

DOTTORATO DI RICERCA
in
SCIENZE COMPUTAZIONALI E INFORMATICHE
Ciclo XX

Consorzio tra Università di Catania, Università di Napoli Federico II,
Seconda Università di Napoli, Università di Palermo, Università di Salerno

SEDE AMMINISTRATIVA: UNIVERSITÀ DI NAPOLI FEDERICO II

FRANCESCO GAGLIARDI

**SISTEMI CLASSIFICATORI BASATI SU ISTANZE:
MODELLI COGNITIVI DELLA CATEGORIZZAZIONE E TEORIE DELLA DIAGNOSI**

TESI DI DOTTORATO DI RICERCA

IL COORDINATORE
Prof. Aldo de Luca

FRANCESCO GAGLIARDI

**SISTEMI CLASSIFICATORI BASATI SU ISTANZE:
MODELLI COGNITIVI DELLA CATEGORIZZAZIONE
E TEORIE DELLA DIAGNOSI**

© 2007 Francesco Gagliardi.

Tutti i diritti riservati.

*Artificial Intelligence can have two purposes.
One is to use the power of computers to augment human thinking,
just as we use motors to augment human or horse power.
Robotics and expert systems are major branches of that.
The other is to use a computer's artificial intelligence to understand
how humans think. In a humanoid way. If you test your
programs not merely by what they can accomplish, but
how they accomplish it, then you're really doing cognitive
science; you're using AI to understand the human mind.*

Herbert Simon¹

*Cognitive science has two overarching goals.
One is explanatory: by studying the cognitive activities of humans and other
animals, the scientist formulates theories of different aspects of cognition.
The theories are tested by experiments or by computer simulations.
The other goal is constructive: by building artifacts like robots, animats,
chess-playing programs, and so forth, cognitive scientists aspire to
construct systems that can accomplish various cognitive tasks.*

Peter Gärdenfors²

¹ Tratto da Stewart, D. (1994) "Interview with Herbert Simon". June 1994. Omni Magazine (Riportato in <http://www.aaai.org/AITopics/html/cogsci.html>).

² Tratto da Gärdenfors, P. (2000) "Conceptual Spaces". MIT Press, pg. 1.

INDICE

RINGRAZIAMENTI	11
INTRODUZIONE	13
<i>Contenuto dei successivi capitoli.....</i>	<i>15</i>
CAPITOLO I IL PROBLEMA DELLA CATEGORIZZAZIONE IN PSICOLOGIA COGNITIVA.....	19
I.1 CONCETTI E CATEGORIE.....	19
I.2 LA TEORIA CLASSICA.....	20
I.3 LA TEORIA DEI PROTOTIPI.....	22
I.4 LA TEORIA DEGLI ESEMPLARI	24
I.5 LA “TYPICALITY VIEW”	25
I.5.1 <i>Alcuni Limiti delle teorie dei prototipi e degli esemplari</i>	<i>25</i>
I.5.2 <i>Prototipi vs. esemplari: “experimentum crucis” oppure “publish or perish”?</i>	<i>26</i>
I.5.3 <i>La Necessità di una teoria unificata della tipicità</i>	<i>27</i>
I.6 IL “KNOWLEDGE APPROACH” (THEORY-THEORY).....	28
I.7 CATEGORIZZAZIONE E APPRENDIMENTO AUTOMATICO	29
I.7.1 <i>Typicality view e classificazione instance-based</i>	<i>29</i>
I.7.2 <i>Capacità predittive dei concetti e apprendimento automatico.....</i>	<i>29</i>
I.7.3 <i>Lo studio della categorizzazione come problema di rappresentazione della conoscenza.....</i>	<i>30</i>
CAPITOLO II L’APPRENDIMENTO AUTOMATICO BASATO SU ISTANZE.....	33
II.1 L’APPRENDIMENTO AUTOMATICO	33
II.2 LA CLASSIFICAZIONE CON APPRENDIMENTO SUPERVISIONATO	36
II.3 RAPPRESENTAZIONI DELLE CLASSI E ALGORITMI DI CLASSIFICAZIONE.....	37
II.4 PLAUSIBILITÀ COGNITIVA ED ESPRESSIVITÀ DELLA RAPPRESENTAZIONE DELLE CLASSI.....	40
II.4.1 <i>Aspetti sociologici del machine learning e plausibilità cognitiva dei modelli</i>	<i>42</i>
II.5 LA CLASSIFICAZIONE SUPERVISIONATA BASATA SU ISTANZE.....	43
II.5.1 <i>La metrica.....</i>	<i>45</i>
II.5.2 <i>L’insieme delle istanze rappresentative</i>	<i>49</i>
II.5.3 <i>L’Algoritmo di classificazione: la NN-rule.....</i>	<i>50</i>

II.6	GLI ALGORITMI BASATI SUI PROTOTIPI	52
II.6.1	Il Nearest Prototype Classifier (NPC).....	52
II.6.2	Il Nearest Multiple-Prototype Classifier (NMPC)	54
II.7	GLI ALGORITMI BASATI SUGLI ESEMPLARI	55
II.7.1	Il Nearest Neighbour Classifier (NNC).....	55
II.7.2	Il k-Nearest Neighbour Classifier (k-NNC).....	55
II.8	GLI ALGORITMI IBRIDI E ITERATIVI.....	57
II.8.1	Il Total Recognition by Adaptive Classification Experiments (T.R.A.C.E.)	57
II.8.2	Il Prototype Exemplar Learning Classifier (PEL-C)	59
II.9	CATEGORIZZAZIONE IN MENTI E MACCHINE	61
II.10	ALGORITMI INSTANCE-BASED E TEORIE DELLA CATEGORIZZAZIONE	63
II.10.1	Gli algoritmi ibridi	63
CAPITOLO III INTELLIGENZA ARTIFICIALE E TEORIE DELLA DIAGNOSI.....		67
III.1	L'INTELLIGENZA ARTIFICIALE IN MEDICINA.....	67
III.1.1	La diagnosi	68
III.2	DIAGNOSI E SISTEMI CLASSIFICATORI	69
III.2.1	Sistemi diagnostici o sistemi di supporto alla diagnosi ?	70
III.3	IL RAGIONAMENTO DIAGNOSTICO.....	71
III.3.1	La diagnosi come categorizzazione.....	71
III.3.2	Modelli cognitivi della categorizzazione diagnostica	72
III.3.3	Diagnosi nosologica e diagnosi fisiopatologica	72
III.4	I CONCETTI IN AMBITO CLINICO E LA “TYPICALITY VIEW”	74
III.4.1	Sindromi e prototipi.....	74
III.4.2	Casi clinici ed esemplari	74
III.4.3	Sindromi vs. casi clinici.....	75
III.4.4	Aspetti nomotetici ed idiografici della diagnosi.....	75
III.5	ALGORITMI DI CLASSIFICAZIONE BASATI SU ISTANZE COME TEORIA DELLA DIAGNOSI NOSOLOGICA	76
CAPITOLO IV VALUTAZIONE DELLE PRESTAZIONI DEI SISTEMI CLASSIFICATORI.....		79
IV.1	IL CONFRONTO CON L'ESPERTO	79
IV.2	L'ACCURATEZZA DI UN CLASSIFICATORE (ACCURACY).....	81
IV.2.1	Descriptive accuracy	81
IV.3	MATRICE DI CONFUSIONE E INDICI DELLE PRESTAZIONI.....	82
IV.3.1	Problemi binari.....	83
IV.3.2	Problemi multiclasse	85
IV.4	METODI DI VALIDAZIONE	87

IV.4.1	<i>“Training-and-testing”</i>	87
IV.4.2	<i>La cross validation</i>	88
IV.4.3	<i>Il metodo “leave-one-out”</i>	89
CAPITOLO V QUATTRO PROBLEMI DIAGNOSTICI.....		91
V.1	I PROBLEMI DIAGNOSTICI CONSIDERATI	91
V.1.1	<i>Un problema biologico (‘Iris’)</i>	92
V.1.2	<i>Un problema dermatologico (‘Dermatology’)</i>	93
V.1.3	<i>Un problema diabetologico (‘Pima-Indians-Diabetes’)</i>	94
V.1.4	<i>Un problema cardiologico (‘SPECTF’)</i>	95
V.2	CALCOLO DELLE DISTANZE E DEI PROTOTIPI.....	96
CAPITOLO VI RISULTATI SPERIMENTALI E OSSERVAZIONI. 99		
VI.1	INTRODUZIONE	99
VI.2	RISULTATI SPERIMENTALI DEL NPC	101
VI.3	RISULTATI SPERIMENTALI DEL NNC E DEL K-NNC	102
VI.3.1	<i>Prestazioni del NNC</i>	105
VI.3.2	<i>Prestazioni del k-NNC con k ottimizzato</i>	105
VI.4	RISULTATI SPERIMENTALI DEL T.R.A.C.E. E DEL PEL-C	106
VI.4.1	<i>Data set: ‘Iris’</i>	106
VI.4.2	<i>Data set: ‘Dermatology’</i>	108
VI.4.3	<i>Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’</i>	110
VI.4.4	<i>Data set: ‘SPECT’</i>	113
VI.4.5	<i>Prestazioni del T.R.A.C.E.</i>	115
VI.4.6	<i>Prestazioni del PEL-C</i>	115
VI.5	CONFRONTO TRA I SISTEMI CLASSIFICATORI.....	116
VI.5.1	<i>Confronto tra le prestazioni</i>	116
VI.5.2	<i>Confronto sul tipo di rappresentazione dei concetti</i>	119
VI.6	RAPPRESENTAZIONI DELLE CATEGORIE OTTENUTE DAL PEL-C.....	121
VI.6.1	<i>Data set: ‘Iris’</i>	121
VI.6.2	<i>Data set: ‘Dermatology’</i>	122
VI.6.3	<i>Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’</i>	123
VI.6.4	<i>Data set: ‘SPECTF’</i>	123
VI.7	OSSERVAZIONI	125
CONCLUSIONI		129
APPENDICI.....		133
APPENDICE A DETTAGLI SUI DATA SET UTILIZZATI		135
A.1	DATA SET: ‘IRIS’	135
A.1.1	<i>Modifiche apportate al data set dell’UCI</i>	135
A.1.2	<i>Caratteristiche del Data set effettivamente usato</i>	135

A.1.3	Nome file.....	135
A.1.4	Elenco Features (ordinate secondo il data set usato).....	135
A.1.5	Elenco Classi.....	135
A.1.6	Distribuzione delle Classi.....	135
A.2	DATA SET: ‘DERMATOLOGY’.....	136
A.2.1	Modifiche apportate al data set dell’UCI.....	136
A.2.2	Caratteristiche del Data set effettivamente usato.....	136
A.2.3	Nome file.....	136
A.2.4	Elenco Features (ordinate secondo il data set usato).....	136
A.2.5	Elenco Classi.....	137
A.2.6	Distribuzione delle Classi.....	137
A.3	DATA SET: ‘PIMA-INDIANS-DIABETES’.....	137
A.3.1	Modifiche apportate al data set dell’UCI.....	137
A.3.2	Features mancanti indicate con “0”.....	138
A.3.3	Caratteristiche del Data set effettivamente usato.....	138
A.3.4	Nome file.....	138
A.3.5	Elenco Features (ordinate secondo il data set usato).....	138
A.3.6	Elenco Classi.....	139
A.3.7	Distribuzione delle Classi.....	139
A.4	DATA SET: ‘SPECTF’.....	139
A.4.1	Modifiche apportate al data set dell’UCI.....	139
A.4.2	Caratteristiche del Data set effettivamente usato.....	139
A.4.3	Nome file.....	139
A.4.4	Elenco Features (ordinate secondo il data set usato).....	139
A.4.5	Elenco Classi.....	141
A.4.6	Distribuzione delle Classi.....	141
APPENDICE B METADATA DELL’UCI SUI DATA SET USATI... 143		
B.1	DATA SET: ‘IRIS’.....	143
B.2	DATA SET: ‘DERMATOLOGY’.....	144
B.3	DATA SET: ‘PIMA-INDIANS-DIABETES’.....	146
B.4	DATA SET: ‘SPECTF’.....	147
APPENDICE C TEST SUITE CON IL NPC (NEAREST PROTOTYPE CLASSIFIER)..... 151		
C.1	SINTESI DEI DATI SPERIMENTALI.....	151
C.2	DATA SET: ‘IRIS’.....	151
C.3	DATA SET: ‘DERMATOLOGY’.....	152
C.4	DATA SET: ‘PIMA-INDIANS-DIABETES’.....	152
C.5	DATA SET: ‘SPECTF’.....	153
APPENDICE D TEST SUITE CON IL K-NNC (K-NEAREST NEIGHBOUR CLASSIFIER)..... 155		

D.1	SINTESI DEI DATI SPERIMENTALI.....	155
D.2	DATA SET: 'IRIS'	156
D.3	DATA SET: 'DERMATOLOGY'	157
D.4	DATA SET: 'PIMA-INDIANS-DIABETES'	157
D.5	DATA SET: 'SPECTF'	158
APPENDICE E ALTRI DATI SULLE TEST SUITE CON IL T.R.A.C.E. (TOTAL RECOGNITION BY ADAPTIVE CLASSIFICATION EXPERIMENTS)...		159
E.1	DATA SET: 'IRIS'	159
E.2	DATA SET: 'DERMATOLOGY'	161
E.3	DATA SET: 'PIMA-INDIANS-DIABETES'	164
E.4	DATA SET: 'SPECTF'	171
APPENDICE F ALTRI DATI SULLE TEST SUITE CON IL PEL-C (PROTOTYPE EXEMPLAR LEARNING - CLASSIFIER).....		177
F.1	DATA SET: 'IRIS'	177
F.2	DATA SET: 'DERMATOLOGY'	178
F.3	DATA SET: 'PIMA-INDIANS-DIABETES'	178
F.4	DATA SET: 'SPECTF'	179
BIBLIOGRAFIA		181
ELENCHI DELLE FIGURE, TABELLE, ALGORITMI, FORMULE ED EQUAZIONI.....		189
ELENCO DELLE FIGURE.....		189
ELENCO DELLE TABELLE		190
ELENCO DEGLI ALGORITMI.....		192
ELENCO DELLE FORMULE ED EQUAZIONI		193

Ringraziamenti

Questo lavoro non sarebbe stato possibile senza il supporto di alcune persone, che qui voglio ringraziare.

Innanzitutto, desidero ringraziare il professore Giuseppe Trautteur per la cura e l'attenzione con le quali mi ha guidato nella mia crescita culturale e formazione scientifica: prima come docente, poi come relatore della tesi di laurea e quindi come *tutor* del dottorato in *scienze computazionali ed informatiche*, di cui questa dissertazione ne raccoglie i risultati.

Desidero ringraziare il professore Roberto Cordeschi per le discussioni e i commenti di cui mi sono molto giovato, nella realizzazione di questo lavoro, come in altri.

Inoltre, ringrazio il dottore Daniele D'Amico che si è mostrato insostituibile nel coadiuvarmi nelle ricerche *on line* della bibliografia.

Infine, uno speciale ringraziamento va alla dottoressa Angela Brindisi per la pazienza mostrata nella lettura delle bozze e per le interessanti discussioni sul *machine learning*.

Ogni errore ed omissione resta comunque mio.

Introduzione

In apertura di questa dissertazione abbiamo riportato due citazioni di famosi scienziati, Herbert Simon e Peter Gärdenfors, relative rispettivamente agli scopi dell'Intelligenza Artificiale (*IA*) e della Scienza Cognitiva.

I due punti di vista citati sono talmente simili che un ipotetico lettore, totalmente ignaro di cosa sia l'intelligenza artificiale e la scienza cognitiva, potrebbe dedurre una sostanziale coincidenza di intenti e contenuti.

La realtà è purtroppo ben diversa: la scienza cognitiva è spesso caratterizzata da una mera "*infatuazione per il calcolatore*" (Trautteur, 2002), mentre l'intelligenza artificiale è sempre più assorbita da ricerche *product-direct* (Cordeschi, 1994; pg. 49) avendo interessi più tecnologici che cognitivi.

Questa mia ricerca, invece, si colloca proprio nell'intersezione tra l'intelligenza artificiale e la scienza cognitiva, poiché è basata su uno sviluppo di sistemi artificiali condotto con modalità e finalità interdisciplinari con la psicologia cognitiva e la metodologia clinica.

I suoi scopi sono sia tecnologici che teorici, poiché abbiamo realizzato dei nuovi sistemi di apprendimento automatico (*machine learning*) che hanno sia una possibile applicazione nei problemi diagnostici, che un potere esplicativo dei processi cognitivi umani di categorizzazione.

I sistemi di *IA* realizzati rientrano nell'ambito del *machine learning* con

apprendimento supervisionato (*supervised*) ed in particolare nel settore dell'apprendimento basato su istanze (*instance-based learning*). La caratteristica principale dei sistemi supervisionati consiste nell'apprendimento di categorie, dopo aver esaminato un insieme di osservazioni di cui è nota la categoria di appartenenza. Dopo questa fase di apprendimento per esempi, il sistema può classificare in modo automatico nuove osservazioni di cui non conosce la classe di appartenenza.

Esistono diverse famiglie di classificatori supervisionati, tra queste si è scelto di prendere in considerazione la famiglia dell'*instance-based learning* poiché la rappresentazione delle categorie usate da questi sistemi è coerente con le principali teorie sviluppate in psicologia cognitiva per spiegare le capacità di categorizzazione della mente umana.

Infatti la classificazione avviene, per gli umani come per i sistemi artificiali di categorizzazione basati su istanze, in base alla similarità che le nuove osservazioni hanno con istanze, eventualmente astratte, della categoria di cui costituiscono la rappresentazione interna.

La realizzazione di questi sistemi con plausibilità cognitiva ci offre la possibilità di ottenere risultati utili nella diatriba, presente nelle ricerche di psicologia cognitiva, sui particolari modelli cognitivo-computazionali più adeguati per comprendere le capacità di categorizzazione della mente umana.

I sistemi realizzati sono stati applicati su *data set* di tipo bio-medico, precedentemente già classificati da un esperto, potendo così confrontare le decisioni diagnostiche di tali sistemi con quelle umane.

Nell'ambito del ragionamento diagnostico questi sistemi sono da considerarsi delle *teorie della diagnosi* con plausibilità cognitiva.

La scelta di un dominio applicativo di tipo clinico è giustificata, oltre che dall'interesse teorico, anche da quello applicativo, infatti i sistemi di classificazione realizzati appartengono alla famiglia dei sistemi diagnostici

automatici che rientrano nell'ambito dell'*AIM (Artificial Intelligence in Medicine)*.

In questo lavoro abbiamo realizzato, inoltre, un nuovo sistema di classificazione: il *Prototype Exemplar Learning Classifier (PEL-C)*, che modella il “fenomeno” della tipicità nella categorizzazione, usando una rappresentazione delle classi ibrida, cioè basata sia sui quadri sindromici tipici che su singole istanze atipiche.

Questo sistema ha inoltre mostrato prestazioni uguali e in alcuni casi superiori a quelle ottenibili con altri classificatori, usando inoltre una rappresentazione estremamente più sintetica delle classi apprese, che ne garantisce sia l'espressività che le potenzialità applicative.

Contenuto dei successivi capitoli

Questa dissertazione si compone di sette capitoli e di sei appendici, di cui anticipiamo brevemente il contenuto.

Nel primo capitolo introduciamo il problema della comprensione dei processi di categorizzazione realizzati dalla mente umana e ne presentiamo le principali teorie sviluppate in psicologia cognitiva. Terminiamo il capitolo introducendo il *machine learning* come lo scenario naturale per la costruzione di modelli computazionali delle teorie della categorizzazione.

Il secondo capitolo è dedicato all'apprendimento automatico ponendo particolare attenzione alle possibili rappresentazioni interne che i sistemi di classificazione automatica possono impiegare. In particolare affrontiamo il problema della plausibilità cognitiva delle rappresentazioni delle categorie. Illustriamo, quindi, il problema della classificazione supervisionata basata sulle istanze, prima nella sua formulazione generale e poi nei dettagli dei vari algoritmi di apprendimento e di classificazione. Infine proponiamo dei legami

profondi tra la categorizzazione umana e quella meccanica, anche in rapporto ai particolari algoritmi presentati.

Nel terzo capitolo presentiamo le applicazioni dell'intelligenza artificiale in medicina con particolare attenzione al problema della diagnosi, analizziamo dal punto di vista della metodologia clinica i vari tipi di diagnosi e li mettiamo in relazione sia con le teorie della categorizzazione che con i sistemi classificatori. Quindi, illustriamo come i sistemi classificatori basati su istanze siano delle teorie della diagnosi nosologica e ne spieghino sia gli aspetti nomotetici che idiografici.

Nel quarto capitolo affrontiamo il problema del confronto delle prestazioni tra un sistema di classificazione artificiale e uno naturale, ponendo attenzione al dominio clinico. Esponiamo le procedure di calcolo degli indici di prestazioni di un sistema classificatore e di un sistema diagnostico in particolare, spieghiamo inoltre le modalità di realizzazione delle campagne di *test*, le cosiddette *test suite*.

I domini applicativi presi in considerazione per il confronto tra i vari sistemi classificatori considerati, sono introdotti nel capitolo quinto, dove descriviamo le principali caratteristiche dei problemi diagnostici affrontati, rimandando per i dettagli dei relativi *data set* alla lettura delle appendici *A* e *B*.

Il capitolo sesto è dedicato alla presentazione e commento dei risultati sperimentali ottenuti applicando i vari classificatori basati su istanze sui problemi diagnostici presentati nel capitolo precedente. Sono riportati in forma sintetica i risultati ottenuti nelle *test suite* effettuate per ogni classificatore su diversi *data set*, poi sono confrontate e analizzate le prestazioni ed il tipo di rappresentazioni ottenute per le categorie apprese. Per aumentare la leggibilità dei risultati sperimentali qui presentati, alcuni dettagli, come ad esempio le matrici di confusione, sono riportati nelle appendici dalla *C* alla *F*.

Nel settimo e ultimo capitolo riportiamo le conclusioni finali, sottolineando

sia gli aspetti teorici e di *cross-fertilization*, che quelli tecnologici ed applicativi di questa ricerca.

Capitolo I II Problema della **Categorizzazione in Psicologia Cognitiva**

In questo capitolo introduciamo il problema della comprensione dei processi di categorizzazione realizzati dalla mente umana e ne presentiamo le principali teorie sviluppate in psicologia cognitiva. Terminiamo il capitolo introducendo il *machine learning* come lo scenario naturale per la costruzione di modelli computazionali delle teorie della categorizzazione.

1.1 Concetti e Categorie

Il *dizionario di scienze cognitive* (Houdé et al., 1998) definisce la categorizzazione come “*la condotta adattiva fondamentale con la quale noi «ritagliamo» il reale fisico e sociale*”. La categorizzazione è dunque il processo attraverso il quale la mente umana divide il mondo in categorie costruendo dei *concetti* che forniscono la rappresentazione mentale di queste categorie.

I concetti sono una sorta di “*colla mentale*” (Murphy; 2002, pg. 1), che mantiene il nostro mondo mentale insieme, legando le esperienze passate con le nostre attuali interazioni col mondo. I concetti costituiscono parte della nostra conoscenza del mondo poiché ci rendono capaci di comprendere cosa le “cose” siano e che proprietà abbiano.

La comprensione dei processi di categorizzazione della mente umana è una delle più importanti e dibattute sfide intellettuali della scienza cognitiva e dell'intelligenza artificiale. La categorizzazione è infatti un processo fondamentale tanto nell'intelligenza umana che in quella artificiale.

Alcuni ricercatori come ad esempio Harnad (Harnad, 2005) ritengono che l'intera cognizione umana sia riconducibile a processi di categorizzazione, anche se un tale punto di vista è forse eccessivo¹.

Prima di illustrare le varie teorie della categorizzazione sviluppate nell'ambito della psicologia cognitiva è opportuno chiarire l'uso di alcuni termini.

In filosofia il termine *categoria* è stato spesso usato per riferirsi a concetti o idee fondamentali, in psicologia è invece una *vox media* con cui si intende una qualsiasi classe di “cose” nel mondo. Nel seguito seguiremo quest'ultima accezione.

I *concetti* sono le rappresentazioni mentali, usualmente corrispondenti a particolari parole, che si riferiscono alle classi di “cose” nel mondo. Ad esempio, il concetto di cane corrisponde in italiano alla parola “cane” e si riferisce alla categoria dei cani esistente nel mondo.

Le principali teorie sulla natura dei concetti che illustriamo nel seguito sono: la *teoria classica* detta anche *Aristotelica*, la *teoria dei prototipi*, la *teoria degli esemplari*, e il “*knowledge approach*” noto anche come *theory-theory*. (Medin, 1989; Murphy, 2002; Thagard, 2005).

1.2 La Teoria Classica

Secondo la *teoria classica* un concetto è definito da un insieme di caratteristiche, *features*, che sono condizioni necessarie e sufficienti per la sua

¹ Ad esempio Murphy (Murphy, 2002; pg. 3) osserva che: “*There is a real temptation for researchers in the field of concepts to get carried away on the «everything is concepts» bandwagon*”.

applicazione. Ad esempio, una figura geometrica è un triangolo se e solo se ha tre lati. Concetti per i quali è possibile individuare le condizioni necessarie e sufficienti sono realmente difficili da trovare al di fuori della matematica, anche considerando semplici concetti come cane o sedia.

Secondo la teoria classica i concetti sono mentalmente rappresentati come definizioni, o meglio *sono* dei predicati logici. Per ogni concetto esiste una definizione che specifica le caratteristiche che sono necessarie e sufficienti per l'appartenenza alla categoria. Come conseguenza si ha che gli oggetti appartengono alle categorie in modo assolutamente netto e senza ambiguità, ovvero che vale la legge del terzo escluso: un oggetto o appartiene o non appartiene ad una categoria.

Inoltre, qualsiasi cosa che soddisfi la definizione è un buon membro della categoria come qualsiasi altro, ovvero non c'è "gradazione" nell'appartenenza alla categoria.

L'origine di questo punto di vista logico-matematico sui concetti può essere fatto risalire ad Aristotele; per questo motivo questa teoria è detta anche teoria "*aristotelica*" e fu chiamata teoria classica solo dal 1981 (Smith, Medin; 1981), infatti prima dei lavori di Eleanor Rosch sulla teoria dei prototipi degli anni '70, che misero in crisi la teoria classica, la pervasività di questo punto di vista logico sui concetti era tale da rendere perfino superfluo dargli un nome.

Sono molti i motivi teorici e sperimentali che hanno spinto i ricercatori ad abbandonare il punto di vista classico, tra questi ricordiamo i seguenti:

- Il problema della *categoria congiunta* (*conjunctive category* in Murphy, 2002; pg. 26). Le persone categorizzano degli elementi in una categoria che è la congiunzione di due altre categorie (e.g. X and Y) anche se questi non appartengono ad entrambe le categorie (Hampton 1988; Hampton 1997).
- Il problema della *transitività* nell'appartenenza alle categorie

(*transitiveness of category membership* in Murphy, 2002; pg. 27). Le persone categorizzano elementi in una categoria che è un sottotipo di un'altra categoria senza ritenere che questi appartengono anche alla categoria superiore. Ad esempio ritengono che le sedie sono arredamento ma alcuni sottotipi di sedie non vengono categorizzate come arredamento (Hampton 1982).

- Il problema della *appartenenza graduata* (*graded membership*) (Harnad, 2005; Murphy, 2002; pg. 24). Questo aspetto della categorizzazione fu mostrato nei primi lavori di E. Rosch che introducevano la teoria dei prototipi che illustriamo nel paragrafo seguente.

1.3 La Teoria dei Prototipi

La teoria dei prototipi è la prima teoria (Rosch, 1975; Rosch, Mervis, 1975) che supera molti dei problemi incontrati dalla teoria classica nella spiegazione della categorizzazione. Essa afferma che i concetti sono *prototipi* che rappresentano le caratteristiche tipiche degli oggetti di una categoria, piuttosto che condizioni necessarie e sufficienti.

Ad esempio qualcosa è un cane se presenta molte delle caratteristiche tipiche dei cani come avere la coda, quattro zampe ed altro. Ma qualcosa continua ad essere un cane anche se manca di alcune caratteristiche tipiche.

Dunque secondo la *teoria dei prototipi* gli esseri umani tendono ad identificare una categoria di oggetti e a ragionare a proposito dei propri membri, facendo riferimento ad un oggetto preciso *tipico* della famiglia. Un concetto che descrive una categoria di individui può dunque essere “materializzato” da una istanza più o meno astratta della classe, chiamata prototipo, che viene ad essere il rappresentante della classe.

Per prototipo si intende, dunque, un oggetto dalle caratteristiche *medie* di un insieme finito di oggetti e che possiede le caratteristiche più presenti tra i

membri della classe.

Questa teoria, che segna il tramonto della visione classica sui concetti, nasce con i lavori di psicologia sperimentale di Eleanor Rosch (Rosch; 1975) nei quali si è mostrato che nel processo di categorizzazione le persone non ricorrono agli attributi necessari e sufficienti (le *defining features*) e inoltre considerano alcuni membri della categoria *migliori* degli altri, più *tipici*.

Ciò ha evidenziato che gli oggetti hanno un grado di appartenenza alla categoria e non ne sono tutti membri in misura uguale.

Nella teoria classica la categorizzazione di un oggetto è un processo di ragionamento logico basato sull'applicazione delle condizioni necessarie e sufficienti, con la teoria dei prototipi, invece, la categorizzazione è un processo di ricerca della massima similarità, del miglior *match*, tra gli attributi di un oggetto e quelli dei prototipi che rappresentano le categorie.

Quindi gli oggetti più simili, più “vicini”, al prototipo sono dei buoni membri della categoria, ovvero sono considerati dei casi tipici mentre gli oggetti meno simili al prototipo sono, in modo graduale, via via meno tipici fino ad essere degli oggetti atipici.

Anche se molti ritengono (si veda Murphy, 2002; pg. 41) che i lavori di Rosch indichino che ogni categoria sia rappresentata da un singolo prototipo, Rosch e Mervis hanno esplicitamente negato che questo fosse il loro proposito (Rosch e Mervis; 1975; pg. 575).

Questo fraintendimento ha generato una sorta di versione “*vulgata*” di tale teoria in cui si presuppone l'esistenza di un solo prototipo per ogni categoria, ciò è supportato anche dalla presenza di molti lavori di psicologia sperimentale in cui si considerano categorie artificiali che vengono costruite a partire da un singolo prototipo, come ad esempio negli esperimenti con i *pattern di punti* (*dot-pattern*) (Posner, Keele, 1968; Posner, Keele, 1970).

Infatti, supporre che l'intera varietà di una categoria possa essere

rappresentata sempre da un singolo prototipo è difficilmente sostenibile, specialmente per categorie ampie e con caratteristiche, a volte, contraddittorie, e, infatti, questo punto di vista non è mai stato largamente accettato (Murphy, 2002; pg. 41).

Quindi secondo la teoria dei prototipi, ogni categoria, può essere rappresentata anche da più di un singolo prototipo, ognuno dei quali è una sorta di *riassunto statistico* o rappresentazione sintetica (*summary representation* in Murphy, 2002; pg. 42) della categoria o di una sua parte.

1.4 La Teoria degli Esempari

Un punto di vista differente sui concetti consiste nel considerarli come collezione di esempi memorizzati. Le persone osservando diversi oggetti appartenenti alla stessa categoria incrementano il numero di esemplari conservati in memoria e ne possono categorizzare di nuovi basandosi su quelli memorizzati.

Questa teoria nota come *teoria degli esemplari*, è stata proposta per la prima volta da Medin e Schaffer nel 1978 (Medin e Schaffer, 1978). Essa è radicalmente diversa dalle precedenti teorie poiché rigetta l'idea, comune alla teoria classica e a quella dei prototipi, che le persone abbiano un qualche tipo di rappresentazione capace di descrivere l'intera categoria.

Ad esempio il concetto di cane non è né una definizione che include tutti i cani né una rappresentazione delle caratteristiche tipiche dei cani, ma è invece l'insieme dei singoli cani osservati di cui le persone hanno memoria. In un certo senso non c'è più il concetto, così come lo si intende usualmente: una rappresentazione valida per tutti gli oggetti della categoria (Murphy, 2002; pg. 49).

Il processo di categorizzazione, secondo questa teoria, consiste nel consultare la propria memoria per trovare quali oggetti siano simili ad uno

nuovo osservato e categorizzare quest'ultimo in base alla loro categoria di appartenenza. Ad esempio, se molti oggetti simili al nuovo oggetto osservato sono dei cani, allora questo sarà categorizzato come cane.

Anche questa teoria, come quella dei prototipi, è fortemente basata sulla nozione di similarità e può essere usata per superare le limitazioni della teoria classica e spiegare le evidenze sperimentali della tipicità nei processi di categorizzazione.

Uno dei problemi della teoria degli esemplari consiste nel determinare quanti e quali esemplari di ogni categoria vengono memorizzati (Murphy, 2002; pg. 58), ovvero quale criterio selettivo viene utilizzato nei processi di memorizzazione, ma questo problema riguarda forse più gli studi sulla memoria umana che non quelli sulla categorizzazione, o quantomeno questo è un problema condiviso tra questi due settori della ricerca.

1.5 La “Typicality View”

1.5.1 Alcuni Limiti delle teorie dei prototipi e degli esemplari

Sembra ormai chiaro che la teoria dei prototipi e quella degli esemplari, prese singolarmente, siano incomplete e quindi insoddisfacenti (Murphy, 2002; pg. 4). Infatti, considerare una delle due come una teoria assolutamente corretta a discapito dell'altra è difficilmente sostenibile.

Nel primo caso si dovrebbe sostenere che le capacità di ricordare singoli oggetti osservati non influenzano la nostra costruzione dei concetti, neanche nel caso delle osservazioni di casi atipici.

Mentre nel secondo caso si dovrebbe sostenere una sorta di incapacità ad astrarre dalle osservazioni e che, in un certo senso, i concetti non esistano poiché sono solo un effetto secondario della nostre capacità mnemoniche.

1.5.2 Prototipi vs. esemplari: “*experimentum crucis*” oppure “*publish or perish*”?

Nonostante ciò, molta letteratura negli ultimi trenta anni nel campo della psicologia sperimentale si è concentrata sul confronto tra la teoria dei prototipi e quella degli esemplari, realizzando esperimenti nei quali si cerca di mostrare la correttezza dell’una o dell’altra teoria (Murphy, 2002; pg. 4).

Ad esempio possiamo considerare i due articoli in conflitto (Minda, Smith, 2002) e (Zaki et Al., 2003). Nel primo viene sostenuta la teoria dei prototipi mentre nel secondo quella degli esemplari anche se utilizzano il medesimo *data set*, che è noto come “5-4 stimulus set” (Medin, Schaffer, 1978). Questo *data set* viene ampiamente utilizzato nell’ambito della psicologia cognitiva da trenta anni, pur essendo composto di sole nove istanze divise in due categorie di cinque e quattro osservazioni.

Molti di questi lavori sono un tentativo di realizzare una sorta di *experimentum crucis* che possa definitivamente discriminare tra le due teorie concorrenti.

Questo filone di ricerca si presta a forti critiche metodologiche, sia perché in generale gli esperimenti cruciali sono impossibili o quasi da realizzare perfino nelle “scienze esatte” come la fisica, sia perché, come evidenziato da Robert Merton (Merton, 1949; Merton, 1973) nel caso delle scienze sociali, molte teorie sviluppate sono delle *middle range theory*, ovvero teorie la cui portata esplicativa è limitata.

Infatti, come abbiamo osservato prima la teoria dei prototipi e quella degli esemplari sono “per costruzione” teorie incomplete e parziali per le quali non ha senso cercare di realizzare un *experimentum crucis*.

Questo approccio potrebbe rientrare in quell’aspetto della psicologia, e più in generale delle scienze sociali, noto comunemente come “*l’invidia per la*

fisica”¹, o forse sarebbe opportuno ritenere molti di questi lavori interessanti sul piano della sociologia della scienza come applicazione dell'imperativo “*publish or perish*” (e.g. Gad-el-Hak, 2004): ancora oggi realizzare un confronto tra le due teorie è un modo relativamente semplice per ottenere delle pubblicazioni su riviste internazionali (cfr. Murphy, 2002).

Questi lavori se da una parte hanno frammentato le ricerche sulla categorizzazione, dall'altra costituiscono comunque un *corpus* di altre evidenze sperimentali sul fenomeno della tipicità e sulle caratteristiche non classiche dei processi di categorizzazione umana.

1.5.3 La Necessità di una teoria unificata della tipicità

Gregory Murphy ha evidenziato come sia necessario cercare nuovi modi di pensare il problema della categorizzazione: “*new ways of thinking may be required*” (Murphy, 2002; pg. 4), piuttosto che perseguire la diatriba prototipi contro esemplari, prospettando quindi la necessità di un approccio più “inclusivo”: “*I will suggest [...] that a more inclusive approach may be needed*” (Murphy, 2002; pg. 4). Tale approccio, ad esempio, può consistere nell'elaborazione di nuove teorie che sussumano quelle già esistenti, ovvero le contengano come casi limite o casi particolari. (Questo punto di vista sarà utilizzato nel capitolo successivo per lo sviluppo delle teorie della categorizzazione).

Quello che, al di là delle singole teorie, non si presta a critiche è l'esistenza della *tipicità* vista come fenomeno presente nei processi di categorizzazione umana (v. “*Typicality as phenomenon*” in Murphy, 2002; pg. 28).

Questo “fenomeno” non può essere pienamente spiegato con nessuna delle teorie fino ad oggi sviluppate: “*no theory has a ready explanation for all of the*

¹ L'espressione “*physics envy*” è da attribuire allo psicologo Sheldon H. ‘Shep’ White (Rogoff, 1991).

findings even within each specific topic” (Murphy, 2002; pg. 5).

Inoltre una teoria più generale dovrebbe non solo includere gli aspetti della tipicità, ma anche ritenere i concetti parte integrante della nostra conoscenza del mondo come nella teoria che mostriamo nel seguito.

I.6 Il “Knowledge Approach” (Theory-Theory)

L’ultima teoria dei concetti che introduciamo è la *Theory-Theory* nota anche come *knowledge approach* (Murphy, Medin, 1985). Secondo questa teoria i concetti sono parte della nostra conoscenza generale del mondo e sono appresi all’interno dei nostri processi di comprensione di esso.

Secondo questa teoria, i concetti non riguardano solo le *features* tipiche che osserviamo o gli esemplari memorizzati, ma hanno piuttosto una essenziale funzione esplicativa da considerare. Inoltre essi non vengono appresi in modo isolato da tutto il resto come invece accade in molti degli esperimenti condotti in laboratorio¹ (Murphy, 2002; pg. 60).

Questa teoria non è alternativa a quelle precedenti, e si può considerare costruita sopra di esse (Murphy, 2002; pg. 60), infatti il *knowledge approach* è perfettamente consistente con l’idea che i concetti siano descrizioni (Murphy, 2002; pg. 240) di qualche tipo, ed è quindi consistente sia con la teoria dei prototipi che con quella degli esemplari.

In un certo senso possiamo considerare i concetti come *teorie mentali* sul mondo (“*mental theories about the world*” Murphy, Medin, 1985), anche se è opportuno ricordare che alcuni scienziati cognitivi, come ad esempio Thagard (Thagard, Toombs, 2005) e lo stesso Murphy successivamente (Murphy, 2002; pg. 61), sono in parte contrari all’uso del termine *theory-theory*, perché i concetti usualmente posseduti dalle persone si basano più che altro su delle

¹ Si veda anche (Rogoff, 1991) per una critica sulla metodologia degli esperimenti in laboratorio, dove i soggetti sperimentali rivelano i loro processi di adattamento alle condizioni del laboratorio piuttosto che strutture o funzioni della mente “pure”.

credenze, e non su delle “teorie” nell’accezione scientifica di tale termine.

Comunque un aspetto importante della *theory-theory* è l’osservazione che i concetti non esauriscono la loro utilità nel potere descrittivo o riassuntivo delle categorie, ma sono appresi ed utilizzati dalla mente umana anche per le loro capacità predittive sul mondo e di generalizzazione.

1.7 Categorizzazione e Apprendimento Automatico

1.7.1 Typicality view e classificazione instance-based

Un aspetto comune tra la teoria dei prototipi e quella degli esemplari è il ritenere che la categoria sia rappresentata da istanze della classe: le istanze sono in un caso i prototipi astratti dall’osservazione e nell’altro sono le istanze stesse precedentemente osservate.

Nell’ambito dell’apprendimento automatico (*machine learning*) (v. cap. succ.), e in particolare nel problema della classificazione automatica, una delle metodologie di apprendimento nota in letteratura è l’*apprendimento basato su istanze* (*instance based learning*) nel quale le classi, apprese dal sistema di classificazione automatica, vengono rappresentate da istanze della classe.

Dunque l’ambito dell’*instance based learning* è il contesto naturale, come vedremo meglio nei successivi capitoli, dove legare le teorie della categorizzazione umana, basate su prototipi o esemplari, con gli algoritmi di classificazione automatica già noti. Inoltre in questo ambito è possibile definire nuovi algoritmi di classificazione come modelli computazionali della categorizzazione basata sulla tipicità, che generalizzino così la teoria dei prototipi e quella degli esemplari.

1.7.2 Capacità predittive dei concetti e apprendimento automatico

Come descritto in precedenza, i concetti ci aiutano a descrivere e comprendere il mondo e ad interagire appropriatamente con ogni nuova entità che

riconosciamo appartenere ad una data categoria (Murphy, 2002; pg. 1).

I concetti sono quindi anche delle teorie sul mondo e vengo appresi per consentirci di aumentare le nostre capacità predittive sulla realtà: “*a central function of categories is their ability to tell us properties of novel entities*” (Murphy, Ross, 2005; pg. 175). I concetti non vengono appresi solo per poter descrivere gli oggetti osservati di una data categoria.

Questo aspetto predittivo dei concetti è più legato alla *theory-theory*, mentre le teorie dei prototipi e quella degli esemplari sono più legate all’aspetto descrittivo dei concetti.

Nell’ambito dell’apprendimento automatico sono state sviluppate svariate metodologie per la valutazione dell’accuratezza predittiva delle classi apprese dai sistemi artificiali di classificazione, come ad esempio le varie tecniche di validazione (che introdurremo nel par. IV.4) e gli indici che stimano la “qualità” (e.g. *accuracy* (v. par. IV.2) anche in comune con la *signal detection theory* (Sternberg, 2002; pp. 81-82).

Alcuni algoritmi di *machine learning* prevedono la costruzione della rappresentazione delle classi proprio massimizzandone le capacità predittiva e di generalizzazione, piuttosto che quella descrittiva.

Questo è un ulteriore punto che ci consente di legare il *machine learning*, in particolare le tecniche di validazione delle classi apprese (v. par. IV.4), con le teorie della categorizzazione, sia per il confronto tra modelli sia per la definizione di algoritmi che costruiscano rappresentazioni delle classi psicologicamente plausibili.

1.7.3 Lo studio della categorizzazione come problema di rappresentazione della conoscenza

Lo scopo ultimo degli studi sulla categorizzazione è (Murphy, 2002; pg. 3) la comprensione delle rappresentazioni delle categorie che noi costruiamo, i

concetti, e con le quali svolgiamo diversi compiti cognitivi, come identificare nuovi oggetti, fare inferenze, comunicare, ed altro.

Il problema della rappresentazione della conoscenza (*Knowledge Representation*) è uno dei problemi storici dell'intelligenza artificiale che continua ad essere ancora ampiamente dibattuto (Cordeschi, 2003) (Gärdenfors, 2000).

In particolare nell'ambito del *machine learning* si possono individuare diverse scuole di pensiero, basate su diverse teorie, proprio in rapporto al tipo di rappresentazione delle categorie che viene impiegata dai sistemi di classificazione automatica (e.g. istanze, predicati logici, vettori di supporto, o altro).

Per quanto fin qui osservato il problema della categorizzazione mostra un legame profondo con l'intelligenza artificiale e si presta ad essere affrontato e formalizzato in modo naturale nell'ambito del *machine learning*.

Capitolo II L'Apprendimento Automatico Basato su Istanze

In questo capitolo introduciamo la tematica dell'*apprendimento automatico*, le sue principali metodologie e le possibili rappresentazioni interne che i sistemi di classificazione automatica possono impiegare. In particolare affronteremo il problema della plausibilità cognitiva delle rappresentazioni delle categorie. Illustreremo quindi il problema della classificazione supervisionata basata sulle istanze, prima nella sua formulazione generale e poi nei dettagli dei vari algoritmi di apprendimento e di classificazione. Infine illustreremo i legami profondi tra la categorizzazione umana e quella meccanica, anche in rapporto ai particolari algoritmi presentati.

II.1 L'Apprendimento Automatico

L'apprendimento automatico o *machine learning* (Witten, Frank, 2005) (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994) (Duda, Hart, Stork, 2000) (Russell, Norvig, 2002) è il settore dell'Intelligenza Artificiale (IA) riguardante i programmi che apprendono dall'esperienza (Russel, Norvig, 1995; pg. 523) migliorando le loro prestazioni. Questo è uno dei più consolidati e "storici"

settori dell'IA, le cui origini si possono far risalire¹ (Russel, Norvig, 1995; pg. 559) alle pionieristiche ricerche di Arthur Samuel (Samuel, 1959; Samuel, 1967) sui programmi che giocano a dama.

Il *machine learning* è un argomento di studio con forti aspetti interdisciplinari, condividendo tecniche e metodologie con la statistica, la statistica computazionale, la teoria delle probabilità, la *pattern analysis*, l'informatica teorica e, per quanto riguarda le applicazioni, anche con la teoria delle basi di dati, gli studi sulla *human computer interaction* e la *data visualization*.

Pertanto una definizione universalmente accettata di cosa sia il *machine learning* e quali finalità abbia è di difficile formulazione. Preferiamo riportare il punto di vista di Witten e Frank, i quali pongono l'accento sulla rappresentazione della conoscenza:

“We interpret machine learning as the acquisition of structural descriptions from examples. The kind of descriptions found can be used for prediction, explanation, and understanding. Some data mining applications focus on prediction: forecasting what will happen in new situations from data that describe what happened in the past, often by guessing the classification of new examples. But we are equally—perhaps more—interested in applications in which the result of “learning” is an actual description of a structure that can be used to classify examples. This structural description supports explanation, understanding, and prediction” (Witten, Frank, 2005; pg. xxiv).

L'“esperienza” fornita al sistema di apprendimento automatico può essere basata su un insieme di esempi, eventualmente pre-classificati da un esperto umano, o come risultato di un processo per tentativi ed errori.

¹ Per semplicità seguiamo il punto di vista “informatico” di Russel e Norvig (1995) trascurando le origini cibernetiche e protocibernetiche del *machine learning* (Cordeschi, 2001).

In particolare, possiamo individuare i seguenti tipi di apprendimento:

- *Unsupervised Learning*. Nell'apprendimento senza insegnante, l'esperienza fornita al sistema è costituito da i soli dati osservati, detti anche *unlabeled data*. Il sistema in tal caso può apprendere le classi che sono presenti nelle osservazioni o altre informazioni sulla struttura dei dati in modo "naturale", utilizzando, ad esempio, un criterio di similarità. In questo caso rientra il problema della *cluster analysis*, detta anche *classificazione unsupervised*, per distinguerla dal caso seguente.
- *Supervised Learning*. Nell'apprendimento supervisionato un esperto umano, l'insegnante, fornisce una etichetta (detta *category label*) o un valore numerico per ogni istanza dei dati osservati. Il sistema utilizza tali dati per predire il valore corretto su nuove istanze. Nel primo caso si avrà un problema di *classificazione*, detta anche *classificazione supervised*, nel secondo caso avremo un problema di regressione. Questo è il settore del *machine learning*, con forse, il maggiore numero di applicazioni.
- *Reinforcement Learning*. In questo caso al sistema viene fornita una "critica" sul proprio comportamento, in moto iterativo. Il sistema riceverà per ogni dato di input solo l'informazione sulla correttezza o meno del proprio output, potendo raffinare le proprie prestazioni senza conoscere l'output desiderato.
- Altre forme di apprendimento, che qui ci limitiamo a menzionare, pur essendo di notevole interesse, sono: l'apprendimento parzialmente supervisionato (*semisupervised learning*) in cui il sistema utilizza un insieme misto di dati preclassificati (*labeled data*) e non (*unlabeled data*); l'apprendimento su flussi di dati (*data stream learning* o *online learning*) in cui l'apprendimento avviene su flussi di dati continui.

II.2 La Classificazione con Apprendimento Supervisionato

Il problema della classificazione, detto anche *pattern recognition*, *discriminant analysis* e *supervised classification*, riguarda la costruzione di funzioni che possono per ogni istanza o oggetto presentato in *input* assegnare una classe di appartenenza tra un insieme di possibili classi.

Questo compito si divide in due fasi, una di apprendimento o di *training* e una predittiva o di classificazione. Nella fase di *training* si individua un insieme di dati, detto *training set*, di cui sono note le classi di appartenenza (*labeled data*), al fine di ricercare la funzione che mappi le osservazioni nelle classi.

Consideriamo l'insieme \mathbf{S} delle possibili osservazioni e senza perdita di generalità consideriamo l'insieme delle possibili classi di assegnazione \mathbf{C} come un sottoinsieme dei numeri naturali di cardinalità k :

$$\mathbf{C} \equiv \{c_1, c_2, \dots, c_k\} \subset \mathbb{N}.$$

Eq. II-1: L'insieme delle possibili classi

Un *training set* di cardinalità n è costituito da n coppie <osservazioni, classe>, ovvero è del tipo: $\mathbf{TS} \equiv \{\langle X_1, c_1 \rangle, \dots, \langle X_n, c_n \rangle\}$ con $\forall i X_i \in \mathbf{S}, c_i \in \mathbf{C}$. Se consideriamo un insieme \mathbf{S} , costituito da *features vector*, di cardinalità L , allora il \mathbf{TS} è del tipo seguente:

$$\mathbf{TS} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \langle x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(L)} ; c_1 \rangle \\ \dots \\ \dots \\ \langle x_n^{(1)}, \dots, x_n^{(L)} ; c_n \rangle \end{array} \right\}$$

Eq. II-2: Un *training set* di *features vector*

con $k \leq n$.

Il generico *algoritmo di apprendimento* (*LA-Learning Algorithm*) è una funzione del tipo:

$$LA : \mathbf{TS} \in \mathbf{S} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbf{CD}$$

Eq. II-3: La generica funzione di apprendimento

dove con **CD** abbiamo indicato la *concepts description* ovvero una possibile rappresentazione delle classi.

Nella seconda fase si considerano dei dati la cui classe di appartenenza è ignota e si usa la funzione di classificazione precedentemente trovata per predirne la classe di appartenenza.

La generica funzione di classificazione con cui si assegnano le osservazioni alle possibili classi è del tipo:

$$f_{\mathbf{CD}} : X \in \mathbf{S} \rightarrow c \in \mathbf{C} \subset \mathbb{N}$$

Eq. II-4: La generica funzione di classificazione

dove con **CD** abbiamo indicato la rappresentazione delle classi trovata nella fase precedente.

II.3 Rappresentazioni delle Classi e Algoritmi di Classificazione

Esistono svariati algoritmi di classificazione basati su varie teorie e punti di vista che vanno dalle tecniche “classiche” della statistica, come ad esempio la *discriminant analysis* (Fisher, 1936; Fisher 1938) fino a quelle più moderne, o forse alla “moda”, dell’intelligenza artificiale e del *data mining*.

Gli algoritmi di classificazione dipendono fortemente dal tipo di rappresentazione delle classi¹ che inferiscono dai dati, detta *concepts*

¹ Si vedano a tal riguardo il (Witten, Frank, 2005; Chap. 3; pp. 61-82) e il (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994; Chap. 12; pp. 228-245) che sono due manuali di *machine learning*

description (Witten, Frank, 2005; pg. 42) e che poi utilizzano per classificare nuove istanze.

Infatti possiamo distinguere gli algoritmi di classificazione in base al tipo di rappresentazione delle classi su cui si basano.

I principali tipi di rappresentazione delle classi e quindi famiglie di algoritmi, che riteniamo utile descrivere brevemente, sono i seguenti:

- Le *regole di classificazione* (*classification rules*). Una regola di classificazione è un insieme di condizioni che l'istanza deve soddisfare per appartenere alla classe che tale regola rappresenta. L'insieme delle condizioni è detto *antecedente* o *precondizione*, mentre la classe rappresentata è il *conseguente* o *conclusione* della regola.
- Gli *alberi di decisione* (*decision trees*). Sono un modo di rappresentare delle regole di classificazione e sono usati da molti algoritmi di classificazione. Ogni nodo in un albero di decisione valuta un particolare attributo dell'istanza da classificare (v. Figura II-1). I nodi foglia rappresentano la classe di appartenenza di tutte le istanze che soddisfano le condizione dei nodi dalla radice alla foglia. E' possibile ottenere un insieme di regole di classificazione da un albero di decisione: le precondizioni sono l'insieme delle condizioni dal nodo radice alla foglia mentre la conclusione è la classe indicata dal nodo foglia.
- Le regole di classificazione possono essere rese più flessibili ed espressive consentendole di avere eccezioni (*rules with exceptions*) oppure di utilizzare relazioni tra gli attributi (*relational rules*).

che dedicano un intero capitolo al problema della *knowledge representation*).

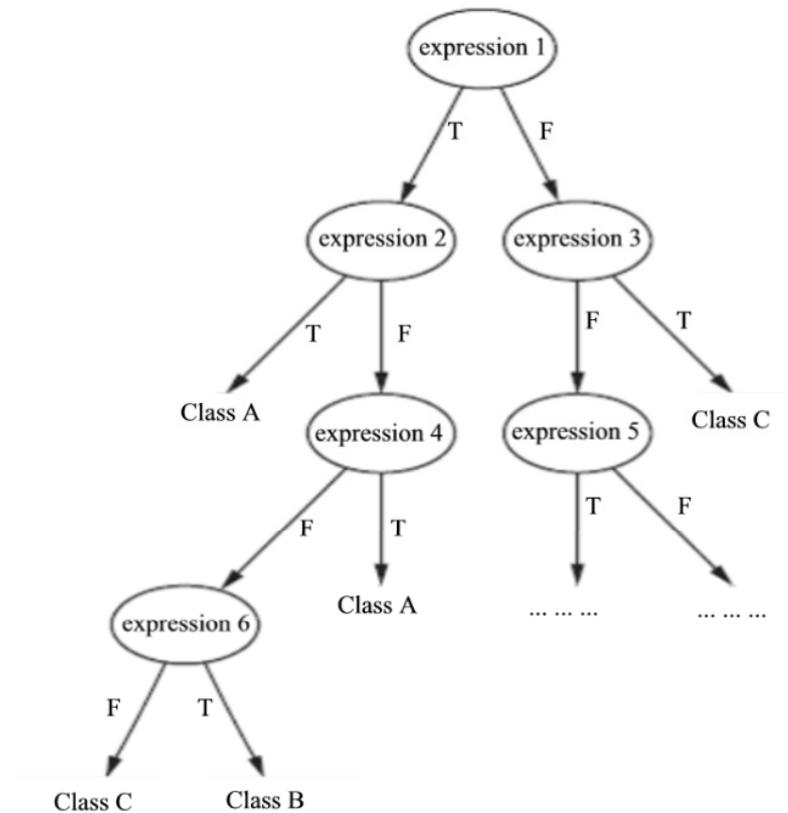


Figura II-1: Un albero di decisione

- La *rappresentazione basata su istanze* (*Instance-based representation*). La conoscenza estratta dal *training set* consiste nella memorizzazione di istanze, direttamente osservate o appartenenti comunque all'insieme delle possibili osservazioni. La classificazione avviene ponendo in relazione una nuova istanza, la cui classe è sconosciuta, con le istanze memorizzate le cui classi sono note. Anche i metodi precedenti si basano sulle istanze nel senso che apprendono le classi utilizzando le istanze contenute nel *training set*, ma questo è un modo radicalmente diverso dai precedenti perché usa le istanze stesse per rappresentare le classi apprese.

Per quanto visto nel capitolo precedente, tra la rappresentazione delle classi su indicate, la rappresentazione basata su istanze è coerente con la teoria dei prototipi e con quella degli esemplari ed è quindi il tipo di rappresentazione da utilizzare in accordo con la “*typicality view*” (v. par. I.5). Le altre rappresentazioni, facendo ricorso a delle regole di classificazione, si possono considerare modelli della teoria classica della categorizzazione (v. par. I.2) mancando quindi di una vera plausibilità cognitiva.

II.4 Plausibilità Cognitiva ed Espressività della Rappresentazione delle Classi

Nella comunità del *machine learning* il tipo di rappresentazione della conoscenza maggiormente utilizzata è quella basata su regole o su alberi di decisione.

Molte delle ricerche in tale ambito trascurano completamente i legami con le scienze cognitive. I manuali di *machine learning* solitamente ignorano totalmente la psicologia e le teorie dei concetti o lo fanno in un modo, per così dire, superficiale.

Consideriamo ad esempio il testo di Michie, Spiegelhalter e Taylor (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994) che ha l’indubbio merito di essere uno dei pochi, se non l’unico, a far esplicito riferimento agli studi di psicologia; in questo si sostiene uno stretto legame tra algoritmi di classificazione e il problema della categorizzazione in psicologia: “*The most common learning task is that of acquiring a function which maps objects, that share common properties, to the same class value. This is the categorisation problem [...] and much of our discussion will be concerned with categorisation*”¹ (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994; cap.12; pg. 229).

In questo testo, però, gli autori sostengono un punto di vista “classico” sulla

¹ Il grassetto è mio.

categorizzazione e sulla natura dei concetti, facendo ampio uso di brani stralciati da un noto testo di psicologia (Bruner, Goodnow, Austin; 1956), che ha il “difetto” di essere stato scritto nel 1956, cioè circa 40 anni prima della pubblicazione del loro manuale e circa 20 anni prima dei celebri lavori della Rosh sulla teoria dei prototipi.

La scelta, da parte degli autori, di citare un testo vecchio di 40 anni sembra solo un tentativo di giustificare *a posteriori* un pregiudizio ampiamente diffuso o, in un certo senso, di spiegarne l’origine, infatti riportano che il testo di Bruner, Goodnow and Austin è stato “*a landmark in psychology and would later have a major impact on machine learning*” (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994; cap.12; pg. 228).

Quindi più che un tentativo di collegarsi alle ricerche cognitive coeve, è una sorta di *excursus storico* che troviamo spesso anche in altri testi o lavori in cui si preferisce presentare delle regressioni storiche anche fino ai pensatori della filosofia medievale o a quella antica piuttosto che illustrare le ricerche contemporanee della scienza cognitiva (e.g. Sowa, 2005)¹.

L’ampiezza della diffusione dell’idea che i concetti debbano necessariamente essere rappresentati da alberi di decisione e regole di classificazione è ben esemplificato da Witten e Frank che a proposito delle varie possibili rappresentazioni delle categorie sostengono che: “*instances do not really «describe» the patterns in data*” (Witten, Frank, 2005; pg. 79) e sull’apprendimento delle categorie basato sulle istanze affermano che: “*in a sense this violates the notion of «learning»*” (Witten, Frank, 2005; pg. 79).

Portata alle estreme conseguenze questa posizione conduce all’idea che gli umani, poiché rappresentano le categorie con istanze, non abbiano una reale

¹ Questo articolo di Sowa è in un certo senso emblematico, pur pubblicato in una recente *collectanea* che si proponeva come manuale fortemente interdisciplinare sulla categorizzazione, è totalmente privo di riferimenti sia alla teoria degli esemplari che alla teoria del *knowledge approach*.

capacità di apprendimento e che non posseggano realmente dei concetti; queste capacità sarebbero ascrivibili, paradossalmente, soltanto alle macchine che rappresentano le classi nel modo “giusto”, cioè con regole ed alberi di decisione.

La sensazione che la comunità del *machine learning* sia, in parte, una sorta di “mondo alla rovescia”, si acuisce nel leggere altri autori che a proposito dei classificatori basati su regole ed alberi di decisione si preoccupano che i concetti appresi non debbano solo essere utili in termini di prestazioni, ma debbano anche possedere la proprietà del “*mental fit*” (Feng, Michie, 1994; pg. 51) sostenendo poi che gli alberi di decisione sono “*meaningful to humans and evaluable in the head*” (Feng, Michie, 1994; pg. 51).

L’idea che l’espressività dei concetti appresi e la loro realtà cognitiva sia ottenibile solo con regole o alberi di decisione si presenta con regolarità ossessiva in tutta la letteratura del *machine learning*, costituendone un *leitmotif* decisamente irritante.

II.4.1 Aspetti sociologici del *machine learning* e plausibilità cognitiva dei modelli

L’origine del punto di vista classico sulla natura dei concetti, ampiamente diffuso nella comunità del *machine learning*, più che ad una serena riflessione teorica, è da ascrivere alle applicazioni industriali del *machine learning* e al *data mining*: “*Induction of decision trees is probably the most extensively researched method of machine learning used in data mining*” (Witten, Frank, 2005; pg. 199), ciò è in accordo con la deriva tecnologica dell’intelligenza artificiale, quella *product-directed*, che “*ha puntato da sempre alla costruzione di macchine efficienti in singoli settori specifici, senza il minimo interesse per i processi cognitivi generali umani*” (Cordeschi, 1994; pg. 49); approccio da mettere in contrapposizione con quello *theory-direct* finalizzato alla

comprensione dei processi cognitivi umani.

Visti anche i grandi risvolti applicativi del *machine learning*¹, siamo di fronte ad una degenerazione in una tecnofilia simoniaca da cui già il sommo Wiener cercava di metterci al riparo diffidando degli “*adoratori di congegni*” (Wiener, 1964) interessati solo alle applicazioni delle macchine senza interessi per i risvolti teorici e conoscitivi dell’automazione.

Il punto di vista teorico classico sui concetti, ampiamente diffuso nella comunità scientifica del *machine learning*, ne costituisce una sorta di “*cultura dominante*” che ignora sistematicamente le ricerche di psicologia cognitiva, nonostante sembrerebbe naturale aspettarsi che chi si occupa di apprendimento *artificiale* delle classi, lo faccia in parallelo con, o almeno non ignori, gli studi sull’apprendimento *naturale* delle categorie.

Concludendo, nella comunità del *machine learning* la visione classica che i concetti siano delle regole è ampiamente diffusa soprattutto per motivi *sociologici*: i concetti *devono* essere classici, in modo da poter giustificare l’enorme quantità di ricerche e tecnologie sviluppate in accordo a questa visione.

II.5 La Classificazione Supervisionata Basata su Istanze

La classificazione basata su istanze si basa su quattro elementi chiave: la nozione di similarità tra osservazioni, la rappresentazione delle classi, l’algoritmo di classificazione, e l’algoritmo di apprendimento. Descriviamoli brevemente:

- La *similarità* viene formalizzata attraverso la definizione di una metrica nello spazio delle possibili osservazioni, con la quale è possibile quantificare la vicinanza tra oggetti e quindi anche tra nuove istanze e

¹ Si pensi al ruolo pervasivo, se non invasivo, dell’industria del *data mining* nella attuale società dell’informazione.

le istanze memorizzate come rappresentative delle classi.

- La *rappresentazione delle classi* è costituita da un insieme di coppie composte da istanze con la rispettiva classe di appartenenza; è creata dall'algoritmo di apprendimento ed è usata dall'algoritmo di classificazione.
- L'*algoritmo di classificazione* assegna ad una nuova osservazione la classe di appartenenza utilizzando le istanze rappresentative e la distanza in base ad un criterio di maggior vicinanza.
- L'*algoritmo di apprendimento* utilizza il *training set* per costruire un insieme di istanze rappresentative; nel caso di algoritmi che lo costruiscono in modo iterativo, questo può anche utilizzare la funzione di classificazione per poter calcolare le prestazioni ottenute e cercare di incrementarle.

Un sistema di classificazione (v. fig. seg.) *supervised* basato su istanze è, quindi, una quintupla del tipo (**TS**, *D*, **RI**, *CA*, *LA*) dove abbiamo indicato (gli insiemi sono in grassetto, le funzioni in corsivo):

- **TS** – Il *training set* (v. par. II.2).
- *D* – La distanza.
- **RI** – L'insieme delle *Representative Items*.
- *CA* – *Classification Algorithm*.
- *LA* – *Learning Algorithm*.

Solitamente l'insieme **RI** è inizialmente l'insieme vuoto.

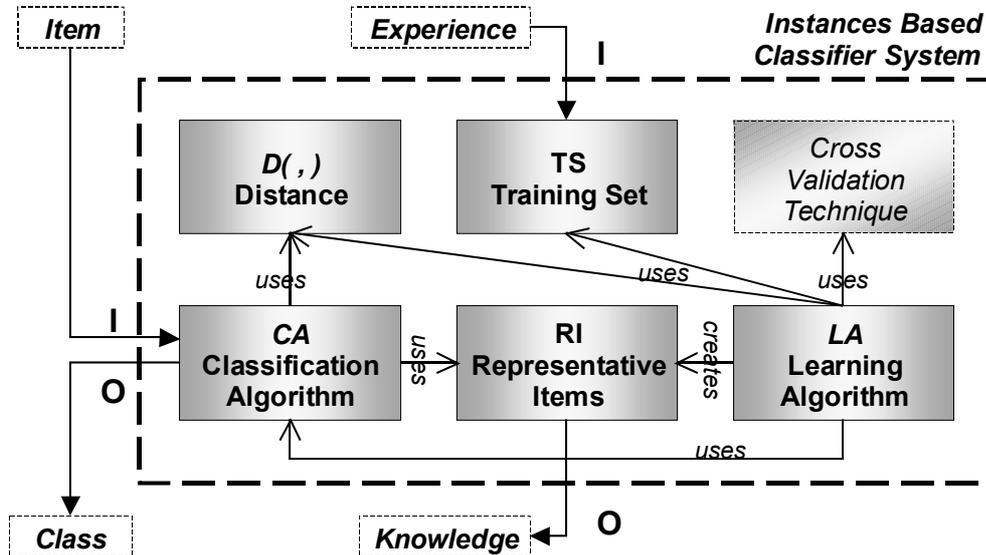


Figura II-2: Un generico classifier system basato su istanze

II.5.1 La metrica

Consideriamo l'insieme S delle possibili osservazioni, e indichiamo con a, b e c tre suoi elementi, allora definiamo metrica una funzione del tipo:

$$D : (a, b) \in S \times S \rightarrow d \in [0, +\infty[\subset \mathbb{R}$$

Eq. II-5: Una generica funzione distanza

che soddisfa le seguenti proprietà $\forall a, b, c \in S$:

- (1) riflessività: $D(a, b) = 0 \Leftrightarrow a = b$
- (2) simmetria: $D(a, b) = D(b, a)$.
- (3) disuguaglianza triangolare: $D(a, b) + D(b, c) \geq D(a, c)$.

Eq. II-6: Proprietà della distanza

La struttura algebrica costituita dallo spazio delle osservazioni S e da una

distanza definita tra i suoi elementi è detto *spazio metrico*.

La più semplice metrica che possiamo definire per un generico spazio metrico è la seguente:

$$D(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{se } a = b \\ 1 & \text{se } a \neq b \end{cases}$$

Eq. II-7: Distanza banale per un generico spazio metrico

detta anche *distanza banale*.

Un caso di notevole interesse è costituito dall'insieme \mathbf{S} costituito da vettori di attributi o caratteristiche, *features vector*, il cui generico elemento è rappresentato da una *L-pla*:

$$X \equiv (x^{(1)}, \dots, x^{(L)}) \quad X \in \mathbf{S}$$

dove $x^{(i)}$ indica l'i-mo attributo appartenente all'insieme $\mathbf{S}^{(i)}$, tale che l'insieme \mathbf{S} sia dato dal prodotto cartesiano:

$$\mathbf{S} \equiv \mathbf{S}^{(1)} \times \dots \times \mathbf{S}^{(i)} \dots \mathbf{S}^{(L)}.$$

In questo caso, considerati due generici elementi dell'insieme \mathbf{S} :

$$X \equiv (x^{(1)}, \dots, x^{(L)}) \quad X \in \mathbf{S}$$

$$Y \equiv (y^{(1)}, \dots, y^{(L)}) \quad Y \in \mathbf{S}$$

possiamo definire la *distanza di Minkowski di ordine p* generico, come:

$$D_p(X, Y) = \left(\sum_1^L [\alpha^{(i)} \cdot \delta^{(i)}(x^{(i)}, y^{(i)})]^p \right)^{1/p}$$

con $\alpha^{(i)} \geq 0$ e $p \in \mathbb{N}$

Eq. II-8: Distanze di Minkowski di ordine p per istanze con attributi generici

e con $\delta^{(i)}$ indichiamo le distanze per ogni singolo attributo del tipo:

$$\begin{aligned} \delta^{(i)} : (x^{(i)}, y^{(i)}) \in \mathbf{S}^{(i)} \times \mathbf{S}^{(i)} &\rightarrow d \in [0, +\infty[\subset \mathbb{R} \\ \forall i = 1, \dots, L \end{aligned}$$

Eq. II-9: Distanza per un generico attributo

Si può dimostrare che la distanza di Minkowski soddisfa tutte le proprietà di una distanza, precedentemente introdotte, supposto che tutte le $\delta^{(i)}$ siano delle distanze, secondo la definizione prima data, nei rispettivi insiemi $\mathbf{S}^{(i)}$ e che le $\alpha^{(i)}$ siano delle costanti.

Il coefficiente $\alpha^{(i)}$, è posto diverso da 1 nei casi in cui gli attributi siano eterogenei tra loro, in modo da pesare diversamente i vari attributi o per normalizzarli ognuno rispetto al proprio *range* (v. dopo), per tale motivo è detto anche *peso del i-mo attributo*.

Le distanze di Minkowski maggiormente usate sono quelle con coefficiente $p = 1, 2$.

Per $p=1$ otteniamo la *distanza di Manhattan*, o *city block*, usata spesso in presenza di attributi nominali:

$$D_1(X, Y) = \sum_1^L \alpha^{(i)} \cdot \delta^{(i)}(x^{(i)}, y^{(i)})$$

Eq. II-10: Distanza Manhattan

Per $p=2$ otteniamo la nota *distanza Euclidea* usata quasi sempre per attributi numerici reali:

$$D_2(X, Y) = \sqrt{\sum_1^L [\alpha^{(i)} \cdot \delta^{(i)}(x^{(i)}, y^{(i)})]^2}$$

Eq. II-11: Distanza Euclidea

Le distanze di Minkowski sono definite usando le distanze dei singoli

attributi. Per gli attributi non numerici, detti anche *variabili nominali*, per i quali non è possibile introdurre una relazione d'ordine, le cosiddette *variabili sconnesse*, si utilizza solitamente la distanza banale:

$$\delta^{(i)}(x^{(i)}, y^{(i)}) = \begin{cases} 0 & \text{se } x^{(i)} = y^{(i)} \\ 1 & \text{se } x^{(i)} \neq y^{(i)} \end{cases}$$

Eq. II-12: Distanza banale per un singolo attributo

Per attributi numerici discreti o reali, dette *variabili connesse*, si può utilizzare la seguente *distanza lineare*:

$$\delta^{(i)}(x^{(i)}, y^{(i)}) = |x^{(i)} - y^{(i)}|$$

Eq. II-13: Distanza lineare

A questo caso ci si riconduce anche nel caso di variabili nominali in cui ci sia una relazione d'ordine (e.g. $x^{(i)} \in \{\text{Assente, Basso, Medio, Alto}\}$), in tal caso l'attributo sarà trasformato in formato numerico (e.g. $x^{(i)} \in \{0, 1, 2, 3\}$).

II.5.1.1 Range e normalizzazione della distanza

Definiamo ora il range per ogni attributo. Considerato un generico insieme di istanze di **S** di cardinalità n , possiamo definire il *range* per il singolo attributo *i*-mo come:

$$R^{(i)} \equiv \delta^{(i)} \left(\mathfrak{M a x}_{j \in \{1, \dots, n\}} [x_j^{(i)}], \mathfrak{M i n}_{j \in \{1, \dots, n\}} [x_j^{(i)}] \right)$$

Eq. II-14: Definizione di range

usando questa definizione si può definire una distanza tra istanze normalizzata. Infatti attribuendo un valore ai pesi $\alpha^{(i)}$ non determinati nella distanza di Minkowski (v. Eq. II-8) secondo la seguente condizione:

$$\alpha^{(i)} = \frac{1}{R^{(i)}}$$

allora la distanza di Minkowski diventa:

$$D_p(X, Y) = \left(\sum_1^L \left[\frac{1}{R^{(i)}} \cdot \delta^{(i)}(x^{(i)}, y^{(i)}) \right]^p \right)^{1/p} \quad p \in \mathbb{N}$$

Eq. II-15: Distanza di Minkowski normalizzata rispetto al range

con questa definizione si ha: $\forall X, Y \quad 0 \leq D_p(X, Y) \leq (L)^{1/p}$.

Esistono molte altre tecniche di normalizzazione (basate sulla deviazione standard, la *soft-max* ed altre) che per brevità non vengono espone.

II.5.2 L'insieme delle istanze rappresentative

La rappresentazione della classi è costituita da un insieme di coppie costituite da istanze con la rispettiva classe di appartenenza; è creata dall'algorithmo di apprendimento ed è usata dall'algorithmo di classificazione.

Una rappresentazione della classi di cardinalità p sarà costituito da p coppie $\langle \text{istanza rappresentativa}, \text{classe} \rangle$, più formalmente si ha:

$$\mathbf{RI} \equiv \left\{ \langle RI_1, c_1 \rangle, \dots, \langle RI_p, c_p \rangle \right\} \text{ con } \forall i \quad RI_i \in \mathbf{S}, \quad c_i \in \mathbf{C}.$$

Per istanze rappresentate con *features vector*, l'insieme \mathbf{RI} sarà del tipo:

$$\mathbf{RI} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \langle x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(L)}; c_1 \rangle \\ \dots \\ \dots \\ \langle x_p^{(1)}, \dots, x_p^{(L)}; c_p \rangle \end{array} \right\}$$

Eq. II-16: Un insieme di istanze rappresentative

La cardinalità di \mathbf{RI} è minore o uguale di n (il numero delle istanze del

training set) ed è maggiore o uguale di k (il numero delle classi) dovendo rappresentare ogni classe con almeno una istanza.

II.5.3 L'Algoritmo di classificazione: la *NN-rule*

L'algoritmo di classificazione costituisce il sottosistema di *front-end* dei sistemi di classificazione (v. Figura II-2) essendo il responsabile della relazione input-output dell'intero sistema.

Introduciamo l'algoritmo basato sulla *NN-rule* (*Nearest Neighbour Rule*), o *regola del primo vicino*, che trova, per ogni nuova osservazione, l'istanza rappresentativa contenuta nell'insieme **RI** più vicina e gli attribuisce la classe di quest'ultima.

Più formalmente, posto $X \in \mathbf{S}$, $RI_k, RI_{\tilde{k}} \in \mathbf{RI}$, $c_{\tilde{k}} \in \mathbf{C}$, questa regola, si esprime:

$$\begin{aligned} \exists \tilde{k} : \forall k \neq \tilde{k} \quad D(X, RI_{\tilde{k}}) < D(X, RI_k) \\ \Downarrow^{\text{def}} \\ f(X) = c_{\tilde{k}} \end{aligned}$$

Eq. II-17: La regola del primo vicino (*NN Rule*)

La regola del primo vicino introduce implicitamente una tassellazione dello spazio **S**, ottenuta considerando per ogni istanza contenuta in **RI**, la regione dei punti ad essa più vicini, detta *cella di Voroni* (v. fig. seg.).

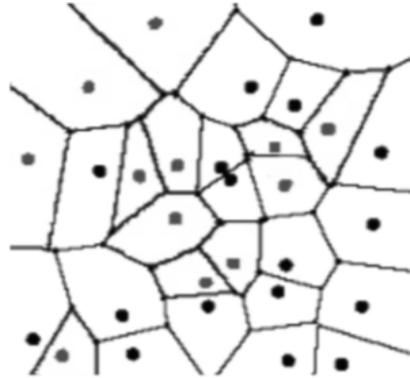


Figura II-3: Un esempio bidimensionale di tassellazione dello spazio secondo la *NN-rule*

Una semplice estensione della *NN-rule* consiste nel considerare le prime k istanze, contenute in **RI**, più vicine all'istanza da classificare, ed attribuire a quest'ultima la classe più frequente tra le k istanze rappresentative considerate.

Questa regola è detta *k-NN rule* e di conseguenza, la *NN-rule* costituendone un caso particolare è detta anche *1-NN rule*.

Nel caso che due o più classi siano presenti con uguale frequenza nelle k istanze considerate è possibile decidere la classe di appartenenza secondo diverse modalità. Le più frequenti sono:

- *La classe più vicina.* Viene scelta la classe dell'istanza rappresentativa più vicina.
- *La scelta casuale.* Viene scelta una delle classi per sorteggio.
- *La regola del consenso.* Oltre le opzioni "a maggioranza" appena illustrate esiste anche una versione basata sul consenso: tutte le k istanze devono essere concordi nell'indicare la stessa classe, altrimenti il sistema non classifica l'istanza.

L'opzione più usata per la *k-NN rule* è con il metodo a maggioranza con scelta del più vicino in caso di pareggio.

II.6 Gli Algoritmi Basati sui Prototipi

II.6.1 Il Nearest Prototype Classifier (NPC)

Il *classificatore basato sul prototipo più vicino*, (NPC - Nearest Prototype Classifier) è uno dei più semplici sistemi di classificazione (Kuncheva, Bezdek, 1998) (Bezdek et Al., 1998).

L'algoritmo di apprendimento si basa sulla costruzione di un sola istanza rappresentativa per ogni classe presente nel *training set*. Ognuna di queste istanze è detta *prototipo* della classe che rappresenta e viene calcolata come baricentro delle istanze appartenenti alla classe.

II.6.1.1 Baricentro di un insieme di osservazioni

Dato un *training set* \mathbf{TS} , per ogni classe presente possiamo considerare il sottoinsieme \mathbf{TS}_k (di cardinalità r_k) costituito dai soli elementi della classe c_k :

$$\mathbf{TS}_k \equiv \left\langle \begin{array}{c} \langle (x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(L)}); c_k \rangle \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \langle (x_r^{(1)}, \dots, x_r^{(L)}); c_k \rangle \end{array} \right\rangle$$

Eq. II-18: Sottoinsieme di un *training set*

ed il rispettivo insieme costituito dalle sole istanze non classificate, \mathbf{DS}_k :

$$\mathbf{DS}_k \equiv \left\{ \begin{array}{l} (x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(L)}) \\ \dots \\ (x_r^{(1)}, \dots, x_r^{(L)}) \end{array} \right\}$$

Eq. II-19: Sottoinsieme di un *data set*

Possiamo definire il *baricentro* di \mathbf{DS}_k come l'elemento di \mathbf{S} avente per ogni attributo il valore medio degli attributi calcolato su tutti gli elementi contenuti in \mathbf{DS}_k . Indichiamo con $\langle x^{(i)} \rangle_{\mathbf{DS}_k}$ il valor medio dell'*i*-mo attributo, calcolato sugli elementi di \mathbf{DS}_k , formalmente:

$$\langle x^{(i)} \rangle_{\mathbf{DS}_k} = \frac{1}{r_k} \sum_{h=1}^{r_k} x_h^{(i)}$$

Eq. II-20: Valor medio di un attributo all'interno di una classe

Con la precedente notazione possiamo definire il baricentro B_k della classe *k*-ma, nel seguente modo:

$$B_k = \left(\langle x^{(1)} \rangle_{\mathbf{DS}_k} \dots \langle x^{(L)} \rangle_{\mathbf{DS}_k} \right)$$

Eq. II-21: Baricentro della *k*-ma classe

Oltre che il valore medio per calcolare i prototipi delle classi è possibile considerare il valore mediano o modale, utili soprattutto rispettivamente per attributi discreti o variabili sconnesse.

Per il *NPC*, l'insieme delle istanze rappresentative è costituito dall'istanza media, il baricentro di ogni classe, che essendo l'oggetto "più tipico" della classe è detto anche *prototipo* della classe, formalmente:

$$\mathbf{RI} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \langle B_1, c_1 \rangle \\ \langle B_2, c_2 \rangle \\ \dots \\ \langle B_q, c_q \rangle \end{array} \right\}$$

Eq. II-22: L'insieme RI per il NPC

dove si è supposto la presenza di q classi nel *training set*.

L'algoritmo di classificazione per il *NPC* è la *1-NN rule* vista prima. In sintesi, il *NPC* assegna ad una nuova istanza la classe il cui baricentro, detto prototipo, è il più vicino.

Questo classificatore è un modello *robusto*, nel senso che il comportamento del sistema è poco sensibile al rumore contenuto nel *training set*.

II.6.2 Il Nearest Multiple-Prototype Classifier (NMPC)

Il *classificatore basato su molti prototipi più vicini*, (*NMPC* — *Nearest Multiple-Prototype Classifier*) è una estensione del *NPC* (Bezdek et Al., 1998), in cui nella fase di *learning* si calcola più di un prototipo per ogni classe, mentre nella fase di classificazione si utilizza ancora la *1-NN rule*.

Le istanze rappresentative di ogni classe possono essere apprese dall'algoritmo di *learning* attraverso, ad esempio, algoritmi di *clustering* o *classificazione unsupervised* (v. par. II.1) eseguiti all'interno di ogni singola classe. Non approfondiamo ulteriormente la presentazione di questo classificatore, perché l'interesse per tale algoritmo è inferiore agli algoritmi ibridi che introdurremo in seguito.

II.7 Gli Algoritmi Basati sugli Esemplici

II.7.1 Il Nearest Neighbour Classifier (NNC)

Il *classificatore basato sul primo vicino* (NNC — *Nearest Neighbour Classifier*) è il primo classificatore basato su istanze ad essere stato definito (Cover, Hart, 1967) e si basa sul confronto diretto delle nuove istanze con il *training set*.

La fase di *learning*, di fatto non esiste, poiché l'insieme delle istanze rappresentative, **RI**, è costituito dall'intero *training set*, **TS**, senza nessun tipo di elaborazione, per questo motivo questo classificatore è detto anche *memory based*.

Formalmente si ha:

$$\mathbf{RI} \equiv \mathbf{TS} \equiv \left\{ \begin{array}{l} \langle X_1; c_1 \rangle \\ \langle X_2; c_2 \rangle \\ \dots \\ \langle X_n; c_n \rangle \end{array} \right\}$$

Eq. II-23: L'insieme **RI** per il NNC

L'algoritmo di classificazione per il NNC è costituito dalla *1-NN rule* vista prima. In sintesi, il NNC assegna ad ogni nuova istanza la classe dell'istanza del *training set* a cui è più vicina.

Il comportamento del classificatore NNC è molto sensibile ai dati presenti nel *training set* ed in presenza di rumore ottiene *performance* scarse; è possibile contrastare questo inconveniente con il classificatore che introduciamo nel paragrafo seguente.

II.7.2 Il k-Nearest Neighbour Classifier (k-NNC)

Il *k-NNC* è un classificatore identico al NNC nella fase di apprendimento,

completamente basato sulla memorizzazione del *training set*, mentre nella fase di classificazione, usa la *k-NN rule*. Ovvero il *k-NNC* considera la regione intorno ad una nuova istanza (v. fig. seg.) fino a comprendere *k* istanze del *training set*, ed assegna la nuova istanza con uno dei criteri della *k-NN rule* visti precedentemente, come ad esempio il voto a maggioranza tra i *k* esemplari considerati.

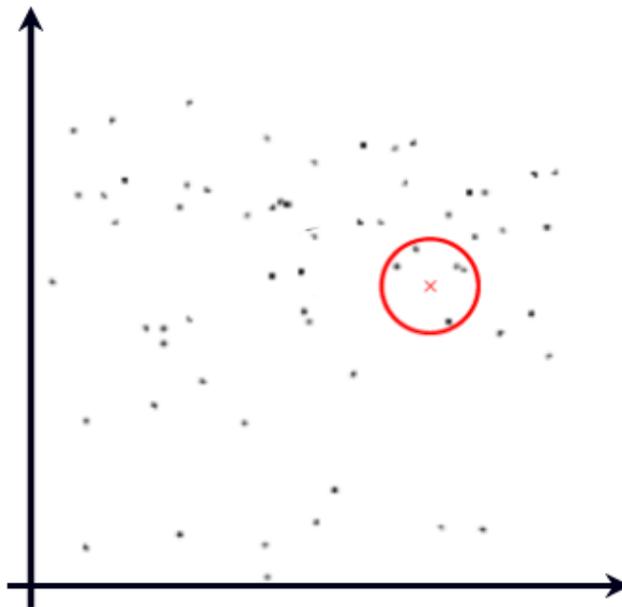


Figura II-4: Un esempio bidimensionale della *k-NN rule* con $k = 5$

Questo classificatore è molto meno sensibile al rumore rispetto al *NNC*, però ha un parametro *k*, da cui dipendono le prestazioni del sistema, che deve essere determinato. Un possibile modo consiste nel variare *k* tra 1 e un valore massimo fissato per poter scegliere il *k* che massimizzi la capacità di generalizzazione del sistema, stimata con una tecnica di validazione (v. par IV.4).

II.8 Gli Algoritmi Ibridi e Iterativi

II.8.1 Il Total Recognition by Adaptive Classification Experiments (T.R.A.C.E.)

L'algoritmo *T.R.A.C.E.*, acronimo di *Total Recognition by Adaptive Classification Experiments* (Nieddu, Patrizi, 2000) è un classificatore basato su un apprendimento iterativo che termina al raggiungimento di una rappresentazione delle classi, **RI**, tale da classificare correttamente l'intero *training set*. Questa proprietà di convergenza può essere dimostrata formalmente sotto ipotesi non particolarmente restrittive, come ad esempio, l'assenza di esempi contraddittori nel *training set*.

L'algoritmo di classificazione per il *T.R.A.C.E.* è la *1-NN rule*: assegna ad ogni nuova istanza la classe dell'istanza a cui è più vicina, tra le istanze rappresentative **RI**.

Descriviamo, quindi, in modo più dettagliato l'algoritmo di apprendimento. Indichiamo con **TS**, il *training set*, con **RI** l'insieme delle istanze rappresentative, e con C_k la *k*-ma classe. La procedura di apprendimento è la seguente:

1. Inizializza **RI** con i baricentri delle classi C_k
2. **WHILE** esistono istanze di **TS** non correttamente classificate
(Trova una nuova istanza candidata)
 - 2.1 Calcola le distanze tra ogni istanza di **TS** e ogni istanza di **RI**
 - 2.2 Tra le istanze di **TS** classificate erroneamente, trova l'istanza che è più lontana dall'istanza più vicina di **RI** della sua stessa classe; sia X della classe C_k
 - 2.3 Aggiungi X ad **RI**
(Aggiorna **RI**)
 - 2.4 Considera solo le istanze di **RI** e di **TS** della classe C_k ; siano **RI_k** e **TS_k**
 - 2.5 Aggiorna le posizioni di **RI** usando l'algoritmo di *k-means clustering* applicato

solo a \mathbf{TS}_k con condizioni iniziali \mathbf{RI}_k :

2.5.1 Applica la *1-NN rule* agli *item* di \mathbf{TS}_k rispetto alla \mathbf{RI}_k

2.5.2 Ricalcola iterativamente le istanze di \mathbf{RI}_k aggiornando i baricentri calcolati rispetto alle sottoclassi determinate tramite la *1-NN rule*

3. **END**

Algoritmo II-1: Algoritmo di apprendimento *T.R.A.C.E.*

Osserviamo che la fase di inizializzazione di *T.R.A.C.E.* coincide con il classificatore *NPC*. Se il *training set* è tale da avere errori di classificazione pari a zero con questa \mathbf{RI} iniziale, costituita dai baricentri delle classi, allora *T.R.A.C.E.* non compie iterazioni di *learning* e riproduce esattamente il comportamento del *NPC*.

Questa eventualità accade solo in casi banali, mentre in generale l'algoritmo introduce ad ogni iterazione una nuova istanza in \mathbf{RI} , potendo arrivare nel caso peggiore fino ad aggiungere tutti le istanze del *training set*.

In questo caso *T.R.A.C.E.* costruisce una \mathbf{RI} identica al *NNC* e ne riproduce esattamente il *behaviour*.

L'algoritmo *T.R.A.C.E.* è dunque una generalizzazione del *NPC* e del *NNC*, ripresentandone il *behaviour* in due casi limiti opposti poiché nel primo caso classifica usando puri prototipi, nel secondo usando tutti gli esemplari (v. Figura II-7, pg. 65).

Nei casi “normali”, cioè intermedi, il tipo di istanze che appartengono all'insieme \mathbf{RI} è dinamicamente determinato: l'aggiunta di una nuova *istanza candidata* avviene sottoforma di esemplare appartenente al *training set* (v. 2.3 dell'algoritmo precedente) ma nella fase successiva (v. 2.5 dell'alg. prec.) può essere sottoposta ad un processo di *astrazione* diventando un prototipo di un sottogruppo della classe di appartenenza.

Più l'istanza introdotta è atipica, lontana, rispetto alle altre istanze della

classe, maggiore è la possibilità che la sua introduzione nel **RI** non comporti un processo di *astrazione* attraverso il ricalcolo dei prototipi.

Quindi nel caso generale la **RI** costruita può essere costituita in forma variabile da prototipi, esemplari, e istanze rappresentative che si collocano in uno status intermedio, come ad esempio un prototipo che rappresenti un sottogruppo del 20% della classe.

L'algoritmo di apprendimento di *T.R.A.C.E.* massimizza l'accuratezza descrittiva della **RI** nel senso che fornisce una rappresentazione tale che la classificazione avviene senza errori sul *training set*, imponendo che sia zero il *resubstitution error* (v. par. IV.2). Questo algoritmo non considera le capacità di generalizzazione del sistema.

Sperimentalmente, come illustreremo in seguito (v. Capitolo VI) il *behaviour* del sistema è caratterizzato a una sorta di *overfitting*, avendo una **RI** costituita da molti esemplari e pochi prototipi e con prestazioni sulle nuove istanze inferiori, ad esempio, rispetto al *PEL-C*, che introduciamo nel paragrafo seguente.

II.8.2 Il Prototype Exemplar Learning Classifier (*PEL-C*)

L'algoritmo *PEL-C*, acronimo di *Prototype Exemplar Learning Classifier* è una estensione del *T.R.A.C.E.* visto prima, ed è introdotto qui per la prima volta.

In generale è possibile considerare altre condizioni di terminazioni per l'algoritmo di apprendimento (v. *step 2* dell'Algoritmo II-1) del classificatore *T.R.A.C.E.*, come ad esempio le seguenti:

- *Numero di iterazioni.* Si fissa il numero di iterazioni di apprendimento e quindi il numero di istanze che costituiranno **RI**.
- *Accuratezza descrittiva.* Si fissa una percentuale di accuratezza nella

classificazione del *training set* che sia minore di 1. Questo può essere utile per evitare possibili problemi di *overfitting*, infatti massimizzare l'accuratezza sul *training set*, ovvero descrivere nel modo più dettagliato possibile le classi in base al *training set* considerato, spesso provoca un degrado delle prestazioni del sistema sulle nuove istanze (v. fig. seg.).

- *Generalizzazione* o *Accuratezza predittiva*. Il sistema può stimare le proprie prestazioni sulle nuove istanze usando una tecnica di *cross validation* (v. par. IV.4) al variare del numero di iterazioni. Quindi il sistema può cercare il minimo numero di iterazioni tale da avere la massima capacità di generalizzare, (accuratezza *predittiva* sulle nuove istanze) anche a discapito dell'accuratezza *descrittiva* (sulle istanze del *training set*). Si veda al riguardo la figura seguente che illustra la tipica dinamica di apprendimento di un sistema classificatore al variare delle iterazioni. Oltre un certo punto all'aumento dell'accuratezza sul *training set* non corrisponde più un aumento dell'accuratezza sulle nuove istanze usate per la validazione: siamo nella cosiddetta fase di *overfitting*.

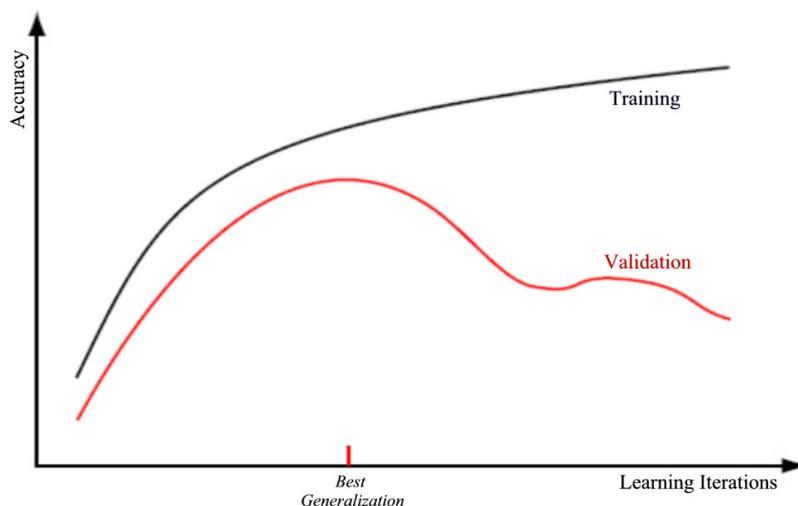


Figura II-5: Tipica dinamica di apprendimento per un sistema classificatore

Il criterio di arresto illustrato nell'ultimo punto precedente è quello più interessante ed è la scelta adottata per il *PEL-C*, che quindi deve contenere al suo interno (v. Figura II-2) anche un modulo di *cross validation* (v. par. IV.4).

Il *PEL-C* costituisce una generalizzazione del *T.R.A.C.E.*, infatti nel caso particolare in cui il massimo della accuratezza predittiva coincida con il massimo dell'accuratezza descrittiva, che è pari al 100%, il *PEL-C* costruisce una **RI** identica al *T.R.A.C.E.* e ne riproduce esattamente il *behaviour*.

Inoltre il *PEL-C* per come è costruito, ottiene sempre prestazioni predittive maggiori o uguali del *T.R.A.C.E.*; uguali solo nel caso limite illustrato sopra. Infatti il *PEL-C* è pensato per massimizzare la capacità di generalizzazione piuttosto che l'accuratezza descrittiva del *training set*.

Sperimentalmente, come illustreremo in seguito (v. Capitolo VI) il *behaviour* del sistema è caratterizzato da prestazioni di generalizzazione superiori al *T.R.A.C.E.* e da insiemi di istanze rappresentative, **RI**, di cardinalità nettamente inferiore.

Il *PEL-C* riesce ad evitare l'*overfitting* che per il *T.R.A.C.E.* è causa della presenza di molti istanze rumorose, che degradano la prestazioni di generalizzazione del sistema, grazie all'astrazione di pochi prototipi molto rappresentativi della classe e all'individuazione di alcune istanze *atipiche*.

II.9 Categorizzazione in Menti e Macchine

Tentiamo ora una sintesi di quanto fin qui esposto a proposito del problema della categorizzazione, o classificazione, in menti e macchine.

I cinque aspetti fondamentali della categorizzazione sono (v. le ellissi nella fig. seg.):

- Astrazione. La categorizzazione si basa sulle capacità di astrarre delle proprietà comuni dalle singole osservazioni.
- Memorizzazione. La categorizzazione si basa sulle capacità di ricordare le

istanze direttamente osservate e quelle astratte.

- Generalizzazione. Uno scopo fondamentale della categorizzazione è la capacità di classificare nuovi oggetti sconosciuti.
- Robustezza. La categorizzazione deve essere poco sensibile al rumore.
- Sensibilità. La categorizzazione deve essere sensibile ai dati.

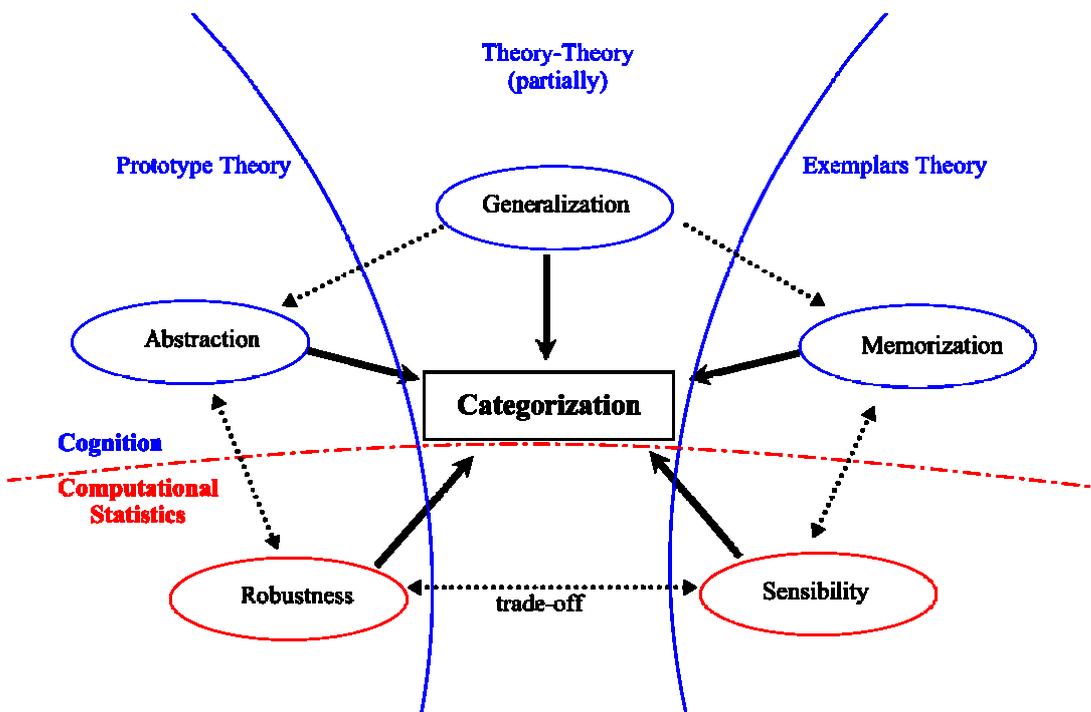


Figura II-6: Aspetti cognitivi e computazionali della categorizzazione

I primi tre riguardano principalmente gli aspetti cognitivi (posti nella parte superiore del grafico precedente) mentre gli ultimi due sono legati maggiormente agli aspetti statistici (posti nella parte inferiore dello stesso grafico), nel loro insieme rappresentano gli aspetti *cognitivo-computazionali* di un sistema classificatore sia esso naturale o artificiale.

Le teorie della categorizzazione intersecano il grafico seguente in senso verticale comprendendo quindi sia aspetti cognitivi che computazionali. La

teoria dei prototipi (a sinistra nella figura) privilegia maggiormente l'*astrazione* e la *robustezza*, mentre la teoria degli esemplari (a destra nella figura) privilegia la *memorizzazione* e la *sensibilità* ai dati. Al centro della figura in alto resta la capacità predittiva di *generalizzazione* e in basso il *trade-off* tra robustezza e sensibilità che riguardano pienamente, anche se parzialmente, la *theory-theory*.

II.10 Algoritmi Instance-Based e Teorie della Categorizzazione

I classificatori che abbiamo introdotto in questo capitolo si possono facilmente mettere in relazione con le teorie della categorizzazione illustrate nel capitolo precedente.

I classificatori *NPC* e *NMPC* costruiscono delle descrizioni delle categorie, i concetti, che sono legati con la teoria dei prototipi, mentre classificatori come il *NNC* e il *k-NNC* sono pienamente in accordo con la teoria degli esemplari, sia per il tipo di rappresentazione *memory based* sia per il criterio di classificazione.

Nell'ambito della classificazione basata su istanze il *NPC* e il *NNC* possono considerarsi dei casi limite, poiché il primo classifica considerando un'unica istanza astratta per ogni singola classe, il *prototipo*, mentre il secondo memorizza tutti gli *esemplari* del *training set* per la successiva classificazione.

In un certo senso il *NPC* e il *NNC* rappresentano, rispettivamente, le versioni "radicali" della teoria dei prototipi e della teoria degli esemplari

II.10.1 Gli algoritmi ibridi

Come introdotto nel paragrafo I.5 sulla "*typicality view*", è necessario sviluppare modelli computazionali che sussumano entrambe le teorie riproducendole come casi particolari.

Esistono diversi altri algoritmi basati su istanze che si collocano in una posizione intermedia tra il *NPC* e il *NNC*. Alcuni sono una versione modificata del *NPC* in cui si cerca di incrementare il numero di istanze rappresentative, come ad esempio il *NMPC*, ed altri sono versione modificate del *NNC* in cui si cerca di ridurre il numero di esemplari memorizzati, come la famiglia dei *DROP-n* (Wilson, Martinez, 2000)¹. Questi algoritmi sono quindi delle variazioni di quelli basati su prototipi e di quelli basati su esemplari.

L'algoritmo *T.R.A.C.E.* e la sua generalizzazione *PEL-C*, sono invece algoritmi *ibridi* perché usano una rappresentazione delle classi che è composta sia da prototipi che da esemplari. Questi algoritmi hanno inoltre l'interessante proprietà di presentare come casi limite proprio il *NPC* e il *NNC*, potendo variare in tutta una gamma di situazioni intermedie (si veda la successiva Figura II-7).

Sia il *T.R.A.C.E.* che il *PEL-C* sono sistemi di classificazione ibrida prototipi-esemplari che modellano il “fenomeno” della tipicità nella categorizzazione, che abbiamo introdotto nel capitolo precedente. Questi classificatori si possono considerare, dunque, come una *teoria della tipicità* che sussume sia la teoria dei prototipi che quella degli esemplari, soddisfacendo la necessità di un approccio più inclusivo nello studio della categorizzazione come abbiamo illustrato nel paragrafo I.5.

I risultati sperimentali (v. Capitolo VI) mostrano che il *T.R.A.C.E.* è un modello maggiormente orientato verso la teoria degli esemplari, che non quella dei prototipi in accordo con la sua forte sensibilità ai dati a discapito dell'astrazione e generalizzazione.

Mentre il *PEL-C* poiché massimizza la capacità di generalizzare dei concetti appresi, si può considerare oltre che un modello della tipicità, anche come un modello, sia pur parziale, della *theory-theory* o “*knowledge approach*” (v. par.

¹ Si veda (Wilson, Martinez, 2000) anche per una *review* di altri algoritmi *exemplars based*.

I.6).

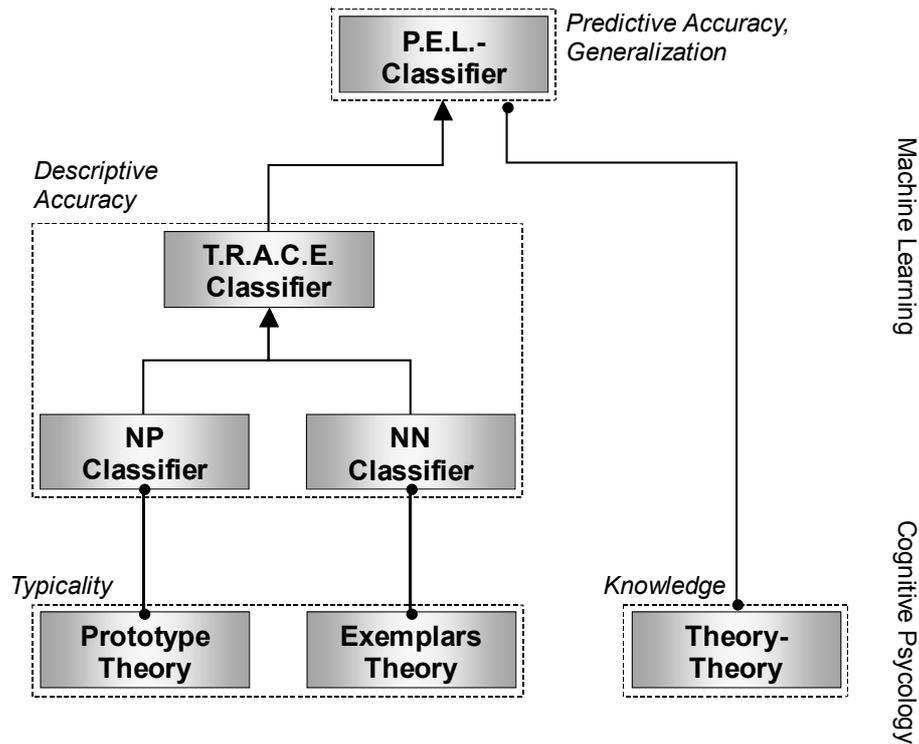


Figura II-7: Gerarchia degli algoritmi di classificazione e teorie cognitive

Sperimentalmente il *PEL-C* costruisce rappresentazioni delle categorie, **RI**, con un minor numero di istanze rappresentative, quindi più sintetiche del *T.R.A.C.E.* e con una maggiore presenza dei prototipi, questo mette in luce un legame tra il “*knowledge approach*” e la tipicità dei concetti. Una maggiore capacità di generalizzazione (accuratezza predittiva) del sistema comporta una rappresentazione delle categorie maggiormente basata sull’astrazione dei prototipi. D’altra parte una migliore accuratezza descrittiva del sistema, ottenibile a discapito delle capacità di generalizzazione, causa una rappresentazione maggiormente orientata verso la memorizzazione di un

numero superiore di istanze meno astratte.

Capitolo III Intelligenza Artificiale e Teorie della Diagnosi

In questo capitolo introduciamo le applicazioni dell'intelligenza artificiale in medicina con particolare attenzione al problema della diagnosi. Presentiamo quindi i vari tipi di diagnosi e li mettiamo in relazione sia con le teorie della categorizzazione che con i sistemi classificatori. Infine illustriamo come i sistemi classificatori basati su istanze siano delle teorie della diagnosi nosologica potendone spiegare sia gli aspetti nomotetici che idiografici.

III.1 L'Intelligenza Artificiale in Medicina

Le possibili applicazioni dell'Intelligenza Artificiale in medicina, che spesso sono riassunte nell'acronimo *AIM* (*Artificial Intelligence in Medicine*), sono molteplici, come ad esempio la realizzazione di sistemi per la definizione di sindromi e tassonomie, la definizione di *trials* clinici, la prognosi, la diagnosi, le scelte terapeutiche, la formalizzazione di protocolli clinici e la definizione di ontologie.

Il settore dell'*AIM* è sempre stato molto attivo, sin dai primi sistemi esperti, come *MYCIN* (Shortliffe, 1976), realizzato per diagnosticare infezioni del sangue, fino alle attuali applicazioni del *machine learning* e del *data mining*,

come ad esempio il problema per la *KDD Cup 2006*¹, proposto dalla *Siemens Medical*, riguardante la diagnosi di embolia polmonare.

Nel seguito ci occuperemo esclusivamente delle applicazioni dell'*IA* nel processo diagnostico.

III.1.1 La diagnosi

In medicina la diagnosi è il processo che consiste nel riconoscere una condizione patologica in base ai segni clinici (oggettivi) e ai sintomi (soggettivi) del paziente.

Più in generale, ed in accordo con la sua origine etimologica, il termine diagnosi è il procedimento di “riconoscere attraverso”, ed è applicabile in molti altri contesti oltre che la medicina: in botanica e zoologia, si intende la classificazione rispetto ad una categoria sistematica vegetale o animale (classe, genere, specie, ecc.); nell’esame di sistemi o apparecchiature tecniche, si intende il giudizio sulle condizioni e il funzionamento delle varie parti tendente ad identificare le necessarie riparazioni (e.g. Console, Torasso, 2006; Pencolé, Cordier, 2005). In generale, per estensione, col termine diagnosi si intende il giudizio con cui si definisce un fenomeno in genere, analizzandone gli aspetti e le caratteristiche con cui si manifesta (e.g. *fare la diagnosi della situazione politica*).

Così formulata la definizione di “diagnosi” sottolinea una sottostante uniformità del pensiero diagnostico in molti ambiti: *“l’attività diagnostica in medicina è soltanto un esempio particolare di un «processo cognitivo» che sottende molte attività umane”* (Giani, 1989; pg. 7).

Questo “processo cognitivo” è riconducibile, come mostreremo in seguito, proprio alla capacità di categorizzazione della mente umana.

¹ La *KDD Cup* è la competizione annuale di *data mining* e *knowledge discovery* organizzata dall'*ACM Special Interest Group on Knowledge Discovery and Data Mining* (v. <http://www.acm.org/sigs/sigkdd/kddcup/>).

III.2 Diagnosi e Sistemi Classificatori

Oltre un evidente analogia tra diagnosi e classificazione, è possibile mettere in relazione, in modo rigoroso, il problema della classificazione *supervised*, così come è formalizzato nel *machine learning* (v. cap. prec.) con il problema della *diagnosi differenziale* (Giani, 1989; pp. 326 e seg.). Quest'ultima è definita, in ambito clinico, come il processo, di scelta tra possibili ipotesi diagnostiche *in conflitto*.

Infatti le possibili classi considerate da un sistema di classificazione supervisionata, tramite il *training set*, non sono altro che le “ipotesi diagnostiche in conflitto”. Quindi un sistema classificatore attribuendo una delle possibili classi ad ogni nuova osservazione compie una diagnosi differenziale.

Un *sistema di diagnosi automatica* o *sistema diagnostico artificiale* od anche *algoritmo diagnostico* (Giani, 1989; pg. 19) può essere realizzato con un sistema di classificazione *supervised* il cui *training set* contenga casi clinici precedentemente diagnosticati da un medico esperto del dominio considerato.

Un altro modo di formulare il problema della diagnosi (Sadegh-Zadeh, 2000; pg. 229) nell'*AIM*, piuttosto che sulla distinzione tra diagnosi differenziale e diagnosi *tout court*, si basa sulla distinzione tra diagnosi *categoriale* e diagnosi *congetturale*, che illustriamo brevemente:

- *Diagnosi categoriale (Categorical diagnosis)*. Una diagnosi categoriale è un'affermazione sul paziente che il diagnosta considera vera. Ad esempio attribuire ad un paziente il diabete o l'epatite sono diagnosi categoriali. Questa è la forma di diagnosi che comunemente ci si aspetta compia un medico.
- *Diagnosi congetturale (Conjectural diagnosis)*. Molte diagnosi nella pratica clinica non sono categoriali, ma sono piuttosto delle “ipotesi di lavoro”, delle congetture. Una diagnosi congetturale è in generale una

affermazione sul paziente che il diagnosta non considera ancora come vera ma soltanto come ipotesi. Ad esempio, affermare che un paziente possa avere la psoriasi o la pitiriasi è una diagnosi congetturale.

Il passaggio dalla diagnosi *congetturale* a quella *categoriale* si può considerare una sorta di *diagnosi differenziale* in cui la diagnosi categoriale avviene tra le possibili alternative frutto di una precedente diagnosi congetturale¹. Quindi in questi altri termini possiamo dire che un sistema diagnostico basato su un sistema di classificazione *supervised* effettua una diagnosi categoriale in un contesto chiuso.

III.2.1 Sistemi diagnostici o sistemi di *supporto* alla diagnosi ?

Per indicare i sistemi classificatori o il loro uso in ambito medico è prassi comune (v. ad esempio Coiera, 2003; Cap. 25) utilizzare espressioni come *sistema di supporto alla decisione clinica (CDSS-Clinical Decision Support System)* o di *diagnosi assistita al calcolatore (CAD-Computer Aided Diagnosis)* nelle quali implicitamente il sistema artificiale è visto *per principio* in una funzione, meramente strumentale e subalterna rispetto all'umano.

Questi aspetti riguardano invece la finalità di impiego² di un sistema diagnostico artificiale che possono essere diverse dall'impiego subalterno di "seconda opinione" e possono essere usati come modelli cognitivi del processo diagnostico od anche come *prima* opinione.

Questa contrapposizione tra le diverse finalità di un sistema diagnostico, è in parte la riproposizione della contrapposizione (Cordeschi, 1994; pg. 49) tra le finalità tecnologiche dell'AI (*product direct*) e quelle più teorico conoscitive

¹ Si veda anche la distinzione tra *problem solving* e *problem finding* nell'ambito diagnostico (Giani 1989, pp. 239-240).

² O forse riguardano finalità di marketing e comunicazione: si noti che espressioni come "*computer aided diagnosis*" o "*2nd reader tool*" ricorrono spesso nelle brochure pubblicitarie dei produttori di sistemi diagnostici destinate a medici e dirigenti medici per invogliarli all'uso e all'acquisto.

(*theory direct*), nell'ambito dell'*AIM* :

“Bisognerebbe stabilire se l'AIM debba essere considerata una applicazione dell'informatica tesa alla produzione di sistemi che esibiscano comportamenti «abbastanza umani», oppure come una disciplina di base tesa a studiare attraverso la nozione di procedura effettiva il processo mentale sottostante la diagnosi clinica” (Giani, 1989; pg. 357).

E' possibile utilizzare sistemi diagnostici artificiali, non solo per finalità applicative, ma anche come modelli cognitivi del processo diagnostico. Questo punto di vista ampiamente sostenuto in questa dissertazione è oggi trascurato dalle ricerche nell'ambito dell'*AIM*.

III.3 Il Ragionamento Diagnostico

III.3.1 La diagnosi come categorizzazione

Il processo diagnostico di attribuire una patologia o condizione morbosa ad un caso clinico è un processo di categorizzazione che è stato studiato in psicologia cognitiva (Cantor et Al., 1980) (Kihlstrom, McGlynn, 1991) attraverso esperimenti aventi come oggetti di studio dei medici.

Queste ricerche hanno mostrato che la teoria classica della categorizzazione (v. par. I.2) è un modello molto scarso del ragionamento clinico e che i medici diagnosticano in accordo con la *“typicality view”* sui concetti (v. par. I.5), ovvero le categorie diagnostiche nelle scienze mediche sono meglio descritte come gruppi di osservazioni cliniche simili tra di loro.

Le varie teorie della categorizzazione proposte in psicologia cognitiva per spiegare la categorizzazione della mente umana in contesti ordinari, come ad esempio il riconoscimento di una sedia, hanno trovato quindi forti riscontri anche nel modo di ragionare in ambito clinico (*clinical reasoning*).

Infatti, come ha osservato Kihlstrom: *“Diagnosis is an act of*

categorization, and as our understanding of categorization has evolved, our understanding of the diagnostic process has evolved right along with it” (riportato in Benson, 2002).

Questo è in accordo con quanto affermato in apertura di questo capitolo (v. par. III.1.1): il pensiero diagnostico altro non è che un caso particolare, ma di notevole interesse, di una più generale capacità cognitiva umana, la categorizzazione, appunto.

III.3.2 Modelli cognitivi della categorizzazione diagnostica

I sistemi di *machine learning* basati su istanze che abbiamo introdotto come modelli cognitivi della categorizzazione, possono dunque essere applicati in ambito clinico come teorie della diagnosi:

“... un algoritmo diagnostico può essere visto come una teoria o, se si vuole, un modello effettivamente computabile della diagnosi e, poiché quest’ultima è, in definitiva, un processo mentale più o meno complesso, un programma di diagnosi automatica, può essere considerato come la simulazione, attraverso una procedura effettiva, di un processo cognitivo” (Giani, 1989; pg. 19).

Abbiamo già legato i classificatori basati su istanze, (v. par. II.10) con le teorie della categorizzazione. Quindi per proporre questi classificatori come teorie del processo diagnostico resta da legare le teorie della categorizzazione con la pratica diagnostica.

III.3.3 Diagnosi nosologica e diagnosi fisiopatologica

Per far questo dobbiamo chiarire la distinzione tra *diagnosi nosologica* e *diagnosi fisiopatologica*¹ (Sadegh-Zadeh, 2000; pg. 230) (Scandellari, 1981; pp. 55-56) (Gioriello, Moriggi, 2004; pg. 10):

¹ Per una più completa trattazione dei concetti di spiegazione fisiopatologica e spiegazione nosologica si veda (Scandellari, 1981; pp. 55-56).

- La *diagnosi fisiopatologica (Causal diagnosis)* è la prassi diagnostica in cui si procede alla spiegazione delle cause dei fenomeni morbosi riscontrati nel paziente utilizzando le conoscenze di fisiopatologia. La diagnosi è dunque ottenuta legando questa ai dati clinici attraverso la ricostruzione di un nesso causale.
- La *diagnosi nosologica (Nosological diagnosis)*¹ è la prassi diagnostica in cui si presta più attenzione all'insorgenza di complessi sindromici "tipici". La diagnosi è ottenuta analizzando la similarità del singolo caso clinico con i vari *quadri morbosi*, le sindromi, con cui si manifestano le patologie.

La diagnosi causale essendo basata sulla ricostruzione della eziologia, ovvero dei meccanismi soggiacenti l'insorgere della patologia è più legata all'attività di ricerca scientifica in ambito medico che non alla comune prassi diagnostica.

La diagnosi *par excellence* è soprattutto quella di tipo nosologico, infatti questa è effettuata principalmente attraverso il "riconoscere" piuttosto che lo "spiegare": "*in clinica si deve soprattutto riconoscere*" (Murri, 1972; pg. 11, riportato e commentato in Gioriello, Moriggi, 2004; pg. 10) poiché "*l'analisi sperimentale qui [in clinica] è concessa di rado*" (Murri, 1972; pg. 14 riportato e commentato in Gioriello, Moriggi, 2004; pg. 9)².

La diagnosi fisiopatologica si basa, in un certo senso, sulla costruzione di una teoria che spieghi il caso clinico considerato, è dunque una categorizzazione riconducibile principalmente alla *theory-theory* (v. par I.6) mentre la diagnosi nosologica si basa sulla nozione di similarità presentando

¹ In (Sadegh-Zadeh 2000; pg. 230) si introduce anche un terzo tipo di diagnosi detta *abnormality diagnosis* di cui la diagnosi nosologica è un tipo particolare. Tale generalizzazione è in questa sede superflua.

² Augusto Murri (1841 – 1932) fu un famoso medico e filosofo italiano noto come "sommo dei clinici medici" (<http://www.corriereproposte.it/index.php/article/articleview/4005/1/17/>).

aspetti riconducibili sia alla teoria dei prototipi che a quella degli esemplari consentendoci di legarla con la “*Typicality View*” (v. par I.5) come illustriamo nel paragrafo seguente.

III.4 I Concetti in Ambito Clinico e la “*Typicality View*”

III.4.1 Sindromi e prototipi

La *sindrome* è un insieme di caratteristiche clinicamente riconoscibili (segni e sintomi) che spesso tendono ad presentarsi insieme in forma simile e che può essere la manifestazione di una particolare patologia.

Quindi la sindrome può essere considerata, per sua definizione, come un prototipo di un insieme di osservazioni cliniche, una sorta di *quadro morboso* tipico e ricorrente in maniera simile, di una patologia.

La diagnosi basata sul “riconoscimento” di una sindrome, ovvero sulla similarità tra il particolare caso clinico considerato e un quadro morboso sindromico che identifica la patologia, è da considerarsi un tipo di diagnosi in accordo con la teoria dei prototipi (v. par. I.3) (*prototype based*). Questo è il principale metodo usato nella diagnosi nosologica.

III.4.2 Casi clinici ed esemplari

La teoria degli esemplari afferma (v. par. I.4) che, in un certo senso, i concetti non esistano e che esistano solo gli esemplari, *mutatis mutandis* ci si può chiedere in ambito clinico se esistano le patologie (ad esempio rappresentate da sindromi-prototipi) o esistano solo le persone malate.

Questo problema esiste in medicina almeno dal XIX secolo, infatti una famosa massima di Armand Trousseau (1801 – 1867) recita: “*There are no diseases, there are only sick people*” (citato e tradotto in Sadegh-Zadeh, 1999; pg. 100), ed in tempi più recenti, ad inizio del XX secolo, medici come ad esempio Richard Koch hanno affermato che “*Disease is a genuine fiction*”

(citato e tradotto in Sadegh-Zadeh, 1999; pg. 100).

Questo punto di vista sulla natura dei concetti in ambito clinico è sostenuto da alcuni ricercatori anche oggi: “*There is no biomedical theory in which disease appears as a theoretical entity and there are no laws or generalizations linking disease to other important variables*” (Hesslow, 1993; p. 5) (Si veda anche (D’Amico, 1995) (Kendell, 1976) (Reznek, 1987)).

III.4.3 Sindromi vs. casi clinici

La contrapposizione tra prototipi ed esemplari, che abbiamo introdotto nelle ricerche di psicologia cognitiva (v. par. I.5.2) si può formulare in modo analogo anche in ambito medico come la contrapposizione tra sindromi e casi clinici, ovvero tra il supporre l’esistenza delle malattie rappresentate da sindromi e il supporre che esistano solo le persone malate.

Quindi la necessità di una visione più unificante sui concetti (introdotta nel par I.5.3) emerge in modo naturale e forse anche più urgente nel dominio medico, che è affetto da almeno due secoli di diatribe contro i “soli” pochi decenni di diatribe in psicologia cognitiva.

III.4.4 Aspetti nomotetici ed idiografici della diagnosi

La distinzione tra scienza nomotetica ed idiografica risale a W. Windelband che la introdusse per caratterizzare i vari tipi di scienze (Windelband 1894).

Le scienze nomotetiche mirano a costruire leggi astratte generali e universali, mentre le scienze idiografiche studiano i fenomeni unici ed irripetibili. La diagnostica clinica è una disciplina che si colloca in una posizione intermedia presentando un intreccio di aspetti nomotetici ed idiografici (Giaretta, 2004).

Gli aspetti idiografici della medicina sono essenziali e non trascurabili (Federspil, 1980; pg. 198-200) a causa della ineliminabile caratteristica della pratica diagnostica di attenzione verso il *particolare* (Gioriello, Moriggi, 2004;

pg. 10), ovvero verso il singolo caso clinico da diagnosticare; oltre che di attenzione al *generale*, ovvero all'individuazione di sindromi che regolarmente si presentano in una data condizione patologica.

Infatti il solo riconoscimento dei quadri morbosi tipici, le sindromi, nei casi clinici considerati, che rappresenta l'aspetto nomotetico della diagnosi nosologica, non è sufficiente a definire il processo diagnostico nosologico poiché la diagnosi si basa anche sul riconoscimento di singoli casi clinici atipici, che rappresenta l'aspetto idiografico della diagnosi nosologica.

III.5 Algoritmi di Classificazione Basati su Istanze come Teoria della Diagnosi Nosologica

Nel Capitolo II abbiamo introdotto alcuni algoritmi di classificazione basati su istanze come modelli della categorizzazione basata sulla similarità, ovvero modelli in accordo con la “*typicality view*” (v. par. I.5).

Questi sistemi costruiscono rappresentazione delle classi basate su prototipi ed esemplari, e se applicati su *data set* costituiti da osservazioni cliniche, costruiscono delle rappresentazioni delle patologie basate su sindromi e singoli casi clinici.

La domanda, se esistono le sindromi o soltanto le persone malate, appare dunque poco rilevante per comprendere la natura dei concetti in ambito clinico, così come in generale in psicologia è sbagliato chiedersi se esistono i prototipi o soltanto gli esemplari delle categorie (v. par I.5.2).

Infatti il concetto, ovvero la rappresentazione di una data patologia, è costituito, in accordo con la *typicality view* e con i dati sperimentali (v. Capitolo VI), da una combinazione di sindromi prototipiche e di singoli casi clinici atipici.

Abbiamo quindi ricondotto il problema della natura dei concetti clinici e della diagnosi nosologica ad un problema di *knowledge representation* (come

indicato in generale nel par. I.7.3) avendolo considerato come caso particolare del problema della categorizzazione. E' interessante notare che anche al di fuori dall'ambito dell'AIM o dei modelli cognitivi è stato proposto (Calvo et Al., 2003) che il problema della comprensione dei legami tra diagnosi, sindromi e patologia sia fundamentalmente un problema di rappresentazione della conoscenza.

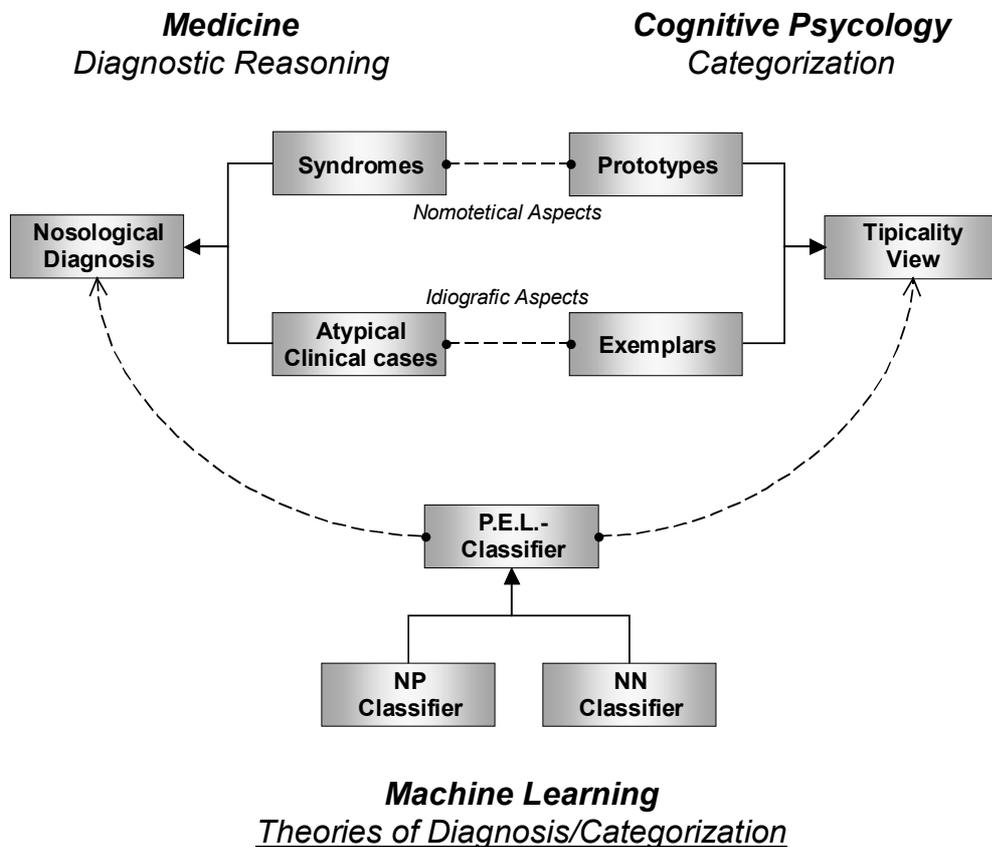


Figura III-1: Legami tra ragionamento diagnostico, teorie della categorizzazione e apprendimento automatico

Il legame tra ragionamento diagnostico, teorie della categorizzazione e

sistemi classificatori illustrato in questo capitolo è riassunto nella precedente figura in cui si legano la diagnosi nosologica, la *typicality view* ed i classificatori basati su istanze.

In accordo col punto di vista di Sadegh-Zadeh sulla logica della diagnosi: *“Medical diagnostics as a human social practice cannot have a logic because human beings and their actions are inherently illogical. However, it may be regulated by algorithms that may guide the diagnostic process, rendering clinical judgment computable”* (Sadegh-Zadeh, 2000; pg. 239), possiamo considerare i classificatori ibridi come il *PEL-C* (v. par II.8.2) come algoritmi diagnostici che spiegano la diagnosi nosologica.

Infatti questi classificatori applicati in ambito medico, come mostriamo sperimentalmente nel Capitolo VI, effettuano delle diagnosi basandosi sia sui prototipi (le sindromi), che sugli esemplari (i singoli casi clinici) essendo dei modelli cognitivi della categorizzazione e sono da considerarsi, quindi, come il raggiungimento di una teoria della diagnosi nosologica, coerente con le teorie cognitive della categorizzazione, capace inoltre di catturarne l'intreccio di aspetti nomotetici ed idiografici.

Capitolo IV Valutazione delle Prestazioni dei Sistemi Classificatori

In questo capitolo, affrontiamo il problema del confronto delle prestazioni tra un sistema di classificazione artificiale e uno naturale, ponendo attenzione al dominio clinico. Illustriamo le procedure di calcolo degli indici di prestazioni di un sistema classificatore ed in particolare di un sistema diagnostico, avendo supposto che esista un classificatore “perfetto” con cui confrontare i risultati, rappresentato da un *esperto* nel dominio considerato. Infine spieghiamo le modalità di realizzazione delle campagne di *test*, le *test suite*, utilizzate per ottenere una stima attendibile delle prestazioni dei sistemi.

IV.1 Il Confronto con l'Esperto

La valutazione delle diagnosi prodotte da un sistema diagnostico artificiale è solitamente basata sul confronto tra le decisioni prese dal sistema artificiale con quelle supposte vere.

L'idea che sottende questo tipo di approccio è che esista uno “standard” con cui confrontare i risultati: “*lo standard aureo è la anatomia patologica o la chirurgica, se disponibile, o la diagnosi dell'esperto*” (Adlassnig citato in Giani, 1989; pg. 361).

D'altra parte è stato ripetutamente osservato che gli esperti anatomopatologi

sono spesso in disaccordo tra loro, tanto che è difficile in molti casi stabilire quali di due o più diagnosi alternative formulate dagli esperti sia quella corretta¹ (Giani, 1989; pp. 361-362) (Ridderikoff, 1987).

Questo pone numerosi problemi, teorici e operativi, su cosa sia la “diagnosi corretta” (Giani, 1989; pg. 363) (Sadegh-Zadeh, 2000) che non affrontiamo in questa sede.

Nel seguito illustreremo ed utilizzeremo, comunque, per la valutazione dei sistemi diagnostici artificiali, il criterio del confronto con l’esperto (le diagnosi contenute nel *training set*) che va inteso più come un modo per analizzare le capacità di apprendimento e generalizzazione della macchina a partire dai dati sperimentali, piuttosto che la sua capacità di ottenere diagnosi assolutamente corrette.

Sottolineiamo che l’impossibilità di ottenere un sistema a prova di errore, una *fail safe machine*², capace di ottenere il *cento per cento* di diagnosi corrette (uno dei possibili sogni degli “adoratori di congegni” (Wiener, 1964)), non mostra dei limiti della macchina, ma piuttosto ne mostra degli aspetti profondamente *umani* in totale e piena analogia con l’incapacità dei medici di giungere sempre a diagnosi corrette, o per lo meno non contraddittorie con quelle di altri.

Questa impossibilità, piuttosto, ci dovrebbe spingere a considerare l’eventualità di applicare le tecniche di valutazione delle prestazioni, che illustriamo nel prossimo paragrafo, anche ai medici umani per ottenere una

¹ E’ stato anche osservato che lo stesso medico compie diagnosi diverse basandosi sulle stesse evidenze cliniche (Giani, 1989; pg. 362).

² Si noti la differenza tra *fail safe*, “*a property of a system in which failure is impossibile*”, e *safe fail*, “*a property of a system which can recover from failure*” (Heylighen et Al., 2000). Il termine *fail safe* è stato divulgato dal noto film “*Fail-Safe*” di Sidney Lumet (1964, USA) con W. Matthau e H. Fonda, distribuito in Italia col titolo “*A prova di errore*”. In questo film un errore di classificazione di un dispositivo del sistema di controllo strategico del Pentagono provoca l’erroneo invio di un ordine di bombardamento nucleare di Mosca da parte di uno squadrone di B-58.

stima della loro accuratezza diagnostica, realizzando una sorta di *benchmarking* incrociato tra sistemi diagnostici naturali e artificiali.

IV.2 L'Accuratezza di un Classificatore (Accuracy)

Il modo più semplice per misurare la *performance* di un classificatore consiste nel calcolare la percentuale di errori (*error rate*) o la percentuale di istanze correttamente classificate (*hit rate* o *accuracy*) rispetto ad un insieme di istanze preclassificate e supposte corrette.

IV.2.1 Descriptive accuracy

Se l'insieme considerato è lo stesso *training set* usato nella fase di apprendimento, allora l'*error rate* è detto *resubstitution error* (Witten, Frank, 2005; pg. 145) (Bezdek et Al., 1998; pg. 67) o *training error*, poiché è calcolato sottoponendo al giudizio del classificatore lo stesso insieme di istanze sulle quali è stato costruito, mentre l'*hit rate* è detto *training accuracy* od anche *descriptive accuracy*. Quest'ultima dizione è qui introdotta in relazione con la "*typicality view*" (v. par I.5) e per sottolineare che questo tipo di indice stima solo le capacità del sistema di descrivere i dati osservati trascurandone le capacità di generalizzazione.

Il *resubstitution error* non è un buon stimatore delle *performance* "reali" del sistema, ma è spesso utile conoscerlo comunque per caratterizzare il *behaviour* del sistema. Ad esempio tra gli algoritmi *instance based* introdotti nei capitoli precedenti alcuni, come il *NNC* e il *T.R.A.C.E.* hanno, per costruzione, *descriptive accuracy* uguale ad 1 o in modo equivalente, *resubstitution error* pari a zero, contrariamente al caso degli altri classificatori introdotti: il *NPC*, il *k-NNC* e il *PEL-C*.

In generale la *descriptive accuracy* sovrastima le *performance* del classificatore proprio perché questo è stato costruito utilizzando gli stessi dati con cui viene valutato. Questo problema verrà affrontato nel successivo

paragrafo IV.4 con l'introduzione delle cosiddette tecniche di validazione incrociata (*cross validation*).

IV.3 Matrice di Confusione e Indici delle Prestazioni

Ora introduciamo i vari indici di prestazioni (Witten, Frank, 2005; pp. 161-176) per i classificatori. A questo scopo, consideriamo un generico insieme di validazione, detto *test set*, costituito da istanze la cui classe “corretta” è nota. Supponiamo di aver classificato le istanze del *test set* usando un classificatore di cui vogliamo valutare le prestazioni. Allora possiamo considerare una tabella del tipo:

$$\begin{array}{c}
 \text{Actual Classes} \\
 \left. \begin{array}{c} C_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ C_q \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{Predicted Classes} \\ \overbrace{\begin{array}{cccc} C_1 & \cdots & \cdots & C_q \end{array}} \\ \left[\begin{array}{cccc} a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1q} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{q1} & \cdots & \cdots & a_{qq} \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}$$

Eq. IV-1: La generica matrice di confusione

dove il generico elemento a_{ij} rappresenta il numero di casi clinici attribuiti alla patologia di indice j dal sistema classificatore ed appartenenti alla patologia di indice i secondo il giudizio dell'esperto, memorizzato nel *test set*.

Tale matrice viene chiamata *matrice di confusione* (*confusion matrix*) e mostra in modo dettagliato il *behaviour* del sistema classificatore: gli elementi sulla diagonale principale indicano le istanze correttamente classificate, mentre gli altri elementi della matrice, se diversi da zero, mostrano gli errori compiuti dal sistema, nell'attribuire i casi clinici di una patologia ad un'altra.

Consideriamo, ad esempio, la seguente matrice di confusione per un classificatore applicato ad un problema con tre classi:

Tabella IV-1: Una possibile matrice di confusione

		Predicted classes		
		A	B	C
Actual Classes	A	73	4	2
	B	2	23	1
	C	1	0	35

se la leggiamo per righe, vediamo che la classe “A” è stata correttamente classificata 73 volte, mentre negli altri 6 casi è stata confusa 4 volte con la classe “B” e 2 volte con la classe “C”; mentre se la leggiamo per colonne vediamo che la classe “A” individuata dal sistema contiene 73 istanze corrette e 3 istanze non corrette, 2 delle quali appartengono in realtà alla classe “B” e 1 alla classe “C”. Analogo discorso vale per le classi “B” e “C”.

IV.3.1 Problemi binari

Un caso di notevole interesse è costituito dalle matrici di confusione 2x2, che corrispondono a problemi di classificazione binari, ampiamente presenti nei problemi diagnostici in cui si vuole discriminare tra caso patologico (*abnormal*), detto *positivo*, e caso non patologico (*normal*), detto *negativo*. In questo caso la matrice di confusione diventa del tipo:

Tabella IV-2: La generica matrice di confusione binaria

		Predicted classes	
		Positive	Negative
Actual Classes	Positive	<i>TP</i> (<i>True Positive</i>)	<i>FN</i> (<i>False Negative</i>)
	Negative	<i>FP</i> (<i>False Positive</i>)	<i>TN</i> (<i>True Negative</i>)

in cui gli elementi a_{ij} seguono l’ovvia nomenclatura indicata in tabella ovvero: *TP* (*True Positive*) e *TN* (*True Negative*) indicano, rispettivamente, il numero di casi clinici classificati correttamente per le classe “positiva” e “negativa”;

FP (*False Positive*) indica il numero di istanze “negative” che sono state erroneamente classificate come “positive” e *FN* (*False Negative*) indica il caso inverso.

E’ possibile quindi definire i seguenti indici di prestazioni (*Performance measures*) per problemi di classificazione binari:

- **Accuratezza** (*Accuracy*, *Hit rate*). La *accuracy* misura la correttezza globale del sistema, è calcolata secondo la seguente formula:

$$Accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

- **Precisione** (*Precision*). La *precision* misura la precisione con cui è stata stimata la classe positiva ovvero la percentuale di istanze classificate come positive che effettivamente lo sono. Formalmente è definita dalla seguente formula:

$$Precision = \frac{TP}{TP + FP}$$

- **Richiamata o Sensibilità** (*Recall* o *Sensitivity*). La *recall* è la misura dell’abilità del sistema di individuare istanze della classe positiva, ovvero è la percentuale di istanze classificate positive tra tutte le istanze realmente positive. In formule si ha:

$$Recall = Sensitivity = \frac{TP}{TP + FN}$$

E’ comunemente chiamata anche *sensibilità* (*sensitivity*), termine che viene ampiamente preferito nell’ambito medico.

La *recall* si può considerare come una sorta di *accuracy* della singola classe.

- **Specificità** (*Specificity*). La *specificity* è la *sensitivity* calcolata per la classe

negativa. E' un indice ampiamente usato nella letteratura medica. In formule si ha:

$$Specificity = \frac{TN}{TN + FP}$$

La *accuracy* è un indice ampiamente usato in tutti gli ambiti applicativi, gli indici di *precision* e *recall* sono molto usati nell'*information retrieval*, mentre la *sensitivity* e la *specificity* sono preferiti nelle applicazioni in ambito clinico.

In tale ambito, infatti, la *sensitivity* è la percentuale di persone che hanno una patologia considerata e sono “positive” al *test* diagnostico, mentre la *specificity* è la percentuale di persone che non hanno la patologia considerata e sono “negative” al *test* diagnostico.

IV.3.2 Problemi multiclasse

Le definizioni degli indici precedenti possono semplicemente essere estese per problemi multiclasse, per i quali la matrice di confusione è di ordine q (v. Eq. IV-1). L'*accuracy* può essere estesa banalmente secondo la seguente formula:

$$Accuracy = \frac{\sum_{i=1}^q a_{ii}}{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q a_{ij}}$$

Eq. IV-2: Definizione di *accuracy* nel caso generale

Gli altri indici introdotti prima sono calcolabili per ogni singola classe considerando questa come classe “positiva” e le altre classi come negative. Ad esempio consideriamo una matrice di confusione con quattro classi e supponiamo di considerare come classe “positiva” la terza, indicata con “C”, allora nella seguente tabella mostriamo come gli elementi di questa matrice di

confusione multiclasse si possono legare a quelli del caso binario e ricondursi quindi al caso precedente.

Tabella IV-3: Legame tra una matrice di confusione multiclasse e quella binaria

			Predicted classes			
			A	B	C	D
			Negative		Positive	Negative
			A	B	TN	TN
Actual Classes	B	Negative	TN	TN	FP	TN
	C	Positive	FN	FN	TP	FN
	D	Negative	TN	TN	FP	TN

In modo più formale, in generale, considerata una generica matrice di confusione di ordine q , e considerata la k -ma classe come classe “positiva”, si ha:

$$\begin{aligned}
 TP_k &= a_{kk} \\
 FP_k &= \sum_{i \neq k}^q a_{ki} \\
 FN_k &= \sum_{i \neq k}^q a_{ik} \\
 TN_k &= \sum_{i \neq k}^q \sum_{j \neq k}^q a_{ij} \\
 TP_k + FP_k + FN_k + TN_k &= \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q a_{ij}
 \end{aligned}$$

Eq. IV-3: Calcolo di TP FP FN TN per problemi multiclasse

da cui è possibile calcolare gli indici di *performance* per la generica classe k -ma in un problema di classificazione non binaria, ovvero:

$$\begin{aligned}
 Precision_k &= \frac{TP_k}{TP_k + FP_k} = \frac{a_{kk}}{\sum_1^q a_{ki}} \\
 Recall_k = Sensitivity_k &= \frac{TP_k}{TP_k + FN_k} = \frac{a_{kk}}{\sum_1^q a_{ik}} \\
 Specificity_k &= \frac{TN_k}{TN_k + FP_k} = \frac{\sum_1^q \sum_{j \neq k} a_{ij}}{\sum_1^q \sum_j a_{ij}}
 \end{aligned}$$

Eq. IV-4: Calcolo degli indici di prestazioni per problemi multiclasse

IV.4 Metodi di Validazione

IV.4.1 “Training-and-testing”

La valutazione delle prestazioni di un sistema, o *testing* del sistema, (Henery, 1994) (Witten, Frank, 2005; Cap. 5; pp. 143-186) tramite il calcolo degli indici introdotti nel paragrafo precedente, avviene considerando un insieme di istanze preclassificate che viene detto *test set*.

Questo insieme è solitamente diverso dal *training set* e quindi non viene utilizzato dal classificatore durante la fase di apprendimento delle classi. Il *test set* viene usato dal classificatore nella successiva fase di *testing* per stimare le effettive prestazioni del sistema “in esercizio” (*up-and-running*), quando deve classificare nuove osservazioni senza il beneficio di averle già osservate.

Una tipica procedura consiste nel dividere l’insieme dei dati originario, il *data set*, in due sottoinsiemi: uno costituisce il *training set* utilizzato per la fase di addestramento e l’altro viene utilizzato come *test set* per la successiva fase di

valutazione delle *performance*. Questa separazione dei dati tra la fase di *training* e quella di *testing* consente di non sovrastimare le prestazioni del classificatore.

Solitamente il *test set* costituisce una percentuale non superiore al 30% del *data set* originario.

Questo metodo di valutazione delle prestazioni dei classificatori è detto “*one-shot train-and-test*” (Henery, 1994; pg. 108) o anche “*holdout procedure*” (Witten, Frank, 2005; pg. 146).

La stima delle prestazioni così ottenute non è molto significativa, infatti questo metodo è utilizzato principalmente per costruire un singolo caso di *test*, un *test case*, all’interno di una *test suite* più grande costruita con i criteri che illustriamo nei paragrafi seguenti.

IV.4.2 La cross validation

La *cross-validation* (Henery, 1994; pg. 108) (Witten, Frank, 2005; pp. 149 e seg.) consiste nel dividere in modo casuale l’insieme delle istanze preclassificate in k sottoinsiemi. Ogni sottoinsieme viene utilizzato come *test set* mentre i rimanenti $(k-1)$ sottoinsiemi formano il *training set*.

Così facendo si ottengono k casi di *test* di tipo “*one shot*” come nel caso precedente; considerati tutti insieme questi k *test case* formano una *test suite*.

In questo modo si stimano le prestazioni del sistema sull’intero *data set* utilizzando come *training set* l’intero *data set*, senza però dare al sistema, di volta in volta, la possibilità di osservare nella fase di *training* le istanze che dovrà classificare nella fase di *test*.

Ripetere il *testing* consente di calcolare gli indici di *performance* in modo statisticamente più significativo, la *cross-validation* è in fatti il metodo “*hold out*” visto prima reiterato. Un tipico valore di k è 10, nel qual caso si parla di *10-fold cross-validation*.

Per ridurre la variabilità nel calcolo degli indici, questa procedura può essere reiterata più volte, ottenendo partizioni del *data set* diverse. Di solito si ripete il processo 10 volte ottenendo la tecnica nota come *10 time 10 cross fold validation*.

Osserviamo che il numero di *test case* non dipende dalla dimensione del *data set* considerato, ad esempio la *10 time 10 cross fold validation* produce *test suite* composte sempre da 100 *test case*.

In alcuni casi si preferisce effettuare, inoltre, la ripartizione del *data set* in k sottoinsiemi usando tecniche di *campionamento stratificato*, ovvero i k campioni riproducono al loro interno le frequenze sperimentali delle vari classi.

IV.4.3 Il metodo “leave-one-out”

Il metodo “*leave-one-out*” (Lachenbruch, Mickey, 1968) (Henery, 1994; pg. 108) (Witten, Frank, 2005; pg. 151) è un particolare tipo di *k-fold cross-validation* nel quale si fissa k uguale al numero di istanze contenute nel *data set*.

Ogni *test case* è ottenuto considerando come *test set* una sola istanza del *data set* e come *training set* l'intero *data set* privato di quella istanza. Supposto che il *data set* considerato abbia n istanze, allora la *test suite* sarà composta da n *test case*.

Questa procedura ha almeno due vantaggi. Primo il *testing* avviene su ogni singola istanza possibile fornendo al sistema il massimo dell'esperienza disponibile, evitando al contempo di calcolare il *resubstitution error* (v. par. IV.2) che porterebbe ad una sovrastima delle *performance*. Secondo, la costruzione dei singoli *test case* è deterministica, quindi non è necessaria iterarla più volte né è necessario considerare tecniche di stratificazione dei campioni di *test*¹.

¹ In qualche raro caso questo può essere uno svantaggio (v. Witten, Frank, 2005; pp. 151-

Questa tecnica è però computazionalmente molto costosa poiché l'intera procedura di apprendimento deve essere eseguita tante volte quante sono le istanze del *data set* ed è quindi non applicabile per grandi insiemi di dati.

Questa è la procedura di *cross validation* da noi adottata per la stima delle prestazioni dei classificatori basati su istanze.

Capitolo V Quattro Problemi Diagnostici

In questo capitolo illustriamo i domini applicativi presi in considerazione per il confronto tra i vari sistemi classificatori introdotti nel Capitolo II, descriviamo le principali caratteristiche dei *data set* relativi ai problemi diagnostici formulati in questi domini e illustriamo le normalizzazioni e il tipo di metriche utilizzate con questi *data set*.

V.1 I Problemi Diagnostici Considerati

Abbiamo preso in considerazione quattro domini applicativi di tipo biomedico. Il primo è il problema della classificazione di tre tipi della pianta Iris basato sul noto *data set* introdotto da Fisher nel 1936 (Fisher, 1936). Gli altri tre domini sono di tipo clinico e sono costituiti da problemi diagnostici in ambito dermatologico, diabetologico e cardiaco.

I rispettivi insiemi di osservazioni, *data set*, sono disponibili *on line* nel *Machine Learning Repository* dell'*University of California at Irvine* (Asuncion, Newman, 2007).

Il problema della classificazione dell'Iris è stato scelto perché è probabilmente il *data set* più utilizzato per il confronto tra gli algoritmi di classificazione. Gli altri tre sono stati scelti per il loro interesse applicativo e perché coprono diverse tipologie dei problemi di classificazione. Infatti il

problema di dermatologia è multiclasse, ad alta dimensionalità e con attributi nominali, quello diabetologico è invece un problema binario con valori continui e infine quello cardiaco è un problema binario ad alta dimensionalità con attributi numerici. Inoltre questi tre *data set* sono quelli più recenti presenti del *repository* dell’*UCI* su applicazioni di tipo medico.

Le loro principali caratteristiche sono riportate, in forma sintetica, nella seguente tabella.

Tabella V-1: Principali caratteristiche dei *data set* usati negli esperimenti

Applicative Field	Data Set Label (<i>UCI</i>)	First Publication	#Classes	#Items ¹	#Attributes	Missing Data
<i>Biology</i>	‘Iris’	1936	3	150	4 Numerical	0
<i>Dermatology</i>	‘Dermatology’	1998	6	366 (358)	34 (32 linear valued nominal; 1 numerical; 1 boolean)	8 Items
<i>Diabetology</i>	‘Pima-Indians-Diabetes’	1988 (2001) ²	2	768 (392)	8 Numerical	376 (non-documented)
<i>Cardiology</i>	‘SPECTF’	2001	2	267	44 Numerical	0

Illustriamo ora questi quattro problemi diagnostici, rimandando all’Appendice A per una descrizione maggiormente dettagliata dei *data set*.

V.1.1 Un problema biologico (‘*Iris*’)

La classificazione di tre tipi diversi di Iris è stato proposto la prima volta da Fisher come problema di classificazione (Fisher, 1936). Da allora è ampiamente usato per scopi didattici in molti manuali di *machine learning* (e.g. Witten, Frank, 2005) e per il confronto tra diversi algoritmi di classificazione.

¹ Tra parentesi è indicato il numero di *item* del *data set* senza gli *item* con dati mancanti.

² Nel 2001 è stata proposta una nuova versione del *data set* (v. par. V.1.3).

E' forse il più noto problema di classificazione che si può trovare nella letteratura del *machine learning*.

Il *data set* contiene 3 classi, ognuna è un tipo diverso della pianta dell'Iris (v. la tabella seguente). Ogni classe è composta da 50 istanze. Gli attributi di ogni osservazione sono la lunghezza e la larghezza del petalo e del sepal. Il problema diagnostico consiste nel determinare la classe di appartenenza in base agli attributi.

Tabella V-2: Classi contenute nel *data set* 'Iris' e relativa distribuzione statistica

Class Id.	Class	# Instances	Perc. (%)
1	Iris Setosa	50	33.3%
2	Iris Versicolour	50	33.3%
3	Iris Virginica	50	33.3%
	Tot.	150	

La versione del *data set* da noi considerata è quella proposta da Bezdek (Bezdek et Al., 1999) che ha eliminato alcuni errori di trascrizione che si erano accumulati negli anni ripristinando i dati originari, così come raccolti da Fisher.

V.1.2 Un problema dermatologico ('Dermatology')

La diagnosi differenziale delle patologie eritemo-squamose è un difficile problema in dermatologia poiché tutte queste malattie condividono i segni clinici dell'eritema e della desquamazione con poche differenze tra di loro. Queste malattie sono frequentemente riscontrate nei pazienti dei reparti di dermatologia e a prima vista appaiono molto simili.

Abbiamo considerato il problema diagnostico proposto da Güvenir e altri (v. Guvenir, et Al., 1998) e successivamente affrontato anche in altri lavori (e.g. (Guvenir, et Al., 2000) e (Ubeyli, Guler, 2005)). Questo problema consiste nella diagnosi differenziale tra sei patologie eritemo-squamose che riportiamo nella seguente tabella.

Tabella V-3: Classi contenute nel data set ‘Dermatology’ e relativa distribuzione statistica

Class Id.	Class	# Instances	Perc (%)
1	Psoriasis	111	31.01
2	Seboreic dermatitis	60	16.76
3	Lichen planus	71	19.83
4	Pityriasis rosea	48	13.41
5	Cronic dermatitis	48	13.41
6	Pityriasis rubra pilaris	20	5.57
	Tot.	358	

Il data set considerato è composto da 358 osservazioni cliniche, ognuna composta da 34 attributi, 12 dei quali clinici e 22 istopatologici. Ogni attributo tranne l’anamnesi familiare e l’età è espresso da un valore intero compreso tra 0 e 3, dove 0 significa che l’attributo è non presente e 3 significa che è presente al massimo grado, 1 e 2 denotano una condizione intermedia. L’anamnesi familiare è un attributo booleano che vale 1 se la stessa patologia è stata osservata anche nei membri della famiglia, 0 altrimenti. L’età è espressa da un intero.

V.1.3 Un problema diabetologico (‘Pima-Indians-Diabetes’)

Il diabete è una patologia molto diffusa che può avere anche gravi complicazioni. La diagnosi automatica del diabete è quindi un problema con grosse applicazioni (Breault et Al. 2002): dalla riduzione delle complicazioni (cecità, insufficienza renale, etc.) grazie ad una precoce e corretta diagnosi, alla riduzione dei costi.

Il particolare problema diagnostico considerato, affrontato per la prima volta in (Smith et Al., 1988), si basa su un insieme di osservazioni raccolte dal *National Institute of Diabetes and Digestive and Kidney Diseases* degli Stati Uniti d’America su un particolare gruppo etnico di indiani d’america: tutti i soggetti sono donne indiane di età maggiore di 21 anni ed abitano vicino la città di Phoenix in Arizona (USA).

Il data set utilizzato contiene 392 osservazioni cliniche ognuna con 8

attributi numerici come la concentrazione plasmatica di glucosio dopo 2 ore dal *test* orale di tolleranza al glucosio, la pressione sanguigna diastolica, l'età e altri dati clinici. Il problema di classificazione è di tipo binario e consiste nel diagnosticare il diabete mellito o meno, sulla base di questi attributi.

Tabella V-4: Classi contenute nel *data set* 'Pima-Indians-Diabetes' e relativa distribuzione statistica

Class Id. (UCI)	Class Id. (new)	Class	# Instances	Perc. (%)
0	1	Negative	262	66.8
1	2	Positive	130	33.2
		Tot	392	

Nella sua prima formulazione (Smith et Al., 1988) questo *data set* era composto da 768 osservazioni, ma di queste ben 376 erano prive di validità sperimentale come hanno osservato sia (Breault, 2001) che (Pearson, 2006) poiché per diversi attributi si era indicato il valore *zero* in sostituzione della mancata osservazione sperimentale. La quasi totalità dei lavori presenti in letteratura usano la versione con dati mancanti trattandoli come dati corretti. Su questo problema ed in generale sui dati "*inlier*" si veda (DesJardins, 2001) e (Pearson, 2006; pg. 90).

V.1.4 Un problema cardiologico ('SPECTF')

Uno dei problemi di *diagnostica per immagini* nell'ambito delle tecniche di cardiologia nucleare (Bax et Al., 2005) che può utilmente usare tecniche di Intelligenza Artificiale (Sacha et Al., 2002) (Khorsand et Al., 2007) è quello dell'analisi delle immagini ottenute tramite la *Single Proton Emission Computed Tomography (SPECT)*.

Il *data set* considerato è stato proposto da Kurgan (Kurgan et Al., 2001) ed è basato su 267 insiemi di immagini per ogni paziente ottenute tramite *SPECT*. Queste immagini sono state processate da un algoritmo di analisi di immagini (Kurgan et Al., 2001) per estrarre degli attributi numerici che riassumano le

immagini originali, ottenendo dei vettori di 44 attributi numerici per ogni paziente.

Ogni paziente è poi stato classificato nelle due categorie: normale o anormale (v. tabella successiva).

Tabella V-5: Classi contenute nel data set ‘SPECTF’ e relativa distribuzione statistica

Class Id. (UCI)	Class Id. (new)	Class	# Instances	Perc. (%)
0	1	Positive (<i>Normal</i>)	55	20.6
1	2	Negative (<i>Abnormal</i>)	212	79.4
		Tot	267	

Si noti che gli autori del *data set* hanno indicato come classe *positiva* quella dei casi clinici normali e come classe *negativa* quella dei casi clinici anormali o patologici. Nel calcolo della matrice di confusione e dei parametri di validazione (sensitività, specificità ed altri), che mostreremo nel capitolo seguente, abbiamo invece seguito la tipica convenzione clinica di considerare come *positiva* la classe *abnormal* (*Class id* = 2).

V.2 Calcolo delle Distanze e dei Prototipi

La distanza (v. par. II.5.1) usata per i *data set* le cui istanze hanno attributi dimensionalmente omogenei è quella euclidea (v. Eq. II-11), negli altri casi si è usata la distanza *Manhattan* (v. Eq. II-10).

Il calcolo della distanza, per tutti i *data set* considerati, è stato normalizzato (v. par. II.5.1.1) rispetto al *range* (v. Eq. II-15) presentato da ciascun attributo nel rispettivo *data set*.

Si è calcolato il prototipo di un insieme di istanze come la loro media (v. par. II.6.1.1), calcolata attributo per attributo, tranne che per il *data set* ‘*Dermatology*’, per il quale si è usato la mediana, poiché questo presenta quasi esclusivamente attributi di tipo nominale.

Le precedenti scelte sono riassunte nella seguente tabella.

Tabella V-6: Metriche e normalizzazioni usate per i *data set* considerati

Applicative Field	Data Set Label (UCI)	Distance	Normalization	Prototype Type
<i>Biology</i>	'Iris'	Euclidean (L_2)	Range	Mean
<i>Dermatology</i>	'Dermatology'	Manhattan (L_1)	Range	Median
<i>Diabetology</i>	'Pima-Indians-Diabetes'	Manhattan (L_1)	Range	Mean
<i>Cardiology</i>	'SPECTF'	Euclidean (L_2)	Range	Mean

Capitolo VI Risultati Sperimentali e Osservazioni

In questo capitolo illustriamo i risultati sperimentali ottenuti applicando i vari classificatori basati su istanze, sui problemi diagnostici presentati nel capitolo precedente. Prima riportiamo in forma sintetica i risultati ottenuti dai singoli classificatori, quindi ne confrontiamo le prestazioni e il tipo di rappresentazioni ottenute per le categorie apprese. Per aumentare la leggibilità dei risultati sperimentali qui presentati, alcuni dettagli, come ad esempio le matrici di confusione, sono riportati nelle appendici.

VI.1 Introduzione

Abbiamo eseguito diverse *test suite* sui *data set* relativi ai problemi diagnostici presentati nel capitolo precedente, per i sistemi classificatori presi in considerazione (*NPC*, *NNC*, *k-NNC*, *T.R.A.C.E.*, *PEL-C*). Ogni *test suite* è stata preparata usando come *cross validation* la tecnica del *leave-one-out* (v. par. IV.4.3).

Per il *k-NNC* e per il *PEL-C* sono stati eseguiti dei *run* costituiti da più *test suite* variando, rispettivamente, il parametro *k* o la condizione di arresto dell'algoritmo di apprendimento.

Nei successivi paragrafi riportiamo, per ogni classificatore utilizzato, per

ogni *test suite* e per ogni *data set*, diversi indici delle prestazioni ottenute che sono stati calcolati nei seguenti modi:

- Il valore della accuratezza predittiva (indicata con ‘*Accuracy (test set)*’ o ‘*Predictive accuracy*’) è calcolato usando i *test set* ottenuti tramite la procedura del *leave-one-out*, quindi è calcolata considerando le classificazioni effettuate dal sistema in esame sull'intero intero *data set*, dove per ciascuna istanza il sistema è stato addestrato considerando l'intero *data set* meno quell'istanza.
- Il valore della accuratezza predittiva (indicata con ‘*Accuracy (training set)*’ o ‘*Descriptive accuracy*’) è calcolato come media dell'*accuracy* ottenuta sui *training set* costruiti tramite la procedura del *leave-one-out*.
- Il numero di istanze rappresentative (indicato con ‘*# Representative items*’) è la cardinalità della *concepts description* usata dal sistema classificatore in esame.
- I valori di precisione, sensibilità e specificità (indicati rispettivamente con ‘*Precision*’, ‘*Sensitivity o Recall*’ e ‘*Specificity (clinical)*’) sono calcolati come valori medi (media aritmetica) dei rispettivi valori calcolati per ciascuna singola classe per i problemi classificatori multiclasse, ovvero per i *data set* ‘*Iris*’ e ‘*Dermatology*’. Mentre sono calcolati rispetto la classe indicata come “positiva” per i problemi binari, ovvero per i *data set* ‘*Pima-Indians-Diabetes*’ (*id class = 2*) e ‘*SPECTF*’ (*id class = 2*).
- I valori di cardinalità e rappresentatività (indicati con ‘*Cardinality*’, ‘*Percentage of representativeness*’ e ‘*Mean percentage of Representativeness*’) si riferiscono alla rappresentatività delle singole istanze che fanno parte della rappresentazione delle classi ottenuta dal sistema classificatore sotto esame. La ‘*Cardinality*’ è il numero di istanze che sono state classificate, in base alla regola del primo vicino,

usando una data istanza rappresentativa. La ‘*Percentage of representativeness*’ è la cardinalità divisa il numero di istanze che il sistema ha classificato in una data categoria. Ad esempio, una istanza rappresentativa è un prototipo *puro* se rappresenta tutte le istanze della sua classe avendo ‘*Mean percentage of Representativeness*’ pari al 100%, mentre una istanza rappresentativa è un puro esemplare se rappresenta solo se stessa avendo ‘*Cardinality*’ pari ad 1. La ‘*Mean percentage of Representativeness*’ è la media della ‘*Percentage of representativeness*’ di tutte le istanze rappresentative che appartengono alla *concepts description* usata dal sistema classificatore.

Sono anche state calcolate le matrici di confusione, con i relativi indici di prestazione per ogni singola classe appresa e memorizzate le *concepts description*, che per brevità vengono riportate in appendice, ad eccezione delle *concepts description* ottenute dal *PEL-C* che vengono presentate in chiusura di questo capitolo.

VI.2 Risultati Sperimentali del NPC

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute dal NPC, per ogni *test suite* effettuata su ciascun *data set* considerato, valutate con la tecnica del *leave-one-out*.

Tabella VI-1: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il NPC

Data Set Label (UCI)	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	# repr items	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
‘Iris’	0.92667	0.93333	3	0.92677	0.92667	0.96333
‘Dermatology’	0.93575	0.93575	6	0.93069	0.93705	0.98746
‘Pima-Indians-Diabetes’	0.7449	0.75	2	0.61194	0.63077	0.80153
‘SPECTF’	0.68165	0.68165	2	1	0.59906	1

L’insieme delle istanze rappresentative, la *concepts description*, e le matrici di confusione ottenute dall’NPC su ogni *data set* sono riportati nell’Appendice

C.

VI.3 Risultati Sperimentali del NNC e del k-NNC

Per il *k-NNC* si è scelto come criterio di classificazione il voto a maggioranza tra i *k* esemplari considerati, scegliendo la classe dell'istanza rappresentativa più vicina in caso di pareggio (v. par. II.5.3).

Per ogni *data set* è stato effettuato un *run* composto da 12 *test suite*, variando *k* tra 1 e 12. Ciascuna *test suite* è costruita con la tecnica del *leave-one-out*.

Nella seguente tabella riportiamo i risultati ottenuti per l'*accuracy* in modo da poter considerare per ciascun *data set* il classificatore con la migliore *performance* al variare di *k*.

Tabella VI-2: *Accuracy* ottenuta al variare di *k* per ogni *data set* per il *k-NNC*

Iris		Dermatology		Pima-indians-diabetes		SPECTF	
k nearest items	Accuracy (test set)	k nearest items	Accuracy (test set)	k nearest items	Accuracy (test set)	k nearest items	Accuracy (test set)
1	0.9533	1	0.9609	1	0.6913	1	0.6929
2	0.9533	2	0.9609	2	0.6913	2	0.6929
3	0.9533	3	0.9665	3	0.7423	3	0.7041
4	0.9533	4	0.9693	4	0.7455	4	0.7154
5	0.9533	5	0.9693	5	0.7551	5	0.7266
6	0.9600	6	0.9665	6	0.7398	6	0.7491
7	0.9667	7	0.9721	7	0.7628	7	0.7566
8	0.9600	8	0.9721	8	0.7551	8	0.7379
9	0.9533	9	0.97765	9	0.7679	9	0.7603
10	0.9467	10	0.9721	10	0.7653	10	0.7416
11	0.9467	11	0.9721	11	0.7628	11	0.7491
12	0.9533	12	0.9637	12	0.7653	12	0.7528

In grassetto sono indicati i risultati del *NNC* (ovvero per $k = 1$) ed i migliori risultati, per ciascun *data set* al variare di *k*.

I dati contenuti nella precedente tabella sono mostrati nei seguenti grafici.

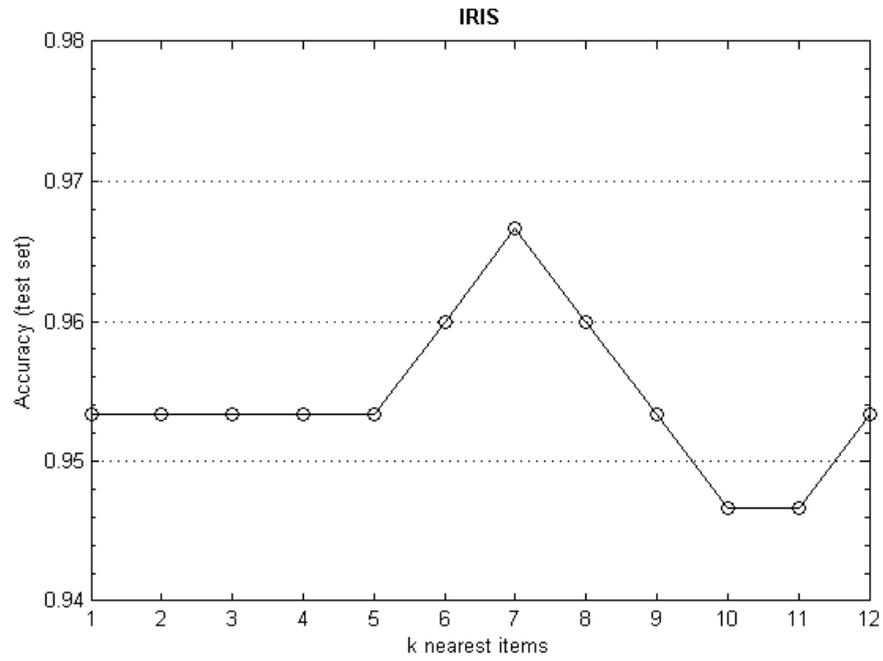


Figura VI-1: Accuracy del k -NNC al variare di k sul data set 'Iris'

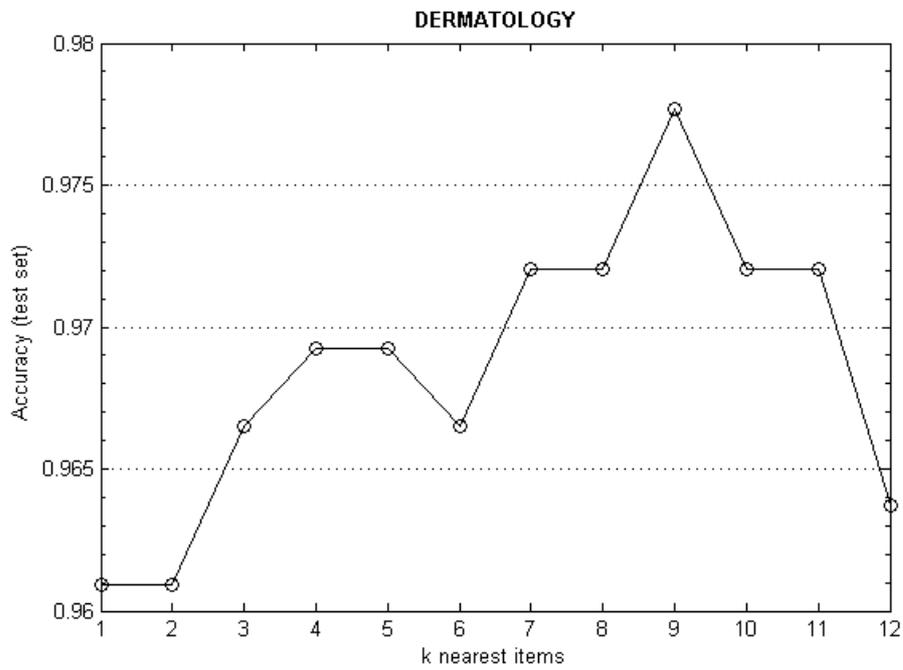


Figura VI-2: Accuracy del k -NNC al variare di k sul data set 'Dermatology'

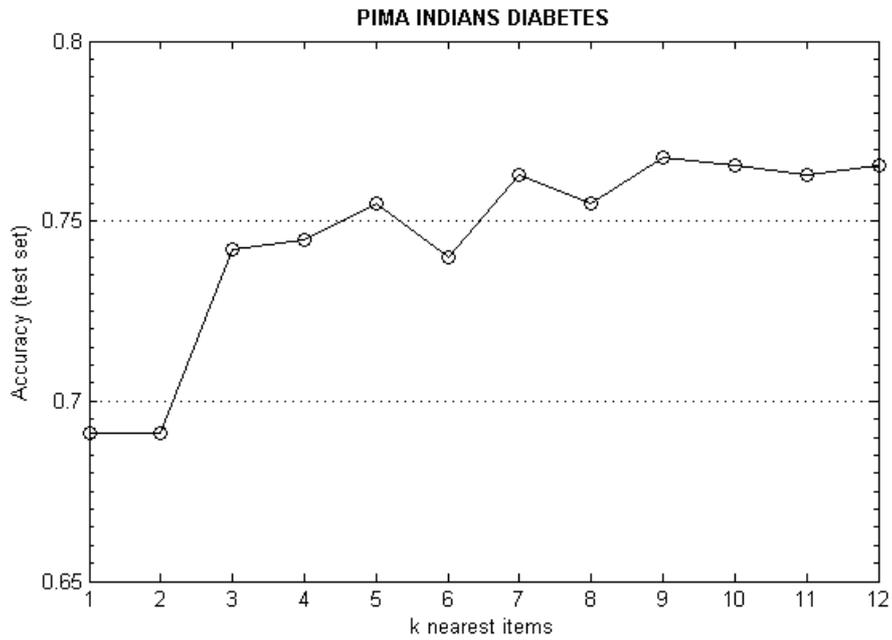


Figura VI-3: Accuracy del k -NNC al variare di k sul data set ‘Pima-Indians-Diabetes’

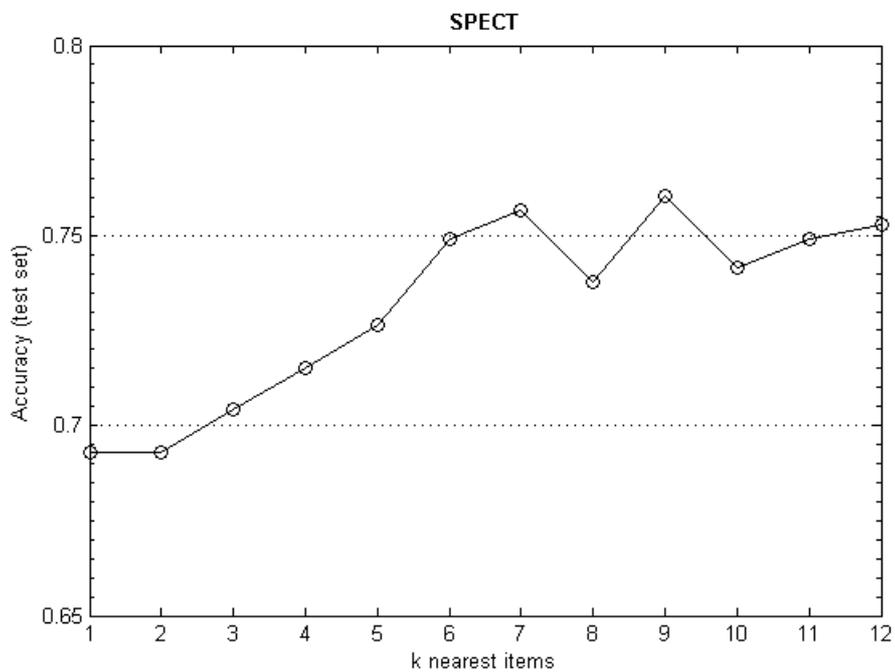


Figura VI-4: Accuracy del k -NNC al variare di k sul data set ‘SPECTF’

VI.3.1 Prestazioni del NNC

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute dal NNC, per ogni *test suite* effettuata su ciascun *data set* considerato, valutate con la tecnica del *leave-one-out*.

Tabella VI-3: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il NNC ($k=1$)

Data Set Label (UCI)	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	# repr items	mean percentage of representativeness	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	0.9533	1	149	2.01	0.9535	0.9533	0.9767
'Dermatology'	0.9609	1	357	1.68	0.9563	0.9602	0.9923
'Pima-Indians-Diabetes'	0.6913	1	391	0.51	0.5398	0.4692	0.8015
'SPECTF'	0.6929	1	266	0.75	0.8250	0.7783	0.3636

Non riportiamo l'insieme delle istanze rappresentative, le *concepts description*, poiché coincidono, per costruzione, con l'intero *training set*.

VI.3.2 Prestazioni del k -NNC con k ottimizzato

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute dal k -NNC per ogni *test suite* effettuata, avendo fissato il k con la migliore *accuracy* (v. Tabella VI-2, più sopra), su ciascun *data set* considerato e valutate con la tecnica del *leave-one-out*.

Tabella VI-4: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il *k-NNC* con *k* ottimizzato

Data Set Label (UCI)	k nearest items	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	# representative items	mean percentage of representativeness	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	7	0.9667	0.9667	149	2.01	0.9676	0.9667	0.9833
'Dermatology'	9	0.9776	0.9776	357	1.68	0.9752	0.9784	0.9957
'Pima-Indians-Diabetes'	9	0.7679	0.8112	391	0.51	0.7097	0.5077	0.8969
'SPECTF'	9	0.7603	0.8277	266	0.75	0.8304	0.8774	0.3091

Non riportiamo l'insieme delle istanze rappresentative, la *concepts description*, poiché coincidono, per costruzione, con l'intero *data set*.

Le matrici di confusione, ed altri dettagli, sono riportati nell'Appendice D.

VI.4 Risultati Sperimentali del T.R.A.C.E. e del PEL-C

Per ogni *data set* è stato effettuato un *run* composto da più *test suite* variando il criterio di arresto dell'algoritmo di apprendimento (v. par. II.8.2 e Algoritmo II-1) in modo da determinare le prestazioni sia del *PEL-C* che del *T.R.A.C.E.* (ricordiamo che il *PEL-C* è una generalizzazione del *T.R.A.C.E.*).

Le prestazioni del *PEL-C* sono ottenute, per costruzione, in corrispondenza del massimo della *predictive accuracy* calcolata con una *test suite* ottenuta con il metodo del *leave-one-out*, mentre quelle del *T.R.A.C.E.* sono ottenute al raggiungimento di *accuracy* uguale ad 1 sul *training set*.

Tutte le *test suite* di ogni *run* sono costruite con la tecnica del *leave one out* applicata a ciascun *data set*.

VI.4.1 Data set: 'Iris'

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute, per il *data set* 'Iris' al variare della condizione di arresto

dell'algoritmo di apprendimento.

Tabella VI-5: Sintesi delle *test suite* effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul *data set* 'Iris'

# learning iteraz. on training set (Stop Criteria)	# representative items	mean percentage of representativeness	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
1	3	100.00	0.9267	0.9351	0.9268	0.9267	0.9633
2	4	75.00	0.9400	0.9518	0.9428	0.9400	0.9700
3	5	60.00	0.9067	0.9211	0.9167	0.9067	0.9533
4	6	50.00	0.9533	0.9784	0.9534	0.9533	0.9767
5	7	42.86	0.9667	0.9701	0.9668	0.9667	0.9833
6	8	37.50	0.9667	0.9738	0.9668	0.9667	0.9833
7	9	33.33	0.9533	0.9800	0.9544	0.9533	0.9767
8	10	30.00	0.9533	0.9850	0.9544	0.9533	0.9767
9	11	27.27	0.9533	0.9867	0.9534	0.9533	0.9767
10	11.99	25.00	0.9200	0.9919	0.9200	0.9200	0.9600
11	12.94	23.08	0.9200	0.9886	0.9200	0.9200	0.9600
12	13.87	21.43	0.9333	0.9941	0.9333	0.9333	0.9667
13	14.75	20.00	0.9333	1.0000	0.9333	0.9333	0.9667

In grassetto sono indicati i risultati del *PEL-C* e quelli del *T.R.A.C.E.*. Il *PEL-C* corrisponde al massimo dell'*accuracy* sul *test set*, ottenuta dopo 5 iterazioni e con un numero di istanze rappresentative pari a 7, mentre il *T.R.A.C.E.* corrisponde all'ultima riga in cui l'algoritmo di apprendimento converge con un numero di istanze rappresentative pari mediamente a circa 15.

La dinamica dell'*accuracy* ottenuta sia sul *test set* che sul *training set*, al variare della condizione di arresto dell'algoritmo di *learning*, è illustrata nel seguente grafico.

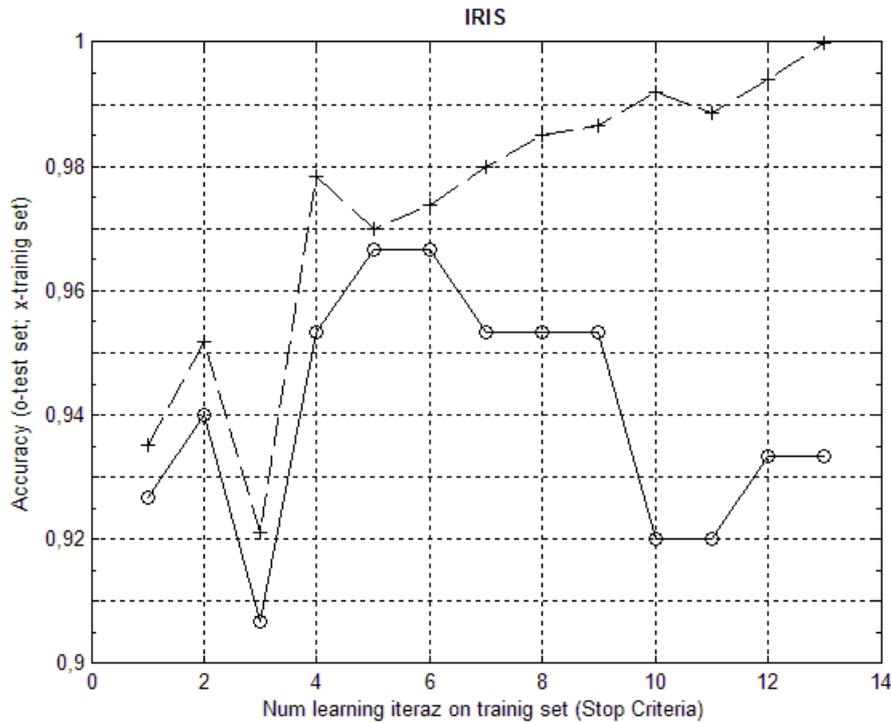


Figura VI-5: Accuracy al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il data set 'Iris'

Osserviamo che il massimo della *predictive accuracy* (calcolata sui *test set*) non coincide con il massimo della *descriptive accuracy* (calcolata sui *training set*), ed è raggiunta dopo solo 5 iterazioni di apprendimento, contro le 13 necessarie per ottenere il massimo della *descriptive accuracy*.

VI.4.2 Data set: 'Dermatology'

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute, per il *data set* 'dermatology', al variare della condizione di arresto dell'algoritmo di apprendimento.

Tabella VI-6: Sintesi delle *test suite* effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul *data set* 'Dermatology'

# learning iteraz. on trainig set (Stop Criteria)	# representative items	mean percentage of representativeness	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
1	6	100.00	0.9358	0.9358	0.9307	0.9370	0.9875
2	7	85.71	0.9441	0.9468	0.9392	0.9416	0.9890
3	8	75.00	0.9385	0.9496	0.9346	0.9386	0.9878
4	9	66.67	0.9469	0.9551	0.9430	0.9456	0.9895
5	10	60.00	0.9469	0.9607	0.9450	0.9428	0.9894
6	11	54.55	0.9469	0.9713	0.9438	0.9446	0.9894
7	12	50.00	0.9497	0.9744	0.9472	0.9474	0.9900
8	13	46.15	0.9497	0.9773	0.9469	0.9481	0.9900
9	14	42.86	0.9497	0.9800	0.9469	0.9481	0.9900
10	15	40.00	0.9525	0.9826	0.9504	0.9502	0.9905
11	16	37.50	0.9525	0.9852	0.9504	0.9502	0.9905
12	17	35.29	0.9525	0.9878	0.9504	0.9502	0.9905
13	18	33.33	0.9525	0.9882	0.9511	0.9495	0.9905
14	19	31.58	0.9385	0.9778	0.9350	0.9368	0.9879
15	20	30.00	0.9413	0.9798	0.9371	0.9383	0.9885
19	23.96	25.00	0.9413	0.9906	0.9364	0.9315	0.9885
23	27.79	21.43	0.9497	0.9889	0.9461	0.9494	0.9901
27	31.46	18.75	0.9469	0.9957	0.9435	0.9440	0.9896
31	33.08	17.65	0.9441	1	0.9414	0.9425	0.9890

In grassetto sono indicati i risultati del *PEL-C* e quelli del *T.R.A.C.E.*. Il *PEL-C* corrisponde al massimo dell'*accuracy* sul *test set*, ottenuta dopo 10 iterazioni e con un numero di istanze rappresentative pari a 15, mentre il *T.R.A.C.E.* corrisponde all'ultima riga in cui l'algoritmo di apprendimento converge con un numero di istanze rappresentative pari mediamente a circa 33.

La dinamica dell'*accuracy* ottenuta sia sul *test set* che sul *training set*, al variare della condizione di arresto dell'algoritmo di *learning*, è illustrata nel seguente grafico.

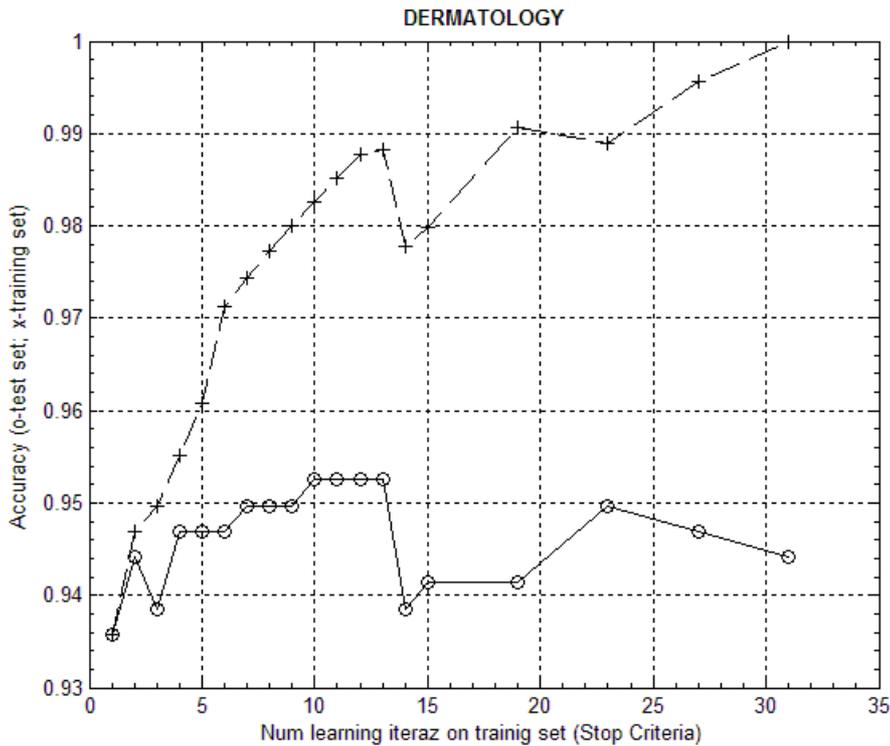


Figura VI-6: Accuracy al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il data set ‘Dermatology’

Osserviamo che il massimo della *predictive accuracy* (calcolata sui *test set*) non coincide con il massimo della *descriptive accuracy* (calcolata sui *training set*), ed è raggiunta dopo solo 10 iterazioni di apprendimento, contro le 31 necessarie per ottenere il massimo della *descriptive accuracy*.

VI.4.3 Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute, per il data set ‘Pima-Indians-Diabetes’, al variare della condizione di arresto dell’algoritmo di apprendimento.

Tabella VI-7: Sintesi delle *test suite* effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul *data set* 'Pima-Indians-Diabetes'

# learning iteraz. on training set (Stop Criteria)	# representative items	mean percentage of representativeness	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
1	2	100.00	0.7449	0.7501	0.6119	0.6308	0.8015
2	3	66.67	0.7474	0.7524	0.6667	0.4769	0.8817
3	4	50.00	0.7372	0.7515	0.6452	0.4615	0.8740
4	5	40.00	0.7296	0.7522	0.5822	0.6538	0.7672
5	6	33.33	0.7423	0.7529	0.5948	0.7000	0.7634
6	7	28.57	0.7679	0.7756	0.6639	0.6077	0.8473
7	8	25.00	0.7296	0.7706	0.5822	0.6538	0.7672
8	9	22.22	0.7347	0.7656	0.5878	0.6692	0.7672
9	10	20.00	0.7372	0.7649	0.5931	0.6615	0.7748
10	11	18.18	0.7347	0.7675	0.5903	0.6538	0.7748
11	12	16.67	0.7321	0.7683	0.5874	0.6462	0.7748
12	13	15.38	0.7270	0.7630	0.5762	0.6692	0.7557
13	14	14.29	0.7168	0.7583	0.5646	0.6385	0.7557
15	16	12.50	0.7194	0.7645	0.5781	0.5692	0.7939
20	21	9.52	0.6990	0.7824	0.5492	0.5154	0.7901
32	33	6.06	0.7168	0.8340	0.5704	0.5923	0.7786
44	45	4.44	0.6709	0.8275	0.5033	0.5923	0.7099
56	57	3.51	0.6582	0.8494	0.4863	0.5462	0.7137
68	69	2.90	0.6786	0.8866	0.5147	0.5385	0.7481
80	81	2.47	0.6837	0.9158	0.5227	0.5308	0.7595
92	93	2.15	0.6658	0.9379	0.4966	0.5692	0.7137
104	105	1.90	0.6480	0.9603	0.4744	0.5692	0.6870
116	117	1.71	0.6735	0.9764	0.5064	0.6077	0.7061
128	128.11	1.57	0.6735	0.9942	0.5065	0.6000	0.7099
140	131.94	1.57	0.6811	1	0.5163	0.6077	0.7176

In grassetto sono indicati i risultati del *PEL-C* e quelli del *T.R.A.C.E.*. Il *PEL-C* corrisponde al massimo dell'*accuracy* sul *test set*, ottenuta dopo 6 iterazioni e con un numero di istanze rappresentative pari a 7, mentre il *T.R.A.C.E.* corrisponde all'ultima riga in cui l'algoritmo di apprendimento converge con un numero di istanze rappresentative pari mediamente a circa

132.

La dinamica dell'*accuracy* ottenuta sia sul *test set* che sul *training set*, al variare della condizione di arresto dell'algoritmo di *learning*, è illustrata nel seguente grafico.

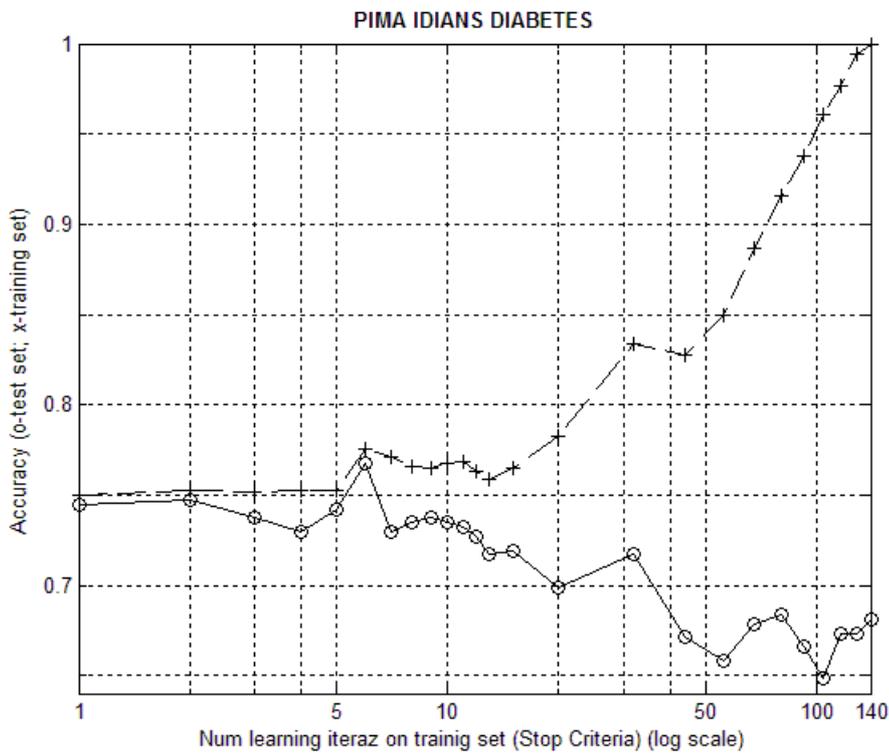


Figura VI-7: Accuracy al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il data set 'Pima-Indians-Diabetes'

Osserviamo che il massimo della *predictive accuracy* (calcolata sui *test set*) non coincide con il massimo della *descriptive accuracy* (calcolata sui *training set*), ed è raggiunta dopo solo 6 iterazioni di apprendimento, contro le 140 necessarie per ottenere il massimo della *descriptive accuracy* (Il grafico precedente è infatti su scala logaritmica per l'asse delle ascisse).

VI.4.4 Data set: 'SPECT'

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute, per il *data set* 'SPECT', al variare della condizione di arresto dell'algoritmo di apprendimento.

Tabella VI-8: Sintesi delle *test suite* effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul *data set* 'SPECT'

# learning iteraz. on training set (Stop Criteria)	# representative items	mean percentage of representativeness	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
1	2	100.00	0.6816	0.6816	1.0000	0.5991	1.0000
2	3	66.67	0.7416	0.7526	0.9441	0.7170	0.8364
3	4	50.00	0.7640	0.7902	0.9209	0.7689	0.7455
4	5	40.00	0.7603	0.7852	0.9205	0.7642	0.7455
5	6	33.33	0.7678	0.7948	0.9167	0.7783	0.7273
6	7	28.57	0.7790	0.8058	0.9135	0.7972	0.7091
7	8	25.00	0.7753	0.8052	0.9043	0.8019	0.6727
8	9	22.22	0.7790	0.8074	0.9048	0.8066	0.6727
9	10	20.00	0.7828	0.8187	0.9010	0.8160	0.6545
10	11	18.18	0.7903	0.8160	0.8939	0.8349	0.6182
11	12	16.67	0.7790	0.8266	0.8844	0.8302	0.5818
12	13	15.38	0.7753	0.8304	0.8838	0.8255	0.5818
13	14	14.29	0.7715	0.8225	0.8832	0.8208	0.5818
15	16	12.50	0.7640	0.8227	0.8821	0.8113	0.5818
19	20	10.00	0.7678	0.8348	0.8788	0.8208	0.5636
25	26	7.69	0.7116	0.8356	0.8571	0.7642	0.5091
31	32	6.25	0.7004	0.8684	0.8402	0.7689	0.4364
37	38	5.26	0.6891	0.8926	0.8308	0.7642	0.4000
43	44	4.55	0.6966	0.9119	0.8429	0.7594	0.4545
49	50	4.00	0.7154	0.9341	0.8579	0.7689	0.5091
55	56	3.57	0.7154	0.9548	0.8542	0.7736	0.4909
61	61.98	3.23	0.7228	0.9707	0.8520	0.7877	0.4727
67	67.79	2.94	0.7004	0.9855	0.8333	0.7783	0.4000
73	72.38	2.94	0.7079	1	0.8350	0.7877	0.4000

In grassetto sono indicati i risultati del *PEL-C* e quelli del *T.R.A.C.E.*. Il *PEL-C* corrisponde al massimo dell'*accuracy* sul *test set*, ottenuta dopo 10 iterazioni e con un numero di istanze rappresentative pari a 11, mentre il *T.R.A.C.E.* corrisponde all'ultima riga in cui l'algoritmo di apprendimento converge con un numero di istanze rappresentative pari mediamente a circa 72.

La dinamica dell'*accuracy* ottenuta sia sul *test set* che sul *training set*, al variare della condizione di arresto dell'algoritmo di *learning*, è illustrata nel seguente grafico.

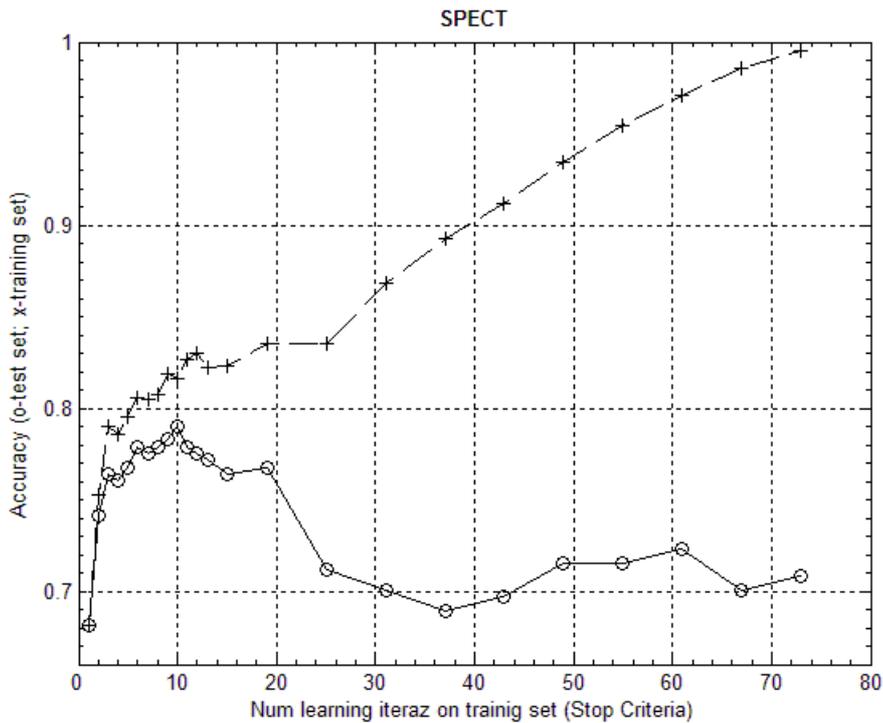


Figura VI-8: Accuracy al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il data set 'SPECT'

Osserviamo che il massimo della *predictive accuracy* (calcolata sui *test set*) non coincide con il massimo della *descriptive accuracy* (calcolata sui *training set*), ed è raggiunta dopo solo 10 iterazioni di apprendimento, contro le 73

necessarie per ottenere il massimo della *descriptive accuracy*.

VI.4.5 Prestazioni del T.R.A.C.E.

Dai precedenti insiemi di *test suite* effettuati possiamo dunque estrarre i dati sul comportamento sia del T.R.A.C.E. che del PEL-C su tutti i *data set* considerati.

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute dal T.R.A.C.E. e il numero di istanze rappresentative presenti nella *concepts description*.

Tabella VI-9: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il T.R.A.C.E. sui *data set* considerati

Data Set Label (UCI)	# representative items	mean percentage of representativeness	Accuracy (test set)	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	14.75	20.01	0.9333	0.9333	0.9333	0.9667
'Dermatology'	33.08	17.65	0.9441	0.9414	0.9425	0.9890
'Pima-Indians-Diabetes'	131.94	1.57	0.6811	0.5163	0.6077	0.7176
'SPECTF'	72.38	2.94	0.7079	0.8350	0.7877	0.4000

I dettagli sulle *concepts description* e le matrici di confusione per le classificazione effettuate dal T.R.A.C.E. su ciascun *data set* sono riportate nell'Appendice E.

VI.4.6 Prestazioni del PEL-C

Nella seguente tabella riportiamo i principali indici delle prestazioni ottenute dal PEL-C, su tutti i *data set* considerati ed il numero di istanze rappresentative presenti nella *concepts description*.

Tabella VI-10: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il *PEL-C* sui *data set* considerati

Data Set Label (UCI)	# representative items	mean percentage of representativeness	Accuracy (test set)	Accuracy (training set)	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	7	42.86	0.9667	0.9701	0.9668	0.9667	0.9833
'Dermatology'	15	40.00	0.9525	0.9826	0.9504	0.9502	0.9905
'Pima-Indians-Diabetes'	7	28.57	0.7679	0.7756	0.6639	0.6077	0.8473
'SPECTF'	11	18.18	0.7903	0.8160	0.8939	0.8349	0.6182

Le *concepts description* sono riportate ed analizzate nel successivo paragrafo VI.6, mentre i dettagli sulle matrici di confusione per le classificazioni effettuate dal *PEL-C* su ciascun *data set* sono riportate nell'Appendice F .

VI.5 Confronto tra i Sistemi Classificatori

Confrontiamo i vari classificatori in termini dell'accuratezza di classificazione e, soprattutto per l'interesse dal punto di vista della plausibilità cognitiva, in base al tipo di istanze utilizzate nella rappresentazione delle categorie, ovvero al numero ed al tipo di istanze rappresentative utilizzate.

VI.5.1 Confronto tra le prestazioni

Nella seguente tabella confrontiamo al variare del classificatore utilizzato, l'*accuracy* calcolata sul *test set* e la cardinalità della *concepts description* (il numero di istanze rappresentative).

Tabella VI-11: Confronto tra le prestazioni dei differenti sistemi classificatori

	Prototypes Based		Hybrid				Exemplars Based			
	NPC		PEL-C		T.R.A.C.E.		NNC		k-NNC	
Data Set Label (UCI)	Accuracy (test set)	# repr items								
'Iris'	0.927	3	0.967	7	0.933	15	0.953	149	0.967	149
'Dermatology'	0.936	6	0.953	15	0.944	33	0.961	357	0.978	357
'Pima-Indians-Diabetes'	0.745	2	0.768	7	0.681	132	0.691	391	0.768	391
'SPECTF'	0.682	2	0.790	11	0.708	72	0.693	266	0.760	266

Le migliori prestazioni sono indicate in grassetto. Osserviamo che il *PEL-C* ottiene la miglior prestazione di classificazione in tre casi su quattro ed in due di questi ottiene la stessa *accuracy* del *k-NNC* (con il *k* ottimizzato in modo da avere il massimo della *performance*), ma il *PEL-C* utilizza un numero di istanze rappresentative che è un ordine di grandezza inferiore a quello del *k-NNC* (ad esempio per il *data set* 'Iris' il *PEL-C* utilizza solo 7 istanze rappresentative contro le 149 del *k-NNC*). Questo rappresenta una forte "economia cognitiva" a parità di *performance*.

Il *PEL-C* ottiene sempre prestazioni superiori rispetto al *T.R.A.C.E.*, poiché quest'ultimo massimizzando l'accuratezza descrittiva tende ad una sorta di *overfitting* che degrada le prestazioni del sistema.

Come abbiamo visto nei paragrafi precedenti, il massimo della *predictive accuracy* non coincide con il massimo della *descriptive accuracy*, che viene raggiunta con un numero di iterazioni decisamente maggiore. Ciò mostra, come anticipato nel paragrafo II.8, che il *behaviour* del *T.R.A.C.E.* è caratterizzato da *overfitting* dovuto alla massimizzazione della accuratezza descrittiva che provoca un degrado delle prestazioni predittive, un incremento delle iterazioni di apprendimento e, di conseguenza, anche un aumento del numero delle

istanze rappresentative.

Il *T.R.A.C.E.* ha cardinalità delle *concepts description* sempre molto minore di quella del *k-NNC* a discapito dell'*accuracy* che è confrontabile con quella del *NNC*, ma comunque il *PEL-C* ottiene *concepts description* più compatte e *performance* superiori al *T.R.A.C.E.*.

Il *NPC* ha per costruzione le *concepts description* con cardinalità inferiore agli altri algoritmi, ma *performance* decisamente scarse ottenendo in tre casi su quattro la peggiore *accuracy*.

Questi risultati sono mostrati in forma grafica nelle seguenti due figure. Nella prima mostriamo l'*accuracy* al variare del classificatore utilizzato e del *data set* considerato, mentre nella seconda la cardinalità della *concepts description*.

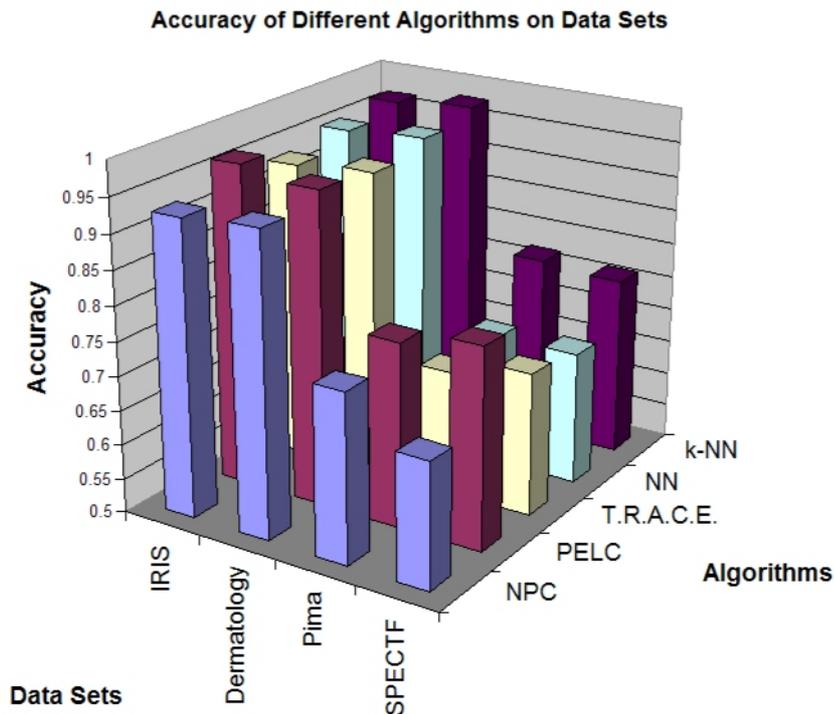


Figura VI-9: *Accuracy* ottenuta dai vari classificatori basati su istanze per diversi problemi diagnostici

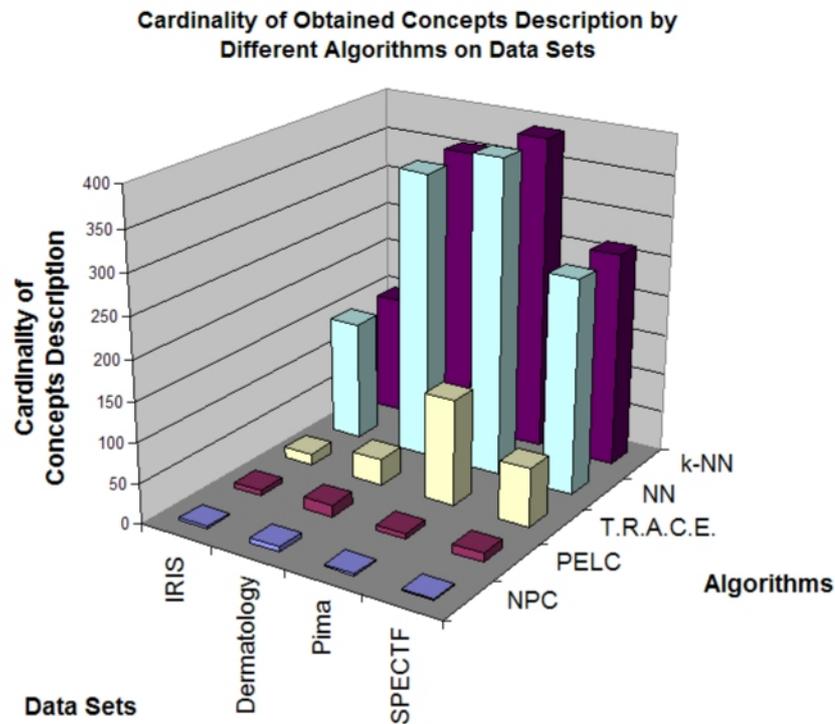


Figura VI-10: Cardinalità della *concepts description* ottenuta dai vari classificatori basati su istanze per diversi problemi diagnostici

VI.5.2 Confronto sul tipo di rappresentazione dei concetti

Nella seguente tabella confrontiamo al variare del classificatore utilizzato, la cardinalità della *concepts description* (il numero di istanze rappresentative), il numero di prototipi ed esemplari presenti nelle istanze rappresentative e, infine, la percentuale media di rappresentatività, all'interno della propria classe, che hanno tutte le istanze rappresentative.

Questi dati si riferiscono a *concepts description* costruite da ciascun classificatore usando l'intero *data set* a disposizione, ovvero senza tecniche di *cross validation*, ma usando, per il *PEL-C* ed il *k-NNC* i parametri determinati nella precedente fase di *cross validation* ovvero, rispettivamente, il numero di iterazioni di apprendimento ed il parametro *k*.

Tabella VI-12: Confronto tra le *concepts description* ottenute dai differenti sistemi classificatori¹

	<i>Prototypes Based</i>				Hybrid				Exemplars Based							
	NPC				PEL-C				T.R.A.C.E.				NNC & k-NNC			
Data Set Label (UCI)	# repr items	# pure prototypes	# pure exemplars	mean percentage of representativeness	# repr items	# pure prototypes	# pure exemplars	mean percentage of representativeness	# repr items	# pure prototypes	# pure exemplars	mean percentage of representativeness	# repr items	# pure prototypes	# pure exemplars	mean percentage of representativeness
'Iris'	3	3	0	100	7	1	1	42.86	14.8	1	3	20.00	150	0	148	2.01
'Dermatology'	6	6	0	100	15	2	2	40.00	33.1	0	9	17.65	358	0	358	1.68
'Pima-Indians-Diabetes'	2	2	0	100	7	0	1	28.57	131.9	0	51	1.57	392	0	392	0.51
'SPECTF'	2	2	0	100	11	1	5	18.18	72.4	0	44	2.94	267	0	267	0.75

Per costruzione il *NPC* ed il *k-NNC* costruiscono sempre delle *concepts description* basate interamente su prototipi o su esemplari, rispettivamente.

Il *T.R.A.C.E.* costruisce delle *concepts description* con molti esemplari e con istanze rappresentative mediamente poco astratte, infatti la percentuale media di rappresentatività varia da un minimo del 1.5% ad un massimo del 20%.

Il *PEL-C* costruisce delle *concepts description* ibride basate sia su prototipi che su pochi esemplari avendo una percentuale media di rappresentatività che oscilla tra il 20% e il 40%.

Ad esempio per il *data set* 'Iris', il *PEL-C* costruisce una *concepts description* composta da 7 istanze, di cui 1 è un prototipo puro, 1 è un esemplare e 5 sono istanze rappresentative con un'astrazione intermedia tra questi due estremi, avendo in media una rappresentatività di circa il 40%.

Il *T.R.A.C.E.* trova rappresentazioni delle categorie più sintetiche di quelle

¹ Per i dati riguardanti il *PEL-C* sul *data set* 'SPECTF' si è considerato come prototipo puro anche un prototipo che classifica l'intera sua classe a meno di esemplari (v. par VI.6.4).

del *k-NNC*, ma che sono comunque basate molto sugli esemplari e poco astratte, a discapito delle prestazioni.

Il *PEL-C*, invece, ottiene rappresentazioni più sintetiche sia del *k-NNC* che del *T.R.A.C.E.* senza un degrado delle *performance* rispetto al *k-NNC* e, anzi con un incremento rispetto al *T.R.A.C.E.* (v. par. prec.).

L'utilizzo di rappresentazioni ibride prototipi-esemplari per le categorie si basa o emerge dalla necessità di massimizzare la capacità di generalizzazione, utilizzando al contempo rappresentazioni basate su istanze e questo sia per i sistemi classificatori artificiali come qui mostrato, che per quelli naturali come indicato nel par. I.5 sulla *typicality view*.

Queste rappresentazioni delle categorie di tipo ibrido, ottenute dal *PEL-C* in modo “spontaneo” massimizzando l'accuratezza predittiva, sono mostrate nel seguente paragrafo.

VI.6 Rappresentazioni delle Categorie ottenute dal PEL-C

Mostriamo ora in dettaglio le *concepts description* trovate dal *PEL-C* per i vari problemi diagnostici considerati, quelle degli altri classificatori sono riportate per completezza nelle appendici.

Per ogni singola istanza rappresentativa indichiamo la cardinalità e la percentuale relativa di rappresentatività intraclassa, ovvero, rispettivamente, quante istanze del *data set* vengono classificate usando quella istanza rappresentativa e che percentuale esse siano della propria classe.

VI.6.1 Data set: 'Iris'

Nella successiva tabella mostriamo, in dettaglio, la *concepts description* trovata dal *PEL-C* per il *data set* 'Iris'.

Tabella VI-13: Concepts description calcolata dal PEL-C e relativa rappresentatività per il data set ‘Iris’

Concepts Description					Cardinality	Relative percentage
Feat 1	Feat 2	Feat 3	Feat 4	Class		
50.06	34.28	14.62	2.46	1	50	100.00
62.11	30	45.15	14.30	2	27	52.94
54.89	25.16	38	11.47	2	19	37.25
62	24.25	47.25	14.75	2	5	9.80
70	31.59	58.74	21.74	3	27	55.10
61.59	27.68	52.05	18.59	3	21	42.86
49	25	45	17	3	1	2.04

Osserviamo che il tipo di istanze rappresentative varia da un prototipo puro (la prima riga) ad un esemplare (ultima riga), mentre i concetti variano da una classe interamente basata su un prototipo (la “1”) ad una classe basata su un coro di prototipi più un esemplare (la “3”).

VI.6.2 Data set: ‘Dermatology’

Nella successiva tabella mostriamo, in dettaglio, la *concepts description* trovata dal PEL-C per il data set 'Dermatology'.

Tabella VI-14: Concepts description calcolata dal PEL-C e relativa rappresentatività per il data set ‘Dermatology’

Concepts Description		Class	Cardinality	Relative percentage
Features (1 – 34)				
2;2;2;0.5;0;0;0;0;2;2;0;0;0;1;0;0;2;1;2;2;2;2;1;1;0;2;0;0;0;0;2;0;39.5		1	90	81.08
3;2;2;1;0;0;0;0;0;0;0;0;2;0;0;2;0;1;1;2;1;1;0;0;0;0;0;0;0;2;0;38		1	21	18.92
2;2;1;2;0;0;0;0;0;0;0;0;1;0;2;2;0;1;0;0;0;0;0;0;0;2;0;0;2;0;32		2	34	54.84
2;2;2;1;0;0;0;0;0;0;0;0;0;2.5;2;0;0;0;0;0;0;0;0;2.5;0;0;0;2;0;45		2	12	19.35
2;2;1;0;0;0;0;0;0;0;0;0;1;1;0;2;1;0;1;0;0;0;0;0;0;2;0;0;1;0;37.5		2	10	16.13
2;3;2;1;0;0;0;0;0;0;0;0;2;0;0;2;3;0;2;0;1;0;0;0;0;0;2;0;0;0;1;0;37		2	5	8.06
3;2;2;0;0;0;0;0;0;0;0;0;2;0;2;2;1;2;0;2;1;2;0;0;0;3;0;0;0;2;0;51		2	1	1.61
2;2;2;2;1;2;0;2;0;0;0;2;0;0;0;2;2;0;1;0;0;0;0;0;2;0;2;1;2;0;0;2;3;40		3	70	98.59
2;1;1;3;2;2;0;2;0;0;0;0;0;0;2;3;0;2;0;0;0;0;3;0;2;0;2;2;0;0;3;2;27		3	1	1.41
2;2;2;0;1;0;0;0;0;0;0;0;0;0;2;2;0;1;0;0;0;0;0;0;0;2;0;0;0;2;0;35		4	26	56.52
1;1;1;0;1;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;1;1;0;1;0;0;0;0;0;0;2;0;0;0;2;0;31		4	10	21.74
2;1;0;2;2;0;0;0;0;0;0;0;0;0;2;1;0;1;0;0;0;0;0;0;0;2;0;0;0;2;0;19.5		4	8	17.39
3;2;1.5;0.5;0;0;0;0;0;0;0;0;0.5;0;0;3;2;1;0.5;0;0;0;0;0;1;0;1.5;0;0;0;2;0;30		4	2	4.35
1.5;1;1;2;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;2;1;2;0;0;0;2;0;0;0;0;0;0;0;0;2;0;35.5		5	48	100.00
2;2;1;0;0;0;2;0;2;0;0.5;0;0;0;0;1.5;2;1;1;0;0;0;0;0;0;0;1;0;2;2;0;9.5		6	20	100.00

Osserviamo che il tipo di istanze rappresentative varia da prototipi puri (ultima e penultima istanza rappresentativa) fino a esemplari (ultime istanze della classe “2” e “3”), mentre i concetti variano da classi interamente rappresentate da un prototipo (la “5” e la “6”) a classi basate su un coro di prototipi più un esemplare (come la classe “2”).

VI.6.3 Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’

Nella successiva tabella mostriamo, in dettaglio, la *concepts description* trovata dal *PEL-C* per il *data set* ‘Pima-Indians-Diabetes’.

Tabella VI-15: *Concepts description* calcolata dal *PEL-C* e relativa rappresentatività per il *data set* ‘Pima-Indians-Diabetes’

Concepts Description									Cardinality	Relative percentage
Feat 1	Feat 2	Feat 3	Feat 4	Feat 5	Feat 6	Feat 7	Feat 8	Class		
2	105.37	64.75	20.74	104.83	27.93	0.465	24.77	1	147	52.88
1.45	116.69	74	37.87	169.28	38.92	0.471	26.61	1	80	28.78
7.43	120.79	74.43	30.36	136.88	31.93	0.454	43.64	1	50	17.99
4	197	70	39	744	36.7	2.329	31	1	1	0.36
2.26	136.86	71.76	31.96	169.70	35.59	0.597	30.29	2	59	51.75
8.60	154.21	77.57	32.45	245.83	34.79	0.583	46.77	2	43	37.72
0.71	175.14	75.71	47.29	348.43	44.47	1.224	24.57	2	12	10.53

Osserviamo che il tipo di istanze rappresentative varia da prototipi “mediamente” astratti (che rappresentano poco più del 50% della propria classe) fino ad un esemplare (ultima istanza della classe “1”), mentre i concetti variano da una classe basata su un coro di prototipi (la “2”) ad una classe basata su un coro di prototipi più un esemplare (la “1”).

VI.6.4 Data set: ‘SPECTF’

Nella successiva tabella mostriamo, in dettaglio, la *concepts description* trovata dal *PEL-C* per il *data set* ‘SPECTF’.

Tabella VI-16: Concepts description calcolata dal PEL-C e relativa rappresentatività per il data set ‘SPECTF’

Concepts Description			
Features (1 – 44)	Class	Cardinality	Relative percentage
67.81; 68.37; 70.54; 72.65; 67.31; 69.31; 72.21; 72.75; 64.96; 65.88; 70.92; 72.08; 69.21; 71.29; 65.83; 65.04; 69.19; 68.96; 67.96; 67.87; 75.08; 75.31; 70.33; 71.42; 64.88; 64.77; 64.52; 65.12; 67.33; 68.37; 72.83; 74.83; 63.31; 64.17; 66.27; 66.79; 66.60; 67.21; 72.23; 72.27; 70.29; 70.00; 60.65; 59.42	1	61	93.85
56; 56; 63; 66; 76; 76; 68; 73; 62; 54; 65; 62; 70; 65; 74; 72; 65; 64; 64; 53; 64; 56; 63; 61; 73; 64; 66; 60; 66; 74; 76; 75; 65; 61; 71; 73; 60; 53; 61; 73; 67; 68; 59; 56	1	2	3.08
58; 63; 80; 71; 76; 70; 70; 71; 64; 63; 74; 78; 77; 75; 62; 61; 62; 56; 71; 52; 82; 71; 84; 85; 71; 71; 57; 47; 42; 39; 70; 70; 50; 70; 50; 46; 58; 60; 76; 73; 82; 77; 65; 66	1	1	1.54
68; 64; 74; 80; 76; 72; 78; 75; 67; 64; 75; 80; 78; 77; 66; 64; 67; 67; 70; 60; 78; 82; 70; 68; 63; 60; 64; 60; 54; 56; 70; 73; 59; 65; 55; 58; 50; 51; 73; 70; 69; 65; 42; 41	1	1	1.54
67.59; 67.97; 68.69; 70.49; 64.92; 65.08; 71.51; 72.05; 66.61; 65.92; 71.75; 72.65; 68.62; 68.13; 62.55; 61.51; 69.38; 68.77; 68.49; 67.18; 75.83; 74.06; 69.17; 68.77; 59.49; 56.70; 63.82; 61.39; 63.73; 63.06; 72.52; 72.76; 62.18; 62.83; 65.68; 65.26; 69.20; 68.60; 69.77; 67.18; 67.02; 64.03; 56.58; 55.13	2	80	39.60
68.13; 67.89; 69.58; 69.80; 63.02; 60.98; 70.24; 69.89; 63.62; 63.84; 70.78; 71.40; 63.89; 64.24; 56.40; 54.73; 67.38; 67.40; 64.18; 64.93; 72.27; 70.93; 61.84; 59.24; 48.73; 44.69; 64.76; 63.80; 60.31; 58.76; 69.33; 68.80; 58.16; 57.51; 64.38; 63.62; 65.91; 66.47; 61.47; 59.62; 51.00; 47.49; 40.36; 36.47	2	45	22.28
64.40; 58.12; 69.29; 66.48; 70.33; 68.05; 71.33; 69.38; 62.31; 57.93; 70.40; 66.57; 71.67; 70.14; 69.21; 67.83; 69.40; 68.26; 67.69; 63.17; 74.40; 71.12; 72.19; 70.64; 69.29; 68.79; 66.81; 63.50; 66.71; 64.40; 72.10; 69.60; 61.24; 60.29; 66.88; 65.86; 61.64; 57.88; 70.52; 66.67; 71.40; 70.17; 58.93; 58.76	2	45	22.28
62.74; 59.95; 65.05; 61.95; 50.00; 43.37; 66.95; 56.47; 56.37; 54.11; 65.58; 62.74; 51.11; 53.74; 42.21; 34.79; 61.47; 60.21; 59.21; 56.16; 70.26; 65.58; 54.05; 53.58; 30.21; 26.63; 56.05; 54.16; 47.53; 42.16; 63.53; 58.58; 55.63; 53.84; 55.47; 46.37; 61.16; 58.05; 51.21; 50.79; 27.37; 23.74; 25.21; 19.00	2	19	9.41
51.00; 46.00; 58.27; 58.18; 60.18; 58.36; 48.18; 49.36; 40.55; 37.91; 61.00; 60.82; 66.36; 65.91; 53.45; 51.00; 39.64; 36.73; 56.36; 55.45; 68.18; 69.36; 65.27; 67.09; 51.91; 51.91; 47.27; 49.45; 26.27; 24.64; 63.73; 69.64; 61.18; 64.45; 40.18; 31.91; 48.55; 43.18; 26.45; 26.45; 55.00; 58.82; 52.00; 48.36	2	11	5.45
77; 63; 68; 70; 66; 70; 80; 79; 60; 57; 75; 68; 63; 66; 63; 69; 69; 70; 36; 34; 48; 47; 72; 77; 62; 66; 62; 62; 57; 69; 73; 75; 62; 63; 69; 71; 56; 53; 74; 76; 72; 73; 64; 63	2	1	0.50
76; 69; 78; 73; 68; 67; 75; 70; 77; 70; 79; 73; 79; 75; 74; 71; 76; 68; 81; 79; 77; 78; 75; 76; 66; 76; 65; 67; 67; 57; 68; 75; 50; 62; 62; 59; 47; 49; 75; 65; 74; 70; 51; 48	2	1	0.50

Osserviamo che il tipo di istanze rappresentative varia da un prototipo molto astratto (quasi il 94% per la prima istanza della classe “1”) ad alcuni esemplari (ad esempio le ultime due istanze), mentre i concetti variano da una classe quasi interamente rappresentate da un prototipo e da alcuni esemplari (la “1”),

ad una classe basata su un coro di prototipi più due esemplari (la “2”).

VI.7 Osservazioni

Sia il *T.R.A.C.E.* che il *PEL-C* sono sistemi di classificazione ibrida prototipi-esemplari che abbiamo proposto in questo lavoro come modelli del “fenomeno” della tipicità nella categorizzazione (v par. I.5), poiché possono riprodurre, come casi particolari, la categorizzazione basata su prototipi e quella basata sugli esemplari.

I risultati sperimentali hanno mostrato che il *T.R.A.C.E.* è un modello maggiormente orientato verso la teoria degli esemplari, in accordo con la sua forte sensibilità ai dati a discapito dell’astrazione e generalizzazione, infatti il *T.R.A.C.E.* trascura gli aspetti predittivi della categorizzazione a vantaggio di quelli descrittivi. Gli aspetti predittivi sono però non trascurabili né dal punto di vista cognitivo (v. par. I.6 e I.7.2), né dal punto di vista tecnologico (il *behaviour* del *T.R.A.C.E.* è infatti caratterizzato da un *overfitting* che conduce ad un degrado delle prestazioni).

Il *PEL-C*, massimizzando invece la capacità di generalizzazione dei concetti appresi, include, sia pur parzialmente, aspetti della *theory-theory* e del “*knowledge approach*” (v. par. I.6) e si può considerare un modello più completo della categorizzazione basata sulla tipicità.

Sperimentalmente il *PEL-C* costruisce rappresentazioni delle categorie con un minor numero di istanze rappresentative, quindi più sintetiche del *T.R.A.C.E.* e con una maggiore presenza dei prototipi; ciò mette in luce un legame tra il “*knowledge approach*” e la tipicità dei concetti: un maggiore capacità di generalizzazione (accuratezza predittiva) comporta una rappresentazione delle categorie maggiormente basata sull’astrazione dei prototipi, mentre una maggiore accuratezza descrittiva, ottenibile a discapito delle capacità di generalizzazione, causa una rappresentazione maggiormente

orientata verso la memorizzazione di un numero maggiore di istanze meno astratte.

Le diverse tipologie di *concepts description* ottenute dai diversi classificatori sono riportate nella seguente tabella (v. la seconda riga), dove le mettiamo in relazione con le caratteristiche principali di massimizzazione dei vari algoritmi e con le loro capacità di *knowledge extraction*.

Tabella VI-17: Sintesi parziale delle analisi teoriche e dei risultati sperimentali ottenuti

	<i>NPC</i>	<i>PEL-C</i>	<i>T.R.A.C.E.</i>	<i>k-NNC</i>
Maximize	Abstraction	Generalization	Description	Memorization
Concepts Description	All Prototypes	Prototype + Atypical Exemplars	Many Exemplars + Low Abstract Prototypes	All Exemplars
Knowledge Discovery	Low	High	Low	None
Theories of Categorization	Prototypes Theory	Knowledge Approach		Exemplars Theory
		Typicality View		

L'analisi del tipo di rappresentazioni delle categorie ottenute è utile non solo dal punto di vista delle teorie cognitive, ma anche dal punto di vista delle applicazioni tecnologiche, poiché una delle finalità del *machine learning* e del *data mining*, nota come *knowledge discovery*, è l'estrazione di rappresentazioni dai *data set* considerati, che risultino utili, intelligibili ed espressive per un umano.

Da questo punto di vista il *k-NNC* ha una capacità nulla di estrazione di conoscenza, mentre il *NPC* e il *T.R.A.C.E.* hanno una capacità bassa poiché le rappresentazione delle categorie sono poco espressive: infatti il primo produce rappresentazioni basate sulle medie degli attributi all'interno di ogni categoria,

che è una forma molto elementare di estrazione di conoscenza da un insieme di dati; mentre il secondo produce rappresentazioni molto numerose, quindi poco leggibili e basate su istanze che astraggono poco o nulla dai dati.

Riassumendo, possiamo dire che il *PEL-C* ottiene una rappresentazione delle classi estremamente compatta in termini del numero di istanze rappresentative, molto espressiva perché basata su un insieme di casi prototipici ed istanze atipiche e che inoltre massimizza il potere predittivo. Quindi il *PEL-C* ottiene i migliori risultati da diversi punti di vista senza compromessi ed è quindi da considerarsi il miglior classificatore basato su istanze.

Conclusioni

I risultati di questo lavoro di tesi sono molteplici. Un primo risultato è la *cross-fertilization* tra psicologia cognitiva, *machine learning* e metodologia clinica, in particolare tra le teorie della categorizzazione, i sistemi di *machine learning* basati su istanze e le teorie della diagnosi nosologica (v. fig. seg.).

Un secondo, forse più importante, risultato è la realizzazione di un nuovo sistema di classificazione ibrida prototipi-esemplari, il *PEL-C*, che modella il “fenomeno” della tipicità nella categorizzazione. Questo sistema ha inoltre mostrato prestazioni uguali ed in alcuni casi superiori a quelle ottenibili con altri classificatori, usando una rappresentazione estremamente più sintetica delle classi apprese, che ne garantisce l'espressività e le potenzialità applicative.

La *cross-fertilization* tra psicologia cognitiva e *machine learning* ha evidenziato come quest'ultimo basato su istanze, sia il naturale ed opportuno *framework* matematico-statistico per formalizzare le teorie della categorizzazione. Come abbiamo evidenziato nei primi due capitoli, l'uso “monodisciplinare” della psicologia cognitiva e del *machine learning* produce risultati deludenti dal punto di vista della scienza cognitiva e dell'intelligenza artificiale cognitiva. Infatti da un parte, la psicologia cognitiva ha prodotto 30 anni di sterili diatribe *prototipi contro esemplari* che potevano essere evitate se non ci si fosse limitati ad un uso superficiale della matematica per lo sviluppo

di teorie cognitive, piuttosto che ad un suo uso fondazionale, basandosi ad esempio sulla statistica computazionale. D'altra parte, nell'ambito del *machine learning* si è generata la credenza che i sistemi basati su regole ed alberi di decisione siano i soli validi da un punto di vista cognitivo, in pieno disprezzo delle evidenze sperimentali prodotte dalle ricerche in psicologia.

Questi errori sono probabilmente da attribuire ad una prassi metodologica molto “disciplinata” e chiusa, in modo quasi corporativistico, all'interno delle rispettive comunità scientifiche.

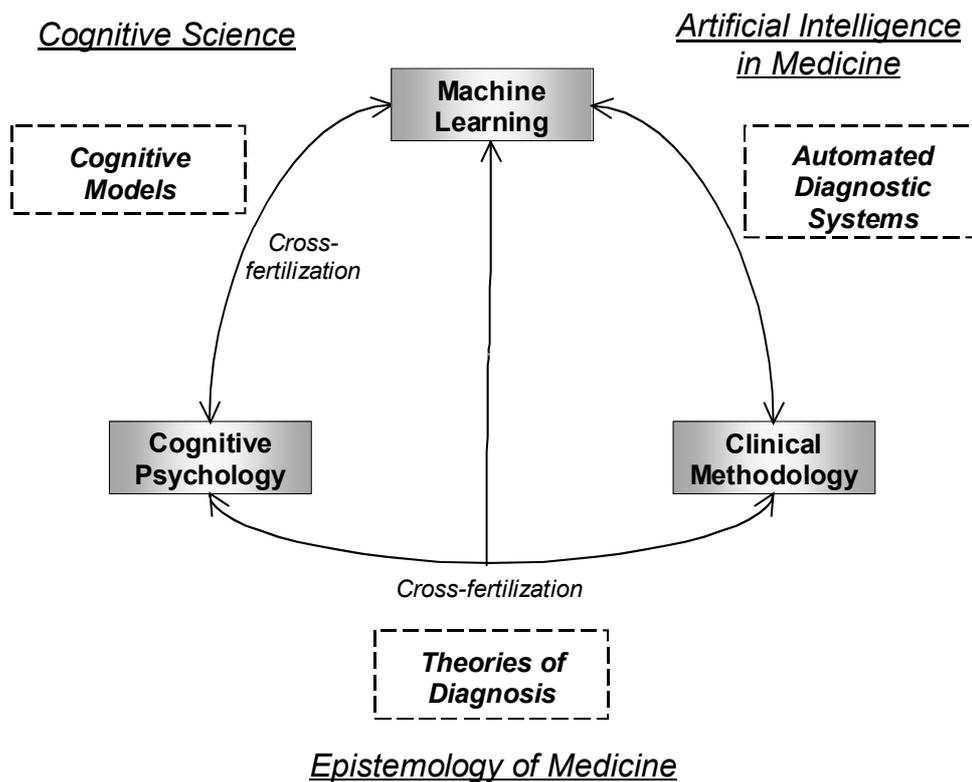


Figura 0-1: Sintesi schematica dei principali argomenti affrontati e dei risultati ottenuti

In questo lavoro abbiamo seguito, invece, un approccio radicalmente interdisciplinare, utilizzando la statistica computazionale ed il *machine*

learning, come framework concettuale per la formalizzazione delle teorie cognitive della categorizzazione. Questa formalizzazione ci ha consentito di proporre alcuni algoritmi noti in letteratura come modelli cognitivi e svilupparne di nuovi in modo naturale ed organico ottenendo così una gerarchia di modelli cognitivi della categorizzazione di generalizzazione via via crescente.

Osserviamo che un uso fondazionale della matematica ed il *nesting* dei modelli è tipico delle scienze “esatte” e molto poco presente nelle scienze sociali e nella psicologia che spesso usano la matematica per formalizzazioni, per così dire, “*a posteriori*” e prive di nessi concettuali.

Abbiamo ottenuto, inoltre, una *cross-fertilization* tra la metodologia clinica ed il *machine learning* con plausibilità cognitiva. Infatti, proponendo questi sistemi di classificazione automatica come teorie delle diagnosi, abbiamo individuato la diagnosi di tipo nosologico come processo di categorizzazione basato sulla tipicità, legando inoltre la categorizzazione basata su prototipi e quella basata su esemplari con gli aspetti nomotetici ed idiografici della diagnosi.

I tradizionali sistemi di statistica computazionale sono solitamente considerati insufficienti per modellare la complessità del ragionamento diagnostico, mentre la plausibilità cognitiva dei sistemi classificatori basati su istanze, ed in particolare del nostro *PEL-C*, che estende i classificatori tradizionali, contestualmente al restringimento dell'analisi dell'attività diagnostica a quella di tipo nosologico, ci ha consentito di giungere ad una teoria cognitivo-computazionale della diagnosi.

L'intreccio concettuale tra queste varie discipline è risultato utile anche da un punto di vista più applicativo e tecnologico, infatti, ci ha portato a sviluppare un nuovo classificatore, il *PEL-C*, che, come ha mostrato il suo confronto con altri classificatori su differenti problemi diagnostici, ha ottime

proprietà applicative nell'ambito del *machine learning* e del *data mining*, sia per le prestazioni, sia per l'espressività e leggibilità della rappresentazione delle classi che esso produce.

Infatti queste ultime caratteristiche di un sistema classificatore costituiscono un punto essenziale per la sua capacità di produrre o estrarre conoscenza da un insieme di dati, e vengono ottenute proprio grazie all'imposizione della plausibilità cognitiva alle rappresentazioni prodotte.

Riassumendo possiamo dire che, da un lato, il *PEL-C* ottiene una rappresentazione delle classi estremamente compatta in termini del numero di istanze rappresentative, molto espressiva perché basata su un insieme di casi prototipici ed istanze atipiche e che inoltre massimizza il potere predittivo. Quindi il *PEL-C* ottiene i migliori risultati da diversi punti di vista senza compromessi ed è quindi da considerarsi il miglior classificatore basato su istanze.

Dall'altro, tale classificatore si può considerare sia una teoria cognitiva della categorizzazione basata sulla tipicità, sia una teoria della diagnosi nosologica, poiché sussume sia la teoria dei prototipi che quella degli esemplari catturando l'intreccio degli aspetti *prototipici* ed *atipici* della categorizzazione e degli aspetti *nomotetici* ed *idiografici* della diagnosi.

APPENDICI

Appendice A Dettagli sui *Data set* Utilizzati

A.1 *Data set: 'Iris'*

A.1.1 Modifiche apportate al *data set* dell'UCI

- Usata la versione corretta da Bzdek (Bezdek et Al., 1999).
- I valori degli attributi sono indicati in millimetri e non in centimetri (attributi moltiplicati per 10) (cm → mm).
- La classe non è individuata dal nome ma da un numero {1,2,3}

A.1.2 Caratteristiche del *Data set* effettivamente usato

A.1.3 Nome file

“_bezdekIrisX10_.data”

A.1.4 Elenco *Features* (ordinate secondo il *data set* usato)

1. sepal length (mm)
2. sepal width (mm)
3. petal length (mm)
4. petal width (mm)

A.1.5 Elenco Classi

- 1 – “Iris Setosa”
- 2 – “Iris Versicolour”
- 3 – “Iris Virginica”

A.1.6 Distribuzione delle Classi

Class Id.	Classes	#Instances	Perc.
1	“Iris Setosa”	50	33.3%
2	“Iris Versicolour”	50	33.3%
3	“Iris Virginica”	50	33.3%
	Tot	150	

Note:

La classe 3 (“Iris Virginica”) ha 2 *item* identici.

A.2 Data set: ‘Dermatology’

A.2.1 Modifiche apportate al *data set* dell’UCI

- Eliminati 8 item con missing values nella feature “Age” (#34)
- Gli *item* sono passati da 366 a 358

A.2.2 Caratteristiche del *Data set* effettivamente usato

A.2.3 Nome file

“_dermatology_.data”

A.2.4 Elenco *Features* (ordinate secondo il *data set* usato)

Clinical Attributes: (take values 0, 1, 2, 3, unless otherwise indicated)

- 1: erythema
- 2: scaling
- 3: definite borders
- 4: itching
- 5: koebner phenomenon
- 6: polygonal papules
- 7: follicular papules
- 8: oral mucosal involvement
- 9: knee and elbow involvement
- 10: scalp involvement
- 11: family history, (0 or 1)
- 34: Age (linear)

Histopathological Attributes: (take values 0, 1, 2, 3)

- 12: melanin incontinence
- 13: eosinophils in the infiltrate
- 14: PNL infiltrate
- 15: fibrosis of the papillary dermis
- 16: exocytosis
- 17: acanthosis
- 18: hyperkeratosis
- 19: parakeratosis
- 20: clubbing of the rete ridges
- 21: elongation of the rete ridges
- 22: thinning of the suprapapillary epidermis
- 23: spongiform pustule
- 24: munro microabcess
- 25: focal hypergranulosis
- 26: disappearance of the granular layer
- 27: vacuolisation and damage of basal layer

- 28: spongiosis
- 29: saw-tooth appearance of retes
- 30: follicular horn plug
- 31: perifollicular parakeratosis
- 32: inflammatory monoluclear infiltrate
- 33: band-like infiltrate

A.2.5 Elenco Classi

- 1 – psoriasis
- 2 – seboreic dermatitis
- 3 – lichen planus
- 4 – pityriasis rosea
- 5 – cronic dermatitis
- 6 – pityriasis rubra pilaris

A.2.6 Distribuzione delle Classi

Class Id.	Classes	# instances	# instances (cleaned DS)	Perc (%) (cleaned DS)
1	psoriasis	112	111	31.01
2	seboreic dermatitis	61	60	16.76
3	lichen planus	72	71	19.83
4	pityriasis rosea	49	48	13.41
5	cronic dermatitis	52	48	13.41
6	pityriasis rubra pilaris	20	20	5.57
	Tot	366	358	

Nel *data set* usato non ci sono *item* duplicati.

A.3 Data set: 'Pima-Indians-Diabetes'

A.3.1 Modifiche apportate al *data set* dell'UCI

- Cambiato Id delle classi da {0, 1} in {1, 2} rispettivamente
- In accordo con (Pearson, 2006) e (Breault, 2001) sono presenti 376 *item* con missing values, (pari al 49% dell'intero *data set*) che sono stati eliminati
- Il *data set* usato è diventato di 392 casi senza valori mancanti
- Confrontato il *data set* ottenuto con quello pubblicato *on line* da Breault J L.: http://www.galaxy.gmu.edu/interface/I01/I2001Proceedings/JBreault/PIMA_10_samples.xls sono coincidenti.

A.3.2 Features mancanti indicate con “0”

#feat.	feature	# of zeros
2	PGL	5
3	DIA	35
4	TSF	227
5	INS	374
6	BMI	11

Stralcio da (Breault. J. L., 2001) :

“5 had glucose = 0, 11 more had BMI = 0, 28 others had diastolic blood pressure = 0, 192 others had skinfold thickness readings = 0, 140 others had serum insulin levels = 0.”

“None of these are physically possible.”

“Studies that did not realize the previous zeros were in fact missing variables essentially used a rule of substituting zero for the missing variables.”

In totale ci sono 376 *item* con missing values (49% del *data set*).

A.3.3 Caratteristiche del *Data set* effettivamente usato

A.3.4 Nome file

“_pimaNEW_.data”

A.3.5 Elenco *Features* (ordinate secondo il *data set* usato)

1. NPG - Number of times pregnant
2. PGL - Plasma glucose concentration a 2 hours in an oral glucose tolerance test
3. DIA - Diastolic blood pressure (mm Hg)
4. TSF - Triceps skin fold thickness (mm)
5. INS - 2-Hour serum insulin (μ U/ml)
6. BMI - Body mass index (weight in kg/(height in m)²)
7. DPF - Diabetes pedigree function
8. AGE - Age (years)

A.3.6 Elenco Classi

Class Id. (UCI)	Class Id. (new)	Classes
0	1	tested <i>negative</i> for diabetes
1	2	tested <i>positive</i> for diabetes

A.3.7 Distribuzione delle Classi

Class Id. (UCI)	Class Id. (new)	Classes	Original Data Set		New Data Set	
			# instances	perc.	# instances	perc.
0	1	negative	500	65.1	262	66.8
1	2	positive	268	34.8	130	33.2
		Tot	768		392	

Nel *data set* usato non ci sono *item* duplicati.

A.4 Data set: 'SPECTF'

A.4.1 Modifiche apportate al *data set* dell'UCI

- Creato un unico *data set* aggregando i due file "SPECTF.train" (80 instances) e "SPECTF.test" (187 instances).
- Spostato la colonna della classe dal 1° posto all'ultimo.
- I numeri progressivi degli attributi sono scalati.
- Cambiato Id delle classi da {0, 1} in {1, 2} rispettivamente.

A.4.2 Caratteristiche del *Data set* effettivamente usato

A.4.3 Nome file

"_SPECTF_All_.data"

A.4.4 Elenco *Features* (ordinate secondo il *data set* usato)

Ogni attributo può variare nel range di valori: [0, 100] è una percentuale.

1. F1R: (count in ROI 1 in rest) [ROI - Region of Interest]
2. F1S: (count in ROI 1 in stress)
3. F2R: (count in ROI 2 in rest)
4. F2S: (count in ROI 2 in stress)
5. F3R: (count in ROI 3 in rest)

6. F3S: (count in ROI 3 in stress)
7. F4R: (count in ROI 4 in rest)
8. F4S: (count in ROI 4 in stress)
9. F5R: (count in ROI 5 in rest)
10. F5S: (count in ROI 5 in stress)
11. F6R: (count in ROI 6 in rest)
12. F6S: (count in ROI 6 in stress)
13. F7R: (count in ROI 7 in rest)
14. F7S: (count in ROI 7 in stress)
15. F8R: (count in ROI 8 in rest)
16. F8S: (count in ROI 8 in stress)
17. F9R: (count in ROI 9 in rest)
18. F9S: (count in ROI 9 in stress)
19. F10R: (count in ROI 10 in rest)
20. F10S: (count in ROI 10 in stress)
21. F11R: (count in ROI 11 in rest)
22. F11S: (count in ROI 11 in stress)
23. F12R: (count in ROI 12 in rest)
24. F12S: (count in ROI 12 in stress)
25. F13R: (count in ROI 13 in rest)
26. F13S: (count in ROI 13 in stress)
27. F14R: (count in ROI 14 in rest)
28. F14S: (count in ROI 14 in stress)
29. F15R: (count in ROI 15 in rest)
30. F15S: (count in ROI 15 in stress)
31. F16R: (count in ROI 16 in rest)
32. F16S: (count in ROI 16 in stress)
33. F17R: (count in ROI 17 in rest)
34. F17S: (count in ROI 17 in stress)
35. F18R: (count in ROI 18 in rest)
36. F18S: (count in ROI 18 in stress)
37. F19R: (count in ROI 19 in rest)
38. F19S: (count in ROI 19 in stress)
39. F20R: (count in ROI 20 in rest)
40. F20S: (count in ROI 20 in stress)
41. F21R: (count in ROI 21 in rest)
42. F21S: (count in ROI 21 in stress)
43. F22R: (count in ROI 22 in rest)
44. F22S: (count in ROI 22 in stress)

A.4.5 Elenco Classi

- 1 – “Positive” indica una condizione “normal” secondo il cardiologo.
- 2 – “Negative” indica una condizione “abnormal” secondo il cardiologo.

N.B. Qui e nell’articolo originale (Lukasz et al., 2001; pg. 162) si usano i termini “positive” e “negative” nel senso opposto al normale significato che hanno in ambito medico.

A.4.6 Distribuzione delle Classi

Class Id. (UCI)	Class Id. (new)	Classes	#Instances	Perc..
0	1	Positive (<i>Normal</i>)	55	20.6
1	2	Negative (<i>Abnormal</i>)	212	79.4
		Tot	267	

N.B. Nei nostri calcoli della matrice di confusione e di sensitivity e specificity e degli altri parametri di validazione si è considerata come “positiva” la classe *abnormal* con id = 2.

Appendice B Metadata dell'UCI sui Data set usati

Riportiamo i files *.names del repository UCI relativi ai data set utilizzati.

B.1 Data set: 'Iris'

(Url:<ftp://ftp.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/iris/iris.names>)

Completed: 05/07/2007 15:12:20)

1. Title: Iris Plants Database
Updated Sept 21 by C.Blake - Added discrepancy information
2. Sources:
 - (a) Creator: R.A. Fisher
 - (b) Donor: Michael Marshall (MARSHALL%PLU@io.arc.nasa.gov)
 - (c) Date: July, 1988
3. Past Usage:
 - Publications: too many to mention!!! Here are a few.
 - 1. Fisher,R.A. "The use of multiple measurements in taxonomic problems" Annual Eugenics, 7, Part II, 179-188 (1936); also in "Contributions to Mathematical Statistics" (John Wiley, NY, 1950).
 - 2. Duda,R.O., & Hart,P.E. (1973) Pattern Classification and Scene Analysis. (Q327.D83) John Wiley & Sons. ISBN 0-471-22361-1. See page 218.
 - 3. Dasarathy, B.V. (1980) "Nosing Around the Neighborhood: A New System Structure and Classification Rule for Recognition in Partially Exposed Environments". IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-2, No. 1, 67-71.
 - Results:
 - very low misclassification rates (0% for the setosa class)
 - 4. Gates, G.W. (1972) "The Reduced Nearest Neighbor Rule". IEEE Transactions on Information Theory, May 1972, 431-433.
 - Results:
 - very low misclassification rates again
 - 5. See also: 1988 MLC Proceedings, 54-64. Cheeseman et al's AUTOCLASS II conceptual clustering system finds 3 classes in the data.
4. Relevant Information:
 - This is perhaps the best known database to be found in the pattern recognition literature. Fisher's paper is a classic in the field and is referenced frequently to this day. (See Duda & Hart, for example.) The data set contains 3 classes of 50 instances each, where each class refers to a type of iris plant. One class is linearly separable from the other 2; the latter are NOT linearly separable from each other.
 - Predicted attribute: class of iris plant.
 - This is an exceedingly simple domain.
 - This data differs from the data presented in Fishers article

(identified by Steve Chadwick, spchadwick@espeedaz.net)
The 35th sample should be: 4.9,3.1,1.5,0.2,"Iris-setosa"
where the error is in the fourth feature.
The 38th sample: 4.9,3.6,1.4,0.1,"Iris-setosa"
where the errors are in the second and third features.

5. Number of Instances: 150 (50 in each of three classes)
 6. Number of Attributes: 4 numeric, predictive attributes and the class
 7. Attribute Information:
 1. sepal length in cm
 2. sepal width in cm
 3. petal length in cm
 4. petal width in cm
 5. class:
 - Iris Setosa
 - Iris Versicolour
 - Iris Virginica
 8. Missing Attribute Values: None
- Summary Statistics:
- | | Min | Max | Mean | SD | Class | Correlation |
|---------------|-----|-----|------|------|-------|----------------|
| sepal length: | 4.3 | 7.9 | 5.84 | 0.83 | | 0.7826 |
| sepal width: | 2.0 | 4.4 | 3.05 | 0.43 | | -0.4194 |
| petal length: | 1.0 | 6.9 | 3.76 | 1.76 | | 0.9490 (high!) |
| petal width: | 0.1 | 2.5 | 1.20 | 0.76 | | 0.9565 (high!) |
9. Class Distribution: 33.3% for each of 3 classes.

B.2 Data set: 'Dermatology'

(Url: <ftp://ftp.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/dermatology/dermatology.names> Completed: 05/07/2007 15:13:34)

1. Title: Dermatology Database
2. Source Information:
 - (a) Original owners:
 - 1. Nilisel Ilter, M.D., Ph.D.,
Gazi University,
School of Medicine
06510 Ankara, Turkey
Phone: +90 (312) 214 1080
 - 2. H. Altay Guvenir, PhD.,
Bilkent University,
Department of Computer Engineering and Information Science,
06533 Ankara, Turkey
Phone: +90 (312) 266 4133
Email: guvenir@cs.bilkent.edu.tr
 - (b) Donor: H. Altay Guvenir,
Bilkent University,
Department of Computer Engineering and Information Science,
06533 Ankara, Turkey
Phone: +90 (312) 266 4133
Email: guvenir@cs.bilkent.edu.tr

(c) Date: January, 1998

3. Past Usage:

1. G. Demiroz, H. A. Govenir, and N. Ilter,
"Learning Differential Diagnosis of Eryhemato-Squamous Diseases using
Voting Feature Intervals", *Artificial Intelligence in Medicine*,

The aim is to determine the type of Eryhemato-Squamous Disease.

4. Relevant Information:

This database contains 34 attributes, 33 of which are linear valued and one of them is nominal.

The differential diagnosis of erythemato-squamous diseases is a real problem in dermatology. They all share the clinical features of erythema and scaling, with very little differences. The diseases in this group are psoriasis, seboreic dermatitis, lichen planus, pityriasis rosea, cronic dermatitis, and pityriasis rubra pilaris. Usually a biopsy is necessary for the diagnosis but unfortunately these diseases share many histopathological features as well. Another difficulty for the differential diagnosis is that a disease may show the features of another disease at the beginning stage and may have the characteristic features at the following stages. Patients were first evaluated clinically with 12 features. Afterwards, skin samples were taken for the evaluation of 22 histopathological features. The values of the histopathological features are determined by an analysis of the samples under a microscope.

In the dataset constructed for this domain, the family history feature has the value 1 if any of these diseases has been observed in the family, and 0 otherwise. The age feature simply represents the age of the patient. Every other feature (clinical and histopathological) was given a degree in the range of 0 to 3. Here, 0 indicates that the feature was not present, 3 indicates the largest amount possible, and 1, 2 indicate the relative intermediate values.

The names and id numbers of the patients were recently removed from the database.

5. Number of Instances: 366

6. Number of Attributes: 34

7. Attribute Information:

-- Complete attribute documentation:

Clinical Attributes: (take values 0, 1, 2, 3, unless otherwise indicated)

- 1: erythema
- 2: scaling
- 3: definite borders
- 4: itching
- 5: koebner phenomenon
- 6: polygonal papules
- 7: follicular papules
- 8: oral mucosal involvement
- 9: knee and elbow involvement
- 10: scalp involvement
- 11: family history, (0 or 1)
- 34: Age (linear)

Histopathological Attributes: (take values 0, 1, 2, 3)

- 12: melanin incontinence
- 13: eosinophils in the infiltrate
- 14: PNL infiltrate

15: fibrosis of the papillary dermis
16: exocytosis
17: acanthosis
18: hyperkeratosis
19: parakeratosis
20: clubbing of the rete ridges
21: elongation of the rete ridges
22: thinning of the suprapapillary epidermis
23: spongiform pustule
24: munro microabcess
25: focal hypergranulosis
26: disappearance of the granular layer
27: vacuolisation and damage of basal layer
28: spongiosis
29: saw-tooth appearance of retes
30: follicular horn plug
31: perifollicular parakeratosis
32: inflammatory mononuclear infiltrate
33: band-like infiltrate

8. Missing Attribute Values: 8 (in Age attribute). Distinguished with '?'.

9. Class Distribution:

Database: Dermatology

Class code:	Class:	Number of instances:
1	psoriasis	112
2	seboreic dermatitis	61
3	lichen planus	72
4	pityriasis rosea	49
5	cronic dermatitis	52
6	pityriasis rubra pilaris	20

B.3 Data set: 'Pima-Indians-Diabetes'

(Url:<ftp://ftp.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/pima-indians-diabetes/pima-indians-diabetes.names> Completed: 05/07/2007 15:14:37)

1. Title: Pima Indians Diabetes Database

2. Sources:

(a) Original owners: National Institute of Diabetes and Digestive and Kidney Diseases

(b) Donor of database: Vincent Sigillito (vgs@aplcn.apl.jhu.edu)
Research Center, RMI Group Leader
Applied Physics Laboratory
The Johns Hopkins University
Johns Hopkins Road
Laurel, MD 20707
(301) 953-6231

(c) Date received: 9 May 1990

3. Past Usage:

1. Smith,~J.~W., Everhart,~J.~E., Dickson,~W.~C., Knowler,~W.~C., \& Johannes,~R.~S. (1988). Using the ADAP learning algorithm to forecast the onset of diabetes mellitus. In {\it Proceedings of the Symposium on Computer Applications and Medical Care} (pp. 261--265). IEEE Computer Society Press.

The diagnostic, binary-valued variable investigated is whether the patient shows signs of diabetes according to World Health Organization criteria (i.e., if the 2 hour post-load plasma glucose was at least 200 mg/dl at any survey examination or if found during routine medical care). The population lives near Phoenix, Arizona, USA.

Results: Their ADAP algorithm makes a real-valued prediction between 0 and 1. This was transformed into a binary decision using a cutoff of 0.448. Using 576 training instances, the sensitivity and specificity of their algorithm was 76% on the remaining 192 instances.

4. Relevant Information:

Several constraints were placed on the selection of these instances from a larger database. In particular, all patients here are females at least 21 years old of Pima Indian heritage. ADAP is an adaptive learning routine that generates and executes digital analogs of perceptron-like devices. It is a unique algorithm; see the paper for details.

5. Number of Instances: 768

6. Number of Attributes: 8 plus class

7. For Each Attribute: (all numeric-valued)

1. Number of times pregnant
2. Plasma glucose concentration a 2 hours in an oral glucose tolerance test
3. Diastolic blood pressure (mm Hg)
4. Triceps skin fold thickness (mm)
5. 2-Hour serum insulin (mu U/ml)
6. Body mass index (weight in kg/(height in m)^2)
7. Diabetes pedigree function
8. Age (years)
9. Class variable (0 or 1)

8. Missing Attribute Values: None

9. Class Distribution: (class value 1 is interpreted as "tested positive for diabetes")

Class Value	Number of instances
0	500
1	268

10. Brief statistical analysis:

Attribute number:	Mean:	Standard Deviation:
1.	3.8	3.4
2.	120.9	32.0
3.	69.1	19.4
4.	20.5	16.0
5.	79.8	115.2
6.	32.0	7.9
7.	0.5	0.3
8.	33.2	11.8

B.4 Data set: 'SPECTF'

(Url: ftp://ftp.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/spect/SPECTF_names)

Completed: 05/07/2007 15:15:40)

1. Title of Database: SPECTF heart data

2. Sources:

-- Original owners: Krzysztof J. Cios, Lukasz A. Kurgan
University of Colorado at Denver, Denver, CO 80217, U.S.A.
Krys.Cios@cudenver.edu
Lucy S. Goodenday
Medical College of Ohio, OH, U.S.A.
-- Donors: Lukasz A.Kurgan, Krzysztof J. Cios
-- Date: 10/01/01

3. Past Usage:

1. Kurgan, L.A., Cios, K.J., Tadeusiewicz, R., Ogiela, M. & Goodenday, L.S.

"Knowledge Discovery Approach to Automated Cardiac SPECT Diagnosis"
Artificial Intelligence in Medicine, vol. 23:2, pp 149-169, Oct 2001

Results: The CLIP3 machine learning algorithm achieved 77.0% accuracy.

CLIP3 references:

Cios, K.J., Wedding, D.K. & Liu, N.
CLIP3: cover learning using integer programming.
Kybernetes, 26:4-5, pp 513-536, 1997

Cios K. J. & Kurgan L.

Hybrid Inductive Machine Learning: An Overview of CLIP Algorithms,

In: Jain L.C., and Kacprzyk J. (Eds.)
New Learning Paradigms in Soft Computing,
Physica-Verlag (Springer), 2001

SPECTF is a good data set for testing ML algorithms; it has 267 instances that are described by 45 attributes.

Predicted attribute: OVERALL_DIAGNOSIS (binary)

NOTE: See the SPECT heart data for binary data for the same classification task.

4. Relevant Information:

The dataset describes diagnosing of cardiac Single Proton Emission Computed Tomography (SPECT) images.

Each of the patients is classified into two categories: normal and abnormal.

The database of 267 SPECT image sets (patients) was processed to extract features that summarize the original SPECT images.

As a result, 44 continuous feature pattern was created for each patient.

The CLIP3 algorithm was used to generate classification rules from these patterns.

The CLIP3 algorithm generated rules that were 77.0% accurate (as compared with cardiologists' diagnoses).

5. Number of Instances: 267

6. Number of Attributes: 45 (44 continuous + 1 binary class)

7. Attribute Information:

1. OVERALL_DIAGNOSIS: 0,1 (class attribute, binary)
2. F1R: Continuous (count in ROI (region of interest) 1 in rest)
3. F1S: continuous (count in ROI 1 in stress)
4. F2R: continuous (count in ROI 2 in rest)
5. F2S: continuous (count in ROI 2 in stress)
6. F3R: continuous (count in ROI 3 in rest)
7. F3S: continuous (count in ROI 3 in stress)
8. F4R: continuous (count in ROI 4 in rest)
9. F4S: continuous (count in ROI 4 in stress)
10. F5R: continuous (count in ROI 5 in rest)
11. F5S: continuous (count in ROI 5 in stress)
12. F6R: continuous (count in ROI 6 in rest)
13. F6S: continuous (count in ROI 6 in stress)

```
14. F7R: continuous (count in ROI 7 in rest)
15. F7S: continuous (count in ROI 7 in stress)
16. F8R: continuous (count in ROI 8 in rest)
17. F8S: continuous (count in ROI 8 in stress)
18. F9R: continuous (count in ROI 9 in rest)
19. F9S: continuous (count in ROI 9 in stress)
20. F10R: continuous (count in ROI 10 in rest)
21. F10S: continuous (count in ROI 10 in stress)
22. F11R: continuous (count in ROI 11 in rest)
23. F11S: continuous (count in ROI 11 in stress)
24. F12R: continuous (count in ROI 12 in rest)
25. F12S: continuous (count in ROI 12 in stress)
26. F13R: continuous (count in ROI 13 in rest)
27. F13S: continuous (count in ROI 13 in stress)
28. F14R: continuous (count in ROI 14 in rest)
29. F14S: continuous (count in ROI 14 in stress)
30. F15R: continuous (count in ROI 15 in rest)
31. F15S: continuous (count in ROI 15 in stress)
32. F16R: continuous (count in ROI 16 in rest)
33. F16S: continuous (count in ROI 16 in stress)
34. F17R: continuous (count in ROI 17 in rest)
35. F17S: continuous (count in ROI 17 in stress)
36. F18R: continuous (count in ROI 18 in rest)
37. F18S: continuous (count in ROI 18 in stress)
38. F19R: continuous (count in ROI 19 in rest)
39. F19S: continuous (count in ROI 19 in stress)
40. F20R: continuous (count in ROI 20 in rest)
41. F20S: continuous (count in ROI 20 in stress)
42. F21R: continuous (count in ROI 21 in rest)
43. F21S: continuous (count in ROI 21 in stress)
44. F22R: continuous (count in ROI 22 in rest)
45. F22S: continuous (count in ROI 22 in stress)
-- all continuous attributes have integer values from the 0 to 100
-- dataset is divided into:
-- training data ("SPECTF.train" 80 instances)
-- testing data ("SPECTF.test" 187 instances)
8. Missing Attribute Values: None
9. Class Distribution:
-- entire data
  Class      # examples
    0         55
    1        212
-- training dataset
  Class      # examples
    0         40
    1         40
-- testing dataset
  Class      # examples
    0         15
    1        172
```

NOTE: See the SPECT heart data for binary data for the same classification task.

Appendice C Test Suite con il NPC (Nearest Prototype Classifier)

C.1 Sintesi dei dati sperimentali

Tabella C-1: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il NPC

Data Set Label (UCI)	Accuracy (test set)	Descriptive Accuracy	# repr items	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	0.92667	0.93333	3	0.92677	0.92667	0.96333
'Dermatology'	0.93575	0.93575	6	0.93069	0.93705	0.98746
'Pima-Indians-Diabetes'	0.7449	0.75	2	0.61194	0.63077	0.80153
'SPECTF'	0.68165	0.68165	2	1	0.59906	1

C.2 Data set: 'Iris'

Tabella C-2: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull'intero *data set* 'Iris' con il NPC

Feat 1	Feat 2	Feat 3	Feat 4	Class
50.06	34.28	14.62	2.46	1
59.36	27.7	42.6	13.26	2
65.88	29.74	55.52	20.26	3

Tabella C-3: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il *'leave-one-out'* sul *data set* 'Iris' con il NPC

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class
# 1 actual class	50	0	0
# 2 actual class	0	44	6
# 3 actual class	0	5	45

Id. class	1	2	3
precision	1	0.897959	0.882353
sensitivity o recall	1	0.88	0.9
specificity	1	0.95	0.94

C.3 Data set: ‘Dermatology’

Tabella C-4: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero data set ‘Dermatology’ con il NPC

Features	Class
2; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 2; 2; 0; 0; 1; 0; 0; 2; 1; 2; 2; 2; 1; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 39	1
2; 2; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 34	2
2; 2; 2; 2; 1; 2; 0; 2; 0; 0; 2; 0; 0; 2; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 2; 1; 2; 0; 0; 2; 3; 40	3
2; 2; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 35	4
1.5; 1; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 1; 2; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 35.5	5
2; 2; 1; 0; 0; 0; 2; 0; 2; 0; 0.5; 0; 0; 0; 1.5; 2; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 2; 0; 9.5	6

Tabella C-5: Matrice di confusione e indici di performance calcolati con il ‘leave-one-out’ sul data set ‘Dermatology’ con il NPC

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class	# 4 predicted class	# 5 predicted class	# 6 predicted class
# 1 actual class	107	2	0	1	1	0
# 2 actual class	0	47	0	13	0	0
# 3 actual class	0	0	71	0	0	0
# 4 actual class	0	6	0	42	0	0
# 5 actual class	0	0	0	0	48	0
# 6 actual class	0	0	0	0	0	20

Id. class	1	2	3	4	5	6
precision	1	0.854545	1	0.75	0.979592	1
sensitivity o recall	0.963964	0.783333	1	0.875	1	1
specificity	1	0.973154	1	0.954839	0.996774	1

C.4 Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’

Tabella C-6: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero data set ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il NPC

Feat 1	Feat 2	Feat 3	Feat 4	Feat 5	Feat 6	Feat 7	Feat 8	Class
2.72	111.43	68.97	27.25	130.85	31.75	0.47	28.35	1
4.47	145.19	74.07	32.96	206.85	35.78	0.63	35.94	2

Tabella C-7: Matrice di confusione e indici di performance calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'Pima-Indians-Diabetes' con il NPC

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	210	52
# 2 actual class	48	82

Id. class	1	2
precision	0.813953	0.61194
sensitivity o recall	0.801527	0.630769
specificity	0.630769	0.801527

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	82	48
Negative (actual)	52	210

C.5 Data set: 'SPECTF'

Tabella C-8: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull'intero data set 'SPECTF' con il NPC

Features	Class
67.42; 67.96; 70.64; 72.64; 67.78; 69.49; 72.20; 72.76; 64.93; 65.58; 70.95; 72.15; 69.53; 71.35; 65.91; 65.07; 68.95; 68.60; 67.98; 67.16; 75.05; 75.00; 70.44; 71.42; 65.11; 64.78; 64.40; 64.60; 66.60; 67.71; 72.78; 74.71; 63.02; 64.24; 65.85; 66.36; 66.02; 66.53; 72.11; 72.25; 70.42; 70.00; 60.36; 59.15	1
65.86; 64.12; 68.17; 68.16; 64.03; 62.53; 69.64; 68.51; 62.87; 61.36; 70.22; 69.66; 66.56; 66.32; 60.33; 58.46; 66.74; 65.95; 65.86; 64.21; 73.77; 71.70; 66.70; 65.75; 56.17; 53.74; 63.05; 61.08; 60.18; 58.55; 70.48; 69.88; 60.44; 60.47; 63.40; 61.60; 65.05; 63.59; 64.29; 61.92; 60.37; 57.92; 50.56; 48.30;	2

Tabella C-9: Matrice di confusione e indici di performance calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'SPECTF' con il NPC

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	55	0
# 2 actual class	85	127

Id. class	1	2
precision	0.392857	1
sensitivity o recall	1	0.599057
specificity	0.599057	1

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	127	85
Negative (actual)	0	55

Appendice D Test Suite con il k -NNC (k -Nearest Neighbour Classifier)

I risultati delle *test suite* effettuati al variare del parametro k sono riportate nel Capitolo VI. Qui riportiamo in dettaglio i risultati ottenuti per il *NNC* e per il k -*NNC* con il k ottimizzato.

Non riportiamo l'insieme delle istanze rappresentative **RI** perché per il *NNC* e per il k -*NNC* coincidono con l'intero *data set*.

D.1 Sintesi dei dati sperimentali

Tabella D-1: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il *NNC* ($k=1$)

Data Set Label (<i>UCI</i>)	Accuracy (test set)	Descriptive Accuracy	mean percentage of representativeness	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	0.95333	1	2.01	0.95345	0.95333	0.97667
'Dermatology'	0.96089	1	1.68	0.95632	0.96019	0.99234
'Pima-Indians-Diabetes'	0.69133	1	0.51	0.53982	0.46923	0.80153
'SPECTF'	0.69288	1	0.75	0.825	0.7783	0.36364

Tabella D-2: Sintesi delle *test suite* effettuate con il *leave one out* per il *k-NNC* con *k* ottimizzato

Data Set Label (UCI)	k nearest items	Accuracy (test set)	Descriptive Accuracy	mean percentage of representativeness	Precision	Sensitivity o Recall	Specificity (clinical)
'Iris'	7	0.96667	0.96667	2.01342	0.96775	0.96667	0.98333
'Dermatology'	9	0.97765	0.97765	1.67598	0.97518	0.97836	0.99566
'Pima-Indians- Diabetes'	9	0.76786	0.81122	0.5102	0.70968	0.50769	0.89695
'SPECTF'	9	0.7603	0.82772	0.74906	0.83036	0.87736	0.30909

D.2 Data set: 'Iris'

Tabella D-3: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il '*leave-one-out*' sul data set 'Iris' con il *k-NNC* per *k=7*

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class
# 1 actual class	50	0	0
# 2 actual class	0	49	1
# 3 actual class	0	4	46

Id. class	1	2	3
precision	1	0.924528	0.978723
sensitivity o recall	1	0.98	0.92
specificity	1	0.96	0.99

D.3 Data set: 'Dermatology'

Tabella D-4: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'Dermatology' con il *k*-NNC per *k*=9

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class	# 4 predicted class	# 5 predicted class	# 6 predicted class
# 1 actual class	110	1	0	0	0	0
# 2 actual class	0	54	0	6	0	0
# 3 actual class	0	0	71	0	0	0
# 4 actual class	0	1	0	47	0	0
# 5 actual class	0	0	0	0	48	0
# 6 actual class	0	0	0	0	0	20

Id. class	1	2	3	4	5	6
precision	1	0.964286	1	0.886792	1	1
sensitivity o recall	0.990991	0.9	1	0.979167	1	1
specificity	1	0.993289	1	0.980645	1	1

D.4 Data set: 'Pima-Indians-Diabetes'

Tabella D-5: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'Pima-Indians-Diabetes' con il *k*-NNC per *k*=9

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	235	27
# 2 actual class	64	66

Id. class	1	2
precision	0.785953	0.709677
sensitivity o recall	0.896947	0.507692
specificity	0.507692	0.896947

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	66	64
Negative (actual)	27	235

D.5 Data set: 'SPECTF'

Tabella D-6: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'SPECTF' con il *k*-NNC per *k*=9

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	17	38
# 2 actual class	26	186

Id. class	1	2
precision	0.395349	0.830357
sensitivity o recall	0.309091	0.877358
specificity	0.877358	0.309091

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	186	26
Negative (actual)	38	17

Appendice E Altri Dati sulle *Test Suite* con il *T.R.A.C.E.* (*Total Recognition by Adaptive Classification Experiments*)

I risultati delle *test suite* effettuate sono riportate nel Capitolo VI. Qui riportiamo in dettaglio l'insieme delle istanze rappresentative **RI**, la loro analisi statistica e le matrici di confusione.

E.1 Data set: 'Iris'

Tabella E-1: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull'intero *data set* 'Iris' con il *T.R.A.C.E.*

Id repr. item	Feat 1	Feat 2	Feat 3	Feat 4	Class
1	50.06	34.28	14.62	2.46	1
8	67.14	31.00	46.57	14.86	2
9	53.91	23.73	36.36	10.82	2
10	62.67	23.33	46.00	14.33	2
11	56.21	28.14	41.57	12.86	2
12	60.67	33.00	46.67	16.67	2
13	60	27	51	16	2
14	61.13	29.00	44.13	13.63	2
15	66.33	28.33	46.67	14.00	2
2	66.56	32.13	55.69	22.88	3
3	61.63	28.05	52.00	19.21	3
4	49	25	45	17	3
5	60.5	24	53	14.5	3
6	63	28	51	15	3
7	75.00	30.82	63.18	20.09	3

Tabella E-2: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il data set ‘Iris’ con il T.R.A.C.E.

Id class	Id repr. item	Cardinality	Relative percentage
1	1	50	100
2	11	14	28
2	9	11	22
2	14	8	16
2	8	7	14
2	10	3	6
2	12	3	6
2	15	3	6
2	13	1	2
3	3	19	38
3	2	16	32
3	7	11	22
3	5	2	4
3	4	1	2
3	6	1	2

Tabella E-3: Matrice di confusione e indici di performance calcolati con il ‘leave-one-out’ sul data set ‘Iris’ con il T.R.A.C.E.

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class
# 1 actual class	50	0	0
# 2 actual class	0	45	5
# 3 actual class	0	5	45

Id. class	1	2	3
precision	1	0.9	0.9
sensitivity o recall	1	0.9	0.9
specificity	1	0.95	0.95

E.2 Data set: 'Dermatology'

Tabella E-4: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull'intero data set 'Dermatology' con il T.R.A.C.E.

Id repr. item	Features (1-34)	Class
14	2; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 0; 0; 1; 0; 0; 2; 0; 2; 2; 2; 1; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 35	1
15	2; 2; 2; 1.5; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 2; 1; 1; 2; 1; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 40	1
16	2; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 2; 1; 1; 0; 0; 1; 0; 0; 2; 2; 2; 2; 2; 0; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 47.5	1
17	2; 2; 2; 2; 2; 0; 0; 0; 2; 2; 0; 0; 1; 0; 0; 2; 1; 2; 2; 2; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 41	1
18	2; 2; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 3; 2; 2; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 52	1
19	3; 3; 3; 2; 1; 0; 0; 0; 2; 1; 0; 0; 0; 1; 0; 1.5; 1; 0; 2; 2; 2; 1.5; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 28.5	1
24	2; 2; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 38	2
25	3; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 2; 2; 1; 2; 0; 2; 1; 2; 0; 0; 0; 3; 0; 0; 0; 2; 0; 51	2
26	2; 3; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 2; 3; 0; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 1; 0; 37	2
27	2; 2; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 0; 2; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 1; 0; 25	2
28	2; 2; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 3; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 1; 0; 45	2
29	3; 2; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 3; 3; 3; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 1; 1; 2; 0; 43	2
30	2; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 35	2
31	3; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 2; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 27	2
32	3; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 47	2
33	2; 2; 1; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 1; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 20	2
34	2; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 3; 0; 0; 0; 2; 0; 25	2
1	2; 2; 2; 2; 1; 2; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 2; 1; 2; 0; 0; 2; 3; 40	3
2	2; 1; 1; 3; 2; 2; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 3; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 3; 0; 2; 0; 2; 2; 0; 0; 3; 2; 27	3
3	2; 2; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 34	4
4	1; 1; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.5; 0; 1; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 33	4
5	2; 1; 0; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 19.5	4
6	3; 2; 1.5; 0.5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.5; 0; 0; 3; 2; 1; 0.5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 1.5; 0; 0; 2; 0; 30	4
7	2; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 40	4
8	2; 1; 1; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 3; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 1; 0; 27	4
9	2; 2; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 46	4
10	2; 2; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 2; 0; 36	4
11	2.5; 2; 1.5; 0.5; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2.5; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 3; 0; 0; 0; 2; 0; 43.5	4
20	1; 1; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 1; 2; 0; 1; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 31	5
21	2; 2; 2; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 3; 0.5; 3; 2; 2; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 38	5
22	1; 1; 0; 2; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 1; 2; 2; 0; 0; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 35	5
23	2; 1; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 2; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 40	5
12	2; 2; 1; 0; 0; 0; 2; 0; 2; 0; 1; 0; 0; 0; 2; 2; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 0; 2; 2; 0; 9	6
13	2; 1; 1; 1; 0; 0; 3; 0; 1; 2; 0; 0; 0; 1; 0; 0; 1; 1; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 2; 1; 0; 10	6

Tabella E-5: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il data set ‘Dermatology’ con il T.R.A.C.E.

Id class	Id repr. item	Cardinality	Relative percentage
1	14	47	42.34
1	17	21	18.92
1	16	20	18.02
1	15	14	12.61
1	19	6	5.41
1	18	3	2.70
2	24	16	26.67
2	27	11	18.33
2	31	11	18.33
2	28	9	15.00
2	26	5	8.33
2	32	3	5.00
2	25	1	1.67
2	29	1	1.67
2	30	1	1.67
2	33	1	1.67
2	34	1	1.67
3	1	70	98.59
3	2	1	1.41
4	3	15	31.25
4	9	10	20.83
4	4	8	16.67
4	5	8	16.67
4	6	2	4.17
4	11	2	4.17
4	7	1	2.08
4	8	1	2.08
4	10	1	2.08
5	20	22	45.83
5	23	11	22.92
5	21	8	16.67
5	22	7	14.58
6	12	17	85.00
6	13	3	15.00

Tabella E-6: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'Dermatology' con il T.R.A.C.E.

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class	# 4 predicted class	# 5 predicted class	# 6 predicted class
# 1 actual class	108	2	0	1	0	0
# 2 actual class	0	53	0	7	0	0
# 3 actual class	0	0	70	1	0	0
# 4 actual class	0	7	0	41	0	0
# 5 actual class	0	2	0	0	46	0
# 6 actual class	0	0	0	0	0	20

Id. class	1	2	3	4	5	6
precision	1	0.8281	1	0.8200	1	1
sensitivity o recall	0.9730	0.8833	0.9859	0.8542	0.9583	1
specificity	1	0.9631	1	0.9710	1	1

E.3 Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’

Tabella E-7: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero data set ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il T.R.A.C.E.

Id repr. item	Feat 1	Feat 2	Feat 3	Feat 4	Feat 5	Feat 6	Feat 7	Feat 8	Class
58	1.86	101.14	44.57	15.86	77.43	26.59	0.5576	23.86	1
59	10.25	100.75	85	34.25	98.5	31.075	0.3510	59.25	1
60	4	197	70	39	744	36.7	2.3290	31	1
61	0.6	102	64.4	44.8	112	40.54	0.4254	22.8	1
62	0	173	78	32	265	46.5	1.1590	58	1
63	1.67	136.33	90	29.33	293.33	43.27	0.9493	22.33	1
64	13	153	88	37	140	40.6	1.1740	39	1
65	9.5	137	86	13	218	20.9	0.4135	58.5	1
66	0.8	134.8	75.2	20	120.2	26.1	0.3719	22.6	1
67	0.5	90	82	48	76	44.45	0.9990	31.75	1
68	1	164	82	43	67	32.8	0.3410	50	1
69	1	193	50	16	375	25.9	0.6550	24	1
70	0	165	90	33	680	52.3	0.4270	23	1
71	3	102	63	33	144.5	26.7	1.0100	33.25	1
72	5	130.8	69.2	29.2	95.2	30.24	0.3300	36.6	1
73	6.86	88.57	76.86	41.57	61.00	37.73	0.3327	38.71	1
74	5.5	97	66.5	21.25	71.375	26.875	0.6393	37	1
75	1	103	30	38	83	43.3	0.1830	33	1
76	3	185.5	66	20	100	32.45	0.2850	30	1
77	4.75	131.25	76	25.25	279	35.2	0.2575	30.25	1
78	9	124	70	33	402	35.4	0.2820	34	1
79	6	142.67	74	43.67	372.33	35.67	0.6900	36.67	1
80	1.5	119.33	85.67	44.17	163.67	39.63	0.3555	25.83	1
81	6	152.5	70	36	130	40.8	0.6315	27.5	1
82	1.71	87.57	66.93	25.21	68.64	31.41	0.5185	22.86	1
83	1.9	100	82.4	14.2	70.2	24.14	0.3504	24.6	1
84	0.5	86.75	79.75	35.63	67.13	34.64	0.2894	23.63	1
85	2	157	74	35	440	39.4	0.1340	30	1
86	4	84	90	23	56	39.5	0.1590	25	1
87	4.75	128	79	13.25	179.25	31.6	0.4575	32.5	1
88	1.2	137.8	58.8	17	327.6	27.56	0.2838	21.8	1
89	1.13	117.38	74.50	28.88	171.38	33.04	0.5788	24.75	1
90	1.2	110.6	59.6	12.2	202.4	24.14	0.6064	22	1
91	1	146	72	41.5	482.5	40.65	0.6115	22	1

92	1.5	83.25	55	23.25	76.5	29.33	1.2965	23.75	1
93	0	143.67	79.33	38.67	270.67	44.53	0.2320	26.67	1
94	6.5	121.5	87	33	106.5	38.8	0.3000	45.5	1
95	8	124.33	71.33	38.33	128	28.17	0.2323	38.67	1
96	0	117	80	31	53	45.2	0.0890	24	1
97	2	127	58	24	275	27.7	1.6000	25	1
98	6.5	149.25	69	29.25	171.5	29.425	0.7010	50	1
99	1.8	90.13	59.87	16.73	57.93	23.97	0.2533	23.53	1
100	1	120	80	48	200	38.9	1.1620	41	1
101	1.8	105.67	61.73	23.93	114.40	33.23	0.3352	23.27	1
102	2	123	48	32	165	42.1	0.5200	26	1
103	3.5	140	61	34.5	134	27	0.5550	25	1
104	4.6	115.4	74	17.4	102.8	25.36	0.2798	29.8	1
105	4.75	98.25	64.5	31.5	175.5	33.93	0.3208	46.5	1
106	2.6	71.6	63.2	26.8	52	27.28	0.2976	26.2	1
107	1	119	44	47	63	35.5	0.2800	25	1
108	5.5	96	52	29	73.5	31.35	0.4275	26.5	1
109	4	154	62	31	284	32.8	0.2370	23	1
110	2.67	124.83	75	37.17	120	37.05	0.2548	28	1
111	4	146	85	27	100	28.9	0.1890	27	1
112	2	121	70	32	95	39.1	0.8860	23	1
113	2	108.6	58.8	34.8	75.6	28.94	0.2398	22.6	1
114	5	96	74	18	67	33.6	0.9970	43	1
115	10	129	76	28	122	35.9	0.2800	39	1
116	9	154	78	30	100	30.9	0.1640	45	1
117	3	83	58	31	18	34.3	0.3360	25	1
118	3	128	64	20.5	153	33.45	0.1240	29.5	1
119	1.27	91.55	67.27	14.73	67.64	24.25	0.5367	24.27	1
120	1	124.17	57	21.33	123	29.32	0.7370	22	1
121	3	100	68	23	81	31.6	0.9490	28	1
122	3	120	70	30	135	42.9	0.4520	30	1
123	0.25	109.5	71	35.5	192	38.43	0.5198	22.75	1
124	0.5	96.5	71	28.5	66.5	41.05	0.3795	21	1
125	1	136	74	50	204	37.4	0.3990	24	1
126	0.75	87.5	63	37.25	75	38.78	0.5470	23.5	1
127	2	122	52	43	158	36.2	0.8160	28	1
1	9.25	150.25	84	36	182	34.1	0.9635	44.75	2
2	2.75	104.5	63	36.75	115.5	36.3	0.7125	24.75	2
3	2.33	179.83	73	36.50	242.50	35.78	0.6363	29.50	2
4	1.75	128.25	89	41.5	126.25	37.05	1.1425	33.25	2
5	12	92	62	7	258	27.6	0.9260	44	2

6	1	88	30	42	99	55	0.4960	26	2
7	1.5	176.5	80	55.5	239.5	48.9	2.2785	25	2
8	4	111	72	47	207	37.1	1.3900	56	2
9	1.75	170.75	75	15.5	148.25	27.925	0.4808	28.75	2
10	5.67	164.67	71	29.67	576.50	30.63	0.4215	52.17	2
11	0.5	177.75	73.5	41	465	40.075	0.8135	24.25	2
12	0.8	134.8	86	26.4	136.4	33.62	0.3066	41	2
13	15.33	133	73.33	32.67	136	38.2	0.4607	45.33	2
14	5	122	60	20	149	28	1.2310	39	2
15	8	179.5	92.67	31.5	244.67	37.43	0.4945	50	2
16	8	140.8	74.4	41.8	162	38.28	0.5944	39.6	2
17	6	134	80	37	370	46.2	0.2380	46	2
18	6.5	180.75	59	34.25	299	33.325	0.5628	35.75	2
19	2	155	52	27	540	38.7	0.2400	25	2
20	3	107	62	13	48	22.9	0.6780	23	2
21	8.5	178	69	28	138.5	25.3	0.2445	51	2
22	4	181.5	81	27	181.5	38.45	1.0940	52.5	2
23	1	168	82	46.5	110	48.85	0.7025	24.5	2
24	1	98.5	85.5	30.5	78	41.45	0.1870	23.5	2
25	2.5	152	70	34	344	31.75	0.3405	32	2
26	0	129	110	46	130	67.1	0.3190	26	2
27	3	80	82	31	70	34.2	1.2920	27	2
28	0.75	125.75	85.5	45.75	212.5	46.8	0.5048	34.25	2
29	3	78	50	32	88	31	0.2480	26	2
30	0	137	40	35	168	43.1	2.2880	33	2
31	12	145.5	76	41.5	298	40.5	0.6350	48	2
32	7	97	76	32	91	40.9	0.8710	32	2
33	3	173	84	33	474	35.7	0.2580	22	2
34	0	128	68	19	180	30.5	1.3910	25	2
35	7	168	88	42	321	38.2	0.7870	40	2
36	0.5	150.25	58.25	32.5	147.75	36.65	0.4605	23	2
37	5	144.33	82.67	39	152.67	35.33	0.3473	29.67	2
38	4.5	131	71	24	160	33.9	0.5455	28	2
39	9	112	82	32	175	34.2	0.2600	36	2
40	5	166	72	19	175	25.8	0.5870	51	2
41	3	129.5	71	26	97	27.4	0.2710	31	2
42	2	105	80	45	191	33.7	0.7110	29	2
43	12	144	87	34	79.5	27.55	0.4955	42.5	2
44	0.67	119.33	66.67	30.67	139	34.67	0.4747	31.67	2
45	0	135	68	42	250	42.3	0.3650	24	2
46	1	126.5	49	42.5	180.5	36.9	0.7875	26	2

47	10	125	70	26	115	31.1	0.2050	41	2
48	2.33	180.67	64	24.67	191.33	34.47	0.4430	36.67	2
49	2	124	68	28	205	32.9	0.8750	30	2
50	6	147	80	27.5	205.5	33.6	0.5720	56	2
51	6	104	74	18	156	29.9	0.7220	41	2
52	0	104	64	37	64	33.6	0.5100	22	2
53	8	109	76	39	114	27.9	0.6400	31	2
54	11	139	81	31	147.5	37.08	0.7373	50	2
55	2	100	66	20	90	32.9	0.8670	28	2
56	4	148	60	27	318	30.9	0.1500	29	2
57	3	167.67	72	23.33	121.67	31.6	0.2450	27.67	2

Tabella E-8: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il data set 'Pima-Indians-Diabetes' con il T.R.A.C.E.

Id class	Id repr. item	Cardinality	Relative percentage
1	99	15	5.73
1	101	15	5.73
1	82	14	5.34
1	119	11	4.20
1	66	10	3.82
1	83	10	3.82
1	74	8	3.05
1	84	8	3.05
1	89	8	3.05
1	58	7	2.67
1	73	7	2.67
1	80	6	2.29
1	110	6	2.29
1	120	6	2.29
1	61	5	1.91
1	72	5	1.91
1	88	5	1.91
1	90	5	1.91
1	104	5	1.91
1	106	5	1.91
1	113	5	1.91
1	59	4	1.53
1	67	4	1.53
1	71	4	1.53
1	77	4	1.53

1	87	4	1.53
1	92	4	1.53
1	98	4	1.53
1	105	4	1.53
1	123	4	1.53
1	126	4	1.53
1	63	3	1.15
1	79	3	1.15
1	93	3	1.15
1	95	3	1.15
1	65	2	0.76
1	76	2	0.76
1	81	2	0.76
1	91	2	0.76
1	94	2	0.76
1	103	2	0.76
1	108	2	0.76
1	118	2	0.76
1	124	2	0.76
1	60	1	0.38
1	62	1	0.38
1	64	1	0.38
1	68	1	0.38
1	69	1	0.38
1	70	1	0.38
1	75	1	0.38
1	78	1	0.38
1	85	1	0.38
1	86	1	0.38
1	96	1	0.38
1	97	1	0.38
1	100	1	0.38
1	102	1	0.38
1	107	1	0.38
1	109	1	0.38
1	111	1	0.38
1	112	1	0.38
1	114	1	0.38
1	115	1	0.38
1	116	1	0.38
1	117	1	0.38

1	121	1	0.38
1	122	1	0.38
1	125	1	0.38
1	127	1	0.38
2	3	6	4.62
2	10	6	4.62
2	15	6	4.62
2	12	5	3.85
2	16	5	3.85
2	1	4	3.08
2	2	4	3.08
2	4	4	3.08
2	9	4	3.08
2	11	4	3.08
2	18	4	3.08
2	28	4	3.08
2	36	4	3.08
2	54	4	3.08
2	13	3	2.31
2	37	3	2.31
2	44	3	2.31
2	48	3	2.31
2	57	3	2.31
2	7	2	1.54
2	14	2	1.54
2	21	2	1.54
2	22	2	1.54
2	23	2	1.54
2	24	2	1.54
2	25	2	1.54
2	31	2	1.54
2	38	2	1.54
2	41	2	1.54
2	43	2	1.54
2	46	2	1.54
2	50	2	1.54
2	5	1	0.77
2	6	1	0.77
2	8	1	0.77
2	17	1	0.77
2	19	1	0.77

2	20	1	0.77
2	26	1	0.77
2	27	1	0.77
2	29	1	0.77
2	30	1	0.77
2	32	1	0.77
2	33	1	0.77
2	34	1	0.77
2	35	1	0.77
2	39	1	0.77
2	40	1	0.77
2	42	1	0.77
2	45	1	0.77
2	47	1	0.77
2	49	1	0.77
2	51	1	0.77
2	52	1	0.77
2	53	1	0.77
2	55	1	0.77
2	56	1	0.77

Tabella E-9: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il ‘leave-one-out’ sul data set ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il T.R.A.C.E.

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	188	74
# 2 actual class	51	79

Id. class	1	2
precision	0.7866	0.5163
sensitivity o recall	0.7176	0.6077
specificity	0.6077	0.7176

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	79	51
Negative (actual)	74	188

E.4 Data set: 'SPECTF'

Tabella E-10: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull'intero data set 'SPECTF' con il T.R.A.C.E.

Id repr. item	Features (1-44)	Class
1	68.07; 68.64; 71.07; 73.36; 68.79; 71.79; 72.57; 70.71; 66.29; 68.57; 71.86; 74.29; 68.07; 71.57; 67.29; 67.79; 69.07; 68.14; 67.57; 68.00; 75.43; 75.29; 69.29; 70.14; 64.93; 65.64; 64.93; 64.57; 69.00; 69.64; 73.21; 76.57; 64.86; 66.57; 67.14; 66.36; 64.00; 65.64; 71.36; 71.36; 70.29; 71.43; 59.07; 58.93;	1
2	58; 63; 80; 71; 76; 70; 70; 71; 64; 63; 74; 78; 77; 75; 62; 61; 62; 56; 71; 52; 82; 71; 84; 85; 71; 71; 57; 47; 42; 39; 70; 70; 50; 70; 50; 46; 58; 60; 76; 73; 82; 77; 65; 66;	1
3	56; 56; 63; 66; 76; 76; 68; 73; 62; 54; 65; 62; 70; 65; 74; 72; 65; 64; 64; 53; 64; 56; 63; 61; 73; 64; 66; 60; 66; 74; 76; 75; 65; 61; 71; 73; 60; 53; 61; 73; 67; 68; 59; 56;	1
4	68; 64; 74; 80; 76; 72; 78; 75; 67; 64; 75; 80; 78; 77; 66; 64; 67; 67; 70; 60; 78; 82; 70; 68; 63; 60; 64; 60; 54; 56; 70; 73; 59; 65; 55; 58; 50; 51; 73; 70; 69; 65; 42; 41;	1
5	59; 57; 67; 71; 66; 68; 68; 70; 56; 62; 77; 61; 67; 71; 75; 71; 67; 64; 62; 54; 64; 75; 71; 72; 76; 79; 75; 70; 71; 77; 71; 69; 56; 54; 62; 64; 56; 53; 71; 68; 64; 63; 56; 56;	1
6	68; 65; 72; 72; 47; 74; 76; 74; 67; 66; 71; 69; 69; 67; 63; 64; 68; 68; 70; 74; 77; 77; 73; 60; 49; 48; 42; 69; 70; 69; 76; 79; 63; 66; 64; 69; 71; 73; 73; 75; 68; 56; 58; 44;	1
7	66; 64; 64; 66; 67; 72; 72; 77; 65; 66; 64; 64; 57; 61; 70; 66; 74; 78; 73; 72; 77; 75; 60; 58; 58; 61; 63; 60; 59; 60; 65; 65; 58; 58; 69; 73; 76; 75; 73; 75; 72; 62; 62;	1
8	62; 71; 78; 84; 64; 68; 72; 74; 53; 57; 71; 70; 71; 72; 54; 53; 63; 67; 54; 57; 71; 71; 70; 74; 54; 57; 54; 57; 62; 64; 75; 72; 62; 65; 60; 64; 64; 67; 72; 77; 62; 62; 61; 65;	1
9	64.71; 60.00; 70.57; 69.86; 67.29; 70.00; 70.57; 70.14; 61.00; 58.86; 66.00; 66.86; 72.14; 72.29; 67.29; 66.00; 69.29; 66.00; 65.00; 64.43; 73.57; 73.29; 71.29; 75.00; 69.00; 69.00; 60.14; 61.43; 68.86; 69.29; 71.43; 75.00; 66.00; 66.00; 66.57; 65.14; 60.86; 58.71; 71.71; 70.57; 73.29; 71.86; 61.71; 60.00;	1
10	64; 58; 70; 78; 66; 66; 74; 72; 66; 63; 72; 74; 72; 65; 59; 58; 64; 67; 63; 61; 75; 74; 67; 58; 60; 53; 61; 58; 62; 61; 76; 72; 64; 65; 62; 64; 77; 71; 74; 72; 74; 73; 70; 59;	1
11	72; 61; 64; 66; 64; 59; 68; 66; 76; 66; 77; 75; 71; 72; 72; 62; 72; 68; 77; 78; 77; 81; 67; 67; 69; 68; 65; 68; 69; 64; 72; 73; 56; 56; 69; 64; 67; 71; 69; 68; 65; 73; 56; 52;	1
12	73.14; 76.71; 74.00; 74.71; 69.00; 68.57; 72.43; 75.14; 69.43; 71.43; 74.57; 77.14; 70.00; 73.00; 62.00; 63.29; 67.71; 71.00; 72.43; 72.71; 75.57; 77.29; 65.43; 69.00; 58.71; 60.29; 62.29; 63.71; 64.43; 66.43; 73.43; 75.14; 62.57; 63.86; 64.86; 67.00; 70.43; 73.29; 68.00; 70.29; 65.29; 67.29; 58.86; 57.71;	1
13	59; 65; 53; 60; 72; 74; 67; 69; 64; 67; 64; 65; 71; 70; 68; 71; 72; 70; 70; 70; 75; 78; 72; 71; 71; 71; 67; 64; 67; 71; 71; 74; 62; 66; 72; 73; 57; 57; 64; 71; 70; 69; 53; 49;	1
14	77; 79; 79; 77; 74; 76; 76; 81; 65; 68; 66; 66; 74; 73; 72; 68; 67; 73; 63; 62; 72; 67; 76; 69; 68; 64; 64; 61; 69; 68; 73; 75; 70; 66; 64; 70; 70; 70; 73; 76; 79; 73; 65; 63;	1
15	76; 75; 68; 78; 71; 72; 72; 75; 61; 65; 67; 70; 67; 75; 60; 58; 63; 67; 59; 63; 67; 72; 74; 73; 56; 56; 52; 52; 67; 68; 73; 78; 65; 68; 61; 67; 69; 74; 77; 75; 74; 70; 63; 61;	1
16	68; 70; 66; 72; 63; 71; 77; 82; 61; 63; 61; 62; 61; 65; 65; 62; 72; 77; 69; 73; 72; 78; 74; 77; 69; 69; 77; 74; 64; 63; 66; 70; 58; 60; 65; 69; 75; 77; 77; 69; 77; 65; 64;	1
17	73; 74; 65; 66; 69; 69; 67; 81; 65; 62; 69; 65; 67; 68; 70; 67; 72; 68; 66; 66; 78; 61; 67; 70; 67; 63; 68; 66; 70; 70; 69; 70; 66; 66; 66; 69; 72; 70; 74; 76; 75; 72; 67; 63;	1
18	67; 70.5; 71; 71.5; 70; 68; 73.5; 74; 63.5; 67.5; 71.5; 70; 69; 69.5; 67.5; 68; 74; 74; 72.5; 80.5; 79.5; 77.5; 78; 72.5; 70; 73; 80.5; 71; 73.5; 76.5; 73.5; 62.5; 60; 69; 69; 61.5; 63; 72; 73; 67; 65; 56; 57.5;	1
19	59; 75; 70; 76; 62; 70; 65; 74; 65; 67; 75; 76; 70; 73; 63; 61; 74; 67; 78; 69; 75; 73; 70; 68; 67; 64; 79; 68; 70; 75; 76; 77; 59; 63; 72; 69; 64; 64; 65; 72; 61; 61; 51; 55;	1

20	76; 73; 74; 76; 60; 69; 76; 76; 68; 69; 78; 79; 57; 62; 69; 69; 67; 66; 73; 69; 80; 81; 58; 68; 75; 69; 73; 70; 58; 65; 79; 76; 74; 71; 66; 64; 65; 62; 78; 68; 75; 68; 62; 60;	1
21	62; 67; 64; 70; 59; 58; 67; 74; 60; 66; 68; 68; 73; 71; 60; 63; 64; 74; 64; 65; 74; 77; 69; 73; 59; 58; 58; 67; 65; 69; 78; 76; 61; 62; 64; 67; 72; 74; 71; 71; 71; 69; 66; 61;	1
22	64; 66; 68; 71; 62; 64; 74; 73; 63; 67; 66; 74; 70; 74; 59; 64; 75; 73; 70; 66; 79; 81; 79; 78; 61; 62; 76; 72; 67; 67; 71; 75; 65; 62; 70; 69; 68; 65; 75; 72; 62; 64; 57; 54;	1
23	67.00; 68.00; 71.00; 73.29; 68.14; 66.14; 74.29; 72.86; 65.00; 63.57; 72.71; 74.57; 70.86; 72.86; 66.00; 62.14; 70.00; 68.29; 66.71; 67.57; 75.71; 75.43; 75.43; 76.00; 66.71; 66.00; 67.00; 67.00; 67.14; 67.43; 72.00; 74.29; 60.00; 61.14; 66.00; 66.57; 71.71; 71.86; 78.43; 76.29; 75.14; 73.43; 65.57; 65.43;	1
24	68.67; 68.10; 71.86; 72.95; 61.43; 57.90; 70.38; 68.57; 63.90; 63.90; 73.76; 74.24; 65.67; 65.38; 53.05; 49.43; 67.29; 67.14; 64.33; 64.29; 74.33; 72.57; 61.71; 57.81; 43.62; 39.57; 65.67; 64.24; 60.67; 56.52; 71.05; 70.95; 59.05; 56.57; 64.14; 62.52; 65.71; 66.67; 59.86; 57.62; 44.48; 38.57; 31.10; 25.43;	2
25	62.64; 57.29; 67.00; 62.14; 50.43; 41.57; 65.93; 51.79; 55.79; 50.50; 68.21; 63.07; 51.07; 54.79; 40.36; 30.14; 59.07; 55.14; 59.86; 56.14; 72.43; 64.00; 56.57; 53.86; 25.43; 22.00; 52.36; 48.36; 45.50; 39.14; 64.21; 57.57; 58.21; 55.36; 51.93; 38.57; 63.57; 57.36; 50.29; 48.57; 24.50; 21.93; 23.00; 17.36;	2
26	67.83; 68.39; 70.06; 74.22; 64.67; 64.22; 70.17; 68.83; 65.50; 63.11; 71.56; 72.11; 70.67; 70.17; 59.11; 58.17; 67.11; 65.50; 74.11; 71.17; 79.17; 76.44; 73.61; 74.17; 61.56; 56.72; 64.11; 61.78; 62.33; 62.39; 73.44; 74.11; 62.06; 62.22; 64.89; 62.67; 71.89; 70.06; 71.22; 71.22; 68.56; 65.89; 57.72; 57.06;	2
27	51.40; 45.60; 57.70; 56.90; 59.10; 57.10; 47.70; 46.40; 40.70; 37.80; 61.60; 60.70; 66.90; 65.90; 51.30; 49.70; 38.20; 35.40; 55.80; 55.10; 68.30; 69.90; 64.30; 66.50; 49.60; 49.70; 45.20; 48.00; 25.20; 23.10; 63.40; 69.10; 60.80; 64.00; 38.60; 29.80; 49.10; 43.90; 25.00; 24.80; 53.20; 57.30; 51.30; 46.20;	2
28	63.21; 59.07; 67.14; 65.57; 68.43; 69.00; 71.43; 70.71; 65.07; 62.29; 70.71; 66.29; 73.07; 70.14; 70.50; 70.21; 71.57; 71.36; 73.29; 69.43; 77.57; 75.00; 74.14; 73.29; 73.14; 71.93; 70.64; 68.71; 68.79; 68.93; 71.57; 68.86; 58.64; 59.36; 67.71; 68.29; 60.57; 57.57; 70.29; 69.07; 69.07; 67.86; 54.29; 54.93;	2
29	77; 63; 68; 70; 66; 70; 80; 79; 60; 57; 75; 68; 63; 66; 63; 69; 69; 70; 36; 34; 48; 47; 72; 77; 62; 66; 62; 62; 57; 69; 73; 75; 62; 63; 69; 71; 56; 53; 74; 76; 72; 73; 64; 63;	2
30	76; 69; 78; 73; 68; 67; 75; 70; 77; 70; 79; 73; 79; 75; 74; 71; 76; 68; 81; 79; 77; 78; 75; 76; 66; 76; 65; 67; 67; 57; 68; 75; 50; 62; 62; 59; 47; 49; 75; 65; 74; 70; 51; 48;	2
31	78; 75; 69; 66; 69; 71; 75; 75; 67; 67; 58; 50; 44; 47; 63; 73; 75; 77; 73; 76; 36; 42; 48; 43; 61; 61; 71; 73; 62; 64; 39; 37; 28; 30; 68; 71; 73; 69; 72; 74; 65; 68; 56; 55;	2
32	67; 59; 54; 48; 63; 67; 77; 78; 71; 61; 57; 57; 59; 50; 72; 72; 77; 77; 76; 73; 85; 67; 58; 50; 39; 33; 54; 50; 57; 50; 45; 41; 38; 43; 76; 77; 80; 69; 61; 48; 63; 61; 37; 36;	2
33	59.75; 62.25; 59.75; 56.00; 59.50; 56.63; 70.00; 70.50; 56.25; 59.00; 55.38; 57.38; 50.25; 54.25; 55.25; 57.00; 68.88; 75.00; 54.13; 56.25; 62.13; 68.13; 49.75; 53.13; 44.88; 45.00; 64.50; 70.25; 52.88; 54.75; 63.13; 60.50; 51.63; 51.13; 65.88; 68.25; 59.25; 60.63; 62.50; 60.13; 49.00; 44.75; 43.75; 39.25;	2
34	61.25; 50.38; 63.25; 59.63; 62.25; 56.88; 68.88; 67.75; 62.38; 56.13; 69.88; 66.88; 63.88; 63.88; 60.13; 57.25; 70.75; 70.13; 67.88; 66.88; 78.25; 77.75; 68.50; 67.38; 63.63; 61.13; 67.25; 64.13; 52.50; 43.38; 65.38; 65.63; 58.63; 60.50; 62.25; 61.00; 68.63; 68.25; 66.88; 54.25; 65.00; 59.75; 58.38; 55.13;	2
35	65.50; 65.00; 59.00; 49.50; 61.00; 59.50; 78.50; 77.00; 65.50; 55.50; 62.50; 54.50; 65.50; 56.50; 62.00; 61.50; 71.00; 74.50; 64.50; 63.00; 77.00; 64.50; 73.50; 68.50; 53.50; 53.00; 62.50; 65.50; 67.50; 60.00; 65.50; 56.50; 57.00; 56.50; 67.00; 66.50; 75.50; 66.00; 72.50; 69.00; 69.50; 64.00; 58.00; 57.50;	2
36	70; 76; 62; 67; 74; 72; 80; 76; 55; 59; 62; 64; 64; 58; 73; 70; 74; 71; 72; 68; 73; 69; 72; 63; 69; 63; 60; 57; 47; 52; 67; 64; 66; 62; 73; 69; 71; 70; 60; 62; 67; 67; 60; 56;	2
37	58; 57; 74; 71; 59; 60; 54; 59; 33; 39; 65; 74; 71; 75; 53; 57; 47; 60; 43; 44; 75; 78; 54; 57; 56; 56; 57; 61; 60; 62; 77; 76; 59; 57; 53; 60; 53; 57; 61; 74; 77; 82; 66; 68;	2

38	68; 76; 79; 78; 63; 73; 68; 78; 64; 71; 73; 77; 67; 71; 58; 57; 61; 63; 52; 64; 64; 74; 53; 72; 36; 44; 52; 54; 49; 56; 73; 81; 65; 80; 53; 60; 63; 70; 58; 64; 52; 57; 49; 50;	2
39	67.75; 70.50; 69.50; 74.00; 60.25; 63.25; 67.75; 71.00; 60.50; 62.25; 76.25; 75.00; 60.00; 60.00; 57.75; 56.25; 68.75; 63.50; 53.25; 47.75; 69.25; 57.50; 61.25; 54.25; 56.00; 47.00; 59.75; 47.75; 66.75; 68.00; 72.75; 71.25; 64.75; 62.50; 67.50; 65.75; 68.00; 66.50; 65.50; 65.75; 62.25; 61.00; 55.75; 51.50;	2
40	69.11; 68.66; 68.09; 69.14; 63.49; 63.31; 71.91; 72.63; 68.69; 68.80; 72.09; 73.66; 69.74; 68.51; 62.26; 59.91; 70.89; 70.09; 66.09; 67.03; 74.63; 73.43; 67.00; 65.86; 53.03; 48.69; 62.23; 60.31; 65.43; 63.77; 72.09; 72.57; 61.57; 62.09; 66.20; 65.97; 67.17; 67.74; 67.20; 64.29; 60.80; 56.51; 48.94; 46.69;	2
41	61; 58; 66; 74; 68; 68; 72; 71; 40; 42; 52; 54; 70; 75; 63; 67; 54; 59; 67; 65; 75; 78; 71; 79; 69; 75; 72; 69; 67; 69; 63; 69; 52; 58; 64; 65; 59; 59; 75; 76; 67; 69; 58; 63;	2
42	69.05; 63.75; 68.00; 67.10; 68.55; 66.60; 72.65; 71.55; 66.65; 63.30; 70.25; 70.15; 69.60; 69.55; 67.85; 64.90; 70.25; 67.90; 65.30; 60.95; 74.55; 70.20; 68.55; 66.15; 63.20; 59.55; 64.95; 60.00; 66.95; 64.45; 74.25; 71.75; 63.35; 61.70; 66.65; 64.40; 70.30; 65.55; 74.05; 67.35; 72.90; 67.35; 61.05; 57.80;	2
43	57; 44; 74; 68; 82; 76; 78; 62; 66; 67; 74; 72; 71; 70; 67; 69; 68; 68; 69; 74; 75; 71; 73; 71; 69; 65; 58; 63; 54; 63; 68; 74; 73; 76; 66; 65; 63; 66; 71; 71; 71; 68; 66; 60;	2
44	67; 66; 65; 77; 66; 70; 72; 72; 67; 76; 72; 73; 76; 74; 71; 74; 73; 69; 61; 78; 70; 76; 73; 70; 70; 62; 51; 70; 68; 79; 77; 75; 68; 72; 71; 69; 63; 65; 61; 73; 73; 64; 67;	2
45	64.00; 56.17; 66.17; 60.50; 70.33; 69.67; 72.67; 73.67; 60.17; 54.50; 68.17; 60.50; 71.17; 65.50; 71.00; 70.17; 72.67; 71.00; 62.17; 54.50; 68.17; 61.17; 71.50; 62.83; 70.00; 67.33; 67.50; 63.00; 65.67; 62.00; 67.67; 61.00; 57.67; 54.67; 67.50; 67.67; 59.33; 52.67; 70.17; 67.17; 72.00; 70.83; 58.50; 58.33;	2
46	71.50; 70.50; 75.50; 70.50; 66.00; 63.50; 65.50; 65.50; 65.00; 71.00; 75.00; 75.00; 62.50; 53.00; 66.00; 62.50; 69.50; 71.00; 71.00; 70.00; 69.50; 76.50; 69.00; 69.50; 68.50; 71.50; 66.50; 64.50; 53.50; 58.50; 73.00; 77.00; 62.00; 70.50; 66.00; 66.50; 61.50; 65.50; 60.00; 56.00; 70.50; 72.00; 57.00; 68.00;	2
47	47; 50; 64; 71; 71; 71; 53; 79; 39; 39; 55; 62; 61; 66; 75; 64; 54; 50; 62; 59; 67; 64; 75; 73; 75; 74; 68; 64; 37; 40; 67; 75; 65; 69; 56; 53; 43; 36; 41; 43; 73; 74; 59; 70;	2
48	70.00; 71.50; 75.00; 77.00; 67.50; 62.50; 73.00; 66.00; 65.50; 66.50; 76.50; 75.00; 64.00; 61.00; 51.00; 44.00; 61.50; 53.50; 67.50; 64.00; 79.00; 69.50; 64.00; 60.00; 51.50; 43.00; 61.50; 46.00; 48.00; 57.00; 72.50; 73.50; 62.50; 63.50; 59.00; 57.00; 74.50; 70.50; 63.50; 68.00; 64.50; 60.00; 55.50; 51.00;	2
49	63; 63; 72; 75; 60; 61; 62; 63; 61; 63; 76; 75; 72; 63; 55; 56; 61; 69; 60; 63; 74; 78; 72; 73; 55; 54; 62; 68; 63; 64; 77; 77; 64; 62; 59; 65; 63; 67; 72; 78; 68; 68; 82; 66;	2
50	66; 73; 75; 74; 67; 67; 73; 71; 72; 63; 79; 78; 64; 74; 66; 74; 77; 73; 75; 62; 79; 67; 67; 72; 66; 59; 73; 69; 70; 73; 77; 74; 62; 66; 69; 66; 64; 62; 78; 75; 73; 63; 50; 46;	2
51	68.00; 75.33; 75.67; 77.67; 60.17; 61.00; 67.50; 66.83; 61.83; 65.00; 72.50; 74.67; 63.83; 64.33; 52.00; 53.83; 57.50; 58.67; 72.17; 70.83; 76.17; 76.17; 68.17; 66.33; 58.50; 60.00; 64.00; 65.33; 58.00; 55.83; 72.83; 71.50; 62.50; 61.83; 59.00; 56.17; 64.33; 68.00; 53.17; 56.50; 52.33; 53.83; 50.33; 47.67;	2
52	80; 74; 82; 77; 74; 74; 73; 77; 64; 61; 73; 73; 73; 72; 62; 66; 66; 68; 63; 61; 69; 75; 70; 75; 59; 64; 63; 69; 66; 66; 70; 77; 62; 62; 60; 65; 67; 66; 74; 71; 66; 71; 59; 62;	2
53	73.17; 74.00; 70.50; 73.33; 67.67; 69.50; 74.00; 76.00; 70.83; 72.67; 72.83; 75.17; 68.83; 68.83; 60.67; 66.50; 69.33; 71.83; 73.17; 74.33; 75.33; 77.67; 66.67; 69.00; 62.00; 59.83; 65.17; 63.50; 69.83; 68.83; 74.83; 74.33; 61.17; 61.67; 69.67; 71.50; 67.33; 69.33; 70.17; 69.00; 62.00; 63.33; 51.83; 50.50;	2
54	61; 57; 71; 71; 73; 70; 76; 74; 66; 63; 76; 79; 65; 66; 71; 71; 74; 70; 71; 67; 74; 80; 64; 68; 65; 62; 68; 67; 64; 67; 74; 75; 63; 64; 68; 68; 76; 72; 72; 70; 77; 78; 67; 65;	2
55	70.00; 63.50; 75.25; 73.50; 75.75; 70.00; 73.50; 72.75; 63.50; 57.25; 71.25; 69.00; 72.50; 73.50; 70.50; 66.50; 66.50; 63.75; 69.00; 64.00; 72.50; 70.25; 76.75; 78.00; 70.75; 69.75; 65.00; 59.50; 70.00; 67.50; 74.50; 76.75; 65.75; 63.75; 69.25; 67.00; 65.25; 61.00; 68.50; 64.75; 74.50; 72.25; 64.00; 62.00;	2

56	58.67; 53.00; 73.00; 68.00; 74.00; 65.67; 68.67; 66.33; 59.67; 51.67; 71.00; 66.67; 71.67; 75.33; 69.67; 68.67; 69.00; 64.67; 62.00; 58.67; 70.67; 67.67; 72.00; 71.33; 64.67; 69.00; 58.67; 60.00; 68.33; 59.00; 76.33; 74.00; 66.00; 65.33; 70.00; 65.00; 58.67; 53.00; 71.00; 61.67; 70.67; 71.00; 59.67; 61.33;	2
57	71; 71; 71; 72; 77; 72; 73; 65; 69; 65; 81; 79; 68; 72; 67; 71; 70; 70; 64; 61; 72; 67; 56; 73; 67; 75; 62; 58; 58; 58; 73; 69; 66; 61; 55; 56; 52; 53; 65; 58; 71; 76; 68; 70;	2
58	69; 71; 70; 78; 61; 63; 67; 65; 59; 59; 66; 69; 71; 75; 65; 58; 60; 55; 62; 59; 67; 66; 74; 74; 64; 60; 57; 54; 70; 73; 69; 76; 62; 64; 61; 61; 66; 65; 72; 73; 68; 68; 59; 63;	2
59	55; 62; 64; 62; 64; 74; 71; 67; 63; 66; 70; 70; 65; 64; 65; 65; 68; 72; 66; 70; 74; 77; 65; 68; 67; 75; 66; 73; 65; 67; 74; 72; 64; 68; 70; 70; 54; 61; 63; 66; 68; 78; 54; 61;	2
60	64.67; 67.67; 70.00; 74.00; 62.00; 68.33; 71.67; 73.67; 63.67; 67.00; 69.33; 74.00; 65.33; 70.67; 64.00; 65.00; 71.67; 72.67; 68.33; 70.00; 75.00; 79.33; 70.00; 71.33; 65.33; 64.33; 73.67; 73.00; 66.67; 70.00; 68.67; 72.67; 55.33; 61.00; 64.67; 67.33; 65.00; 68.00; 70.67; 75.67; 67.67; 71.67; 60.00; 61.00;	2
61	65; 60; 71; 72; 67; 72; 68; 72; 54; 55; 75; 70; 75; 75; 75; 70; 69; 68; 61; 62; 74; 71; 74; 79; 72; 76; 62; 61; 71; 68; 76; 75; 63; 60; 65; 70; 49; 48; 73; 68; 75; 74; 66; 67;	2
62	40; 73; 61; 74; 61; 67; 56; 75; 64; 71; 75; 76; 63; 61; 56; 67; 70; 73; 69; 60; 74; 63; 65; 73; 57; 63; 66; 69; 60; 66; 72; 71; 57; 64; 64; 69; 67; 68; 59; 66; 55; 62; 51; 60;	2
63	68; 77; 67; 70; 64; 62; 79; 80; 64; 64; 76; 74; 65; 64; 64; 60; 62; 67; 74; 75; 82; 77; 75; 74; 72; 73; 72; 71; 67; 69; 75; 73; 64; 62; 63; 65; 68; 70; 77; 69; 72; 71; 65; 57;	2
64	75; 67; 74; 75; 75; 69; 72; 72; 67; 66; 73; 70; 76; 73; 73; 69; 72; 76; 75; 67; 74; 75; 76; 71; 74; 68; 80; 78; 71; 67; 73; 68; 60; 58; 68; 68; 66; 61; 79; 71; 73; 65; 58; 53;	2
65	66; 68; 67; 72; 65; 71; 71; 71; 60; 67; 69; 78; 75; 72; 68; 66; 69; 68; 77; 77; 81; 80; 68; 69; 70; 65; 66; 65; 62; 66; 74; 76; 59; 62; 64; 63; 67; 75; 70; 75; 74; 76; 62; 65;	2
66	55; 66; 58; 75; 71; 77; 68; 73; 63; 69; 77; 78; 60; 69; 59; 60; 69; 69; 67; 70; 72; 80; 67; 72; 53; 60; 70; 58; 46; 67; 68; 84; 69; 79; 70; 74; 62; 71; 67; 66; 63; 61; 53; 60;	2
67	63; 69; 70; 72; 66; 70; 66; 72; 71; 67; 74; 77; 70; 71; 67; 69; 69; 68; 75; 73; 73; 77; 67; 66; 62; 59; 62; 58; 61; 65; 74; 75; 63; 67; 65; 67; 71; 71; 68; 70; 74; 72; 56; 60;	2
68	67; 80; 73; 76; 74; 69; 78; 81; 67; 68; 72; 79; 74; 77; 65; 65; 64; 66; 71; 74; 79; 81; 68; 69; 59; 63; 62; 63; 67; 66; 73; 73; 61; 65; 65; 66; 65; 72; 69; 63; 70; 67; 58; 56;	2

Tabella E-11: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il data set ‘SPECTF’ con il T.R.A.C.E.

Id class	Id repr. item	Cardinality	Relative percentage
1	1	14	25.45
1	9	7	12.73
1	12	7	12.73
1	23	7	12.73
1	18	2	3.64
1	2	1	1.82
1	3	1	1.82
1	4	1	1.82
1	5	1	1.82
1	6	1	1.82
1	7	1	1.82

1	8	1	1.82
1	10	1	1.82
1	11	1	1.82
1	13	1	1.82
1	14	1	1.82
1	15	1	1.82
1	16	1	1.82
1	17	1	1.82
1	19	1	1.82
1	20	1	1.82
1	21	1	1.82
1	22	1	1.82
2	40	35	16.51
2	24	21	9.91
2	42	20	9.43
2	26	18	8.49
2	25	14	6.60
2	28	14	6.60
2	27	10	4.72
2	33	8	3.77
2	34	8	3.77
2	45	6	2.83
2	51	6	2.83
2	53	6	2.83
2	39	4	1.89
2	55	4	1.89
2	56	3	1.42
2	60	3	1.42
2	35	2	0.94
2	46	2	0.94
2	48	2	0.94
2	29	1	0.47
2	30	1	0.47
2	31	1	0.47
2	32	1	0.47
2	36	1	0.47
2	37	1	0.47
2	38	1	0.47
2	41	1	0.47
2	43	1	0.47
2	44	1	0.47

2	47	1	0.47
2	49	1	0.47
2	50	1	0.47
2	52	1	0.47
2	54	1	0.47
2	57	1	0.47
2	58	1	0.47
2	59	1	0.47
2	61	1	0.47
2	62	1	0.47
2	63	1	0.47
2	64	1	0.47
2	65	1	0.47
2	66	1	0.47
2	67	1	0.47
2	68	1	0.47

Tabella E-12: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il ‘leave-one-out’ sul data set ‘SPECTF’ con il *T.R.A.C.E.*

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	22	33
# 2 actual class	45	167

Id. class	1	2
precision	0.3284	0.8350
sensitivity o recall	0.4000	0.7877
specificity	0.7877	0.4000

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	167	45
Negative (actual)	33	22

Appendice F Altri Dati sulle *Test suite* con il *PEL-C (Prototype Exemplar Learning - Classifier)*

Qui riportiamo in dettaglio solo le matrici di confusione con i relativi indici di prestazioni per ogni singola classe. Tutti gli altri risultati sono riportati nel Capitolo VI.

F.1 Data set: 'Iris'

Tabella F-1: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il 'leave-one-out' sul data set 'Iris' con il *PEL-C*

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class
# 1 actual class	50	0	0
# 2 actual class	0	48	2
# 3 actual class	0	3	47

Id. class	1	2	3
precision	1	0.9412	0.9592
sensitivity o recall	1	0.9600	0.9400
specificity	1	0.9700	0.9800

F.2 Data set: ‘Dermatology’

Tabella F-2: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolati con il ‘leave-one-out’ sul data set ‘Dermatology’ con il *PEL-C*

	# 1 predicted class	# 2 predicted class	# 3 predicted class	# 4 predicted class	# 5 predicted class	# 6 predicted class
# 1 actual class	109	2	0	0	0	0
# 2 actual class	1	54	0	5	0	0
# 3 actual class	0	0	70	1	0	0
# 4 actual class	0	7	0	41	0	0
# 5 actual class	0	0	0	1	47	0
# 6 actual class	0	0	0	0	0	20

Id. class	1	2	3	4	5	6
precision	0.9909	0.8571	1	0.8542	1	1
sensitivity o recall	0.9820	0.9000	0.9859	0.8542	0.9792	1
specificity	0.9960	0.9698	1	0.9774	1	1

F.3 Data set: ‘Pima-Indians-Diabetes’

Tabella F-3: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolate con il ‘leave-one-out’ sul data set ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il *PEL-C*

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	222	40
# 2 actual class	51	79

Id. class	1	2
precision	0.8132	0.6639
sensitivity o recall	0.8473	0.6077
specificity	0.6077	0.8473

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	79	51
Negative (actual)	40	222

F.4 Data set: 'SPECTF'

Tabella F-4: Matrice di confusione e indici di *performance* calcolate con il 'leave-one-out' sul data set 'SPECTF' con il PEL-C

	# 1 predicted class	# 2 predicted class
# 1 actual class	34	21
# 2 actual class	35	177

Id. class	1	2
precision	0.4928	0.8939
sensitivity o recall	0.6182	0.8349
specificity	0.8349	0.6182

	Positive (predicted)	Negative (predicted)
Positive (actual)	177	35
Negative (actual)	21	34

Bibliografia

A

Asuncion, A. & Newman, D.J. (2007) “*UCI Machine Learning Repository*”. Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science. (Url: <ftp://ftp.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/> Url: <http://archive.ics.uci.edu/beta/index.html>).

B

Bax, J., Abbott, B., Barman, D., Garcia, E., Gropler, R., Hendel, R., Jain, D., Mieres, J., Russell, R., Shaw, L. (2005) “*Highlights of the 2005 Scientific Sessions of the American Society of Nuclear Cardiology Seattle, Washington, September 29–October 2, 2005*”. Journal of the American College of Cardiology. Vol. 47(7), pp. 1478-1484. (Url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jacc.2005.11.057>).

Benson, E. (2002) “*Thinking clinically. A new study shows how clinicians' theories could affect their diagnoses*”. *APA Monitor on Psychology*. Vol. 33(11), pg. 30 (Url: <http://www.apa.org/monitor/dec02/thinking.html>).

Bezdek, J.C., Keller, J.M., Krishnapuram, R., Kuncheva, L.I., Pal, N.R. (1999) “*Will the Real Iris Data Please Stand Up?*”. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, Vol. 7(3), pp. 368-369. (Pre-print Url: <http://www.informatics.bangor.ac.uk/~kuncheva/papers/jbjkrklknptfs99.pdf>)

Bezdek, J.C., Reichherzer, T.R., Lim, G.S., Attikiouzel, Y. (1998) “*Multiple prototype classifier design*”. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C*, Vol. 28(1), pp. 67-79. (Url: <http://dx.doi.org/10.1109/5326.661091>).

Breault, J.L. (2001), “*Data mining diabetic databases: Are rough sets a useful addition?*” *Computing Science and Statistics*. Vol. 33, pp. 51-60. (E. Wegman, A. Braverman, A. Goodman, P. Smyth, (Eds), Interface Foundation of North America, Inc., Fairfax Station, VA) (ISBN 1-886658-

- 07-2) (Url: <http://www.galaxy.gmu.edu/interface/I01/I2001Proceedings/JBreault/JBreault-Paper.pdf>) (Full book
Url: <http://www.galaxy.gmu.edu/interface/I01/master.pdf>) (Url del *data set*
Pima-Diabetes corretto:
http://www.galaxy.gmu.edu/interface/I01/I2001Proceedings/JBreault/PIMA_10_samples.xls).
- Breault, J.L., Goodall, C.R., Fos, P.J. (2002) “*Data mining a diabetic data warehouse*”. Artificial Intelligence in Medicine. Vol. 26(1-2), pp. 37-54. (Url: [http://dx.doi.org/10.1016/S0933-3657\(02\)00051-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0933-3657(02)00051-9)).
- Bruner, J.S., Goodnow, J.J., Austin, G.A. (1956) “*A Study of Thinking*”. Wiley, New York.

C

- Calvo, F., Karras, B.T., Phillips, R., Kimball, A.M., Wolf, F. (2003) “*Diagnoses, syndromes, and diseases: a knowledge representation problem*” in Musen, M. (Ed.) Proceedings of AMIA Symposium 2003; pg. 802. (Poster) (Url: <http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=1480257>).
- Cantor, N., Smith, E.E., French, R., Mezzich, J. (1980) “*Psychiatric diagnosis as prototype categorization*”. Journal of Abnormal Psychology. Vol. 89(2). pp. 181-193. (Url: <http://content.apa.org/journals/abn/89/2/181>).
- Cohen, H., Lefebvre, C. (Eds.) *Handbook of Categorization in Cognitive Science*. Elsevier. (ISBN: 0-08-044612-4) (Url: <http://www.elsevier.com/inca/705263>).
- Coiera, E. (2003) “*Guide to Health Informatics*”. 2nd ed. ed. Hodder & Stoughton, (ISBN: 0340764252) (Url: <http://www.coiera.com/>).
- Console, L., Torasso, P. (2006) “*Automated Diagnosis*”. Intelligenza Artificiale. Anno III, N° 1/2, Marzo-Giugno 2006. pp. 42-48. (Url: http://aixia.deis-ce.unibo.it:8080/aixia/sito/servizi/folder/2006_0306.pdf).
- Cordeschi R. (1994), “*Indagini meccanicistiche sulla mente: la cibernetica e l'intelligenza artificiale*”, in Somenzi V. e Cordeschi R. (eds.), “*La filosofia degli automi. Origini dell'intelligenza artificiale*”, (nuova edizione) Bollati Boringhieri, Torino, pp. 19-61.
- Cordeschi, R. (2001), “*The Discovery of the Artificial. Behavior, Mind and Machines Before and Beyond Cybernetics*”. Kluwer, Dordrecht. (ISBN: 978-1-4020-0606-7) (Url: <http://www.springer.com/978-1-4020-0606-7>).
- Cordeschi R. (2003), “*Vecchi problemi filosofici per la nuova Intelligenza Artificiale*”. Networks. Rivista di Filosofia dell'Intelligenza Artificiale e Scienze Cognitive, 1, pp. 1-23. (Url: <http://www.swif.uniba.it/lei/ai/networks/>).
- Cover, T. M., Hart, P. E. (1967) “*Nearest Pattern Classification*” IEEE Trans.

on Information Theory, Vol. IT-13, No. 1, pp 21-27.

D

- D'Amico R. (1995) "*Is disease a natural kind?*" The Journal of Medicine and Philosophy. Vol. 20, pp. 551-569.
- DesJardins, D. (2001) "*Outliers, inliers, and just plain liars: new EDA+ techniques for understanding data.*" In Proc. SAS User's Group Intl. Conf., SUGI26, Long Beach, CA, 2001. (Paper 169).
- Duda R., Hart P., Stork D. (2000) "*Pattern Classification*" 2nd Ed.. John Wiley & Sons, New York, NY. (ISBN: 978-0-471-05669-0) (Url: <http://eu.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-0471056693.html>).

F

- Federspil, G. (1980) "*I fondamenti del metodo in medicina clinica e sperimentale*". Piccin editore, Padova (ISBN: 9788821208164) (Url: <http://www.piccineditore.it/libri/9788821208164/>).
- Federspil, G., Giaretta, P. (Eds.) (2004) "*Forma della Razionalità Medica.*" Rubbettino Scientifica (ISBN 88-498-0755-4) (Url: http://www.rubbettino.it/rubbettino/public/dettaglioLibro_re.jsp?ID=2490).
- Feng, C., Michie D. (1994) "*Machine Learning of Rules and Trees*" in (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994, Chap. 5, pp. 50-83).
- Fisher, R.A. (1936) "*The use of multiple measurements in taxonomic problems*". Annals of Eugenics, Vol. 7, pp. 179-188.
- Fisher, R.A. (1938) "*The statistical utilisation of multiple measurements*". Annals of Eugenics, Vol. 8, pp. 376-386.

G

- Gad-el-Hak, M. (2004) "*Publish or Perish - An Ailing Enterprise?*". Physicstoday. Vol. 57(3), pp. 61-62. (Url: http://www.physicstoday.org/vol-57/iss-3/pdf/vol57no3p61_62.pdf).
- Gärdenfors, P. (2000) "*Conceptual Spaces: the Geometry of Thought*". Cambridge, Massachusetts, MIT Press. (ISBN: 0262071991) (Url: <http://mitpress.mit.edu/0262071991>).
- Giani, U. (1989) "*La mente diagnostica. Probabilità, incertezza e modelli di Intelligenza Artificiale in Medicina*". Liguori Editore. (ISBN: 978-88-207-1794-0) (Url: <http://www.liguori.it/schedanew.asp?isbn=1794>).
- Giaretta P (2004) "*Aspetti idiografici e nometetici del procedimento clinico: analisi di un caso*" in (Federspil, Giaretta, 2004; pg. 143-162).
- Gioriello, G., Moriggi, S. (2004) "*Tra diagnosi e scoperta. Una rilettura del caso Semmelweis*" in (Federspil, Giaretta, 2004; pg. 9-30).
- Güvenir, H.A., Demiroz, G., Ilter, N. (1998) "*Learning differential diagnosis*

of erythemato-squamous diseases using voting feature intervals". Artificial Intelligence in Medicine Vol. 13, pp. 147-165.

Guvenir, H.A., Emeksiz, N. (2000) "*An expert system for the differential diagnosis of erythemato-squamous diseases*". Expert Systems with Applications Vol. 18, pp. 43-49. (Url: <http://www.cs.bilkent.edu.tr/~guvenir/publications/ESWA-18-1-43.pdf>).

H

Hampton, J.A. (1982) "*A demonstration of intransitivity in natural categories*". Cognition. Vol. 12, pp. 151-164.

Hampton, J.A. (1988) "*Overextension of conjunctive concepts: Evidence for a unitary model of concept typicality and class inclusion*". Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition. Vol. 14, pp. 12-32.

Hampton, J.A. (1997) "*Conceptual combination: Conjunction and negation of natural concepts*". Memory & Cognition, Vol. 25, pp. 888-909.

Harnad, S. (2005) "*To Cognize is to Categorize: Cognition is Categorization*" in (Cohen, Lefebvre, 2005) (Pre-print Url: <http://eprints.ecs.soton.ac.uk/11725/>).

Henery, R. J. (1994) "*Methods for Comparison*" in (Michie, Spiegelhalter, Taylor, 1994; Chap. 7, pp. 107-124).

Hesslow G. (1993) "*Do we need a concept of disease?*" Theoretical Medicine. Vol. 14, pp. 1-14.

Heylighen, F., Joslyn, C., Turchin, V. (Eds.) (2000) "*Principia Cybernetica Web*". Principia Cybernetica, Brussels. (Url: <http://cleamc11.vub.ac.be/>).

Houde, O., et Al. (1998) (Eds.) "*Vocabulaire de sciences cognitives*". Presses Universitaires de France — (tr. it. Houde, O. et Al. (2000) "*Dizionario di scienze cognitive. Neuroscienze, psicologia, intelligenza artificiale, linguistica, filosofia*". Editori Riuniti. (ISBN: 8835948207).

K

Kendell R. (1976) "*The concept of disease*". British Journal of Psychiatry. Vol. 128, pp. 508-509.

Khorsand, A., Graf, S., Sochor, H., Schuster, E., Porenta, G., (2007) "*Automated assessment of myocardial SPECT perfusion scintigraphy: A comparison of different approaches of case-based reasoning*". Artificial Intelligence in Medicine, Vol. 40, Issue 2, pp. 103-113. (Url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.artmed.2007.02.004>).

Kihlstrom, J.F., & McGlynn, S.M. (1991) "*Experimental research in clinical psychology*". In Hersen, M., Kazdin, A.E., Bellack, A.S. (Eds.), Clinical psychology handbook (2nd ed.). Pergamon. New York: pp. 239-257.

Kuncheva, L.I., Bezdek, J.C. (1998) "*Nearest prototype classification: clustering, genetic algorithms, or random search?*" IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C, Vol. 28(1), pp. 160-164. (Url: <http://dx.doi.org/10.1109/5326.661099>).

Kurgan, L.A., Cios, K.J., Tadeusiewicz, R., Ogielae, M., Goodendayf L.S. (2001) "*Knowledge discovery approach to automated cardiac SPECT diagnosis*". Artificial Intelligence in Medicine, Vol. 23(2), pp. 149-169. (Url: [http://dx.doi.org/10.1016/S0933-3657\(01\)00082-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0933-3657(01)00082-3)).

L

Lachenbruch, P., Mickey, R. (1968) "*Estimation of error rates in discriminant analysis*". Technometrics, Vol. 10, pp. 1-11.

M

Medin, D.L. (1989) "*Concepts and conceptual structure*". American Psychologist. Vol. 44, pp. 1469-1481.

Medin, D.L., Schaffer, M.M. (1978) "*Context theory of classification learning*". Psychological Review, Vol. 85, pp. 207-238.

Merton, R.K. (1949) "*Social Theory and Social Structure*". The Free Press, New York, NY. (Revised edition in 1968, ISBN: 978-0029211304).

Merton, R.K. (1973) "*Sociology of Science: Theoretical and Empirical Investigations*". University of Chicago Press, Chicago, IL. (ISBN: 978-0226520919).

Michie, D., Spiegelhalter, D.J., Taylor, C.C. (Eds) (1994) "*Machine Learning, Neural and Statistical Classification*". Prentice Hall (Ellis Horwood Series in Artificial Intelligence). (ISBN 013106360X) (Url: <http://www.maths.leeds.ac.uk/~charles/statlog/>).

Minda, J.P., Smith, J.D. (2002) "*Comparing prototype-based and exemplar-based accounts of category learning and attentional allocation*". Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition. Vol. 28, pp. 275-292.

Murphy, G.L. (2002) "*The big book of concepts*". Cambridge, MA, MIT Press. (ISBN: 0-262-13409-8) (Url: <http://mitpress.mit.edu/0262134098>).

Murphy, G.L., Medin, D.L. (1985) "*The role of theories in conceptual coherence*". Psychological Review. Vol. 92, pp. 289-316.

Murphy, G.L., Ross, B.H. (2005) "*The two faces of typicality in category-based induction*". Cognition. Vol. 95, pp. 175-200. (Url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cognition.2004.01.009> Pre-Print Url: <http://www.psych.nyu.edu/murphy/Murphy-Ross2005.pdf>).

Murri A. (1972) "*Quattro lezioni e una perizia, Il problema del metodo in medicina e biologia*". Zanichelli, Bologna. (Ed. originale 1905).

N

Nieddu, L., Patrizi, G. (2000) “*Formal methods in pattern recognition: A review*”. *European Journal of Operational Research*. Vol. 120, pp. 459-495.

P

Pearson R.K. (2006) “*The Problem of Disguised Missing Data*” SIGKDD Explorations, Vol. 8(1), pp. 83-92. (Url: <http://kdd.org/explorations/issues/8-1-2006-06/12-Pearson.pdf>).

Pencolé, Y., Cordier, M. (2005) “*A formal framework for the decentralised diagnosis of large scale discrete event systems and its application to telecommunication networks*” *Artificial Intelligence*. Vol. 164, Issues 1-2, pp. 121-170. (Url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.artint.2005.01.002>).

Posner, M.I., Keele, S.W. (1968) “*On the genesis of abstract ideas*”. *Journal of Experimental Psychology*. Vol. 77, pp. 353-363.

Posner, M.I., Keele, S.W. (1970) “*Retention of abstract ideas*”. *Journal of Experimental Psychology*. Vol. 83, pp. 304-308.

R

Reznek L. (1987) “*The Nature of Disease. (Philosophical Issues in Science)*”. Routledge and Kegan Paul, London. (ISBN: 978-0710210821).

Ridderikoff, J. (1987) “*Diagnostic Decision Support Systems*”. *Proceedings of the 7th International Conference Medicine Informatics Europe (MIE 87)*, Roma, pg. 242-248.

Rogoff, B. (1991) “*Apprenticeship in Thinking. Cognitive Development in Social Context*”. Oxford University Press (ISBN: 9780195070033) (tr. it. Rogoff, B. (2006) “*Imparando a pensare: l'apprendimento guidato nei contesti culturali*” Ed. R. Cortina, Milano).

Rosch, E. (1975) “*Cognitive Representations of Semantic Categories*”. *Journal of Experimental Psychology*. Vol. 104(3), pp. 192-233.

Rosch, E., Mervis, C.B. (1975) “*Family resemblance: Studies in the internal structure of categories*”. *Cognitive Psychology*. Vol. 7, pp. 573-605.

Russell, S.J., Norvig, P. (1995) “*Artificial Intelligence. A Modern Approach*”. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (Url: <http://www.cs.berkeley.edu/~russell/aima1e.html>) (ISBN 0-13-103805-2).

Russell S.J., Norvig P. (2002) “*Artificial Intelligence. A Modern Approach*”. 2nd ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (ISBN: 9780137903955) (Url: <http://aima.cs.berkeley.edu/>).

S

- Sacha, J.P., Goodenday, L.S., Cios, K.J. (2002) "*Bayesian learning for cardiac SPECT image interpretation*". Artificial Intelligence in Medicine. Vol. 26(1-2), pp. 109-143. (Url: [http://dx.doi.org/10.1016/S0933-3657\(02\)00055-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0933-3657(02)00055-6)).
- Sadegh-Zadeh, K. (1999) "*Fundamentals of clinical methodology: 3. Nosology*". Artificial Intelligence in Medicine. Vol. 17, pp. 87-108.
- Sadegh-Zadeh, K. (2000) "*Fundamentals of clinical methodology: 4. Diagnosis*". Artificial Intelligence in Medicine. Vol. 20, pp. 227-241.
- Samuel, A.L. (1959) "*Some studies in machine learning using the game of checkers*". IBM Journal of Research and Development. Vol. 3(3), pp. 210-229.
- Samuel, A.L. (1967) "*Some studies in machine learning using the game of checkers II-Recent progress*". IBM Journal of Research and Development, Vol. 11(6), pp. 601-617.
- Scandellari, C. (1981) "*La strategia della diagnosi*". Piccin editore, Padova. (ISBN: 9788821209253) (Url: <http://www.piccinonline.com/libri/9788821209253/>).
- Shortliffe, E.H. (1976) "*Computer-Based Medical Consultations: MYCIN*". Elsevier North-Holland, Amsterdam, London, New York.
- Smith, E.E., Medin, D.L. (1981) "*Categories and Concepts*". Cambridge, MA, Harvard University Press.
- Smith, J.W., Everhart, J.E., Dickson, W.C., Knowler, W.C., Johannes, R.S. (1988) "*Using the ADAP learning algorithm to forecast the onset of diabetes mellitus*". In "Proceedings of the Symposium on Computer Applications and Medical Care". IEEE, Computer Society Press. pp. 261-265.
- Sowa, J.F., (2005) "*Categorization in Cognitive Computer Science*". In (Cohen, Lefebvre, 2005).
- Sternberg, R.J. (2002) "*Cognitive Psychology*". 3rd ed. Wadsworth Pub Co (ISBN: 978-0155085350).

T

- Thagard, P. (2005) "*Mind: Introduction to cognitive science*", 2nd ed. Cambridge, MA, MIT Press. (ISBN: 978-0-262-20154-4) (Url: <http://mitpress.mit.edu/978-0-262-20154-4>).
- Thagard, P., Toombs, E. (2005) "*Atoms, Categorization and Conceptual Change*" in (Cohen, Lefebvre, 2005) (Pre-print Url: <http://cogsci.uwaterloo.ca/Articles/atoms.pdf>).
- Trautteur, G. (2002) "*Undici Tesi sulla Scienza Cognitiva*". Adelphiana. (Url: <http://www.adelphiana.it/pdf/Trautteur.pdf>).

U

Ubeyli, E.D., Guler, I. (2005) “Automatic detection of erythematous-squamous diseases using adaptive neuro-fuzzy inference systems.” *Computers in Biology and Medicine*. Vol. 35, pp. 421-433. (Url: <http://dx.doi.org/doi:10.1016/j.combiomed.2004.03.003>).

W

Wiener, N. (1964) “*God & Golem Inc. A comment on Certain Points where Cybernetics Impinges on Religion*”. The MIT Press, Cambridge, MA. (Trad. it. “*Dio Golem S.p.A. Un commento su alcuni punti in cui la cibernetica incontra la religione*”, Torino, Boringhieri, 1967).

Wilson, D.R., Martinez, T.R. (2000) “Reduction techniques for exemplar-based learning algorithms.” *Machine Learning*, Vol. 38(3), pp. 257-268. (Pre-print Url: <http://citeseer.ist.psu.edu/wilson00reduction.html>).

Windelband, W. (1894) “*Geschichte und Naturwissenschaft*”. Straßburg (tr. it. “*Storia e scienza della natura*”).

Witten, I.H., Frank, E. (2005) “*Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques with Java Implementations*”. 2nd ed. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA. (ISBN: 0-12-088407-0) (Url: <http://books.elsevier.com/0120884070>) (Url: <http://www.cs.waikato.ac.nz/~ml/weka/book.html>).

Z

Zaki, S.R., Nosofsky, R.M., Stanton, R.D., Cohen, A.L. (2003) “Prototype and Exemplar Accounts of Category Learning and Attentional Allocation: A Reassessment”. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 29(6), pp. 1160-1173 (Url: <http://dx.doi.org/10.1037/0278-7393.29.6.1160>).

Elenchi delle Figure, Tabelle, Algoritmi, Formule ed Equazioni

Elenco delle Figure

Figura II-1: Un albero di decisione	39
Figura II-2: Un generico <i>classifier system</i> basato su istanze.....	45
Figura II-3: Un esempio bidimensionale di tassellazione dello spazio secondo la <i>NN-rule</i>	51
Figura II-4: Un esempio bidimensionale della <i>k-NN rule</i> con $k = 5$	56
Figura II-5: Tipica dinamica di apprendimento per un sistema classificatore .	60
Figura II-6: Aspetti cognitivi e computazionali della categorizzazione.....	62
Figura II-7: Gerarchia degli algoritmi di classificazione e teorie cognitive.....	65
Figura III-1: Legami tra ragionamento diagnostico, teorie della categorizzazione e apprendimento automatico.....	77
Figura VI-1: <i>Accuracy</i> del <i>k-NNC</i> al variare di k sul <i>data set</i> ‘Iris’	103
Figura VI-2: <i>Accuracy</i> del <i>k-NNC</i> al variare di k sul <i>data set</i> ‘Dermatology’	103
Figura VI-3: <i>Accuracy</i> del <i>k-NNC</i> al variare di k sul <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’	104
Figura VI-4: <i>Accuracy</i> del <i>k-NNC</i> al variare di k sul <i>data set</i> ‘SPECTF’	104
Figura VI-5: <i>Accuracy</i> al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il <i>data set</i> ‘Iris’	108
Figura VI-6: <i>Accuracy</i> al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il <i>data set</i> ‘Dermatology’	110
Figura VI-7: <i>Accuracy</i> al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’	112
Figura VI-8: <i>Accuracy</i> al variare del numero di iterazioni di apprendimento per il <i>data set</i> ‘SPECT’	114
Figura VI-9: <i>Accuracy</i> ottenuta dai vari classificatori basati su istanze per diversi problemi diagnostici	118

Figura VI-10: Cardinalità della <i>concepts description</i> ottenuta dai vari classificatori basati su istanze per diversi problemi diagnostici.....	119
Figura 0-1: Sintesi schematica dei principali argomenti affrontati e dei risultati ottenuti.....	130

Elenco delle Tabelle

Tabella IV-1: Una possibile matrice di confusione.....	83
Tabella IV-2: La generica matrice di confusione binaria.....	83
Tabella IV-3: Legame tra una matrice di confusione multiclasse e quella binaria.....	86
Tabella V-1: Principali caratteristiche dei <i>data set</i> usati negli esperimenti.....	92
Tabella V-2: Classi contenute nel <i>data set</i> ‘Iris’ e relativa distribuzione statistica.....	93
Tabella V-3: Classi contenute nel <i>data set</i> ‘Dermatology’ e relativa distribuzione statistica.....	94
Tabella V-4: Classi contenute nel <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ e relativa distribuzione statistica.....	95
Tabella V-5: Classi contenute nel <i>data set</i> ‘SPECTF’ e relativa distribuzione statistica.....	96
Tabella V-6: Metriche e normalizzazioni usate per i <i>data set</i> considerati.....	97
Tabella VI-1: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il NPC.....	101
Tabella VI-2: <i>Accuracy</i> ottenuta al variare di k per ogni <i>data set</i> per il k -NNC.....	102
Tabella VI-3: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il NNC ($k=1$).....	105
Tabella VI-4: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il k -NNC con k ottimizzato.....	106
Tabella VI-5: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul <i>data set</i> ‘Iris’.....	107
Tabella VI-6: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul <i>data set</i> ‘Dermatology’.....	109
Tabella VI-7: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’.....	111
Tabella VI-8: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate al variare del numero di iterazioni di apprendimento sul <i>data set</i> ‘SPECT’.....	113
Tabella VI-9: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il T.R.A.C.E. sui <i>data set</i> considerati.....	115
Tabella VI-10: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il PEL-C sui <i>data set</i> considerati.....	116

Tabella VI-11: Confronto tra le prestazioni dei differenti sistemi classificatori	117
Tabella VI-12: Confronto tra le <i>concepts description</i> ottenute dai differenti sistemi classificatori	120
Tabella VI-13: <i>Concepts description</i> calcolata dal <i>PEL-C</i> e relativa rappresentatività per il <i>data set</i> ‘Iris’	122
Tabella VI-14: <i>Concepts description</i> calcolata dal <i>PEL-C</i> e relativa rappresentatività per il <i>data set</i> ‘Dermatology’	122
Tabella VI-15: <i>Concepts description</i> calcolata dal <i>PEL-C</i> e relativa rappresentatività per il <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’	123
Tabella VI-16: <i>Concepts description</i> calcolata dal <i>PEL-C</i> e relativa rappresentatività per il <i>data set</i> ‘SPECTF’	124
Tabella VI-17: Sintesi parziale delle analisi teoriche e dei risultati sperimentali ottenuti	126
Tabella C-1: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il <i>NPC</i>	151
Tabella C-2: Insieme delle istanze rappresentative <i>RI</i> calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>NPC</i>	151
Tabella C-3: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>NPC</i>	151
Tabella C-4: Insieme delle istanze rappresentative <i>RI</i> calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>NPC</i>	152
Tabella C-5: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>NPC</i>	152
Tabella C-6: Insieme delle istanze rappresentative <i>RI</i> calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>NPC</i>	152
Tabella C-7: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>NPC</i>	153
Tabella C-8: Insieme delle istanze rappresentative <i>RI</i> calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il <i>NPC</i>	153
Tabella C-9: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il <i>NPC</i>	153
Tabella D-1: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il <i>NNC</i> ($k=1$)	155
Tabella D-2: Sintesi delle <i>test suite</i> effettuate con il <i>leave one out</i> per il <i>k-NNC</i> con <i>k</i> ottimizzato	156
Tabella D-3: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>k-NNC</i> per $k=7$	156
Tabella D-4: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>k-NNC</i> per $k=9$	157
Tabella D-5: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘ <i>leave-one-out</i> ’ sul <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>k-NNC</i> per	

$k=9$	157
Tabella D-6: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il k -NNC per $k=9$	158
Tabella E-1: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	159
Tabella E-2: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	160
Tabella E-3: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	160
Tabella E-4: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	161
Tabella E-5: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	162
Tabella E-6: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	163
Tabella E-7: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	164
Tabella E-8: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	167
Tabella E-9: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	170
Tabella E-10: Insieme delle istanze rappresentative RI calcolate sull’intero <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	171
Tabella E-11: Rappresentatività percentuale delle istanze rappresentative per il <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	174
Tabella E-12: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il <i>T.R.A.C.E.</i>	176
Tabella F-1: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘Iris’ con il <i>PEL-C</i>	177
Tabella F-2: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolati con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘Dermatology’ con il <i>PEL-C</i>	178
Tabella F-3: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolate con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘Pima-Indians-Diabetes’ con il <i>PEL-C</i>	178
Tabella F-4: Matrice di confusione e indici di <i>performance</i> calcolate con il ‘leave-one-out’ sul <i>data set</i> ‘SPECTF’ con il <i>PEL-C</i>	179

Elenco degli Algoritmi

Algoritmo II-1: Algoritmo di apprendimento <i>T.R.A.C.E.</i>	58
-------------------------------------------------------------------	----

Elenco delle Formule ed Equazioni

Eq. II-1: L'insieme delle possibili classi	36
Eq. II-2: Un <i>training set</i> di <i>features vector</i>	36
Eq. II-3: La generica funzione di apprendimento	37
Eq. II-4: La generica funzione di classificazione	37
Eq. II-5: Una generica funzione distanza	45
Eq. II-6: Proprietà della distanza	45
Eq. II-7: Distanza banale per un generico spazio metrico	46
Eq. II-8: Distanze di Minkowski di ordine p per istanze con attributi generici	46
Eq. II-9: Distanza per un generico attributo	47
Eq. II-10: Distanza Manhattan	47
Eq. II-11: Distanza Euclidea	47
Eq. II-12: Distanza banale per un singolo attributo	48
Eq. II-13: Distanza lineare	48
Eq. II-14: Definizione di range	48
Eq. II-15: Distanza di Minkowski normalizzata rispetto al range	49
Eq. II-16: Un insieme di istanze rappresentative	49
Eq. II-17: La regola del primo vicino (<i>NN Rule</i>)	50
Eq. II-18: Sottoinsieme di un <i>training set</i>	52
Eq. II-19: Sottoinsieme di un <i>data set</i>	53
Eq. II-20: Valor medio di un attributo all'interno di una classe	53
Eq. II-21: Baricentro della k -ma classe	53
Eq. II-22: L'insieme RI per il <i>NPC</i>	54
Eq. II-23: L'insieme RI per il <i>NNC</i>	55
Eq. IV-1: La generica matrice di confusione	82
Eq. IV-2: Definizione di <i>accuracy</i> nel caso generale	85
Eq. IV-3: Calcolo di <i>TP FP FN TN</i> per problemi multiclasse	86
Eq. IV-4: Calcolo degli indici di prestazioni per problemi multiclasse	87

NomeFile: 10_Dissertazione_086.doc

Dimensione: 2830848 Kbyte

Numero Caratteri: 218253

Numero Parole: 40993

Numero Pagine: 193

