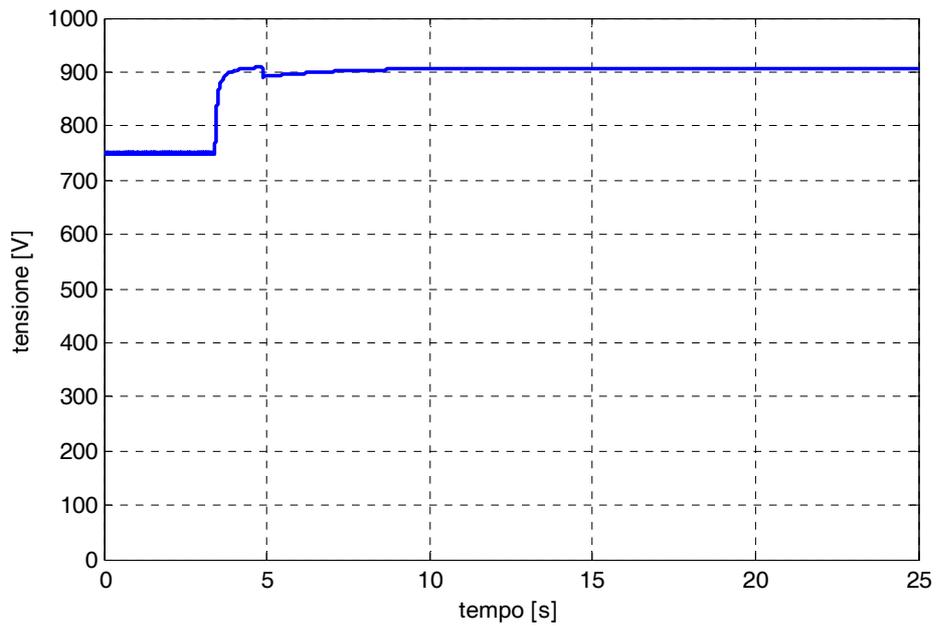


fig. 5.112 – Andamento nel tempo della tensione di alimentazione dell'inverter, durante la fase di coasting

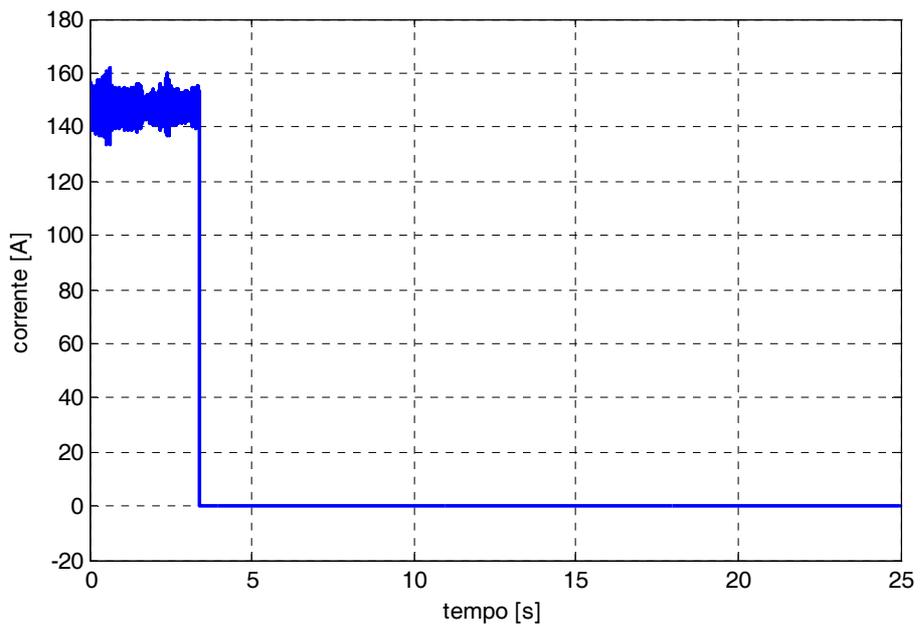


fig. 5.113 – Andamento nel tempo della corrente di linea, durante la fase di coasting

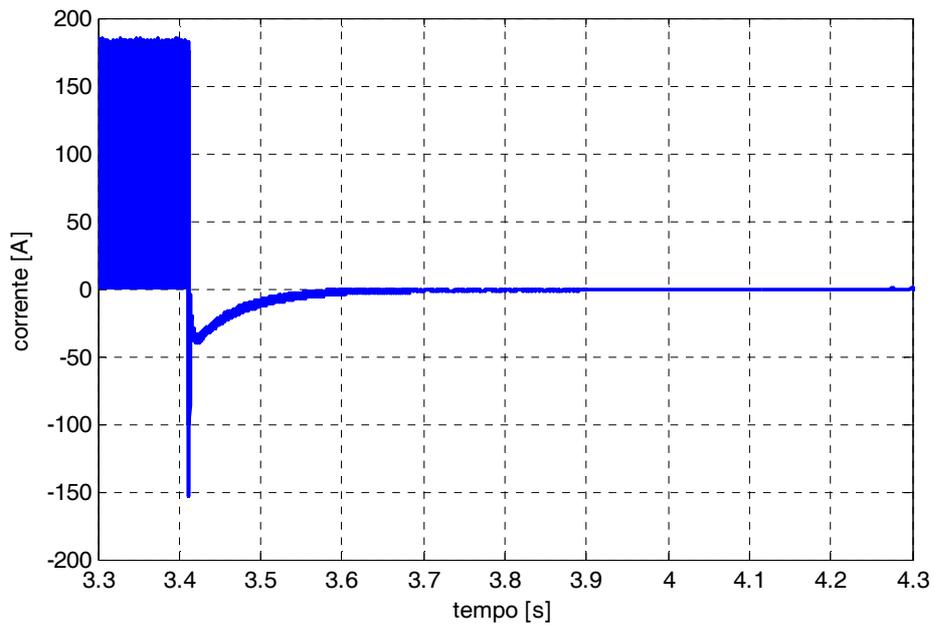


fig. 5.114 – Particolare all’inizio della fase di coasting dell’andamento nel tempo della corrente in ingresso all’inverter

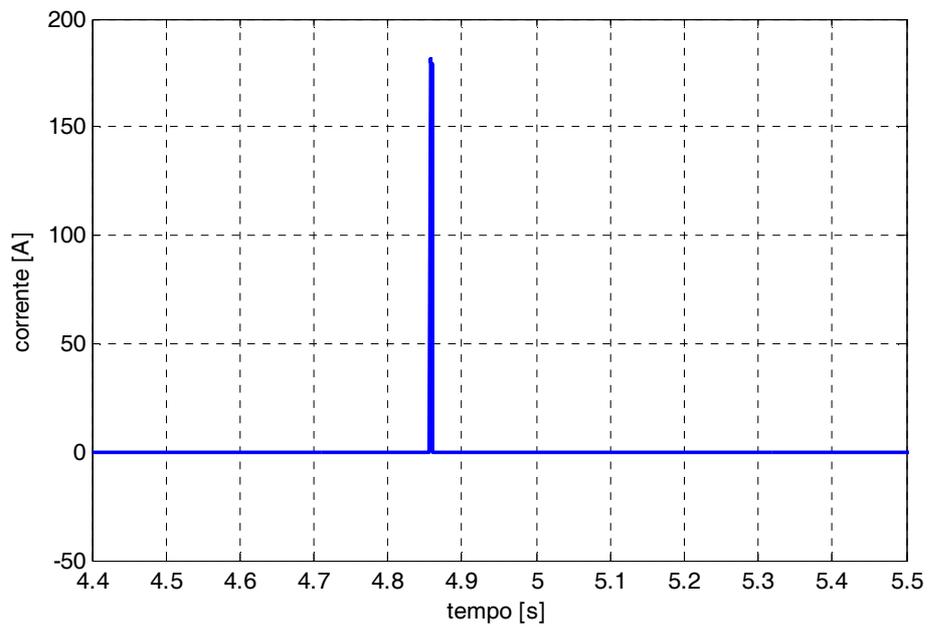


fig. 5.115 – Particolare dell’andamento nel tempo della corrente di frenatura

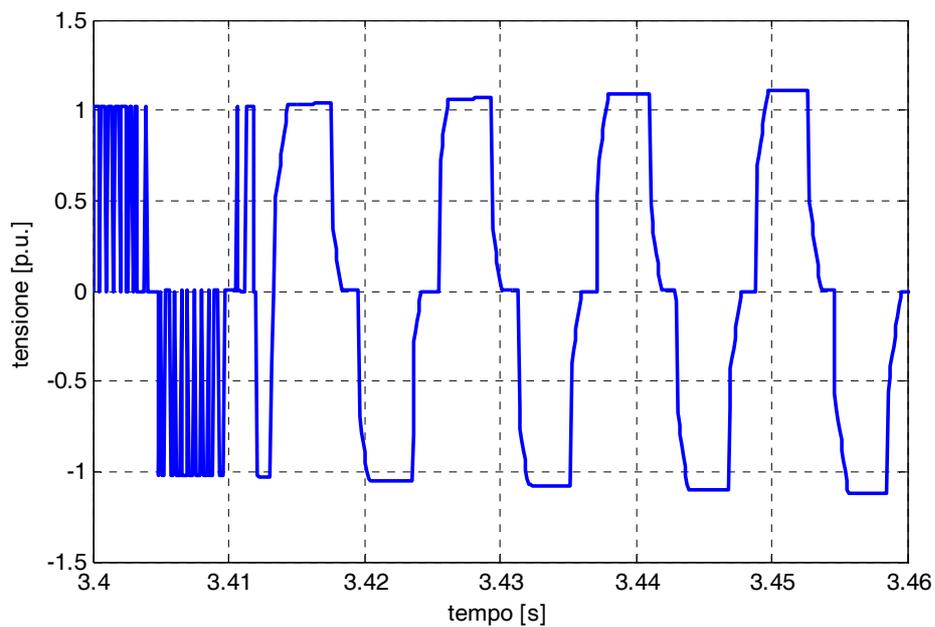


fig. 5.116 – Particolare all’inizio della fase di coasting dell’andamento nel tempo della tensione concatenata tra le fasi 1 e 2 della macchina, normalizzata rispetto alla tensione nominale

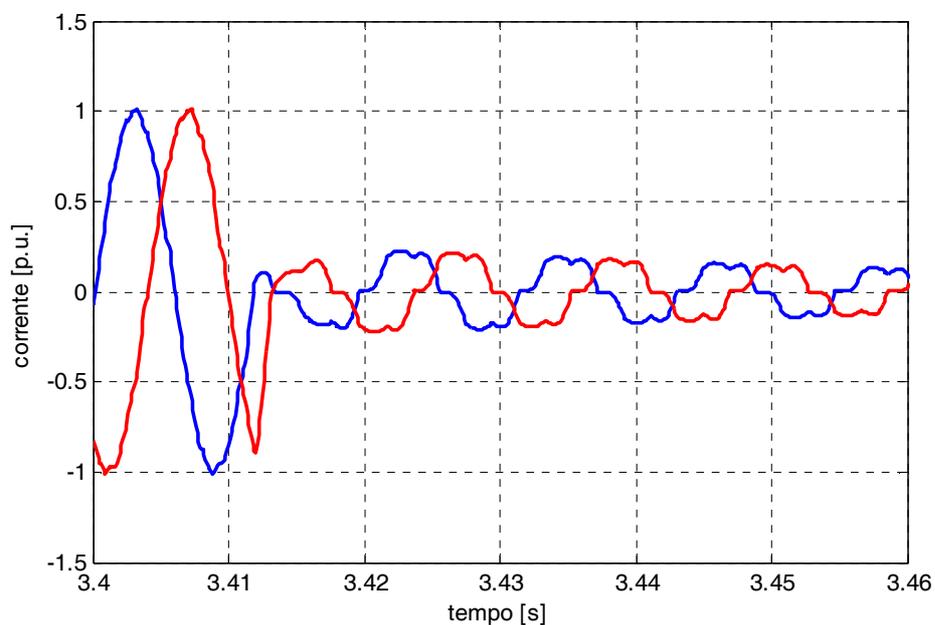


fig. 5.117 – Particolare dell’andamento delle correnti di fase 1 e 2, normalizzate rispetto alla corrente limite, all’inizio della fase di coasting

4.2 Simulazione della fase di coasting con inverter attivato e riferimento di coppia zero

Nella seconda simulazione della fase di coasting, partendo da una situazione di regime alla velocità di $\omega_{rm} = 640$ [giri/min] corrispondente ad una velocità del veicolo di 80 Km/h, in seguito all'annullamento della tensione di linea, secondo le modalità descritte in precedenza, sono stati provocati l'apertura del contattore di linea e l'annullamento della tensione di linea. La simulazione stata arrestata, quando entrambe le correnti di asse diretto e quadratura si sono annullate. Sono stati riportati gli andamenti della coppia motrice di riferimento, della coppia motrice effettiva e della coppia resistente, normalizzati rispetto alla coppia nominale; della velocità di rotazione normalizzata rispetto alla velocità nominale, della corrente di asse diretto, di riferimento ed effettiva, normalizzata rispetto alla corrente limite; della tensione ai capi della capacità di spianamento e della corrente assorbita dalla linea, della corrente di frenatura di alimentazione e della corrente dell'alimentazione dell'inverter. E' stato riportato inoltre l'andamento in un intervallo di tempo, che va da alcuni istanti precedenti ad alcuni istanti successivi l'annullamento della tensione di linea della tensione concatenata tra le fasi 1 e 2 e delle due correnti nelle stesse fasi.

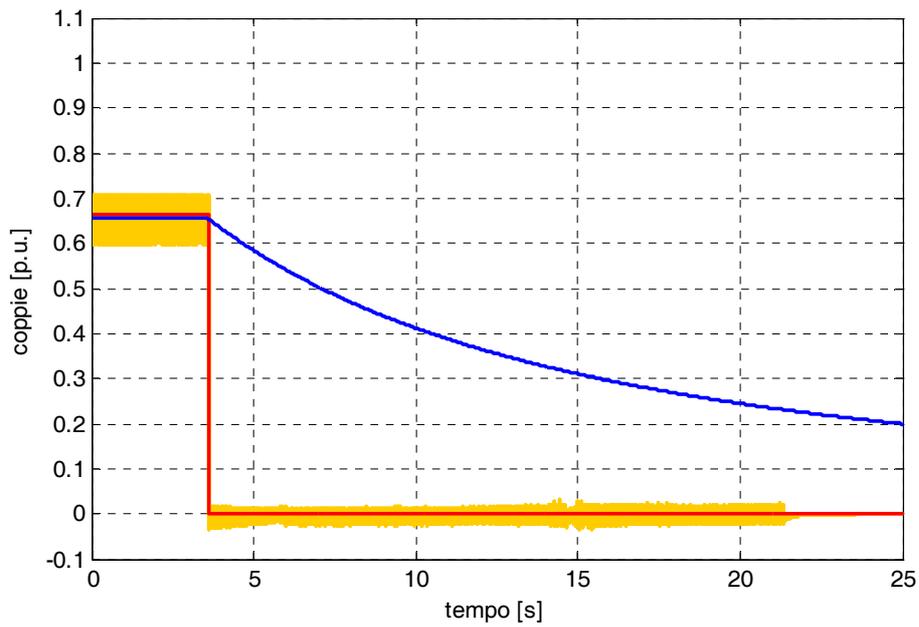


fig. 5.118 – Andamento nel tempo della coppia motrice (arancione), della coppia di riferimento (rosso) e della coppia resistente (blu), normalizzate rispetto alla coppia nominale della macchina, durante la fase di coasting

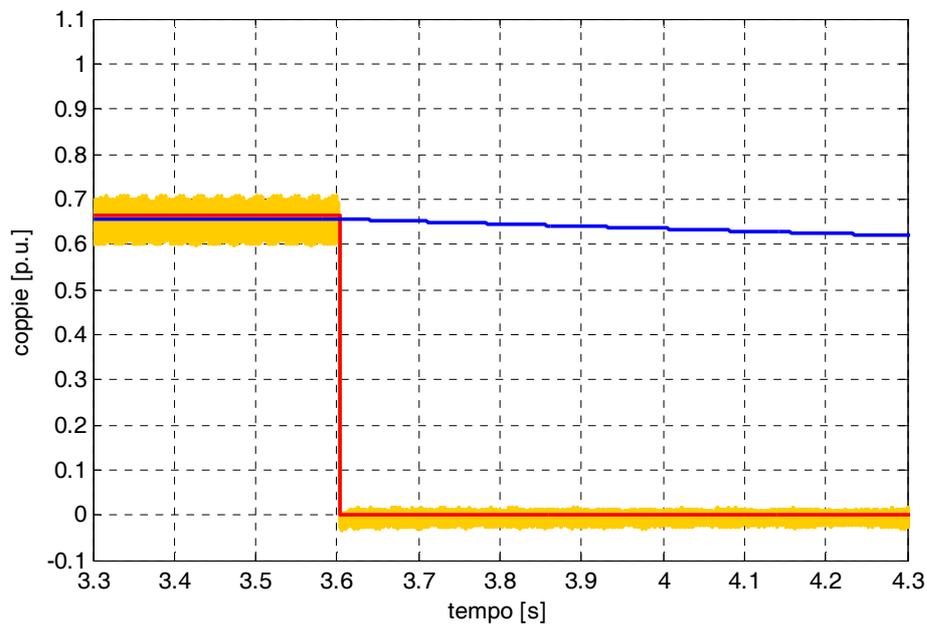


fig. 5.119 – Particolare all'inizio della fase di coasting dell'andamento nel tempo della corrente d'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite

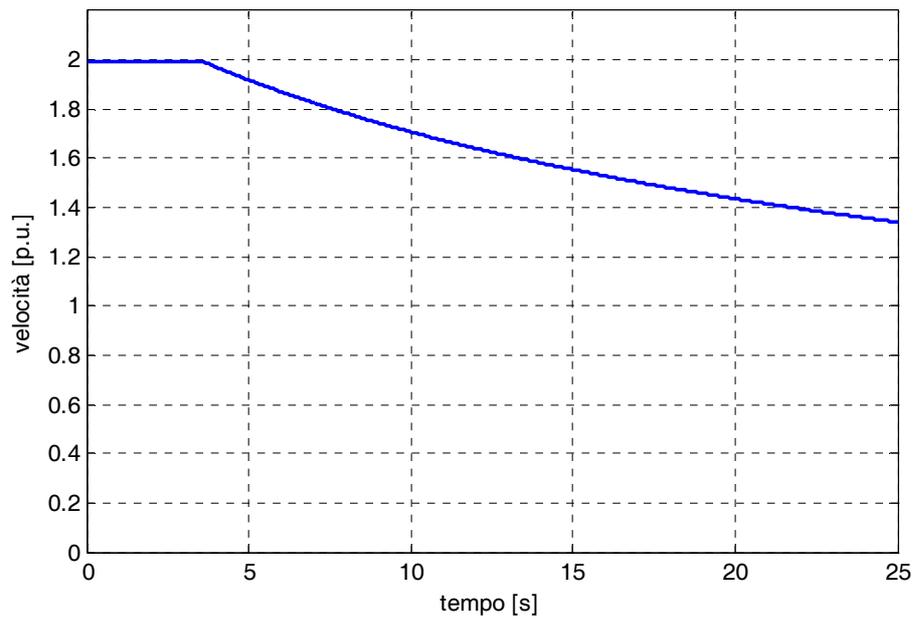


fig. 5.120 – Andamento nel tempo della velocità di rotazione normalizzato rispetto alla velocità nominale della macchina, durante la fase di coasting

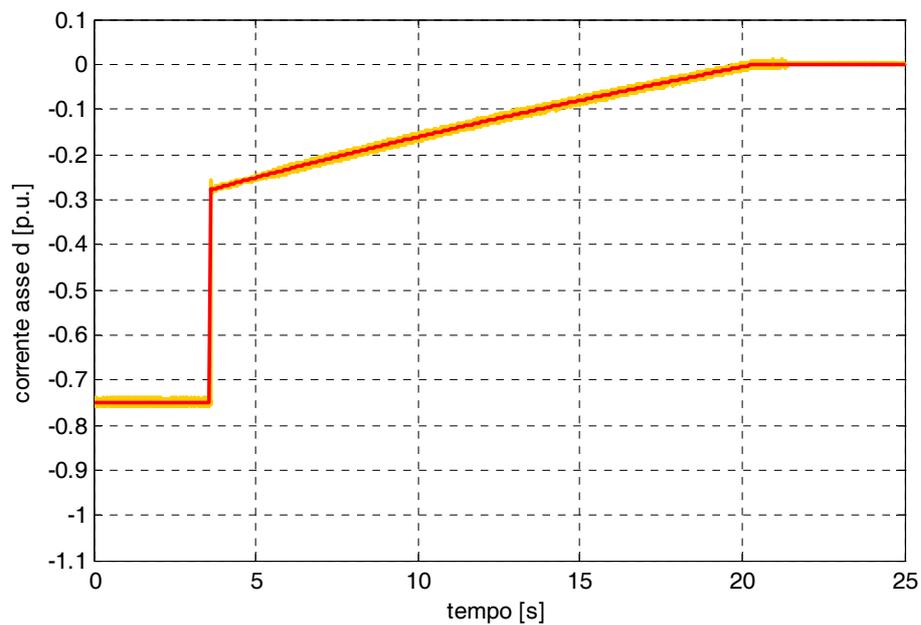


fig. 5.121 – Andamento nel tempo della corrente d'asse diretto stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la fase di coasting

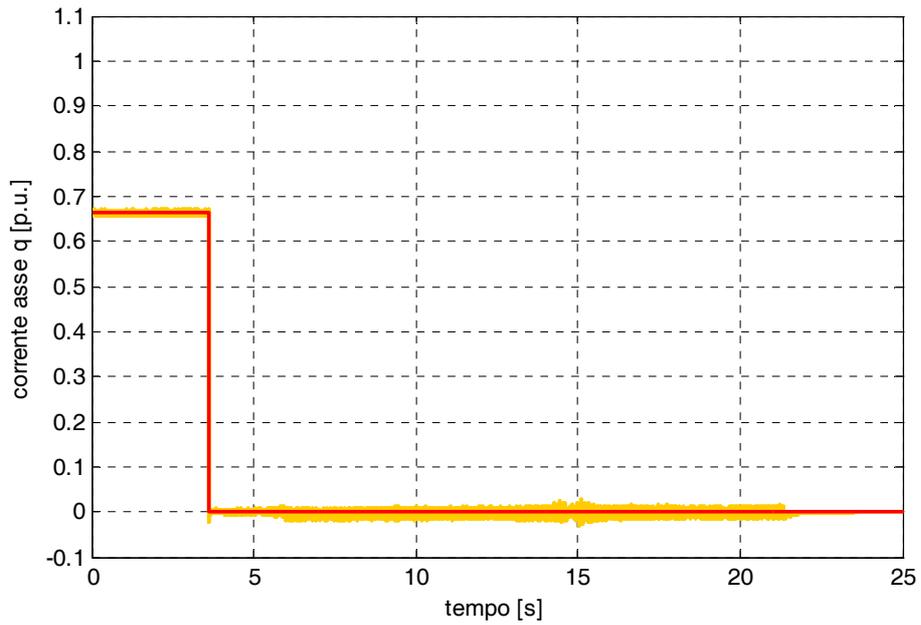


fig. 5.122 – Andamento nel tempo della corrente d'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite, durante la fase di coasting

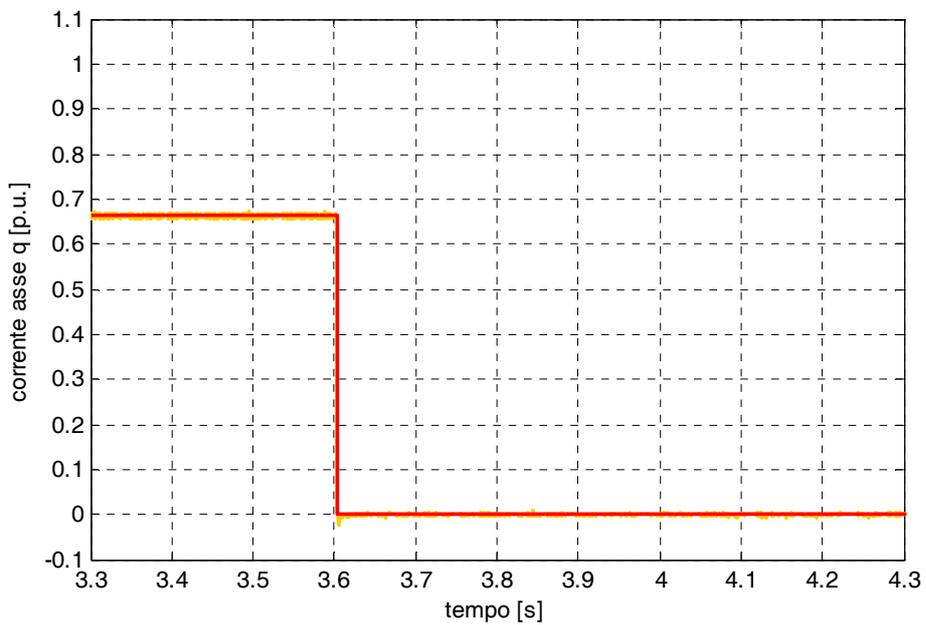


fig. 5.123 – Particolare all'inizio della fase di coasting dell'andamento nel tempo della corrente d'asse quadratura stimata (arancione) e di riferimento (rosso), normalizzate rispetto alla corrente limite

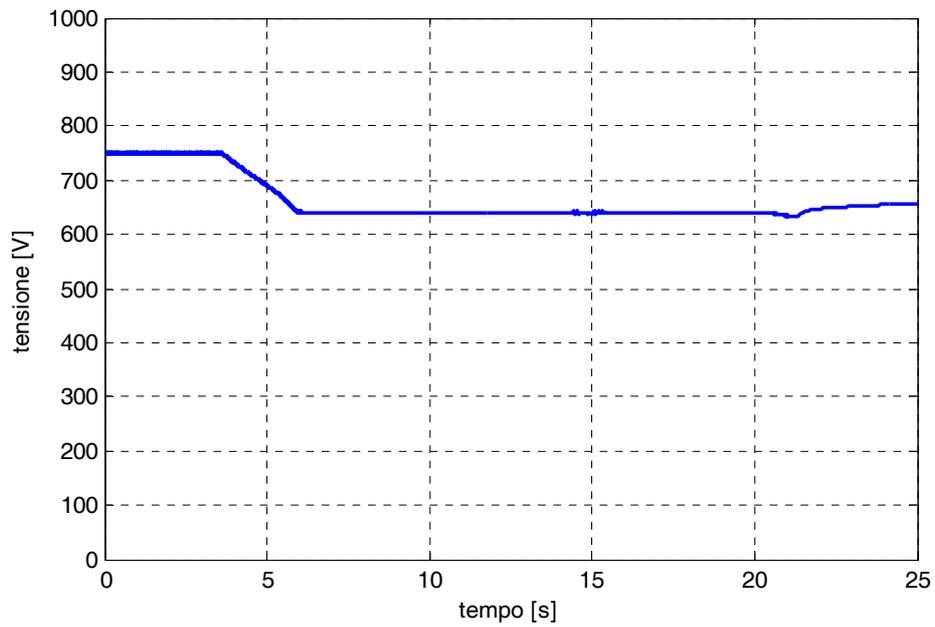


fig. 5.124 – Andamento nel tempo della tensione di alimentazione dell'inverter, durante la fase di coasting

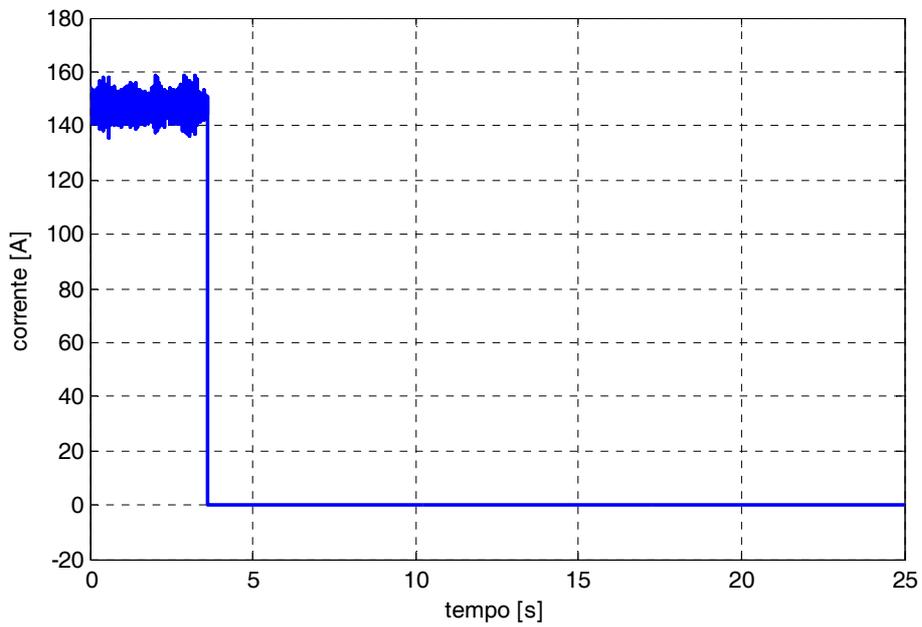


fig. 5.125 – Andamento nel tempo della corrente di linea, durante la fase di coasting

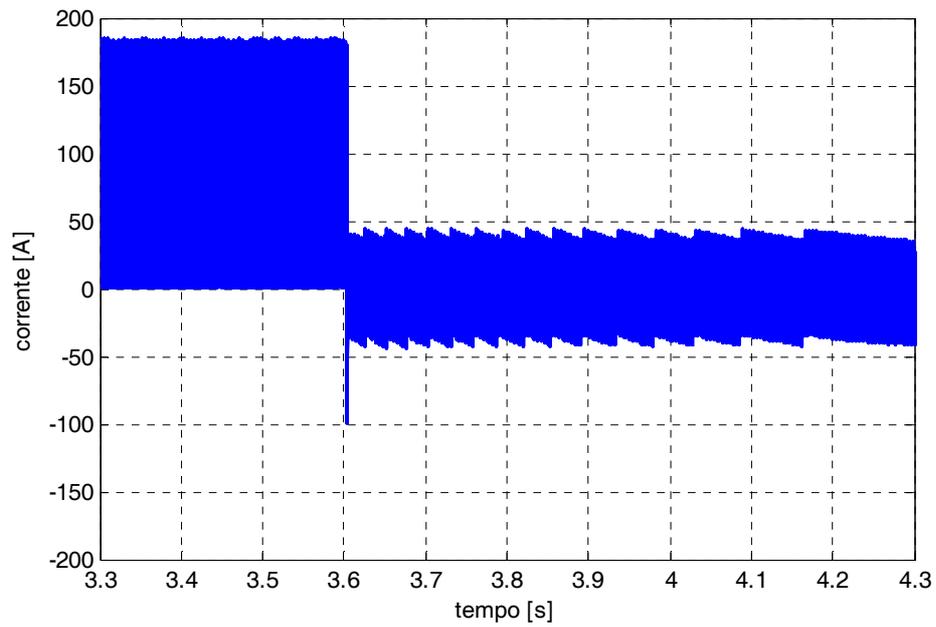


fig. 5.126 – Particolare all’inizio della fase di coasting dell’andamento nel tempo della corrente in ingresso all’inverter

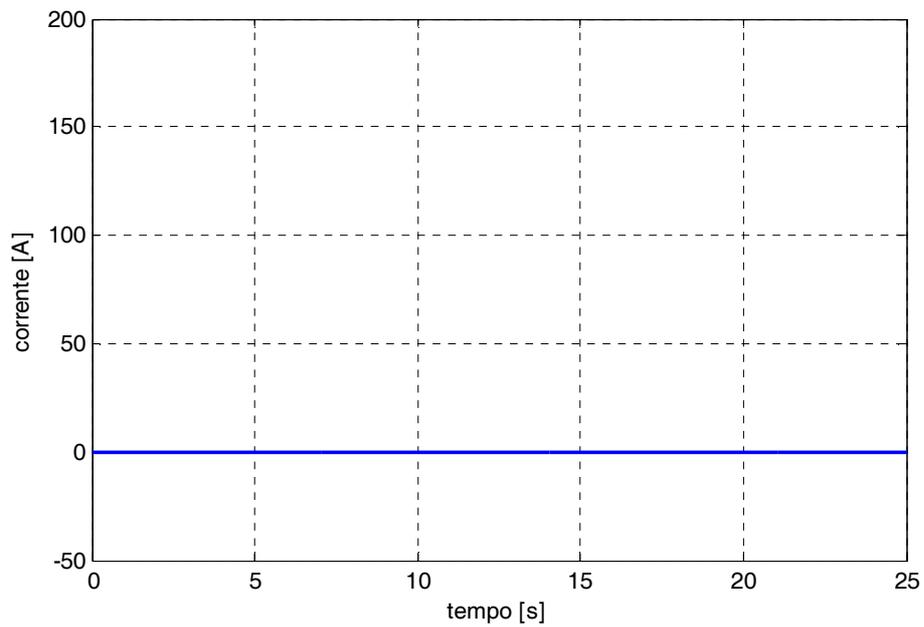


fig. 5.127 – Particolare dell’andamento nel tempo della corrente di frenatura

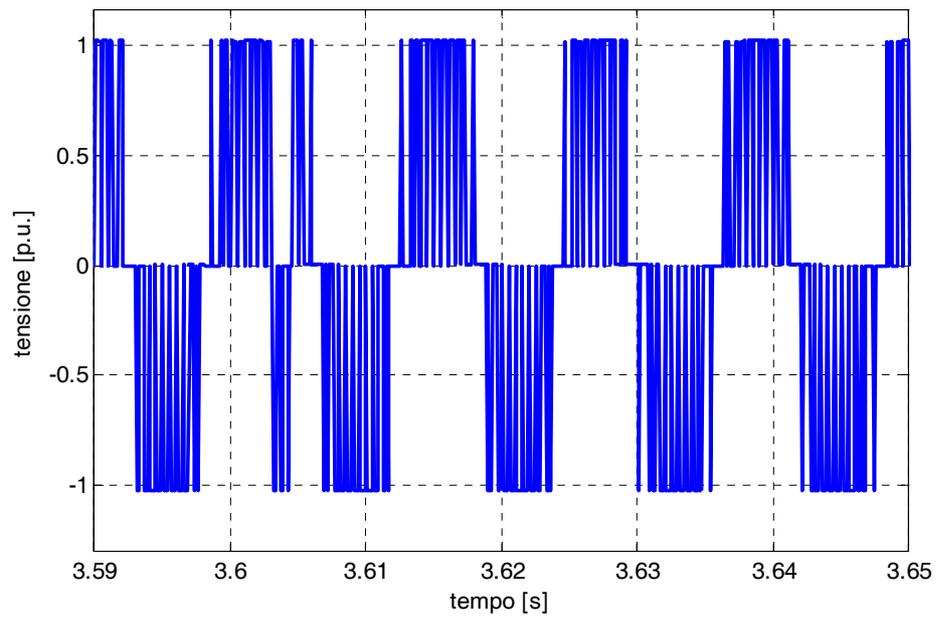


fig. 5.128 – Particolare all’inizio della fase di coasting dell’andamento nel tempo della tensione concatenata tra le fasi 1 e 2 della macchina, normalizzata rispetto alla tensione

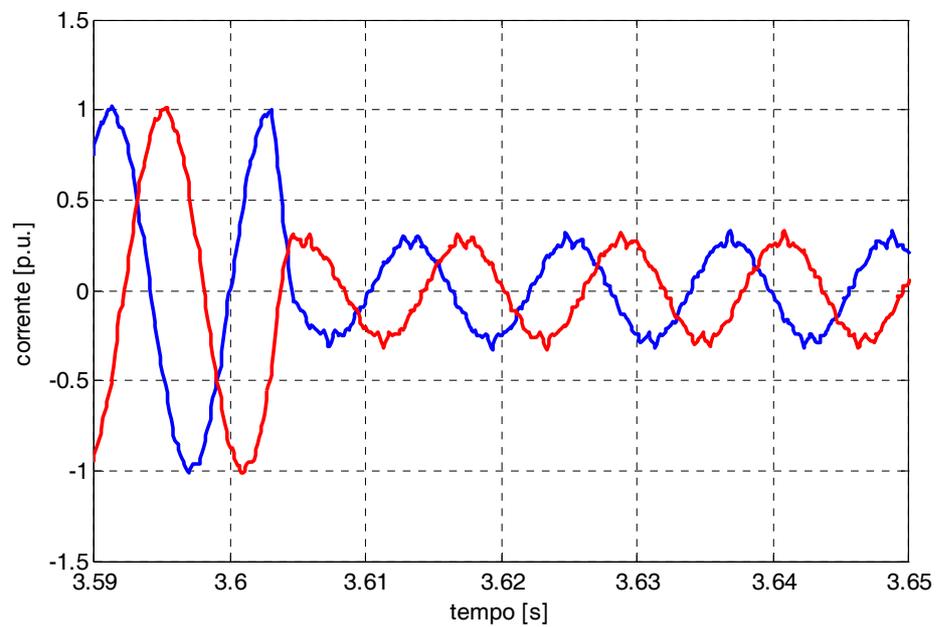


fig. 5.129 – Particolare dell’andamento delle correnti di fase 1 e 2, normalizzate rispetto alla corrente limite, all’inizio della fase di coasting

5. Commenti

Dai risultati ottenuti dalla prima serie di simulazione di avviamento e frenatura, risulta che con una precisa conoscenza dei parametri l'intero sistema, così come è stato pensato, funziona in modo adeguato.

Dalla seconda serie di simulazioni si evince che un forte errore (l'errore è stato considerato del 10%) sulla conoscenza dei parametri provoca, in quasi tutti i casi di avviamento con riferimento di coppia limite, un funzionamento non adeguato dell'azionamento; nel funzionamento a coppia di riferimento pari al 50% di quella nominale, si nota invece che l'algoritmo di tipo feed-back riesce a compensare meglio la presenza di questi errori. Il caso di errore sulla resistenza di statore va considerato a parte in quanto, essendo questo l'unico parametro che influenza la stima della coppia (cfr. par. IV.2.2), si ha che l'algoritmo feed-forward funziona meglio di quello feed-back.

Dalla prima prova di coasting, si può notare, come a differenza di quanto ci si aspettava, la tensione indotta dai magneti permanenti non raggiunge livelli inammissibili, ma piuttosto, per via del funzionamento da raddrizzatore che l'inverter assume in mancanza di impulsi di comando, essa è limitata dalla tensione ai capi della capacità di spianamento, la quale, aumenta in maniera graduale e comunque sempre limitata dalla presenza del chopper di frenatura. C'è da evidenziare che nelle prime fasi del coasting, proprio per il funzionamento da raddrizzatore dell'inverter, si ha la circolazione di correnti nella macchina che hanno un effetto frenante e nel circuito di alimentazione provocano la carica del condensatore di spianamento e quindi il graduale aumento di tensione cui si accennava sopra. Questo comportamento potrebbe anche essere considerato accettabile, tuttavia i risultati della simulazione di coasting nel secondo caso, mostrano che, mantenendo il controllo delle correnti attivo, la coppia viene mantenuta con certezza ad un valore nullo, mentre la tensione ai capi della capacità di spianamento diminuisce gradualmente, e quindi il chopper di frenatura, non interviene affatto.

In conclusione possiamo affermare che, entrambi le modalità di coasting sono accettabili. Nella prima però, l'aumento della tensione sulla capacità di spianamento comporta la necessità di un tempo superiore di scarica e quindi di un

tempo superiore per ripristinare il sistema. Nella seconda, la diminuzione della tensione sulla capacità di spianamento favorisce un più veloce ripristino del sistema.

Bibliografia

- E. Pagano, I. Marongiu: *Le Macchine Elettriche*. E.DI.SU. Napoli 1 (1999)
- A. Del Pizzo: *Azionamenti Elettrici vol. I e II*. Litografia Libero Nicola (1999)
- A. Del Pizzo, G. Vitale: *Magneti Permanenti negli Azionamenti Elettrici*. Litografia Libero Nicola (2001)
- A. Coccia: *Metodologie di Dimensionamento di Azionamenti Elettrici per Sistemi di Trazione Metropolitana*. Tesi di Laurea, Università degli studi di Napoli "Federico II" (2001)
- B. Sneyers, D.W Novotny, T. A. Lipo: *Field-weakening in buried permanent magnet ac motor drives*. IEEE (1985)
- T. Sebastian, G.R. Slemon: *Operating limits of inverter-driven permanent magnet motor drives*. IEEE (1987)
- T.M. Jahns: *Flux-Weakening Regime Operation of an Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive*. IEEE (1987).
- H. W. Van Der Broeck, H. C. Skudelny, G. V. Stanke: *Analysis and Realisation of a pulse width Modulator Based on Voltage Space Vectors*. IEEE (1988)
- S. Morimoto, Y. Takeda, T. Hirasu, K. Taniguchi: *Expansion of operating Limits for Permanent Magnet Motor by Current Vector Control Considering Inverter Capacity*. IEEE (1990)
- R.F. Schiferl, T.A. Lipo: *Power Capability of Salient Pole Permanent Magnet Synchronous Motor in Variable Speed Drive Applications*. IEEE (1990).
- A.K. Adnanes, T.M. Undeland: *Optimum Torque Performance in PMSM Drives above Rated Speed*. IEEE (1991)
- S. Morimoto, M. Sanada, Y. Takeda: *Widespeed operation of interior permanent magnet synchronous motors with high-performance current regulator*. IEEE (1994)
- W. Soong, T.J.E. Miller: *Field-Weakening Performance of Brushless Synchronous AC Motor Drives*. (1994)
- M. F. Rahman, L. Zhong, K. W. Lim: *A DSP based instantaneous torque control strategy for interior permanent magnet synchronous motor drive with wide speed range and reduced torque ripples*. IEEE (1996).

Bibliografia

- N. Bianchi, S. Bolognani: *Parameters and voltage-ampere ratings of a synchronous motor drive for flux weakening application*. IEEE (1997)
- Stephen W. Moore, Khwaja M. Rahman, Mehrdad Ehsani: *Effect on Vehicle Performance of Extending the Constant Power Region of Electric Drive Motors*. Society of Automotive Engineers, Inc. (1999)
- M. Zordan, P. Vas, M. Rashed, S. Bolognani, M. Zigliotto: *Field-weakening in vector controlled and DTC PMSM drives: a comparative analysis*. IEEE (2000)
- M. E. Haque, L. Zhong and M. F. Rahman: *Improved Trajectory Control For An Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive With Extended Operating Limit*. IEEE (2001)
- Thomas M. Jahns: *Component Rating Requirements for Wide Constant Power Operation of Interior PM Synchronous Machine Drives*. IEEE (2001)