

————— Università degli Studi di Napoli Federico II ————
Facoltà di Ingegneria



Giovanni Cuomo

**L'EFFETTO DI CARICHI VERTICALI ELEVATI SUL
PROGETTO DEI DISPOSITIVI DI ISOLAMENTO
SISMICO**

*Tesi di Dottorato
XX Ciclo*

*Il Coordinatore
Prof. Ing. Federico M. MAZZOLANI*

*I Tutors
Prof. Ing. Antonio DE LUCA
Prof. Ing. Elena MELE*

————— *Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Costruzioni* ————

Questo lavoro riassume l'attività di ricerca sul comportamento ed il progetto di dispositivi elastomerici per isolamento sismico, svolta in questi anni al Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università degli Studi di Napoli.

Mi sento di ringraziare Antonello De Luca ed Elena Mele, Professori di Tecnica delle Costruzioni dell'Università di Napoli, che con entusiasmo mi hanno guidato e stimolato nel corso dell'attività di studio e ricerca.

Vorrei inoltre ringraziare con stima e affetto il Dipartimento di Ingegneria Strutturale che ha contribuito alla mia formazione attraverso la continua ricerca del sapere e del capire.

Un sincero ringraziamento alla mia famiglia e a Caterina per il continuo sostegno.

L'EFFETTO DI CARICHI VERTICALI ELEVATI SUL PROGETTO DEI DISPOSITIVI DI ISOLAMENTO SISMICO

INDICE

INTRODUZIONE	1
ARTICOLAZIONE DELLA TESI	3
L'ISOLAMENTO SISMICO	5
2.1 PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO.....	5
2.1.1 <i>Basi teoriche</i>	9
2.2 PRIME APPLICAZIONI.....	14
2.3 NUOVE TENDENZE.....	23
2.4 TIPOLOGIE DI ISOLATORI	33
2.4.1 <i>Isolatori elastomerici</i>	34
2.4.2 <i>Isolatori a scorrimento</i>	39
2.4.3 <i>Altri sistemi di isolamento</i>	42
2.4.4 <i>Vantaggi e svantaggi dei singoli dispositivi di isolamento</i>	43
LO STATO TENSIO-DEFORMATIVO NEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI	45
3.1 CARATTERISTICHE GEOMETRICHE E MECCANICHE	45
3.2 MECCANICA DEL COMPORTAMENTO	47
3.2.1 <i>Tensioni e deformazioni</i>	47
3.2.2 <i>Tensioni e deformazioni nello strato di elastomero confinato soggetto a carico verticale</i>	48
3.2.3 <i>Tensioni e deformazioni nello strato di elastomero soggetto alla combinazione dei carichi verticali ed orizzontali</i>	57
3.2.4 <i>Strato di elastomero soggetto a solo carico orizzontale</i>	59
3.2.5 <i>Strato di elastomero soggetto a flessione</i>	60
3.3 RIGIDEZZA VERTICALE ED ORIZZONTALE	61
3.4 DISSIPAZIONE DI ENERGIA - SMORZAMENTO	67

VERIFICHE ED ABACI DI PROGETTO PER DISPOSITIVI ELASTOMERICI... 71

4.1	VERIFICHE DI SICUREZZA DEI DISPOSITIVI HDRB	71
4.1.1	<i>Verifica della deformazione di taglio massima negli isolatori</i>	71
4.1.2	<i>Verifica delle tensioni nelle piastre di acciaio</i>	73
4.1.3	<i>Verifica del carico critico</i>	73
4.1.4	<i>Verifica globale - rollout</i>	75
4.2	ABACI DI PROGETTO	77
4.3	ESEMPIO DI PROGETTO	81
4.3.1	<i>Caratteristiche dell'edificio</i>	81
4.3.2	<i>Scelta dei parametri iniziali</i>	82
4.3.3	<i>Calcolo del diametro dei dispositivi dalla tensione verticale per carichi gravitazionali</i>	83
4.3.4	<i>Calcolo del diametro dei dispositivi dalla deformazione di taglio dovuta al carico verticale per carichi gravitazionali</i>	83
4.3.5	<i>Calcolo del diametro effettivo dei dispositivi</i>	84
4.3.6	<i>Calcolo degli spessori di gomma</i>	85
4.3.7	<i>Calcolo della rigidezza orizzontale e del periodo del sistema di isolamento</i>	86
4.3.8	<i>Caratteristiche di dettaglio del sistema di isolamento e degli isolatori progettati</i>	87
4.3.9	<i>Verifica degli isolatori progettati</i>	89

ANALISI TENSIO DEFORMATIVA AGLI ELEMENTI FINITI: ASPETTI TEORICI E CALIBRAZIONE DEL MODELLO **93**

5.1	STATO DELL'ARTE.....	93
5.2	MATERIALI	98
5.2.1	<i>Il materiale elastomerico</i>	98
5.2.1.1	<i>Comportamento non lineare del materiale gomma</i>	101
5.2.1.2	<i>Caratterizzazione del comportamento meccanico di un elastomero</i>	104
5.2.1.3	<i>Modelli dell'energia di deformazione (teoria fenomenologia)</i>	106
5.2.1.4	<i>Determinazione dello stato tensionale</i>	110
5.2.2	<i>L'acciaio</i>	112
5.2.3	<i>Adesione gomma - acciaio</i>	113
5.2.4	<i>Prove per la caratterizzazione della mescola</i>	114
5.2.5	<i>Caratterizzazione della mescola</i>	120

5.3	MODELLAZIONE.....	123
5.3.1	<i>Elementi finiti per la modellazione di dispositivi HDRB</i>	123
5.3.2	<i>Modellazione dei dispositivi HDRB per la calibrazione del modello</i> ...	126
5.3.2.1	<i>Elementi finiti per la calibrazione del modello</i>	127
5.3.2.2	<i>Input del legame costitutivo del materiale elastomerico</i>	127
5.3.2.3	<i>Condizioni di carico e condizioni vincolari</i>	127
5.4	CALIBRAZIONE DEL MODELLO	128
5.4.1	<i>Prove sperimentali di riferimento</i>	128
5.4.2	<i>Modello assalsimmetrico dell'isolatore Ø300</i>	133
5.4.3	<i>Modello tridimensionale dell'isolatore Ø300</i>	134
5.4.4	<i>Comportamento del dispositivo – risultati delle analisi</i>	136
ANALISI PARAMETRICA AGLI ELEMENTI FINITI.....		143
6.1	DISPOSITIVI ELASTOMERICI UTILIZZATI NELLE ANALISI PARAMETRICHE	143
6.2	INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA PRIMARIO S_1 SULLO STATO TENSIO DEFORMATIVO NEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI ($S_1=6-30$).....	157
6.2.1	<i>Distribuzione delle tensioni per carichi verticali</i>	157
6.2.2	<i>Distribuzione delle deformazioni di taglio per carichi verticali</i>	166
6.2.3	<i>Effetto dei carichi orizzontali</i>	166
6.2.4	<i>Combinazione carichi verticali e orizzontali</i>	171
6.3	INFLUENZA DELLA COMPRESSIBILITÀ DELLA GOMMA SULLO STATO TENSO-DEFORMATIVO DEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI.....	174
6.4	INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA SECONDARIO S_2 SULLO STATO TENSIO DEFORMATIVO NEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI ($S_2=1.51-6.15$).....	178
DISCUSSIONE DEI RISULTATI E IMPLICAZIONI PROGETTUALI		187
7.1	DISCUSSIONE DEI RISULTATI RELATIVI ALL'INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA PRIMARIO ($S_1=6-30$).....	187
7.2	DISCUSSIONE DEI RISULTATI RELATIVI ALL'INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA SECONDARIO ($S_2=1.51-6.15$).....	193
CONCLUSIONI.....		201
BIBLIOGRAFIA.....		205
APPENDICE		

Capitolo 1

Introduzione

L'isolamento sismico è da tempo uscito dalla fase di sperimentazione iniziata negli anni '80 ed è divenuto un sistema di impiego corrente per la protezione sismica degli edifici civili. Dopo i terremoti di Northridge del 1994 e di Kobe del 1995, durante i quali alcune strutture monitorate hanno dimostrato, sul campo, l'efficacia dell'isolamento sismico, si è avuta una grande diffusione di questa tecnologia, specialmente in Giappone dove attualmente si contano circa tremila applicazioni ad edifici. Questa grande diffusione ha portato ad un utilizzo dell'isolamento sismico a volte *azzardato "sempre e comunque"*, e quindi anche in campi ai quali questa tecnologia non era stata mai applicata.

Le più recenti tendenze nel progetto degli edifici isolati prevedono applicazioni agli edifici alti, ad edifici leggeri, ad edifici su suoli soffici e all'adeguamento degli edifici esistenti. In tali applicazioni si adottano periodi di isolamento molto lunghi, 4s ed oltre. Tale scelta progettuale, nel caso degli edifici alti, si rende necessaria per ottenere un rapporto di isolamento adeguato e nel caso di edifici su suoli soffici, per evitare le elevate accelerazioni che in genere si riscontrano a periodi medio alti. Per le strutture esistenti, si ottengono elevati periodi di isolamento quando si vuole ottenere una elevata efficacia dell'isolamento sismico.

Pertanto il periodo di isolamento delle strutture si è spostato gradualmente da 2-3s, tipico delle applicazioni dei primi anni '90, a 3-4s (e più), nelle applicazioni più recenti.

Diretta conseguenza dell'incremento del periodo di isolamento sono gli elevati spostamenti orizzontali e gli elevati carichi verticali sui dispositivi.

Infatti, per gli isolatori elastomerici HDRB il periodo di isolamento può essere ottenuto dalla relazione (1),

$$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{p_m \cdot t_e}{G \cdot g}} \quad (1)$$

dove p_m rappresenta la pressione media di progetto sul dispositivo, t_e lo spessore totale di gomma, G il modulo di rigidezza a taglio della gomma e g l'accelerazione di gravità. Da questa relazione risulta evidente che possono essere utilizzati due principali approcci per aumentare il periodo di isolamento: il primo è la riduzione del modulo di taglio G della gomma, mentre il secondo è l'incremento della pressione media verticale p_m . Anche se oggi continuano le ricerche industriali orientate ad ottenere elastomeri sempre più soffici, una gomma con modulo di taglio inferiore a 0.35 MPa non sarebbe nella pratica utilizzabile, a causa delle basse proprietà meccaniche che essa presenta [Higashino *et al.*, 2003]. Per questo motivo la strada più spesso utilizzata per ottenere periodi di isolamento elevati è l'adozione di notevoli carichi verticali di progetto sui dispositivi.

Nelle prime applicazioni la tensione verticale di progetto per carichi di lunga durata (carichi gravitazionali) era convenzionalmente assunta tra 3 e 8 MPa [Pan *et al.*, 2005; Murota *et al.*, 1995]; una pressione di 6 MPa è tuttora assunta implicitamente come valore rappresentativo delle condizioni di esercizio dalle normative, che infatti prescrivono prove di taglio dei dispositivi con tale valore di carico verticale [LLGG98, 1998; OPCM 3431, 2005]. Nelle applicazioni più recenti, invece, gli isolatori elastomerici vengono spesso progettati assumendo carichi verticali a lungo termine pari a 10-15 MPa e carichi a breve termine, dovuti alla condizione sismica, pari a 20-30 MPa [Pan *et al.*, 2005]. Inoltre, se si considerano anche gli spostamenti orizzontali d , si nota, dalle relazioni (2) e (3), che sia l'incremento della pressione verticale media p_m sul dispositivo che l'incremento del detto spostamento, inducono maggiori deformazioni di taglio nella gomma.

$$\gamma_c = \frac{p_m}{S_1 G} \frac{A}{A_r} \quad ; \quad \gamma_s = \frac{d}{t_e} \quad (2)$$

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_s \quad (3)$$

Quindi, anche se l'isolamento alla base è attualmente una tecnica ormai matura, le nuove tendenze progettuali e l'ampliamento del campo delle applicazioni conducono a condizioni di lavoro per i dispositivi particolarmente gravose.

Si evidenzia, quindi, la necessità di valutare accuratamente gli effetti del carico verticale sulle prestazioni e modalità di collasso degli isolatori elastomerici, argomento che merita attenzione anche perché le relazioni di progetto e verifica presenti attualmente in bibliografia e nelle normative derivano da studi, analisi e sperimentazioni effettuate considerando un livello di carico verticale sugli isolatori pari a 6MPa, molto inferiore a quello adottato nelle nuove applicazioni.

A tal proposito, il metodo degli elementi finiti (FEM) costituisce un potente strumento per esaminare il comportamento dei dispositivi elastomerici in termini di parametri di risposta locale, ovvero tensioni e deformazioni negli strati elastomerici, nelle lame metalliche ed all'interfaccia elastomero-acciaio. La modellazione agli elementi finiti permette di cogliere tutti gli aspetti della risposta di un dispositivo: il comportamento non lineare del materiale; il vincolo di incompressibilità non lineare; le concentrazioni di tensione che si generano ai bordi del dispositivo dall'accoppiamento dei due materiali (elastomero e acciaio) caratterizzati da una significativa differenza nel valore della rigidezza; la dipendenza della distribuzione delle tensioni e delle deformazioni dalla morfologia e geometria del dispositivo (fattori di forma S_1 primario e secondario S_2 che saranno in seguito definiti).

In questo lavoro sono state pertanto sviluppate analisi FEM non lineari su dispositivi elastomerici al variare dei suddetti fattori di forma primario e secondario che caratterizzano la morfologia dei dispositivi. Nelle analisi sono state considerate pressioni verticali medie fino a 15MPa e deformazioni orizzontali applicate fino al 300%.

ARTICOLAZIONE DELLA TESI

Il lavoro si articola in otto capitoli. Nel capitolo 2 sono descritti i principi di funzionamento dell'isolamento sismico e l'evoluzione che ha interessato

questa tecnologia negli ultimi decenni. Sono illustrati i nuovi campi di applicazione, anche con l'ausilio di alcuni esempi di realizzazioni, e le diverse problematiche che alcuni di essi comportano nel progetto e nella verifica dei sistemi di isolamento. Si riporta inoltre la descrizione dei diversi sistemi di isolamento sismico esistenti, con particolare attenzione ai sistemi di isolamento che impiegano dispositivi elastomerici HDRB.

Nel capitolo 3, per la tipologia di dispositivi HDRB, si descrive lo stato tensio deformativo per carichi verticali e orizzontali con particolare riferimento alla soluzione analitica “pressure solution”, soluzione comunemente utilizzata nella derivazione delle formule di verifica per gli isolatori elastomerici.

Nel capitolo 4 vengono illustrate le verifiche dei dispositivi elastomerici e vengono forniti degli abachi di progetto che consentono l'agevole dimensionamento dei dispositivi del sistema di isolamento. Viene inoltre illustrato il processo di dimensionamento e verifica attraverso un esempio di progetto.

I capitoli 5, 6 e 7, riguardano l'analisi agli elementi finiti (FEM) dei dispositivi di isolamento HDRB. Nel capitolo 5 si riportata lo stato dell'arte sull'analisi FEM di questa tipologia di isolatori e si illustra la calibrazione del modello, eseguita attraverso diverse analisi di sensibilità, con particolare attenzione alla scelta del modello iperelastico da utilizzare per la gomma. Nel capitolo 6 vengono forniti i risultati delle analisi parametriche FEM orientate ad approfondire l'effetto dei fattori di forma primario S_1 e secondario S_2 , che controllano rispettivamente la stabilità locale e globale dei dispositivi, sul comportamento meccanico, stato tensionale e regime deformativo dei dispositivi elastomerici. Nel capitolo 7, infine, si riporta la discussione dei risultati delle analisi parametriche ed alcune implicazioni progettuali.

Capitolo 2

L'isolamento sismico

In questo capitolo si illustrano i principi di funzionamento dell'isolamento sismico e l'evoluzione che ha interessato le applicazioni ed i criteri progettuali per questa tecnologia negli ultimi decenni. Si illustrano inoltre i nuovi campi di applicazione, anche con l'ausilio di alcuni esempi di realizzazioni, e le diverse problematiche che ognuno di questi campi comporta nel progetto e nella verifica dei sistemi di isolamento.

2.1 PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO

Il principio alla base dell'isolamento sismico consiste nell'evitare il terremoto, piuttosto che resistervi, e viene applicato disaccoppiando la risposta dinamica dell'edificio dal moto del suolo. Il disaccoppiamento si ottiene mediante l'interposizione di dispositivi dotati di bassa rigidezza orizzontale e alte capacità dissipative, tra la struttura e le fondazioni, in grado di fornire alla struttura una frequenza fondamentale molto più bassa sia della frequenza della struttura non isolata che delle frequenze principali del suolo, e di incrementare lo smorzamento complessivo della struttura.

In altre parole, la benefica riduzione dell'energia in ingresso trasmessa alla struttura in elevazione viene ottenuta attraverso il filtraggio delle componenti a più elevata frequenza del moto sismico, generalmente caratterizzate da un maggiore contenuto energetico, e l'aumento dello smorzamento complessivo si persegue concentrando la dissipazione di energia all'esterno della struttura stessa, in corrispondenza dei dispositivi di isolamento.

I sistemi concepiti per isolare la struttura in elevazione dal complesso fondazione-terreno sono molteplici, ma sicuramente il sistema che ha riscosso un maggiore successo, sia per la semplicità di impiego e realizzazione che per l'affidabilità, è quello che prevede l'utilizzo di appoggi elastomerici con lamiera d'acciaio interne; la gomma conferisce al sistema un'elevata flessibilità in direzione orizzontale, molto maggiore di quella della struttura in elevazione, mentre l'interposizione delle lamine d'acciaio tra gli strati di gomma consente di ottenere una elevata rigidezza verticale, impedendo al materiale di espandersi lateralmente sotto i carichi verticali di esercizio. L'edificio risulta così isolato in direzione orizzontale, mentre la componente verticale del moto viene trasmessa inalterata alla struttura.

Il comportamento dinamico degli edifici isolati, è particolarmente vantaggioso per i seguenti motivi:

- il primo modo è configurato quasi come quello di un corpo rigido che si muove lentamente sopra un letto di dispositivi deformabili, con accelerazioni molto basse, con scorrimenti di piano modesti e con una partecipazione delle masse superiore al 90%. Questo modo identifica in maniera quasi totale la risposta della struttura in fase di sisma (figura 2);
- la partecipazione dei modi superiori, che maggiormente solleciterebbero la sovrastruttura, è molto ridotta e poco efficace per quanto riguarda sia le deformazioni interne che le accelerazioni trasmesse.

Queste proprietà dinamiche rendono gli edifici isolati alla base molto efficienti, ed inoltre rendono più affidabili le analisi numeriche sulle quali si basa il progetto delle strutture.

Infatti, poiché il primo modo riproduce quasi totalmente la risposta della costruzione, i modelli numerici usati in fase di progetto, basati sull'analisi modale con spettri di risposta, sono più aderenti alla realtà di quanto non lo siano nel caso di strutture convenzionali, in cui andrebbero combinati i modi più significativi secondo criteri aleatori (SRSS, CQC). La presenza di un primo modo quasi rigido rende anche più significativa la valutazione degli

effetti dissipativi da attribuire ai vari modi, risultando questi attribuibili, quasi per intero, alla capacità dissipativa dei dispositivi posti alla base del fabbricato.

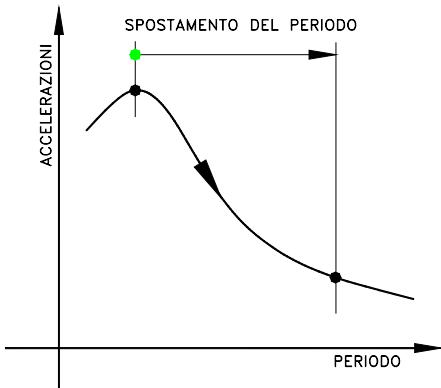


figura 1. Riduzione delle accelerazioni per periodi alti.

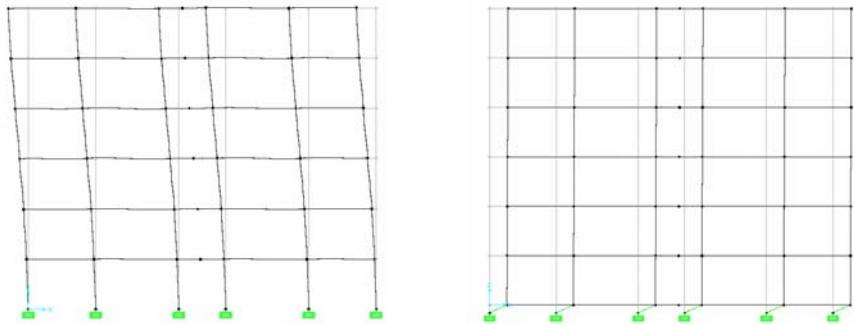


figura 2. Esempio di prima forma modale di un edificio multipiano a base fissa (a sinistra) e isolata.

Inoltre, la risposta delle strutture isolate è più precisamente determinabile in quanto gli isolatori sono prodotti industriali, sottoposti a test, a prove di qualificazione e di accettazione molto severe.

Oltre alla riduzione delle sollecitazioni sismiche negli elementi resistenti, esistono altri aspetti dell'isolamento sismico che lo rendono particolarmente

vantaggioso ed efficace; uno di questi è che l'isolamento alla base risulta la maniera più semplice per ridurre le accelerazioni ai piani e quindi sugli elementi non strutturali e sui contenuti dell'edificio. Questo aspetto è molto importante, soprattutto nell'ottica del "Performance based design", ma in genere non si considera nella pratica progettuale, anche perché le norme attuali non richiedono esplicitamente il controllo di accelerazioni.

Per quanto riguarda la sicurezza delle strutture isolate, si può affermare, che l'isolamento alla base è l'unico sistema che evita i danni strutturali e non strutturali in caso di forti terremoti. Infatti, come riportato nella norma Americana FEMA 274 [FEMA, 1997], le strutture isolate riescono nell'intento di evitare danni sia alla struttura che agli elementi non strutturali.

Quanto detto è evidente nella tabella 1, dove si riportano i livelli di rischio che, sia la struttura isolata indicata con "I" che la struttura a base fissa indicata con "F", sono in grado di assicurare.

<i>Protection Intended for New Buildings</i>			
Risk Category	Earthquake Ground Motion Level		
	Minor	Moderate	Major
Life Safety ¹	F/I	F/I	F/I
Structural Damage ²	F/I	F/I	I
Nonstructural Damage ³ (Contents Damage)	F/I	I	I

1. Loss of life is not expected for fixed-base (F) or isolated (I) buildings.
 2. Significant structural damage is not expected for fixed-base (F) or isolated (I) buildings.
 3. Significant nonstructural (contents) damage is not expected for fixed-base (F) or isolated (I) buildings

tabella 1. Rischio di danneggiamento per strutture isolate (I) ed a base fissa (F) [FEMA, 1997].

I livelli di rischio risultano:

Il livello di rischio *Life safety*, per la quale non ci si aspetta il crollo della struttura;

Il livello di rischio *Structural Damage*, per la quale non si aspettano danni nelle strutture;

Il livello di rischio *Nonstructural Damage*, per la quale non si aspettano danni non strutturali.

Si nota che per forti terremoti (Major earthquake) solamente le strutture isolate riescono ad assicurare i livelli di rischio che permettono di evitare danni agli elementi strutturali e non strutturali.

2.1.1 *Basi teoriche*

La teoria lineare dell'isolamento sismico è fornita in dettaglio in [Kelly, 1993] cui si farà riferimento nel seguito.

Analogamente a quanto avviene per le strutture a base fissa, in cui lo studio del comportamento dinamico parte dallo studio dell'oscillatore semplice, gli aspetti caratteristici del comportamento dinamico delle strutture isolate alla base sono derivabili dall'analisi di un modello semplificato, a due soli gradi di libertà, in cui i due gradi di libertà sono l'uno rappresentativo del sistema di isolamento, l'altro della struttura in elevazione.

Lo studio del semplice sistema a due gradi di libertà (2DOF), con molle lineari e smorzamento lineare viscoso, è sviluppato con la tecnica dell' analisi modale che consente di individuare le modifiche delle caratteristiche dinamiche, delle frequenze di vibrazione e delle forme modali determinate dal sistema di isolamento sulla struttura in elevazione.

I parametri meccanici e cinematici che caratterizzano il moto assoluto di un sistema a due gradi di libertà sono (figura 3):

m: massa della sovrastruttura;

k, c: rigidezza e smorzamento della sovrastruttura;

m_b: massa dell'impalcato al di sopra del sistema di isolamento;

k_b , c_b : rigidezza e smorzamento del sistema di isolamento.

u_g : spostamento al suolo;

u' : spostamento assoluto del sistema d'isolamento;

u : spostamento assoluto della sovrastruttura.

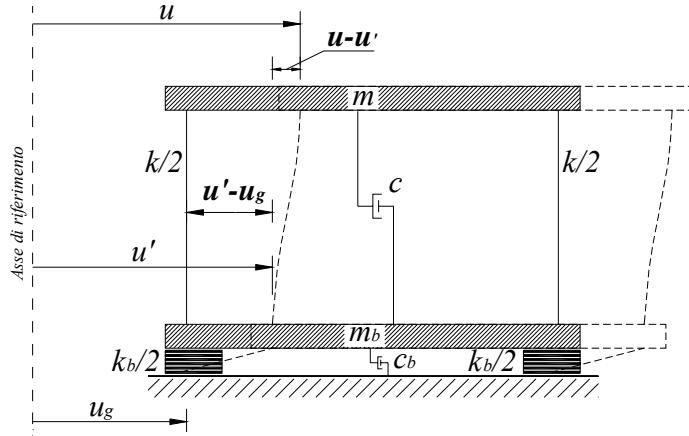


figura 3. Parametri del sistema a due gradi

Dall'equilibrio dinamico (4) e (5), si ottengono le equazioni del moto in spostamenti assoluti del sistema a 2GDL.

$$m\ddot{u} = -c(\dot{u} - \dot{u}') - k(u - u') \quad (4)$$

$$m\ddot{u} + m_b\ddot{u}' = -c_b(\dot{u}' - \dot{u}_g) - k_b(u' - u_g) \quad (5)$$

Come osservato in [Kelly, 1993], i parametri di spostamento con i quali è però più conveniente lavorare sono gli spostamenti relativi, ovvero lo spostamento relativo della massa della struttura rispetto alla base u_s (6) e lo spostamento relativo della base della struttura rispetto al terreno u_b (7).

$$u_s = u - u' \quad (6)$$

$$u_b = u' - u_g \quad (7)$$

Operando questo cambio di coordinate, le equazioni del moto in termini di spostamenti relativi diventano le (8) e (9).

$$m\ddot{u}_b + m\ddot{u}_s + c\dot{u}_s + ku_s = -m\ddot{u}_g \quad (8)$$

$$(m + m_b)\ddot{u}_b + m\ddot{u}_s + c_b\dot{u}_b + k_bu_b = -(m + m_b)\ddot{u}_g \quad (9)$$

Questo sistema di due equazioni può essere risolto tramite la decomposizione modale che fornisce una chiara visione della risposta.

Per valutare i modi di vibrazione, i fattori di partecipazione modale e le frequenze del sistema, riscriviamo le precedenti equazioni in forma matriciale (10),

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g \quad (10)$$

dove \mathbf{M} rappresenta la matrice delle masse, \mathbf{C} quella dello smorzamento, \mathbf{K} quella delle rigidezze ed \mathbf{u} rappresenta il vettore degli spostamenti relativi:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & m \\ M & m \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & c \\ c_b & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ k_b & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_b \\ u_s \end{Bmatrix}; \mathbf{r} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Definendo:

- $\omega_s = (k/m)^{1/2}$ come la frequenza della struttura a base fissa;
- $\omega_b = (k_b/M)^{1/2}$ come la frequenza del sistema di isolamento di rigidezza k_b . La massa M è pari alla massa totale del sistema di isolamento più edificio in elevazione;
- $\xi_s = \frac{c}{2m\omega_s}$ come lo smorzamento della struttura in elevazione;
- $\xi_b = \frac{c_b}{2M\omega_b}$ come lo smorzamento del sistema di isolamento;

ed assumendo:

- $m_b < m$, entrambe dello stesso ordine di grandezza, quindi:

$$\gamma = \frac{m}{(m + m_b)} < 1;$$
- $\omega_s = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} \gg \omega_b = \left(\frac{k_b}{M}\right)^{1/2}$ e definendo $\varepsilon = \left(\frac{\omega_b}{\omega_s}\right)^2$, il quale avrà un ordine di grandezza di 10^{-2} ;
- i fattori di smorzamento per la struttura ed il sistema di isolamento, rispettivamente ξ_s e ξ_b , dove $\xi_s = \frac{c}{2m\omega_s}$ e $\xi_b = \frac{c_b}{2M\omega_b}$, sono dello stesso ordine di grandezza di ε (unità percentuali).

le frequenze proprie del sistema e le deformate modali si ottengono risolvendo il problema agli autovalori. Dalla soluzione si possono ottenere la frequenza del sistema d'isolamento modificata dalla deformabilità della struttura (11), e la frequenza della struttura in elevazione modificata dalla presenza della massa alla base (12).

$$\omega_1^2 = \omega_b^{*2} = \omega_b^2 (1 - \gamma \varepsilon) \quad (11)$$

$$\omega_2^2 = \omega_s^{*2} = \frac{\omega_s^2}{1 - \gamma} (1 + \gamma \varepsilon) \quad (12)$$

In molti casi si ottengono risultati sufficientemente accurati assumendo come valori di ω_b^* e di ω_s^* i primi termini (13 e 14)

$$\omega_b^* = \omega_b \quad (13)$$

$$\omega_s^* = \frac{\omega_s}{(1 - \gamma)^{1/2}} \quad (14)$$

Tali espressioni di ω_b^* e di ω_s^* consentono di osservare che la frequenza del sistema d'isolamento (ω_b) è modificata solo leggermente (in particolare è ridotta di una quantità dell'ordine di grandezza di ε) dalla deformabilità della struttura, mentre la frequenza della struttura in elevazione (ω_s) risulta sensibilmente incrementata dalla presenza della massa alla base. La differenza iniziale tra la frequenza della struttura a base fissa e la frequenza dell'isolamento è aumentata dalla combinazione dei due elementi.

La prima forma modale, $\phi^1 = \{\phi_b^1, \phi_s^1\}^T$, posto $\phi_b^1 = 1$, è data dalla (15), e la seconda forma modale dalla (16).

$$\phi^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$\phi^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{\gamma}(1 - (1 - \gamma)\varepsilon) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Il primo modo di vibrazione del sistema a 2GDL, ϕ^1 , è approssimativamente un modo di struttura rigida, dando luogo a deformazioni nella parte in elevazione di ampiezza dell'ordine di ε (10^{-2}), mentre il secondo modo ϕ^2 , determina deformazioni sia nel sistema di isolamento che nella struttura in elevazione. Lo spostamento in sommità della struttura è dello stesso ordine di grandezza di quello alla base (all'incirca pari a $1/\gamma$), ma di segno opposto (figura 4).

I fattori di partecipazione modale, indicati con L_1 e L_2 , rispettivamente per il primo e secondo modo, sono riportati nelle (17 e 18).

$$L_1 = (1 - \gamma\varepsilon) \quad (17)$$

$$L_2 = \gamma\varepsilon \quad (18)$$

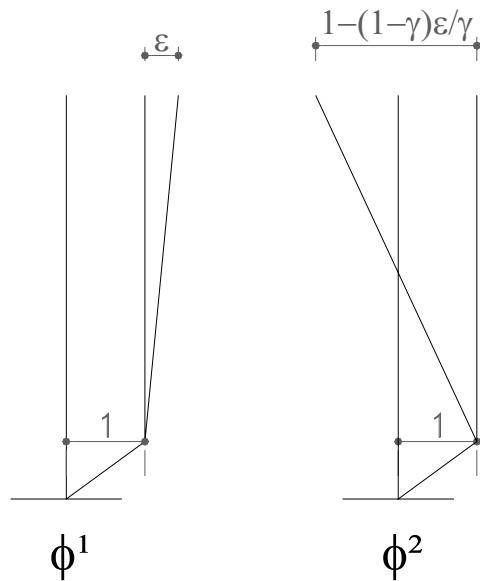


figura 4. Forme modali del sistema a due gradi di libertà.

Il fattore di partecipazione del secondo modo, che è il modo che coinvolge la deformazione della struttura, è dell'ordine di ε , e se le frequenze originali, ω_b e ω_s , sono ben separate, risulta essere molto piccolo. Pertanto, anche se il terremoto ha un elevato contenuto energetico a tale frequenza, il moto del suolo viene trasmesso alla struttura in elevazione in misura drasticamente ridotta.

Infine, poiché il fattore di partecipazione del primo modo è dell'ordine dell'unità, non c'è amplificazione delle accelerazioni di input nella struttura.

2.2 PRIME APPLICAZIONI

L'isolamento sismico è ormai uscito dalla fase di sperimentazione che è iniziata negli anni '80 ed è divenuto un sistema di impiego corrente per la protezione sismica degli edifici civili. La sua efficacia è stata chiaramente dimostrata dalla risposta osservata in costruzioni isolate che hanno subito terremoti violenti (tabella 2), e dal confronto con le analoghe prestazioni degli edifici non isolati.

Edificio	Paese	Sistema di Isolamento	Sovrastruttura	Sisma	PGA (g)	Accelerazioni in sommità (g)
USC Hospital	US	LRB+NRB	Struttura in acciaio a controventi	Northridge, 1994	0,36	0,2
LA Fire Command	US	HDRB	Struttura in acciaio a controventi	Northridge, 1994	0,22	0,32
Rockwell Computer	US	LRB	Calcestruzzo armato	Northridge, 1994	0,08	0,15
Foothill Justice Center	US	HDRB	Struttura in acciaio a controventi	Northridge, 1994	0,05	0,1
Nursing Home Building	JAP	HDRB+SD	Calcestruzzo armato	Mid Niigata Prefecture, 2004	0,8	0,2 (1st floor)
Government Building of Kushiro	JAP	NRB+Smorz.	Calcestruzzo armato	Tokachi-Oki, 2003	0,26	0,12
Office building of Hospital building (Sakai)	JAP	LRB	Calcestruzzo armato	Tokachi-Oki, 2003	0,29	0,23
Computer Center of	JAP	HDRB	Calcestruzzo armato	Tokachi-Oki, 2003	0,21	0,15
Office Building of Sendai	JAP	HDRB	Calcestruzzo armato	Miyagi-Ken-Oki, 2003	0,19	0,07
Office Building of Kobe	JAP	HDRB+SD	>60m (18 piani)	Miyagi-Ken-Oki, 2003	0,07	0,1
			Calcestruzzo armato	Kobe, 1995	0,27	0,2

tabella 2. Riduzione delle accelerazioni sismiche in alcune strutture isolate negli USA ed in Giappone

Dopo la prima fase, quindi, di sperimentazione durata per l'intero decennio degli anni '80 ed una fase di applicazione consapevole ed abbastanza diffusa degli anni '90, oggi l'isolamento sismico si trova in una terza fase caratterizzata da nuovi campi d'applicazione.

Il concetto di isolamento alla base, sia in termini di dinamica della struttura isolata sia in termini di meccanica dei dispositivi isolatori, è riportato in molti testi e pubblicazioni. Questi studi teorici, pubblicati su riviste di ingegneria strutturale e sismica o raccolti in testi dedicati all'argomento, sono stati di supporto alla stesura delle norme tecniche per il progetto delle strutture isolate e dei dispositivi d'isolamento in molti Paesi. Tra i molti testi che trattano l'argomento vale la pena di ricordare quelli di James M. Kelly, uno dei maggiori esperti di isolamento sismico al mondo, dal titolo: *"Earthquake-Resistant Design with Rubber"* [Kelly, 1993] e *"Design of Seismic Isolated Structures – From theory to practice"* [Naeim e Kelly, 1999].

Il primo approccio normativo al problema è datato 1986 e porta il nome di *"Tentative Seismic Isolation Design Requirements"* [SEAONC, 1986] sviluppato dalla SEAONC (Structural Engineers Association of Northern California) negli USA e basato su una procedura di progetto stistica equivalente (semplice per incoraggiare l'uso di questa tecnologia). Queste linee guida sono state considerevolmente modificate dalla UBC 1991 *"Earthquake Regulation for Seismic-Isolated Structures"* [UBC, 1991], dalle

UBC 1994 e 1997 [UBC, 1994; UBC 1997] e dall'IBC 2000, basate su metodi di progetto dinamici [IBC, 2000].

Per gli edifici, il processo di sperimentazione sul campo è iniziato nel 1983 negli USA con il *“Foothill Communities Law and justice Center”* nella contea di San Bernardino, città di Rancho Cucamonga in California (21 km dalla faglia di S. Andrea), ed è continuato in Giappone nel 1987 quando è stata rilevata la risposta degli edifici della Tohoku University a Sendai, costruiti dalla *Shimizu Corporation*, durante il terremoto di Off Fukushima.

Questi ultimi due edifici, costruiti in adiacenza, uno isolato (*a destra in figura 5*) ed uno a base fissa, hanno una configurazione strutturale praticamente identica. La risposta rilevata in termini di accelerazioni è riportata in tabella 3 [Shimizu Corporation, 1991]. Si fa notare che laddove l'azione sismica risulti essere di bassa intensità (direzione Y), l'isolamento sismico non è molto efficace in quanto la gomma che costituisce i dispositivi presenta una grossa rigidezza per basse sollecitazioni (piccoli spostamenti).



figura 5. Edifici della Tohoku University a Sendai, Giappone [Shimizu Corporation, 1991].

	BASE ISOLATA		BASE FISSA	
	x	y	x	y
Suolo	0.042g	0.027g	0.042g	0.027g
Piano sopra gli isolatori	0.020g	0.014g	---	---
Copertura	0.022g	0.013g	0.211g	0.063g
Fattore di amplificazione (copertura / suolo)	0.52	0.48	5.02	2.33
Amplificazione in copertura (base fissa / base isolata)	---	---	9.65	4.8

tabella 3. Confronto delle accelerazioni ai piani negli edifici della Tohoku University a Sendai, Giappone – terremoto di Off-Fukushima, 1987 [Shimizu Corporation, 1991].

In Italia, la prima struttura isolata si trova a Napoli ed è stata realizzata nel 1981 dal Prof. Federico M. Mazzolani (figura 6). L'edificio, che serve il centro operativo dei Vigili del Fuoco di Napoli, presenta una struttura sospesa in acciaio con nuclei portanti in cemento armato. La struttura, originariamente progettata per soli carichi verticali, dopo il terremoto Campano Lucano del 1980, venne isolata in corso d'opera.



figura 6. Primo edificio isolato in Italia, Centro operativo dei Vigili del Fuoco di Napoli, 1981.

Il sistema di isolamento risulta composto da isolatori elastomerici abbinati a dissipatori di energia elastoplastici (figura 7). Il sistema di isolamento è disposto alla sommità delle torri in cemento armato che sostengono la struttura reticolare di sospensione dell'edificio.



figura 7. isolatori elastomerici abbinati a dissipatori utilizzati nel Centro operativo dei Vigili del Fuoco di Napoli.

In occasione dei terremoti di Northridge del 1994 e di Kobe del 1995, strutture monitorate, situate negli USA e in Giappone, hanno dimostrato sul campo l'efficacia dell'isolamento sismico. Tra queste strutture si sono distinte:

- l'USC Hospital di Los Angeles, il quale ha superato senza danni il terremoto di Northridge, California, del 1994 (tabella 4).
- il Ministero delle Poste e Telecomunicazione di Sanda City (vicino Kobe), edificio isolato più grande del mondo, il quale ha superato indenne il sisma del 1995 (tabella 4).

Dopo questi eventi, grazie alle dimostrazioni di grande affidabilità ed efficacia dell'isolamento, si è avuto, in tutto il mondo, ma soprattutto in Giappone (con oggi circa 1000 applicazioni all'anno), un'esplosione delle realizzazioni di

strutture isolate, come si evince dalla figura 8 e dalla figura 9. In questa fase si è avuta un applicazione consapevole e diffusa della tecnologia.

Northridge Earthquake 1994 USC Hospital - Los Angeles		BASE ISOLATA	
		NS	EW
Suolo		0.37g	0.17g
Piano sopra gli isolatori		0.13g	0.14g
4° piano		0.10g	0.16g
6° piano		0.11g	0.15g
Copertura		0.21g	0.19g
Fattore di amplificazione (copertura / suolo)		0.56	1.11

Kobe Earthquake 1995 Ministero delle Poste – Sanda City	BASE ISOLATA		BASE FISSA	
	X	Y	X	Y
Suolo	0.30g	0.26g	0.27g	0.26g
Piano sopra gli isolatori	0.11g	0.06g	---	---
Copertura	0.10g	0.07g	0.97g	0.67g
Fattore di amplificazione (copertura / suolo)	0.33	0.28	3.6	2.6
Amplificazione in copertura (base fissa / base isolata)	---	---	9.7	9.6

tabella 4. Confronto delle accelerazioni ai piani del Ministero delle Poste e Telecomunicazione di Sanda City con quelle degli edifici adiacenti a base fissa.

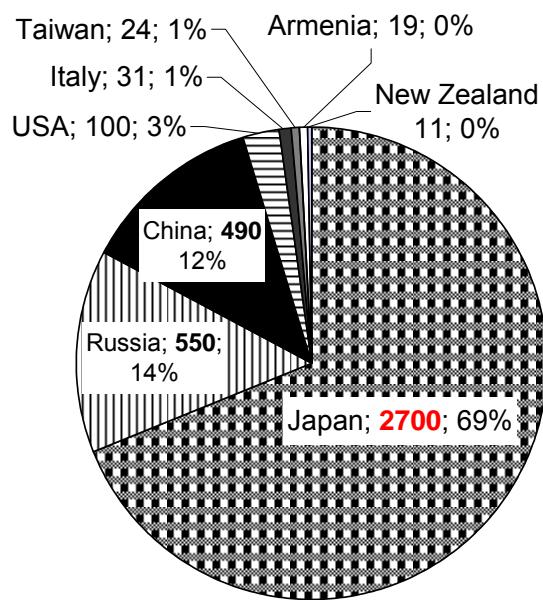


figura 8. Isolamento sismico nel mondo – stima al 2005.

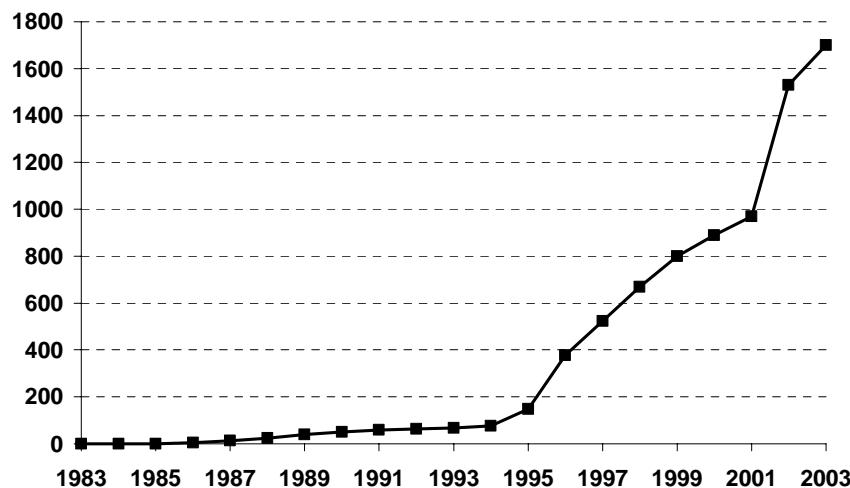


figura 9. Isolamento sismico in Giappone – stima al 2003

In Giappone, prima del 2000, cioè fino alla revisione delle normative Building Standard Law, per la costruzione di edifici isolati era necessaria l'approvazione del Ministero delle Costruzioni, rilasciata a seguito di revisione del progetto da parte del "Building Centre of Japan".

Per la verifica delle strutture isolate erano previste analisi di tipo time history per i seguenti livelli di input [Katigawa e Midorikawa, 1998]:

- Livello 1-limitazione del danno-velocità 25cm/s: le tensioni rimangono nei limiti ammissibili, e i dispositivi rimangono in deformazione stabile ($\gamma < 100\%$).
- Livello 2-salvataggio delle vite umane-50 cm/s: è il massimo evento atteso; la struttura risulta leggermente plasticizzata; agli isolatori rimane un certo grado di sicurezza ($\gamma < 200\%$).
- Livello 3-50-75 cm/s: per confermare le prestazioni già dimostrate al livello 2; dispositivi con $\gamma < 300\%$.

Per le analisi, venivano utilizzate registrazioni reali (El Centro del 1940, di Taft del 1952 e di Hachinhoe del 1968), e accelerogrammi sintetici, scalati in relazione alle diverse velocità di ogni livello di input sismico.

La Building Standard Law of Japan del 2000 [BCJ, 2000] introduce una serie di importanti novità nella progettazione sismica: oltre ai concetti di Performance based design, per le strutture isolate alla base consente di evitare la revisione del BCJ e l'approvazione del Ministero per i progetti di isolamento sismico relativi a edifici medio-alti che soddisfano le specifiche condizioni contenute nella "Notification 2009 del 2000" [Notification 2009, 2000], ossia:

- $H < 60\text{m}$;
- sistema di isolamento disposto alla base dell'edificio;
- massima eccentricità pari al 3%;
- assenza di trazione nei dispositivi.

Insieme alle specifiche contenute nella "Notification 2009", va utilizzata anche la "Notification 1446 del 2000 - Standard for specifications and test methods for seismic isolation devices" [Notification 1446, 2000].

Gli edifici che non soddisfano i requisiti richiesti dalla “Notification” hanno oggi bisogno di analisi time history e della revisione da parte di una agenzia di valutazione delle prestazioni.

Si fa notare che dopo il 2001 quando si è abolita l'autorizzazione speciale per i progetti con isolamento sismico, la tendenza alla crescita sembra inarrestabile.

Per quanto riguarda le principali caratteristiche degli edifici isolati in Giappone negli anni novanta, si rileva quanto segue [Okamoto et al., 2002]:

- I 3/4 degli edifici isolati presentano un taglio alla base minore del 15% del peso sismico;
- L'80% degli edifici è stato progettato con i due livelli di prestazione precedentemente descritti;
- Il rapporto di isolamento (T_{is}/T_{bf}) per il 90% degli edifici è compreso tra 3 e 20; per il 40% di essi è compreso tra 3 e 5.
- Per quanto riguarda i dispositivi di isolamento si impiegano per il 40% gli NRB, per il 20% gli HDR, per il 30% gli LRB, per il 10% gli SB & RBB (sliding bearing e rotation ball bearing);
- Quasi tutti chi edifici mostrano eccentricità minori del 5%; il 90% di essi, minore del 3%.
- Lo spostamento alla base medio è dell'ordine dei 0.25m per il livello di input 2; l'ampiezza media del giunto è pari a circa 0.50m.

L'isolamento sismico in Giappone è oggi molto applicato anche a gli edifici residenziali e agli ospedali. Nel 2005 si contavano circa 1100 edifici residenziali e circa 140 ospedali isolati come mostrato in figura 10 [Hamaguchi et al., 2006].

Vale la pena di citare una grossa realizzazione a Tokyo riguardante una vasta area di 12349 m² (chiamata artificial ground) isolata alla base, su cui si individuano 21 edifici residenziali alti dai 6 ai 14 piani. L'enorme soletta di calcestruzzo, sotto cui è ricavato un grande parcheggio, è sostenuta da 242 isolatori che danno alla sovrastruttura di 111600t un periodo di 6.7 s ed uno spostamento di progetto di 800 mm.

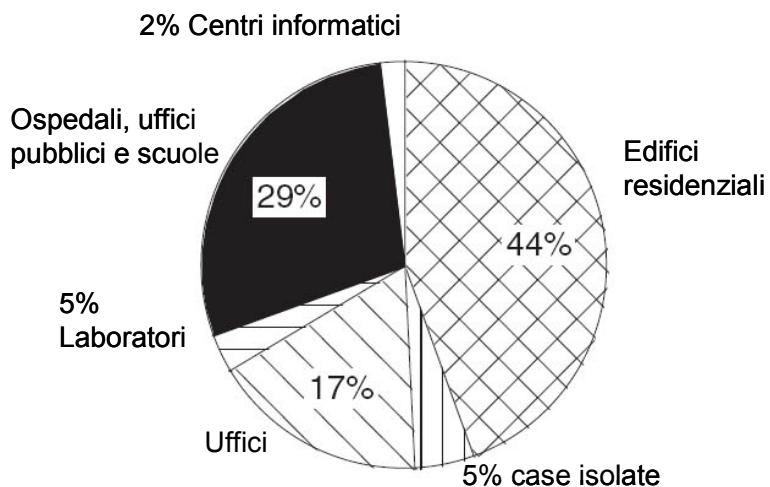


figura 10. Isolamento sismico in Giappone – stima al 2005 [Hamaguchi et al., 2006].

2.3 NUOVE TENDENZE

Come già accennato in precedenza, oggi l'isolamento sismico si trova in una terza fase caratterizzata da nuovi campi d'applicazione quali:

- edifici alti;
- edifici leggeri;
- edifici su suoli soffici;
- adeguamento sismico di edifici esistenti;
- edifici in “near fault”.

L'esempio emblematico dell'avanguardia nell'applicazione di questa tecnologia è sicuramente il Giappone, dove sono state realizzate applicazioni ad edifici alti, e già nel 2000, circa 1/3 degli edifici alti costruiti vaniva dotato di un sistema di isolamento sismico, come mostrato in figura 11 [Otani, 2004]. Per questi edifici, il cui periodo di isolamento è di circa 4 s, sono ammessi anche sforzi di trazione sugli isolatori. Questo dimostra l'estrema affidabilità raggiunta da questi sistemi. Contrariamente a quanto si potrebbe pensare,

isolare un edificio alto è conveniente in quanto un periodo di 4s a base fissa è diverso da un 4s isolato poiché nel secondo caso la struttura è progettata per rimanere sostanzialmente in campo elastico.

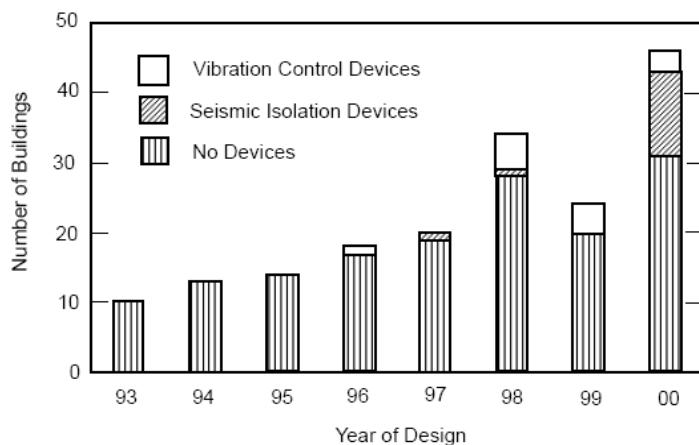


figura 11. Edifici alti con isolamento sismico in Giappone – stima al 2000 [Otani, 2004].

Per quanto riguarda gli edifici alti c'è da far rilevare che essi sono in genere già dotati di periodi di oscillazione abbastanza lunghi. Per raggiungere quindi un rapporto di isolamento adeguato, tale da garantire l'efficienza di questa tecnologia, bisogna raggiungere periodi di isolamento T_{is} molto elevati (4-6s). Negli edifici alti, oltre alle principali problematiche legate all'elevato periodo di isolamento (grossi carichi verticali sui dispositivi ed elevati spostamenti sismici), c'è la possibilità avere elevati sforzi di trazione sui dispositivi elastomerici, a causa del considerevole momento ribaltante indotto dalle azioni sismiche alla base dell'edificio. Data la presenza di queste problematiche, sono in genere richiesti, per l'isolamento sismico degli edifici alti, dispositivi elastomerici di grosso diametro, a volte anche con caratteristiche particolari.

In Giappone, dove l'isolamento sismico è stato introdotto per gli edifici alti nel 1997, esistono diversi esempi di applicazione ad edifici con rapporto di snellezza H/b tra 3 e 5, e con altezza fino a 120m. Le soluzioni maggiormente adottate per far fronte alle diverse problematiche descritte sono:

- l'impiego di Sistemi misti per incrementare il periodo di isolamento, ad esempio il “Tass System” (Taisei Shake Suppression System) introdotto negli anni '90;
- l'impiego di Isolatori High Strength Rubber Bearing (HSRB) per far fronte alle elevate sollecitazioni di trazione dovute al ΔN sismico;
- l'impiego di isolamento intermedio.

I sistemi misti, formati in genere da isolatori elastomerici e scivolatori in acciaio-PTFE (teflon), sono stati introdotti essenzialmente per far fronte a due esigenze: la prima esigenza è quella di avere, in condizioni sismiche, un sistema di isolamento molto deformabile in orizzontale e quindi con un basso numero di isolatori elastomerici (di piccolo diametro in quanto aventi soltanto funzione rientrante e non portante) ed un alto numero di dispositivi di scivolamento che non introducono rigidezza orizzontale ma hanno la funzione di sostegno dei carichi verticali; la seconda esigenza è rappresentata dalla necessità di una elevata rigidezza iniziale in condizioni non sismiche per evitare fastidiosi movimenti dell'edificio in condizioni di vento forte. In pratica, il “Tass System” presenta un comportamento bilineare con rigidezza iniziale molto elevata: si può inoltre settare una forza allo snervamento maggiore di quella della massima azione da vento attesa cosicché, in questa condizione, l'edificio si comporti quasi come fisso alla base (figura 12). Superato lo snervamento (in fase di sisma) la rigidezza del sistema si abbatte moltissimo consentendo alla struttura di oscillare con un elevato periodo [Komuro et al., 2005].

Per l'isolamento sismico degli edifici alti con rapporto H/b tra 3 e 5 ed altezza tra 60 e 120m, come precedentemente accennato, si sono impiegati anche speciali isolatori HSRB (High Strength Rubber Bearings) ad alta resistenza a trazione per far fronte alle elevate sollecitazioni di trazione dovute al ΔN sismico causato dal momento ribaltante alla base dell'edificio. Questi isolatori sono realizzati con una speciale mescola elastomerica ottenuta attraverso l'utilizzo del carbonio, e sono stati utilizzati in molti edifici alti costruiti dopo il 2000 dalla Takenaka Corporation in diverse città del Giappone.

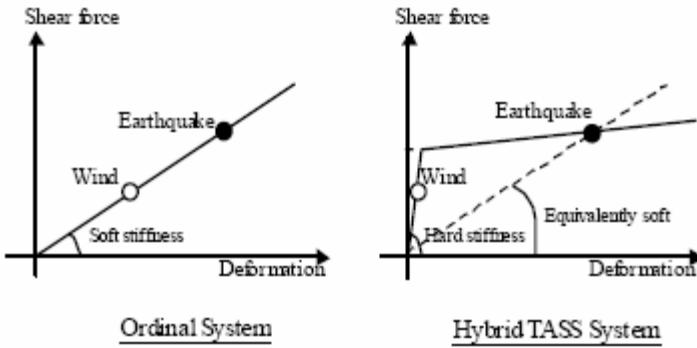


figura 12. Comportamento bilineare del Tass System [Komuro et al., 2005].

L’isolamento tra i piani è un’altra soluzione che si adotta per l’isolamento sismico degli edifici con elevata altezza. Anche con questo tipo di isolamento si ottengono elevati incrementi del periodo di vibrazione dell’edificio e quindi una riduzione della risposta sismica rispetto alle strutture a base fissa. A differenza dell’isolamento alla base in cui il moto della struttura durante il sisma risulta caratterizzato quasi interamente dal primo modo di vibrare, con l’isolamento tra i piani il moto della struttura risulta caratterizzato dai primi tre modi di vibrare: il primo modo, che è essenzialmente il modo di vibrare dell’intera struttura, il secondo ed il terzo che sono i modi di vibrare delle due parti in cui l’isolamento divide la struttura. Quanto detto porta sicuramente ad una maggiore complessità del problema. Si fa rilevare che in genere, in strutture con questo tipo di isolamento, la massima accelerazione si rileva al piano sottostante il sistema di isolamento. Importante è considerare l’adattabilità degli impianti tecnologici in corrispondenza del piano di isolamento durante il sisma.

Al fine di illustrare le diverse soluzioni utilizzate per l’isolamento degli edifici alti, si riporta in seguito la descrizione di alcuni esempi di realizzazioni.

Il Sendai MT High Rise Building (figura 13) è stato realizzato nel 1997 dalla Taisei Corporation nella città di Sendai [Komuro et al., 2005]. Al fine di ottenere un elevato periodo di isolamento ($T_{is}=5s$) e nel contempo di ottenere una elevata rigidezza iniziale per evitare vibrazioni dell’edificio per azioni da vento, si è utilizzato il sistema di isolamento TASS System con sforzo di

snervamento pari al 3.7% del peso sismico. L'edificio in questione risulta il primo edificio alto isolato in Giappone; esso presenta 18 piani ad uso uffici ed un'altezza pari ad 84.9m. La struttura è di tipo composto acciaio-calcestruzzo con travi di luce 15m (sezione 65x105cm) e pilastri 85x85cm. Gli scivolatori sono stati installati sotto i pilastri interni dove la variazione dell'azione verticale per effetto del sisma risulta sicuramente ridotta e quindi risulteranno ridotte le variazioni delle caratteristiche meccaniche dei detti dispositivi durante il sisma.

La Thousand Tower (figura 13), edificio residenziale isolato più alto del mondo, è stata realizzata nel 2001 [Komuro et al., 2005]. Anch'essa utilizza il sistema di isolamento TASS System con coefficiente di snervamento 3.5% del peso sismico. La struttura, in c.a. di 41 piani, ha un'altezza pari a 135m ed un aspect ratio H/b_{min} pari a 3.83. L'isolamento sismico ha consentito luci libere di circa 12m.

Il Park City Suginami, a differenza degli edifici precedenti, utilizza un sistema di isolamento alla base con 5 tipi di isolatori HSRB (1100-1550mm) posti sul perimetro esterno, ed isolatori NRB nella parte interna (16 HSRB + 14 NRB). Inoltre sono stati impiegati 99 smorzatori in piombo. La struttura, realizzata nel 2000 dalla Takenaka corporation [Takenaka corporation, 2006], è costituita da 28 piani ed ha un'altezza pari a 93.1m. Con un input di 0.4g-0.6g si sono ottenute riduzioni delle accelerazioni sismiche dell'ordine di 1/2 - 1/3 (0.2g - 0.15g).

L'Umeda DT Project, costruito nel 2002 dalla Takenaka corporation nella città di Osaka [Takenaka corporation, 2006], utilizza un'altra soluzione per l'isolamento di edifici alti, vale a dire l'isolamento intermedio. L'edificio, ad uso uffici, è costituito da 27 piani fuori terra e da 4 piani interrati, con un'altezza pari a 130m. Per l'isolamento sono stati utilizzati 12 scivolatori lineari (slitte), 6 LRB, e 6 smorzatori; il sistema è installato al terzo livello. Uno dei problemi più grandi degli edifici isolati a piani intermedi sono gli elevati spostamenti che devono essere assorbiti dagli impianti tecnologici. In particolare in quest'edificio si è impiegato un sistema di ascensori sviluppato appositamente dalla Mitsubishi Electronic Corporation capace di assorbire spostamenti laterali di circa 25cm sotto sisma.

Il Shiodome Sumitomo Building [Sueoka et al., 2004] è il più alto edificio isolato con isolamento intermedio del mondo. È alto 126m ed è costituito da

25 piani fuori terra e 3 interrati. La struttura è in acciaio, con luci libere 12.8m x 22.95m; i pilastri di base in acciaio sono circolari Ø1100 x 36mm di spessore. L'isolamento si trova al 12° piano ed impiega 41 NRB, 100 dissipatori in piombo e 14 dissipatori in acciaio. Gli isolatori elastomerici utilizzati risultano i seguenti: 13Ø1300, 19Ø1100, 9Ø1000. La pressione verticale massima sui dispositivi è pari a 15 MPa. Il periodo di isolamento risulta $T_{is}=5s$ considerando la rigidezza secante ($T_{is}=3,26s$ iniziale, 5.95s in condizioni sismiche). Il 2° e 3° modo hanno un periodo di circa 1s. Il massimo spostamento di progetto per gli elementi non strutturali è stato assunto pari a 50cm.



figura 13. Sendai MT Building (a sinistra), Thousand Tower Building (a destra)

Un altro esempio di nuova applicazione dell'isolamento sismico è rappresentato dagli edifici leggeri. Il principale problema che si riscontra nell'isolamento sismico degli edifici di altezza limitata è il raggiungimento di un adeguato periodo di isolamento a causa della limitata massa che in genere contraddistingue questa tipologia di edifici. Infatti, come si nota dalla

relazione che lega il periodo di isolamento alla massa della struttura (19), ad una massa piccola corrisponde un periodo di isolamento piccolo.

$$T_{IS} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{tot}}{K_{isol}}} \quad (19)$$

Per aumentare il periodo di isolamento, una prima soluzione sarebbe quella di ridurre la rigidezza tagliante del sistema di isolamento. Tale riduzione potrebbe essere ottenuta, nel caso di impiego di isolatori elastomerici, riducendo le dimensioni in pianta dei dispositivi. Ma gli elevati spostamenti sismici e l'instabilità dei dispositivi stessi, limita la possibilità di utilizzare dispositivi troppo piccoli.

Quindi in genere si utilizzano sistemi di isolamento misti in cui vengono introdotti dispositivi di scivolamento che supportano i carichi verticali e non introducono rigidezze taglienti nel sistema.

Per quanto riguarda questi dispositivi di scivolamento, essi dovranno presentare una forza d'attrito quanto più bassa possibile; per questo motivo si possono adottare alcuni accorgimenti, quali:

- posizione dei dispositivi di scivolamento nella parte interna del sistema per evitare grosse variazioni di carico verticale dovute al sisma e quindi grosse variazioni della forza di richiamo da attrito;
- adottare PTFE montato su un isolatore in gomma e acciaio per attutire la velocità e quindi abbassare il valore del coefficiente d'attrito;
- utilizzare dispositivi che prevedono strati alternati di acciaio-PTFE in modo tale da distribuire le velocità e quindi abbassare il coefficiente d'attrito.

Una seconda soluzione è quella di rendere il periodo di isolamento quasi indipendente dalla massa della struttura utilizzando dispositivi innovativi quali gli FPS (Friction Pendulum System - figura 14).

Gli FPS sono stati sviluppati nel 1986 ed utilizzati per la prima volta per l'adeguamento di un edificio di 5 piani a San Francisco, in California, danneggiato dal terremoto di Loma Prieta del 1989. Questi dispositivi sono

stati utilizzati anche per adeguamento dell'edificio della "U.S. Court of Appeals", struttura in acciaio con murature in granito e mattoni; in questo caso gli isolatori sono stati installati sotto le singole colonne di acciaio. Altri esempi di edifici isolati con FPS più recenti sono il "Hayward City Hall", "l'aeroporto Internazionale di San Francisco" in California e "l'aeroporto di Ataturk" ad Istanbul in Turchia.



figura 14. Dispositivo FPS ad unica superficie curva.

Questi dispositivi hanno un comportamento che deriva sostanzialmente da quello del pendolo [De Luca e Serino, 1989; Zayas et al., 1987].

Nelle ipotesi di attrito nullo e di piccoli spostamenti, la forza di richiamo orizzontale del singolo dispositivo, da semplici considerazioni geometriche, è data dalla relazione (20)

$$F = K \cdot d = W \cdot \frac{d}{R} = \frac{W}{R} \cdot d \quad (20)$$

con K rigidezza tagliante del dispositivo, W carico sul singolo dispositivo, d spostamento sismico e R raggio di curvatura del dispositivo.

Dalla relazione (20) si nota quindi che la rigidezza del dispositivo, nelle ipotesi citate, è pari al rapporto tra il carico supportato W e il raggio di curvatura del dispositivo (21).

$$K = \frac{W}{R} \quad (21)$$

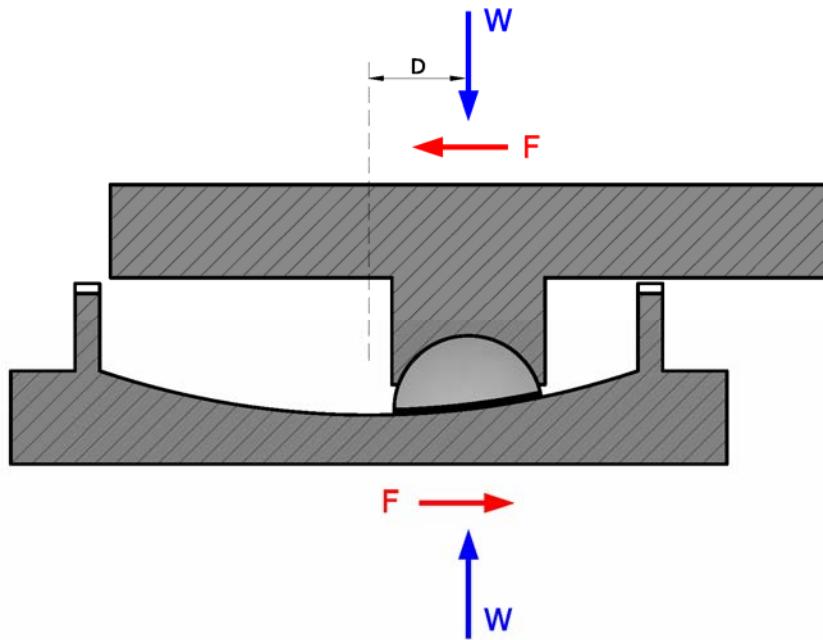


figura 15. Dispositivo FPS ad unica superficie curva – schema variato sotto sisma.

Definita la rigidezza del dispositivo, il periodo di isolamento risulta fornito dalla relazione (22).

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g} \frac{R}{W}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \Rightarrow T_{is}(R) \quad (22)$$

Dalla relazione (22) si evince che, nelle ipotesi suddette, il periodo di isolamento dipende soltanto dal raggio di curvatura R del dispositivo di isolamento, e non dipende dalla massa della struttura.

In realtà, i dispositivi FPS presentano un certo attrito e quindi la rigidezza effettiva del dispositivo è data dalla (23), dove μ rappresenta proprio il coefficiente d'attrito.

$$K_{eff} = \frac{W}{R} + \frac{\mu W}{d} \quad (23)$$

E' da notare inoltre che oggi la tecnologia dei materiali permette di realizzare dispositivi con attrito molto basso, in modo da rendere il secondo termine della (23) praticamente nullo e quindi in modo da rendere il periodo di isolamento di una struttura isolata con FPS praticamente indipendente dalla massa della struttura.

Il "near fault" è sicuramente la maggiore problematica che l'isolamento sismico si trova oggi ad affrontare negli Stati Uniti, dove le restrizioni normative la rendono praticamente improponibile. Gli edifici isolati soggetti a terremoti near fault (terremoti che presentano alte velocità a frequenze basse), sono soggetti in genere ad elevati spostamenti alla base che a volte causano l'insufficienza del giunto laterale, che permette il movimento dell'edificio sotto sisma, e l'instabilità dei dispositivi. Per questo motivo, in queste condizioni, è consigliabile avere i carichi concentrati in pochi punti di appoggio, con luci più ampie, e quindi con dispositivi di dimensioni più grandi e quindi più stabili se soggetti ad elevati spostamenti.

I terremoti near fault sono caratterizzati da un moto perpendicolare ed uno parallelo alla faglia. Il moto perpendicolare alla faglia è molto più ricco, rispetto al moto parallelo alla faglia, di componenti spettrali di lungo periodo. Il moto parallelo alla faglia mostra accelerazioni più alte in corrispondenza di bassi periodi. Il massimo spostamento corrispondente all'azione normale, si verifica in un momento diverso da quello corrispondente all'azione parallela, quindi, le due componenti di moto non dovrebbero in genere sommarsi. E' da notare comunque che, in molti casi, il sisma parallelo alla faglia, risultando di bassa intensità, può addirittura essere trascurato.

Il terremoto in near fault presenta pulsazioni di lunga durata con velocità di picco di circa 0.5m/s e durata 1-3s (accelerazione all'incirca costante che determina la costanza nel tempo delle forze sulla struttura, senza inversione di segno, con la conseguente crescita dello spostamento alla base). Questo porta quindi a grandi deformazioni dei dispositivi di isolamento per le strutture con periodo in questo intervallo (1-3s), quindi all'uso di isolatori con diametri molto grandi. L'utilizzo della strategia della concentrazione degli sforzi con l'utilizzo di dispositivi di grande diametro è molto sviluppato in Giappone, dove, molti edifici di 10-14 piani utilizzano isolatori di grande diametro, anche Ø1500mm. Negli USA questa strategia non è molto sviluppata; ad essa

viene preferito l'utilizzo di dispositivi con alto smorzamento, viscoso o isteretico (per ridurre gli spostamenti).

2.4 TIPOLOGIE DI ISOLATORI

I sistemi di isolamento sono classificati in base alle modalità con cui si ottiene l'elevata deformabilità in direzione orizzontale al piede della struttura; si individuano tre tipi di isolatori, ossia: isolatori in materiale elastomerico ed acciaio, isolatori elastoplastici ed isolatori a rotolamento o scorrimento.

I primi in genere sono costruiti in gomma naturale o elastomero di sintesi o neoprene mentre gli ultimi costituiscono sostegni scorrevoli di acciaio-PTFE (acciaio-Teflon). Sono stati proposti anche sistemi che integrano elastomero ed acciaio-Teflon per lo scorrimento.

Gli isolatori in materiale elastomerico ed acciaio sono costituiti da strati alternati di gomma ed acciaio solidarizzati mediante vulcanizzazione a caldo. Gli strati di acciaio svolgono la funzione di confinamento della gomma, riducendone la deformabilità per carichi ortogonali alla giacitura degli strati, lasciandoli invece liberi di deformarsi per carichi paralleli sfruttando l'elevata deformabilità tangenziale della gomma (deformazioni maggiori del 300%).

Gli isolatori elasto-plastici sono invece costituiti da elementi metallici che restano in campo elastico per carichi verticali e per piccoli carichi orizzontali entrando in campo plastico solo quando si superano determinati valori delle azioni orizzontali.

Gli isolatori a scorrimento o rotolamento sono costituiti rispettivamente da appoggi a scorrimento (acciaio-Teflon) o a rotolamento (slitte a rulli oppure a sfere) caratterizzati tutti da bassi valori di resistenza per attrito in modo da trasmettere alla struttura il minor carico sismico possibile.

Per assicurare una adeguata dissipazione energetica e per limitare i grossi spostamenti alla base, è necessario che il sistema di isolamento abbia un adeguato smorzamento. Questo nel caso degli isolatori in materiale elastomerico ed in quelli elastoplastici è garantito dal comportamento fortemente isteretico dei materiali che compongono tali dispositivi. Gli isolatori elastomerici, infatti, sono realizzabili utilizzando mescole speciali di gomma ad alta dissipazione (HDRB - High Damping Rubber Bearings), ottenendo dispositivi con smorzamento viscoso equivalente che supera il 10%.

La dissipazione può essere ottenuta disponendo all'interno dell'isolatore un cilindro di piombo (LRB Lead Rubber Bearings), che consentono di raggiungere valori di smorzamento superiori al 20%. Nel caso dei dispositivi a scorrimento o rotolamento è necessario disporre in parallelo dei dissipatori di energia e dispositivi di controllo degli spostamenti e di ricentraggio.

In genere i dispositivi di isolamento costituiscono una discontinuità lungo l'altezza della struttura. Essi vengono interposti tra le fondazioni e la struttura in modo da permettere grossi spostamenti in orizzontale e, data la loro elevata rigidezza ortogonale agli strati, consentono anche il trasferimento dei carichi verticali alle fondazioni.

2.4.1 *Isolatori elastomerici*

Isolatori elastomerici non armati (senza piastre di acciaio interne vulcanizzate alla gomma) sono stati utilizzati per la prima volta in un edificio scolastico a Scopje, Macedonia, nel 1969.

Questi isolatori hanno una rigidezza verticale poco più grande della rigidezza orizzontale ed hanno basso smorzamento. Per questo motivo, in questi sistemi, il moto orizzontale è accoppiato al moto verticale. Questi isolatori sono dotati di dispositivi che bloccano il fabbricato per azioni orizzontali di piccola entità, corrispondenti a carichi di esercizio, quali: il vento e il transito degli autoveicoli.

Dopo tale pionieristica applicazione della gomma, sono stati utilizzati solo isolatori elastomerici rinforzati, con strati di acciaio interni inseriti per confinare la gomma, aumentandone la rigidezza verticale senza modificarne quella orizzontale. All'inizio essi erano impiegati nella protezione sismica di ospedali e ferrovie, ma oggi sono utilizzati anche per l'edilizia residenziale.

Gli isolatori *elastomerici* di dividono in

- isolatori a basso smorzamento (LDRB);
- isolatori ad alto smorzamento (HDRB);
- isolatori con dissipatore al piombo (LRB).

Isolatori LDRB

Sono utilizzati prevalentemente in Giappone dove si dispongono in parallelo ad altri dispositivi, quali: smorzatori viscosi, smorzatori in acciaio, smorzatori in piombo e sistemi ad attrito.

Per la produzione di questi isolatori si usa la gomma naturale, vulcanizzata alle piastre di acciaio interne. Gli spessori dei singoli strati non influiscono sulla rigidezza orizzontale, che è controllata dal modulo di rigidezza a taglio della gomma e dall'altezza totale della gomma stessa; il comportamento a taglio dei dispositivi è sensibilmente lineare per deformazioni a taglio fino al 100%-150%, con smorzamento dell'ordine del 2-3%. Il materiale non è soggetto a fenomeni di CREEP ed ha una buona stabilità delle caratteristiche meccaniche a lungo termine.

Isolatori LRB

Gli isolatori LRB sono stati ideati, brevettati ed impiegati per la prima volta in Nuova Zelanda a metà degli anni '70, da Robinson [Robinson e Tucker, 1977]. La morfologia è del tutto simile agli isolatori elastomerici; l'elemento che li contraddistingue è la presenza di uno o più cilindri di piombo collegati alle piastre terminali di acciaio (figura 16); queste ultime sotto sisma sollecitano lo smorzatore di piombo a taglio, il quale inizia a deformarsi a circa 10 Mpa, con risposta di tipo bilineare.

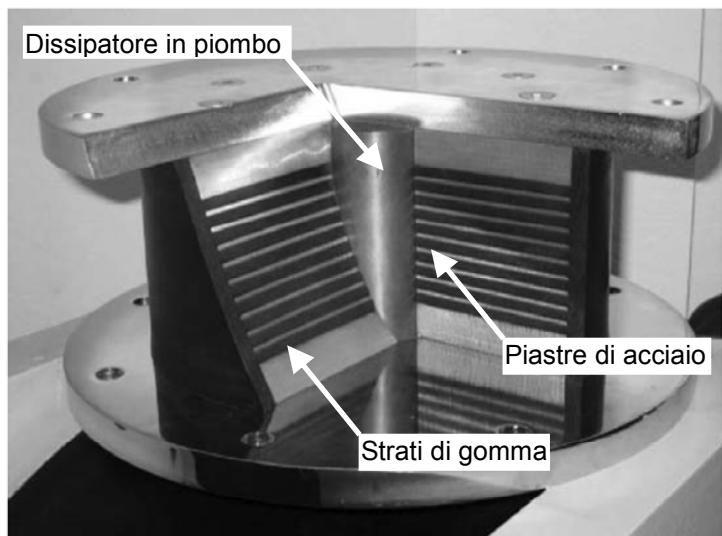


figura 16. Isolatore LRB con dissipatore in piombo.

Il piombo deve adattarsi ed incastrarsi nella gomma e per questo si pratica un foro di poco più piccolo dal cilindro dissipativo. Questi dispositivi, sono

caratterizzati, come accennato, da un comportamento forza-spostamento bilineare, che garantisce una dissipazione di energia superiore a quella degli altri isolatori elastomerici, con smorzamento viscoso equivalente che può raggiungere il 30%. La buona capacità dissipativa li rende particolarmente adatti all'isolamento sia di ponti di medie dimensioni che di edifici, in quest'ultimo caso spesso accoppiati ad isolatori elastomerici HDRB.

Isolatori HDRB

Gli isolatori HDRB sono comparsi sulla scena dell'isolamento sismico nel 1982. Essi hanno uno smorzamento tale da eliminare l'esigenza di smorzatori supplementari, il che si ottiene utilizzando mescole "caricate", ovvero additivate con nero fumo, oli e resine.

Lo smorzamento viscoso equivalente arriva fino al 8-12% (figura 17). Per questi isolatori sono disponibili mescole con diversa durezza e modulo a taglio:

Mescola morbida:	Bassa durezza (50-55 ShA)
	Basso modulo a taglio G (0,4 MPa)
Mescola intermedia:	Media durezza (55-70 ShA)
	Medio modulo a taglio G (0,8 MPa)
Mescola dura:	Alta durezza (70-75 ShA)
	Alto modulo a taglio G (1,4 MPa)

I metodi di fabbricazione sono gli stessi degli isolatori LDRB.

In generale il dispositivo esibisce una risposta non lineare, con elevata rigidezza per deformazioni di taglio inferiori al 20%. Questo tende a minimizzare la risposta sotto l'azione del vento e di piccoli sismi. Per deformazioni a taglio comprese tra il 100% e il 150-200%, il modulo di taglio tende a ridursi e a mantenersi costante, assumendo il valore nominale.

A deformazioni maggiori del 150-200%, il modulo si incrementa per effetto della cristallizzazione della gomma e questo è accompagnato da un incremento di dissipazione energetica.

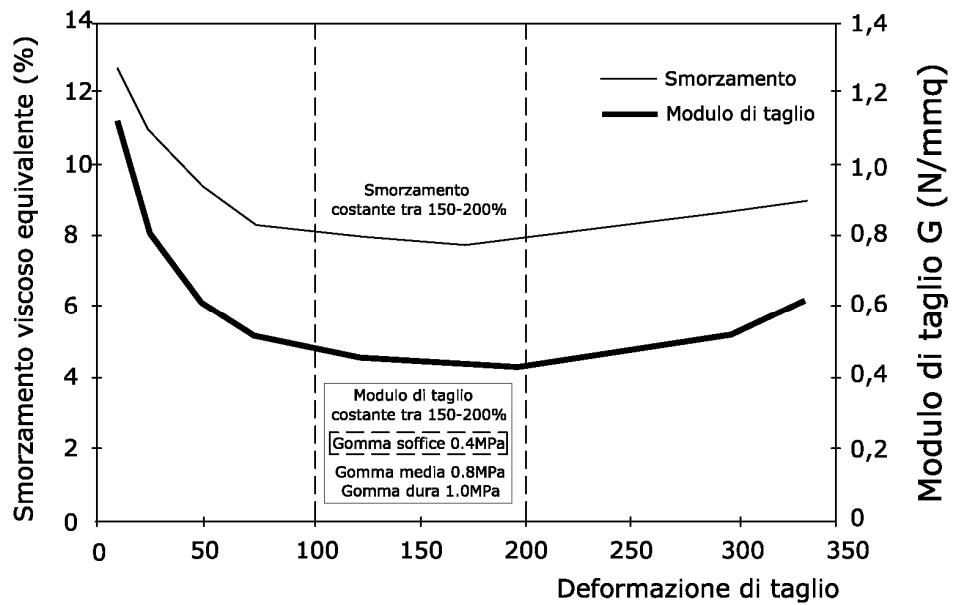


figura 17. Modulo di taglio e smorzamento equivalente al variare della deformazione di taglio [Kelly, 2001].

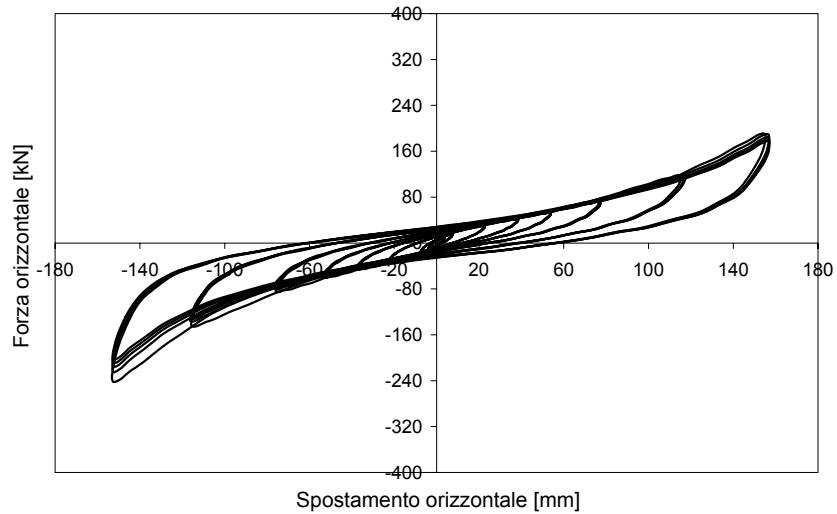


figura 18. Ciclo d'isteresi di un isolatore HDRB.

Lo smorzamento in tali dispositivi risulta essere una combinazione tra smorzamento viscoso e smorzamento isteretico [Kelly, 1991]. In un puro elemento viscoso la dissipazione è quadratica nello spostamento mentre in un sistema isteretico puro essa tende ad essere lineare con lo spostamento. In figura 18 è riportato un esempio di comportamento ciclico di un isolatore elastomerico HDRB.

Aderenza tra i materiali nei dispositivi HDRB

Per quanto riguarda l'aderenza gomma-acciaio, in genere si richiede che la resistenza del collegamento tra gomma e acciaio deve essere almeno pari a 7kg/cm nella prova ASTM D429 a 90° - Metodo B [Kelly, 2001]. In genere, per le gomme utilizzate negli isolatori elastomerici, questa prova risulta sempre soddisfatta.

CREEP

Per quanto riguarda la deformazione sotto carico costante, il Creep, essa è definita come la differenza tra la deformazione per carichi di lunga e di breve durata. Le deformazioni per Creep nella gomma sono costituite da due aliquote:

- deformazioni dovute allo scorrimento (slippage) delle catene molecolari che rappresenta l'aliquota maggiore;
- deformazioni dovute alla rottura delle catene molecolari, ad esempio per ossidazione (piccola aliquota perché la gomma all'interno risulta protetta dalla gomma esterna);

La gomma naturale è meno sensibile a questi fenomeni che dipendono dalla quantità di filler aggiunto e dal sistema di vulcanizzazione. In genere in Creep non eccede il 20% della deformazione iniziale nelle prime settimane e il 10% dopo molti anni.

Resistenza alle azioni di trazione

Per quanto riguarda gli sforzi di trazione nei dispositivi elastomerici, c'è da dire che essi in passato non erano ammessi. Questa regola era dettata dalla scarsa conoscenza che si aveva delle proprietà dei dispositivi elastomerici. Oggi le norme hanno incrementato molto le azioni, tanto che non avere trazioni sui dispositivi risulta veramente difficile. Da prove sperimentali su

dispositivi elastomerici con G pari a 1MPa si è notato che la deformazione di rottura a trazione dei dispositivi risulta essere circa pari al 150%. La rigidezza a trazione risulta essere elastica fino ad una tensione di trazione pari a circa 40MPa e deformazione circa pari al 15% (la quale dipende dalla dimensione dei dispositivi e dalle proprietà della gomma). Dopo il campo elastico la rigidezza si riduce per cavitazione della gomma.

Oggi si ammette una tensione di trazione pari a 3G [Kelly, 2001] oppure al min(2G, 1MPa) per la nuova proposta di normativa italiana [OPCM 3431, 2005].

2.4.2 *Isolatori a scorrimento*

Il primo rudimentale sistema di isolamento per scorrimento fu realizzato nel 1909 da un medico in Inghilterra (sistema Calantairantes). L'isolamento era stato realizzato mediante uno strato di talco. Egli capì che i sistemi di isolamento riducono le accelerazioni nei fabbricati isolati a spese di grossi spostamenti relativi tra fabbricato e fondazioni [Naeim e Kelly, 1999].

Il sistema di Calantairantes incorporava tutti gli elementi che ora sono ancora necessari per un sistema di questo tipo e per tutti i sistemi di isolamento alla base e cioè:

- separazione del fabbricato dal suolo;
- adeguato giunto per permettere i grossi spostamenti del fabbricato in orizzontale;
- sistema di vincolo per piccole azioni orizzontali tipo il vento.

L'isolamento è stato considerato come strategia di protezione sismica in Italia per la prima volta nel 1908, dopo il terremoto di Messina che uccise 160.000 persone in edifici in muratura, i quali crollarono quasi tutti. Dopo questa catastrofe il governo emanò norme per la ricostruzione sicura ed economica ed incaricò una commissione di designare le zone più adatte per la ricostruzione degli abitati colpiti dal sisma.

La commissione, nella relazione pubblicata dall'Accademia dei Lincei nel 1909 [Naeim e Kelly, 1999], considera due approcci progettuali per gli edifici da ricostruire: un primo approccio fu quello di isolare l'edificio da terra tramite uno strato di sabbia in fondazione, usando rulli sotto le colonne per permettere al fabbricato di muoversi in orizzontale; il secondo approccio fu

quello di progettare la struttura molto resistente, capace di resistere ad elevate forze orizzontali.

Questo ultimo approccio fu raccomandato ed il primo non fu preso in considerazione dagli operatori.

I più grandi edifici costruiti con il primo sistema suggerito sono di 4 piani: i dormitori per l'osservatorio dei terremoti violenti a Beijing, nei quali la superficie scorrevole è costituita da uno strato di sabbia speciale frapposto tra fondazioni e muri portanti.

Per studiare il funzionamento di questi sistemi sotto forze orizzontali, si fa riferimento, per la sabbia, alla Teoria di Coulomb, anche se è molto distante dalla realtà.

In molti casi viene utilizzato il Teflon per lo scorrimento, tenendo in conto che le caratteristiche di attrito di questo materiale dipendono dalla temperatura e dalla velocità di scorrimento.

Il sistema di isolamento a scorrimento per edifici più conosciuto è sicuramente il Friction Pendulum System (FPS) che è stato descritto già al §2.3. Altri sistemi utilizzati in passato sono: l'Electricité de France System, l'EERC Combined System, il Tass System (come già mostrato, oggi molto utilizzato in Giappone per l'isolamento di edifici alti), il Resilient Friction Base Isolation (R-FBI). Le principali caratteristiche del sistema FPS sono lo smorzamento per attrito da scorrimento e il ricentraggio per geometria. Questi dispositivi sono formati da una superficie articolata che scorre su una calotta sferica di acciaio inox. La superficie articolata è rivestita da materiale composito a basso attrito ed ad alta resistenza. Il movimento del sistema causa la nascita di forze di ricentraggio per geometria. L'interfaccia di scorrimento gioca un ruolo cruciale nella risposta di questi isolatori in quanto la resistenza per attrito dell'interfaccia è funzione del diametro della calotta sferica (effetto del confinamento del composito), dalla pressione di contatto, dalla velocità di scorrimento e della temperatura ed invecchiamento.

Il concetto fondamentale su cui si basa il sistema FPS è quello di moto pendolare (figura 19) che sfruttando la superficie concava del basamento ed il peso scaricato tende a ricentrare il sistema [De Luca e Serino, 1989].

Il sistema “Electricité de France System” è stato sviluppato in Francia nel 1970 per applicazioni nucleari. Questo sistema semplificò molto la progettazione della pianta delle centrali nucleari.

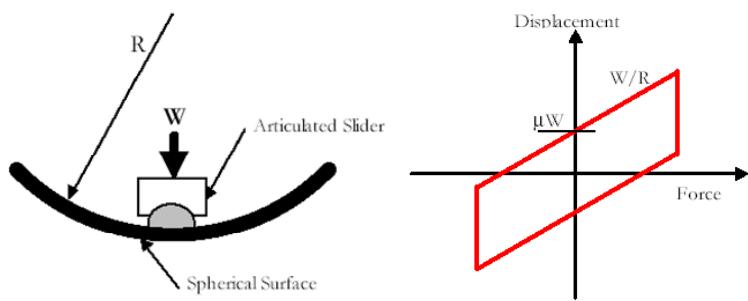


figura 19. Friction Pendulum System.

In zona sismica queste furono isolate per mantenere le accelerazioni delle apparecchiature sotto un determinato livello. Questo sistema combina cuscinetti di neoprene contenenti smorzatori in piombo con superfici di scorrimento realizzate sopra di questi. Al neoprene è consentito di spostarsi di circa 5cm; oltre questo spostamento entra in azione lo scorrimento. Il sistema non è autoricentrante, quindi gli spostamenti possono essere permanenti.

L'EERC Combined System consiste in un sistema di isolamento in cui i pilastri interni sono sostenuti da appoggi in acciaio teflon mentre i pilastri esterni sono sostenuti da isolatori in gomma. Questi ultimi provvedono al ricentraggio ed ad abbassare la torsione, mentre il sistema ad attrito smorza le vibrazioni.

Nel Tass System, invece, l'intero carico è portato da piastre in acciaio teflon. In aggiunta vi sono cuscinetti di neoprene che non portano nulla ma assolvono solo la funzione di ricentraggio. La superficie dell'appoggio è a 10Mpa con un coefficiente di attrito pari a 0,05-0,15 rispettivamente a basse e ad alte velocità. Questo sistema è stato ed è prevalentemente utilizzato in Giappone.

Il sistema di isolamento Resilient Friction (*R-FBI*) è stato proposto per superare i problemi creati dagli alti coefficienti di attrito del teflon alle alte velocità. Questo è stato realizzato usando molte superfici di scorrimento che interfacciano con i cuscinetti, di modo che la velocità si divide tra le varie superfici di teflon che avranno basso coefficiente di attrito. Il ricentraggio è garantito da elementi in acciaio e gomma costituenti parte integrante dello stesso dispositivo. La gomma ha la funzione di ricentraggio mentre l'acciaio quella di distribuire uniformemente la velocità [Naeim e Kelly, 1999].

2.4.3 Altri sistemi di isolamento

Sono essenzialmente lo *Spring Type System* e lo *Sleeved-Pile Isolation System*. Il primo è usato quando c'è bisogno di isolare nelle 3 dimensioni.

Il GERB System, in Germania, all'inizio nato per attenuare le vibrazioni di turbine, è utilizzato assieme a visco-smorzatori. Come tutti i sistemi di isolamento tridimensionale c'è l'accoppiamento tra moto orizzontale e oscillazioni verticali perché il centro di gravità della struttura isolata è sopra il centro del sistema di isolamento. Questo sistema è quindi applicabile quando il baricentro delle masse è sullo stesso livello di quello delle rigidezze.

Il secondo, invece, smorza le oscillazioni del sisma tramite pali di fondazione. In situazioni dove è indispensabile adottare pali di fondazione, ad esempio per edifici su suolo soffice, si può usare questo tipo di isolamento che comunque da una certa deformabilità in orizzontale. I pali saranno intubati per permettere il movimento. Una interessante conseguenza della meccanica delle colonne, è che la rigidezza orizzontale è proporzionale ad (EI/l^3) , mentre il carico flessionale è proporzionale a (EI/l^2) . Se il carico portato dai pali è W ed il periodo del sistema è T , quindi:

$$\alpha EI/l^3 = (W/g) \cdot (2\pi/T)^2 \quad (24)$$

dove:

α dipende dai vincoli, E è il modulo elastico del materiale che costituisce il palo ed I è l'inerzia della sezione del palo.

Il carico a flessione del palo, con β dipendente dai vincoli, risulta:

$$P_{\text{crit}} = \beta (EI/l^2) \quad (25)$$

Il coefficiente di sicurezza per flessione è dato da:

$$S.F. = P_{\text{crit}}/W = (a/b)(l/(gT^2)) \quad (26)$$

Si nota che fissato il carico verticale e il periodo della struttura, il fattore di sicurezza cresce al crescere della lunghezza del palo.

Un esempio di questa tecnica di protezione si trova a Nuova Zelanda, ad Auckland (1983), in cui si sono installati pali di 10m, 15cm di franco intorno al palo, sotto una struttura di 12 piani avente periodo di oscillazione di circa 4s.

2.4.4 Vantaggi e svantaggi dei singoli dispositivi di isolamento

Di seguito, in tabella 5, si riportano i vantaggi e gli svantaggi riguardanti l'utilizzo dei singoli dispositivi di isolamento considerati nei precedenti paragrafi.

	Vantaggi	Svantaggi
LDRB	Basse accelerazioni nella sovrastruttura Basso costo	Grossi spostamenti Basso smorzamento Bassa resistenza ai carichi di servizio Effetti di instabilità
HDRB	Moderate accelerazioni nella sovrastruttura Resistenza ai carichi di servizio Moderato smorzamento	Rigidezza e smorzamento dipendenti dalle deformazioni di taglio Limitata scelta di rigidezza e smorzamento Effetti di instabilità
LRB	Moderate accelerazioni nella sovrastruttura <u>Vasta scelta di rigidezze e smorzamenti</u>	Variazione ciclica delle proprietà Effetti di instabilità
SD	Resistenza ai carichi di servizio Alto smorzamento Stabilità	Accelerazioni strutturali alte Proprietà funzione di velocità e carico applicato Effetti sotto carico costante No ricentraggio
FPS	Resistenza ai carichi di servizio Moderato smorzamento Stabilità Riduzione nella risposta torsionale	Accelerazioni strutturali alte Proprietà funzione di velocità e carico applicato Effetti sotto carico costante
Smorzatori isteretici	Conrollo degli spostamento Economici	Aggiungono rigidezza al sistema
Smorzatori viscosi	Conrollo degli spostamento Aggiungono poca rigidezza e adeguato smorzamento	Costi elevati Gamma Limitata

tabella 5. Vantaggi e svantaggi dei diversi sistemi di isolamento considerati [Kelly, 2001].

Capitolo 3

Lo stato tensio-deformativo nei dispositivi elastomerici

In questo capitolo si descrive lo stato tensio deformativo nei dispositivi elastomerici per isolamento sismico con particolare riferimento alla soluzione analitica “pressure solution”, soluzione comunemente utilizzata nella derivazione delle formule di verifica per gli isolatori elastomerici. Viene data inoltre una descrizione della morfologia di tali dispositivi di isolamento.

3.1 CARATTERISTICHE GEOMETRICHE E MECCANICHE

Di seguito sono riportate le caratteristiche dei dispositivi di isolamento in gomma ed acciaio HDRB di maggior interesse nella progettazione delle strutture isolate.

Principali caratteristiche geometriche

D : diametro o dimensione di lato (per isolatore circolare o quadrato rispettivamente);

t_e : altezza totale della gomma;

t : spessore dell’i-esimo strato di gomma (tra 5 e 10mm);

t_s : spessore dei piatti di acciaio interni vulcanizzati alla gomma (spessore minimo 2mm);

H : altezza totale dell’isolatore;

n : numero di strati di gomma;

s: spessore dei piatti terminali.

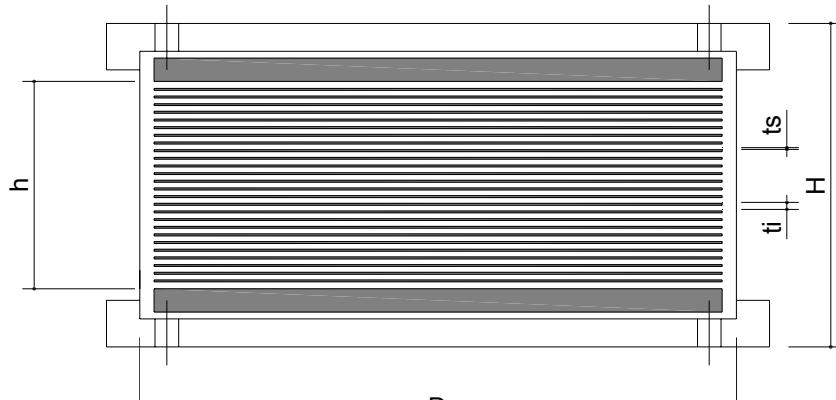


figura 20. Isolatore in elastomero ed acciaio HDRB.

Si possono inoltre definire due fattori geometrici che caratterizzano il comportamento dei dispositivi, ossia:

$S_1 = A'/L = D/4t$ il fattore di forma primario (in genere assunto ≥ 20), con A' area caricata e con L superficie laterale scarica del singolo strato;

$S_2 = D/t_e$ il fattore di forma secondario (in genere assunto ≥ 3).

I fattori di forma primario e secondario (S_1 e S_2), controllano rispettivamente la rigidezza verticale (controllando il confinamento della gomma) e la stabilità del dispositivo (controllando il rapporto di forma).

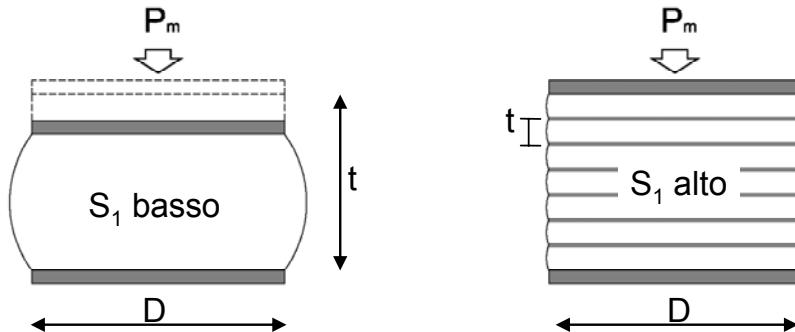
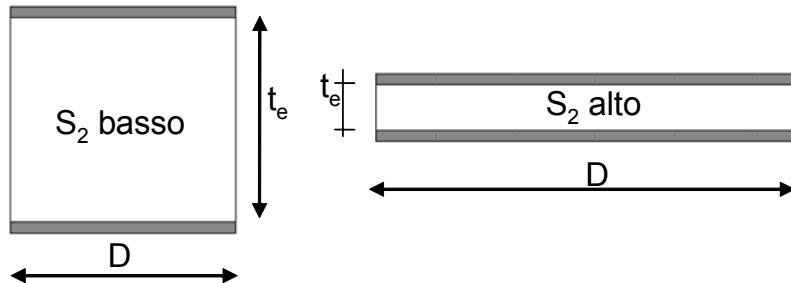


figura 21. Influenza del fattore di forma primario S_1 sulla geometria dei dispositivi HDRB.

figura 22. Influenza del fattore di forma primario S_2 sulla geometria dei dispositivi HDRB.

Principali caratteristiche meccaniche

- G_{din} modulo di taglio della gomma; tale caratteristica per deformazioni di taglio γ comprese tra il 100% e il 150-200% risulta essere quasi costante e, sempre in questo campo di deformazioni, assume valori (identificati come i valori nominali) tra 0.4 e 1.4 MPa a seconda del tipo di gomma utilizzato (morbida, media, dura). A piccole deformazioni di taglio, il modulo G risulta in genere elevato (anche il triplo del valore assunto per deformazioni di taglio comprese tra il 150% ed il 200%). Anche a grandi deformazioni di taglio ($\gamma > 200\%$), per la cristallizzazione della gomma, si osserva un incremento del modulo di taglio.
- ξ lo smorzamento viscoso equivalente, anch'esso costante per deformazioni di taglio γ circa 150-200%, generalmente pari al 10% dello smorzamento critico.
- γ la deformazione di taglio di del dispositivo che in fase di progetto è in genere assunta pari a 100÷150%;
- p_m la tensione di compressione media che in fase di progetto è in genere assunta variabile tra 3 e 9 MPa;

3.2 MECCANICA DEL COMPORTAMENTO

3.2.1 Tensioni e deformazioni

Molto importanti, per comprendere quale sia il comportamento di un dispositivo isolatore, sono le tensioni che nascono nella gomma quando il

dispositivo è soggetto a carico verticale ed orizzontale. Di seguito si riportano considerazioni sugli stati tensionali e deformativi che nascono in uno strato di elastomero confinato da piastre rigide d'acciaio. In particolare si studiano:

- lo stato tensionale nell'elastomero (sotto carico verticale, orizzontale e flessionale);
- le tensioni nelle piastre d'acciaio;
- le deformazioni di taglio nell'elastomero $\gamma = \gamma_c + \gamma_s + \gamma_a$, dove:
 - γ è la deformazione totale a taglio;
 - γ_c è la deformazione a taglio per carico verticale;
 - γ_s è la deformazione a taglio per carico orizzontale;
 - γ_a è la deformazione a taglio per carico flessionale.

3.2.2 *Tensioni e deformazioni nello strato di elastomero confinato soggetto a carico verticale*

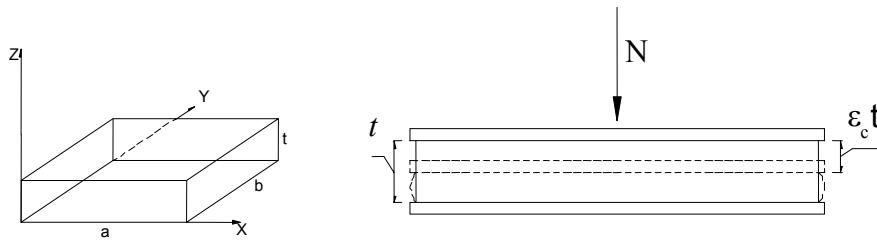


figura 23. Strato di gomma uniformemente compresso tra due piastre rigide $N \neq 0$; $d=0$; $\gamma \neq 0$.

La modellazione analitica della risposta di uno strato di gomma, confinato da piastre rigide, soggetto a carico verticale presenta delle difficoltà a causa della forte non-linearietà del fenomeno e della non omogeneità dello stato deformativo. Sono state comunque proposte delle soluzioni nell'ambito di ipotesi semplificative. Le modellazioni analitiche proposte in passato, che utilizzano approcci elastici lineari, sono state confermate dalle recenti analisi agli elementi finiti.

Un approccio elastico lineare in presenza di piccole deformazioni è stato proposto in [Gent e Lindley, 1959], successivamente rielaborato in [Gent e Meinecke, 1970] e in [Kelly, 1993]. L'assunzione di base considera il campo di spostamenti totali derivanti dalla sovrapposizione del campo di spostamenti provenienti dalla compressione omogenea dello strato di gomma libera e da

quello distorsionale necessario a ristabilire la condizione di confinamento e di incompressibilità media. La sovrapposizione è applicata anche alle forze corrispondenti a tali campi di spostamenti in modo da ottenere il carico totale. Introducendo alcune ipotesi semplificative il problema dell'equilibrio elastico si può risolvere agevolmente come mostrato in [Gent e Lindley, 1959] e in [Kelly, 1993]. Questa soluzione prende il nome di *pressure solution*.

Nelle seguenti ipotesi:

- le sezioni orizzontali rimangono piane dopo la deformazione;
- le superfici cilindriche, inizialmente verticali, diventano paraboliche;
- elastomero incompressibile, cioè $\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0$;

si assume un campo di spostamenti di tipo parabolico per u e per v (27).

$$\left\{ \begin{array}{ll} u(x, y, z) = u_0(x, y) \left(1 - \frac{4z^2}{t^2} \right) & \Rightarrow \text{parabolico} \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) \left(1 - \frac{4z^2}{t^2} \right) & \Rightarrow \text{parabolico} \\ w(x, y, z) = w(z) & \Rightarrow \text{costante} \end{array} \right. \quad (27)$$

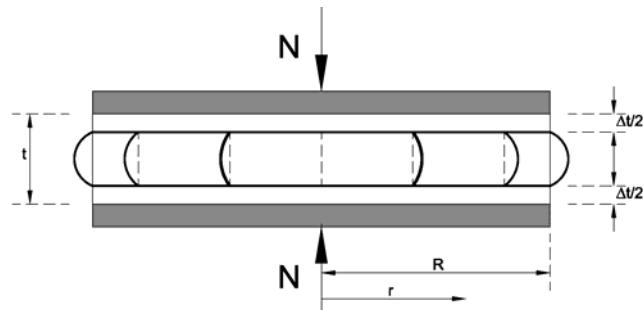


figura 24. Deformazione dello strato di gomma confinato.

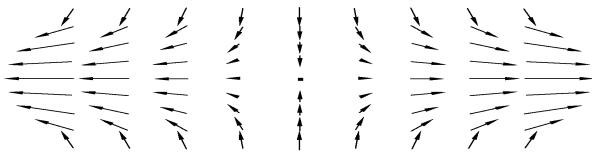
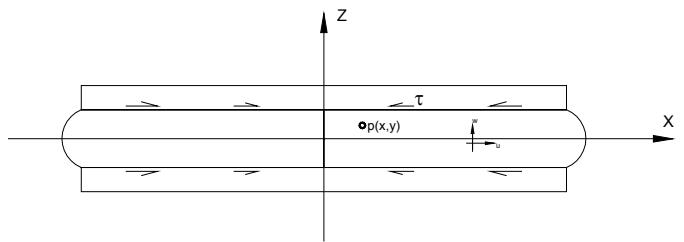


figura 25. Campo di spostamenti in uno strato di gomma confinato da piastre rigide.

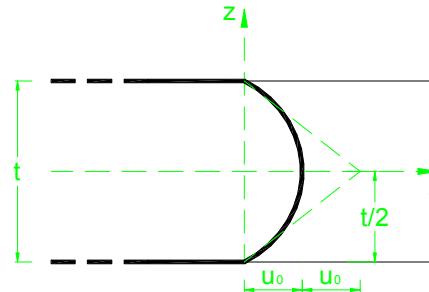
Il campo di spostamenti (27), mostrato nella figura 24 e nella figura 25, soddisfa la condizione vincolare imposta alla gomma dalle piastre terminali rigide, infatti per $z=t/2 \rightarrow u=v=0$. Trascurando la parte deviatorica delle tensioni normali e la tensione tangenziale τ_{xy} perché di ordine superiore rispetto alla tensione normale (assunzione quanto mai legittima poiché il comportamento della gomma è quasi paragonabile a quello di un fluido incomprimibile in cui la componente tensionale prevalente è quella associata alla deformazione di tipo volumetrico), si perviene al seguente stato tensionale:



$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = p \\ \tau_{xy} = 0 \\ \tau_{xz} \neq 0 \quad \tau_{yz} \neq 0 \end{array} \right.$$

dove p è la pressione idrostatica e τ_{xz} e τ_{yz} le tensioni tangenziali generate, all'estremità del blocco, dal confinamento della gomma da parte delle piastre rigide. Assumendo un legame lineare tra deformazioni a taglio e tensioni

tangenziali ($\tau_{ij}=G\gamma_{ij}$), le τ_{xz} e τ_{yz} sono ottenute dalle relazioni geometriche seguenti.

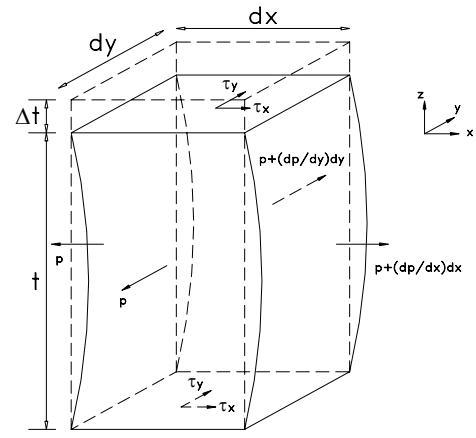


$$\tau_{xz} = -\frac{8Gu_0z}{t^2}$$

$$\tau_{yz} = -\frac{8Gv_0z}{t^2}$$
(28)

Queste relazioni derivano dal campo di spostamenti assegnato, dove la tangente alla parabola in ogni punto, che rappresenta la deformazione angolare γ , vale $[-2z/(t/2)^2]$.

Le equazioni di equilibrio del concio elementare in condizione deformata rappresentato in figura, sono le (29).



$$\frac{\partial p}{\partial x} dx(dy \cdot t) + 2\tau_{xz} dx dy = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} dy(dx \cdot t) + 2\tau_{yz} dx dy = 0$$
(29)

Sostituendo le (28) nelle (29) si ottengono le relazioni (30),

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{8u_0G}{t^2} \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{8v_0G}{t^2}$$
(30)

e da equazioni di equilibrio locali, trascurando le τ_{xy} , si ottengono le (31).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 & \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{8u_0 G}{t^2} \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 & \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{8v_0 G}{t^2} \end{aligned} \quad (31)$$

Dalla relazione di incompressibilità volumetrica (32),

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \\ &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \left(1 - \frac{4z^2}{t^2} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

integrata sullo spessore t dello strato confinato come in (33),

$$\frac{2t}{3} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) + w \left(\frac{t}{2} \right) - w \left(-\frac{t}{2} \right) = 0 \quad (33)$$

ponendo

$$\varepsilon_c = - \left\{ \frac{w \left(\frac{t}{2} \right) - w \left(-\frac{t}{2} \right)}{t} \right\}$$

si ottiene la relazione (34).

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{3}{2} \varepsilon_c \quad (34)$$

Sostituendo le (31) nella (34) si ottiene la relazione (35),

$$\frac{t^2}{8G} \left(\frac{\partial^2 \tau_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau_{yy}}{\partial y^2} \right) = \frac{3}{2} \varepsilon_c \quad (35)$$

o analogamente la (36).

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \nabla^2 p = \frac{12G\varepsilon_c}{t^2} \quad (36)$$

Nel caso particolare di uno strato di elastomero circolare risulta comodo riferirsi al raggio, quindi effettuando un cambiamento di variabili ponendo:

$$p(x, y) = p(r) \Rightarrow r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

l'equazione (37) diventa la (38),

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{12G\varepsilon_c}{t^2} \quad (37)$$

ossia

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{12G\varepsilon_c}{t^2} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{dp}{dr} \right]$$

integrando

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{12G\varepsilon_c}{t^2} \frac{r}{2} + \frac{A}{r}$$

integrando ancora

$$p = -\frac{12G\varepsilon_c}{t^2} \frac{r}{4} + A \ln r + B .$$

Imponendo le condizioni al contorno: $r=R \rightarrow p=0$ e $r=0 \rightarrow p \neq \infty$ si ottiene la relazione (38) che fornisce la pressione idrostatica,

$$p = \frac{E_0}{t^2} (R^2 - r^2) \varepsilon_c = \frac{3G}{t^2} (R^2 - r^2) \varepsilon_c \quad (38)$$

dove si è assunto $v=0,5$ per materiale incompressibile; quindi,

$$G = \frac{E_0}{2(1+\nu)} = \frac{E_0}{2(1+0,5)} = \frac{E_0}{3} \Rightarrow E_0 = 3G.$$

Esprimendo la deformazione a compressione come segue:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta}{t} = \frac{p_m}{E_c} \frac{1}{t} = \frac{p_m}{E_c}$$

La (38) che esprime la tensione idrostatica p nell'elastomero (figura 26) diventa la (39).

$$p = \frac{3G}{t^2} (R^2 - r^2) \frac{p_m}{E_c} \quad (39)$$

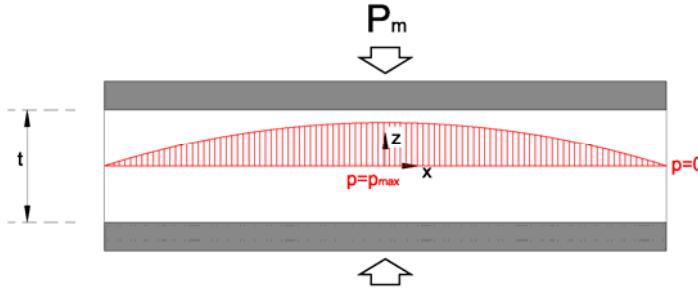


figura 26. Variazione della pressione idrostatica nel singolo strato di gomma confinato – andamento parabolico.

Derivando la (38) sia rispetto ad x che ad y , si ottengono le tensioni tangenziali τ_{xz} e τ_{yz} fornite nelle (40),

$$\tau_{xz} = -\frac{6G}{t^2} xz \varepsilon_c \quad \tau_{yz} = -\frac{6G}{t^2} yz \varepsilon_c \quad (40)$$

che possono scriversi come indicato in (41), (figura 27 e figura 28):

$$\tau_{xy} = \tau_{zy} = \frac{6p_m G}{E_c t^2} xz = \frac{3p_m G r}{E_c t} \quad (41)$$

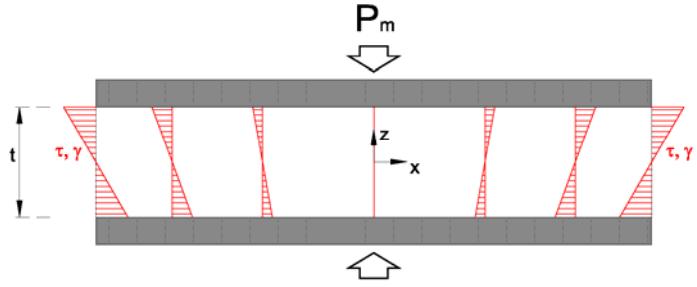


figura 27. Tensioni tangenziali nel singolo strato di elastomero elastomero – andamento lineare nello spessore.

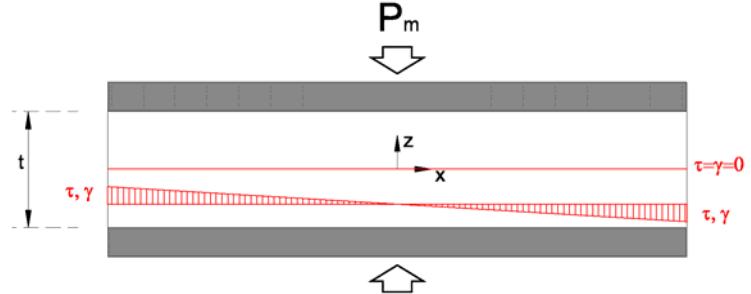


figura 28. Tensioni tangenziali nel singolo strato di elastomero elastomero – andamento lineare lungo lo strato..

La tensione tangenziale massima τ_{max} si ha per $z=t/2$, cioè al contatto con le piastre rigide è fornita dalla relazione (42).

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= -\frac{6G}{t^2} \times \frac{t}{2} \varepsilon_c = -\frac{6G}{t^2} R \frac{t}{2} \varepsilon_c = \\ &= -\frac{3GR}{t} \varepsilon_c = -\frac{3GR}{t} \frac{p_m}{E_c} \end{aligned} \quad (42)$$

Nelle piastre di acciaio interne si determinano tensioni orizzontali la cui entità può essere ricavata da una semplice condizione di equilibrio (43),

$$\sigma_s A_s = p A_e \quad \Rightarrow \quad \sigma_s T_s = p T_e \quad \sigma_s = \frac{T_e}{T_s} p_m \quad (43)$$

in cui T_e è la somma dello spessore dei due strati di gomma adiacenti alla piastra d'acciaio di spessore T_s e p_m è la pressione media.

Per ottenere la deformazione a taglio γ_c dovuta alla compressione semplice si introduce il fattore di forma $S_l = R/2t$ nella (42), ottenendo la (44).

$$\tau = 6GS_l \varepsilon_c \quad \Rightarrow \quad \gamma_c = \frac{\tau}{G} = 6S_l \varepsilon_c \quad (44)$$

Integrando inoltre la (39) sull'intero raggio R dell'isolatore, si ottiene la (45),

$$p_m \cdot A = 2\pi \int_0^R p(r) r \ dr = \frac{3G\pi R^4}{2t^2} \varepsilon_c \quad (45)$$

con ε_c deformazione verticale, esprimibile come:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta}{t_e}$$

nella quale Δ è lo spostamento verticale dell'isolatore che vale ($\Delta = F/k$):

$$\Delta = \frac{p_m}{E_c} = \frac{p_m}{6GS_l^2} \quad (46)$$

con E_c modulo di rigidezza apparente di cui si dirà nel seguito.

Da queste semplici considerazioni si ricava il contributo γ_c , come (figura 27 e figura 28):

$$\gamma_c = 6S_l \varepsilon_c = 6S_l \frac{\Delta}{t_e} = 6S_l \frac{p_m}{6GS_l^2} \frac{t_e}{t_e} = \frac{p_m}{S_l G}$$

L'espressione fornita dalle normative è in genere:

$$\gamma_c = \frac{1,5p_m}{S_l G}$$

In cui il termine 1.5 scaturisce dal fatto che in questi semplici passaggi si è trascurata la compressibilità volumetrica della gomma.

3.2.3 Tensioni e deformazioni nello strato di elastomero soggetto alla combinazione dei carichi verticali ed orizzontali

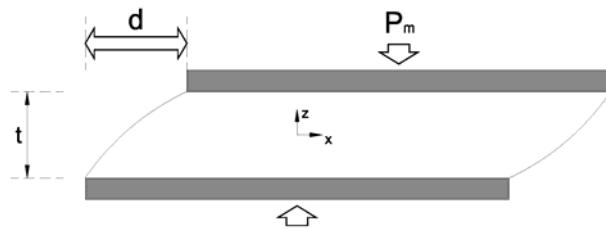


figura 29. Strato di gomma deformato uniformemente compresso tra due piastre rigide $p_m \neq 0$; $d \neq 0$; $\gamma_c \neq 0$.

Per lo studio del comportamento degli isolatori elastomerici soggetti alla combinazione dei carichi verticali ed orizzontali, è importante considerare l'area ridotta.

L'area ridotta per l'isolatore quadrato è definita come segue (figura 30):

$$A_r = a \times (a-d)$$

con d spostamento relativo tra le facce, superiore e inferiore, dell'isolatore.

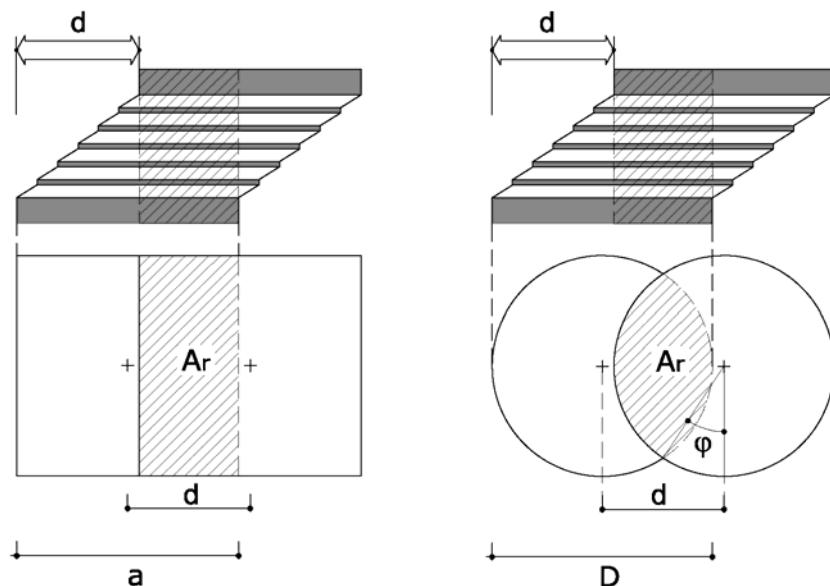


figura 30. Area ridotta relativa all'isolatore quadrato (a sinistra) ed all'isolatore circolare (a destra).

Nel caso di isolatore circolare, si ha (figura 30):

$A_r = (\phi - \sin \phi) D^2/4$, area ridotta efficace dell'isolatore;
 $\phi = 2 \arccos(d_{Ed}/D)$ per isolatori circolari di diametro D .

L'area ridotta, nel caso di isolatore circolare, assume il seguente significato:

$$\phi = 90^\circ - \theta = \frac{1}{2}\pi - \theta$$

$$d_{Ed} = 2R \cos \theta \quad \frac{d_{Ed}}{2R} = \cos \theta$$

$$\theta = \arccos \frac{d_{Ed}}{D}$$

$$A_r = 2R^2(\theta - \sin \theta \cos \theta)$$

visto che

$$\frac{1}{2} \sin 2\theta = \sin \theta \cos \theta$$

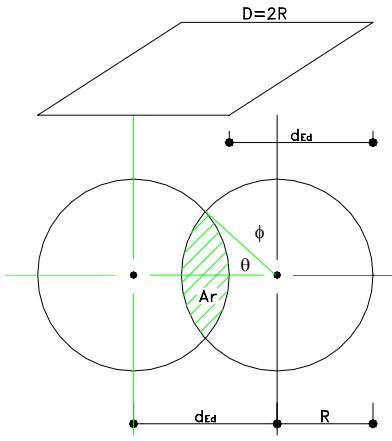


figura 31. Area ridotta.

si ha

$$A_r = 2R^2(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta) = \frac{D^2}{4}(2\theta - \sin 2\theta)$$

ponendo ancora

$$\varphi = 2\theta = 2 \arccos \frac{d_{Ed}}{D}$$

si ottiene la relazione (46) che nella pratica si utilizza per il computo di questa grandezza nel caso di isolatore circolare.

$$A_r = \frac{D^2}{4} \cdot (\varphi - \sin \varphi) \quad 46$$

3.2.4 Strato di elastomero soggetto a solo carico orizzontale

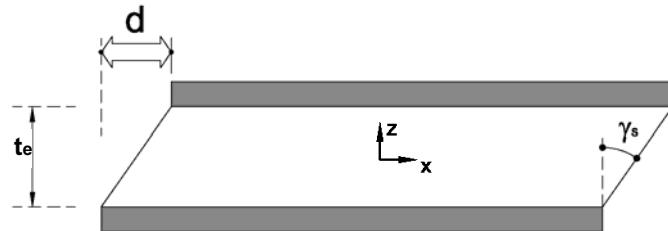


figura 32. Strato di gomma soggetto a forze orizzontali $F \neq 0$; $d \neq 0$; $\gamma \neq 0$.

In condizioni statiche di equilibrio, la forza orizzontale F generata dalla reazione elastica del dispositivo deformato dallo spostamento d in figura 32 induce nell'elastomero tensioni tangenziali τ_{xz} e τ_{yz} . Il campo delle tensioni τ_{yz} avrà risultante nullo, mentre la risultante delle τ_{xz} sarà uguale in modulo ma di verso contrario alla F . Nelle ipotesi che le sezioni orizzontali rimangano piane e di gomma incompressibile, le tensioni normali risultano essere nulle essendo nulla la pressione media verticale p_m .

La deformazione a taglio γ_s , costante in tutta la gomma, è data dalla espressione (47),

$$\gamma_s = \frac{d}{t_e} \quad (47)$$

dove “ d ” rappresenta lo spostamento orizzontale imposto al dispositivo.

3.2.5 Strato di elastomero soggetto a flessione

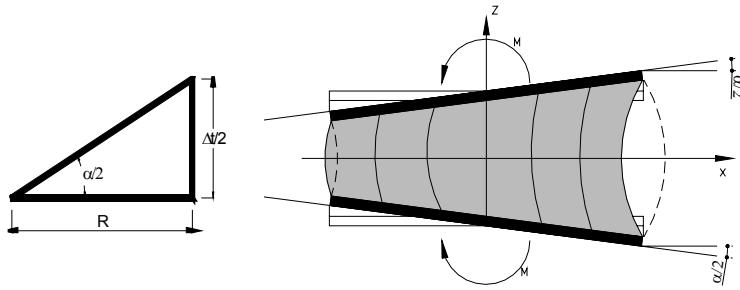


figura 33. Strato di gomma tra due piatti rigidi in flessione pura.

La deformazione di taglio dovuta alla flessione si ricava attraverso la (48),

$$\gamma_\alpha = 6S_1 \varepsilon_\alpha \quad (48)$$

dove ε_α (figura 33) è la deformazione a taglio ai bordi dovuta alla flessione, data dalla seguente espressione:

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{R} \Rightarrow \Delta t = \alpha R \quad \varepsilon_\alpha = \frac{\Delta t}{t_e} = \frac{R\alpha}{t_e}$$

Sostituendo S_1 e ε_α si ottiene la (49).

$$\gamma_\alpha = 6 \frac{2R}{4t} \varepsilon_\alpha = 6 \frac{R}{2t} \frac{R\alpha}{t_e} = \frac{6R^2\alpha}{2t t_e} = \frac{3D^2\alpha}{4t t_e} \quad (49)$$

La deformazione a taglio media per flessione è fornita dalla (50).

$$\gamma_{\alpha,med} = \sqrt{2} S^2 \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{D^2 \alpha}{4t t_e} \quad (50)$$

La relazione fornita dalle normative è in genere la (51).

$$\gamma_\alpha = \frac{a^2}{2t t_e} = 3 \frac{D^2 \alpha}{4(2t t_e)} = \frac{3D^2\alpha}{2(4t t_e)} \quad (51)$$

Dove:

$a^2 = 3\alpha D^2/4$ è la dimensione equivalente utilizzata per valutare la deformazione di taglio per rotazione di un isolatore circolare:

$\alpha = (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{1/2}$ è la media di α_x , α_y rotazioni relative tra le facce superiore e inferiore di un isolatore elastomerico rispettivamente intorno alle direzioni x ed y.

Queste rotazioni si ricavano tramite l'analogia con la teoria della trave.

Dalla relazione che lega l'angolo tra le due piastre terminali, cioè α , con il raggio di curvatura ρ , e dalla teoria della trave, si ricava la relazione (52) tra il momento flettente M agente sul dispositivo con l'angolo α :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\alpha}{r} ; \quad M = \frac{E_c I}{\rho}$$

$$M = E_c I \frac{\alpha}{t} = \frac{3\alpha G}{2t^3} \frac{\pi R^6}{12} \quad (52)$$

da cui si ricavano le (53).

$$\alpha_x = \frac{24M_x t_i^3}{3\pi G R^6} \quad \alpha_y = \frac{24M_y t_i^3}{3\pi G R^6} \quad (53)$$

3.3 RIGIDEZZA VERTICALE ED ORIZZONTALE

La rigidezza verticale del singolo strato elastomerico è data dalla (54):

$$K_{vi} = \frac{E_c \times A}{t} \quad (54)$$

La rigidezza verticale K_v dell'isolatore e dell'intero sistema di isolamento è data rispettivamente dalla (55) e dalla (56). La rigidezza verticale dell'isolatore data dalla (55), è ricavata considerando in serie i singoli strati che compongono il dispositivo.

$$K_v = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{K_{vi}}} \quad (55)$$

$$K_{v,tot} = \sum K_v \quad (56)$$

La teoria utilizzata per valutare il modulo di rigidezza apparente a compressione E_c degli isolatori, il quale compare nella (54), è fornita in [Gent e Lindley, 1959; Kelly, 1993], ed è una semplificazione dell'approccio energetico introdotto da Rocard nel 1937. Questa caratteristica meccanica è influenzata dal tipo di gomma (*modulo G*) e dal fattore di forma primario S_1 . Quest'ultimo, come già precedentemente accennato, è definito come rapporto tra l'area caricata e la superficie laterale libera di espandersi dello strato di gomma, e vale:

$$\text{per isolatore circolare pieno} \quad S_1 = \frac{\pi R^2}{2\pi Rt} = \frac{R}{2t}$$

$$\text{per isolatore quadrato} \quad S_1 = \frac{\pi aa}{4at} = \frac{\pi a}{4t}$$

$$\text{per isolatore rettangolare} \quad S_1 = \frac{\pi ab}{2(a+b)t}$$

In [Gent e Lindley, 1959; ; Kelly, 1993] il modulo E_c dell'isolatore circolare è ricavato nelle ipotesi sopra citate e nell'ipotesi che il campo di forze sia fornito dalla sovrapposizione di due campi di forze semplici:

- la forza F_1 associata allo stato di deformazione verticale ε applicato al blocco di gomma considerato libero di deformarsi (ovvero in assenza del confinamento determinato dalla presenza dei piatti metallici);

$$F_1 = E_0 A \varepsilon \quad (57)$$

dove:

- E_0 è il modulo di Young della gomma;
 A è l'area della sezione dell'appoggio;
 ε è pari a $\Delta t/t$ e rappresenta la deformazione verticale della gomma;

- la forza F_2 associata allo spostamento radiale che si deve imporre per ristabilire la congruenza tra blocco elastomerico e piatti metallici, cioè per annullare gli spostamenti orizzontali dei punti appartenenti alle superfici di attacco gomma-acciaio. Il massimo spostamento radiale u in una qualunque sezione individuata da r può essere ricavato imponendo che il volume in essa contenuto rimanga invariato (ipotesi di incompressibilità):

$$V_0 = \pi r^2 t$$

$$V' = \pi r^2 (t - \delta) + \left(\frac{2}{3} ut \right) (2\pi r)$$

$$V_0 = V'$$

$$u = \frac{3r\delta}{4t} \quad (58)$$

Lo stato tensionale associato a tale campo di spostamenti è di tipo idrostatico, e vale:

$$p = \frac{E_0 (R^2 - r^2) \Delta}{t^3}$$

come ricavato nel precedente paragrafo.

La forza F_2 , che, applicata su ciascuno dei due piatti metallici, produrrebbe un tale stato tensionale, ottenuta come: $F_2 = \int p dA$, nel caso di appoggio circolare è data dalla relazione:

$$F_2 = \frac{\pi E_0 \delta R^4}{2t^3} = p_m \cdot A$$

Il valore apparente del modulo di Young per il blocco di gomma-acciaio è quindi dato dalla (59),

$$E_c = \frac{(F_1 + F_2)}{A\varepsilon} \quad (59)$$

e, nel caso di appoggio circolare, dalla (60),

$$E_c = E_0 \left(1 + \frac{R^2}{2t^2} \right) \quad (60)$$

e cioè:

$$E_c = E_0 (1 + 2S^2) \quad (61)$$

Per materiali incompressibili, come ipotizzato in questa trattazione, essendo $\nu = 0,5$, risulta $E_0 = 3G$ (visto che $G = E_0/[2(1 + \nu)]$).

Nel caso in cui si introduce anche la compressibilità del materiale, i precedenti risultati si modificano come riportato nella (62).

$$E_c = 6GS_1^2 \left(1 - \frac{8GS_1^2}{K} \right) \quad (62)$$

La (62) è ottenuta dalla (61) introducendo K , modulo di compressibilità volumetrica della gomma. Essa mostra che rispetto al caso in cui viene assunta l'ipotesi di incompressibilità, la rigidezza si riduce di un fattore pari a $8GS^2/K$ per effetto della compressibilità volumetrica. Esprimendo l'equazione (62) nella forma (63),

$$\begin{aligned}\frac{1}{E_c} &= \frac{1}{6 \times G \times S_l^2 \left(1 - \frac{8 \times G \times S_l^2}{K} \right)} = \\ &= \frac{1}{6 \times G \times S_l^2} \left(1 + \frac{8 \times G \times S_l^2}{K} \right)\end{aligned}\quad (63)$$

si ricava l'espressione (64) generalmente adottata nella pratica progettuale.

$$E_c = \left(\frac{1}{6 \times G \times S_l^2} + \frac{4}{3 \times E_b} \right)^{-1} \quad (64)$$

La compressibilità volumetrica K dipende dal tipo di gomma utilizzata, e si assume in genere pari a 2000Mpa.

La (54) può essere posta nella forma (65),

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1}{E_c'} + \frac{1}{K} \quad (65)$$

dove E_c' è il modulo a compressione assumendo nulla la compressibilità volumetrica della gomma, e vale

$$E_c' = 6 \times G \times S_l^2 \text{ per isolatori circolari} \quad (66)$$

$$E_c' = 6,73 \times G \times S_l^2 \text{ per isolatori quadrati} \quad (67)$$

Questo modulo di compressione è semplicemente ricavabile anche per isolatori con fori interni. La trattazione completa è fornita da [Kelly, 1993].

Si fa notare, ritornando alla rigidezza verticale, che la risposta di un dispositivo elastomerico sotto carichi verticali è altamente non lineare e dipende da numerosi fattori. L'iniziale run-in che si osserva sperimentalmente prima che si sviluppi la piena rigidezza, influenzato dall'allineamento delle piastre d'acciaio e da altri aspetti legati alla manodopera e alle modalità del processo produttivo, è difficilmente prevedibile, ma è di rilievo trascurabile ai fini della previsione della risposta del dispositivo [Mele, 1994].

La rigidezza orizzontale del singolo isolatore si ottiene molto più semplicemente dalla relazione (68),

$$K_H = \frac{GA}{t_e} \quad (68)$$

dove:

G è il modulo dinamico di taglio dell'elastomero;

A è l'area caricata;

t_e è lo spessore totale della gomma.

Dalla (68) si nota che le piastre di acciaio vulcanizzate alla gomma non influiscono nella rigidezza orizzontale.

In generale però dovrebbe considerarsi, oltre che quella a taglio, anche la rigidezza flessionale data dalla relazione (69).

$$K_f = \frac{12E_c I}{t_e^3} \quad (69)$$

Questa permette di ricavare una rigidezza orizzontale (70) meno approssimata della precedente.

$$K_H^* = \frac{1}{(1/K_H) + (1/K_f)} \quad (70)$$

Solitamente, però, il secondo termine al denominatore della (70) è trascurabile, pertanto nella pratica si assume come rigidezza orizzontale quella data dalla (68). La figura 34 mostra che le deformazioni flessionali dipendono soprattutto dalla geometria del dispositivo, e in particolare dal fattore di forma primario e dalla snellezza del dispositivo H/D (pari all'inverso di S_2), quindi se si progettano isolatori con fattore di forma S_1 abbastanza alto e non troppo snelli, la deformabilità flessionale risulta essere di fatto trascurabile.

Negli istogrammi sono forniti i rapporti K_H^*/K_H per diversi valori del fattore di forma S_1 rispettivamente pari a 5,10,30, e per diversi valori di H/D

(snellezza globale) rispettivamente pari a 1, 0.5, 0.1. Sono altresì forniti diversi valori di diametro del dispositivo per tenere conto, a parità di H/D, dell'influenza percentuale delle piastre metalliche assunte di spessore pari a 3 mm. Dall'esame della figura si evince come solo nel caso di accoppiamento tra elevata snellezza locale (S_1 bassi) e globale (rapporti H/D elevati) l'influenza della rigidezza flessionale non sia trascurabile.

Calcolata la rigidezza K_H del singolo isolatore è possibile ottenere quella totale del sistema di isolamento (71) sommando i singoli contributi (rigidezze in parallelo).

$$K_{H,tot} = \sum K_H \quad (71)$$

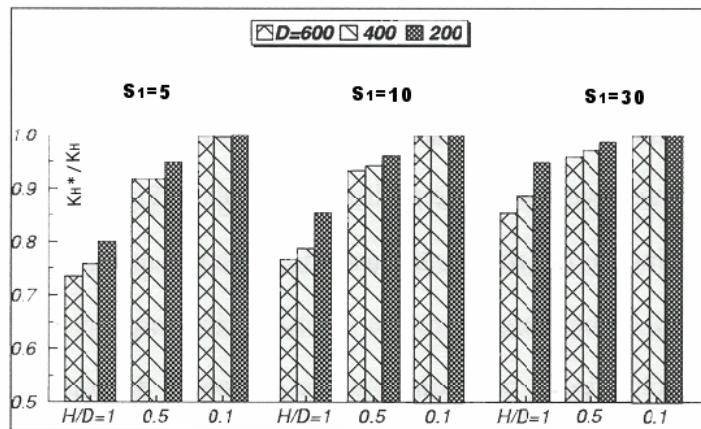


figura 34. Rapporto tra rigidezza orizzontale reale e approssimata di isolatori circolari con diversi S_1 , snellezze globali H/D e diametri D [Mele, 1994].

3.4 DISSIPAZIONE DI ENERGIA - SMORZAMENTO

La capacità dissipativa dei dispositivi elastomerici HDRB viene caratterizzata tramite il parametro "rapporto di smorzamento viscoso equivalente", dato dalla relazione (72), definito come il rapporto tra lo smorzamento C del dispositivo e il valore dello smorzamento critico C_c , ovvero:

$$\xi = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2m\omega} \quad (72)$$

Lo smorzamento critico può essere definito come il minimo valore di smorzamento per il quale non si verificano oscillazioni intorno alla posizione di quiete nel caso di vibrazioni libere del sistema. L'introduzione dello smorzamento critico, e quindi del rapporto di smorzamento ξ consente notevoli semplificazioni dal punto di vista teorico nella espressione delle equazioni che reggono il moto di vibrazione (sia libero che forzato) di un sistema elastico smorzato. Peraltro non è generalmente immediato determinare il valore del rapporto di smorzamento tramite le espressioni generali ad esso corrispondenti. Per tale motivo il rapporto di smorzamento ξ viene valutato direttamente tramite metodi sperimentali. Ad esempio, attraverso la valutazione dell'energia dissipata per ciclo dal dispositivo, w_D , e l'energia vibrazionale immagazzinata dal sistema durante un ciclo w_S , il rapporto ξ è fornito da:

$$\xi = \frac{w_D}{4\pi w_S} \quad (73)$$

Riguardo all'applicazione di tale formula occorre che la prova ciclica a cui sottoporre il campione per la determinazione delle quantità w_D e w_S sia opportunamente definita. A tale proposito esistono procedure standardizzate dalla diverse normative. Con riferimento alle normative italiane è possibile riferirsi alle indicazioni della normativa OPCM 3431 del 2005. Negli stati uniti ci si riferisce alla *"Tentative general requirements for the design and construction of seismic-isolated structures"*, pubblicata dalla SEAOC nel 1990, ed inserita nelle UBC.

La normativa italiana impone la determinazione dinamica, sotto compressione costante e pari a 6 MPa, e anche a 12 MPa se il valore della tensione di compressione di progetto supera i 9 MPa, dello smorzamento ξ mediante prove cicliche sinusoidali alla frequenza di 0,5 Hz ed in corrispondenza del 3° ciclo. Tali prove saranno tese alla determinazione delle curve $\xi-\gamma$ per valori di γ pari a 0.05, 0.3, 0.5, 0.7, 1.0 e 2.0, effettuando almeno 5 cicli per ciascuna ampiezza.

La normativa americana prevede che per definire lo smorzamento di dispositivi elastomerici si eseguano tre prove cicliche sul dispositivo stesso fino ad uno spostamento pari allo spostamento di progetto e sotto un carico

verticale pari al carico gravante su ciascun isolatore in condizioni di esercizio. Le prove vanno eseguite dinamicamente a tre differenti frequenze di applicazione del carico, pari rispettivamente a 1/2, 1 e 2 volte l'inverso del periodo della struttura isolata. L'energia dissipata w_D viene quindi valutata come la minima area del ciclo ottenuto in ciascuna delle tre prove, mentre l'energia elastica di deformazione w_S viene assunta pari alla massima area sottesa dalla curva media forza - spostamento ottenuta per ciascun ciclo.

Calcolando il valore del rapporto di smorzamento in corrispondenza di diversi livelli di deformazione orizzontale γ , si osserva una sensibile variabilità come già mostrato nella figura 17.

Capitolo 4

Verifiche ed abachi di progetto per dispositivi elastomerici

In questo capitolo vengono illustrate le verifiche di sicurezza per i dispositivi elastomerici e vengono forniti degli abachi di progetto che consentono il più agevole dimensionamento di dispositivi HDRB per isolamento sismico. Viene inoltre illustrato il dimensionamento e la verifica dei dispositivi attraverso un esempio di progetto.

4.1 VERIFICHE DI SICUREZZA DEI DISPOSITIVI HDRB

Le verifiche allo stato limite ultimo illustrate in questa sezione, oltre a consentirci di controllare la deformazione di taglio massima degli isolatori e di porci in sicurezza nei confronti dei fenomeni di instabilità, ci permettono di verificare che la tensione massima nelle piastre di acciaio sia inferiore ai valori di snervamento del materiale.

4.1.1 *Verifica della deformazione di taglio massima negli isolatori*

Per gli isolatori in elastomero e acciaio, la deformazione di taglio totale di progetto γ_t (74) è data dalla somma delle aliquote dovute alla compressione (variabile lungo la dimensione dell'isolatore), allo spostamento sismico totale inclusi gli effetti torsionali (costante su tutta la gomma) ed alla rotazione angolare.

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_s + \gamma_a = \frac{1,5N}{S_1 G A_r} + \frac{d_E}{t_e} + \frac{a^2}{2t_i t_e} \quad (74)$$

Questa deformazione in genere è limitata dalle normative nella misura del 500% circa.

Per la verifica dell'aderenza elastomero-acciaio si utilizza una relazione del tipo mostrato nella (75):

$$\gamma_s \leq \frac{\gamma^*}{1,5} \quad (75)$$

dove γ^* è il valore massimo della deformazione di taglio raggiunto nelle prove di qualificazione relative all'efficacia dell'aderenza elastomero acciaio senza segni di rottura (l'attuale normativa italiana fissa questo valore nella quantità minima di 2,5).

In condizioni di esercizio è importante controllare che la deformazione di taglio degli isolatori, dovuta allo spostamento di progetto al periodo di isolamento scelto, sia minore di 2 ed in genere che si attesti intorno a 1-1,5. Infatti, in questo intervallo di deformazione, i dispositivi utilizzati presentano uno buono smorzamento equivalente ξ ($\sim 10\%$ di quello critico, *vedi punto successivo*) ed inoltre il modulo di taglio G si mantiene quasi costante.

Si fa notare che gli isolatori progettati a questi livelli di deformazione orizzontale hanno un sufficiente margine di sicurezza rispetto alle condizioni ultime. Infatti molti test statici su vari isolatori elastomerici mostrano che questi non presentano rotture per deformazioni a taglio inferiori a 6 volte quelle di progetto [Ishida et al., 1992] (i risultati ottenuti stimando la rottura dinamica degli isolatori con prove statiche sono sicuramente a vantaggio di sicurezza). In generale si nota che la deformazione a taglio ultima per gli isolatori elastomerici ad alto smorzamento si attesta intorno al 500% [Kawamata e Nagai, 1992]. Inoltre, da test effettuati su isolatori con diversi fattori di forma secondari, emerge che per piccoli valori di essi la capacità di deformazione a taglio sotto grossi carichi verticali è drasticamente ridotta. In particolare si è notato che per dispositivi con fattore di forma secondario $S_2=2$ il comportamento risulta essere molto instabile rispetto ad isolatori con $S_2=4$ il cui comportamento è analogo a quelli con fattore di forma superiore [Mizikoshi et al. 1992].

4.1.2 *Verifica delle tensioni nelle piastre di acciaio*

La tensione massima σ_s agente nella generica piastra d'acciaio deve risultare inferiore alla tensione di snervamento dell'acciaio f_{yk} , ossia:

$$\sigma_s = \frac{N(t_1 + t_2)}{(A_r t_s)} < f_{yk} \quad (76)$$

dove t_1 e t_2 sono gli spessori dei due strati di elastomero direttamente a contatto con la piastra e t_s è lo spessore della piastra ($t_s > 2\text{mm}$).

La relazione fornita dalle attuali normative per questo tipo di verifica è:

$$\sigma_s = \frac{1,3N(t_1 + t_2)}{(A_r t_s)} < f_{yk} \quad (77)$$

4.1.3 *Verifica del carico critico*

In questa sezione si approfondisce il carico critico dei dispositivi elastomerici già accennato in precedenza. I dispositivi di isolamento sono suscettibili di fenomeni di instabilità determinata dalla bassa rigidezza a taglio, e la stima del carico critico N_{cr} richiederebbe una impostazione non lineare a causa dei grandi spostamenti in gioco (comportamento in regime di grandi spostamenti sotto elevati carichi assiali). Per l'analisi di buckling di un isolatore elastomerico si procede in analogia con la teoria della trave, assumendo che le sezioni orizzontali rimangono piane. La teoria illustrata in seguito, deriva dagli studi di Haringx del 1947 applicati da Gent e Lindley [Gent e Lindley, 1958] al problema dell'instabilità di dispositivi in gomma-acciaio, e da [Kelly, 1993]. In [Kelly, 1993] sono riportate le basi di questa teoria derivante dalla trattazione euleriana dell'instabilità delle colonne. Per modellare l'isolatore come una trave, è necessario fare le seguenti assunzioni:

si considera il blocco di gomma-acciaio come una colonna di altezza h e sezione di area A con una rigidezza a taglio per unità di lunghezza pari a $V_S = G A_S$ dove A_S è l'area effettiva a taglio data da:

$$A_s = A \frac{h}{t_e} \quad (78)$$

dove h/t_e , rapporto tra l'altezza del dispositivo e l'altezza totale della gomma, è un fattore maggiore dell'unità, e quindi determina un incremento di A , dovuto al fatto che l'acciaio non si deforma. Il pedice "s" sta a significare "shear" ossia taglio.

In termini di queste quantità, la rigidezza orizzontale $K_H = GA/t_e$ diventa:

$$K_H = \frac{GA_s}{t_e} \quad (79)$$

ed il carico critico d'Eulero in assenza di deformazione a taglio risulta:

$$N_E = \frac{\pi^2 EI_s}{h^2} \quad (80)$$

L'equazione del carico critico N_{cr} risulta essere la seguente:

$$N^2 + NN_S + N_S N_E = 0 \rightarrow N_{cr} = \frac{-N_S + \sqrt{N_S^2 + 4N_S N_E}}{2} \quad (81)$$

e nelle seguenti ipotesi semplificative:

$$N_S \approx GA; N_E \approx \frac{1}{3} \frac{6GS_l^2 I \pi^2}{h^2} \approx GA \left(\frac{2S_l^2 I \pi^2}{A} \right); N_E \gg N_S$$

il carico critico può essere approssimato dalla:

$$N_{cr} = (N_S N_E)^{1/2} = \\ N_{cr} = \left(GA \frac{h}{t_e} \right)^{1/2} \left(\frac{\pi^2}{h^2} \frac{1}{3} 6GS_l^2 A \cdot r^2 \frac{h}{t_e} \right)^{1/2} = \frac{\sqrt{2} \pi GAS_l r}{t_e} \quad (82)$$

in cui il giratore d'inerzia, indicato con r , per isolatori circolari vale $D/4$.

Da questa trattazione viene fuori la relazione suggerita in genere dalle norme, in condizioni di deformazione orizzontale, per la valutazione approssimata del carico critico N_{cr} :

$$N_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = GS_1 S_2 A_r > \alpha \cdot N \quad (83)$$

dove N è il carico massimo agente sul singolo isolatore ed α è il coefficiente di sicurezza (nelle norme assunto tra 2 e 3).

4.1.4 *Verifica globale - rollout*

Una ulteriore verifica che può effettuarsi sugli isolatori elastomerici è la verifica di rollot [Naeim e Kelly, 1999]. Un blocco di elastomero e acciaio, anche se non è soggetto a fenomeni di buckling, può essere soggetto ad un'altra forma di instabilità se esso è connesso alle piastre terminali attraverso collegamenti che non resistono a sforzi di trazione. Inizialmente i progettisti di isolamento imponevano che l'isolatore non andasse in trazione e quindi progettavano una connessione solo a taglio (“ad incasso”) e non bullonata (cioè capace di assorbire anche gli sforzi di trazione). Gli isolatori “incassati” erano soggetti all’instabilità da rollout, fenomeno causato da uno spostamento laterale più grande di quello sopportabile dal dispositivo. Il blocco elastomerico è instabile nel senso che al di là di questo spostamento la curva $F-d$ ha un andamento decrescente.

Dato che l'isolatore non resiste a trazione, il movimento sopra e sotto il blocco è prodotto dallo spostamento della retta d'azione della risultante dei carichi verticali, come mostrato in figura 35. Il limite dello spostamento della retta d'azione è tanto più esteso quanto più la risultante si trova vicino al bordo del dispositivo, e l'equilibrio tra il momento generato dalla forza orizzontale F e quello generato dal carico verticale N è dato dalla seguente espressione:

$$N(D - d_{max}) = hF \quad (84)$$

dove D è il diametro del blocco elastomerico se si tratta di isolatore circolare mentre è il lato se si tratta di isolatore quadrato. La relazione tra la forza laterale F e lo spostamento d è mostrata nel diagramma $F-d$ in figura 35. Assumendo $F=K_H d$ si ha:

$$\frac{d_{\max}}{D} = \frac{N}{N + K_H h} \quad (85)$$

dato che $K_H = GA/t_e$ e $p_m = N/A$, si ottiene che:

$$\frac{d_{\max}}{D} = \frac{1}{1 + \left(\frac{G}{p_m}\right)\left(\frac{h}{t_e}\right)} \quad (86)$$

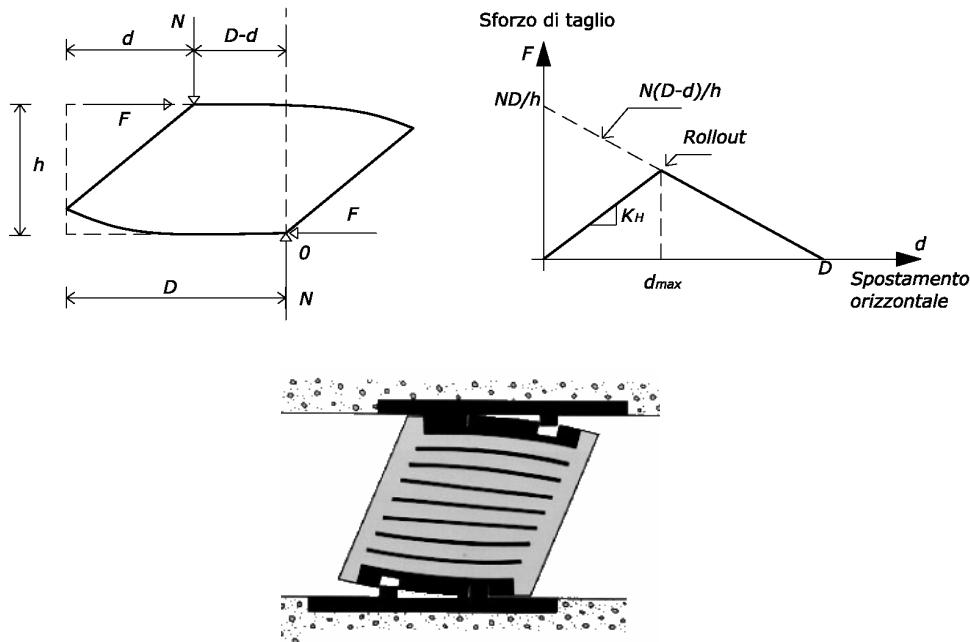


figura 35. Meccanica del rollout [Naeim e Kelly, 1999].

Il rapporto d_{\max}/D rappresenta lo spostamento massimo per l'isolatore come percentuale della dimensione in pianta; quindi se lo spostamento supera questo limite possono verificarsi fenomeni instabili di rollout.

Una regola che deriva dall'esperienza assume per ogni dispositivo, un'area ridotta A_r , almeno pari al 20% dell'area A in corrispondenza del massimo spostamento; questo, per dispositivi di forma quadrata varrebbe a dire che il rapporto d_{max}/D non dovrebbe mai scendere al di sotto di 0.2.

Infine c'è da dire che anche se il dispositivo è bullonato, questa formula fornisce un criterio per limitare la trazione localmente indotta dallo spostamento orizzontale, e, sebbene in alcune prove si è osservato che il massimo spostamento può benissimo superare il valore del diametro, è certamente buona pratica progettuale limitare lo spostamento al valore definito dalla verifica di roll-out anche quando il collegamento con la parte in elevazione ed di fondazione è bullonato.

4.2 ABACHI DI PROGETTO

Sembra utile proporre, nello spirito di rendere più agevole il dimensionamento e la verifica del sistema di isolamento, alcuni abachi di progetto che forniscono la massima tensione verticale per carichi gravitazionali che può essere assunta nel dimensionamento dei dispositivi elastomerici affinché sia soddisfatta la verifica del carico critico.

La tensione da carico critico è calcolata in condizioni sismiche (assumendo un incremento del carico gravitazionale pari al 30%) ed è ridotta da un opportuno coefficiente di sicurezza pari a 2 [OPCM 3431, 2005]. Essendo il carico critico in condizioni sismiche pari a (87):

$$N_{cr} = G \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot A_r \quad (87)$$

dove

$$A_r = (\varphi - \sin \varphi) \cdot \frac{D^2}{4} \quad \text{e} \quad \varphi = 2 \cdot \arccos \frac{d}{D} \quad (88)$$

la tensione da carico critico (che tiene conto del ΔN sismico) da confrontare con la tensione indotta dai carichi gravitazionali sull'isolatore in condizioni non sismiche sarà pari alla (89).

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{1.3 \cdot s \cdot A} = \frac{G \cdot S_1 \cdot S_2}{1.3 \cdot 2} \cdot \frac{A_r}{A} \quad (89)$$

La verifica risulterà quindi la (90).

$$\sigma_G = \frac{N_G}{A} \leq \sigma_{cr} \quad (90)$$

Diagrammando la relazione (89) per diverse geometrie dei dispositivi, è possibile ottenere i detti abachi, i quali, come detto, consentono di effettuare la verifica preliminare del carico critico controllando la tensione verticale di progetto per carichi gravitazionali (σ_d) sul il singolo dispositivo.

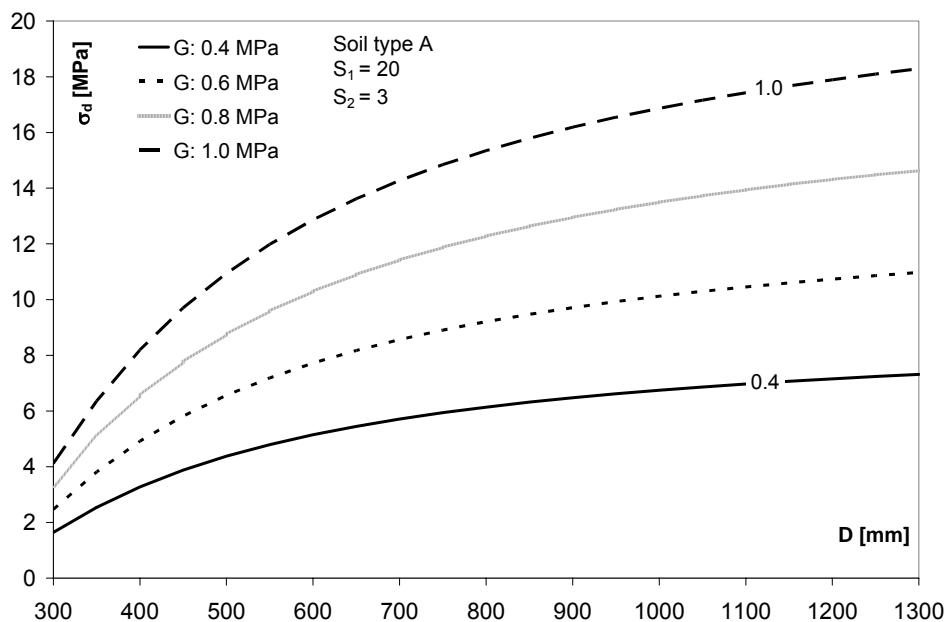


figura 36. Pressioni verticali di progetto limiti – OPCM 3431, 2005, $a_g=0.35g$, tipo di suolo A.

Diagrammi di questo tipo sono ricavati facendo riferimento alla proposta di normativa sismica italiana [OPCM 3431, 2005] per zona sismica di prima categoria (0.35g). Essi, oltre a consentire la suddetta verifica preliminare, mostrano l'influenza che, sia i parametri meccanici e geometrici dei

dispositivi, sia la tipologia di suolo, hanno sulla verifica del carico critico per gli isolatori elastomerici.

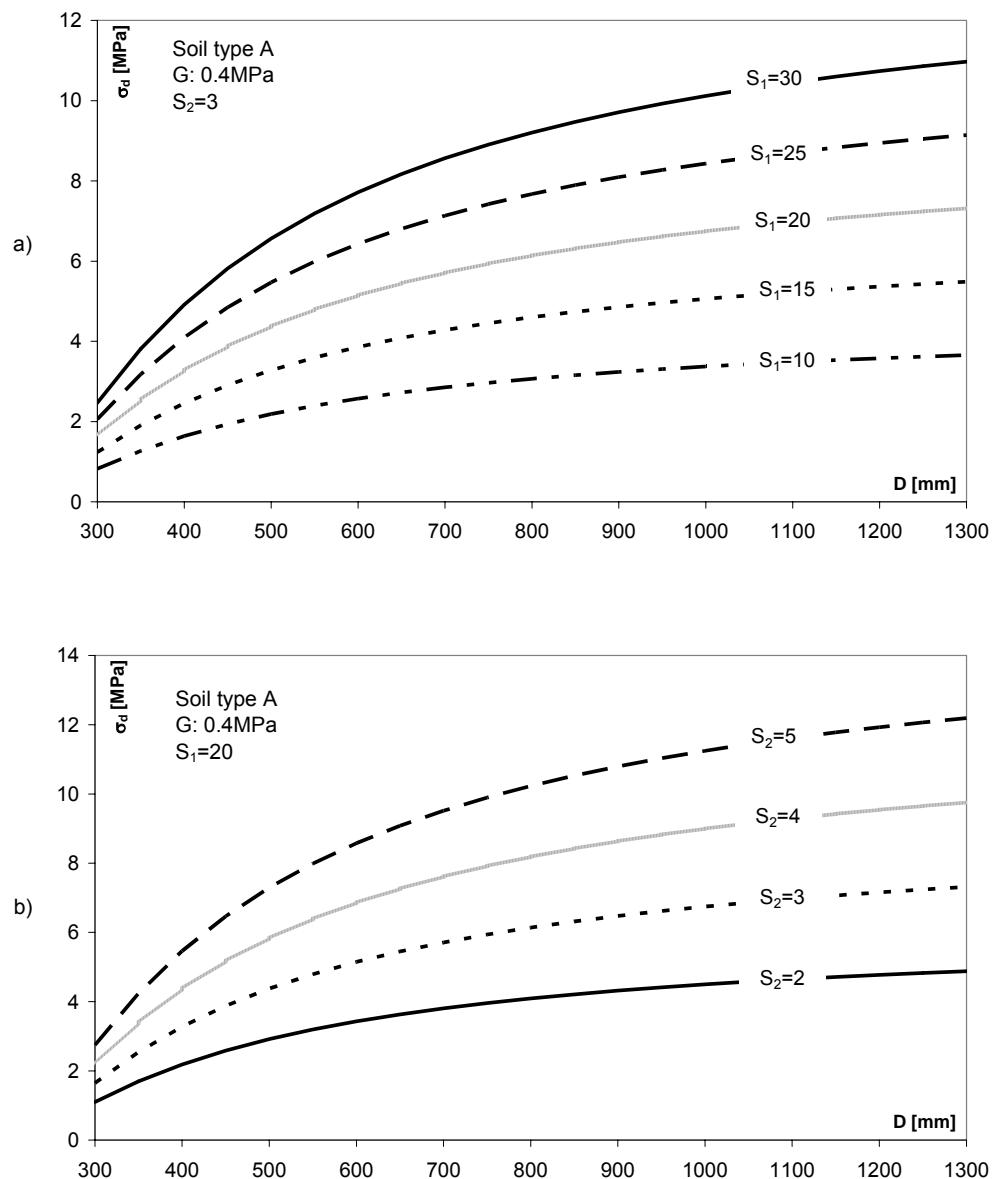


figura 37. Pressioni verticali di progetto limiti – OPCM 2005, $a_g=0.35g$, tipo di suolo A – Effetto di S₁ (a) e S₂ (b)

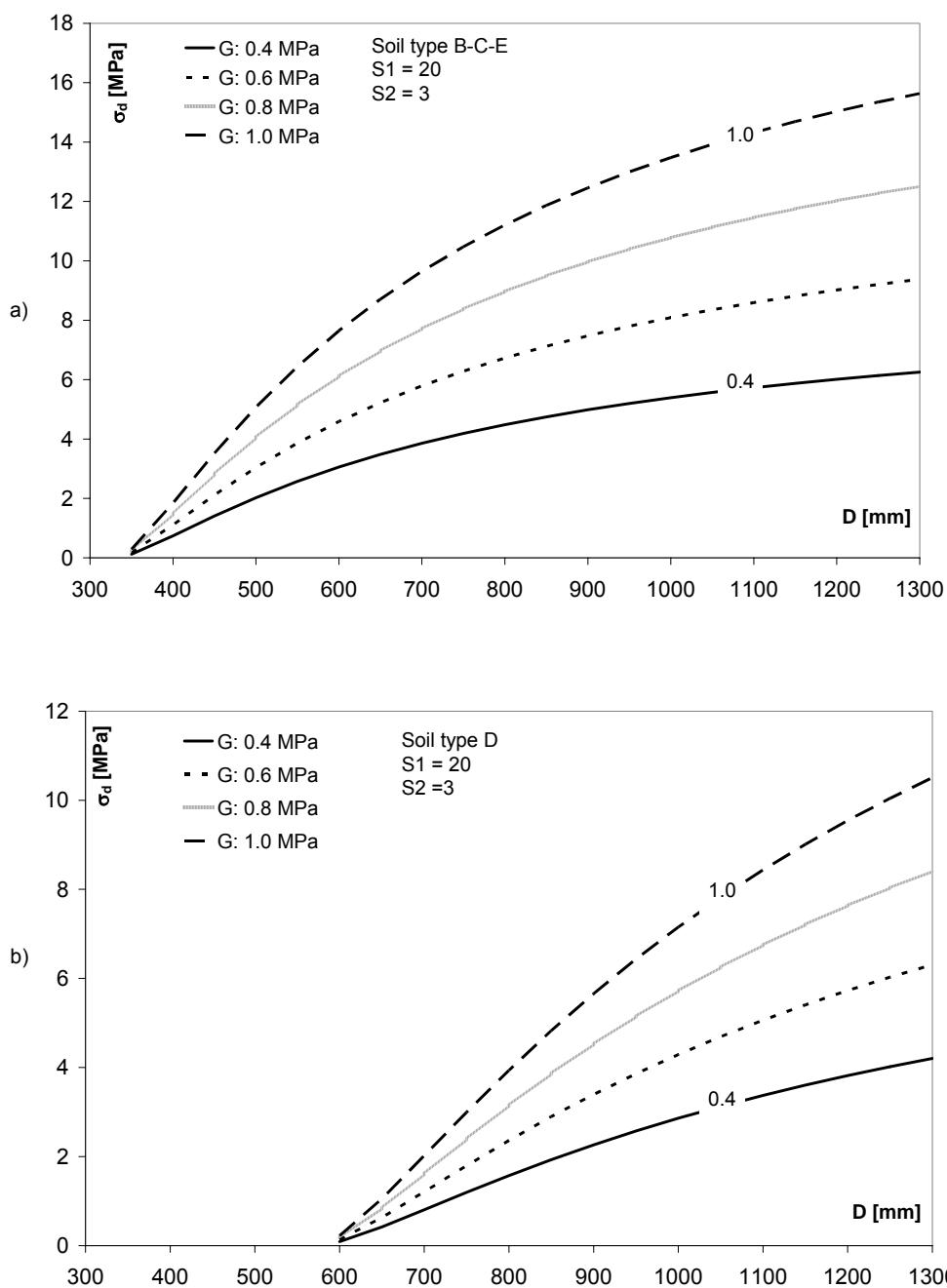


figura 38. Pressioni verticali di progetto limiti – OPCM 2005, $a_g=0.35g$, (a) tipo di suolo BCE (b) tipo di suolo D

Nella figura 36, fissati per i dispositivi i due parametri geometrici S_1 ed S_2 ($S_1=20$ ed $S_2=3$), si riporta la pressione verticale di progetto limite per carico critico al variare del modulo di taglio G . Si nota che adottando una gomma con modulo di taglio G pari a 0.4MPa, non possono essere adottati carichi gravitazionali di progetto maggiori di circa 6-7MPa. La tensione da carico critico si incrementa notevolmente sia aumentando il modulo di taglio, sia aumentando il diametro del dispositivo.

I diagrammi di figura 37 hanno la stessa logica del precedente. In questo caso, fissato il modulo di taglio G pari a 0.4MPa e uno dei due fattori di forma (primario o secondario), si riportano le curve al variare del fattore di forma non fissato. In particolare, nel primo diagramma in figura si riportano le curve limiti per carico critico al variare del fattore di forma S_1 (compreso tra 10 e 30), mentre nel secondo diagramma le curve limiti per carico critico al variare del fattore di forma S_2 (compreso tra 2 e 5).

Dai diagrammi di figura 38, che sono simili al diagramma di figura 36, con l'unica differenza nel tipo di suolo, si nota che al crescere dello spostamento sismico (tipi di suolo BCE e D), ci sono alcuni diametri (i più piccoli) che, per instabilità, non possono proprio essere presi in considerazione nel progetto del sistema di isolamento.

Si ritiene, per concludere, che abachi di questo tipo, oltre ad assicurare la verifica di instabilità dei dispositivi elastomerici, sono molto utili in fase di dimensionamento del sistema in quanto mostrano in maniera chiara le condizioni di lavoro limiti di ciascun dispositivo.

4.3 ESEMPIO DI PROGETTO

Al fine di illustrare il processo di dimensionamento e verifica dei dispositivi di isolamento HDRB, si riporta in seguito un esempio di progetto relativo ad un sistema di isolamento per un edificio.

4.3.1 *Caratteristiche dell'edificio*

Si consideri l'edificio rappresentato in figura 39, situato in zona sismica di prima categoria secondo quanto specificato dalla attuale zonazione sismica italiana [OPCM 3431, 2005], su suolo di tipo B ($a_g=0.35g$; $S=1.25$). Nella

figura è individuata la posizione, nonché il carico verticale che ogni singolo dispositivo dovrà sostenere.

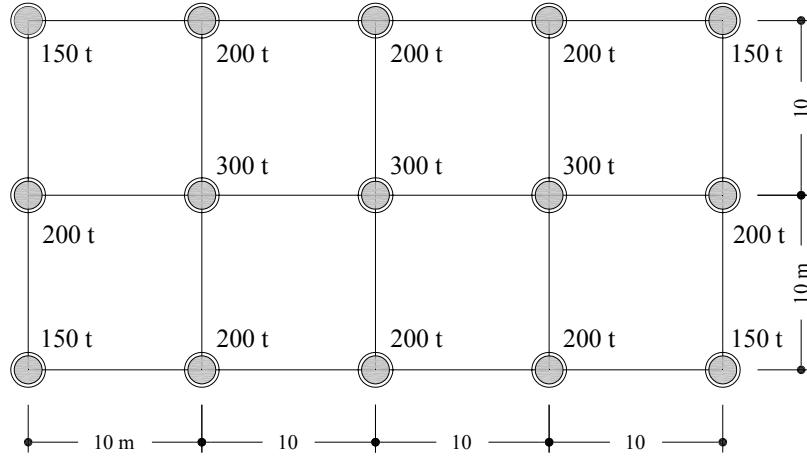


figura 39. pianta dell'edificio per l'esempio di progetto

I carichi verticali alla base delle colonne risultano i seguenti:

$$\text{quattro colonne d'angolo } 150\text{t/cad} \quad 4 \cdot 150\text{t} = 600\text{t (5886kN)}$$

$$\text{otto colonne perimetrali } 200\text{t/cad} \quad 8 \cdot 200\text{t} = 1600\text{t (15696kN)}$$

$$\text{tre colonne interne } 300\text{t/cad} \quad \underline{3 \cdot 300\text{t} = 900\text{t (8829kN)}}$$

$$W: 3100 \text{ t (30411kN)}$$

$$M: 316 \text{ t}\cdot\text{s}^2/\text{m (3100 kN}\cdot\text{s}^2/\text{m)}$$

in cui M è la massa totale, somma della massa della struttura (M_S) e della massa del sistema di isolamento (M_{IS}), quindi $M = M_S + M_{IS}$.

Essendo le masse distribuite in maniera simmetrica rispetto ai due assi di simmetria della struttura considerata, il baricentro delle masse G_{mass} si trova in corrispondenza del baricentro geometrico della struttura in pianta.

4.3.2 Scelta dei parametri iniziali

Sarà assunto un periodo di isolamento target, T_{is} , pari a 3s ed una tensione verticale di progetto dei dispositivi, σ'_G , di primo tentativo pari a 6MPa.

La rigidezza target del sistema di isolamento K_{tot} è ottenuta dalla relazione (91):

$$K_{tot} = \left(\frac{2\pi}{T_{is}} \right)^2 \cdot M = \left(\frac{2\pi}{3} \right)^2 \cdot 3100 = 13584 \text{ kN/m} \quad (91)$$

4.3.3 Calcolo del diametro dei dispositivi dalla tensione verticale per carichi gravitazionali

In funzione della tensione verticale di primo tentativo assunta per il progetto, σ'_G , è possibile calcolare un primo valore del diametro, D_1 , per ogni valore dello scarico alla base, come indicato nelle (92).

$$\begin{aligned} \text{Isolatori 150t} \quad D_1^{150} &= 2\sqrt{\frac{N_G^{150}}{\pi \cdot \sigma'_G}} = 2\sqrt{\frac{1500000}{\pi \cdot 6}} = 564 \text{mm} \\ \text{Isolatori 200t} \quad D_1^{200} &= 2\sqrt{\frac{N_G^{200}}{\pi \cdot \sigma'_G}} = 2\sqrt{\frac{2000000}{\pi \cdot 6}} = 651 \text{mm} \\ \text{Isolatori 300t} \quad D_1^{300} &= 2\sqrt{\frac{N_G^{300}}{\pi \cdot \sigma'_G}} = 2\sqrt{\frac{3000000}{\pi \cdot 6}} = 798 \text{mm} \end{aligned} \quad (92)$$

4.3.4 Calcolo del diametro dei dispositivi dalla deformazione di taglio dovuta al carico verticale per carichi gravitazionali

Fissando i valori minimi ammessi per il fattore di forma primario S_1 ed il fattore di forma secondario S_2 , rispettivamente pari a 20 e 3, è possibile calcolare il diametro D_2 del singolo isolatore in maniera tale da limitare le deformazioni di taglio indotte dai carichi verticali gravitazionali nel dispositivo.

In base della limitazione imposta dalla normativa statunitense [AASHTO, 1999] sulle deformazioni di taglio indotte dai carichi verticali, assumendo $\gamma_{c,G}$ pari proprio a 2.5, si può ricavare il diametro minimo D_2 (93).

$$\text{Isolatori 150t} \quad D_2^{150} = \sqrt{\frac{N_G^{150}}{2 \cdot G \cdot S_1}} = \sqrt{\frac{1500000}{2 \cdot 0.6 \cdot 20}} = 250\text{mm}$$

$$\text{Isolatori 200t} \quad D_2^{200} = \sqrt{\frac{N_G^{200}}{2 \cdot G \cdot S_1}} = \sqrt{\frac{2000000}{2 \cdot 0.6 \cdot 20}} = 288\text{mm} \quad (93)$$

$$\text{Isolatori 300t} \quad D_2^{300} = \sqrt{\frac{N_G^{300}}{2 \cdot G \cdot S_1}} = \sqrt{\frac{3000000}{2 \cdot 0.6 \cdot 20}} = 353\text{mm}$$

Il sistema di isolamento sarà costituito da dispositivi in gomma ed acciaio del tipo HDRB caratterizzati da un coefficiente di smorzamento equivalente al critico, ζ , pari al 10% ed un modulo di taglio della gomma, G , pari a 0.6MPa (gomma di media rigidezza media).

4.3.5 Calcolo del diametro effettivo dei dispositivi

Il diametro di progetto, D , risulterà il massimo tra i due valori computati, D_1 e D_2 , ed è riportato nelle (94)

$$\text{Isolatori 150t} \quad D^{150} = 564\text{mm} \rightarrow 650\text{mm}$$

$$\text{Isolatori 200t} \quad D^{200} = 651\text{mm} \rightarrow 650\text{mm} \quad (94)$$

$$\text{Isolatori 300t} \quad D^{300} = 798\text{mm} \rightarrow 800\text{mm}$$

Si fa notare che in pratica, viste le esigue dimensioni dell'edificio, al fine di contenere i costi del sistema di isolamento e di semplificare il processo costruttivo, sarà comunque necessario omogeneizzare i diametri nel caso degli isolatori da 150t e da 200t.

Le tensioni di lavoro effettive per carichi gravitazionali sui dispositivi sono riportate nelle relazioni (95).

$$\text{Isolatori 150t} \quad \sigma_G^{150} = \frac{N_G^{150}}{A^{150}} = \frac{1500000}{331662.5} = 4.5 MPa$$

$$\text{Isolatori 200t} \quad \sigma_G^{200} = \frac{2000000}{331662.5} = 6 MPa \quad (95)$$

$$\text{Isolatori 300t} \quad \sigma_G^{200} = \frac{3000000}{502400} = 6 MPa$$

4.3.6 Calcolo degli spessori di gomma

Dimensionato il diametro dei singoli dispositivi, lo spessore del singolo strato di gomma, t , e lo spessore totale della gomma, t_e , per i diversi dispositivi, sono ottenuti con l'ausilio dei valori minimi assunti per il fattore di forma primario S_1 e secondario S_2 . In particolare, limitando per il calcolo di t_e al 200% la deformazione di taglio ($\gamma_d = d/t_e$) per effetto dello spostamento elastico di progetto d amplificato del 20%, si ottengono i seguenti spessori interni:

$$\text{Isolatori 150t e 200t} \quad t^{150,200} = \frac{D^{150,200}}{4 \cdot S_1} = \frac{650}{80} = 8.125 mm$$

$$\text{Isolatori 300t} \quad t^{300} = \frac{D^{300}}{4 \cdot S_1} = \frac{800}{80} = 10 mm \quad (96)$$

$$\text{Isolatori 150t e 200t} \quad t_e^{150,200} = \frac{D^{150,200}}{S_2} = \frac{650}{3} = 216.6 mm$$

$$\text{Isolatori 300t} \quad t_e^{300} = \frac{D^{300}}{S_2} = \frac{800}{3} = 266.6 mm \quad (97)$$

Anche in questo caso al fine di contenere i costi del sistema di isolamento e di semplificare il processo costruttivo, sarà necessario omogeneizzare gli spessori di gomma quindi le altezze dei dispositivi. Si assumeranno gli spessori relativi all'isolatore di diametro inferiore per il rispetto delle limitazioni sui fattori di forma S_1 e S_2 ($S_1 \geq 20$; $S_2 \geq 3$).

Tenendo conto che $t_e = n \cdot t$, con n il numero degli strati di gomma del dispositivo, si ottengono gli spessori di gomma specificati dalle relazioni (98).

$$t_e = 224 \text{ mm} \geq \frac{d}{2} = 166.5 \text{ mm}$$

$$t = 8 \text{ mm} \quad (98)$$

4.3.7 Calcolo della rigidezza orizzontale e del periodo del sistema di isolamento

La rigidezza orizzontale del singolo isolatore potrà essere valutata attraverso le relazioni (99),

$$K_{isol}^{150,200} = \frac{G \cdot A^{150,200}}{t_e} = \frac{0.6 \cdot \pi \cdot 325^2}{224} = 888 \frac{kN}{m}$$

$$K_{isol}^{300} = \frac{G \cdot A^{300}}{t_e} = \frac{0.6 \cdot \pi \cdot 400^2}{224} = 1346 \frac{kN}{m} \quad (99)$$

con A area della sezione trasversale di gomma del dispositivo; la rigidezza totale del sistema di isolamento è data dalla relazione (100),

$$K_{tot} = 12 \cdot K_i^{50,100} + 3 \cdot K_i^{200} = 12 \cdot 888 + 3 \cdot 1346 = 14694 \frac{kN}{m} \quad (100)$$

da confrontare con il valore target dato dall'equazione (91).

La procedura illustrata potrebbe a questo punto iterarsi più volte apportando variazioni ai parametri di progetto (G , σ'_G , S_2) nell'intento di ottenere valori della rigidezza quanto più vicini a quello fissato. Ma considerato che il valore ottenuto risulta essere abbastanza vicino al valore target e considerato inoltre che la deformabilità della sovrastruttura che interviene nel modello a più gradi di libertà (M-DOF) renderà il sistema sicuramente più deformabile con conseguente incremento del periodo di oscillazione, si può sicuramente terminare a questo punto per passare alla verifica dei dispositivi

Il periodo di isolamento ottenuto è riportato nella relazione (101).

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_{tot}}} = 2\pi \sqrt{\frac{3100}{14694}} = 2.9s \quad (101)$$

4.3.8 *Caratteristiche di dettaglio del sistema di isolamento e degli isolatori progettati*

Il sistema di isolamento ha le caratteristiche di dettaglio esplicitate nel seguito.

Periodo di isolamento $T_{is}=2.9s$

n. 15 isolatori elastomerici HDRB di cui:

n. 12 isolatori Ø650mm con le seguenti caratteristiche:

Spessore degli strati interni di gomma, t : 8mm

Numero degli strati interni di gomma, n : 28

Altezza totale della gomma, t_e : 224mm

Spessore delle piastre interne di acciaio, t_s : 2mm

Spessore delle piastre terminali di acciaio: 20mm

Area a taglio della gomma, A : 331662.5mm²

Diametro delle piastre di acciaio interne, D' : 645mm

Area delle piastre di acciaio interne, A' : 326579.5mm²

Altezza totale del dispositivo: 318mm

Fattore di forma primario S_1 : 20

Fattore di forma secondario S_2 : 2.9

Rigidezza orizzontale, K_h : 888 kN/m

Rigidezza verticale, K_v : 1087145 kN/m

Valore del rapporto K_v/K_h : 1225

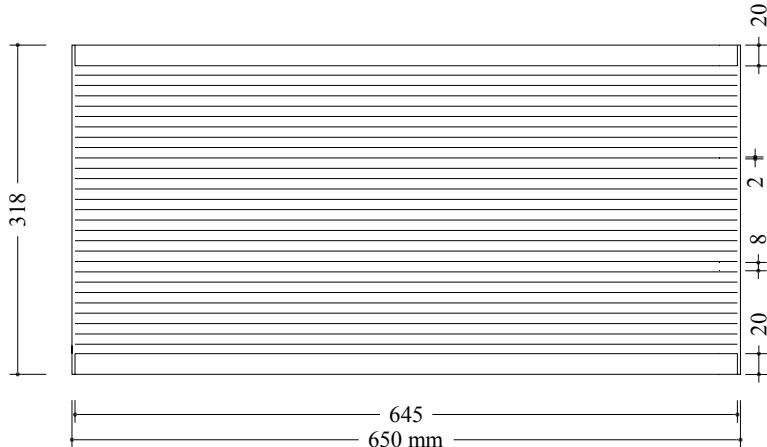


figura 40. Dettaglio dell'isolatore Ø650mm

n. 3 isolatori Ø800mm con le seguenti caratteristiche:

Spessore degli strati interni di gomma, t : 8mm

Numero degli strati interni di gomma, n : 28

Altezza totale della gomma, t_e : 224mm

Spessore delle piastre interne di acciaio, t_s : 2mm

Spessore delle piastre terminali di acciaio: 20mm

Area a taglio della gomma, A : 502400mm²

Diametro delle piastre di acciaio interne, D' : 795mm

Area delle piastre di acciaio interne, A' : 496139.5mm²

Altezza totale del dispositivo: 318mm

Fattore di forma primario S_1 : 25

Fattore di forma secondario S_2 : 3.57

Rigidezza orizzontale, K_h : 1345 kN/m

Rigidezza verticale, K_v : 2017329 kN/m

Valore del rapporto K_v/K_h : 1500

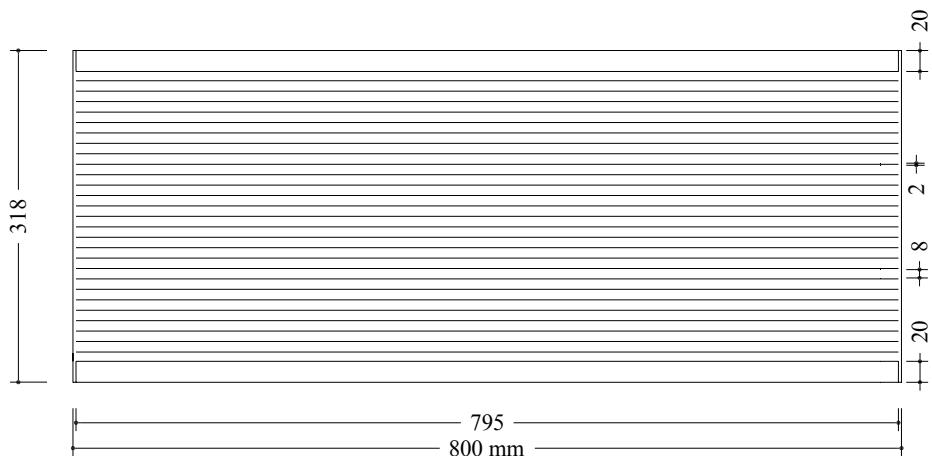


figura 41. Dettaglio dell'isolatore Ø800mm

4.3.9 Verifica degli isolatori progettati

Le verifiche dei dispositivi elastomerici per isolamento sismico faranno riferimento ad azioni derivanti dall'utilizzo degli spettri elastici, incrementate del 20%. In questa sede si assume che il ΔN sismico sui dispositivi sia pari al 30%.

Una delle verifiche prescritte dalle attuali normative riguarda le deformazioni di taglio nella gomma. Per semplicità di esposizione si trascurano le deformazioni di taglio per flessione che sono in genere molto piccole per dispositivi con fattori di forma dell'ordine di quelli utilizzati nell'esempio. Per procedere alla verifica è necessario calcolare l'area ridotta (88) relativa ai diversi dispositivi:

$$A_r^{\text{Ø}650} = 163200 \text{ mm}^2 \quad A_r^{\text{Ø}800} = 219200 \text{ mm}^2$$

Per i dispositivi progettati, considerato uno spostamento orizzontale $d=333 \text{ mm}$, si ottengono le seguenti deformazioni di taglio totali:

$$\text{Ø}650 \quad \gamma_t^{150} = \gamma_c + \gamma_s = \frac{1,5(N \cdot 1,3)}{S_1 G A_r} + \frac{d_E}{t_e} = 1,48 + 1,48 = 2,96 < 5$$

$$\text{Ø}650 \quad \gamma_t^{200} = \gamma_c + \gamma_s = \frac{1,5(N \cdot 1,3)}{S_1 G A_r} + \frac{d_E}{t_e} = 1,97 + 1,48 = 3,45 < 5$$

$$\text{Ø}800 \quad \gamma_t^{300} = \gamma_c + \gamma_s = \frac{1,5(N \cdot 1,3)}{S_1 G A_r} + \frac{d_E}{t_e} = 1,78 + 1,48 = 3,26 < 5$$

Per quanto riguarda la verifica della deformazione di taglio dovuta al solo spostamento sismico, essa risulta soddisfatta in quanto:

$$\gamma_s = \frac{d_E}{t_e} = 1,48 < 2$$

Le tensioni nelle piastre interne d'acciaio, in relazione ai diversi dispositivi e carichi verticali, risultano:

$$\text{Ø}650 \quad \sigma_s^{150} = \frac{1,3(1,3N)(t_1 + t_2)}{(A_r t_s)} = \frac{1,3(1,3 \cdot 1500000)(8 + 8)}{(163200 \cdot 2)} = 124 \text{ MPa}$$

$$\text{Ø}650 \quad \sigma_s^{200} = \frac{1,3(1,3N)(t_1 + t_2)}{(A_r t_s)} = \frac{1,3(1,3 \cdot 2000000)(8 + 8)}{(163200 \cdot 2)} = 165 \text{ MPa}$$

$$\text{Ø}800 \quad \sigma_s^{300} = \frac{1,3(1,3N)(t_1 + t_2)}{(A_r t_s)} = \frac{1,3(1,3 \cdot 3000000)(8 + 8)}{(219200 \cdot 2)} = 184 \text{ MPa}$$

Tali tensioni risultano minori della tensione di snervamento di un acciaio Fe430 ossia $f_{yk}=275 \text{ MPa}$.

La verifica del carico critico, riportata in seguito, risulta soddisfatta:

$$N_G = 150 \quad 2 \cdot (1,3 \cdot N_G) = 3900 \text{ kN} < N_{cr}^{\text{Ø}650} = G \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot A_r = 5680 \text{ kN}$$

$$N_G = 200 \quad 2 \cdot (1,3 \cdot N_G) = 5200 \text{ kN} < N_{cr}^{\text{Ø}650} = G \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot A_r = 5680 \text{ kN}$$

$$N_G=300 \quad 2 \cdot (1.3 \cdot N_G) = 7800kN < N_{cr}^{\varnothing 800} = G \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot A_r = 11742kN$$

Nelle precedenti verifiche si sono considerati i valori effettivi dei fattori di forma ($S_1=20$ e $S_2=2.9$ per gli isolatori con diametro $D=650mm$, $S_1=25$ e $S_2=3.57$ per gli isolatori con diametro $D=800mm$), e valori dell'area ridotta A_r , corrispondenti allo spostamento amplificato $d=333mm$, pari a $163221mm^2$ e $219277mm^2$ rispettivamente per gli isolatori con diametro $D=650mm$ e diametro $D=800mm$.

Capitolo 5

Analisi tensio deformativa agli elementi finiti: aspetti teorici e calibrazione del modello

5.1 STATO DELL'ARTE

Il BIS è ormai una tecnica matura ed attualmente la pratica progettuale si spinge verso nuove applicazioni, in cui, come illustrato nel capitolo 2, i dispositivi elastomerici sono impiegati in condizioni particolarmente onerose: elevati sforzi di compressione per carichi gravitazionali e grandi spostamenti orizzontali imposti dal moto sismico, che peraltro possono dare luogo ad ulteriori incrementi di compressione e/o eccessiva decompressione e comparsa di stati di trazione nel materiale elastomerico.

Si rileva peraltro la necessità di approfondire la risposta dei dispositivi elastomerici nelle condizioni attualmente previste nella pratica progettuale più spinta.

Per ottenere informazioni più dettagliate sul comportamento del dispositivo, soprattutto in termini di risposta locale, è necessario affiancare all'analisi sperimentale, spesso economicamente onerosa, l'analisi numerica agli elementi finiti che può costituire un prezioso strumento sia in grado di definire una progettazione ottimale che di identificare le diverse modalità di collasso del dispositivo.

La modellazione numerica agli elementi finiti di dispositivi elastomerici è nella realtà piuttosto complessa; per tali motivi le analisi agli elementi finiti esistenti a tutt'oggi sono piuttosto limitate e non possono considerarsi come uno strumento progettuale utilizzabile per una definizione delle modalità di collasso poiché si riferiscono generalmente a condizioni di esercizio lontane da quelle limite; d'altronde sono ancora scarse le indicazioni sui criteri di collasso di tipo locale.

In seguito si fornirà una breve rassegna dei contributi esistenti in letteratura riguardanti l'analisi FEM dello stato tenso-deformativo in dispositivi elastomerici.

In Seky *et al.* [1987] gli autori studiano la distribuzione delle deformazioni principali in un appoggio elastomerico ed identificano, nell'interfaccia acciaio gomma, la regione che presenta le maggiori deformazioni e quindi il maggiore rischio di rottura. Sono stati analizzati agli elementi finiti due modelli di dispositivi HDRB, caratterizzati da stesse dimensioni globali e diverso spessore delle piastre di acciaio interne, caratterizzati cioè da due diversi valori del fattore di forma primario S_1 (approssimativamente pari a 4 ed a 2 per i due diversi dispositivi). La condizione di carico consiste nell'applicazione di un carico verticale e di uno spostamento orizzontale. Dai risultati, forniti in termini di configurazione deformata e di distribuzione delle deformazioni principali, si rilavano le seguenti principali conclusioni: (1) lo spessore delle piastre di acciaio interne influenza la deformazione flessionale dovuta all'applicazione carichi verticali ed orizzontali; (2) la deformazione massima locale nella gomma dovuta alla combinazione dei carichi verticali ed orizzontali risulta essere di trazione o di compressione in funzione del valore del carico verticale applicato. Sfortunatamente nel lavoro è indicata soltanto la deformazione orizzontale di taglio applicata (massimo 120%) e nessun cenno esplicito è fatto al valore del carico verticale utilizzato.

Takayama *et al.* [1992, 2000, 2004] ha condotto una intensa attività di ricerca sullo studio dello stato tenso-deformativo all'interno di dispositivi HDRB per isolamento sismico modellati agli elementi finiti. Il primo lavoro citato, Takayama *et al.*, 1992, rappresenta un dettagliato report sulla distribuzione delle tensioni e delle deformazioni, sia negli strati di gomma che nelle piastre di acciaio interne, per un modello di dispositivo HDRB caratterizzato da fattori di forma primario S_1 e secondario S_2 rispettivamente

pari a 18 e 5. Nelle analisi sono state considerate diverse condizioni di carico: (1) soli carichi verticali, corrispondente a diverse pressioni medie verticali, variabili tra valori che vengono generalmente assunti per le condizioni di esercizio per i dispositivi HDRB ($p_m=5$, 15 MPa) e valori estremamente alti ($p_m=100$ MPa); (2) carico verticale più spostamento orizzontale, con deformazioni di taglio maggiori del 375% (massima deformazione di taglio raggiunta dall'isolatore considerato durante le prove sperimentali a rottura, eseguite con pressione verticale applicata pari a 6 MPa). Il modello utilizzato non porta in conto la compressibilità della gomma e la plasticità delle piastre metalliche interne; la risposta del modello in termini di relazione tra carico e spostamento è riportata per pressioni verticali medie maggiori di 75 MPa e per deformazioni di taglio maggiori del 250%. Il lavoro fornisce inoltre interessanti risultati in termini di distribuzione di reazioni vincolari, tensioni e deformazioni principali, evidenziando le zone di concentrazione degli sforzi, le zone caratterizzate da elevate deformazioni, e fornisce i massimi valori delle tensioni e delle deformazioni per le diverse condizioni di carico.

In un lavoro più recente [Takayama e Morita, 2000], gli autori descrivono l'analisi agli elementi finiti condotta per 6 modelli di isolatori sismici HDRB, caratterizzati da valori del fattore di forma primario S_1 compresi tra 18 e 36, e da valori del fattore di forma secondario S_2 compresi tra 3 e 5. Le analisi, che considerano la gomma compressibile e considerano la possibilità di plasticizzazione delle piastre di acciaio interne, sono state orientate a valutare l'effetto dello spessore delle piastre interne e del valore del modulo di compressibilità (modulo di Bulk) della gomma sullo sforzo assiale nei bulloni delle flange di collegamento superiore ed inferiore del dispositivo. E' stata considerata sia la condizione di soli carichi verticali che la condizione di carichi verticali più spostamenti orizzontali, con pressione media applicata superiore a 50 MPa e spostamenti orizzontali pari al 250% e al 400%. Alcuni dei principali risultati mostrano che il valore del modulo di Bulk non influisce nella risposta globale a taglio dei dispositivi, mentre ha una grande influenza sulla deformazione verticale; inoltre, lo spessore delle piastre d'acciaio interne non influenza la rigidezza verticale ed orizzontale, ma influenza il comportamento ultimo a taglio dei dispositivi (la deformazione di taglio ultima si riduce se si riduce lo spessore delle piastre d'acciaio interne).

Infine, nel lavoro [Takayama e Morita, 2004], attraverso una analisi agli elementi finiti di un modello di isolatore HDRB, si è studiato l'effetto dello spessore delle piastre d'acciaio interne e l'effetto delle proprietà della gomma, in particolare dell'incrudimento, sul comportamento del dispositivo. Il modello considerato presenta un fattore di forma primario S_1 pari a 33, un valore del fattore di forma secondario S_2 pari a 5, pressioni medie verticali comprese tra 15 e 80 MPa e spostamenti orizzontali pari al 100, 200 e 300%. I risultati delle analisi mostrano la forte dipendenza della rigidezza orizzontale dalla pressione verticale, nonché la ridotta tendenza all'instabilità per gomme con elevato comportamento incrudente e per dispositivi con piastre di acciaio interne di piccolo spessore; gli Autori quindi affermano che per stimare la stabilità degli isolatori dovrebbero essere sempre portate in conto le proprietà incrudenti e lo spessore delle piastre di acciaio interne al dispositivo, al contrario di quanto si fa attualmente con la relazione $N_{cr}=GS_1S_2A_r$.

Matsuda *et al.* [2001] esaminano la possibilità di stimare le proprietà verticali ed orizzontali di un isolatore elastomerico HDRB mediante un analisi agli elementi finiti sotto carichi verticali e carichi verticali più spostamenti orizzontali; i modelli si riferiscono ad isolatori HDRB con foro centrale, caratterizzati da un fattore di forma primario S_1 compreso tra 10 e 40, e da un fattore di forma secondario S_2 compreso tra 5 e 7. Dopo un analisi di sensibilità alla mesh, è mostrato che la risposta verticale dei dispositivi risulta fortemente influenzata dalla compressibilità della gomma; tale compressibilità non ha influenza sul comportamento dei dispositivi per carichi orizzontali.

Altri contributi preziosi, anche se non corrispondono esattamente ai temi trattati in questo lavoro, sono forniti da [Papoulias, 1992; Yoshida *et al.*, 2004; Masato *et al.*, 2004; Kelly e Takhirov, 2004]

De Luca *et al.* [1994, 1997] e Imbimbo [1995] hanno effettuato analisi FEM di dispositivi elastomerici HDRB soggetti a carichi verticali.

In [De Luca *et al.*, 1994] sono state eseguite analisi FEM di dispositivi elastomerici circolari soggetti a carichi verticali. I risultati, espressi in termini di distribuzioni di tensioni normali e tensioni tangenziali, sono stati confrontati con i risultati della soluzione analitica “pressure solution”. Il confronto mostra una buona corrispondenza tra i risultati numerici e i risultati analitici, sia per quanto riguarda le piastre d'acciaio che per quanto riguarda la mezzeria degli strati di gomma; all'interfaccia acciaio gomma questa

corrispondenza risulta ancora soddisfacente, eccetto che per le regioni di bordo, dove si nota che la soluzione analitica non è capace di modellare le concentrazioni di sforzi.

[Imbimbo, 1995] fornisce i risultati di una analisi indirizzata allo studio delle concentrazioni di sforzi nelle zone di bordo dei dispositivi elastomerici. Le analisi sono state eseguite per diversi livelli di pressione media verticale e con diverse tipologie di discretizzazione dei modelli. I risultati indicano che, all'interfaccia gomma-acciaio, la distribuzione degli sforzi risulta ben approssimata dalla soluzione analitica (pressure solution) per bassi valori della pressione media verticale; per alti valori della pressione media verticale, la soluzione analitica fornisce valori che approssimano i risultati numerici soltanto nella parte centrale del dispositivo e non ai bordi, dove si notano sostanziali differenze. Ai bordi dei dispositivi le concentrazioni di sforzi possono essere modellate soltanto adottando una discretizzazione molto fitta, mentre nella parte centrale del dispositivo l'effetto della discretizzazione sulla distribuzione delle tensioni risulta trascurabile, per tutti i valori della pressione verticale media.

I risultati della precedente analisi si riferiscono a dispositivi con basso valore del fattore di forma primario ($S_1=6.25$); siccome il fattore di forma primario è uno dei parametri più importanti nel comportamento degli isolatori elastomerici, in [De Luca e Imbimbo, 1997] viene analizzata la risposta di questi dispositivi, caratterizzati da diversi fattori di forma S_1 , ai carichi verticali. L'analisi parametrica conduce all'importante conclusione che il fattore di forma è il parametro meccanico che governa il comportamento dei dispositivi sotto carico verticale, e che gli effetti delle concentrazioni di tensioni ai bordi sono strettamente correlati ai valori assunti da questo fattore di forma. Le analisi agli elementi finiti permettono di identificare un valore di soglia del fattore di forma ($S_1=20$), oltre il quale la pressure solution fornisce una soddisfacente stima della distribuzione delle tensioni all'interno del dispositivo. In questo lavoro sono stati considerati isolatori elastomerici con differenti fattori di forma primari (S_1 pari a 6.25, 12.5, 20, 30) soggetti ad una pressione verticale media pari a 30 MPa.

In generale quindi, a valle della rassegna effettuata, si è notato che esistono pochi studi che approfondiscono il problema dello studio dello stato tensio-deformativo all'interno di dispositivi elastomerici sotto carico (verticale ed

orizzontale). I contributi sono essenzialmente mirati allo studio del comportamento globale dei dispositivi elastomerici in termini di curva carico-spostamento. Emerge quindi il bisogno di approfondire il discorso dell'analisi agli elementi finiti dei dispositivi elastomerici viste anche le elevate richieste a cui questi dispositivi sono soggetti nelle odierni applicazioni.

In questo spirito, questo lavoro di tesi è orientato allo studio agli elementi finiti dell'effetto degli elevati carichi verticali, fino a 15MPa, combinati ad elevati carichi orizzontali, deformazioni di taglio fino al 300%, sul comportamento degli isolatori elastomerici.

Di seguito, in particolare, è descritta la calibrazione dei modelli agli elementi finiti utilizzati per analizzare il comportamento degli isolatori HDRB. Sono descritte le proprietà dei materiali elastomerici e la loro modellazione, le prove sperimentali a sostegno della modellazione, la geometria dei modelli analizzati e le analisi di sensibilità.

5.2 MATERIALI

I dispositivi HDRB sono costituiti da due materiali: la gomma e l'acciaio. La gomma si presenta come materiale quasi incompressibile a comportamento non lineare iperelastico. L'acciaio, che costituisce il rinforzo interno della gomma, può presentare escursioni in campo plastico negli isolatori sotto carico, ragion per cui deve in genere essere considerata la sua non linearità.

5.2.1 *Il materiale elastomerico*

La gomma è un materiale elastomerico, classe di materiali organici che, in virtù di una determinata struttura molecolare, sono caratterizzati da un comportamento meccanico notevolmente deformabile e reversibile (elastico). Essa possiede notevoli proprietà smorzanti, grande capacità di assorbimento di energia, sostiene grandi deformazioni elastiche risultando molto flessibile e resistente agli urti; è contraddistinta da tipiche proprietà meccaniche che possono essere riassunte come segue:

- grandi deformazioni elastiche;
- comportamento non lineare evidenziato dalle curve carico-spostamento (iperelasticità);

- capacità smorzanti;
- quasi o totale incompressibilità.

Le curve carico-deformazione forniscono sia il modulo di Young all'origine E_0 (circa 1 MN/m²) sia il modulo di elasticità tangenziale G ; prove condotte su mescole di differente composizione hanno mostrato che $G=(1/3 \div 1/4)E_0$. In particolare, il valore di E_0 viene ricavato sul tratto iniziale delle curve, che per deformazioni dell'ordine di alcune unità percentuali è approssimativamente lineare; in maniera analoga può essere ottenuto il modulo G in prove di taglio. Il modulo di elasticità cubica della gomma K (modulo di compressibilità o modulo di Bulk) vale circa 1000÷2000 MN/m², molto maggiore del modulo di Young, pertanto il modulo di Poisson può teoricamente essere assunto pari a 0.5.

In tabella 6 sono riportati i valori del modulo di Young E_0 , del modulo di taglio G e del modulo di compressibilità K per gomme con diversa durezza.

Durezza IRHD±2	Modulo di Young	Modulo di Taglio	Modulo di Bulk
	E_0 MN/m ²	G MN/m ²	K MN/m ²
30	0,92	0,30	1000
35	1,18	0,37	1000
40	1,50	0,45	1000
45	1,80	0,54	1000
50	2,20	0,64	1030
55	3,25	0,81	1090
60	4,45	1,06	1150
65	5,85	1,37	1210
70	7,35	1,73	1270
75	9,40	2,22	1330

tabella 6. Caratteristiche dei materiali elastomerici per isolatori sismici

L'elevato valore del modulo di Bulk indica che la deformabilità volumetrica della gomma è molto piccola anche sotto carichi elevati, sempre che le variazioni di forma siano adeguatamente consentite. Teoricamente con un modulo di Poisson pari a 0.5, E_0 dovrebbe essere pari a 3G; ciò è verificato

per basse durezze in gomma naturale, ma per gomme più dure il valore di E_0 aumenta a circa 4G.

A fronte di un modulo elastico all'origine relativamente basso, la gomma mostra invece allungamenti percentuali a rottura estremamente elevati (fino a 500÷800%), e ciò ne differenzia notevolmente il comportamento dagli altri materiali solidi. Per ciò che concerne la resistenza meccanica, il carico di rottura della gomma in trazione è di circa 14÷28 MN/m² se calcolato rispetto all'area della sezione iniziale del provino mentre può raggiungere i 200 MN/m² se calcolato rispetto alla sezione reale; tale valore è di circa 5 volte inferiore al valore corrispondente per l'acciaio. Viceversa la rottura a compressione avviene per carichi ben superiori a 160 MN/m².

Si denota inoltre un aumento di rigidezza per grandi deformazioni (iperelasticità), causato dalla formazione di una struttura cristallina per effetto dello stiramento delle catene polimeriche che tendono a disporsi parallelamente alla direzione in cui avviene l'estensione. Questo tipo di cristallizzazione differisce da quella dovuta al congelamento non solo per il diverso orientamento delle molecole ma anche per la notevole rapidità con cui essa avviene. La formazione di questa struttura cristallina, conseguente ad un'azione di "stretching", dà origine all'alta resistenza a trazione, alla lunga durata sotto sollecitazioni di fatica ed alla resistenza alla lacerazione delle gomme; ad essa è attribuito un ruolo fondamentale nella determinazione delle proprietà elastiche del materiale. In ogni caso, i cristalli formatisi scompaiono nel momento in cui cessa la causa deformante.

Per ciò che riguarda la "durezza", essa è data sostanzialmente dalla misura della deformazione elastica, reversibile, prodotta da un penetratore a forma speciale, sotto un carico determinato. Essa è perciò collegata al modulo di Young della gomma (a differenza di ciò che avviene per la durezza dei metalli che è la misura di una penetrazione plastica irreversibile). Le misurazioni della durezza sono generalmente usate per caratterizzare le gomme vulcanizzate. La durezza della gomma, misurata in diverse scale (gradi Shore, gradi IRHD), va però considerata con una certa approssimazione per tener conto del grado di errore che si può commettere all'atto della misurazione. Per questa ragione nella tabella 6.1 è data la tolleranza di ± 2 gradi.

Quando la gomma vulcanizzata è mantenuta ad una deformazione costante, le forze iniziali diminuiscono gradualmente; questo fenomeno viene chiamato

“rilassamento del carico sotto deformazione”. In maniera analoga la gomma soggetta ad un carico costante nel tempo continua a deformarsi lentamente secondo un classico fenomeno di “scorrimento viscoso (Creep)”. E’ stato osservato che sia il rilassamento del carico sotto deformazione, sia il creep, variano approssimativamente in modo lineare con il logaritmo del tempo.

La gomma, come i metalli, può rompersi per “fatica” se sottoposta a deformazioni ripetute, anche se queste sono molto inferiori all’allungamento a rottura. La rottura per fatica è causata dalla crescita di tagli attraverso tutta la sezione del provino che si innescano preferenzialmente in zone che presentano imperfezioni e dove si hanno forti concentrazioni di stati tensionali. La propagazione della rottura (cut growth) è relativamente rapida ed aumenta all’aumentare dell’ampiezza del taglio, per cui, quando lo sforzo alle estremità della screpolatura è molto grande, si verifica un collasso istantaneo simile alla rottura fragile che si riscontra in materiali poco duttili.

5.2.1.1 *Comportamento non lineare del materiale gomma*

L’equazione di equilibrio di una struttura discretizzata col metodo degli elementi finiti è data in generale da una relazione matriciale del tipo:

$$\{F\} = [K] \{\Delta\}$$

essendo $[K]$ la matrice di rigidezza, $\{\Delta\}$ il vettore degli spostamenti ed $\{F\}$ il vettore dei carichi esterni. Tale relazione è di tipo lineare se aumentando il carico di un fattore α si verifica che anche lo spostamento e quindi le tensioni aumentano dello stesso fattore α . Quando non è verificata tale condizione, allora il problema è non lineare. Quando si calcolano $[K]$ e $\{F\}$, occorre effettuare l’integrazione sul volume dell’elemento; se gli spostamenti sono piccoli, il volume dell’elemento rimane costante e se anche le deformazioni sono piccole, la relazione tra le deformazioni e gli spostamenti, espressa dalla matrice $[B]$, non dipende dagli spostamenti stessi:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\Delta\}$$

essendo $[B]$ funzione delle coordinate nodali costanti, oltre che delle variabili indipendenti x, y, z . Questa è la prima linearità che si ipotizza, che è di tipo geometrico o cinematico.

Successivamente quando si calcola la matrice di rigidezza, si suppone che la matrice del materiale [D] sia elastica, e quindi costante ed indipendente dagli spostamenti:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$$

Questa è la seconda linearità, che è del materiale.

I problemi in cui la legge tra tensione e deformazione non è lineare, ma gli spostamenti e le deformazioni sono piccoli, sono detti di sola non linearità del materiale. Quando invece la relazione deformazione-spostamento non è di tipo lineare, allora il problema è di non linearità geometrica o cinematica. In questo caso si suole distinguere tra i problemi con piccole deformazioni e grandi spostamenti e i problemi con grandi deformazioni e spostamenti.

Nel primo caso il materiale può avere un comportamento elastico oppure non, mentre nel secondo caso anche il comportamento del materiale è generalmente non lineare. Nei problemi di non linearità geometrica (a grandi spostamenti), si incontrano grosse difficoltà analitiche ed in certe condizioni non esiste un'unica soluzione del problema. Ecco perché in questi casi si utilizzano i metodi incrementali in quanto con piccoli incrementi di carico si può seguire passo passo un percorso che non salti improvvisamente ad una posizione di equilibrio poco interessante. L'approccio utilizzato nei problemi di grandi spostamenti è quello di separare il moto totale in un moto di puro corpo rigido (traslazione e rotazione) e in una deformazione. Mentre la deformazione infinitesima ha una unica definizione, la deformazione finita può essere descritta in molti modi. Ecco allora che nel caso di deformazioni finite, ovvero quando la relazione deformazione-spostamento contiene termini almeno del 2°ordine, non esiste una unica scelta per misurare le deformazioni; la descrizione del moto deve essere fatta con una formulazione tale che la misura delle deformazioni e tensioni sia non solo conveniente numericamente, ma soprattutto appropriata alla descrizione del comportamento del materiale.

Ciò spiega perché per gli elastomeri la descrizione viene fatta in funzione degli invarianti delle deformazioni; le tensioni come tali non vengono introdotte, se non come definizione di variazione di energia potenziale rispetto a tali invarianti. Quindi in questo caso sia in presenza della linearità del materiale che non, bisogna considerare che:

- l'equilibrio della struttura deve essere calcolato rispetto al corpo deformato;
- la relazione deformazione-spostamento deve contenere termini anche del 2°ordine.

Nei problemi di non linearità del materiale, la difficoltà è determinare le leggi costitutive del materiale che rappresentino il più possibile la situazione reale. Per lo studio del comportamento non lineare del materiale, è necessario considerare le proprietà fisiche che vengono poi espresse analiticamente attraverso le leggi costitutive. Le equazioni costitutive dei materiali descrivono il comportamento macroscopico che deriva dalla natura del materiale stesso per effetto dei carichi applicati. Il comportamento reale è estremamente complesso, per cui si formulano equazioni che descrivono la risposta di un materiale ideale. Ciascuna risposta è una formulazione matematica che approssima osservazioni fisiche di una risposta reale in un campo di validità ben definito.

La gomma vulcanizzata presenta caratteristiche peculiari che dipendono non solo dall'ampiezza di deformazione ma anche dalla velocità di deformazione. Comunemente si parla di comportamento iperelastico in ambito statico e viscoelastico in ambito dinamico. I dati sperimentali suggeriscono che il legame sforzi-deformazioni possa essere approssimato come una sovrapposizione di una parte indipendente dal tempo-frequenza (definita long term) e una parte dipendente dal tempo-frequenza (definita short term). E' quindi possibile modellare il comportamento della gomma vulcanizzata sovrapponendo due modelli distinti, uno iperelastico (long term) e uno viscoelastico (short term), che lavorano in parallelo:

- Il modello iperelastico, nel quale viene rappresentata la non linearità e la capacità di subire grandi deformazioni della gomma, è un modello tempo indipendente, per cui non si riesce a valutare alcun fenomeno dissipativo. Si ottengono buoni risultati in campo statico, dove questi ultimi effetti sono meno importanti. Non si considera in alcun modo l'effetto della temperatura.
- Il modello viscoelastico, di tipo tempo-dipendente permette di rappresentare la dissipazione di energia e quindi fenomeni quali

l'isteresi, il creep e il rilassamento. Si ha la possibilità di simulare più realisticamente il comportamento dinamico della gomma. I modelli più comuni sono lineari.

Per i materiali iperelastici si può definire, come vedremo meglio in seguito, una funzione U potenziale di energia di deformazione, la quale, derivata rispetto ad una componente di deformazione, determina la corrispondente componente di tensione:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}}$$

5.2.1.2 *Caratterizzazione del comportamento meccanico di un elastomero*

Tra le metodologie finalizzate alla caratterizzazione teorica del comportamento meccanico di un elastomero se ne possono individuare essenzialmente due:

- l'approccio molecolare tipico della teoria cinetica dei gas;
- l'approccio fenomenologico della meccanica del continuo.

Sebbene l'approccio cui si farà in seguito riferimento è di natura fenomenologia, è doveroso dedicare un piccolo cenno alla teoria statistica che ha rappresentato l'inizio della discussione sistematica sulla elasticità della gomma.

Teoria Statistica

Nell'ambito di tale teoria numerosi sono i contributi offerti da vari autori, soprattutto nella prima metà del secolo; essa si sviluppa sulla base del postulato secondo il quale l'elasticità dei materiali elastomerici è dovuta ad un effetto intramolecolare: la variazione di entropia. Ogni interazione di tipo intermolecolare è indipendente dalla configurazione e conseguentemente non gioca alcun ruolo nello stato di deformazione del materiale. La teoria fornisce la seguente espressione per la densità di energia di deformazione U (energia elastica immagazzinata nell'unità di volume):

$$U = \frac{1}{2}G(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) = \frac{1}{2}G(I_1 - 3)$$

essendo:

- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ le dilatazioni principali di deformazione;
- $I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ il primo invariante del tensore deviatorico della deformazione;
- $G = NkT$ dove N è il numero delle molecole presenti nell'unità di volume, T la temperatura assoluta e k la costante di Boltzmann.

Tale formula presenta l'indubbio vantaggio di essere definita dal solo parametro fisico G dipendente dalla struttura del materiale, ma la sua risposta in termini di legame tensione-deformazione presenta dei rilevanti scostamenti dal comportamento sperimentale.

Teoria fenomenologica

La teoria fenomenologica fornisce una rappresentazione matematica del comportamento meccanico del materiale elastomerico attraverso una semplice osservazione del risultato sperimentale; il materiale è pertanto trattato con gli strumenti della meccanica del continuo senza che venga fornita alcuna correlazione con la struttura molecolare. Scopo primario della teoria fenomenologica è quello di fornire un mezzo per calcolare le relazioni tra lo stato di deformazione e quello di tensione nella maniera più generale possibile analogamente alla classica teoria dell'elasticità, con la differenza che in tal caso deve essere rimossa l'ipotesi di piccole deformazione. In tale approccio la formulazione matematica delle proprietà meccaniche del continuo elastico si estrinseca nella determinazione di opportune forme per la funzione densità dell'energia di deformazione. In ogni caso, le forme di energia di deformazione definite teoricamente devono essere verificate sperimentalmente; tale verifica comporta l'introduzione di opportune restrizioni matematiche alla formulazione della funzione U . In letteratura troviamo numerosi modelli proposti per la funzione densità energia di deformazione per i materiali elastomerici, raggruppabili in due grandi categorie a seconda che siano espressi in funzione degli invarianti di deformazione o in funzione esplicita delle dilatazioni principali di

deformazione; questa suddivisione resta valida sia per materiale ritenuto totalmente incompressibile, sia per materiale ritenuto quasi incompressibile.

5.2.1.3 *Modelli dell'energia di deformazione (teoria fenomenologica)*

La maggior parte dei modelli per materiale iperelastico è di tipo fenomenologico e tutti i parametri caratteristici non sono direttamente legati alle caratteristiche chimiche della gomma. Tutte le leggi si basano sull'assunzione di materiale elastico ed isotropo. L'iperelasticità del materiale è descritta in termini di potenziale di energia di deformazione U che definisce la quantità di energia di deformazione accumulata nel materiale per unità di volume di riferimento (volume nella configurazione iniziale) tramite una funzione della deformazione istantanea del materiale.

Prima di procedere all'illustrazione delle diverse formulazioni del potenziale di energia di deformazione, si devono fornire le seguenti definizioni:

- $\lambda_i = L/L_o = L + \Delta_u = 1 + \varepsilon_{nom}$ rapporto di allungamento (stretch) lungo la direzione principale i -esima di deformazione, di un sistema di tre assi mutuamente ortogonali con origine nel punto considerato dove ε_{nom} rappresenta la deformazione nominale;
- $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$ allungamento deviatorico (o stretch deviatorico);
- $J = J_{el} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = V/V_o$ variazione di volume, ossia rapporto tra volume a deformazione avvenuta e volume iniziale;
- $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ invarianti del tensore deviatorico della deformazione definiti come segue:

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 \quad \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^2 \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_2^2 \bar{\lambda}_3^2 + \bar{\lambda}_3^2 \bar{\lambda}_1^2 \quad \bar{I}_3 = \bar{\lambda}_1^2 \bar{\lambda}_2^2 \bar{\lambda}_3^2$$

Con l'ipotesi di incompressibilità volumetrica si ha che: $\bar{I}_3 = \bar{\lambda}_1^2 \bar{\lambda}_2^2 \bar{\lambda}_3^2 = 1$, cosicché l'invariante terzo non è funzione dello stato deformativo e conseguentemente, la funzione U può essere espressa unicamente come funzione dei primi due invarianti.

Esistono, in letteratura, diverse forme di potenziale di energia di deformazione per la modellazione di un elastomero, che dividono la funzione U in un termine deviatorico (U_d) ed uno volumetrico (U_v), funzione degli invarianti del tensore deviatorico della deformazione o funzione esplicita dello stretch deviatorico.

In figura 42 sono riportate diverse forme della funzione potenziale di energia di deformazione, suddivise nei due gruppi descritti in precedenza. Tutte le forme consentono di portare in conto la compressibilità della gomma in funzione della variazione volumetrica J_{el} . In tutte le forme, il primo termine U_d è funzione degli invarianti deviatorici del tensore delle deformazioni.

Dividono U in un termine deviatorico ed uno volumetrico	
Polinomiale di ordine N	$\Rightarrow U = U_d(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + U_v(J^{el})$
$N=1$	\Rightarrow Mooney-Rivlin a 2 parametri
$N=2$	\Rightarrow Mooney-Rivlin a 5 parametri
$N=3$	\Rightarrow Mooney-Rivlin a 9 parametri
Polinomiale ridotta	\Rightarrow
Yeoh (3 parametri)	\Rightarrow
Neo-Hookean (1 param.)	\Rightarrow
Arruda - Boyce	\Rightarrow
Van der Waals	\Rightarrow
$U = U_d(\bar{I}_1) + U_v(J^{el})$	
U funzione esplicita dello stretch deviatorico $\bar{\lambda}$	
Ogden	$\Rightarrow U = U_d(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3) + U_v(J^{el})$

figura 42. Forme della funzione potenziale di energia di deformazione U .

a. Potenziale Polinomiale

$$U = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$

dove D è un parametro dipendente dalla temperatura, \bar{I}_1 l'invariante primo del tensore deviatorico delle deformazioni definito come in precedenza e \bar{I}_2

l'invariante secondo del tensore deviatorico delle deformazioni definito in precedenza. $\bar{\lambda}_i$ è l'allungamento deviatorico e J è definito come:

$$J = \det(F)$$

dove F è il gradiente di deformazione

$$F = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

Se viene assunta l'ipotesi di incompressibilità del materiale, si può assumere $J=1$ e di conseguenza l'invariante primo del tensore delle deformazioni diventa il primo invariante del tensore deviatorico delle deformazioni.

- J_{el} è definita come la parte elastica di J ;
- Il modulo di taglio iniziale è dato da $\mu = 2(C_{10} + C_{01})$;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D_1$: se D è zero il materiale risulta perfettamente incompressibile.

b. Potenziale polinomiale ridotto

$$U = \sum_{i=1}^N C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$

Il modulo di taglio iniziale e il modulo di compressibilità volumetrica sono definiti come segue:

- Il modulo di taglio iniziale è dato da $\mu = 2C_{10}$;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D_1$.

c. Potenziale di Yeoh

$$U = C_{10} (\bar{I}_1 - 3) + C_{20} (\bar{I}_1 - 3)^2 + C_{30} (\bar{I}_1 - 3)^3 + \\ + \frac{1}{D_1} (J_{el} - 1)^2 + \frac{1}{D_2} (J_{el} - 1)^4 + \frac{1}{D_3} (J_{el} - 1)^6$$

Il modulo di taglio iniziale e il modulo di compressibilità volumetrica sono definiti come segue:

- Il modulo di taglio iniziale è dato da $\mu = 2C_{10}$;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D_1$.

d. Potenziale Neo-Hooke

$$U = C_{10} (\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1} (J_{el} - 1)^2$$

Il modulo di taglio iniziale e il modulo di compressibilità volumetrica sono definiti come segue:

- Il modulo di taglio iniziale è dato da $\mu = 2C_{10}$;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D_1$.

e. Potenziale di Arruda-Boyce

$$U = \mu \left\{ \frac{1}{2} (\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{20\lambda_m^2} (\bar{I}_1^2 - 9) + \frac{11}{1050\lambda_m^4} (\bar{I}_1^3 - 27) + \right. \\ \left. + \frac{19}{7000\lambda_m^6} (\bar{I}_1^4 - 81) + \frac{519}{673750\lambda_m^8} (\bar{I}_1^5 - 243) \right\} + \frac{1}{D} \left(\frac{J_{el}^2 - 1}{2} - \ln J_{el} \right)$$

dove μ, λ_m , sono parametri dipendenti dalla temperatura.

- Il modulo di taglio iniziale è dato da μ ;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D$.

f. Potenziale di Van der Waals

$$U = \mu \left\{ -(\lambda_m - 3) \left[\ln(1 - \eta) + \eta \right] - \frac{2}{3} a \left(\frac{\tilde{I} - 3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} + \frac{1}{D} \left(\frac{J_{el}^2 - 1}{2} - \ln J_{el} \right) \quad \text{con}$$

$$\tilde{I} = (1 - \beta) \bar{I}_1 + \beta \bar{I}_2 \quad \text{e} \quad \eta = \sqrt{\frac{\tilde{I} - 3}{\lambda_m^2 - 3}}$$

a viene detto il parametro di interazione globale e b viene detto parametro invariante. Inoltre

$$\bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^{(-2)} + \bar{\lambda}_2^{(-2)} + \bar{\lambda}_3^{(-2)}$$

- Il modulo di taglio iniziale è dato da μ ;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D$.

g. Potenziale di Ogden

$$\sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J_{el} - 1)^{2i}$$

- Il modulo di taglio iniziale è dato da μ ;
- Il modulo di comprimibilità volumetrica è in relazione con D attraverso l'espressione $K_0 = 2/D$.

5.2.1.4 Determinazione dello stato tensionale

Lo stato tensionale associato ad una particolare forma della funzione densità energia deformazione U è ricavato dalle equazioni di Cauchy. Il tensore delle

tensioni di Cauchy (*true stress*) espresso con riferimento alla configurazione deformata corrente è fornito da:

$$\sigma = (A_1 + A_2 I_1) B - A_2 BB + pI$$

dove:

$$- \quad A_1 = \left(\frac{2}{J} \right) \frac{\partial U}{\partial I_1} \quad ; \quad A_2 = \left(\frac{2}{J} \right) \frac{\partial U}{\partial I_2}$$

$$- \quad B = F(F)^T;$$

$$- \quad p = - \frac{\partial U}{\partial J};$$

- I è la matrice identica e F è il tensore gradiente di deformazione contenente informazioni circa la configurazione deformata attuale rispetto a quella indeformata.

La generica componente σ_{ij} del tensore di tensione di Cauchy σ rappresenta la componente secondo l'asse i della forza per unità di area nel punto generico, su un elemento di superficie di normale j nella configurazione corrente. Essa rappresenta quindi una misura euleriana di tensione. Le componenti principali sono indicate con σ_i . La precedente relazione di carattere del tutto generale, si presta ad essere particolarizzata come descritto in seguito.

Se si considera uno stato di deformazione equibiassiale, le tensioni principali espresse in funzione di U sono date dalle relazioni:

$$\sigma_1 = \frac{2}{\lambda_1} \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right) \quad \sigma_2 = \frac{2}{\lambda_2} \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$$

esplicitando queste due equazioni rispetto alle incognite $\partial U / \partial I_1$ e $\partial U / \partial I_2$, è possibile ottenere due equazioni alle derivate parziali in cui i due termini

$\partial U/\partial I_1$ e $\partial U/\partial I_2$ sono espressi in funzione delle due tensioni principali σ_1 e σ_2 e delle due dilatazioni principali λ_1 e λ_2 .

In maniera analoga, se si considera uno stato di estensione uniassiale, ad esempio lungo la direzione 1, si ha:

$$\sigma_1 = 2\lambda_1 \left(1 - \lambda_1^{-3}\right) \left(\lambda_1 \frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$$

infine, per il caso di taglio puro è possibile scrivere:

$$\sigma = 2\lambda \left(\lambda - \lambda^{-3}\right) \left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + \frac{\partial U}{\partial I_2} \right)$$

5.2.2 L'acciaio

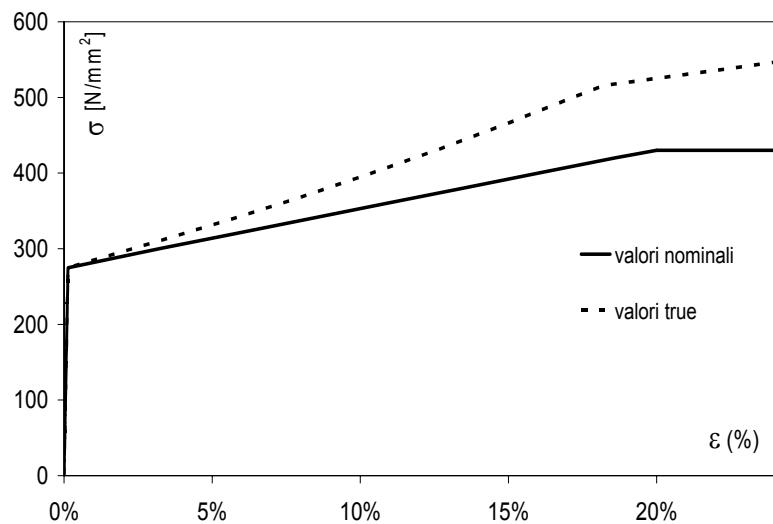
Per ciò che concerne le piastre di acciaio interne ai dispositivi, è stato considerato un acciaio tipo Fe 430 con le conseguenti caratteristiche meccaniche elencate in seguito:

tensione di snervamento	$f_y = 275 \text{ N/mm}^2$
tensione ultima	$f_u = 430 \text{ N/mm}^2$
deformazione allo snervamento	$\varepsilon_y = 0,13\%$
deformazione ultima	$\varepsilon_u = 20\%$
modulo elastico	$E = 206000 \text{ N/mm}^2$

L'acciaio, per la calibrazione dei modelli, è stato considerato elasto-plastico. Per la definizione del modello plastico si sono inserite, nel codice di calcolo, le tensioni e le deformazioni "true", ossia vere, ottenute dalle tensioni e deformazioni "nominali" tramite le seguenti relazioni:

$$\sigma_{true} = \sigma_{nom} \left(1 + \varepsilon_{nom}\right) \quad ; \quad \varepsilon_{true} = \ln \left(1 + \varepsilon_{nom}\right)$$

In figura 43 è riportato il legame costitutivo considerato espresso in termini "nominali" e "true".

figura 43. Diagramma teorico σ - ε dell'acciaio Fe 430 utilizzato per le piastre interne

5.2.3 Adesione gomma - acciaio

In tutti i dispositivi che utilizzano la gomma in compressione, è necessaria anche la presenza di parti metalliche sia allo scopo di consentirne il fissaggio sia per aumentarne la rigidezza verticale (come avviene negli isolatori sismici e nei supporti per le travate da ponte). In tal caso, infatti, vi sono strati di gomma che sono intervallati da piastre orizzontali di acciaio di modo che i due materiali risultino incollati all'interfaccia; questo vincolo esercita un'azione di confinamento per la deformazione laterale degli strati di gomma quando il dispositivo è sottoposto a carichi verticali.

In genere il collegamento tra gomma e acciaio viene eseguito col metodo della ottonatura, con l'uso di speciali adesivi. L'acciaio viene prima rivestito da uno strato di ottone, viene poi verniciato con degli appositi adesivi e, successivamente, aderisce alla gomma durante il processo di vulcanizzazione. Il metodo consente di ottenere elevate forze di adesione; il più delle volte la resistenza dell'adesione supera quella della gomma stessa. In ogni caso, nella progettazione di parti in gomma aderenti ad altri materiali, l'importanza di evitare spigoli vivi e concentrazioni di sforzo è notevole; infatti, per quanto

possibile è consigliabile adottare dei raccordi aventi raggi pari ad almeno il 10÷20% della minima dimensione totale del componente.

5.2.4 Prove per la caratterizzazione della mescola

In questa sezione saranno descritte le prove sperimentali statiche che possono essere eseguite per la caratterizzazione del comportamento del materiale gomma. Le prove eseguite su campioni sono le seguenti: prova a trazione, trazione piana (taglio puro), trazione equibiaxiale, comprimibilità.

Saranno inoltre forniti i risultati in termini di legame tensioni-deformazioni di prove su due diverse mescole utilizzate per la realizzazione di isolatori elastomerici (gomma naturale UNI 60 ShA).

a. Prova di trazione

La norma usata come riferimento per questo tipo di prova è la UNI 6065 [UNI 6065, 1981]. La prova di trazione permette di determinare il legame tensioni-deformazioni ed è realizzata mediante un dinamometro opportunamente attrezzato a seconda del tipo di provino.

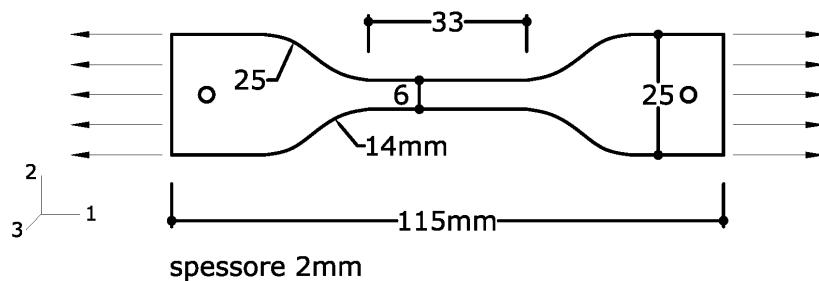


figura 44. Provino alla Dumbbell soggetto a trazione

$$\text{Stato di deformazione : } \lambda_1 = \lambda_u = \frac{L}{L_o} = 1 + \varepsilon_u \quad ; \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_u}}$$

$$\text{Stato di tensione : } \sigma_1 = \sigma = \frac{P}{A_o} \quad ; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

Il provino alla Dumbell (figura 44) è descritto nella norma e può presentarsi in quattro diverse dimensioni. E' necessario misurare l'allungamento del campione nel tratto utile, ad esempio mediante estensimetri, poiché tale allungamento non è direttamente proporzionale allo spostamento della traversa mobile della macchina di prova a causa della deformabilità delle altre parti del provino. I punti caratteristici della prova di trazione sono i seguenti (figura 45):

- Ca05: sforzo corrispondente ad una deformazione pari al 50% (MPa)
- Ca1: sforzo corrispondente ad una deformazione pari al 100% (MPa)
- Ca3: sforzo corrispondente ad una deformazione pari al 300% (MPa)
- CR: sforzo alla rottura (MPa)
- AR: deformazione alla rottura (%)

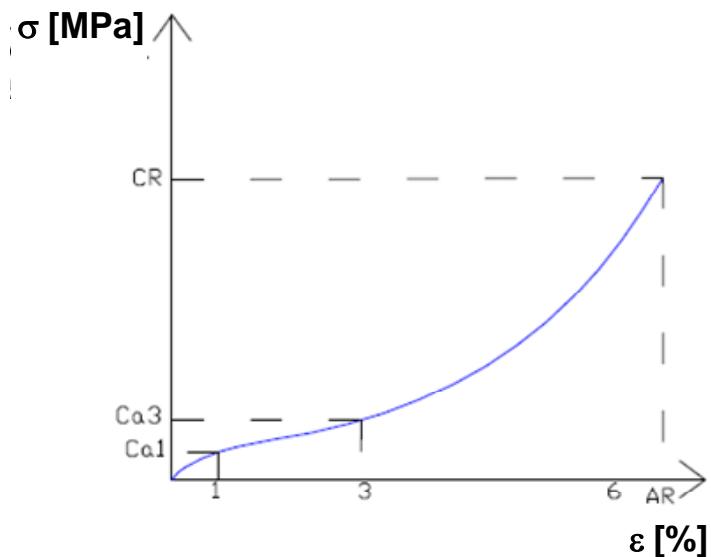


figura 45. Prova di trazione su gomma: σ è la tensione vera e ε la deformazione media del tratto centrale del provino.

Il modulo di *Young* non viene generalmente determinato perché, in corrispondenza del tratto iniziale della curva di trazione, vi possono essere

brusche variazioni di pendenza che rendono incerto il suo calcolo. Inoltre, come si può vedere in figura 45, il modulo di *Young* varia da punto a punto e quindi, più che un solo valore, sarebbe necessario determinare il legame tra il modulo di *Young* e, ad esempio, la deformazione. Molte volte vengono calcolati i moduli secanti tra due livelli di deformazione caratteristica.

Un problema tipico della prova di trazione per materiali elastomerici è la determinazione della effettiva sezione resistente. Nel caso di provini Dumbell lo spessore del provino viene misurato in tre diversi punti del tratto utile, si calcola il valor medio, e lo si moltiplica per la larghezza del provino, la cui variazione viene anch'essa misurata.

b. Prova di compressione

Oltre a poter caratterizzare staticamente la mescola con prove di trazione è possibile ricorrere a prove di compressione monoassiali. Per la realizzazione di tale prova è utilizzato un provino cilindrico ($\varnothing 29$ mm, $h=13$ mm). In tal caso, i provini sono di forma tozza per evitare problemi di instabilità.

Tale prova (figura 46) è più semplice di quella di trazione sia per quanto concerne le modalità di afferraggio del provino sia per quanto concerne la modalità di misura delle deformazioni (lo spostamento della piastra è direttamente proporzionale alla deformazione del tassello). Tuttavia, durante tale prova, l'attrito che si genera tra il provino e le piastre della pressa potrebbe inficiare il risultato. Si cerca di annullare tale problema lubrificando le piastre della pressa. La prova ha esecuzione con l'applicazione del carico di compressione e la registrazione del diagramma di carico-deformazione. La macchina utilizzata è la stessa della prova di trazione. Le prove di compressione monoassiali, anche se le superfici di contatto vengono lubrificate, non possono a rigore essere considerate "monoassiali" in quanto un effetto di bordo, soprattutto a grosse deformazioni, è pur sempre presente; questo crea problemi ai codici di calcolo, i quali, interpretando i risultati sperimentali come derivanti da prove perfettamente monoassiali, le riproduce comunque, falsando in tal modo le caratteristiche fisiche del materiale in esame. In particolare il materiale sarà considerato più rigido di quanto non lo sia in realtà. Infatti, se non vi fosse nessun attrito fra le superfici del provino e i piatti della macchina di prova, a parità di deformazione imposta si avrebbe una reazione inferiore.

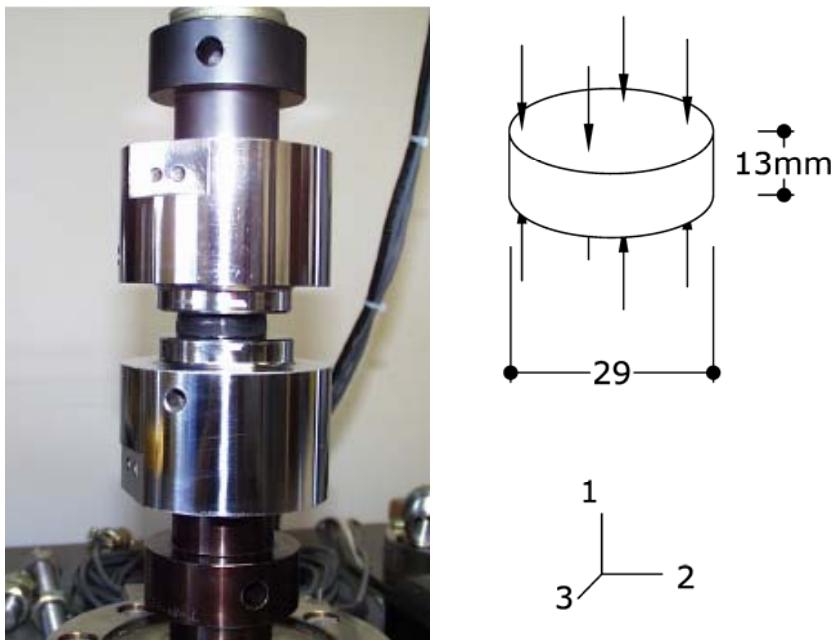


figura 46. Prova di compressione uniassiale – attrezzatura tipica di prova e stato di sollecitazione

$$\text{Stato di deformazione : } \lambda_1 = \lambda_u = \frac{h}{h_o} = 1 + \varepsilon_u \quad ; \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_u}}$$

$$\text{Stato di tensione : } \sigma_1 = \sigma = \frac{P}{A_o} \quad ; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

c. Prova a trazione piana (o di taglio)

Per la prova di taglio è realizzato un provino rettangolare con dimensioni mm 500x80x5. La scelta delle dimensioni del provino, permette di trascurare gli effetti di bordo quando esso viene sottoposto a trazione in direzione trasversale. In queste particolari condizioni, si può assumere che la deformazione avvenga solo lungo due direzioni e ciò permette di correlare lo sforzo di trazione applicato al provino a quello di taglio, che viene a determinarsi nella parte centrale del provino stesso. Il provino (figura 47) è fissato, per i suoi lati più lunghi, alle morse di carico per trasmettere la

trazione. La prova ha esecuzione con l'applicazione del carico di trazione e con la registrazione del diagramma di carico-deformazione.

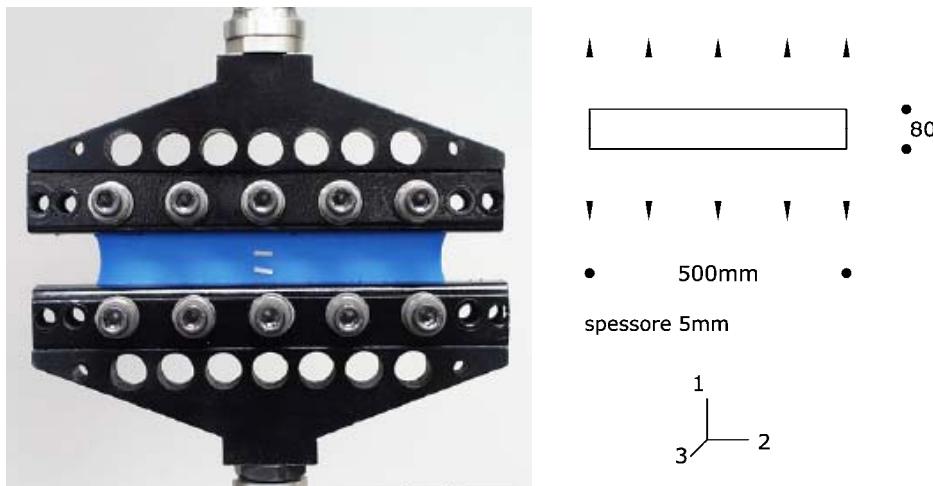


figura 47. Prova di trazione piana – attrezzatura tipica di prova e stato di sollecitazione

$$\text{Stato di deformazione : } \lambda_1 = \lambda_s = 1 + \varepsilon_s \quad ; \quad \lambda_2 = 1 \quad ; \quad \lambda_3 = \frac{1}{\lambda_s}$$

$$\text{Stato di tensione : } \sigma_1 = \sigma \quad ; \quad \sigma_2 \neq 0 \quad ; \quad \sigma_3 = 0$$

d. Prova di trazione biassiale

La prova di trazione biassiale (figura 48) per materiali elastomerici permette di minimizzare i problemi che nascono nelle prove precedenti. Risulta essere molto complessa sia per quanto concerne la macchina di prova, sia per quanto riguarda il provino. Il provino utilizzato è di forma quadrata (mm 500x500x5) o circolare e presenta dei fori lungo il bordo che consentono di vincolare il provino alla macchina di prova. La forza viene applicata nelle due direzioni da piccoli attuatori vincolati al telaio della macchina.

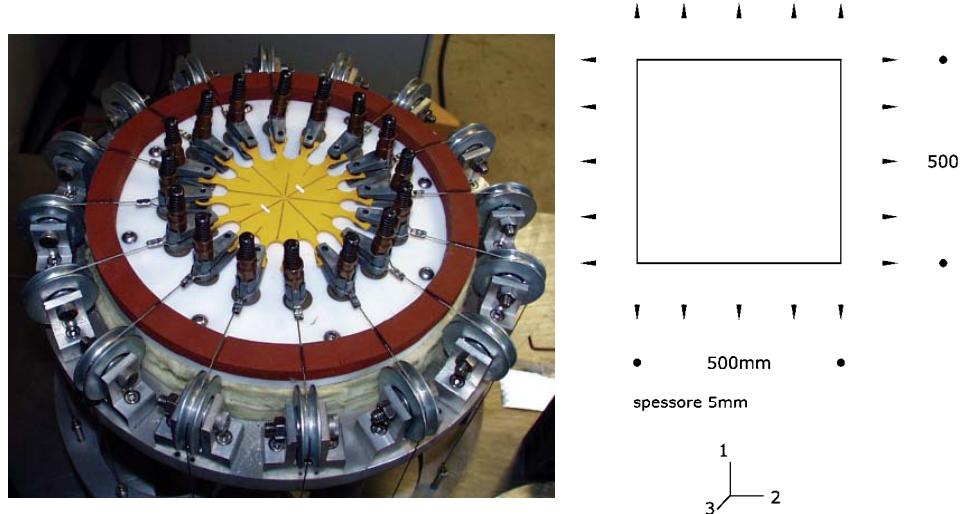


figura 48. Prova di trazione biassiale – attrezzatura tipica di prova e stato di sollecitazione

$$\text{Stato di deformazione : } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_b = 1 + \varepsilon_b \quad ; \quad \lambda_3 = \frac{1}{\lambda_b^2}$$

$$\text{Stato di tensione : } \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = \frac{P}{A_o} \quad ; \quad \sigma_3 = 0$$

e. Prova di compressibilità

La prova di compressibilità è realizzata similmente a quella di compressione monoassiale con la differenza che il provino è vincolato a non deformarsi lateralmente mediante apposita attrezzatura. Per la realizzazione della prova è utilizzato un provino cilindrico ($\phi=30$ mm, $h=30$ mm) più alto di quello utilizzato per la compressione monoassiale dato il basso valore di compressibilità della gomma. Il provino è inserito nella sede dell'attrezzatura, dando luogo all'esecuzione della prova mediante l'applicazione di un carico di compressione e leggendo il relativo diagramma carico-deformazione.

Stato di deformazione : $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_v$; $\lambda_v^3 = \frac{V}{V_o}$

Stato di tensione : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$

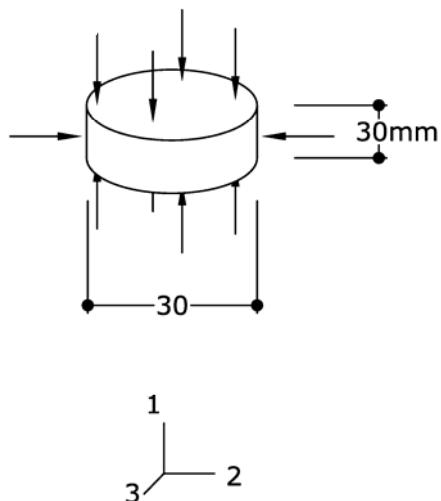


figura 49. Prova di compressibilità – attrezzatura tipica di prova e stato di sollecitazione

5.2.5 Caratterizzazione della mescola

Per la gomma presa a riferimento, UNI 60 Sha, sono disponibili, su differenti campioni di mescola, due serie di prove. La prima serie è stata caratterizzata dai seguenti test: uniassiale di compressione, uniassiale di trazione, taglio, compressibilità.

La seconda serie ha compreso: una prova uniassiale di trazione, una di taglio, una di trazione biassiale ed una di compressibilità. La differenza sostanziale tra le due serie di prove è che la seconda è stata portata a livelli di deformazioni maggiori. Inoltre, sempre per la seconda serie, la prova di trazione biassiale restituisce risultati più attendibili poiché risente meno degli effetti di bordo (figura 50-figura 53)

Attraverso le prove statiche è evidente il comportamento iperelastico del materiale, ossia come il modulo elastico aumenta all'aumentare della deformazione, conferendo maggiore rigidezza al materiale.

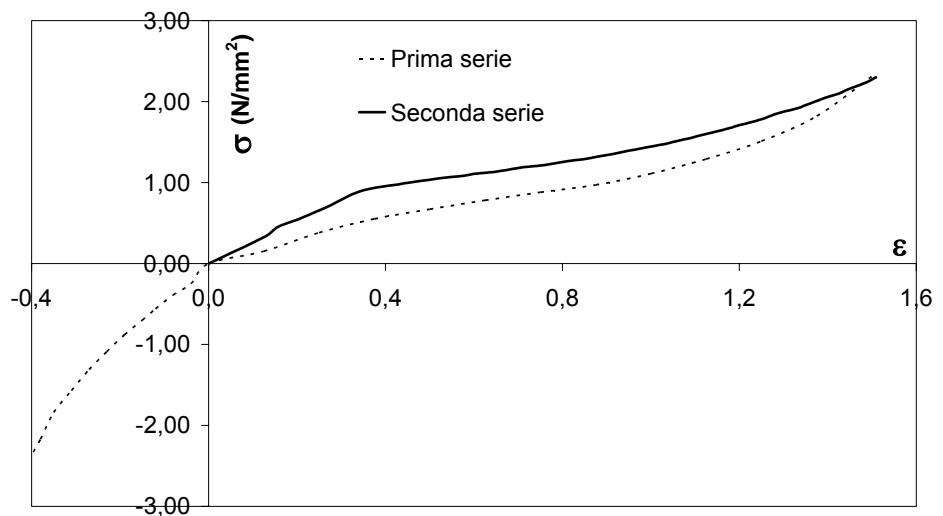


figura 50. Prove uniassiale sul materiale elastomerico

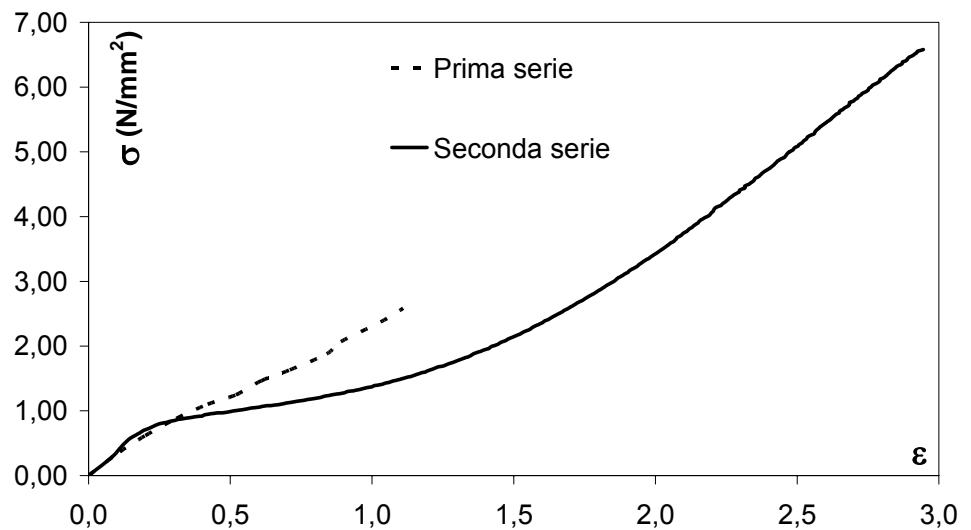


figura 51. Prove di taglio sul materiale elastomerico

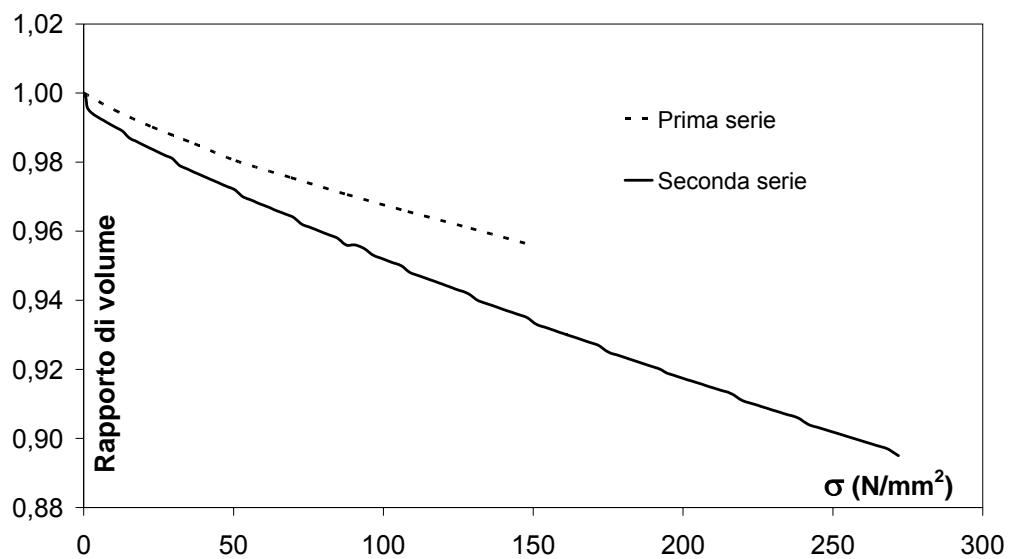


figura 52. Prove di compressibilità sul materiale elastomerico

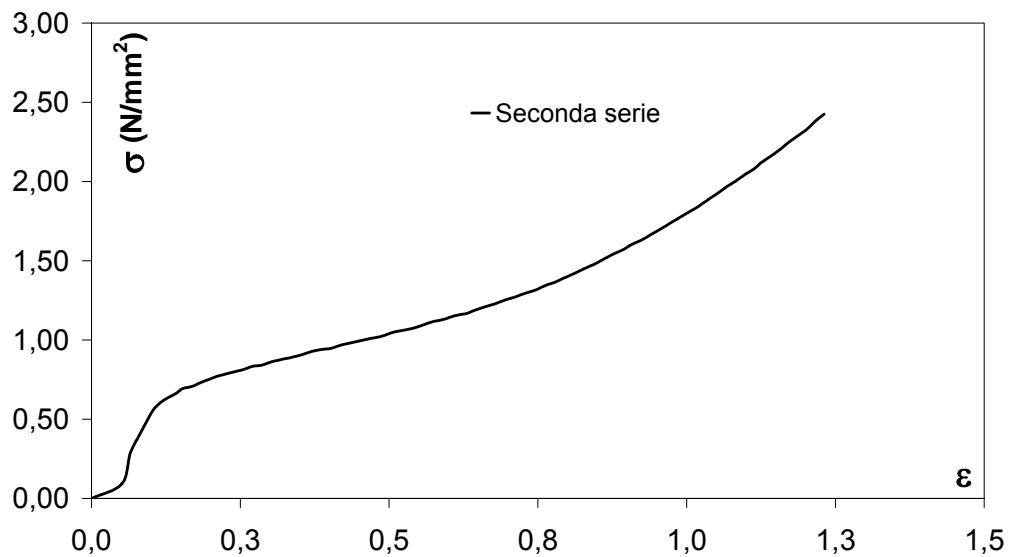


figura 53. Prove a trazione biassiale sul materiale elastomerico

5.3 MODELLAZIONE

In questo paragrafo si descrive la modellazione agli elementi finiti degli isolatori HDRB effettuata con l'ausilio del codice di calcolo Abaqus [Hibbitt et al., 2003], descrivendo le tipologie di modelli, materiali e carichi che possono essere adottati.

5.3.1 *Elementi finiti per la modellazione di dispositivi HDRB*

Nel codice di calcolo Abaqus [Hibbitt et al., 2003] che si utilizzerà in seguito, sono disponibili molti elementi finiti che possono essere impiegati nella modellazione delle strutture e degli elementi strutturali. Ogni elemento è caratterizzato da cinque aspetti:

- famiglie di appartenenza;
- numero di gradi di libertà;
- numero di nodi;
- formulazione;
- tipo di integrazione.

Ogni elemento è definito da un nome capace di identificare i cinque aspetti menzionati. I gradi di libertà di ciascun elemento vengono computati nei nodi dell'elemento stesso. Nei problemi tridimensionali i gradi di libertà di un nodo sono pari a 6 (i tre spostamenti e le tre rotazioni). In ogni punto all'interno dell'elemento, gli spostamenti sono ottenuti interpolando gli spostamenti nodali; generalmente, l'ordine dell'interpolazione è determinato dal numero di nodi utilizzato nell'elemento. Elementi che hanno nodi disposti esclusivamente ai loro vertici utilizzano un'interpolazione lineare e sono pertanto detti elementi lineari o del primo ordine, mentre quelli che presentano nodi anche lungo i bordi utilizzano un'interpolazione quadratica e sono perciò detti elementi quadratici o del secondo ordine.

Alcune famiglie di elementi hanno una formulazione standard mentre altre hanno anche una formulazione ibrida (o mista). E' proprio in tali famiglie che noi andiamo ad attingere gli elementi necessari alla descrizione del comportamento del materiale gomma caratterizzato da una quasi completa incompressibilità. Infatti il vincolo cinematico di incompressibilità rende la parte volumetrica del campo delle tensioni, la pressione idrostatica,

disaccoppiata dal campo di spostamenti e conseguentemente indeterminata; il campo di tensioni resta così definito a meno di una costante. Inoltre, l'esistenza di una singolarità nelle equazioni di equilibrio rende il problema difficile da risolvere. Nella soluzione agli elementi finiti ciò si traduce in problemi numerici e conseguentemente a valutazioni incorrette dello stato tensionale.

Considerando il materiale quasi incompressibile, le considerazioni precedenti sono meno ovvie dal momento che in questo caso la condizione di quasi-incompressibilità è un problema solo del modello numerico e non di quello meccanico. Le difficoltà che si incontrano sono, pertanto, esclusivamente di natura numerica e riguardano malcondizionamenti della matrice di rigidezza, fenomeni di bloccaggio (locking) e presenza di risultati incorretti.

Negli scorsi decenni un grande interesse nello studio del problema ha consentito lo sviluppo delle metodologie in grado di trattare il vincolo di incompressibilità nelle formulazioni agli elementi finiti.

Nelle formulazioni miste le incognite del problema sono costituite simultaneamente da variabili statiche e cinematiche e conseguentemente le condizioni di equilibrio e di congruenza sono approssimate indipendentemente. Un'applicazione di questa formulazione è quella a due campi di variabili u/p nella quale i campi di variabili sono costituiti dagli spostamenti u e dalla pressione idrostatica p .

Una interessante alternativa ai metodi misti è costituita dalla tecnica dell'integrazione ridotta. Il metodo, che utilizza quadrature differenti per valutare la parte deviatorica e la parte volumetrica della matrice di rigidezza, consente di trattare il problema dell'incompressibilità con ottimi risultati evitando l'onere computazionale di introdurre il nuovo campo di variabili richiesto nelle formulazioni miste. Inoltre si può mostrare l'equivalenza del metodo ai metodi misti [Malkus, 1978].

Abaqus utilizza tecniche numeriche per integrare varie quantità sul volume di ogni elemento. Per la maggior parte degli elementi esso utilizza il metodo della quadratura Gaussiana, cosicché viene valutata la risposta del materiale in un numero finito di punti di integrazione all'interno dell'elemento.

In particolare per la modellazione degli isolatori HDRB sono disponibili le seguenti tipologie di elementi:

Elementi piani a deformazione piana

Elementi di questo tipo sono utilizzati quando si prevede per la gomma uno stato deformativo piano con deformazione fuori dal piano nulla. Questi elementi vengono utilizzati in genere per modellare isolatori con comportamento simile alla striscia infinita. Per la modellazione della gomma possono utilizzarsi elementi finiti quadrilateri a 4 nodi CPE4H (a deformazione piana a formulazione ibrida); per le piastre d'acciaio elementi CPE4.

Elementi assalsimmetrici

Gli elementi assalsimmetrici vengono utilizzati per la modellazione dei solidi continui di rivoluzione sotto condizioni di carico che verificano la condizione di simmetria radiale. Gli elementi assalsimmetrici possono essere utilizzati per analizzare il problema attraverso la discretizzazione di una sezione traversale. Il volume del materiale, associato con l'elemento, è quello di un solido di rivoluzione. Il valore delle forze assegnate o delle reazioni nei nodi sono integrate sull'intera circonferenza.

Nella libreria di elementi bidimensionali di questo tipo sono disponibili elementi del primo e del secondo ordine; in relazione a quelli utilizzabili nelle elaborazioni eseguite si possono menzionare:

- CAX4 elemento assalsimmetrico a 4 nodi con funzioni di interpolazione bilineare;
- CAX4H elemento assalsimmetrico ibrido a 4 nodi con funzioni di interpolazione bilineare per gli spostamenti e costante per la pressione;
- CAX8 elemento assalsimmetrico ad 8 nodi con funzioni di interpolazione biquadratica;
- CAX8H elemento assalsimmetrico ibrido ad 8 nodi con funzioni di interpolazione biquadratica per gli spostamenti e lineare per la pressione.

Elementi tridimensionali

Gli elementi disponibili nel codice di calcolo sono di primo e di secondo ordine. Gli elementi del primo ordine sono “elementi brick” ad otto nodi; le funzioni di interpolazione sono classiche funzioni trilineari per elementi isoparametrici. Gli elementi del secondo ordine sono parallelepipedi a venti

nodi, le cui funzioni di interpolazione sono classiche funzioni triquadratiche per elementi isoparametrici. Gli elementi utilizzabili nelle elaborazioni possono essere:

- C3D8 elemento brick ad 8 nodi con funzione di interpolazione trilineare;
- C3D8H elemento brick ibrido ad 8 nodi con funzione di interpolazione trilineare per gli spostamenti e costante per la pressione;
- C3D20 elemento brick a 20 nodi con funzione di interpolazione triquadratica;
- C3D20H elemento brick ibrido a 20 nodi con funzione di interpolazione triquadratica per gli spostamenti e costante per la pressione.

5.3.2 **Modellazione dei dispositivi HDRB per la calibrazione del modello**

Per la modellazione numerica del dispositivo elastomerico si devono affrontare i seguenti problemi:

1. scelta del tipo di elemento finito;
2. scelta della legge costitutiva del materiale;
3. studio delle condizioni di carico e di quelle al contorno;
4. discretizzazione del dispositivo;
5. scelta della tipologia di analisi.

Per quanto riguarda i punti 1. e 4., si vuole evidenziare che sia la scelta dell'ordine dell'elemento che il tipo di discretizzazione è subordinata alla qualità della soluzione e all'onere computazionale. Infatti, utilizzare elementi di ordine superiore nonché discretizzazioni più fitte migliora certamente la qualità della soluzione, ma innalza inevitabilmente l'onere computazionale espresso come tempo impiegato dal calcolatore per condurre a termine le analisi. In generale, per i vari modelli, si è adottata una discretizzazione con infittimento in prossimità dei bordi esterni in modo da ottenere, per queste zone, risultati più precisi.

Per quanto riguarda il tipo di analisi, sono condotte analisi in regime statico introducendo condizioni di non-linearità geometrica del modello dal momento

che il problema investe il campo dei grandi spostamenti e delle grandi deformazioni.

5.3.2.1 *Elementi finiti per la calibrazione del modello*

Per ciò che concerne la scelta del tipo di elemento finito per la condizione di carico verticale, visto che essa, unitamente alla geometria del dispositivo, soddisfa la condizione di assalsimmetria, è possibile adottare un modello assalsimmetrico. In tale modello saranno utilizzati gli elementi del tipo CAX8 per le piastre di acciaio e CAX8H per gli strati di gomma.

Per la condizione di carico orizzontale, non essendo possibile utilizzare il modello assalsimmetrico, si è reso necessario il modello tridimensionale (comunque adatto anche alla simulazione delle condizioni di carico verticale) nel quale saranno utilizzati gli elementi C3D8 per le piastre di acciaio e C3D8H per gli strati di gomma. Con questa scelta di elementi si possono superare le difficoltà teorico-numeriche che presentano le analisi agli elementi finiti dei materiali incompressibili o quasi incompressibili.

5.3.2.2 *Input del legame costitutivo del materiale elastomerico*

Per il comportamento meccanico del materiale elastomerico, il codice di calcolo utilizzato, Abaqus v6.4 [Hibbitt et al., 2003], dispone di diverse formulazioni dell'iperelasticità ben note in letteratura, ovvero diverse espressioni della funzione densità di energia di deformazione U . Le forme del potenziale di energia di deformazione adottate per modellare il materiale elastomerico sono tutte quelle elencate e descritte al §5.2.1.3.

Per la caratterizzazione del materiale elastomerico, e cioè per la definizione dei coefficienti caratteristici di ogni singolo modello iperelastico, si forniscono al codice di calcolo i dati delle prove sperimentali eseguite sulla gomma; il codice di calcolo, tramite un algoritmo dedicato, determina automaticamente i valori dei coefficienti caratteristici del modello iperelastico considerato. Per ciò che concerne le piastre di acciaio, si è già detto al §5.2.2.

5.3.2.3 *Condizioni di carico e condizioni vincolari*

I modelli sono sottoposti a carico verticale ed orizzontale. Il carico orizzontale è applicato sottoforma di spostamento laterale per step successivi in maniera

tale da poter analizzare il comportamento dei dispositivi a diversi livelli di deformazione imposta. Per quanto riguarda i vincoli, si sono imposte le condizioni in cui in genere il dispositivo di isolamento si trova a lavorare, impedendo alla piastra metallica inferiore di spostarsi e consentendo a quella superiore di muoversi liberamente mantenendosi parallela a quella inferiore. Per questi motivi i nodi di base della piastra metallica inferiore sono stati incastriati, mentre tutti i nodi appartenenti alla piastra superiore sono stati vincolati ad avere gli stessi spostamenti verticali.

Nel caso di modello tridimensionale è stato possibile effettuare la modellazione di mezzo dispositivo, ottenendo in tal modo una considerevole riduzione del numero complessivo dei gradi di libertà. Infatti, sia nella condizione di carico verticale che orizzontale, il modello di metà dispositivo verifica delle particolari condizioni di simmetria rispetto al piano diametrale parallelo alla direzione dello spostamento orizzontale imposto. In questo modello a tutti i punti del piano simmetrico saranno impediti gli spostamenti in direzione ortogonale al piano di simmetria e le rotazioni intorno all'asse di riferimento parallelo al piano di simmetria.

5.4 CALIBRAZIONE DEL MODELLO

L'obbiettivo fondamentale della calibrazione è riprodurre numericamente i risultati sperimentali disponibili per un isolatore HDRB di diametro 300mm realizzato con i materiali di cui è disponibile la caratterizzazione. Viene inoltre valutata l'influenza di diversi parametri sulla risposta globale del dispositivo.

Sono confrontati i modelli assalsimmetrico e tridimensionale, ognuno accoppiato a diversi modelli costitutivi iperelastici, con le curve globali sperimentali forza-spostamento del dispositivo reale e sono effettuate analisi per la definizione della tipologia di discretizzazione più conveniente.

5.4.1 *Prove sperimentali di riferimento*

In questa sezione sono descritti i risultati delle prove sperimentali in laboratorio, su dispositivi di isolamento reali, prese a riferimento per la

calibrazione del modello agli elementi finiti utilizzato per le analisi eseguite in questo lavoro.

Prove statiche di riferimento		
Rigidezza verticale		22,5MPa
Orizzontale a $\gamma=125\%$	6MPa	15MPa
Orizzontale a $\gamma=180\%$		22,5MPa
Orizzontale a $\gamma=250\%$	6MPa	22,5MPa

tabella 7. Prove statiche effettuate sull'isolatore di riferimento Ø300

Dalla figura 55 alla figura 60 sono riportate le curve sperimentali carico-spostamento relative alle prove indicate in tabella 7.

CARATTERISTICHE DELL'ISOLATORE Ø300			
diametro esterno	D	mm	300
area lorda	A	mm ²	70686
rigidezza	K	kN/m	785
diametro piastre d'acciaio	D	mm	295
Area delle piastre d'acciaio	A'	mm ²	68349
no. strati interni gomma	n		15
spessore strati gomma	t	mm	4,8
spessore piastre interne d'acciaio	t _s	mm	2
spessore piastra acciaio inferiore	t _{s1}	mm	25
spessore piastra acciaio superiore	t _{s2}	mm	25
spessore totale dell'isolatore	h	mm	150
spessore totale dell'elastomero	t _e	mm	72
fattore di forma primario	S ₁		15,36
fattore di forma secondario	S ₂		4,10
CARATTERISTICHE DELL'ELASTOMERO			
modulo elastico di taglio	G	MPa	0,8
modulo di compressibilità volumetrica (Modulo di Bulk)	K	MPa	2000

tabella 8. Caratteristiche geometriche e meccaniche dell'isolatore Ø300 provato in laboratorio

Isolatore C300

$S_1=15,36$ $S_2=4,10$

$n_i=15$ $t_e=72$ mm

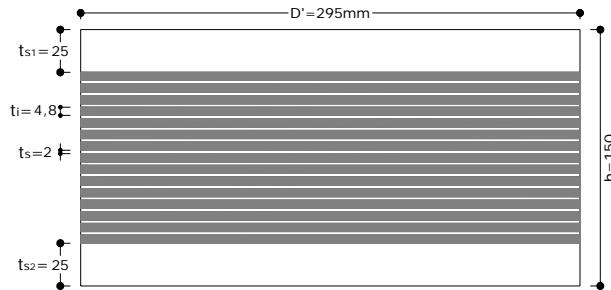


figura 54. Isolatore provato in laboratorio

Le prove di interesse per la calibrazione del modello sono essenzialmente prove statiche (tabella 7), effettuate a diversi valori della pressione verticale media ed a diversi valori della deformazione orizzontale di taglio. Le caratteristiche geometriche e meccaniche dell'isolatore considerato sono riportate in figura 54 ed in tabella 8.

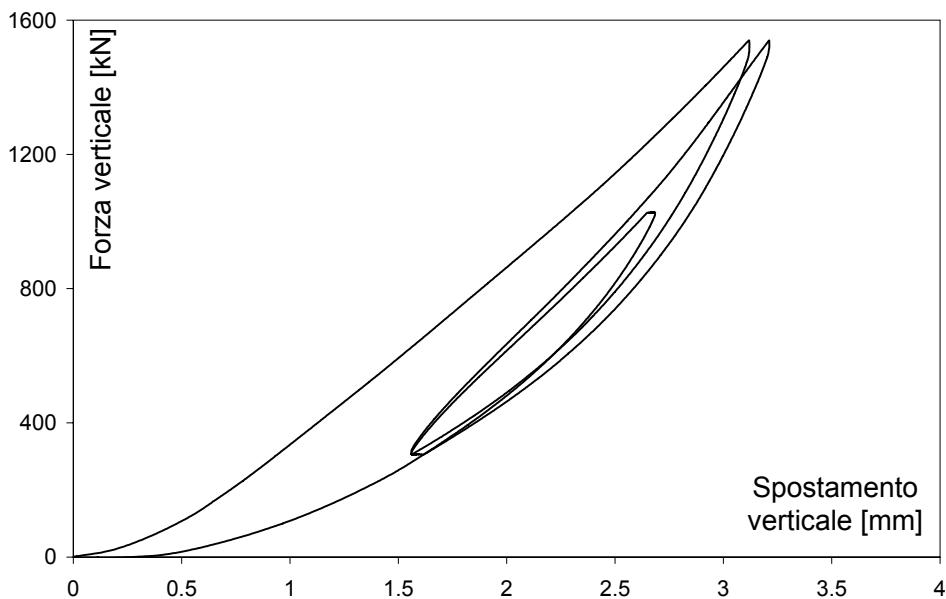


figura 55. Prova statica a carichi verticali $p_m=22,5$ MPa

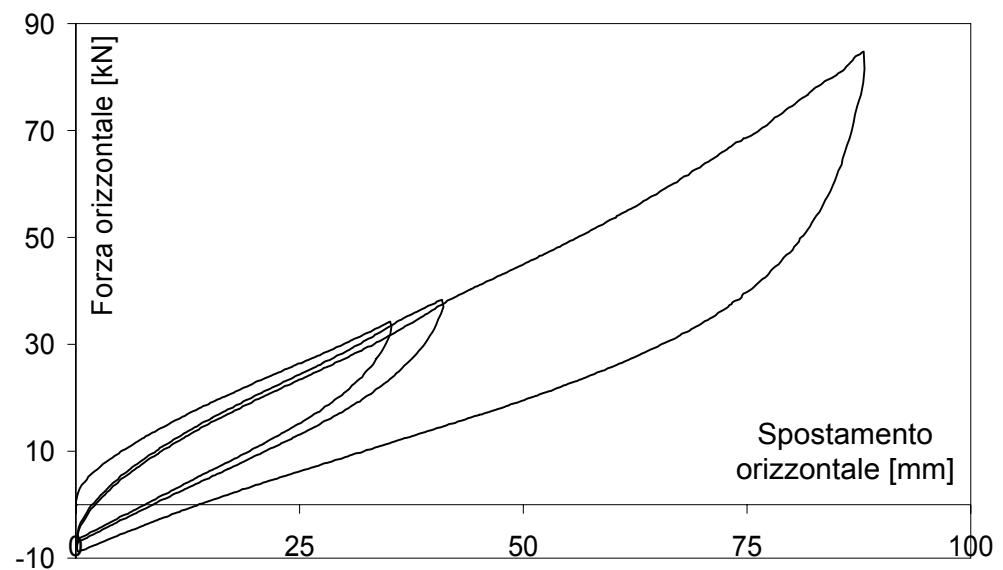


figura 56. Prova statica a taglio $p_m=6\text{ MPa}$ - $\gamma_{\max}=125\%$

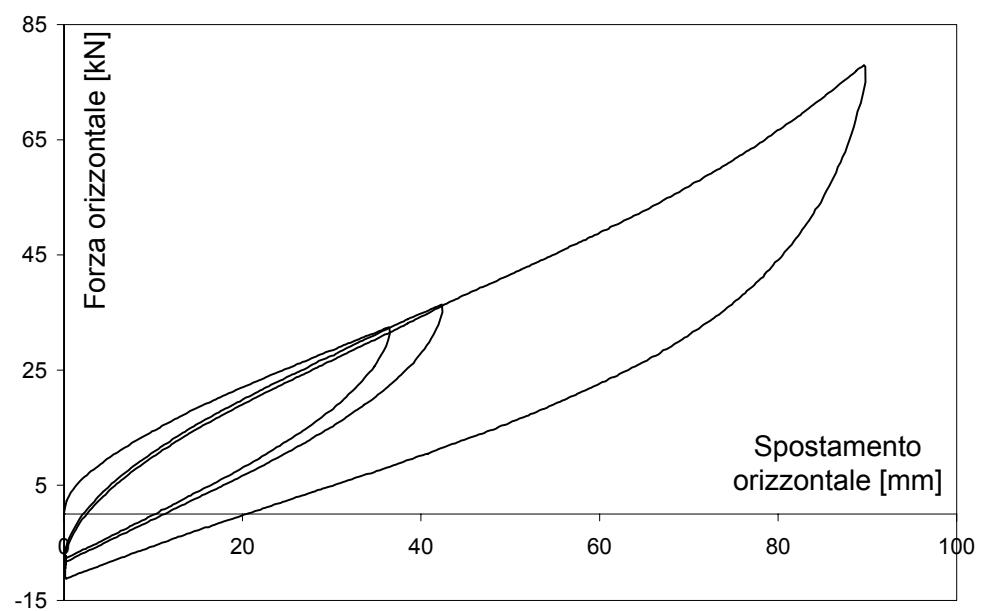


figura 57. Prova statica a taglio $p_m=15\text{ MPa}$ - $\gamma_{\max}=125\%$

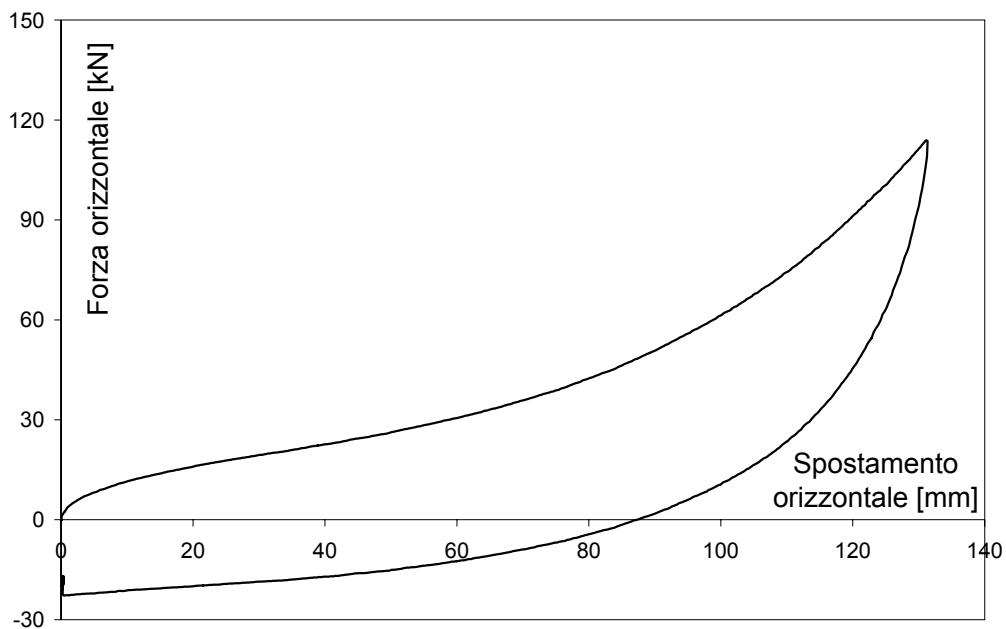


figura 58. Prova statica a taglio $p_m=22,5\text{ MPa}$ - $\gamma_{\max}=180\%$

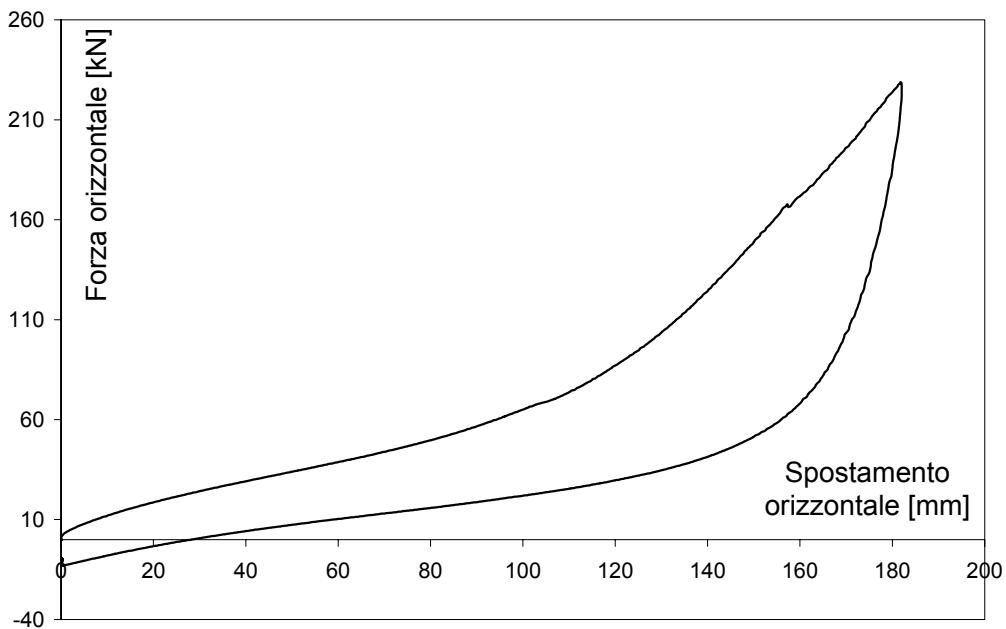
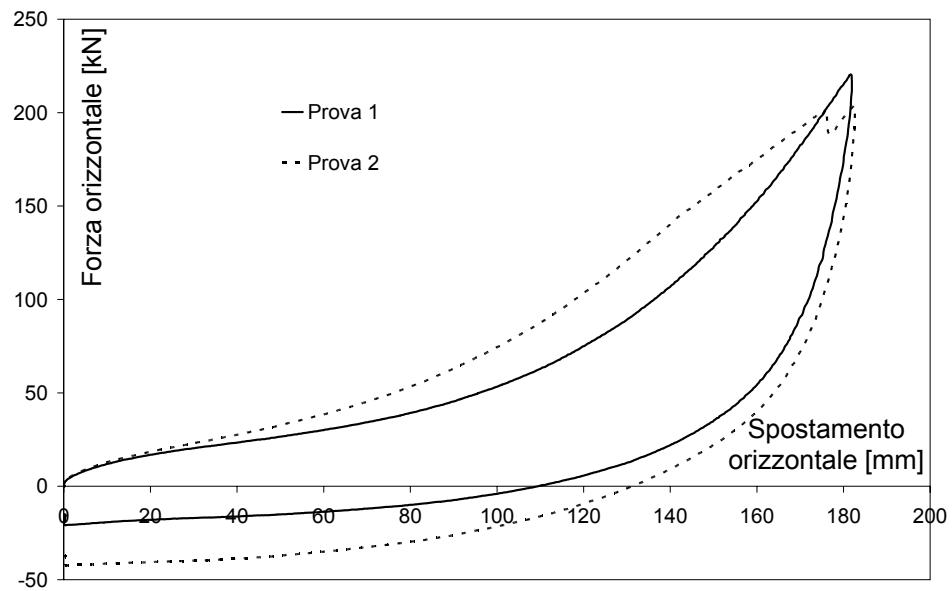


figura 59. Prova statica a taglio $p_m=6\text{ MPa}$ - $\gamma_{\max}=250\%$

figura 60. Prova statica a taglio $p_m=22,5\text{ MPa}$ - $\gamma_{\max}=250\%$

5.4.2 Modello assialsimmetrico dell'isolatore Ø300

Il modello assialsimmetrico è adeguato all'analisi della sola condizione di carico verticale.

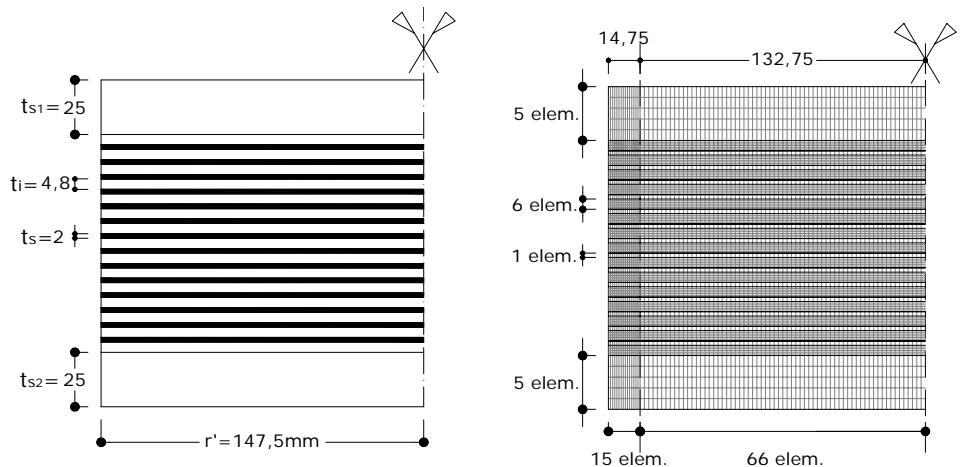


figura 61. Geometria e discretizzazione del modello assialsimmetrico – isolatore Ø300

Per la modellazione è stata definita un'unica discretizzazione bidimensionale della sezione radiale del dispositivo, caratterizzata da un infittimento all'estremità. La schematizzazione geometrica del modello è mostrata in figura 61. La parte interna della discretizzazione presenta, per le piastre di acciaio, elementi di dimensioni 2 x 2 mm con un fattore di forma pari ad 1, e, per gli strati di gomma, elementi di dimensioni 2 x 0,8 mm con un fattore di forma pari a 2,5. La parte esterna della discretizzazione presenta, per le piastre di acciaio, elementi di dimensioni 2 x 1 mm con fattore di forma pari a 2, e, per gli strati di gomma, elementi 1 x 0,8 con fattore di forma pari a 1,25.

5.4.3 Modello tridimensionale dell'isolatore Ø300

Questo modello è adeguato all'analisi del dispositivo sia per condizione di carico verticale che di carico orizzontale. Per entrambe le condizioni di carico è sufficiente la modellazione di mezzo dispositivo grazie alle condizioni di simmetria che, sia nel caso di forza orizzontale che di forza verticale, l'isolatore presenta. Per verificare la sensibilità del modello al variare del tipo di discretizzazione, sono analizzati 6 diversi modelli. Il modello 1 è stato utilizzato per definire la legge costitutiva del materiale elastomerico da utilizzare, mentre gli altri cinque modelli per definire la discretizzazione "più adatta" a modellare il comportamento reale del dispositivo figura 62-figura 64.

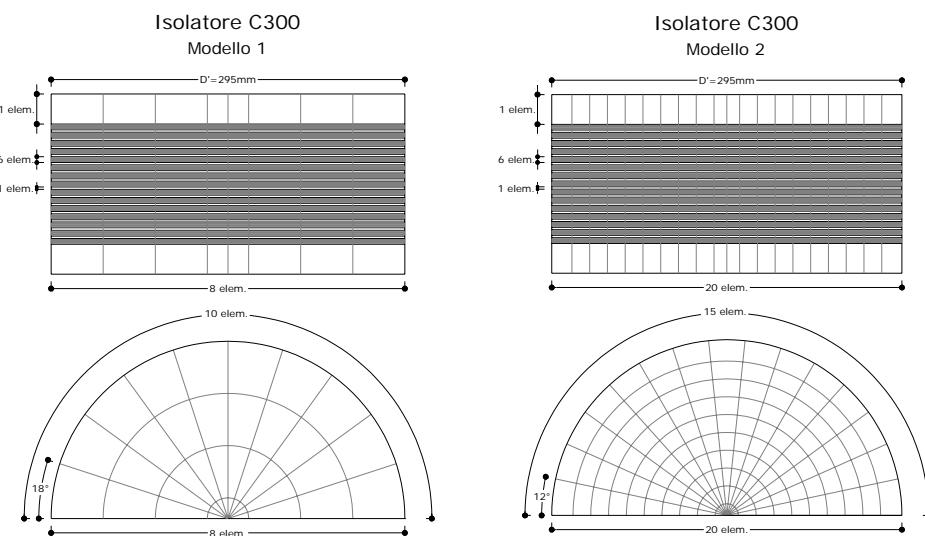


figura 62. Discretizzazione dei modelli 1 e 2 – isolatore Ø300

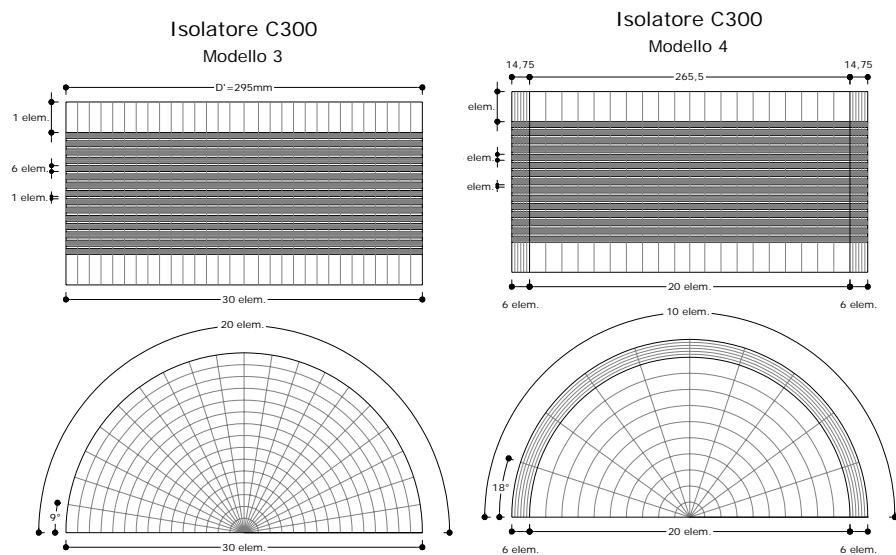


figura 63. Discretizzazione dei modelli 3 e 4 – isolatore Ø300

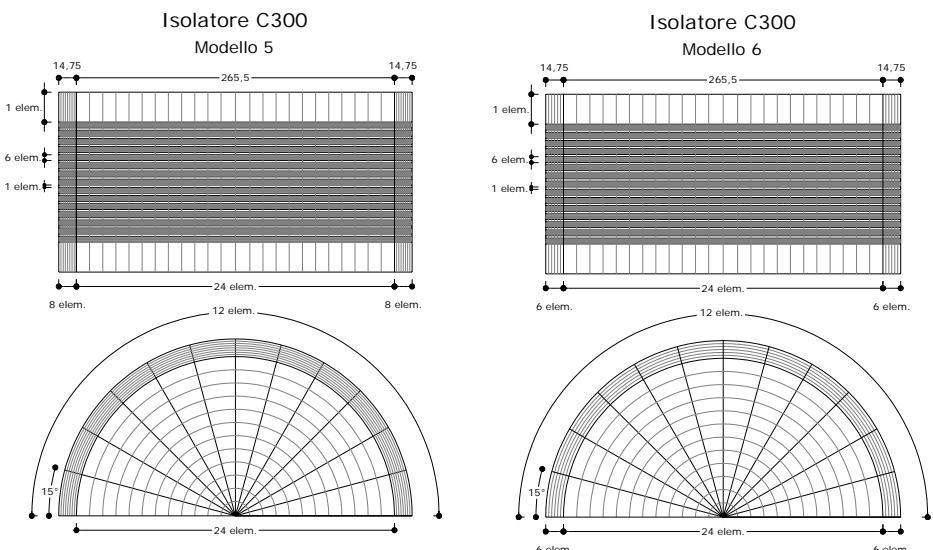


figura 64. Discretizzazione dei modelli 5 e 6 – isolatore Ø300

5.4.4 Comportamento del dispositivo – risultati delle analisi

Per quanto riguarda il comportamento degli isolatori modellati attraverso i modelli precedentemente descritti, non si è notata alcuna differenza, per quanto riguarda i soli carichi verticali, tra i risultati del modello assialsimmetrico e dei modelli solidi 3D. Nessuna particolare differenza, per quanto riguarda il comportamento globale, si è notata anche per i modelli al variare della tipologia di discretizzazione (modelli da 1 a 6 mostrati dalla figura 62 alla figura 64) ed al variare del legame costitutivo delle piastre di acciaio interne (elastiche o elastoplastiche). Infatti, sia l'infittimento della discretizzazione ai bordi che l'introduzione della plasticità delle piastre interne, conducono prevalentemente a risultati più precisi in ai bordi del dispositivo e poco influiscono sul comportamento globale.

Prima di descrivere le analisi comparative sui diversi tipi di formulazioni iperelastiche, si ricorda che per la gomma si fa riferimento alla mescola UNI 60 caratterizzata dalla seconda serie di prove, la quale è stata portata a deformazioni maggiori e per la quale si è effettuata anche la prova di trazione biassiale.

Per quanto riguarda il comportamento a soli carichi verticali (figura 65-figura 67), dalle analisi emerge che non si riesce, con nessuna formulazione iperelastica, a cogliere l'iniziale *run-in* che si osserva prima dello sviluppo della piena rigidezza verticale nelle prove sperimentali (fenomeno dovuto all'allineamento delle piastre d'acciaio e da altri aspetti legati al processo produttivo del dispositivo). Dalle figure si nota inoltre che tutti i modelli presentano un comportamento più rigido di quello reale. Si nota che le formulazioni di Arruda-Boyce e di Van Der Waals hanno un comportamento molto simile. Le formulazioni di Ogden, polinomiale ridotta e polinomiale, forniscono sempre una rigidezza maggiore rispetto a quella sperimentale, che però tende a ridursi quando aumenta il grado della formula polinomiale.

Per quanto riguarda il comportamento per carichi orizzontali, i risultati ottenuti dal modello 1 sono stati confrontati con le prove sperimentali statiche, realizzate per diversi carichi verticali e diversi spostamenti orizzontali (figura 68-figura 73). Il confronto delle analisi numeriche con le prove sperimentali più significative, evidenzia che tutte le formulazioni disponibili non riescono a cogliere il tratto iniziale a maggiore rigidezza. Come si nota dai diagrammi, la formulazione polinomiale con $N=2$ risulta quella che meglio approssima i

risultati sperimentali. Dalla figura 65, dove si riportano le curve carico verticale-spostamento verticale, relative alla prova sperimentale e ai risultati FEM considerando i modelli iperelastici polinomiali, si nota che le formulazioni polinomiali con $N=1$ sovrastimano la rigidezza reale (misurata sperimentalmente) mentre tutte le altre risultano quasi tutte parallele alla curva sperimentale. Nella figura 66 si riportano ancora curve, carico verticale-spostamento verticale, relative alla prova sperimentale e ai risultati FEM, questa volta considerando i modelli iperelastici di Ogden, Arruda-Boyce, Van Der Wals, Neo-Hooke e Yeoh: si nota che la rigidezza sperimentale è ben approssimata dai modelli di Ogden con N alto ($N=4, 5, 6$) e dal modello di Yeoh; i modelli di Ogden con N pari a 1 e 2 ed il modello Neo-Hooke sovrastimano la rigidezza mentre i modelli di Arruda Boyce e Van Der Wals la sottostimano. Nella figura 67 è riportato il confronto tra la curva polinomiale con $N=2$ e la curva sperimentale.

Dalla figura 68 e dalla figura 71, che riportano le curve, carico orizzontale-spostamento orizzontale, relative alla prova sperimentale e ai risultati FEM, si nota che i modelli polinomiali con $N=1$ non riescono a cogliere il comportamento iperelastico della gomma, mentre i modelli polinomiali con $N>1$ presentano una buona stabilità della soluzione permettendo quasi sempre il raggiungimento della massima deformazione della prova. Si nota ancora che la formulazione polinomiale con $N=2$ è quella che approssima in maniera migliore la condizione finale della prova. La figura 69 e la figura 72, per lo stesso tipo di prova, si riferiscono ai modelli di Ogden, Arruda-Boyce, Van Der Wals, Neo-Hooke e Yeoh; si nota che pochi modelli colgono il comportamento iperelastico della gomma per deformazioni fino al 180% (figura 69), mentre molti lo esibiscono a deformazioni fino al 250% (figura 72). Dalla figura 69 si nota che i detti modelli sono sostanzialmente equivalenti, tranne i modelli di Ogden con $N=1$ e Neo-Hooke; si nota inoltre, rispetto ai modelli polinomiali, una minore stabilità della soluzione, in quanto in alcuni casi non è stato possibile raggiungere la deformazione massima registrata nella prova.

Nella figura 70 e nella figura 73 sono riportati a confronto i risultati delle prove sperimentali (rispettivamente al 180% ed al 250% di deformazione orizzontale) e dei risultati FEM con la gomma modellata attraverso la formulazione polinomiale con $N=2$.

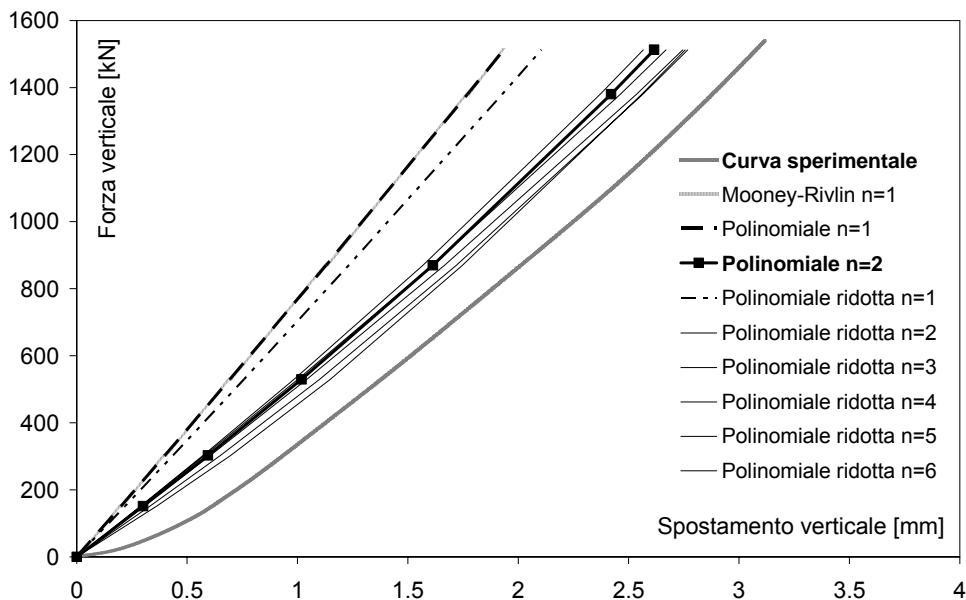


figura 65. Prova statica a carichi verticali $p_m=22,5\text{ MPa}$ - curva sperimentale vs risultati numerici

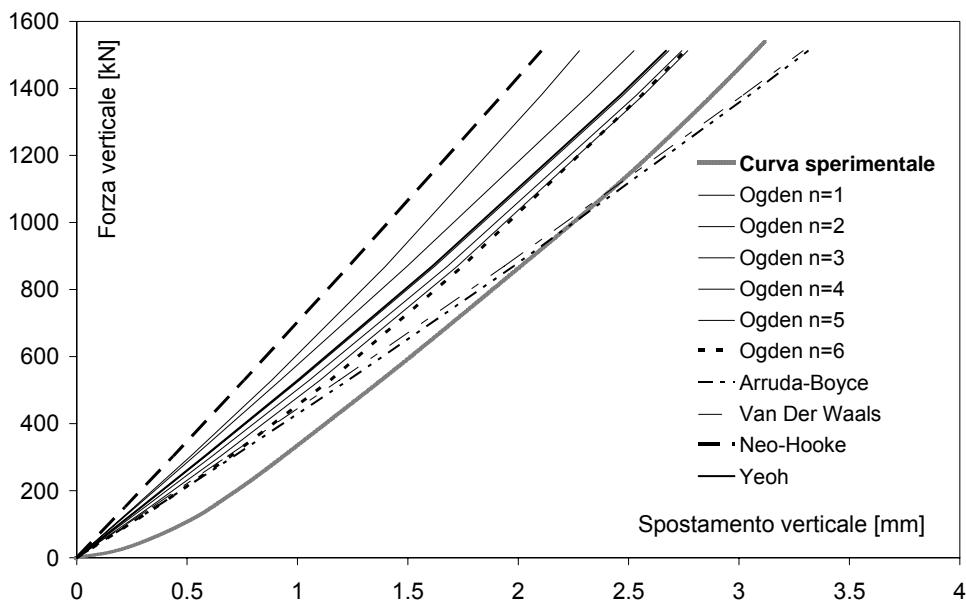


figura 66. Prova statica a carichi verticali $p_m=22,5\text{ MPa}$ - curva sperimentale vs risultati numerici

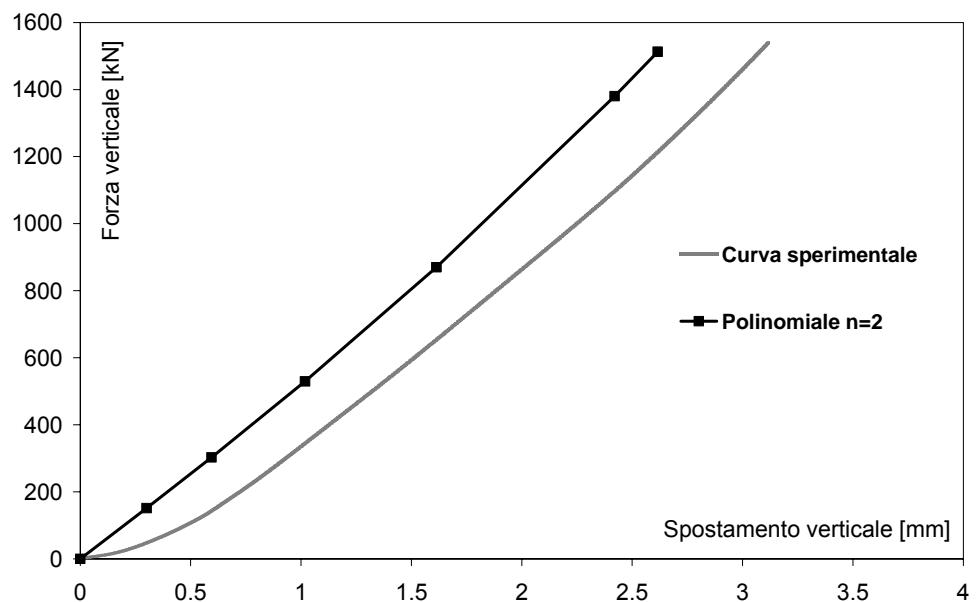


figura 67. Prova statica a carichi verticali $p_m=22,5\text{ MPa}$ - curva sperimentale vs risultati numerici ottenuti con la formulazione iperelastica Polinomiale con $N=2$

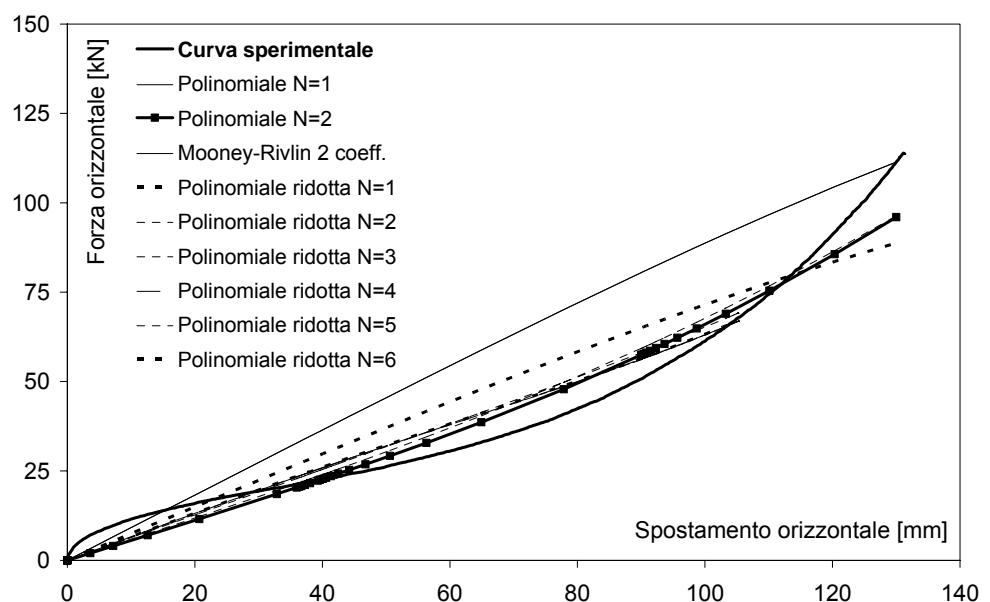


figura 68. Prova statica a taglio $p_m=22,5\text{ MPa}$ - $\gamma=180\%$ - curva sperimentale vs risultati numerici

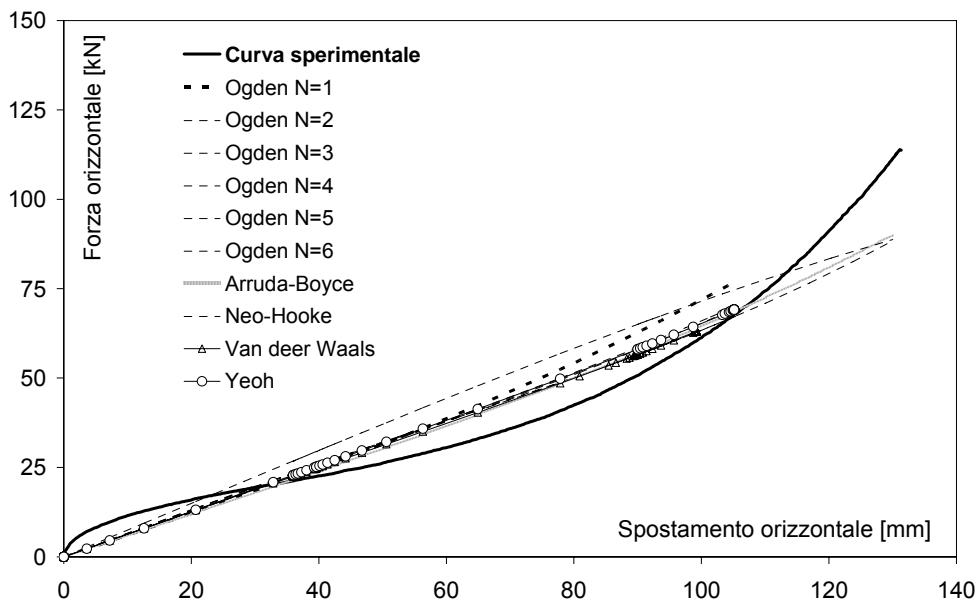


figura 69. Prova statica a taglio $p_m=22,5\text{ MPa}$ - $\gamma=180\%$ - curva sperimentale vs risultati numerici

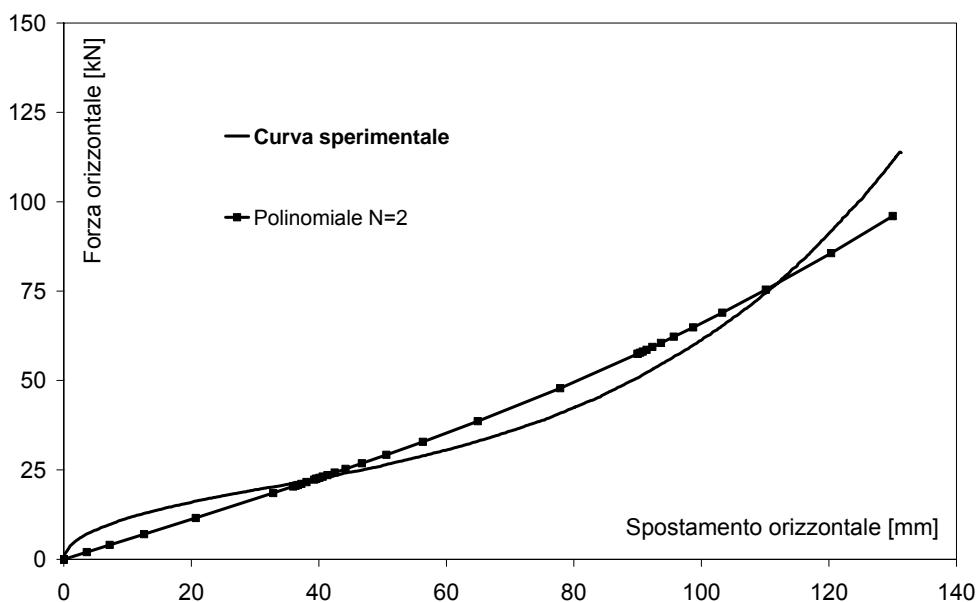
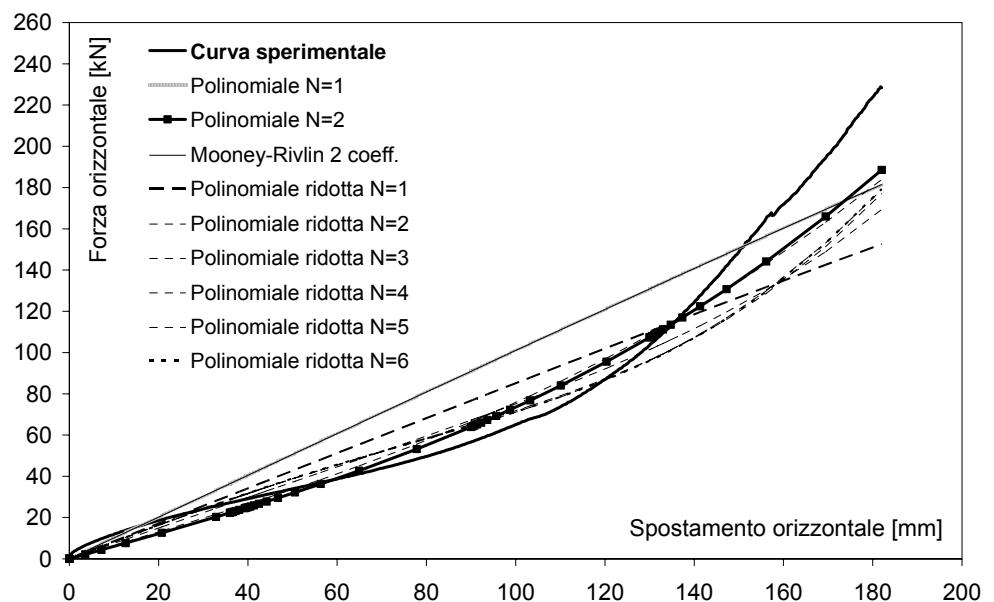
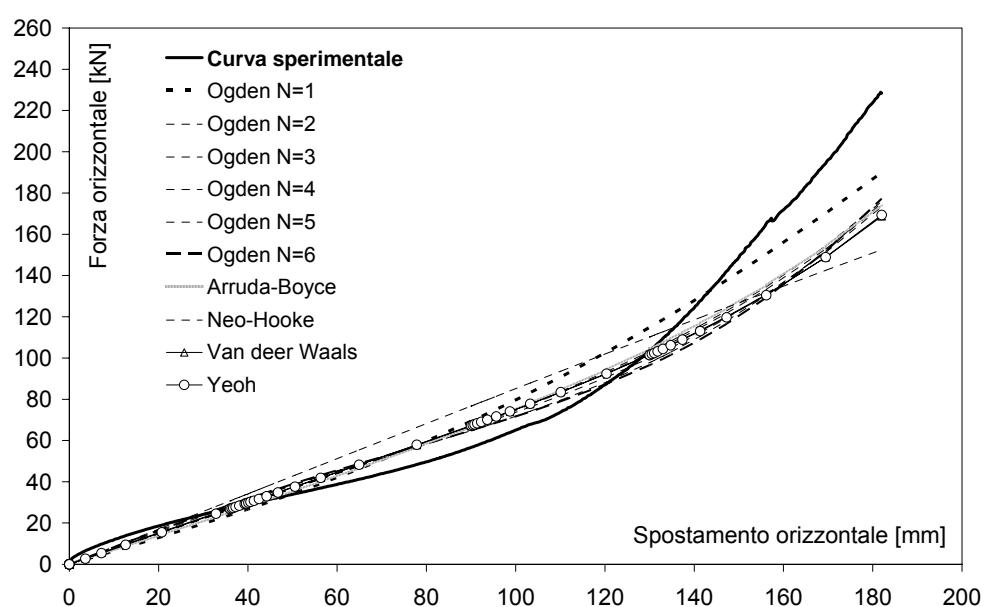


figura 70. Prova statica a taglio $p_m=22,5\text{ MPa}$ - $\gamma=180\%$ - curva sperimentale vs risultati numerici ottenuti con la formulazione iperelastica Polinomiale con $N=2$

figura 71. Prova statica a taglio $p_m=6\text{ MPa}$ - $\gamma=250\%$ - curva sperimentale vs risultati numericifigura 72. Prova statica a taglio $p_m=6\text{ MPa}$ - $\gamma=250\%$ - curva sperimentale vs risultati numerici

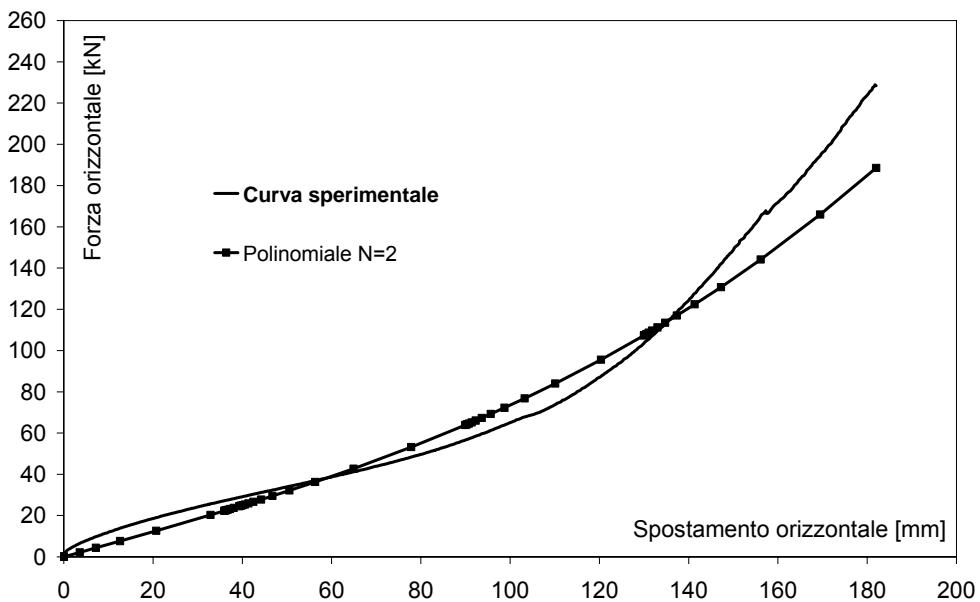


figura 73. Prova statica a taglio $p_m=6\text{ MPa}$ - $\gamma=250\%$ - curva sperimentale vs risultati numerici ottenuti con la formulazione iperelastica Polinomiale con $N=2$.

Capitolo 6

Analisi parametrica agli elementi finiti

Nel capitolo 2 è stato sottolineato come l'affermazione del bis quale tecnica di protezione sismica ormai matura, conduce oggi ad applicazioni molto spinte, in cui ai dispositivi elastomerici vengono richieste elevate prestazioni in termini di pressioni verticali medie e spostamenti orizzontali. Nasce pertanto l'esigenza di analizzare il comportamento dei dispositivi elastomerici in tali condizioni, e di confermare la validità delle relazioni di verifica della sicurezza fornite dalla bibliografia e dalle normative, che in genere fanno implicitamente riferimento a pressioni verticali medie di lavoro basse, ad esempio 6MPa. A tal fine sono condotte analisi non lineari agli elementi finiti nell'intento di studiare l'effetto dei due fattori di forma, primario S_1 e secondario S_2 , sullo stato tensio-deformativo dei dispositivi elastomerici. I risultati di tali analisi, che esaminano una notevole variabilità di configurazioni geometriche, sono anche mirate alla valutazione delle morfologie di dispositivi per le quali si esaltano i problemi legati agli effetti di bordo, alle concentrazioni di sforzo ed alla plasticizzazione delle piastre metalliche.

6.1 DISPOSITIVI ELASTOMERICI UTILIZZATI NELLE ANALISI PARAMETRICHE

Per le analisi sono stati considerati dispositivi al variare del fattore di forma primario S_1 e del fattore di forma secondario S_2 per studiare l'effetto che ognuno di essi ha sul comportamento dei dispositivi elastomerici. I primi

dispositivi sono cinque, rappresentativi di isolatori elastomerici con fattori di forma S_1 pari a 6, 12, 18, 24 e 30. La corrispondenza tra il nome del modello (da 1-1 a 5-1) e il fattore di forma, insieme alle principali dimensioni geometriche, sono forniti nella tabella 9.

Modelli	S_1	S_2	t (mm)	strati gomma	t_e (mm)	t_s (mm)	a (mm)
Modello 1-1	6	4	10	6	60	2	240
Modello 2-1	12	4.8	6.25	10	62.5	2	300
Modello 3-1	18	8	5	9	45	2	360
Modello 4-1	24	8	3.75	12	45	2	360
Modello 5-1	30	10	3.75	12	45	2	450

tabella 9. Geometria e fattori di forma della prima serie di dispositivi (S_1)

I modelli sono rappresentativi di isolatori spesso utilizzati nelle pratiche applicazioni: gli isolatori con fattore di forma basso ($S_1=6$) sono largamente impiegati nei ponti, mentre gli isolatori con alto fattore di forma ($S_1=30$) sono utilizzati per applicazioni in cui sono richieste elevate prestazioni (ad es. per l'isolamento di edifici alti o strutture esistenti con bassa resistenza sismica). I valori del fattore di forma secondario, riportati anch'essi in tabella 9, rientrano nel campo di quelli generalmente impiegati nelle applicazioni reali ($S_2 > 3$). Dalla figura 74 alla figura 78 sono riportati i cinque modelli, con le piastre d'acciaio in bianco e gli strati di gomma in grigio. In questa fase sono stati impiegati modelli abbastanza semplici, a deformazione piana, rappresentativi della sezione trasversale del dispositivo. Per la modellazione e l'analisi del comportamento meccanico degli isolatori è stato utilizzato il codice di calcolo *Abaqus v6.4* [Hibbitt *et al.*, 2003]. Si è adottato per la gomma un modello iperelastico, Polinomiale con $N=1$, ossia il modello costitutivo di Mooney-Rivlin a 2 parametri [Mooney, 1940; Rivlin e Saunders, 1951] di cui si è discusso nel capitolo 5. In questa fase si è adottata l'ipotesi di incompressibilità della gomma.

Per lo sviluppo delle analisi si è fatto riferimento alla gomma naturale UNI60 ShA ($G=0,8\text{ MPa}$), per la quale i coefficienti di Mooney-Rivlin, C_{10} e C_{01} , valutati dai dati sperimentali sul materiale si riportano nella (102).

$$C_{10} = 0.29999, \quad C_{01} = 0.05413 \quad (102)$$

Per questa serie per le piastre di acciaio si è assunto un comportamento lineare elastico, con modulo di Young E_s e modulo di Poisson ν forniti nella (103).

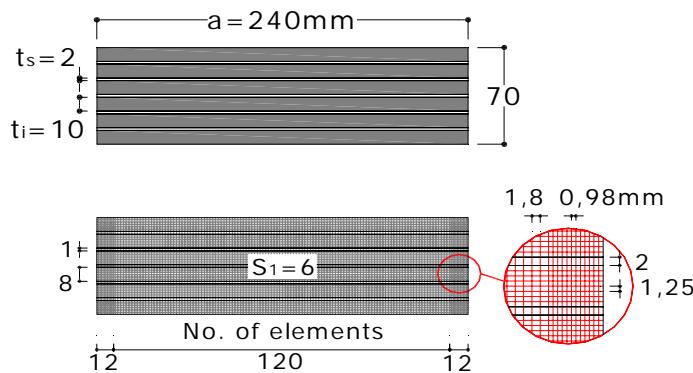


figura 74. Modello 1-1, $S_1=6$, $S_2=4$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi (misure in mm)

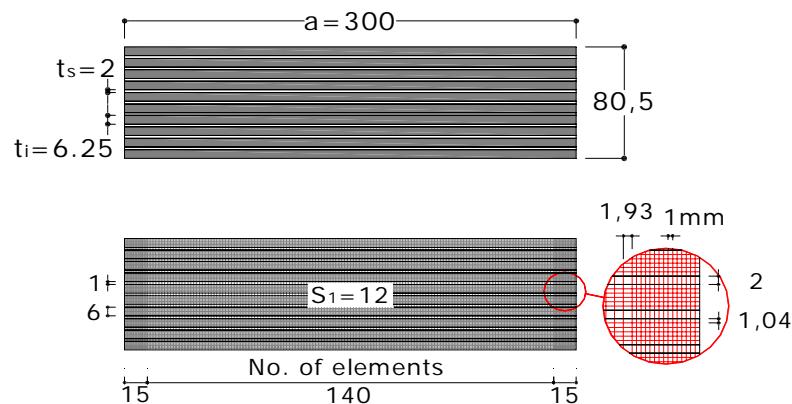


figura 75. Modello 2-1, $S_1=12$, $S_2=4.8$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi (misure in mm)

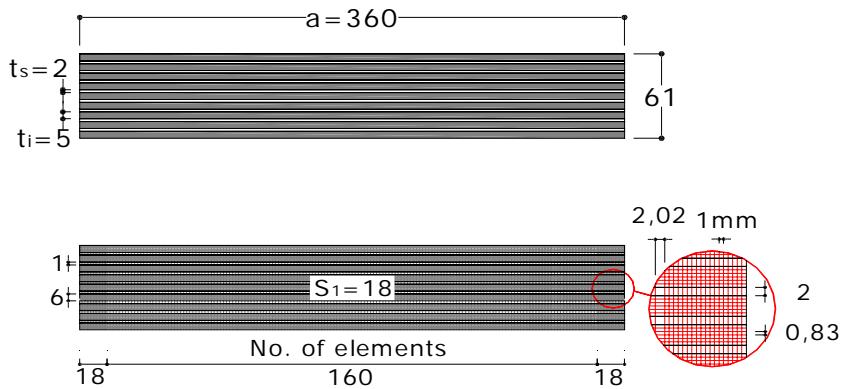


figura 76. Modello 3-1, $S_1=18$, $S_2=8$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi (misure in mm)

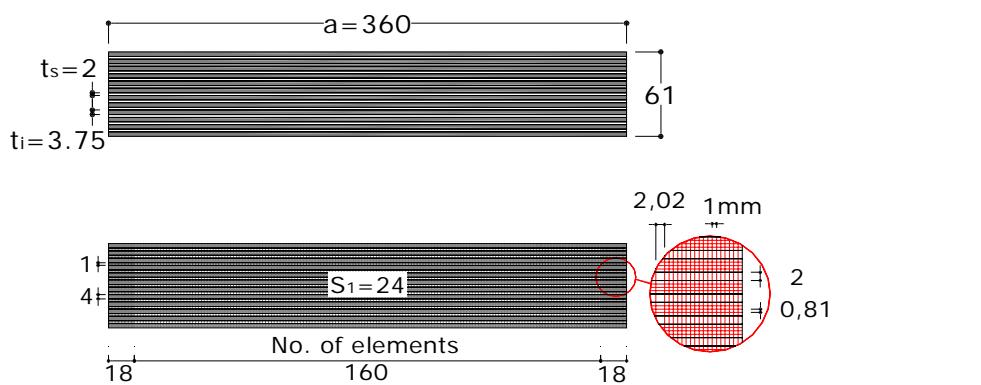


figura 77. Modello 4-1, $S_1=24$, $S_2=8$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi (misure in mm)

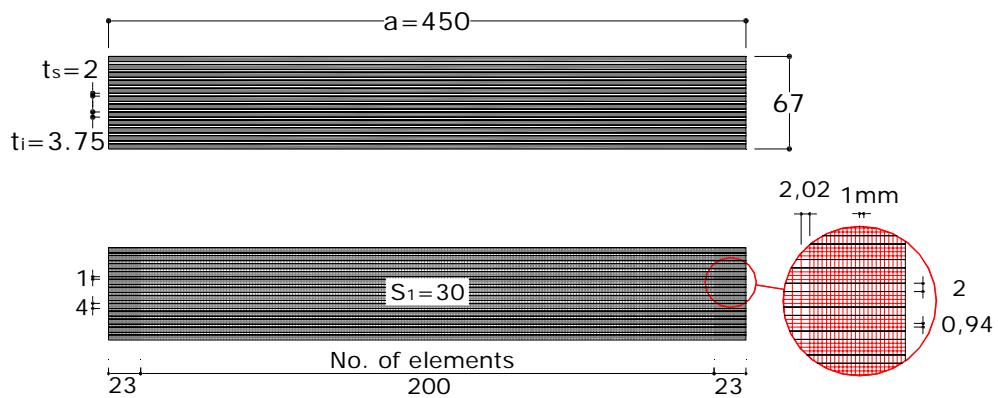


figura 78. Modello 5-1, $S_1=30$, $S_2=10$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi (misure in mm)

$$E_s = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad \nu_s = 0.3 \quad (103)$$

Per la modellazione della gomma sono stati utilizzati elementi finiti quadrilateri a 4 nodi CPE4H (ibridi a deformazione piana); per le piastre d'acciaio elementi CPE4.

La discretizzazione dei cinque modelli è descritta in tabella 10, nella quale sono riportati il numero e la dimensione degli elementi finiti.

Come si può notare anche dalla figura 74 alla figura 78, per una migliore valutazione degli effetti locali nella gomma non confinata, le mesh sono state predisposte con un sensibile infittimento in prossimità di entrambi i bordi laterali (per una lunghezza pari al 5% della larghezza del dispositivo).

Modello	Elementi nello spessore delle piastre	Elementi nello spessore dello strato di gomma	Aspect ratio degli elementi nella gomma	Elementi di mesh nella parte centrale (90% a)	Elementi di mesh ai bordi (2 x 5% a)
Modello 1-1	1	8	1.41 – 0.78	120	12
Modello 2-1	1	6	1.82 – 0.94	140	15
Modello 3-1	1	6	2.39 – 1.18	160	18
Modello 4-1	1	4	2.13 – 1.05	160	18
Modello 5-1	1	4	2.13 – 1.03	200	23

tabella 10. Dettaglio della discretizzazione dei modelli

La piastra terminale inferiore del dispositivo è stata considerata fissa, mentre le superfici laterali libere di espandersi. La piastra superiore, alla quale sono stati applicati i carichi verticali, è stata considerata rigida e vincolata a rimanere orizzontale.

In figura 79 è rappresentato il sistema di coordinate cartesiane di riferimento, con l'asse orizzontale x coincidente con la direzione trasversale del dispositivo, diretto da sinistra verso destra, e l'asse verticale z ortogonale agli strati, diretto dal basso verso l'alto.

Per ogni isolatore le analisi sono state eseguite sotto differenti condizioni di carico: solo carichi verticali, solo carichi orizzontali e combinazione di carichi verticali e orizzontali.

Ogni modello è stato sottoposto a cinque valori del carico verticale, corrispondenti a pressioni medie p_m rispettivamente pari a 3, 6, 9, 12, 15 MPa. Per le condizioni di carico in cui è presente l'azione orizzontale, sono stati assunti tre diversi valori dello spostamento laterale, rispettivamente corrispondenti a deformazioni di taglio globali γ_d pari a 100, 200 e 300%. Tutti gli isolatori sono stati analizzati sotto carichi verticali e orizzontali, agenti sia separatamente che contemporaneamente.

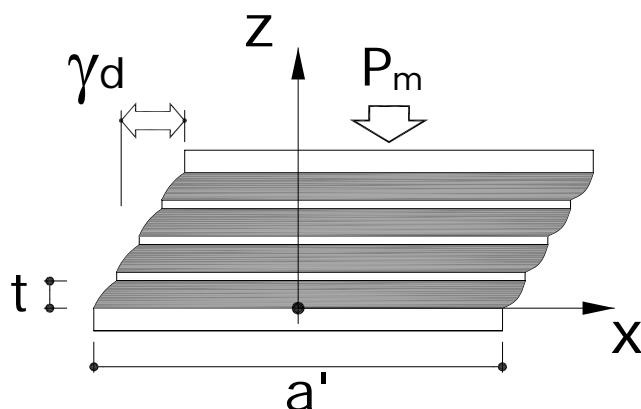


figura 79. Sistema di riferimento e condizioni di carico

E' stata effettuata una analisi statica incrementale con controllo automatico degli incrementi, tenendo conto di tutte le non linearità geometriche e meccaniche presenti nei modelli.

I risultati delle analisi, riportati nei seguenti paragrafi, sono espressi in termini di tensioni e deformazioni. In particolare si riportano le distribuzioni di tensioni e deformazioni lungo la semilarghezza ($a/2$) del singolo strato di gomma, sia all'interfaccia gomma acciaio che al centro del singolo strato di gomma. Per tutti i modelli sono anche diagrammati: il valore massimo (γ_{\max}), medio aritmetico (γ_{arit}) e medio pesato (γ_w) delle deformazioni.

Sono riportati inoltre i risultati in termini di distribuzione di tensioni e deformazioni lungo lo spessore degli strati di gomma a varie ascisse x/a' , (con $a' = a/2$); generalmente i risultati sono forniti ad una sufficiente distanza delle zone critiche situate in prossimità dei bordi (x/a' pari a 0.45), anche se, per esaminare gli effetti di bordo, alcuni risultati sono diagrammati a x/a' pari a 0.5 (al bordo).

Frequentemente, nei diagrammi, è utilizzata una rappresentazione adimensionale dei risultati, con i valori di tensione e deformazione rispettivamente normalizzati alla pressione media verticale applicata ed alla deformazione orizzontale applicata.

I modelli utilizzati per approfondire l'effetto del fattore di forma secondario S_2 sullo stato tensio-deformativo nei dispositivi elastomerici sono 6, rappresentativi di isolatori con fattori di forma S_2 pari a 6,15, 5, 4, 2,96, 2, 1,51. La corrispondenza tra il nome del modello (da 1-2 a 6-2) e il fattore di forma, insieme alle principali dimensioni geometriche, sono forniti nella tabella 11.

Modelli	S_2	S_1	t (mm)	strati gomma	t_e (mm)	t_s (mm)	D (mm)
Modello 1-2	6,15			13	65	2	
Modello 2-2	5,00			16	80	2	
Modello 3-2	4,00			20	100	2	
Modello 4-2	2,96	20	5	27	135	2	400
Modello 5-2	2,00			40	200	2	
Modello 6-2	1,51			53	265	2	

tabella 11. Geometria e fattori di forma della seconda serie di dispositivi (S_2)

Come si può notare dalla tabella, i sei isolatori hanno lo stesso fattore di forma primario S_1 (pari a 20), stesso dimetro D , ma diverso fattore di forma secondario S_2 . Ciò consente di definire un'unica discretizzazione della mesh per tutti gli isolatori. In particolare la mesh presenta un infittimento lungo il bordo per indagare in maniera più precisa il comportamento in tale zona critica. Nella parte centrale si hanno 12 elementi lungo il raggio

(circonferenze concentriche) mentre, in corrispondenza del bordo, a partire da $0.9(D'/2)$ vi sono 8 elementi (circonferenze concentriche). Lungo lo spessore, gli strati di gomma, sono suddivisi in 6 elementi mentre le piastre di acciaio, sia quelle interne che quella inferiore e superiore, in un solo elemento. Lungo la circonferenza sono stati considerati 12 elementi (fette radiali).

In figura 80 e sono riportati i 6 dispositivi. Dalla figura 81 alla figura 86 sono riportati i 6 modelli agli elementi finiti. Per l'analisi di questo set di dispositivi si è adottato un modello 3D parziale (metà isolatore per evitare l'inutile onere computazionale che una modellazione completa del dispositivo avrebbe comportato). Tale modello è stato ampiamente descritto all'interno del capitolo 5. Per la modellazione del comportamento della gomma è stato adottato il modello iperelastico Polinomiale con $N=2$, ossia il modello di Mooney-Rivlin a 5 parametri. Anche per quanto riguarda il modello del materiale in questione, si è discusso ampiamente nel capitolo 5 nel quale sono stati forniti tutti i dati relativi alla caratterizzazione della gomma attraverso il modello iperelastico considerato (caratteristiche sperimentali relativi alle prove sulla mescola considerata orientate all'implementazione del modello iperelastico). Per l'analisi di questi dispositivi si è introdotta la compressibilità della gomma (attraverso i risultati della prova di compressibilità sul materiale) e la non-linearità del materiale acciaio.

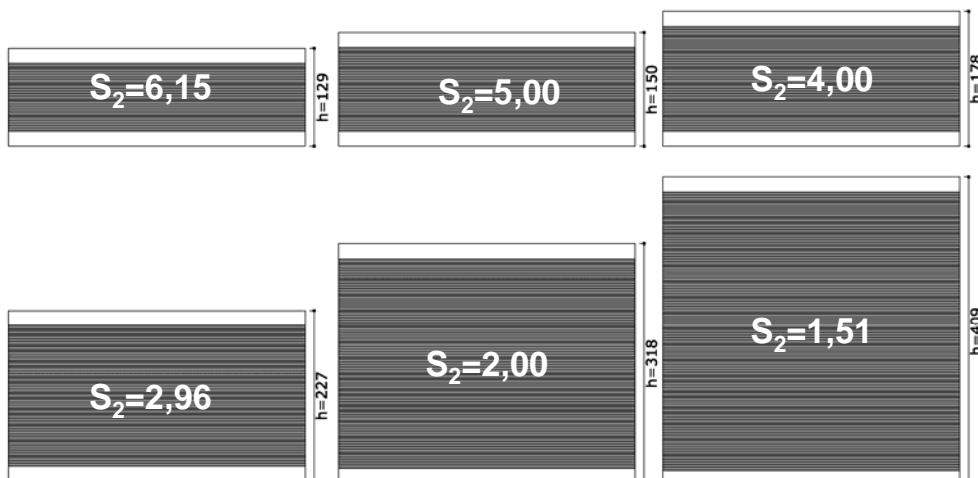


figura 80. Dispositivi di isolamento per l'analisi parametrica: $S_1=20$ – $S_2=6.15, 5, 4, 2.96, 2, 1.51$

Per la modellazione sono stati utilizzati gli elementi C3D8 per le piastre di acciaio e C3D8H per gli strati di gomma.

Ogni modello è stato sottoposto a tre valori del carico verticale, corrispondenti a pressioni medie p_m rispettivamente pari a 6, 10, 15 MPa. Per le condizioni di carico in cui è presente l'azione orizzontale, sono stati assunti tre diversi valori dello spostamento laterale, rispettivamente corrispondenti a deformazioni di taglio globali γ_d pari a 100, 200 e 300%.

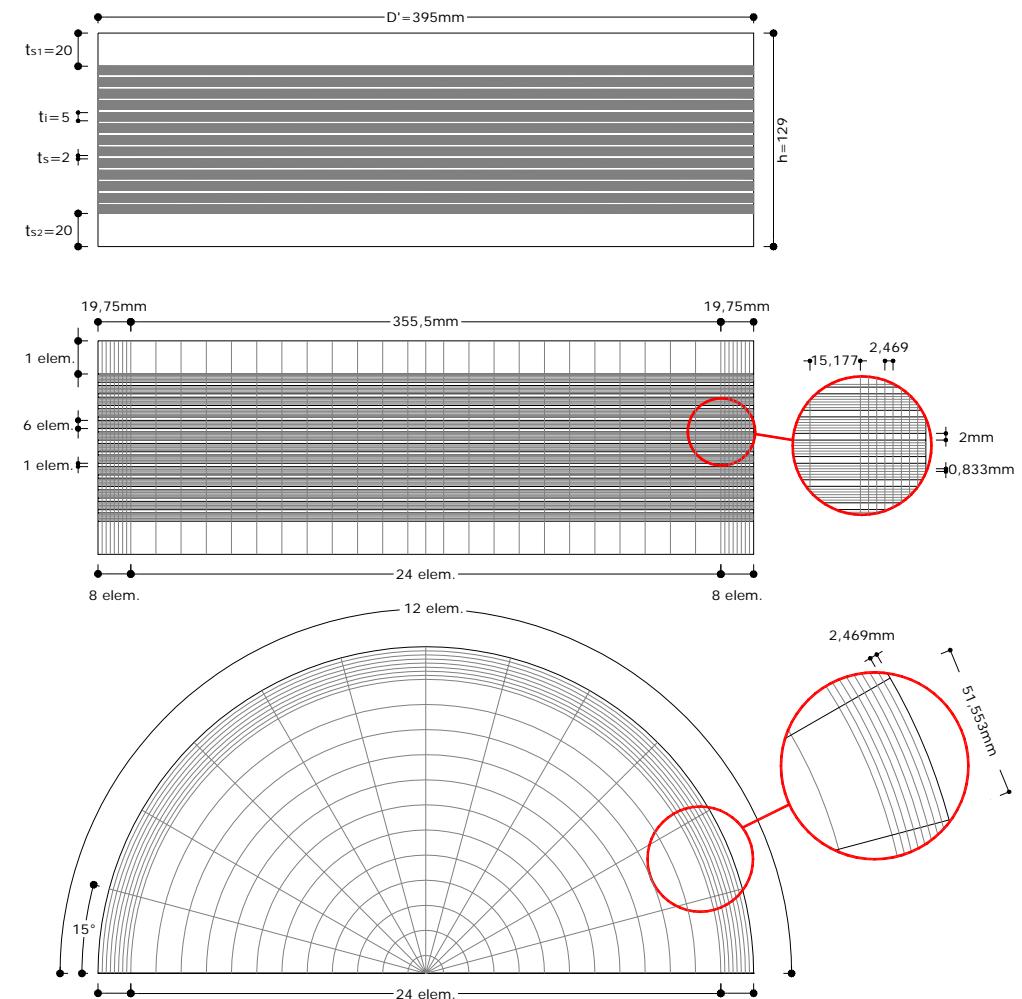


figura 81. Modello 1-2, $S_1=20$, $S_2=6.15$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi

Tutti gli isolatori sono stati analizzati sotto carichi verticali e orizzontali, agenti sia separatamente che contemporaneamente. E' stata effettuata una analisi statica incrementale con controllo automatico degli incrementi, tenendo conto di tutte le non linearità geometriche e meccaniche presenti nei modelli.

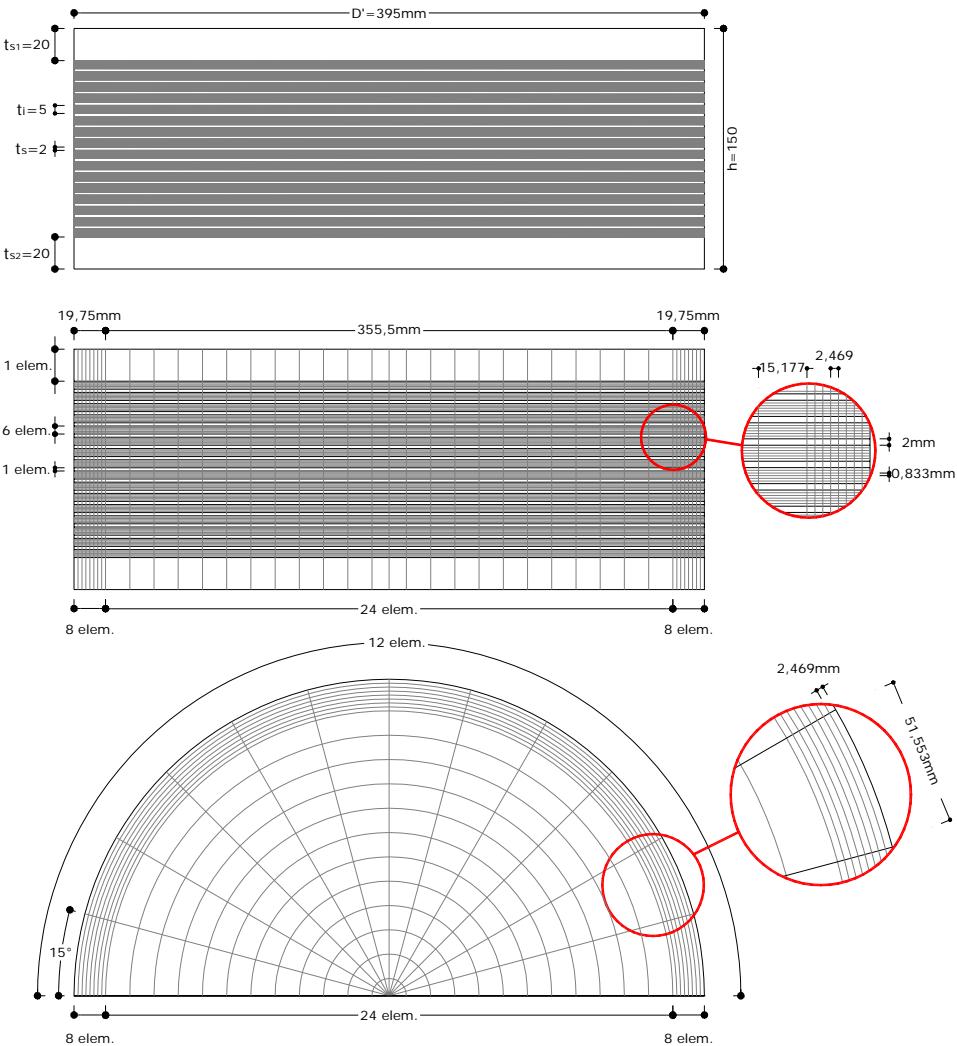


figura 82. Modello 2-2, $S_1=20$, $S_2=5$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi

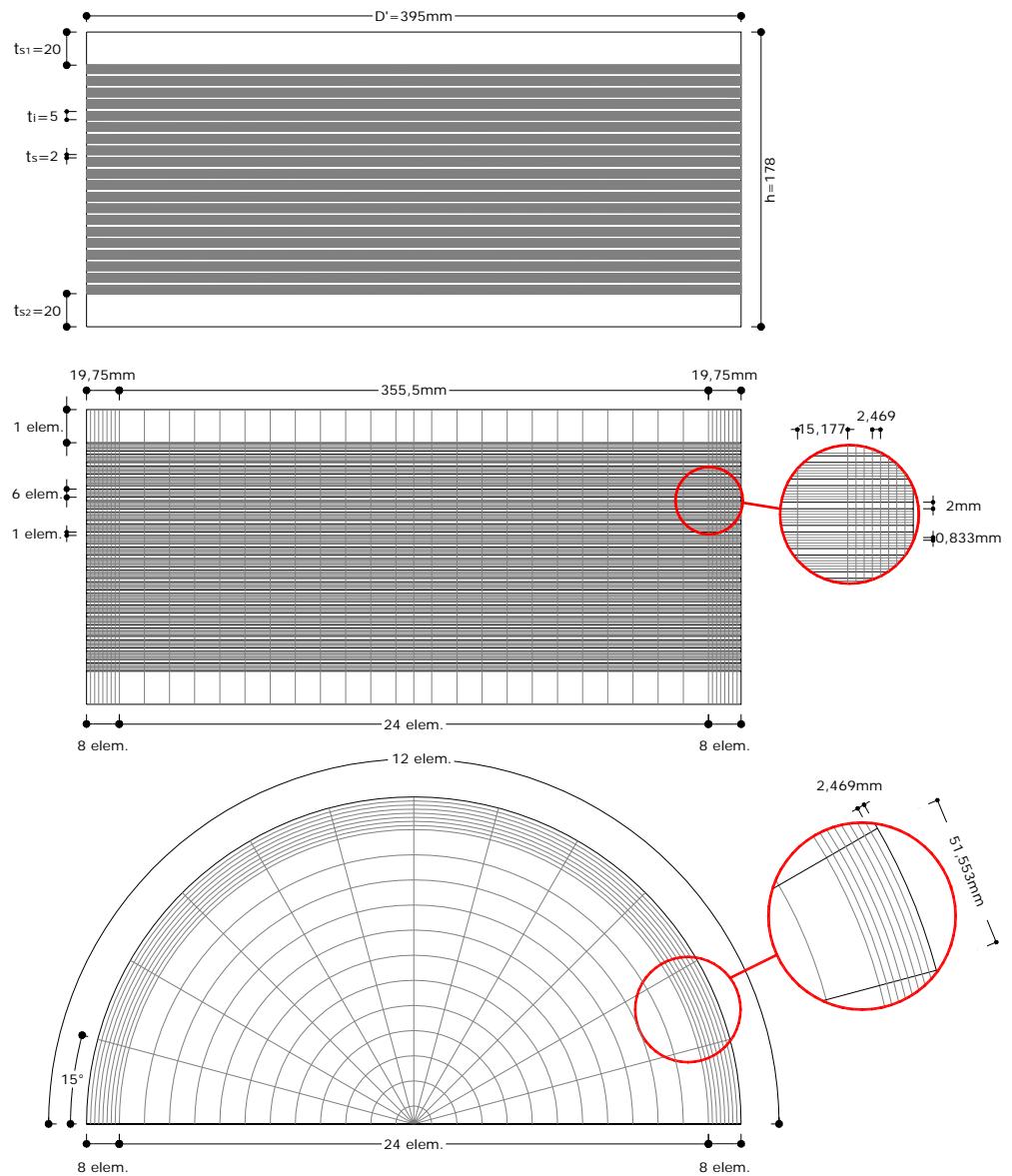


figura 83. Modello 3-2, $S_1=20$, $S_2=4$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi

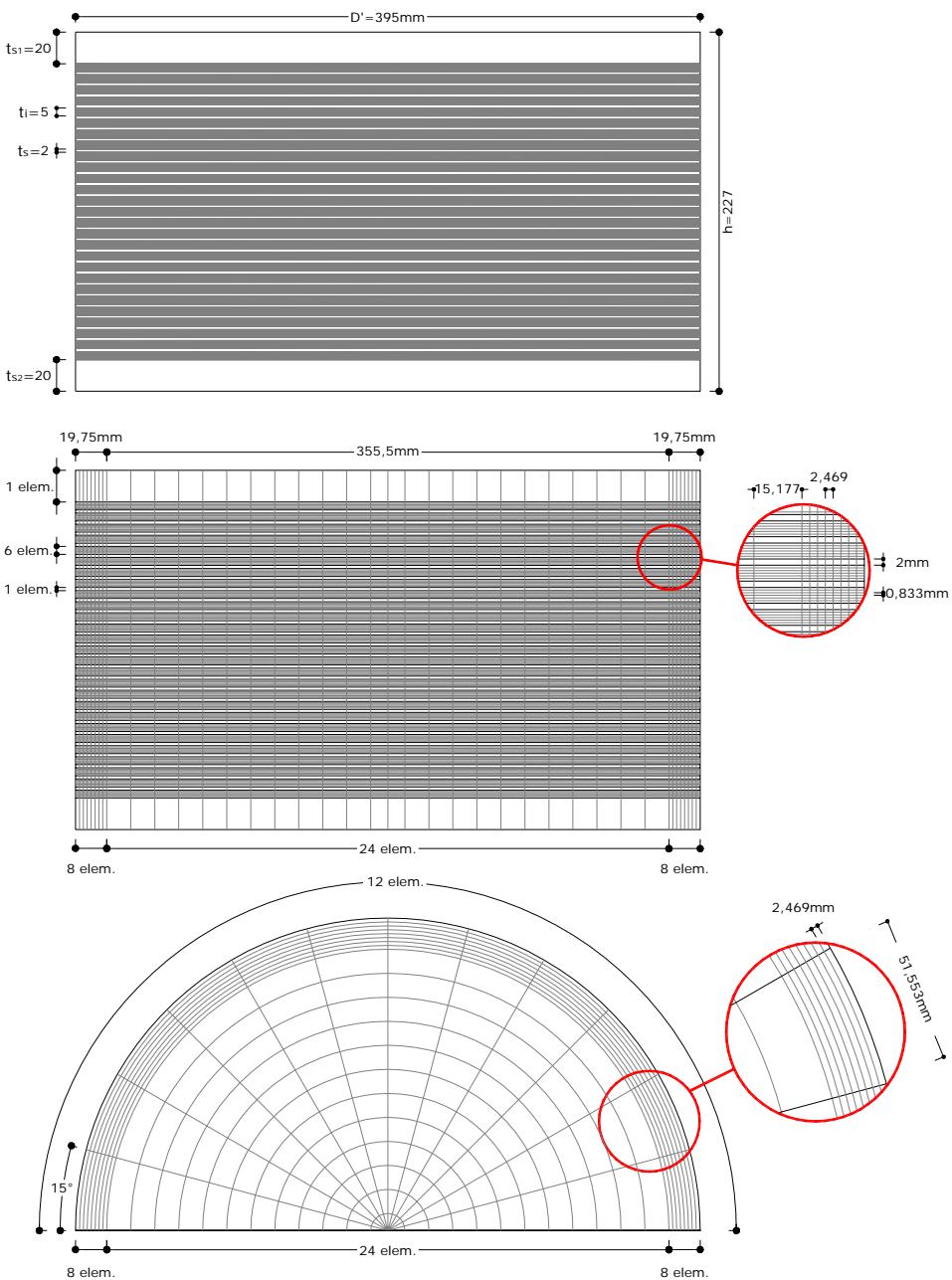


figura 84. Modello 4-2, $S_i=20$, $S_2=2.96$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi

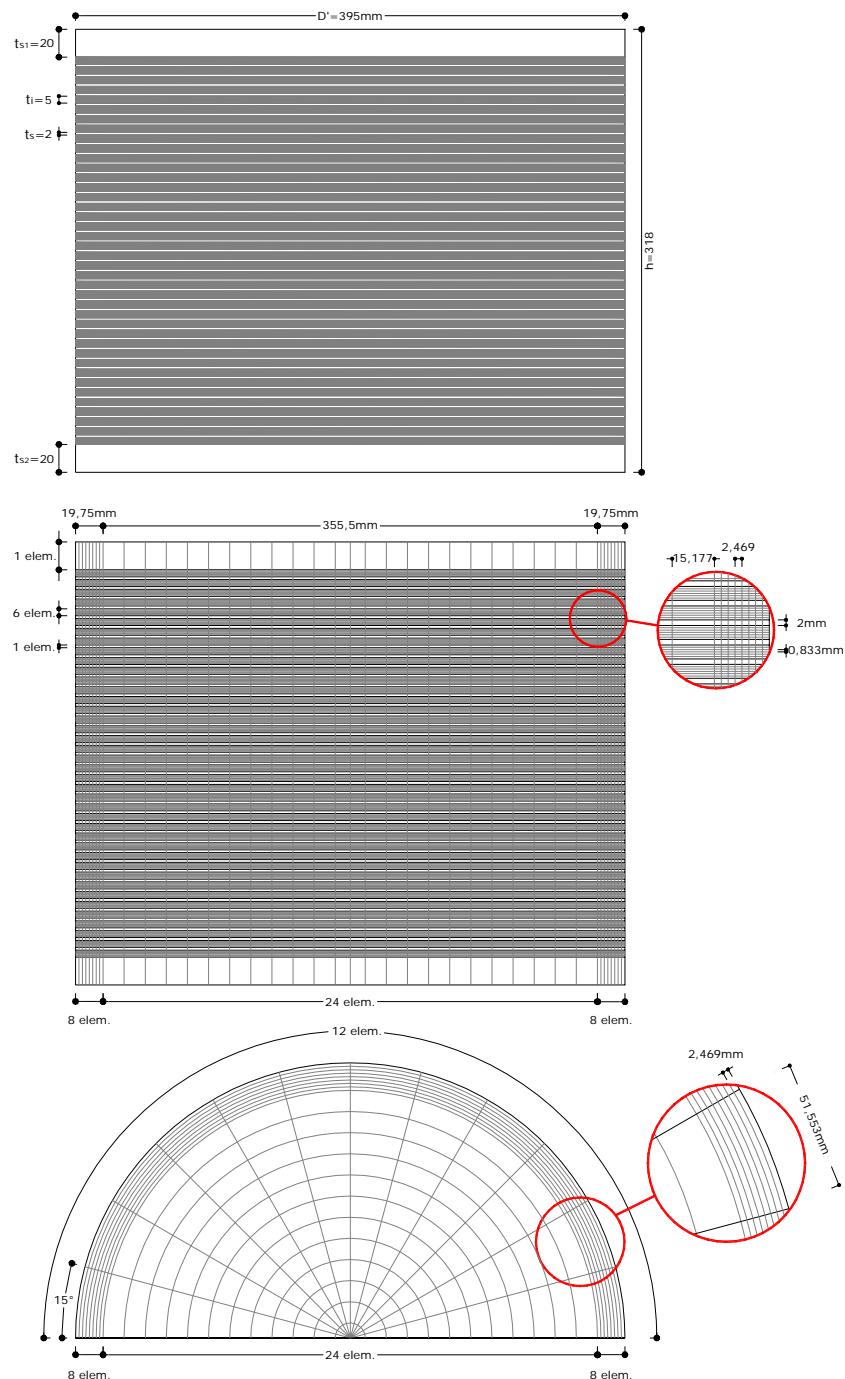


figura 85. Modello 5-2, $S_1=20$, $S_2=2$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi

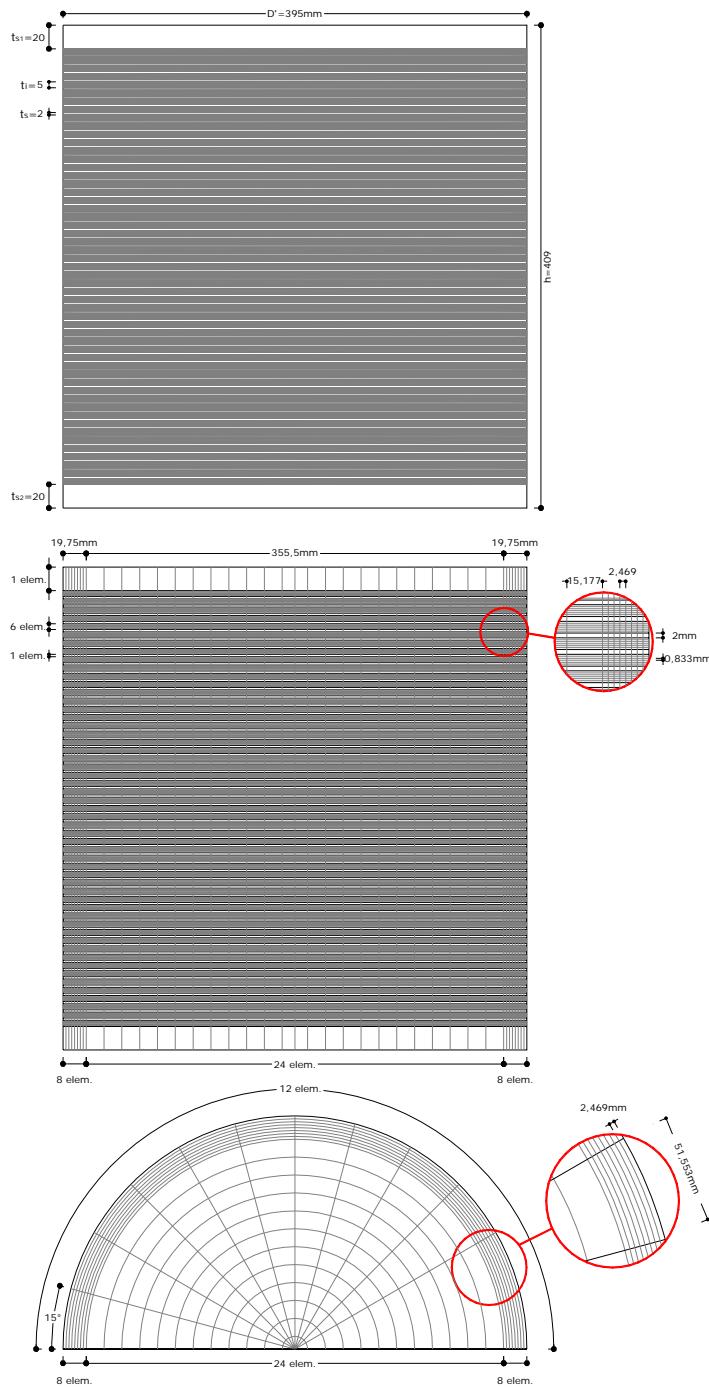


figura 86. Modello 6-2, $S_1=20$, $S_2=1.51$ – Geometria e discretizzazione, infittimento ai bordi

6.2 INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA PRIMARIO S_1 SULLO STATO TENSIO DEFORMATIVO NEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI ($S_1=6-30$)

6.2.1 Distribuzione delle tensioni per carichi verticali

In questo paragrafo è descritta la distribuzione delle tensioni negli strati di gomma dei dispositivi analizzati sotto l'effetto dei soli carichi verticali.

In figura 87 e in figura 88 sono riportati i risultati delle analisi per carico verticale, con p_m pari a 3 e 15 MPa, eseguite sul Modello 1-1 ($S_1=6$) e 5-1 ($S_1=30$). In particolare nei quattro diagrammi è fornita la distribuzione delle tre tensioni normali (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz}) lungo la semilarghezza del dispositivo ($a'=a/2$), valutate all'interfaccia tra gomma e acciaio ed adimensionaliizzate rispetto alla pressione verticale applicata. Nei grafici sono anche fornite le analoghe distribuzioni tensionali ottenute mediante la cosiddetta “*pressure solution*”, soluzione analitica del problema dell’equilibrio elastico di un blocco elastomerico confinato da piastre rigide, proposta da diversi studiosi [ad es., Gent e Lindley, 1959], e poi rielaborata da [Kelly, 1993].

Le tre tensioni normali hanno un andamento parabolico e la soluzione FEM fornisce valori diversi da zero ai bordi, specialmente per dispositivi con bassi fattori di forma ed elevati carichi verticali. Per alti fattori di forma, i valori delle tre tensioni normali sono praticamente coincidenti tra loro e con la soluzione teorica, e non si osservano effetti di bordo, anche per elevate pressioni applicate ($p_m=15$ MPa). Questo trend nei risultati dell’analisi si verifica per i Modelli 3-1, 4-1, e 5-1, quindi per fattori di forma $S_1 \geq 18$.

La distribuzione delle tensioni è parabolica anche al centro dello strato di gomma (i diagrammi non sono qui riportati per motivi di spazio); per i Modelli 3-1, 4-1 e 5-1, con fattori di forma pari a 18, 24 e 30, rispettivamente, la distribuzione è praticamente coincidente con quella teorica; per il Modello 1-1, con il fattore di forma più basso ($S_1=6$), si registrano valori delle tensioni ai bordi diversi da zero.

Tali risultati sono confermati anche nei diagrammi di figura 89 e di figura 90, dove, con riferimento ai Modelli 1-1 e 5-1 ($S_1=6$ e $S_1=30$), sono riportate le tensioni orizzontali e verticali, σ_{xx} e σ_{zz} , lungo lo spessore del singolo strato di gomma; i valori si riferiscono all’ascissa x/a' pari a 0.45 (vicino al bordo),

ed anche in questo caso i valori sono normalizzati rispetto alla p_m . In ogni diagramma, le singole curve si riferiscono alla pressione verticale applicata ($p_m=3, 6, 9, 12, 15 \text{ MPa}$).

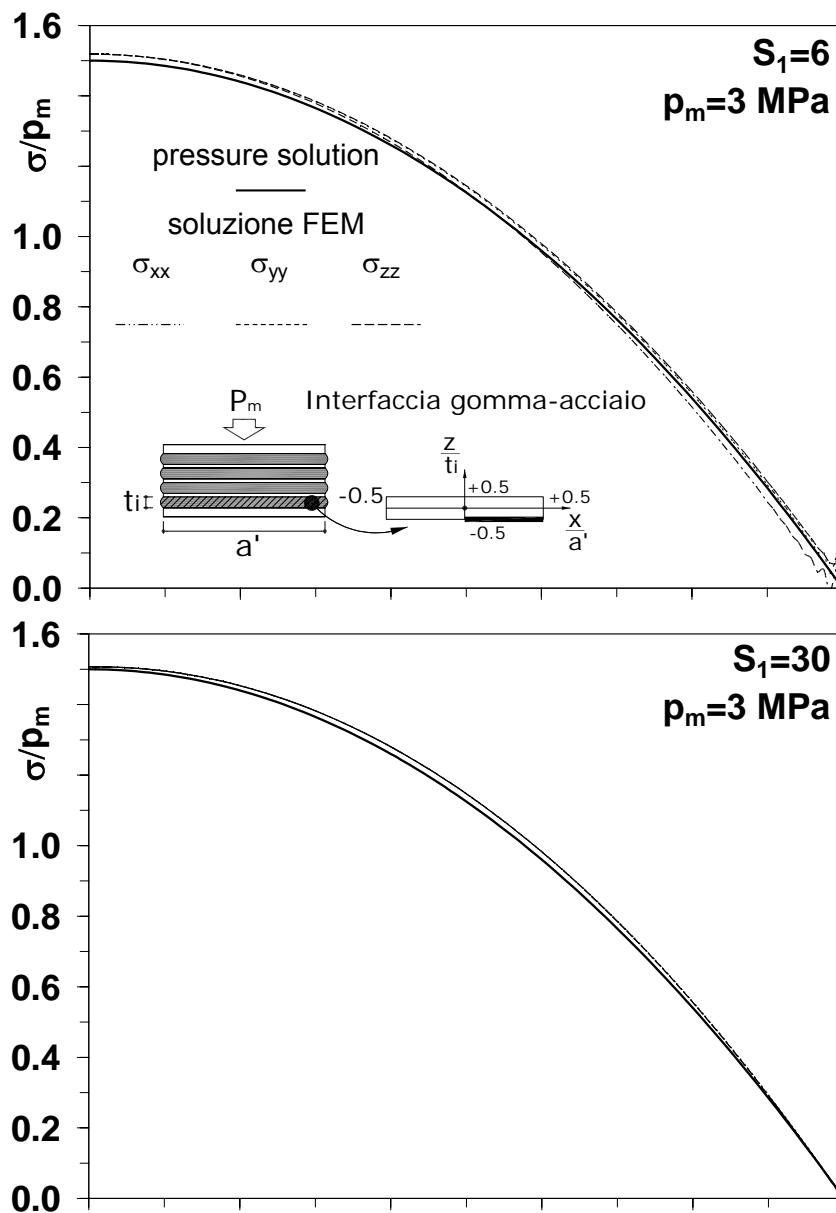


figura 87. Distribuzione delle tensioni normali all'interfaccia gomma-acciaio - carichi verticali ($p_m=3 \text{ MPa}$; $S_1=6, 30$).

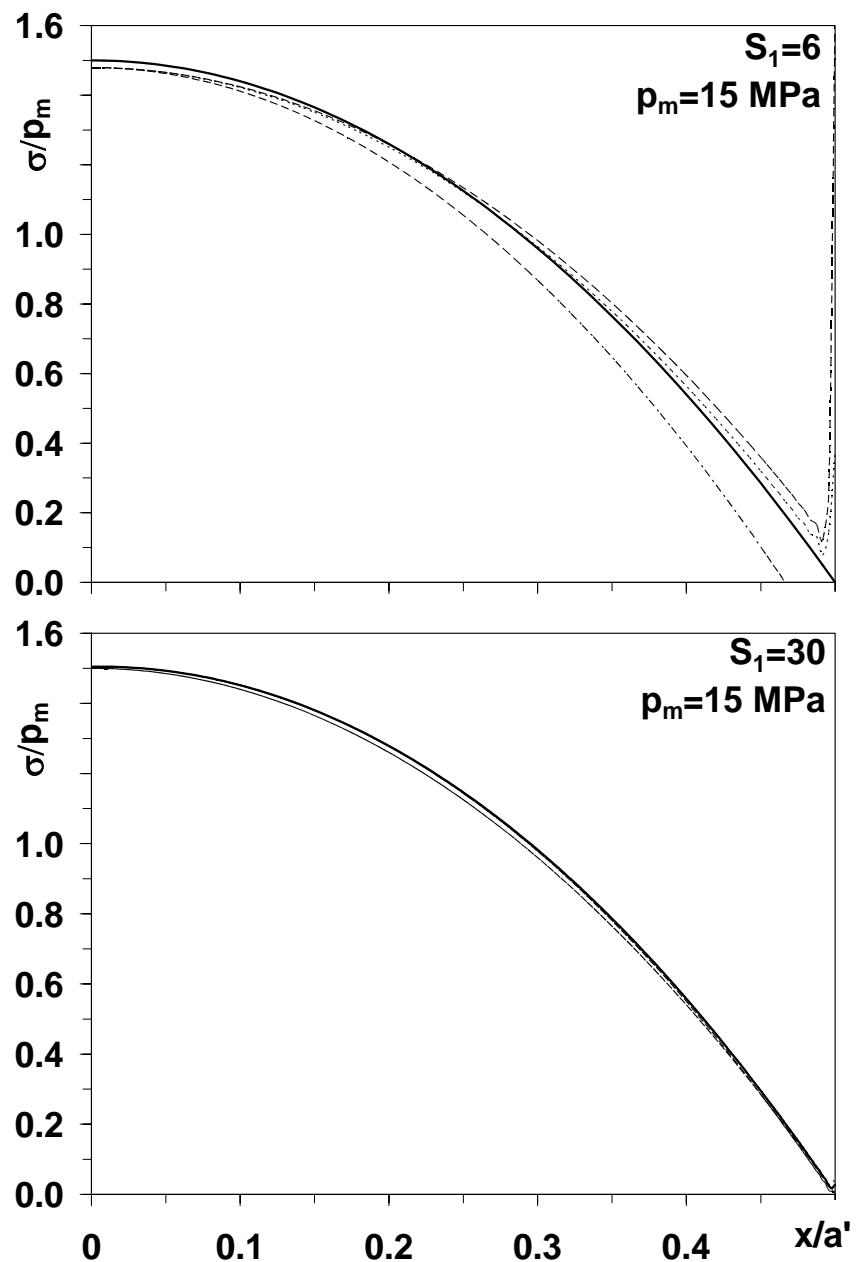


figura 88. Distribuzione delle tensioni normali all'interfaccia gomma-acciaio - carichi verticali ($p_m=15 \text{ MPa}$; $S_1=6, 30$).

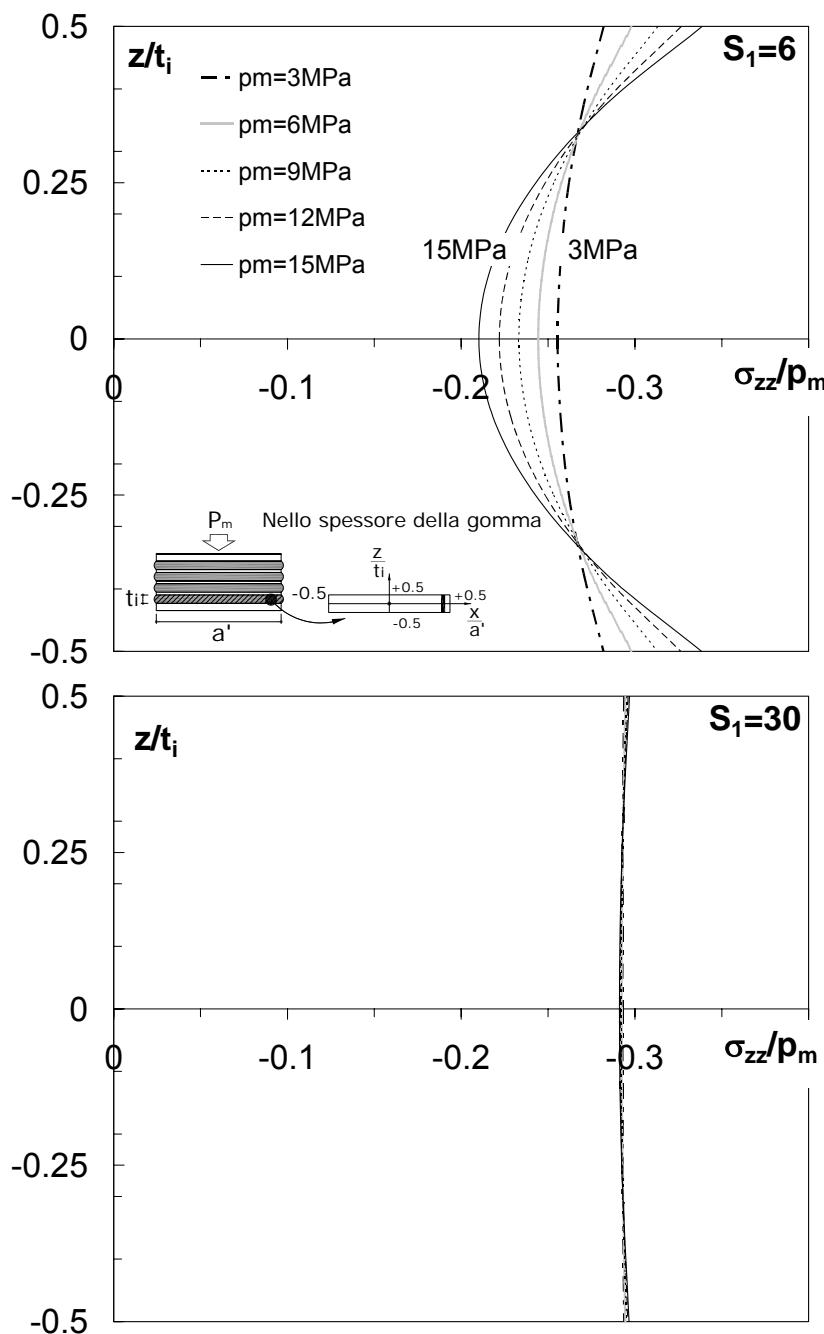


figura 89. Distribuzione delle tensioni normali nello spessore del singolo strato di gomma a $x/a' = 0.45$ sotto carichi verticali; $p_m = 3, 6, 9, 12, 15 \text{ MPa}$ (σ_{zz} ; $S_1 = 6, 30$)

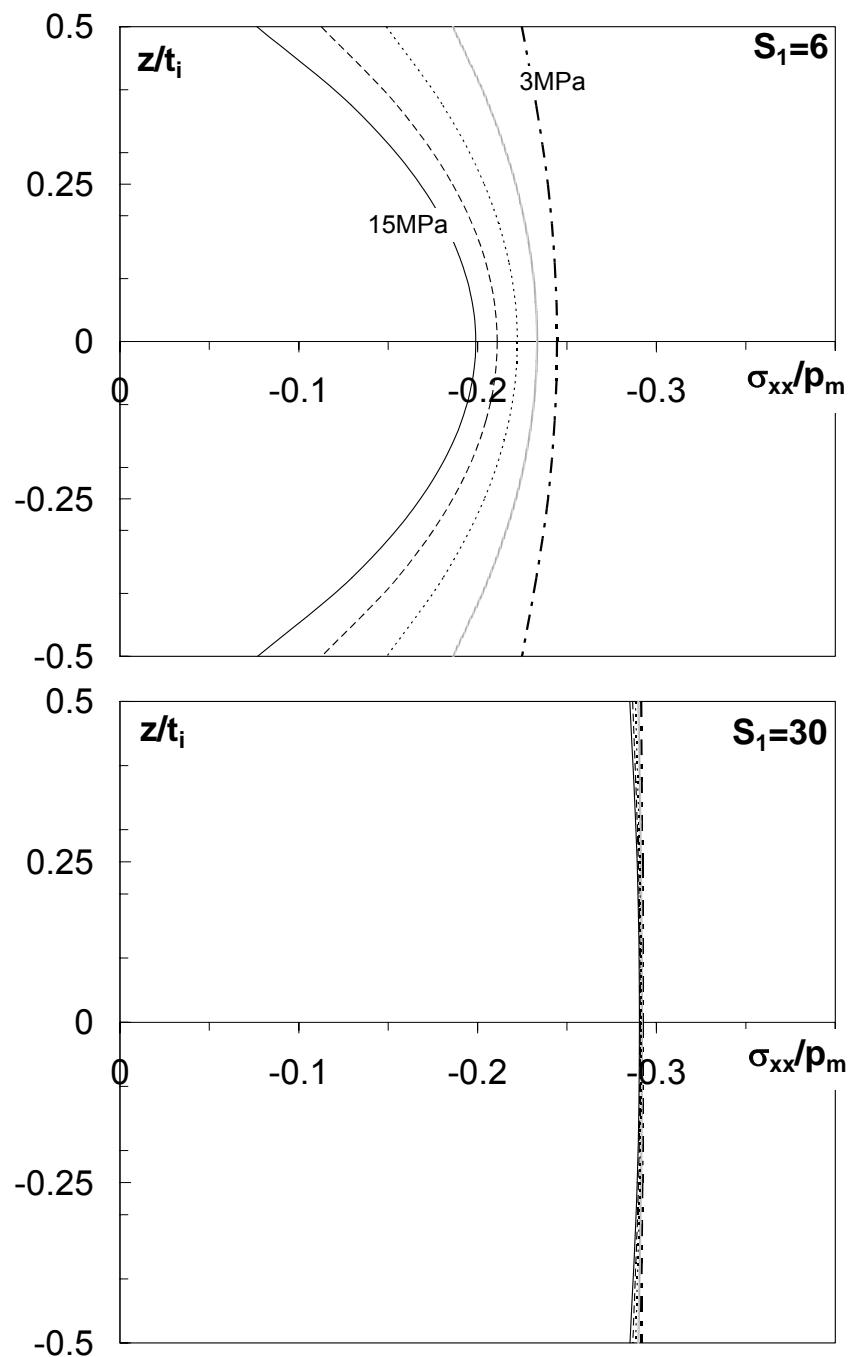


figura 90. Distribuzione delle tensioni normali nello spessore del singolo strato di gomma a $x/a^2=0.45$ sotto carichi verticali; $p_m=3, 6, 9, 12, 15 \text{ MPa}$ (σ_{xx} ; $S_1=6, 30$)

Le tensioni verticali e orizzontali nel Modello 1-1 mostrano un andamento parabolico, con differenze significative tra i valori assunti nella mezzeria ed all'interfaccia gomma-acciaio, dove si riscontra il valore massimo.

Per il Modello 5-1, e in generale per fattori di forma alti, non si registrano concentrazioni di tensioni all'interfaccia; inoltre, non si ha una significativa dipendenza della distribuzione delle tensioni dal valore di p_m .

Con formato analogo a quello dei diagrammi precedenti, in figura 91, figura 92, e figura 93, è riportata la distribuzione delle tensioni tangenziali τ_{xz} , lungo la semilarghezza del dispositivo (all'interfaccia tra gomma e acciaio), e lungo lo spessore della gomma. Come già mostrato per le tensioni normali, i quattro diagrammi di figura 91 e figura 92 sono riferiti ai Modelli 1-1 e 5-1 ($S_1=6$ e $S_1=30$), soggetti a pressioni verticali $p_m=3$ MPa e $p_m=15$ MPa.

In accordo alla soluzione teorica, le tensioni tangenziali hanno un andamento lineare, con valore nullo al centro del dispositivo e massimo ai bordi.

Anche per le tensioni tangenziali nascono importanti concentrazioni di tensione ai bordi, specialmente in isolatori con bassi fattori di forma; in particolare, per dispositivi con S_1 pari a 6 e pressioni verticali p_m maggiori di 9 MPa, questi effetti risultano marcati, mentre per dispositivi con S_1 pari o maggiore di 18, gli effetti di bordo risultano trascurabili (anche per elevati carichi verticali), e vi è una eccellente corrispondenza tra i risultati numerici e analitici.

Nei due diagrammi di figura 93 si riporta la distribuzione di tensioni tangenziali τ_{xz} lungo lo spessore dello strato di gomma per diverse pressioni verticali, ancora una volta per $S_1=6$ e $S_1=30$; come nei diagrammi delle tensioni normali, i valori sono riportati per un ascissa x/a' pari a 0.45.

Si può osservare che le tensioni tangenziali nello spessore della gomma hanno una distribuzione lineare, con valore nullo nella mezzeria dello strato e valore massimo all'interfaccia tra gomma e acciaio. Il valore massimo aumenta con la pressione media e si riduce all'aumentare del fattore di forma primario. Peraltro la dipendenza dal fattore di forma si attenua per $S_1 \geq 18$; infatti, la massima tensione tangenziale τ_{xz} nel Modello 3-1 ($S_1=18$) è approssimativamente 1/3 di quella registrata nel Modello 1-1 ($S_1=6$), mentre è praticamente coincidente con quella registrata nei Modelli 4-1 e 5-1 ($S_1=24$ e 30).

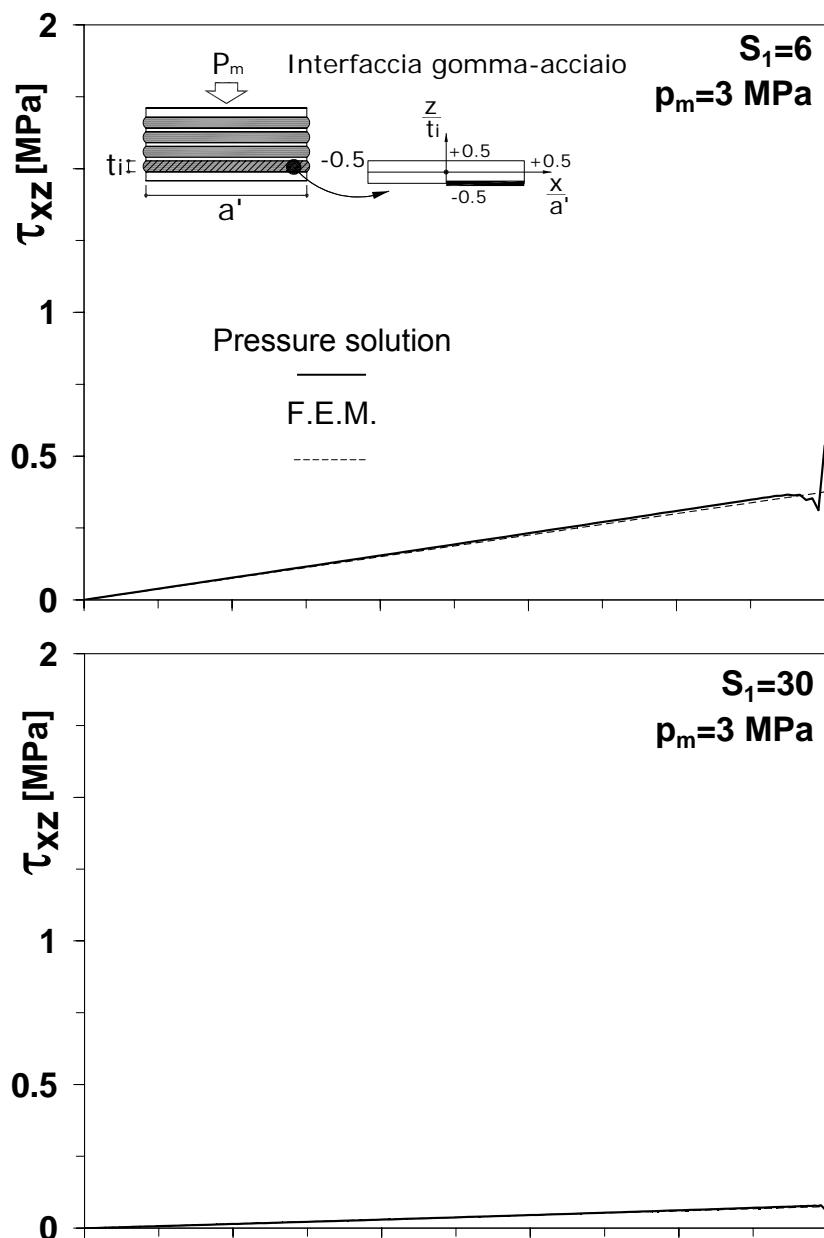


figura 91. Distribuzione delle tensioni tangenziali all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali ($p_m=3$ MPa; $S_1=6, 30$)

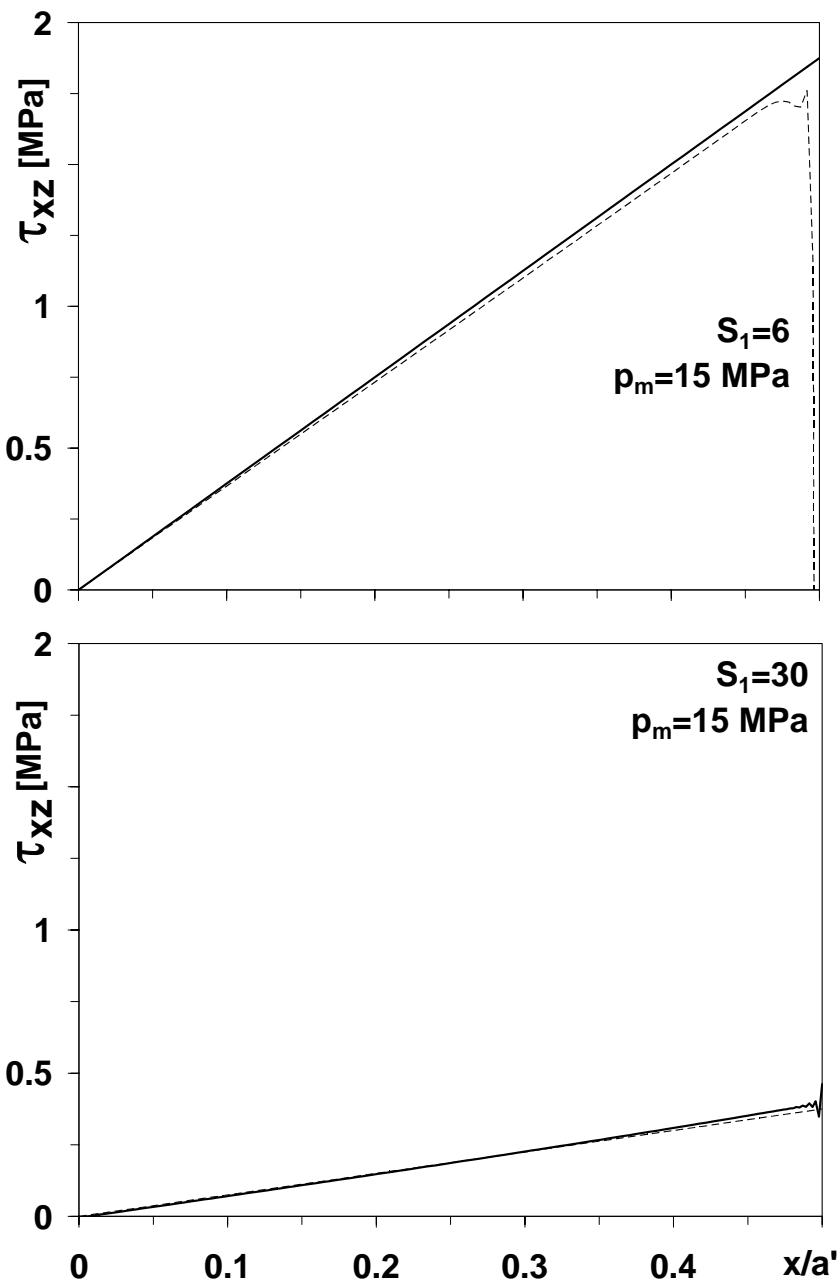


figura 92. Distribuzione delle tensioni tangenziali all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali ($p_m=15$ MPa; $S_1=6, 30$)

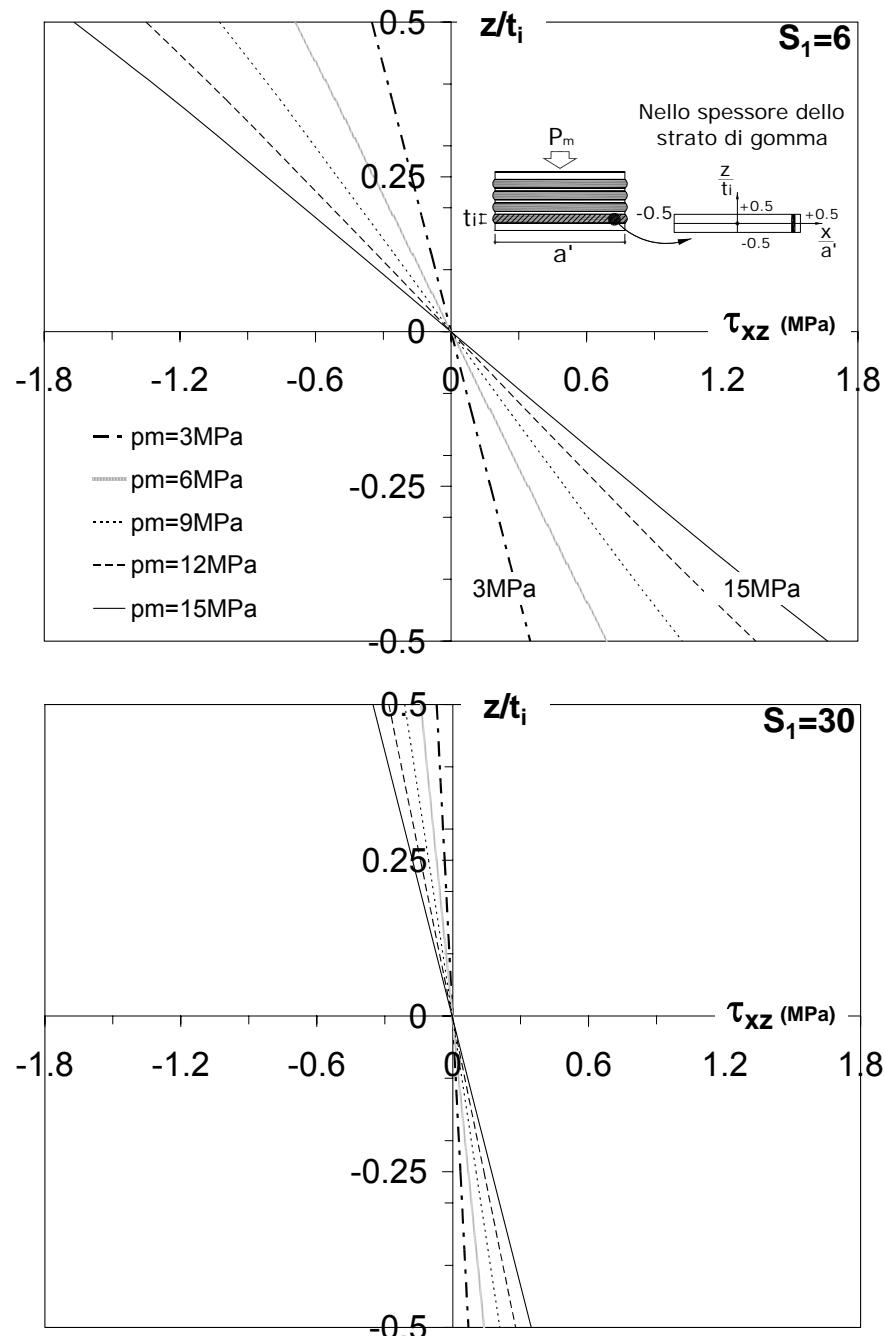


figura 93. Distribuzione delle tensioni tangenziali nello spessore del singolo strato di gomma a $x/a'=0.45$ sotto carichi verticali; $p_m=3, 6, 9, 12, 15$ MPa ($S_1=6, 30$)

6.2.2 Distribuzione delle deformazioni di taglio per carichi verticali

In figura 94 è mostrata la distribuzione delle deformazioni di taglio γ_{xz} lungo la semilarghezza del dispositivo all’interfaccia gomma e acciaio.

I due diagrammi si riferiscono rispettivamente al minimo e al massimo valore della pressione media (p_m pari a 3 e 15 MPa), e contengono i risultati ottenuti per tutti i modelli studiati (S_1 pari a 6, 12, 18, 24, 30). La distribuzione delle deformazioni di taglio segue lo stesso andamento delle tensioni tangenziali (sebbene si presenti marcatamente non lineare), crescendo dal centro del dispositivo verso il bordo, dove si notano alcune discontinuità. Tali discontinuità divengono trascurabili per dispositivi con $S_1 \geq 18$.

Anche per la distribuzione delle γ_{xz} nello spessore dello strato di gomma (figura 95), possono essere ripetute le stesse considerazioni fatte per le tensioni tangenziali. La distribuzione risulta non lineare e mostra valori massimi all’interfaccia gomma metallo; tali massimi si riducono nei modelli con alto fattore di forma e quando la pressione media verticale decresce. Anche per le deformazioni, la dipendenza dal fattore di forma S_1 si attenua per $S_1 \geq 18$ (figura 96): la deformazione di taglio all’interfaccia gomma-acciaio nel Modello 3-1 ($S_1=18$) è circa 1/2 di quella registrata nel Modello 1-1 ($S_1=6$), ed è praticamente coincidente con quella dei Modelli 4-1 e 5-1 ($S_1=24, 30$).

6.2.3 Effetto dei carichi orizzontali

Dopo aver esaminato le distribuzioni ed i valori di tensioni e deformazioni dovute ai carichi verticali, i cinque modelli sono stati esaminati sotto carichi orizzontali e sotto la combinazione di carichi verticali e orizzontali. In particolare sono stati applicati spostamenti orizzontali d corrispondenti a tre livelli di deformazione globale del dispositivo γ_d ($\gamma_d = d/t_e$, dove t_e è l’altezza totale dell’elastomero), rispettivamente pari a 100, 200 e 300%. Nella condizione di carico orizzontale, gli spostamenti laterali sono stati applicati al modello a partire dalla configurazione indeformata, mentre nella condizione che prevede la combinazione dei carichi verticali e orizzontali, lo spostamento laterale è applicato al modello già deformato dai carichi verticali.

Anche se la condizione di soli carichi orizzontali non è una condizione di carico realistica (i carichi gravitazionali insistono sull’isolatore quando viene imposto lo spostamento laterale dovuto al sisma), essa è stata considerata per

comprendere il suo effetto sulla distribuzione delle deformazioni nel dispositivo.

Si può inoltre notare che, anche se la non linearità del problema non permette la sovrapposizione degli effetti dovuti ai carichi verticali e orizzontali, le relazioni e le procedure di verifica fornite nelle normative [LLGG98, 1998; AASHTO, 2000; EC8, 2003; OPCM 3431, 2005] sono di solito basate su una stima separata degli effetti della pressione verticale e della deformazione laterale, e prevedono la semplice somma di tali singoli effetti.

Nella figura 97 rispettivamente per gli isolatori con S_1 pari a 6, 18, 30, si riportano le distribuzioni delle deformazioni di taglio γ_{xz} lungo la larghezza del dispositivo all'interfaccia gomma-acciaio per soli carichi orizzontali. In ogni diagramma si riportano i risultati in termini di distribuzioni della deformazione di taglio, per γ_d pari a 100, 200, 300%. Il primo diagramma di figura 97 mostra che le deformazioni di taglio all'interfaccia, dovute all'applicazione dello spostamento laterale, non sono uniformemente distribuite come di solito è assunto nelle formule di progetto degli isolatori.

Inoltre, anche per questa condizione di carico si notano concentrazioni ai bordi del dispositivo. Sia la disuniformità nella distribuzione che le concentrazioni di deformazione crescono all'aumentare della deformazione applicata. Partendo dal Modello 3-1, con $S_1=18$ (il secondo diagramma in figura 97), la distribuzione si presenta più regolare, così come gli effetti di bordo diventano meno importanti; per $S_1=30$ (il terzo diagramma in figura 97) si osserva una distribuzione pressoché costante lungo la larghezza del dispositivo. Inoltre, l'estensione della regione interessata dagli effetti di bordo si riduce notevolmente dal Modello 1-1 (primo diagramma di figura 97) al Modello 5-1 (il terzo diagramma in figura 97), cioè da $S_1=6$ a $S_1=30$: nel Modello 1-1 gli effetti di bordo possono essere osservati a partire da ascisse x/a' pari a 0.45, mentre nel Modello 5-1 tali effetti si verificano solo in una zona molto prossima al bordo, per ascisse maggiori di $x/a'=0.49$.

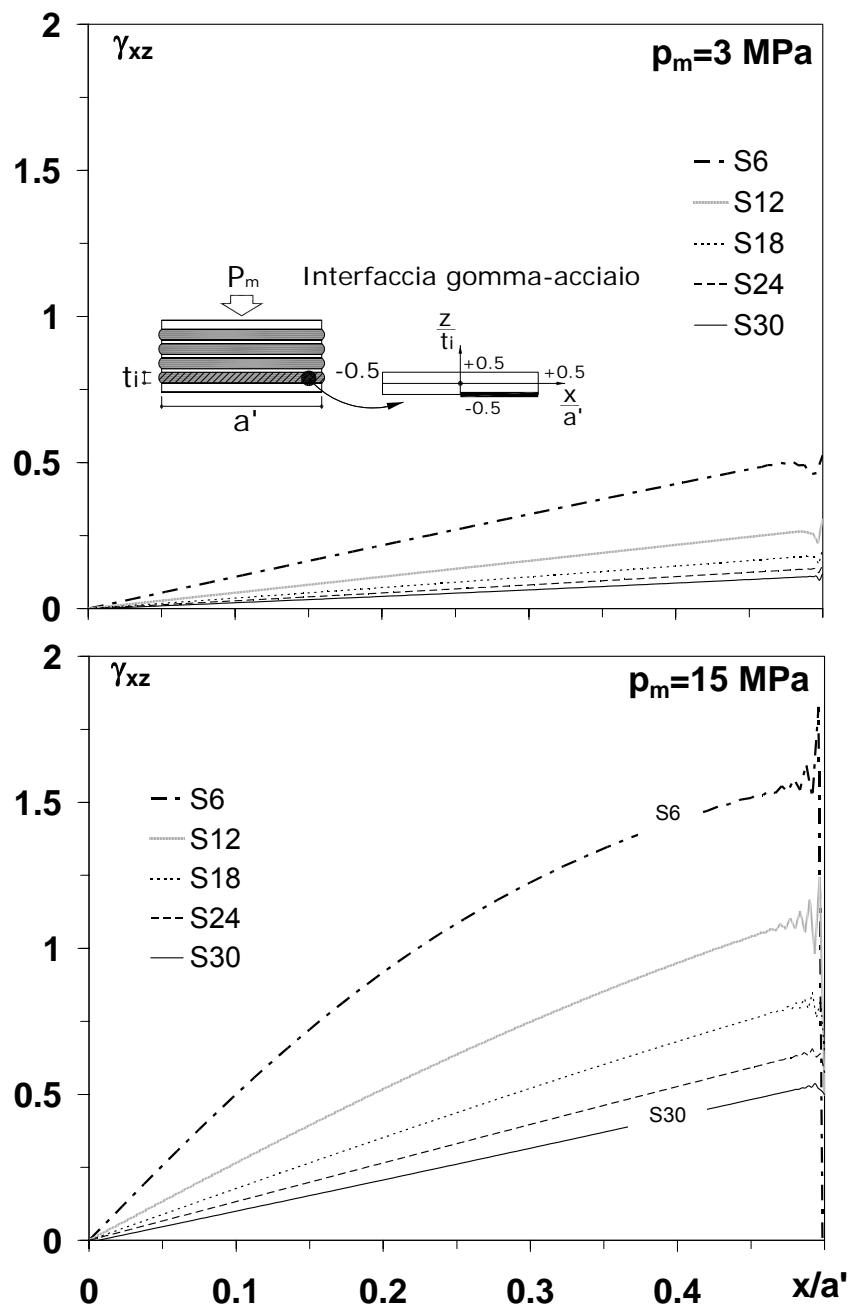


figura 94. Distribuzione delle deformazioni all'interfaccia gomma acciaio per carichi verticali; S1=6,12,18,24,30
($p_m=3,15 \text{ MPa}$)

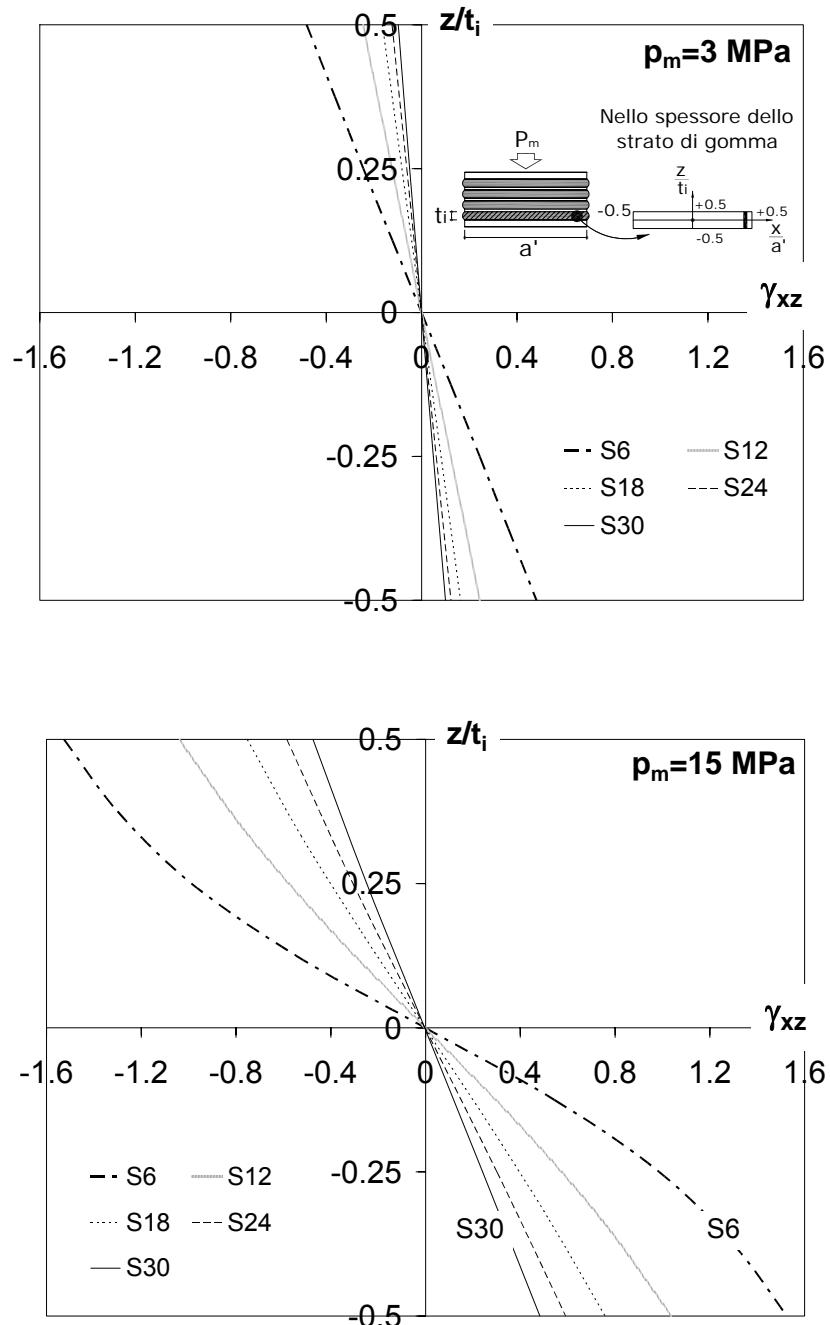


figura 95. Distribuzione delle deformazioni nello strato di gomma per carichi verticali, $x/a' = 0.45$; $S_l = 6, 12, 18, 24, 30$ ($p_m = 3, 15 \text{ MPa}$)

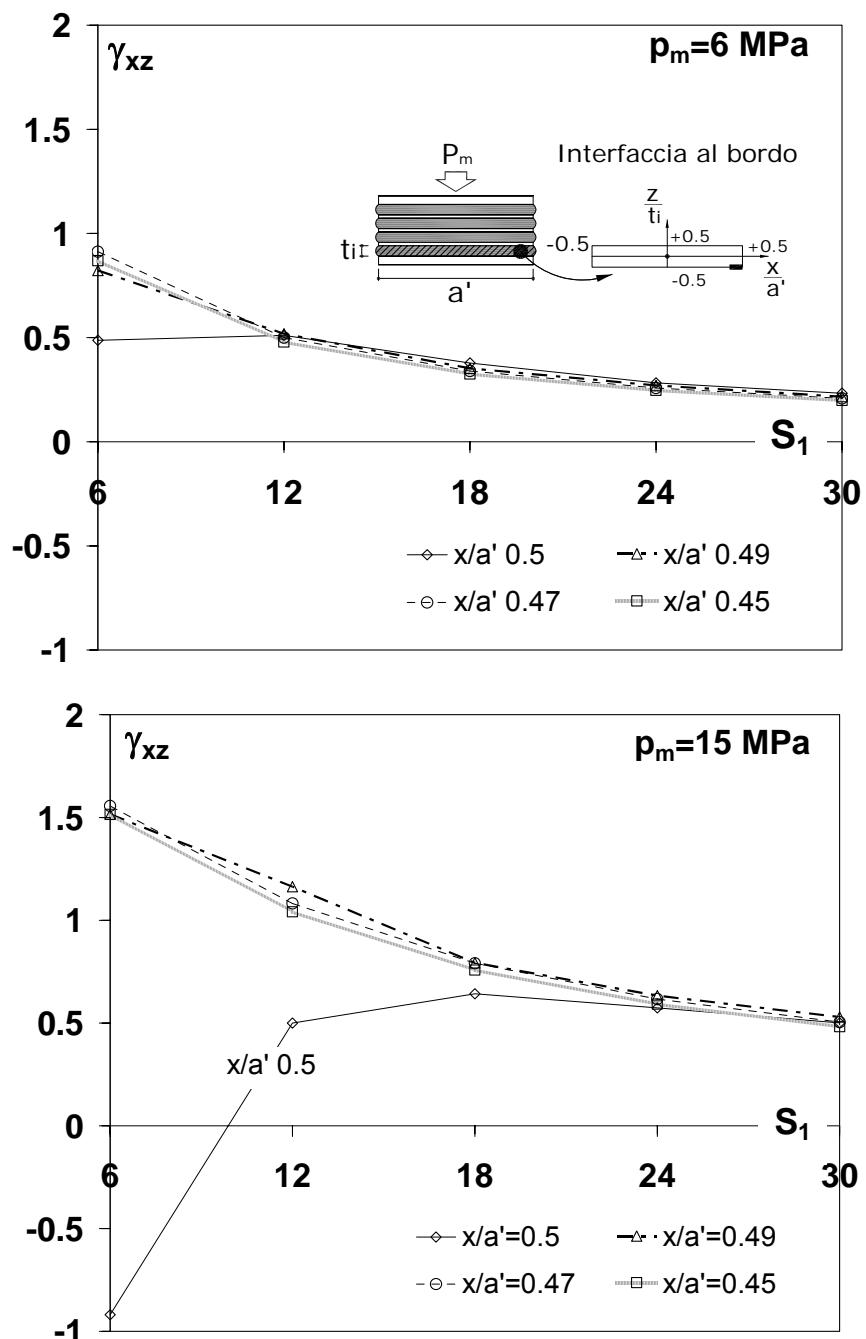


figura 96. Valori della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio in funzione di S_1 ; $x/a'=0.5, 0.49, 0.47, 0.45$ ($p_m=6$ e 15 MPa)

6.2.4 *Combinazione carichi verticali e orizzontali*

Nella figura 98 sono mostrate le soluzioni in termini di deformazioni di taglio γ_{xz} all'interfaccia gomma-acciaio lungo la larghezza del dispositivo. I tre diagrammi si riferiscono a fattori di forma S_1 rispettivamente pari a 6, 18, e 30, e ad una pressione media verticale pari a 6 MPa, che è un valore di riferimento per le condizioni ordinarie di esercizio [LLGG98, 1998; OPCM 3431, 2005].

Confrontando i tre diagrammi con gli analoghi di figura 97 si può osservare che la combinazione dei carichi verticali e orizzontali comporta maggiori disuniformità nella distribuzione delle deformazioni di taglio e maggiori concentrazioni ai bordi, in particolare per gli isolatori con fattori di forma bassi. L'incremento del fattore di forma porta ad una riduzione di entrambi questi aspetti. Per elevati valori della pressione verticale ($p_m \geq 9$ MPa), la distribuzione delle deformazioni di taglio non è uniforme per tutti i modelli, sebbene tende a regolarizzarsi nel caso di $S_1=30$.

Anche per questa condizione di carico, la regione interessata dalle concentrazioni di deformazione si riduce al crescere di S_1 e al diminuire della pressione media verticale, e/o dello spostamento orizzontale applicato.

La contemporanea applicazione dei carichi verticali e orizzontali produce problemi di convergenza nella soluzione numerica per l'insorgenza di grandi deformazioni. In termini generali, la soluzione è assicurata per modelli con alto fattore di forma e basse pressioni verticali medie come mostrato nella figura 99, dove, per ciascuno dei cinque modelli, e per i cinque valori di p_m applicata, si riporta il massimo valore della deformazione di taglio applicata (γ_d) per la quale si è ottenuta la soluzione numerica. In particolare, per il Modello 1-1, con S_1 pari a 6, non è stato possibile completare le analisi, anche con pressioni medie basse (3 MPa), per γ_d pari a 200% e 300%. Al contrario, non sono stati riscontrati particolari problemi nella risoluzione del Modello 5-1, con S_1 pari a 30, per il quale la soluzione è stata ottenuta per tutte le combinazioni di carico verticale e orizzontale.

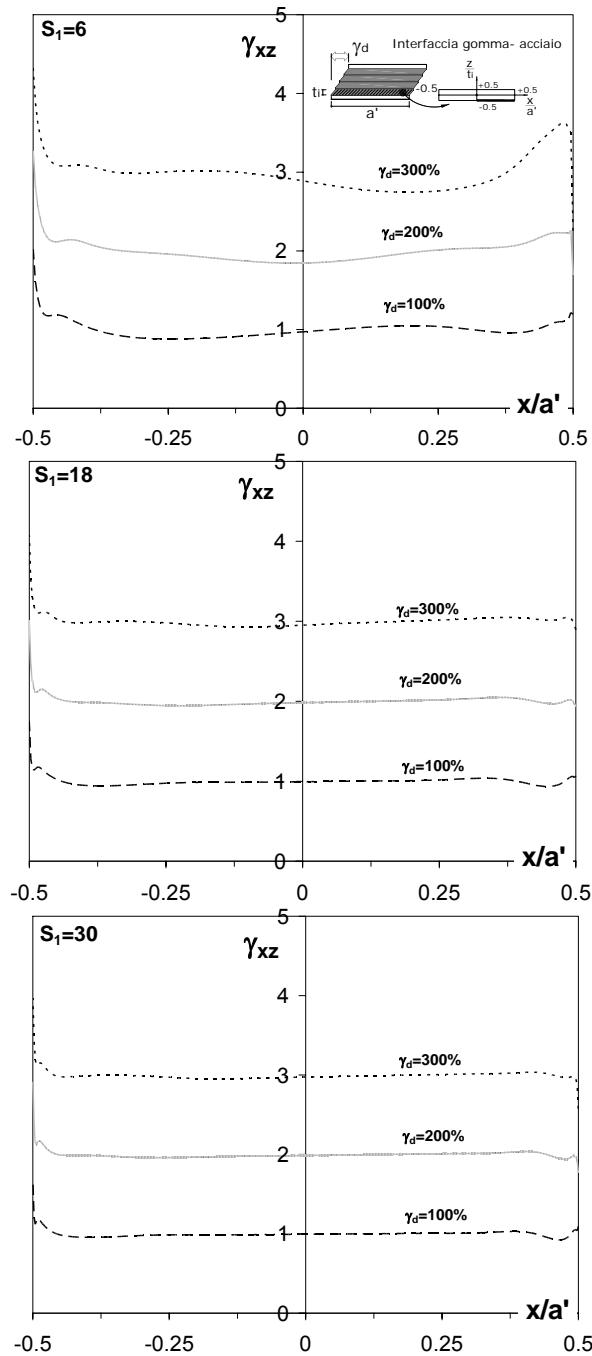


figura 97. Deformazioni di taglio all'interfaccia gomma-acciaio per soli carichi orizzontali; $\gamma_d=100, 200, 300\%$, ($S_1=6, 18, 30$)

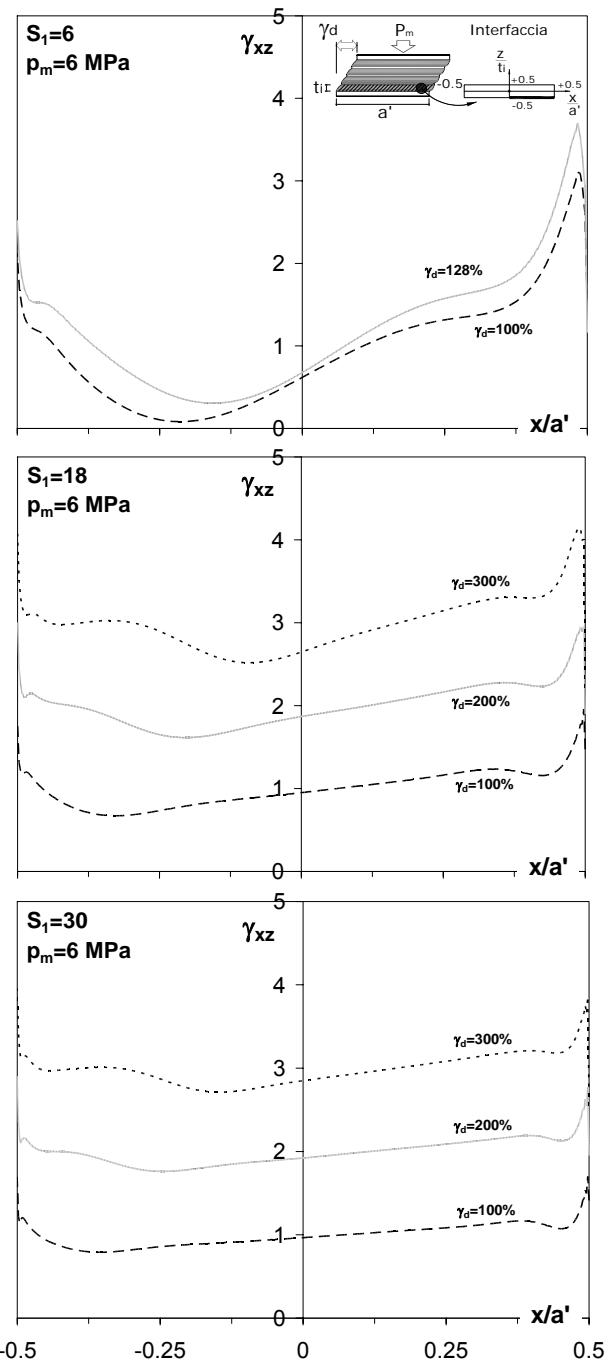


figura 98. Distribuzione della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali+orizzontali; $p_m=6$ MPa; $\gamma_d=100, 200\%$ (S_1 6, 18, 30)

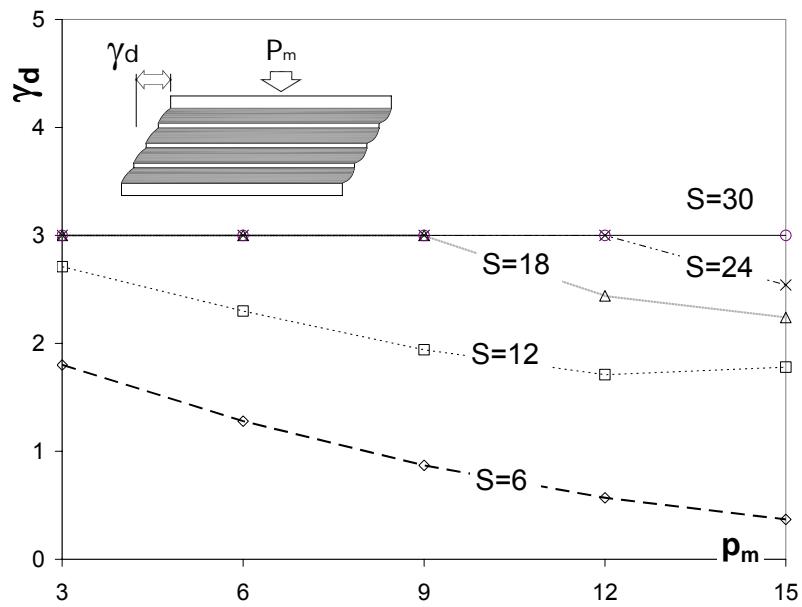


figura 99. Massimo valore della deformazione di taglio applicata ($\gamma_{d,\max}$) per il quale si è ottenuta la soluzione sotto la combinazione dei carichi verticali e orizzontali, in funzione della pressione media verticale applicata p_m

6.3 INFLUENZA DELLA COMPRESSIBILITÀ DELLA GOMMA SULLO STATO TENSO-DEFORMATIVO DEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI

Prima dell'esposizione e del commento dei risultati ottenuti dall'analisi del secondo set di isolatori, nella quale si è introdotta la compressibilità della gomma, è importante fare alcune considerazioni sull'influenza della compressibilità stessa sullo stato tenso-deformativo all'interno dei dispositivi elastomerici.

Al fine di comprendere il comportamento della gomma confinata al variare della compressibilità, sono state effettuate delle analisi FEM considerando i Modelli 1-1 e 5-1 del primo set di isolatori (S_1 pari rispettivamente a 6 e 30). Sono stati considerati diversi valori della compressibilità per il materiale elastomerico, corrispondenti a cinque diversi valori del coefficiente di Poisson ν compresi tra 0.49995 e 0.495, come riportato in tabella 12. Nella tabella si è indicato con ν il coefficiente di Poisson, con D_1 l'indice di compressibilità da

utilizzare per la modellazione della gomma attraverso le forme polinomiali della funzione densità di energia di deformazione, e con K il modulo di Bulk.

v	D1	K/G	K
			Indice di
			[MPa]
Poisson	compressibilità	Modulo di Bulk	
0.49995	0.0002824	10000	7082
0.49990	0.000564818	5000	3541
0.49986	0.00077821	3629	2570
0.4995	0.002824843	1000	708
0.495	0.02833346	100	71

tabella 12. Caratteristiche di compressibilità della gomma considerate nelle analisi.

Nei confronti successivi sono anche riportati i risultati ottenuti nell'ipotesi di completa incompressibilità ($v=0.5$).

Per quanto riguarda la distribuzione delle tensioni normali nel singolo strato di gomma, in figura 100 è fornita tale distribuzione all'interfaccia gomma-acciaio per soli carichi verticali. La figura mostra che all'aumentare della compressibilità, le tensioni nella gomma tendono ed eguagliare la pressione media applicata tranne che in prossimità dei bordi, dove la gomma è meno confinata. Questo trend è molto evidente nell'isolatore con $S_1=30$ che è caratterizzato da strati di gomma più confinati; la gomma che si trova nella parte interna dell'isolatore risulta essere più confinata e vincolata a non deformarsi lateralmente di quella che si trova ai bordi e quindi, nel caso di elevata compressibilità ($v=0.495$), subisce forti variazioni volumetriche e basse deformazioni distorsionali.

In figura 101 sono mostrate le distribuzioni delle deformazioni di taglio all'interfaccia gomma-acciaio per carichi verticali al variare della compressibilità ($S_1=6$ e 30 e $p_m=15$ MPa). Dalla figura si nota che anche le deformazioni di taglio sono influenzate fortemente dalla compressibilità soltanto nella mezzeria del dispositivo e poco ai bordi. Una certa influenza ai bordi si nota soltanto per gli isolatori con alto fattore di forma dove la gomma è effettivamente molto confinata anche in queste zone.

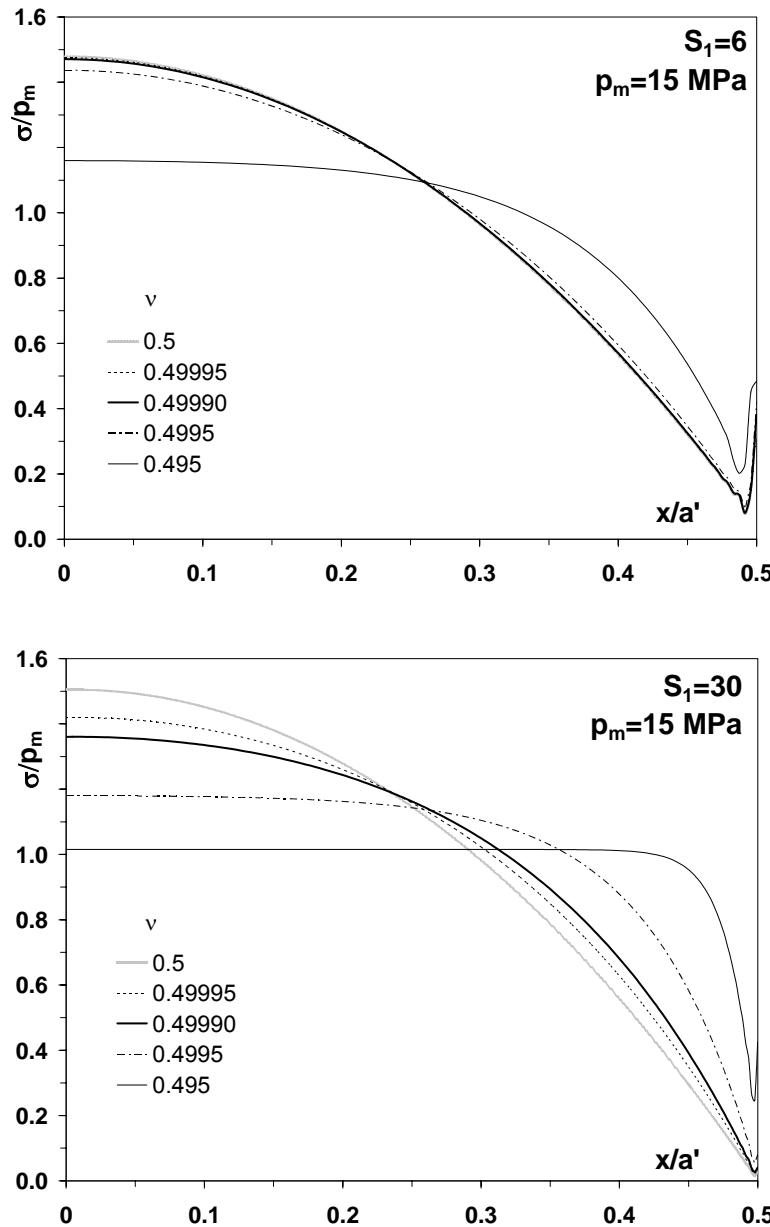


figura 100. Distribuzione delle tensioni normali all'interfaccia acciaio-gomma al variare della compressibilità - carichi verticali ($p_m=15$ MPa; $S_1=6$ e 30).

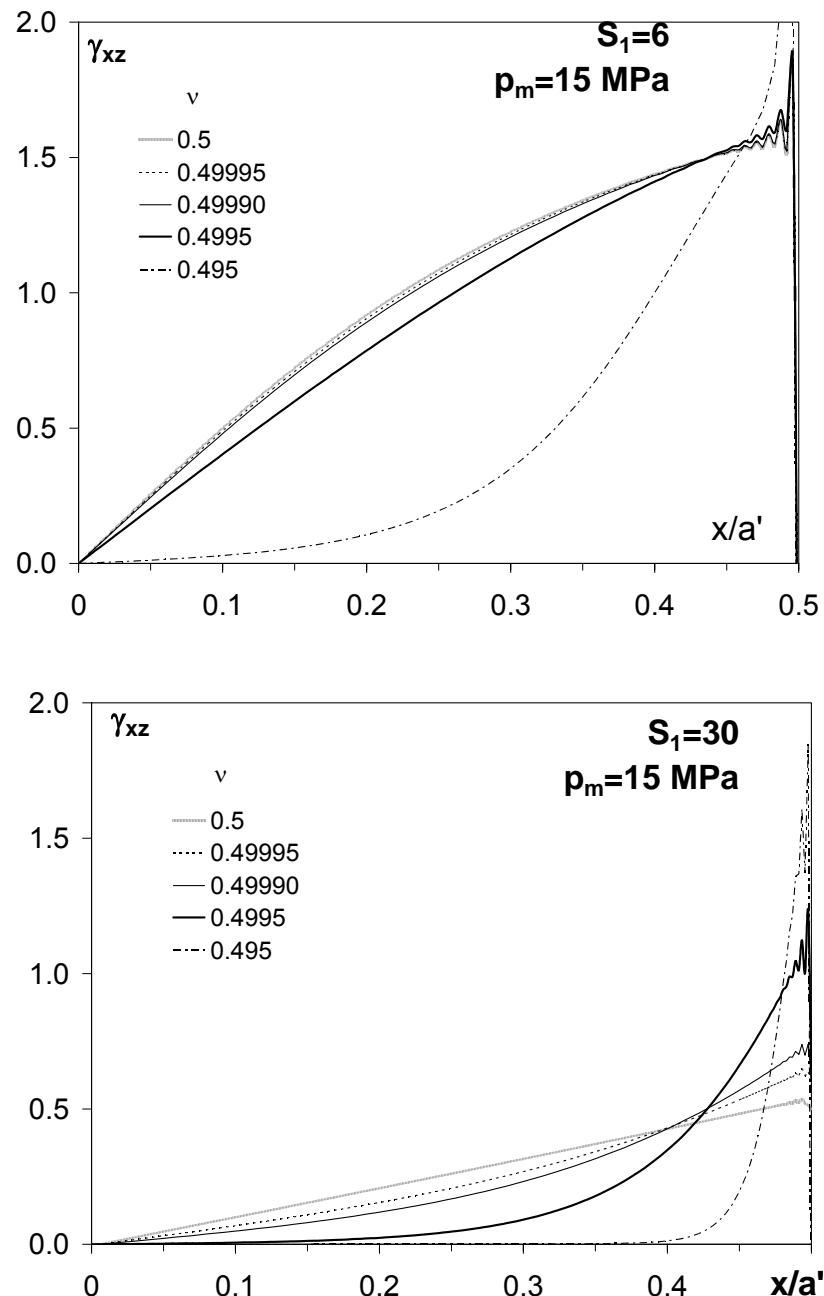


figura 101. Distribuzione delle deformazioni all'interfaccia gomma-acciaio per carichi verticali al variare della compressibilità; $S_1=6$ e 30 ($p_m=15$ MPa)

Dai diagrammi di figura 101 si nota, inoltre, che gli effetti della compressibilità sono in genere più evidenti nella mezzeria del dispositivo, dove la gomma risulta più confinata: infatti si nota che all'aumentare della compressibilità, si ha una forte riduzione delle deformazioni di taglio nella mezzeria dei dispositivi in quanto la gomma tende a deformarsi solo volumetricamente; ai bordi tali effetti vanno scemando perché la gomma risulta meno confinata.

Si capisce quindi che per lo studio delle deformazioni in un isolatore elastomerico la compressibilità risulta essere relativamente importante; infatti, se si vogliono studiare le distribuzioni di tensioni e deformazioni in parti del dispositivo dove la gomma non risulta essere molto confinata (ad esempio ai bordi in dispositivi con fattore di forma primario S_1 non esageratamente alto), la compressibilità può assumere un ruolo marginale.

6.4 INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA SECONDARIO S_2 SULLO STATO TENSIO DEFORMATIVO NEI DISPOSITIVI ELASTOMERICI ($S_2=1.51-6.15$)

In figura 102 sono riportati i risultati delle analisi per carico verticale, con p_m pari a 6, 10 e 15 MPa, eseguite sui 6 modelli considerati (S_1 pari a 20 ed S_2 pari a 6.15, 5, 4, 2.96, 2, 1.51). In particolare nel diagramma è fornita la distribuzione delle tre tensioni normali (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz}) lungo la semilarghezza del dispositivo ($a'=a/2$), valutate all'interfaccia tra gomma e acciaio ed adimensionalizzate rispetto alla pressione verticale applicata. Nel grafico è anche fornita l'analogia distribuzione tensionale ottenuta mediante la soluzione analitica “*pressure solution*”.

E' importante innanzitutto far notare che il fattore di forma secondario S_2 non influenza il comportamento per carico verticale dei dispositivi, quindi è stato possibile fornire i risultati ottenuti per i diversi modelli attraverso un solo diagramma.

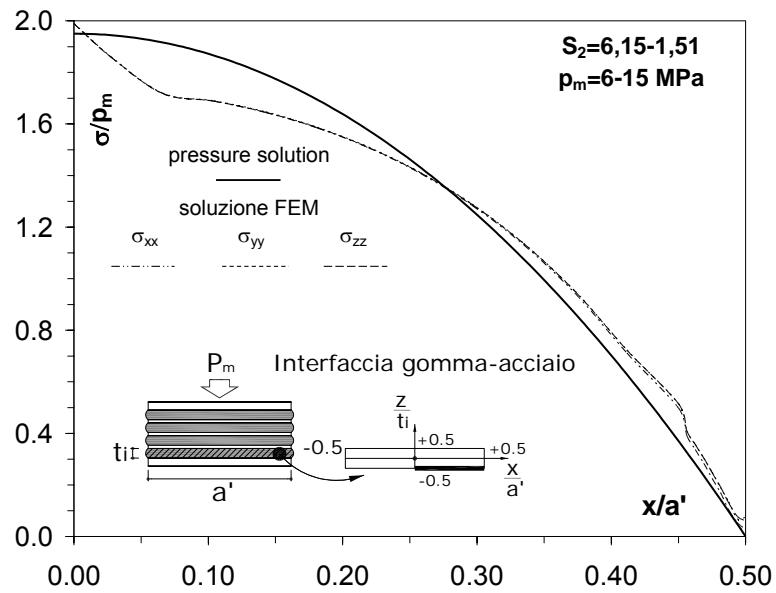


figura 102. Distribuzione delle tensioni normali all'interfaccia gomma-acciaio per carichi verticali ($p_m=6, 10, 15$ MPa; $S_2=6.15, 5, 4, 2.96, 2, 1.51$).

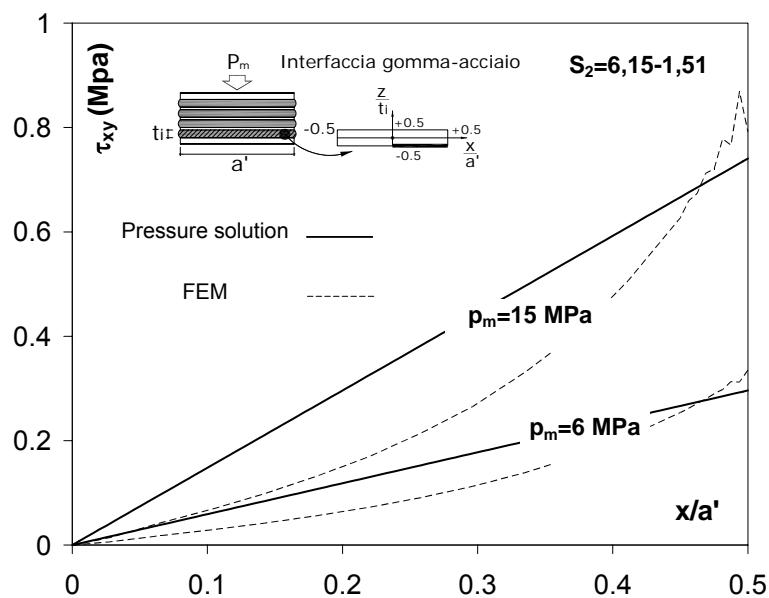


figura 103. Distribuzione delle tensioni tangenziali all'interfaccia gomma-acciaio per carichi verticali ($p_m=6$ e 15 MPa; $S_2=6.15, 5, 4, 2.96, 2, 1.51$).

Con formato analogo a quello dei diagrammi precedenti, in figura 103 è riportata la distribuzione delle tensioni tangenziali τ_{xz} lungo la semilarghezza del dispositivo (all'interfaccia tra gomma e acciaio). Il diagramma è riferito ai sei modelli con vari S_2 , con pressioni verticali p_m pari a 6 e 15 MPa. Le tensioni tangenziali hanno un andamento che si discosta dalla soluzione analitica per l'introduzione della compressibilità della gomma, come visto nel §6.3; le maggiori differenze si notano nelle parti interne del dispositivo, dove la gomma risulta più confinata. Ai bordi, i risultati numerici vengono ben approssimati dalla soluzione analitica che considera l'incompressibilità della gomma.

In figura 104 è riportata la distribuzione delle deformazioni di taglio all'interfaccia gomma-acciaio per soli carichi verticali ($p_m=6, 10$ e 15 MPa; $S_2=6.15, 5, 4, 2.96, 2, 1.51$). La distribuzione delle deformazioni di taglio segue l'andamento delle tensioni tangenziali e si presenta marcatamente non lineare, crescendo dal centro del dispositivo verso il bordo. L'andamento lungo la semidimensione del dispositivo rispecchia il tipico andamento delle deformazioni di taglio in strati di gomma compressibile confinati, come si è visto nel §6.3, in particolare nella figura 101.

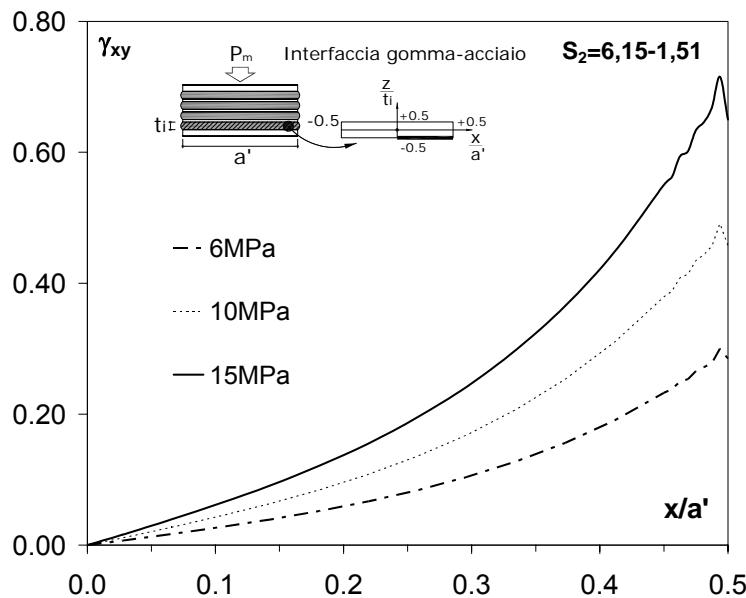


figura 104. Distribuzione delle deformazioni di taglio all'interfaccia gomma-acciaio per carichi verticali ($p_m=6, 10$ e 15 MPa; $S_2=6.15, 5, 4, 2.96, 2, 1.51$).

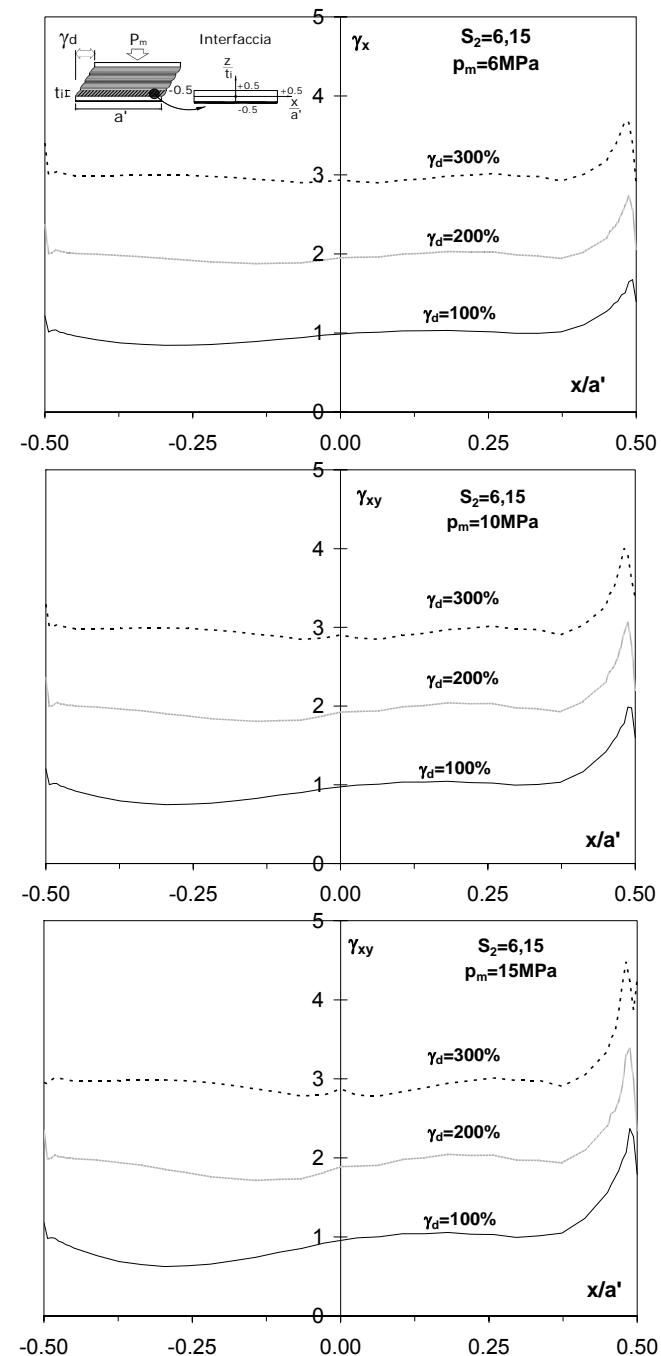


figura 105. Distribuzione della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali+orizzontali; $p_m=6, 10, 15\text{ MPa}$; $\gamma_d=100, 200, 300\%$ ($S_2=6.15$)

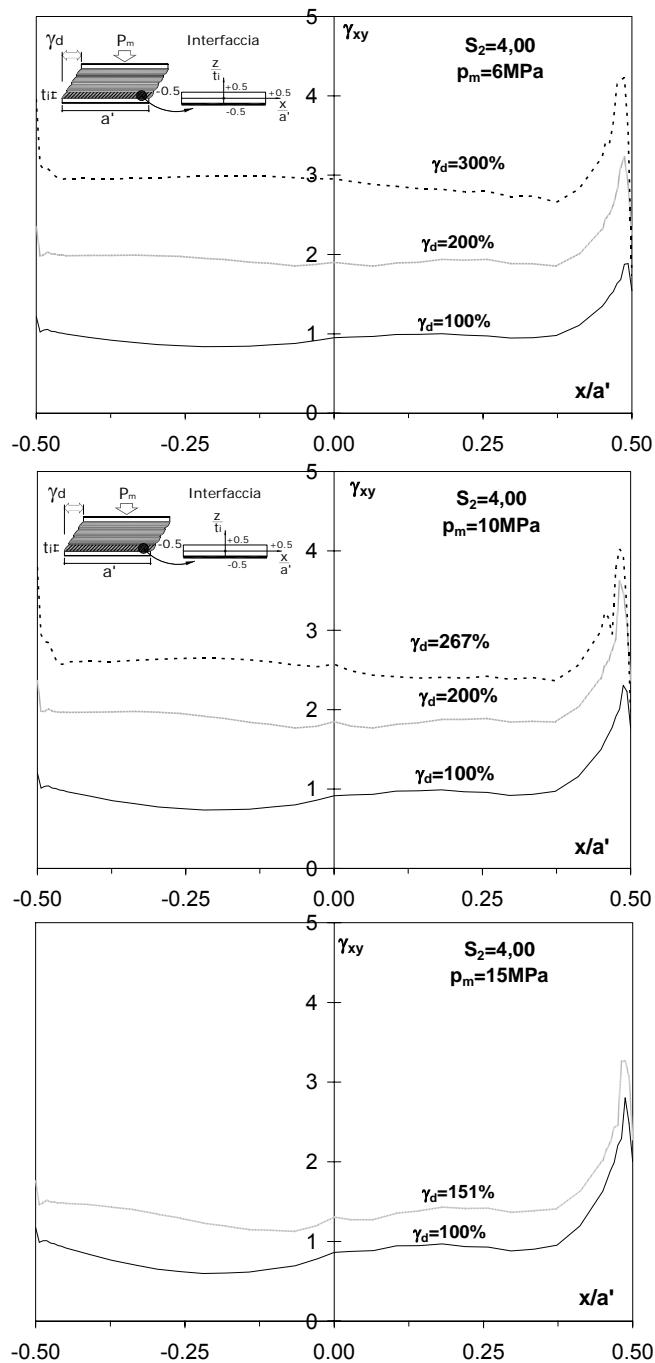


figura 106. Distribuzione della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali+orizzontali; $p_m=6, 10, 15 \text{ MPa}$; $\gamma_d=100, 200, 300\%$ ($S_2=4$)

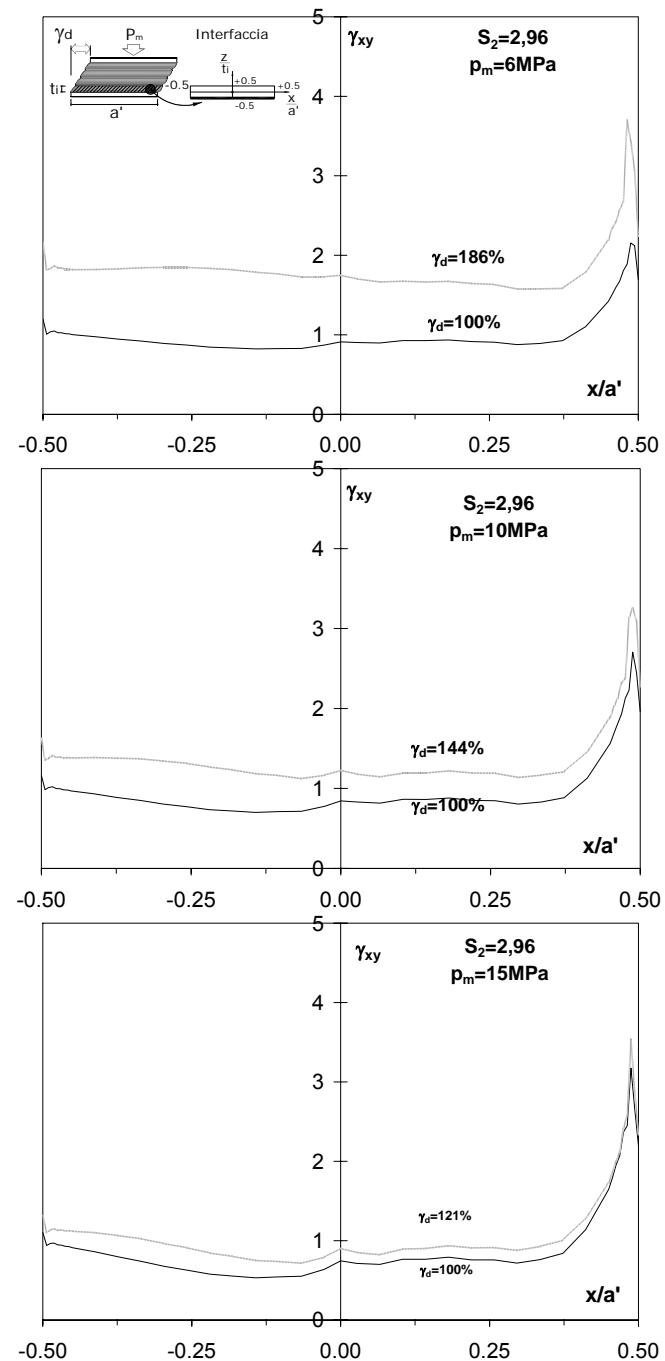


figura 107. Distribuzione della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali+orizzontali; $p_m=6, 10, 15 \text{ MPa}$; $\gamma_d=100, 200\%$ ($S_2=2.96$)

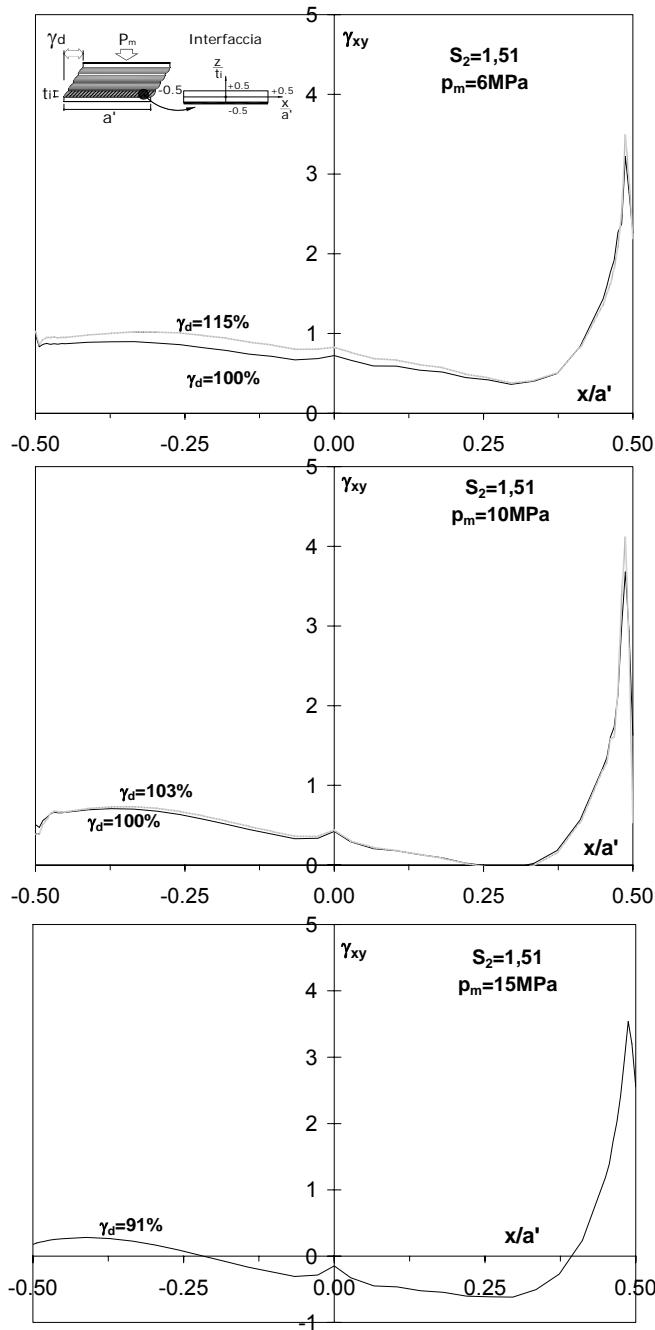


figura 108. Distribuzione della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi verticali+orizzontali; $p_m=6, 10, 15 \text{ MPa}$; $\gamma_d=100, 200\%$ ($S_2=1.51$)

Dalla figura 105 alla figura 108 sono mostrati i risultati in termini di deformazioni di taglio γ_{xz} all'interfaccia gomma-acciaio (valori sull'asse delle ordinate) lungo la larghezza del dispositivo (valori sull'asse delle ascisse). I diagrammi delle quattro figure si riferiscono a quattro fattori di forma S_2 rispettivamente pari a 6.15, 4, 2.96, e 1.51, e a pressioni medie verticali pari a 6, 10 e 15MPa (ogni diagramma della singola figura si riferisce ad un singolo valore della pressione media applicata p_m). Si può osservare che, come già fatto notare nell'analisi del primo set di isolatori, la combinazione dei carichi verticali e orizzontali comporta maggiori disuniformità nella distribuzione delle deformazioni di taglio e maggiori concentrazioni ai bordi, in particolar modo per gli isolatori con fattori di forma bassi. Si notano elevate deformazioni di taglio al bordo compresso che, per l'isolatore più instabile, ($S_2=1.51$) raggiungono valori superiori a quattro volte la deformazione orizzontale applicata. Per isolatori con fattore di forma alto, le deformazioni massime risultano molto vicine alla deformazione applicata.

Si fa notare inoltre che, sempre nel caso dell'isolatore più instabile ($S_2=1.51$), a $\gamma_d=100\%$ e per alte pressioni verticali medie ($p_m=15\text{MPa}$) si ha l'inversione del segno delle deformazioni dovuto essenzialmente alla perdita del confinamento all'interno degli strati di gomma nelle zone in cui vi sono elevati sforzi di compressione (figura 108 - terzo diagramma).

Infine, nell'intento di fornire una più chiara descrizione del comportamento dei dispositivi elastomerici al variare del fattore di forma secondario, in appendice si riportano le deformate più significative dei dispositivi analizzati soggetti a carichi verticali e a carichi verticali + orizzontali. Per ogni dispositivo si riporta la deformata globale e 4 particolari relativi ai 4 vertici del dispositivo. La maggior parte dei dispositivi soggetti a carichi orizzontali presenta una deformata *shear type*; alcuni dispositivi (ad esempio quello riportato al punto 11) una deformata di tipo instabile. Per la condizione di carico che tiene conto anche dello spostamento orizzontale, si è indicato, in corrispondenza di ogni deformata, il rapporto d/D (spostamento sismico su diametro del dispositivo).

Dalle deformate relative alla condizione di carico verticale + orizzontale, si nota l'inflessione che presentano le piastre d'acciaio interne in prossimità dei bordi. Tale inflessione, assieme plasticizzazione delle piastre stesse, può essere causa di variazioni nell'entità delle deformazioni locali nella gomma.

Capitolo 7

Discussione dei risultati e implicazioni progettuali

7.1 DISCUSSIONE DEI RISULTATI RELATIVI ALL'INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA PRIMARIO ($S_1=6-30$)

Con riferimento ai risultati dell'analisi tensionale sotto carichi verticali dei dispositivi con S_1 variabile ($S_1=6-30$), è possibile osservare che la differenza tra le tensioni verticali e orizzontali decresce al crescere del fattore di forma ($S_1 \geq 18$), in maniera tale da approssimare lo stato tensionale idrostatico ipotizzato dalla "pressure solution"; inoltre, gli effetti di bordo si riducono al crescere del fattore di forma, diventando trascurabili per $S_1 \geq 18$; infine, anche l'estensione delle zone interessate da concentrazioni in prossimità dei bordi, si riducono al crescere del fattore di forma.

Riguardo alle deformazioni derivanti dall'applicazione dei carichi verticali, nella figura 109, nella figura 110 e nella figura 111, sono riportate alcune rappresentazioni sintetiche dei risultati delle analisi FEM relativi alla prima serie di dispositivi.

In particolare, nel diagramma di figura 109 sono rappresentati i valori della deformazione massima, media aritmetica e media pesata, all'interfaccia gomma-acciaio, indotte da una pressione media verticale pari a 6MPa, al

variare del fattore di forma S_1 . I valori della deformazione media aritmetica γ_{arit} e della deformazione media pesata γ_w , sono definiti nelle (104) e (105),

$$\gamma_{arit} = \frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{2} \quad (104)$$

$$\gamma_w = \frac{\sum \gamma_i \cdot l_i}{\sum l_i} \quad (105)$$

dove γ_i è la deformazione tagliante dell'i-esimo elemento della mesh, l_i è la lunghezza dell'i-esimo elemento della mesh, ed n è il numero degli elementi lungo la larghezza del modello in cui il singolo strato di gomma è stato suddiviso.

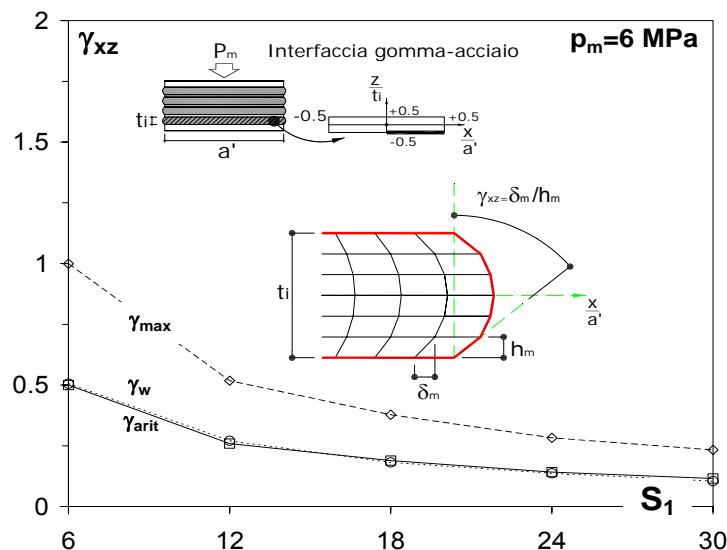


figura 109. Dispositivi con $S_1=6-30$: valore massimo, medio aritmetico, e medio pesato della deformazione di taglio all'interfaccia gomma-acciaio sotto carico verticale in funzione di S_1 ; $p_m=6 \text{ MPa}$

In figura 110 si riporta la massima deformazione di taglio registrata nei cinque modelli ($S_1=6, 12, 15, 24, 30$) in funzione della pressione media verticale p_m , mentre in figura 111 è rappresentata la differenza $\Delta\gamma$ tra il valore massimo e il

valore medio aritmetico della deformazione di taglio ($\gamma_{\max}-\gamma_{\text{arit}}$), nello stesso formato del precedente diagramma.

Dai risultati riportati in questi diagrammi sintetici si può affermare che negli isolatori con basso fattore di forma si verificano elevati picchi di tensione e deformazione, anche in condizioni di carico verticale ordinario ($p_m=6$ MPa).

Una riduzione sostanziale di tali valori massimi si ottiene se si utilizzano isolatori con $S_1 \geq 18$. Inoltre, le differenze tra i valori massimi e medi decrescono fortemente al crescere di S_1 : come mostrato in figura 111, per $S_1 \geq 18$ i valori di $\Delta\gamma$ risultano minori del 15% sotto carichi verticali ordinari ($p_m=6$ MPa) e minori del 35% sotto carichi verticali elevati ($p_m=15$ MPa); gli analoghi valori di $\Delta\gamma$ per $S_1=6$ variano tra il 50% (per $p_m=6$ MPa) e l'80% (per $p_m=15$ MPa).

In figura 112 e figura 113, sono sinteticamente mostrati i principali risultati dell'analisi sotto carichi orizzontali e sotto la combinazione di carichi verticali e orizzontali. In figura 112 sono riportati i valori massimi, medi aritmetici e medi pesati della deformazione di taglio all'interfaccia, in funzione del fattore di forma S_1 ; i valori della deformazione di taglio γ_{\max} , γ_{arit} , γ_w , sono adimensionalizzati rispetto alla deformazione globale applicata all'isolatore, γ_d pari a 100, 200 e 300%.

Piuttosto banalmente si può osservare che il valore medio pesato γ_w risulta prossimo al valore della deformazione applicata, indipendentemente dalla sua entità e dal fattore di forma. Inoltre si può notare che il valore della deformazione massima adimensionale (γ_{\max}/γ_d) si trova tra il 175% ed il 200% per deformazioni γ_d pari al 100%, mentre è dell'ordine del 150% per γ_d pari al 200% e 300%, indipendentemente dal fattore di forma.

Infine, la figura 113 sintetizza i principali risultati ottenuti dall'analisi sotto la combinazione di carichi verticali ed orizzontali. Il diagramma fornisce nuovamente i valori massimi, medio aritmetico e medio pesato della deformazione di taglio, adimensionalizzata rispetto alla deformazione di taglio applicata, pari al 100%; i valori sono riportati in funzione del fattore di forma primario per tre pressioni verticali di riferimento, p_m pari a 3, 9 e 15 MPa.

Dai grafici si deduce che il valore medio pesato della deformazione all'interfaccia è prossimo al valore della deformazione applicata, indipendentemente dal fattore di forma e dalla pressione verticale,

congruentemente a quanto ottenuto per i soli carichi orizzontali. Al contrario, i valori massimi seguono il trend osservato per soli carichi verticali, dipendendo fortemente dal fattore di forma e dal carico verticale applicato. Ad esempio, per $S_1=12$ e $p_m=3$ MPa, la massima deformazione di taglio è approssimativamente il doppio di quella applicata, mentre per il modello con $S_1=12$ e $p_m=15$ MPa, la massima deformazione di taglio risulta essere circa quattro volte la deformazione applicata.

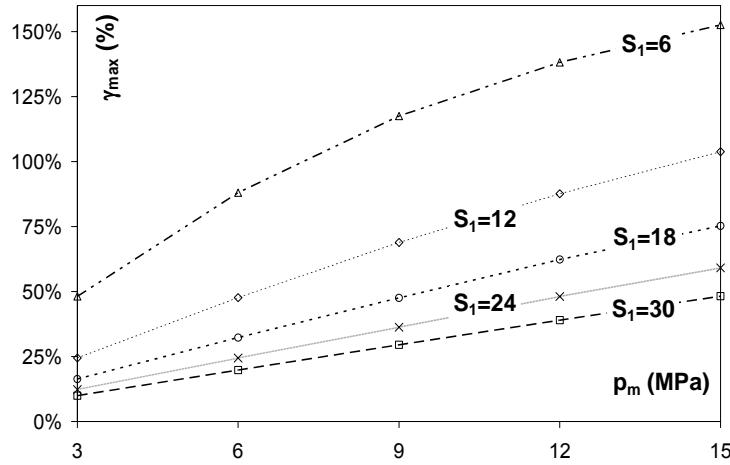


figura 110. Dispositivi con $S_1=6-30$: massima deformazione di taglio all'interfaccia sotto carichi verticali, per i cinque modelli soggetti a varie pressioni verticali p_m ; $S_1=6, 12, 18, 24, 30$

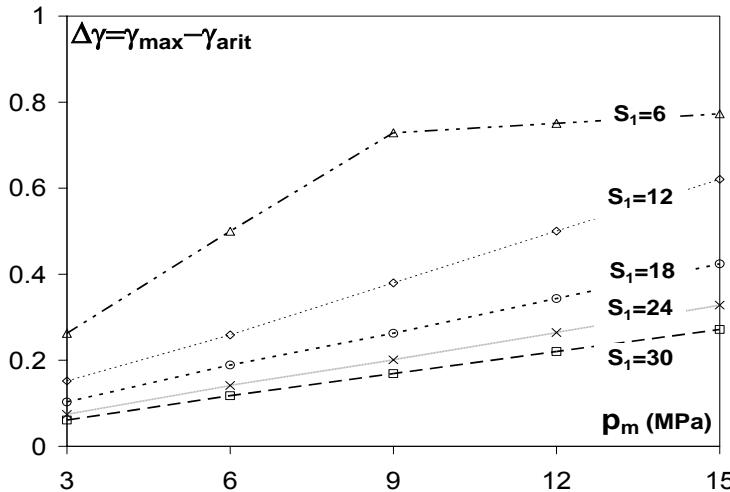


figura 111. Dispositivi con $S_1=6-30$: differenza tra in valore massimo e medio aritmetico della deformazione di taglio sotto carico verticale, in funzione di p_m ; $S_1=6, 12, 18, 24, 30$

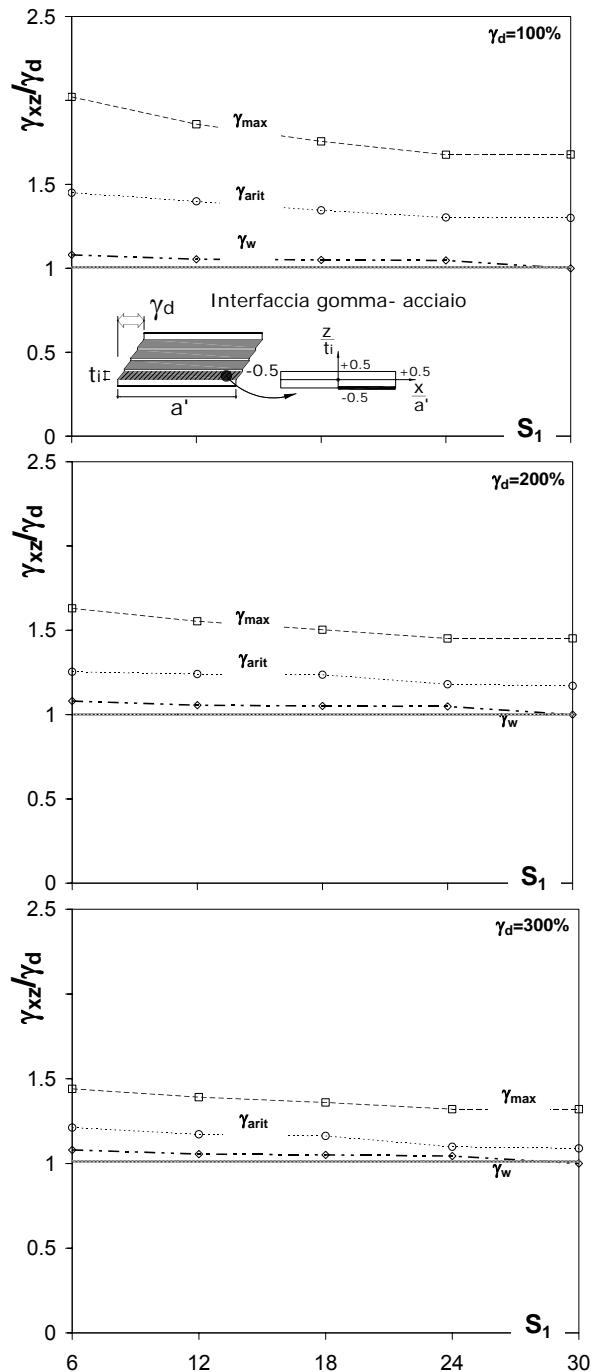


figura 112. Dispositivi con $S_1=6-30$: valore massimo, medio aritmetico, e medio pesato (γ_{\max} , γ_{arit} , γ_w) della deformazione all'interfaccia gomma-acciaio sotto carichi orizzontali per i 5 fattori di forma S_1 ($\gamma_d=100, 200, 300\%$)

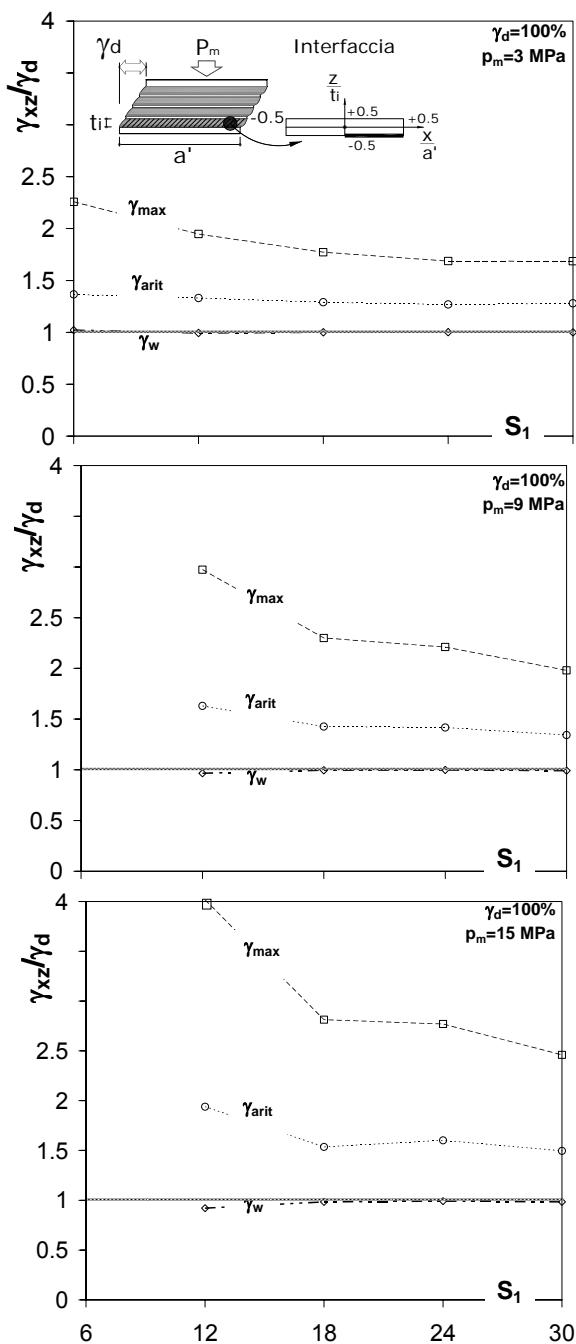


figura 113. Dispositivi con $S_1=6-30$: valore massimo, medio aritmetico, e medio pesato della deformazione di taglio adimensionalizzate alla deformazione applicata (γ_{\max}/γ_d , $\gamma_{\text{arit}}/\gamma_d$, γ_w/γ_d) all'interfaccia gomma-acciaio sotto la combinazione dei carichi verticali e orizzontali, in funzione del fattore di forma S_1 ; $\gamma_d=100\%$ ($p_m=3, 9, 15 \text{ MPa}$)

7.2 DISCUSSIONE DEI RISULTATI RELATIVI ALL'INFLUENZA DEL FATTORE DI FORMA SECONDARIO ($S_2=1.51-6.15$)

Per quanto riguarda i risultati ottenuti dall'analisi della seconda serie di isolatori elastomerici, cioè a fattore di forma secondario S_2 variabile tra 1.51 e 6.15, di seguito si riportano i diagrammi riepilogativi delle condizioni deformative e delle condizioni di snervamento delle piastre interne di acciaio sotto carichi verticali e orizzontali.

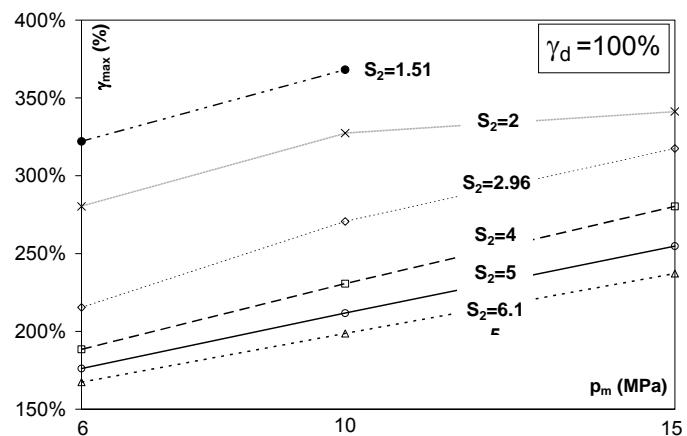


figura 114. Dispositivi con $S_2=1.51-6.15$: massima deformazione di taglio all'interfaccia acciaio-gomma sotto carichi verticali+orizzontali, per i sei modelli p_m (6, 10, 15MPa) ; $\gamma_d=100\%$; $S_2=6.15-1.15$

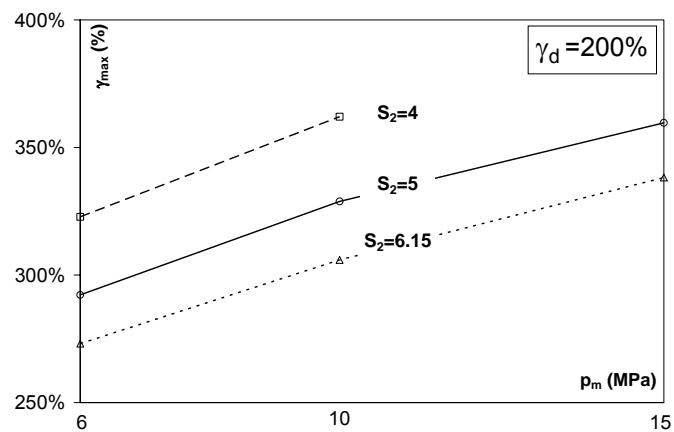


figura 115. Dispositivi con $S_2=1.51-6.15$: massima deformazione di taglio all'interfaccia acciaio-gomma sotto carichi verticali+orizzontali, per i sei modelli p_m (6, 10, 15MPa) ; $\gamma_d=200\%$; $S_2=6.15-1.15$

In figura 114 sono riportate le massime deformazioni di taglio che si sono rilevate nella gomma dei dispositivi analizzati sotto l'azione dei carichi verticali ed orizzontali. In particolare si riporta la massima deformazione di taglio all'interfaccia acciaio-gomma sotto carichi verticali ed orizzontali, per i sei modelli ($S_2=6.15-1.15$) a diverse pressioni medie verticali p_m (6, 10, 15MPa) ed ad una deformazione di taglio applicata γ_d pari al 100%. Si nota che, per la combinazione dei carichi verticali ed orizzontali, la deformazione massima può assumere valori molto più alti della deformazione orizzontale applicata. Ad esempio al 100% di deformazione applicata, per l'isolatore più stabile ($S_2=6.15$; $S_1=20$) la deformazione massima risulta pari a circa 1.7 volte la deformazione applicata con 6MPa di pressione verticale, e pari a circa 2.4 volte la deformazione applicata con 15MPa di pressione verticale. Per l'isolatore più instabile ($S_2=1.51$; $S_1=20$), con la stessa deformazione orizzontale applicata, la deformazione massima risulta pari a circa 3.3 volte la deformazione applicata con 6MPa di pressione verticale, e pari a circa 3.7 volte la deformazione applicata con 10MPa di pressione verticale; il dato a 15MPa non risulta disponibile dalle analisi per problemi di convergenza.

Anche nel caso in cui la deformazione di taglio applicata aumenta (figura 115), si nota una riduzione della differenza tra essa e la deformazione massima. Ad esempio, al 200% di deformazione applicata, per l'isolatore più stabile ($S_2=6.15$; $S_1=20$) la deformazione massima risulta pari a circa 1.35 volte la deformazione applicata con 6MPa di pressione verticale, e pari a circa 1.7 volte la deformazione applicata con 15MPa di pressione verticale media. Dal diagramma si nota inoltre la grande difficoltà nell'ottenere i risultati FEM già a deformazioni orizzontali applicate pari al 200% per isolatori con $S_2<4$.

In figura 116 si riporta il rapporto tra la massima deformazione di taglio all'interfaccia acciaio-gomma riscontrata nelle analisi sotto carichi verticali+orizzontali ed il massimo valore del γ_d applicato, a pressioni verticali medie p_m pari a 6, 10 e 15MPa. Si nota che ad una pressione verticale media di 10MPa, la deformazione massima risulta pari a circa 4 volte la deformazione applicata per l'isolatore più instabile ($S_2=1.51$; $S_1=20$), pari a circa 2.3 volte la deformazione applicata per l'isolatore con $S_2=2.96$; e pari a circa 1.3 volte la deformazione applicata per l'isolatore più stabile ($S_2=6.15$; $S_1=20$).

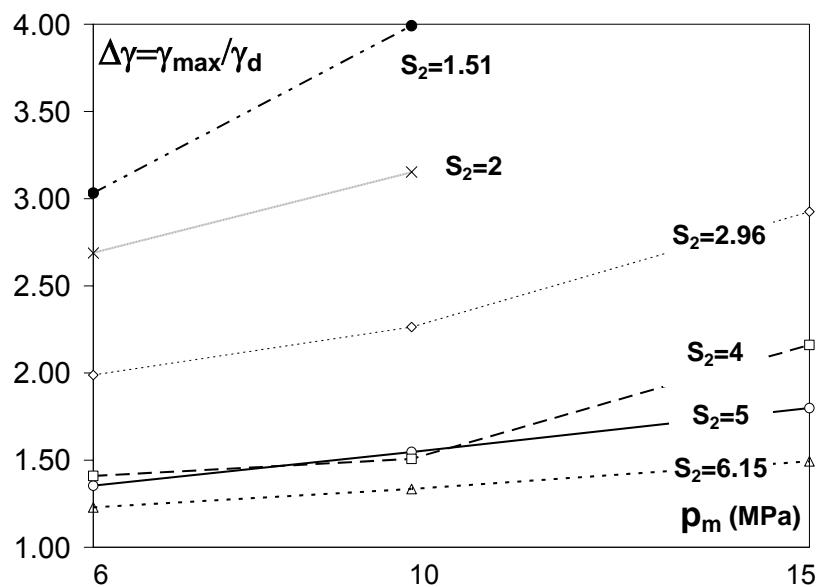


figura 116. Dispositivi con $S_2=1.51-6.15$: massima deformazione di taglio all'interfaccia acciaio-gomma sotto carichi verticali+orizzontali adimensionalizzata al massimo γ_d applicato; p_m (6, 10, 15MPa); $S_2=6.15-1.15$

In figura 117 ed in figura 118 è raffigurata la condizione di incipiente plasticizzazione delle piastre di acciaio interne ai dispositivi analizzati. Nella figura 117 i diagrammi riportano sull'asse delle ascisse il valore dello spostamento orizzontale in mm; nella figura 118 i diagrammi riportano sull'asse delle ascisse il valore dello spostamento orizzontale adimensionalizzato al valore del diametro del dispositivo (d/D). Nei diagrammi, sono riportate le curve globali forza-spostamento, o forza-spostamento adimensionalizzato, per la combinazione dei carichi verticali ed orizzontali dei sei dispositivi della seconda serie ($S_2=1.51-6.15$) a due diversi livelli di pressione media verticale p_m (6 e 15MPa). Con un punto di colore nero si è indicata la incipiente plasticizzazione delle piastre di acciaio interne. Si nota che ad una pressione media di 6MPa, lo snervamento delle piastre interne si verifica al 200% (d/D circa 30%) di deformazione orizzontale nel caso dell'isolatore con $S_2=6.15$, ed al 100% (d/D circa 65%) di deformazione orizzontale nel caso dell'isolatore con $S_2=1.51$. Per gli isolatori con S_2 pari a

5, 4 e 3 si osserva che la plasticizzazione delle piastre si verifica in corrispondenza di uno spostamento molto simile, pari a 150mm, corrispondente ad un d/D pari al 38% e a γ_d pari a 187%, 150% e 110%, rispettivamente.

Ad una pressione media di 15MPa, lo snervamento delle piastre interne si verifica al 100% (d/D circa 20%) di deformazione orizzontale nel caso dell'isolatore con $S_2=6.15$, ed al 75% (d/D circa 50%) di deformazione orizzontale nel caso dell'isolatore con $S_2=1.51$.

Aspetti molto importanti che riguardano il comportamento degli isolatori elastomerici sono sicuramente l'aderenza tra acciaio e gomma, e la cavitazione per trazione in quest'ultima. Sono importanti quindi, oltre che le tensioni tangenziali, le tensioni di trazione nella gomma dovute all'azione della combinazione dei carichi verticali ed orizzontali.

In figura 119 sono riportati i modelli dei dispositivi analizzati con l'indicazione delle pressioni nella gomma sottoforma di mappe tensionali. I dispositivi raffigurati sono soggetti ad una deformazione di taglio applicata pari a $\gamma_d=100\%$, corrispondente a valori dello spostamento diversi in quanto risulta essere diversa, per ognuno dei sei dispositivi considerati, l'altezza totale della gomma t_e . Si nota dalla figura che nelle zone in cui si individuano le trazioni, nell'isolatore più stabile con $S_2=6.15$, si verificano tensioni di trazione nella gomma pari a 1MPa al 100% di deformazione laterale applicata, pari a 3.3MPa al 200% di deformazione laterale applicata, e pari a 7.3MPa al 300% di deformazione laterale applicata.

Nell'isolatore più instabile con S_2 pari a 1.51, si verificano tensioni di trazione nella gomma pari a 7.3MPa già al 100% di deformazione laterale applicata.

In figura 120 sono stati diagrammati i risultati relativi alle tensioni di trazione nella gomma, sia per pressione verticale media pari a 6MPa, sia per pressione verticale media pari a 15MPa. I risultati si riferiscono al 100, 200 e 300% di deformazione orizzontale applicata. Dai diagrammi si evidenzia che le tensioni di trazione nella gomma, potenziali causa di rottura del dispositivo per perdita di aderenza o per cavitazione, aumentano al ridursi del fattore di forma secondario S_2 , e per $S_2 \geq 3$ non dipendono dalla pressione media verticale applicata.

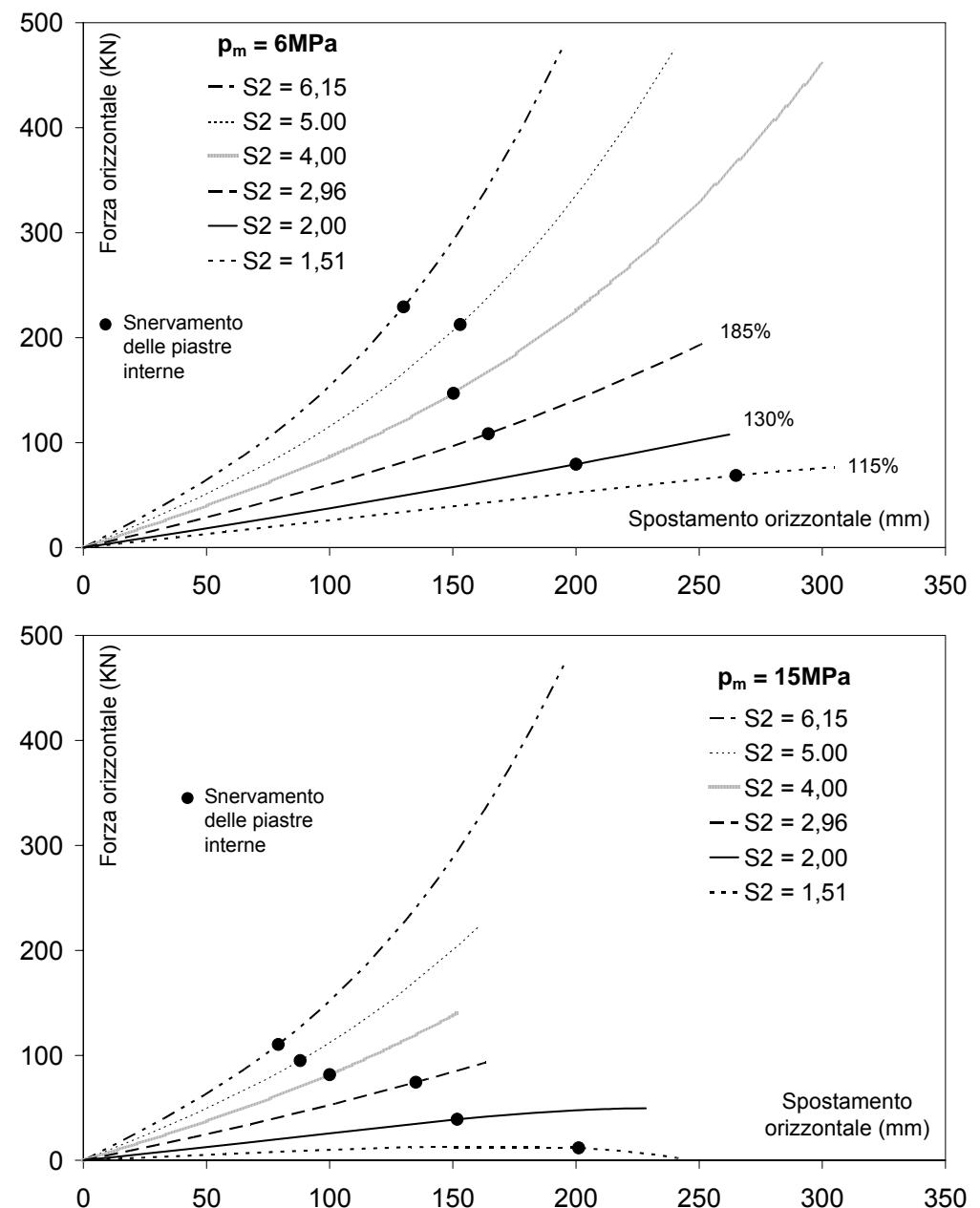


figura 117. Dispositivi con $S_2=1,51-6,15$: curve globali F-d dei sei dispositivi con indicazione del primo snervamento delle piastre di acciaio interne sotto carichi verticali+orizzontali p_m (6, 15 MPa) ; $S_2=6,15-1,51$

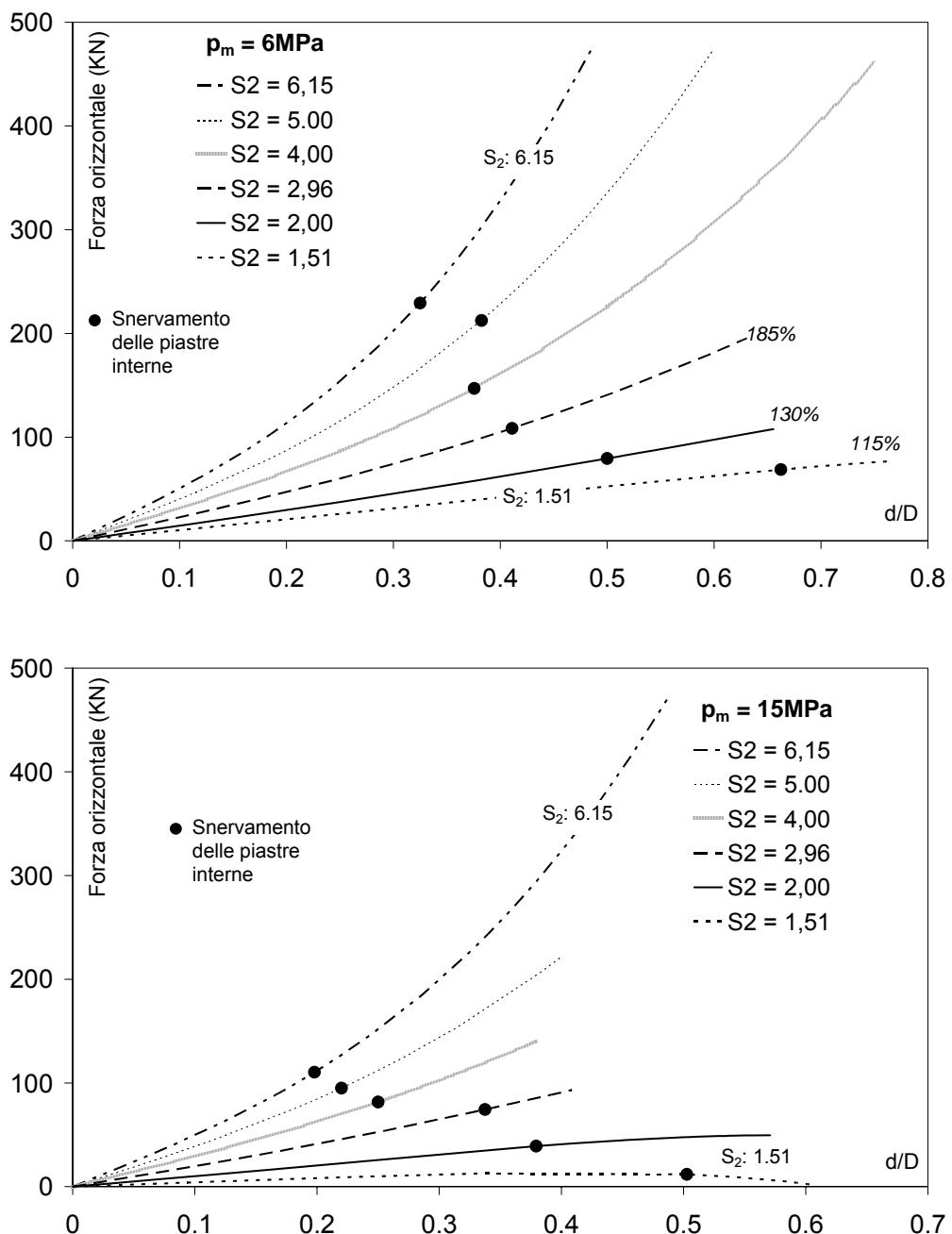


figura 118. Dispositivi con $S_2=1.51-6.15$: curve globali $F-(d/D)$ relativi ai sei dispositivi con indicazione del primo snervamento delle piastre di acciaio interne sotto carichi verticali+orizzontali p_m (6, 15MPa) ; $S_2=6.15-1.15$

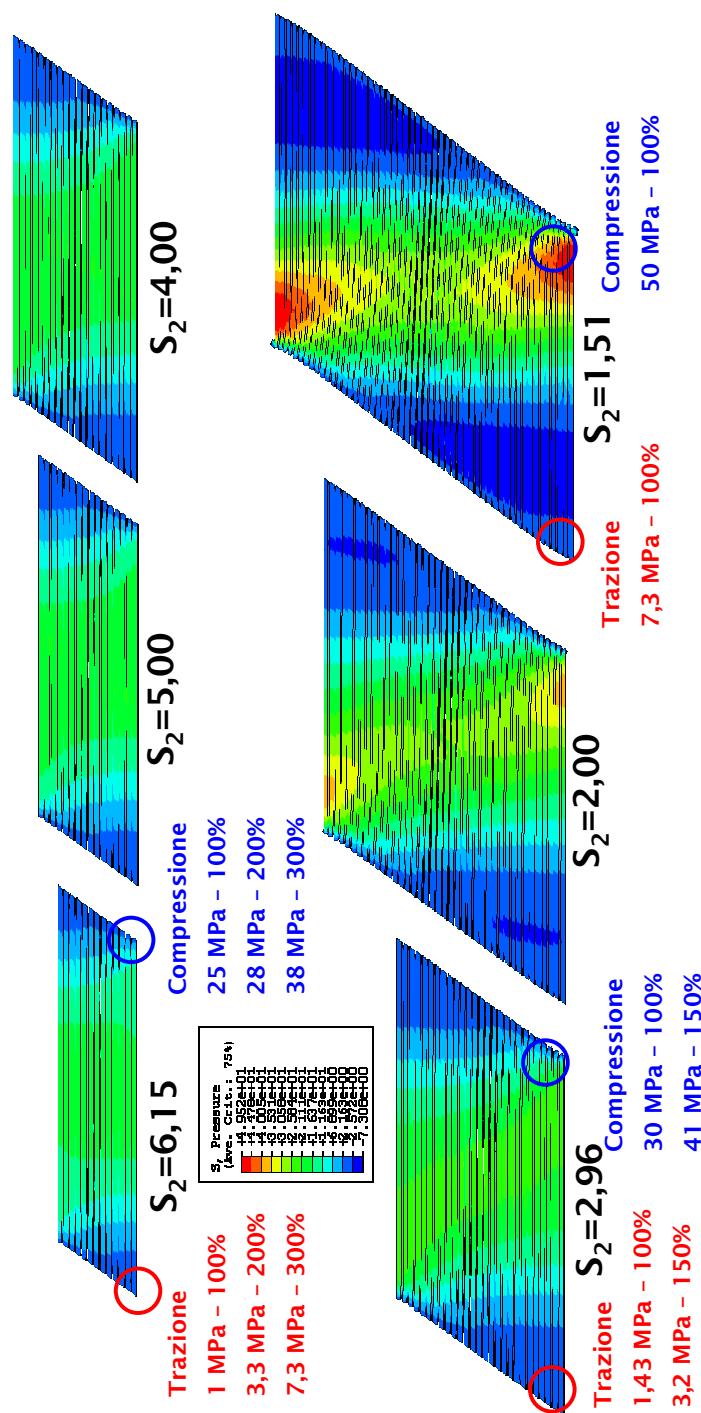


figura 119. Dispositivi con $S_2=1,51-6,15$: tensione idrostatica di trazione e di compressione nella comma dei sei dispositivi considerati, per carichi verticali+orizzontali p_m (10MPa) , $S_2=6,15-1,15$; $\gamma_d=100\%$

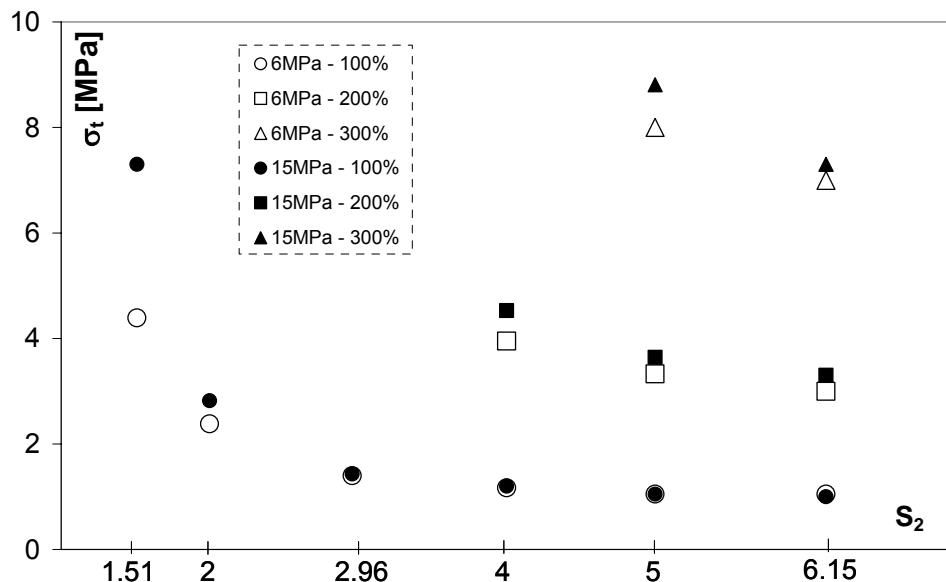


figura 120. Dispositivi con $S_2=1.51-6.15$: Tensione massima di trazione nella gomma per i sei dispositivi per carichi verticali+orizzontali p_m (6, 15 MPa) ; $S_2=6.15-1.15$; $\gamma_d=100, 200, 300\%$.

Capitolo 8

Conclusioni

La tesi tratta l'effetto dei carichi verticali elevati sul comportamento dei dispositivi elastomerici di isolamento sismico e le conseguenti implicazioni progettuali.

Per l'analisi del problema si è partiti dagli studi teorici sull'elasticità della gomma che adottano il classico approccio fenomenologico per la caratterizzazione dei materiali elastomerici (iperelastici) attraverso la definizione di opportune rappresentazioni matematiche della funzione densità di energia di deformazione. Si sono studiati i diversi modelli iperelastici presenti in bibliografia per la caratterizzazione del comportamento delle gomme, con particolare attenzione ai diversi parametri che caratterizzano le diverse forme della funzione densità di energia di deformazione.

Successivamente si è affrontato il problema relativo al vincolo di incompressibilità o quasi incompressibilità della gomma, che crea non pochi problemi nelle soluzioni di tipo numerico; tale vincolo in una soluzione numerica si traduce in genere in valutazioni incorrecte dello stato tensionale. L'introduzione del vincolo cinematico di incompressibilità rende la parte volumetrica del campo delle tensioni, la pressione idrostatica, disaccoppiata dal campo di spostamenti e conseguentemente indeterminata; il campo di tensioni resta così definito a meno di una costante. Inoltre, l'esistenza di una singolarità nelle equazioni di equilibrio rende il problema difficile da risolvere. Considerando il materiale quasi incompressibile, queste considerazioni risultano meno ovvie dal momento che in questo caso la condizione di quasi-incompressibilità è un problema solo del modello

numerico e non di quello meccanico; le difficoltà che si incontrano sono, pertanto, esclusivamente di natura numerica e riguardano malcondizionamenti della matrice di rigidezza, fenomeni di bloccaggio (locking) e presenza di risultati incorretti. Il problema si è affrontato attraverso lo studio della formulazione mista nella quale le incognite del problema sono costituite simultaneamente da variabili statiche e cinematiche e conseguentemente le condizioni di equilibrio e di congruenza sono approssimate indipendentemente; l'applicazione di questa formulazione che si è considerata, è quella a due campi di variabili u/p nella quale i campi di variabili sono costituiti dagli spostamenti u e dalla pressione idrostatica p . Tale formulazione consente di scegliere il grado di interpolazione della variabile p , che determina l'accuratezza e la convergenza dei modelli agli elementi finiti (FEM) in cui essa viene utilizzata.

Si comprende quindi che il comportamento della gomma è sicuramente molto complesso e anche se in letteratura esistono molti lavori che trattano il materiale elastomerico, pochi contributi riguardano l'analisi FEM dello stato tensio deformativo in dispositivi elastomerici confinati come gli isolatori HDRB.

Per studiare lo stato tensio deformativo in dispositivi elastomerici confinati, e per valutare l'influenza di diversi parametri (geometrici e meccanici) sulla loro risposta locale e globale, sono stati studiati modelli di calcolo analitici e numerici, con particolare attenzione alla modellazione FEM attraverso l'utilizzo del codice di calcolo Abaqus descritto nel capitolo 5, ed è stata condotta una analisi parametrica.

L'analisi parametrica FEM è stata realizzata attraverso la modellazione dei dispositivi elastomerici e la calibrazione del modello sulla base di risultati sperimentali su dispositivo reale; in particolare, la modellazione dei dispositivi in gomma risulta essere molto complessa date le elevate deformazioni in gioco e il comportamento non lineare iperelastico, quasi del tutto incompressibile, del materiale elastomerico. Nella calibrazione del modello sono stati considerati, per la gomma, diversi modelli iperelastici attualmente disponibili in bibliografia e sono state considerate diverse tipologie di modellazione (piana, assalsimmetrica e solida).

Dallo studio della meccanica dei dispositivi elastomerici sono stati identificati nei fattori di forma primario S_1 e secondario S_2 i due parametri che

governano il comportamento sotto l'azione dei carichi verticali ed orizzontali. Questi fattori, che controllano rispettivamente l'instabilità locale e globale del dispositivo, sono stati assunti quali principali parametri nell'ambito dell'analisi parametrica condotta.

Sono state effettuate circa 200 analisi, nelle quali sono stati considerati valori del fattore di forma primario S_1 pari a 6, 12, 18, 24, 30, valori del fattore di forma secondario S_2 pari a 1.51, 2, 2.96, 4, 5, 6.15, pressioni verticali fino a 15MPa e deformazioni orizzontali fino al 300%. I dispositivi sono stati analizzati sotto differenti condizioni di carico: solo carichi verticali, solo carichi orizzontali e combinazione di carichi verticali e orizzontali.

I risultati delle analisi FEM mostrano che il fattore di forma primario è il parametro che governa il comportamento meccanico dell'isolatore elastomerico sotto carichi verticali. Per dispositivi caratterizzati da fattori di forma bassi (minori di 18), si osservano infatti sensibili concentrazioni tensionali e valori molto elevati delle deformazioni di taglio in corrispondenza delle zone di bordo, all'interfaccia tra elastomero e acciaio.

Si è osservato che i valori massimi locali delle tensioni e delle deformazioni si discostano in maniera non trascurabile da quelli deducibili da formule di verifica e progetto correntemente fornite dalle normative, e possono pertanto essere causa di rotture locali, per trazione nella gomma o per distacco all'interfaccia gomma-acciaio. Questi effetti risultano particolarmente accentuati quando il dispositivo è soggetto a carichi verticali notevoli, a partire da pressioni medie dell'ordine di 9 MPa.

Con riferimento all'influenza del fattore di forma secondario S_2 , le analisi hanno mostrato che negli isolatori con basso fattore di forma ($S_2 < 3$), la gomma presenta elevate deformazioni locali e concentrazioni di sforzo sotto l'azione combinata dei carichi verticali ed orizzontali (deformazioni pari anche a 4 volte la deformazione orizzontale applicata, corrispondente circa al doppio dei valori riscontrati negli isolatori con $S_2 \geq 3$).

Per quanto riguarda le piastre di acciaio interne si è osservato che lo snervamento risulta fortemente anticipato negli isolatori con S_2 molto basso, mentre per tutti i dispositivi con $S_2 \geq 3$ tale condizione si verifica all'incirca in corrispondenza dello stesso spostamento orizzontale imposto, pari a circa 150mm (d/D pari al 38%) e circa 80mm (d/D pari al 20%) rispettivamente per pressioni verticali medie pari a 6 e 15MPa.

Dalle analisi risulta che le tensioni di trazione nella gomma, potenziali causa di rottura del dispositivo per perdita di aderenza o per cavitazione, aumentano al ridursi del fattore di forma secondario S_2 , e per $S_2 \geq 3$ non dipendono dalla pressione media verticale applicata.

Il lavoro ha inoltre evidenziato la necessità di conferme sperimentali a supporto e integrazione delle analisi nei casi di problemi di convergenza numerica, e per l'approfondimento delle modalità di collasso (locali e globali) dei dispositivi elastomerici sotto carichi verticali elevati.

Da quanto detto, appare evidente che le condizioni di lavoro sotto sisma di isolatori caratterizzati da basso valore dei fattori di forma S_1 e S_2 e progettati per elevate pressioni verticali, possono essere molto gravose in termini di risposta locale.

Sembra quindi conveniente che le attuali normative per gli isolatori in gomma, che derivano da studi, analisi e sperimentazioni effettuate considerando livelli di carico verticale sugli isolatori molto bassi (intorno a 6 MPa), tengano conto di questi risultati, seppure in forma semplificata, attraverso la esplicita definizione di valori limite della tensione a breve e a lungo termine in funzione dei fattori di forma primario S_1 e secondario S_2 . In maniera ancora più immediata, sarebbe almeno opportuno suggerire l'utilizzo di isolatori con fattori di forma $S_1 \geq 18$ ed $S_2 \geq 3$ in presenza di elevati carichi verticali (maggiori di 6 MPa).

Questi risultati sembrano molto importanti visto che oggi l'isolamento sismico si trova in una fase caratterizzata da nuovi campi di applicazione che conducono a condizioni di lavoro per i dispositivi elastomerici particolarmente gravose; infatti, in queste applicazioni gli isolatori sono soggetti ad elevate pressioni verticali medie (fino a 15 MPa) e a grandi spostamenti orizzontali (fino a $\gamma=300\%$).

Bibliografia

- AASHTO [1999] Guide Specifications for Seismic Isolation Design, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington D.C., USA.
- Aiken I. D., Kelly J. M., Clark P. W., Tamura K., Kikuchi M, Itoh T., [1992] "Experimental studies of the mechanical characteristics of three types of seismic isolation bearings", *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain.
- BCJ [2000] "The Building Standard Law of Japan" *Building Center of Japan*, Japan.
- EC8 [2003] "Eurocode 8 - Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures", *CEN European Committee for Standardisation*, Part 1.1 prEN1998-1., Draft January 2003, Brussels.
- Clark P. W., Aiken I. D., Nakashima M., Miyazaki M., Midorikawa M. [1999] "The 1995 Kobe (Hyogo-ken Nanbu), earthquake as a trigger for implementing new seismic design technologies in Japan", *Lessons learned over time, learning from earthquakes*, Volume III, Earthquake Engineering Research Institute, Japan.
- de Borst R., van de Bogert P.A.J., Zeilmaker j.[1988], "Modelling and analysis of rubberlike materials," *Heron* **33**: 1-57.
- De Luca A., Serino G. [1988] "L'approccio energetico nella progettazione sismica" – *Ingegneria sismica* **3**/1988.
- De Luca A., Serino G. [1989] "Nuovi sistemi strutturali per la difesa dal rischi sismico" – *Ingegneria sismica* **1**: 3-18.
- De Luca A., Imbimbo M., Mele E. [1994], "analisi tensionale agli elementi finiti di un dispositivo elastomerico soggetto a carico assiale," In: *Proceedings of the XXII Convegno A.I.A.S.*, Rende, Italy.
- De Luca A., Imbimbo M. [1997] "F.E. stress analysis of rubber bearings under axial loads," *Computers and Structures* **68**: 31-39.
- Dolce M., Forni M. and Martelli A [2006]. World report - Italy, in Response Control and Seismic Isolation of Buildings, Taylor & Francis, NY, USA, schede allegate.

- FEMA 274 [1997] "NEHRP Commentary on the NEHRP Guidelines for the seismic Rehabilitation of Building", Washington, DC.
- Gent A. N., Lindley P. G., [1958] "Internal rupture of bonded rubber. cylinders in tension" Proceeding Royal Society London", Ser. A. 249(95).
- Gent A.N., Lindley P.B. [1959] "The compression of bonded rubber blocks," *Proc Instn Mech Engrs* **173**(3):111-17.
- Gent A. N., Meinecke E. A. [1970] "Compression, bending and shear of bonded rubber blocks," *Polymer Engineering and Science* **10**(2): 48–53.
- Hamaguchi H., Higashino M., Iiba M., Kani N., Kasai K. and Midorikawa M. [2006]. World report - Japan, in Response Control and Seismic Isolation of Buildings, Taylor & Francis, NY, USA, chap. 5.3.
- Hibbitt, Karlsson and Sorenson [2003] "Abaqus theory manual v. 6.4" U.S.A.
- Higashino, M., Hamaguchi, H., Minewaki, S., Aizawa, S. [2003] "Basic characteristics and durability of low-friction sliding bearing for base isolation," *Earthquake Engineering and Engineering Seismology*, Vol. 4, No. 1, pp. 95–105.
- IBC [2000] "Seismically isolated structures", *International Code Council*, chapter 16.
- Imbimbo M. [1995], "Stress concentrations and edge effects of laminated rubber bearings," In: *Proceedings of Abaqus Users' Conference*, Newport RI, Usa, 459-72.
- Ishida K., Shiojiri H., Yoneda G., Matsuda A. [1992] "Shaking table test on ultimate behavior of seismic isolation system – Part 2: Response behavior of rubber bearings" Proceedings of the Tenth World Conference on Earthquake Engineering; Madrid, 19-24.
- Katigawa Y., Midorikawa M. [1998] "Seismic isolation and passive response-control buildings in Japan", *Smart Mater. Struct.* **7**: 581-587
- Kawamata S., Nagai K. [1992] "Ultimate deformation capacity of isolators", Tokyo, Japan.
- Kawamura S., Sugisaki R., Ogura K., Maezawa S., Tanaka S., Yajima A. [2000]. „Seismic isolation retrofit in Japan", *12th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada
- Kelly J.M. [1991] "Dynamic and failure characteristics of Bridgestone isolation bearings" *EERC Report no. 1991-04*, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- Kelly J.M. [1993] "Earthquake resistant design with rubber," *Springer-Verlag*, London.
- Kelly T. [2001] "Base Isolation of Structures – Design Guidelines" *Holmes Consulting Group ltd*, Wellington, New Zealand.
- Kelly J.M., Takhirov S.M. [2004] "Analytical and numerical study on buckling of elastomeric bearings with various shape factors" *EERC Report no. 2004-03*, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- Komuro T., Nishikawa Y., Kimura Y. and Isshiki Y. [2005] „Development and realization of base isolation system for high-rise buildings", *Journal of Advanced Concrete Technology* **3** (2): 233-239

- LLGG98 [1998] "Linee guida per il progetto di edifici con isolamento sismico", Servizio Sismico Nazionale, Italy.
- Mayes R. [2006], "State of the Art Technologies Base Isolation and Energy Dissipators Protection of Nonstructural Elements and Contents", 100th Anniversary Earthquake Conference Commemorating the 1906 S. Francisco Earthquake, Tutorial.
- Malkus D.S., Hughes T.J.R. [1978], "Mixed finite element methods-reduced and selective integration techniques: a unification of concepts," *Computer Meth Appl Mech Engng* 11:63-81.
- Masato A., Yoshida J., Fujino Y. [2004] "Multiaxial behaviors of laminated rubber bearings and their modeling. II: Modeling" *Journal of Struct Engng* 130/8:1133-1144.
- Matsuda A et al 2001, "Numerical simulation of the loading tests of laminated rubber bearings" *JSME Int. J. Ser. A* 44:160-6.
- Mele. E, Ciampoli M. [1989] "I dispositivi riduttori delle forze: una nuova strada per la progettazione sismoresistente" *Costruzioni Metalliche* 1/1989.
- Mele E. [1994] "Modellazione e Comportamento di Strutture Isolate alla Base" Tesi di Dottorato, Napoli.
- Miyake H., Ohtani K., Fujimura M., Higashino M., Kibayashi M. [2004]. "Base isolation retrofit work can be done while a building is being occupied and subsequent large-scale addition constructed inside the building", *13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada*
- Mizukoshi K., Yasaka A., Iizuka M., Takabayashi K., [1992] "Failure test of laminated rubber bearings with various shapes", *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam.
- Mooney M. [1940] "A theory of large elastic deformation," *J. Appl. Phys.* 11: 582-597.
- Murota N., Ishizuka H., Yoshizawa T. [1995] "Dynamic and failure properties of high damping rubber bearing under high axial stress", *International Rubber Conference (IRC 95) Kobe, Japan* 15-18.
- Naeim, F., Kelly, J. M. [1999]. *Design of seismic isolated structures - From Theory to Practice*. J. Wiley & Sons, New York.
- Nagtegaal J.C., Parks D.M., Rice J.R. [1974], "On numerically accurate finite element solutions in the fully plastic range," *Computer Meth Appl Mech Engng* 4:153-77.
- Notification 2009 [2000] "Structural calculation procedure for buildings with seismic isolation", *Ministry of Construction*, Japan.
- Notification 1446 [2000] "Standard for specifications and test methods for seismic isolation devices", *Ministry of Construction*, Japan.
- Okamoto S., Kani N., Higashino M., Koshika N., Kimizuka M., Midorikawa M. and Iiba M., [2002]. "Recent developments in seismically isolated buildings in Japan", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1 (2): 213-225
- OPCM 3431 [2005] "Norme tecniche per il progetto la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici". Presidenza del Consiglio dei Ministri, Italy.

- Otani S. [2004]. "Japanese seismic design of high-rise reinforced concrete buildings – an example of performance-based design code and state of practices", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada
- Pan P., Zamfirescu D., Nakashima M., Nakayasu N., Kashiwa H. [2005], "Base-Isolation design practice in Japan: introduction to the post-Kobe approach", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 9, No. 1, 147–71.
- Papouli K.D.P. [1992], "Aspects of the non-linear analysis of elastomeric seismic isolators", *Ph.D. thesis Department of Civil Engineering*, University of California, Berkeley.
- Rivlin R.S., Saunders D.W. [1951] "Large elastic deformation of isotropic materials," *VII Experiments on the deformation of rubber, Philos Trans Royal Soc Lond Ser A* 865, 243:251-288.
- Robinson W.H., Tucker A.G. [1977] "A lead rubber shear damper" *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering* (10) 3:151-153.
- SEAONC [1986] "Tentative Seismic Isolation Design Requirements", The Base Isolation Subcommittee of the SEAONC Seismology Committee, USA.
- Seky W., Fukahory Y., Iseda Y., Matsunaga T. [1987], "A large deformation finite element analysis for multilayer elastomeric bearings," *Rubber Chem Technol* 60:856-69.
- Shimizu Corporation [1991], "Base Isolation and Vibration Control System", *Seismic Isolation and Response Control for Nuclear and non-Nuclear Structures*, Special issue for the exhibition of 11th international conference on structural mechanics in reactor technology, Tokyo, Japan.
- Sueoka T., Torii S., Tsuneki Y. [2004]. "The application of response control design using middle-story isolation system to high-rise building", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada.
- Sussman T., Bathe K.J. [1987], "A finite element formulation for nonlinear incompressible elastic and inelastic analysis" *Computer Struct* 16:1/2.
- Takayama M., Tada H., Tanaka R. [1992], "Finite element analysis of laminated rubber bearings used in base-isolation system," *Rubber Chem Technol* 65:46-62.
- Takayama M., Morita A.K. [2000], "Finite element analysis focused on the flange plates and connecting bolts of rubber bearings" *12WCEE* 1295.
- Takayama M., Morita K. [2004], "Finite element analysis of natural rubber isolator", *JSSI 10th Anniversary Symposium on Performance Response Controlled Buildings*, 2004.
- Takenaka corporation [2006]. Takenaka corporation website: www.takenaka.co.jp.
- UBC [1991] "Earthquake regulations for seismic isolated structures" *International Conference of Building Officials*, chapter 23.
- UBC [1994] "Earthquake regulations for seismic isolated structures" *International Conference of Building Officials*, appendix chapter 16.
- UBC [1997] "Earthquake regulations for seismic isolated structures" *International Conference of Building Officials*, appendix chapter 16.

UNI 6065 [1981] “Elastomeri. Prove su vulcanizzati. Prova di trazione su provini normali e ridotti”, *Ente nazionale italiano di unificazione*.

Yoshida J., Masato A., Yozo F., Hiroshi W. [2004] “Three-dimensional finite-element analysis of high damping rubber bearings” *J. Eng. Mech.* **130/5**:607-620.

Zayas V. A., Low S. S. Mahin S. A. [1987] “The FPS earthquake resisting system: experimental report”, UCB/EERC-87/01, Berkeley, California, USA.

Appendice

Deformate significative dei dispositivi elastomerici Ø400 con S_2 variabile tra 1.51 e 6.15

Elenco delle deformate significative

Deformate per carichi verticali

1. $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$
2. $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$

Deformate per carichi verticali + spostamento orizzontale ($\gamma_d=100\%$)

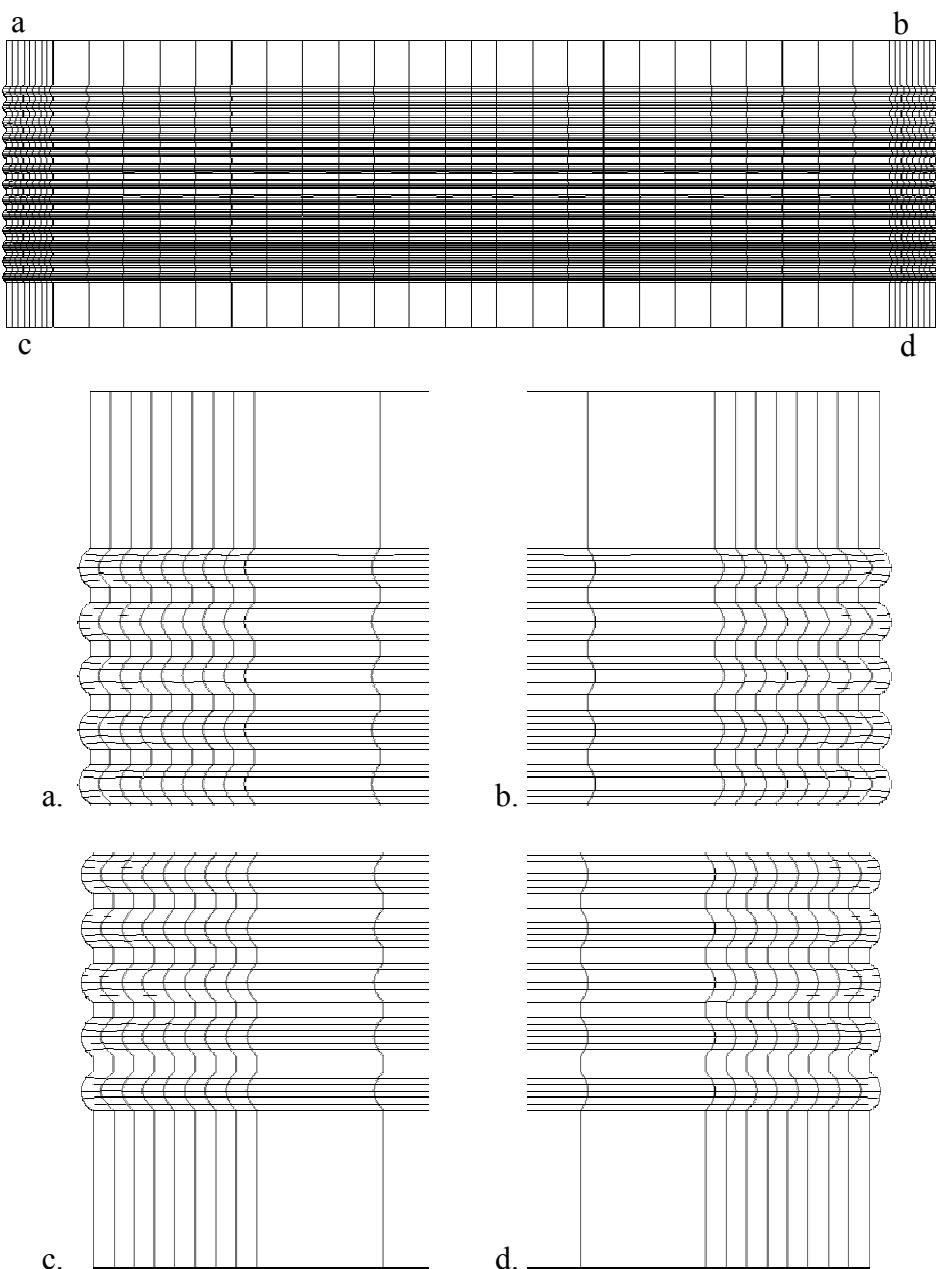
3. $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$
4. $S_2=6.15$; $p_m=10\text{ MPa}$
5. $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$
6. $S_2=2.96$; $p_m=6\text{ MPa}$
7. $S_2=2.96$; $p_m=10\text{ MPa}$
8. $S_2=2.96$; $p_m=15\text{ MPa}$
9. $S_2=1.51$; $p_m=6\text{ MPa}$
10. $S_2=1.51$; $p_m=10\text{ MPa}$
11. $S_2=1.51$; $p_m=15\text{ MPa}$; $\gamma_d=91\%$ (instabile)

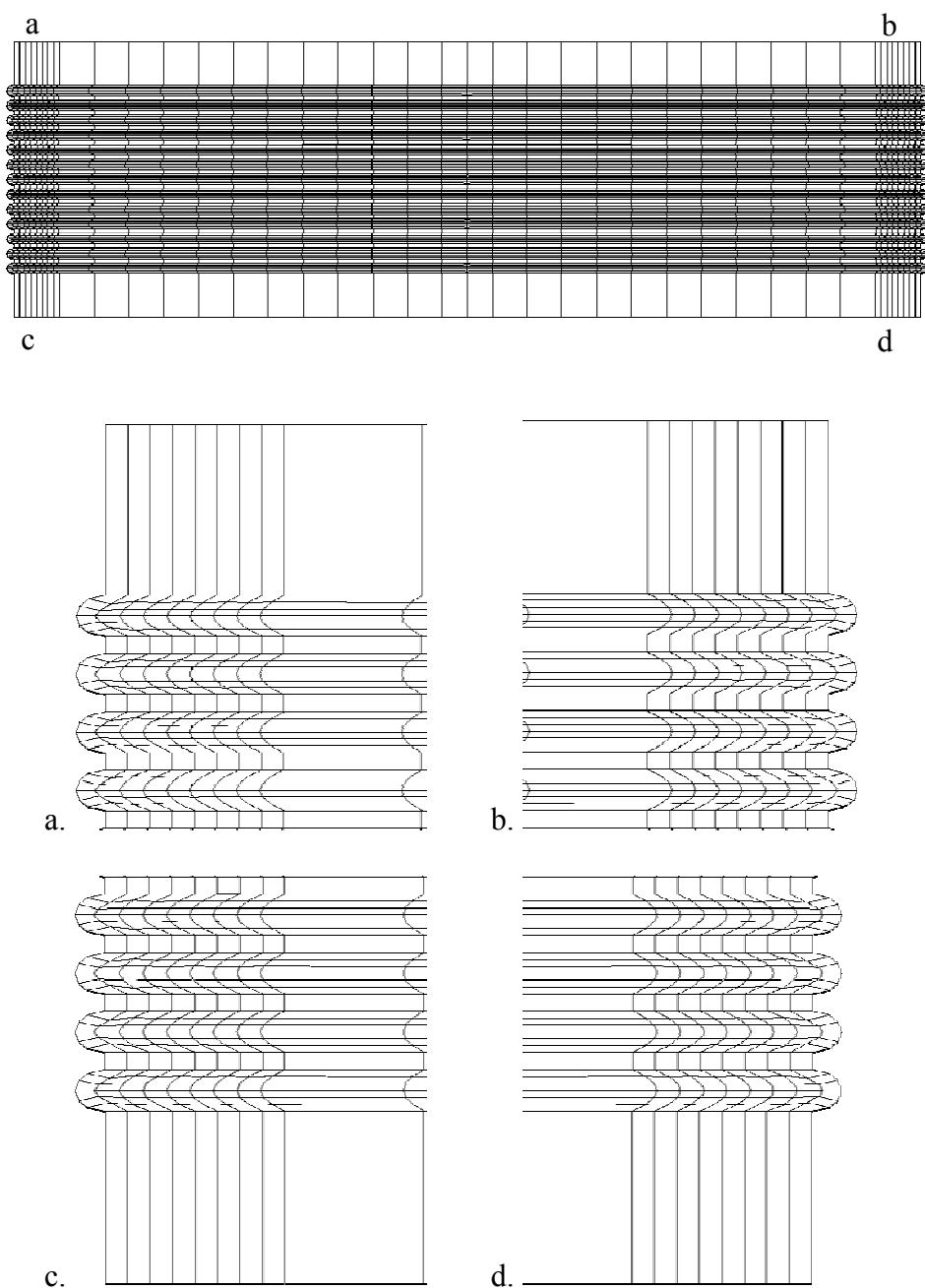
Deformate per carichi verticali + spostamento orizzontale ($\gamma_d=200\%$)

12. $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$
13. $S_2=6.15$; $p_m=10\text{ MPa}$
14. $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$
15. $S_2=4$; $p_m=6\text{ MPa}$
16. $S_2=4$; $p_m=10\text{ MPa}$

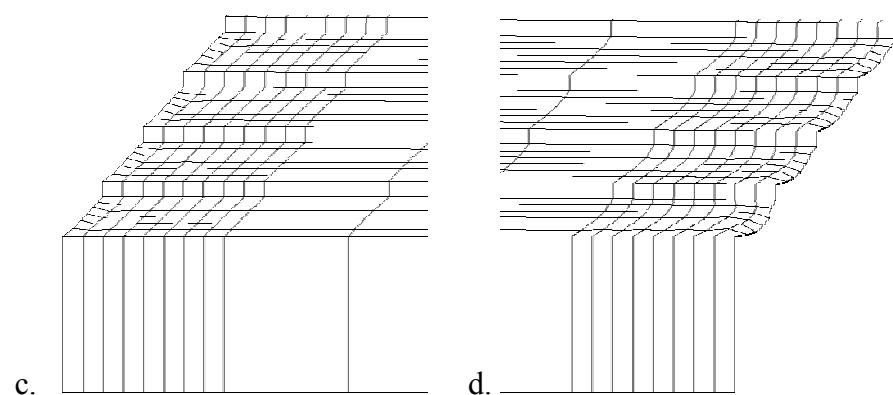
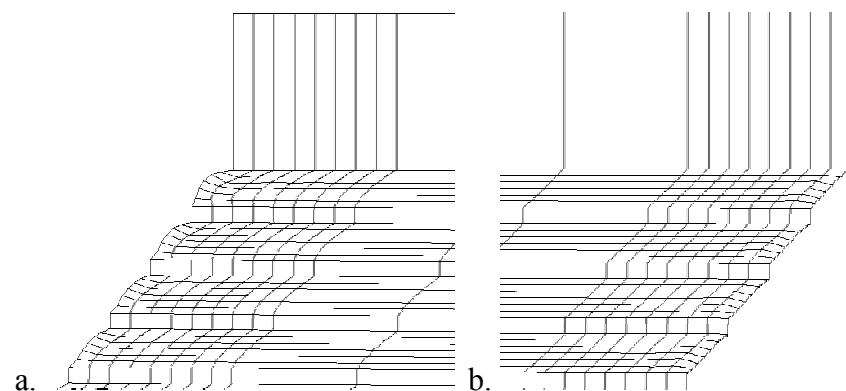
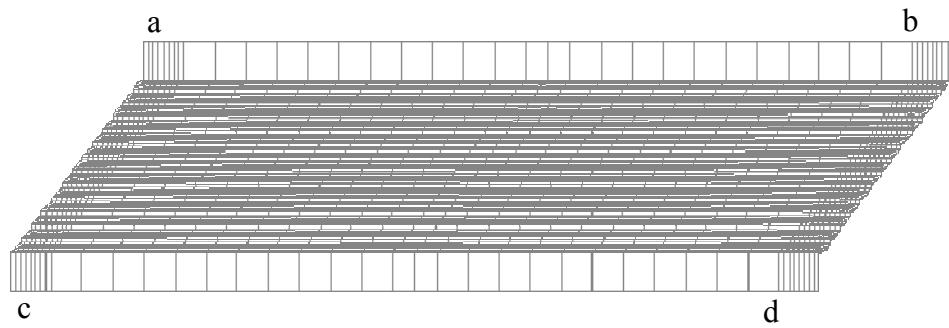
Deformate per carichi verticali + spostamento orizzontale ($\gamma_d=300\%$)

17. $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$
18. $S_2=6.15$; $p_m=10\text{ MPa}$
19. $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$

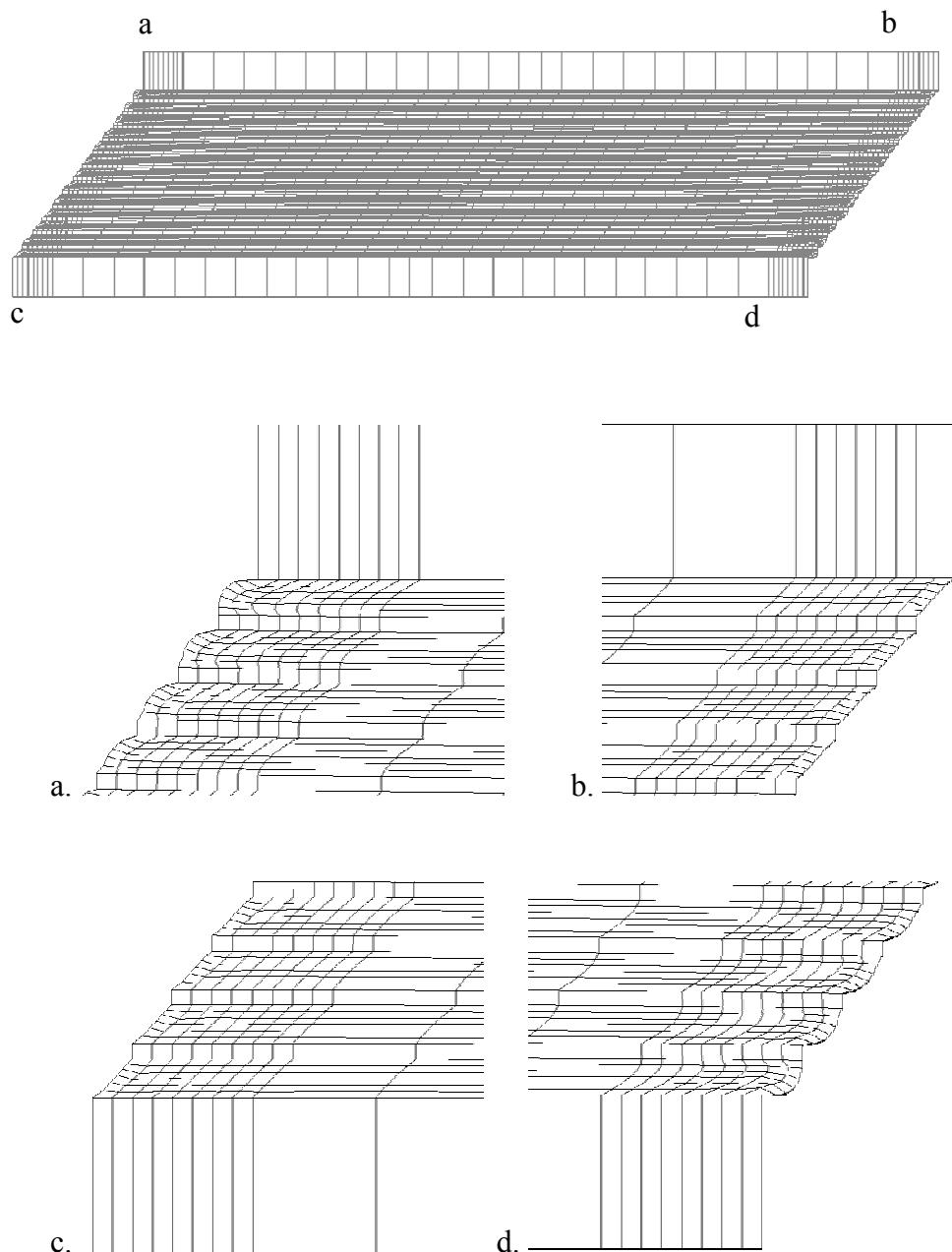
1. Deformata per CV - S2=6.15 ; pm=6MPa

2. Deformata per CV - $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$ 

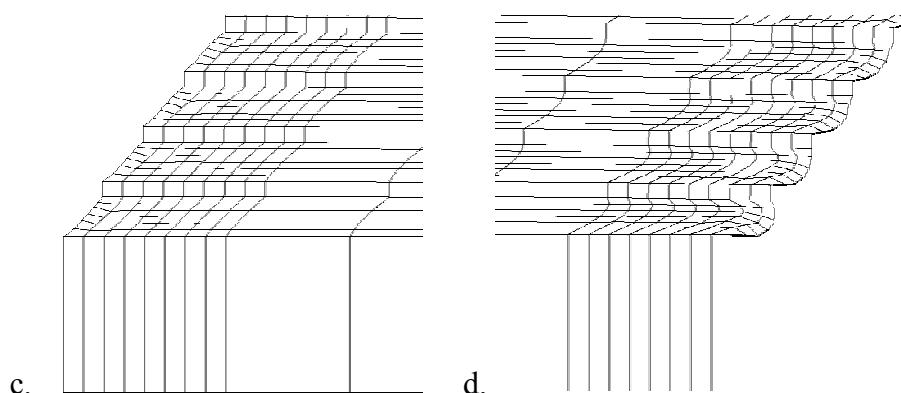
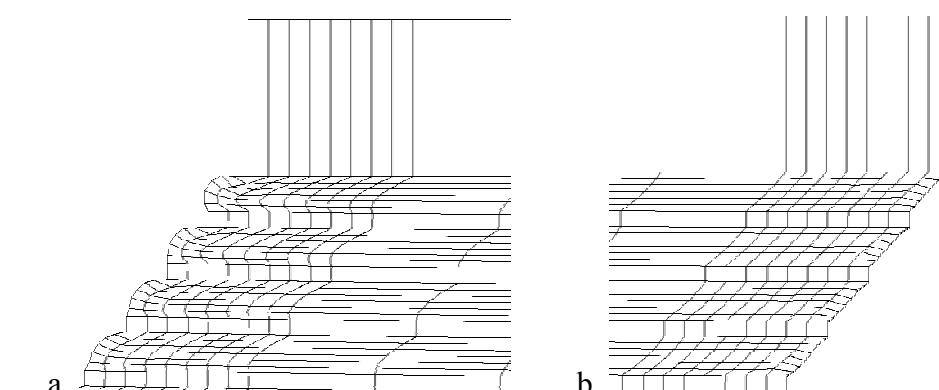
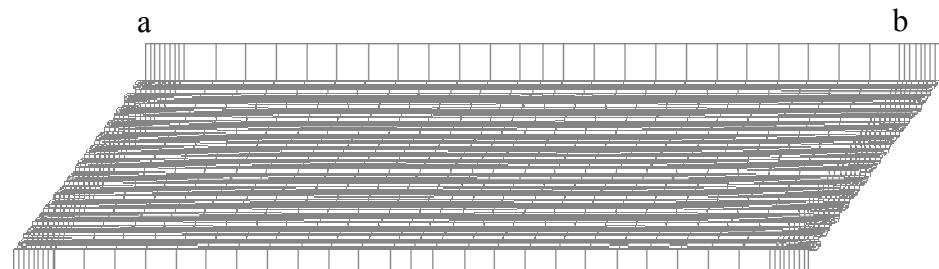
**3. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 16\%$**



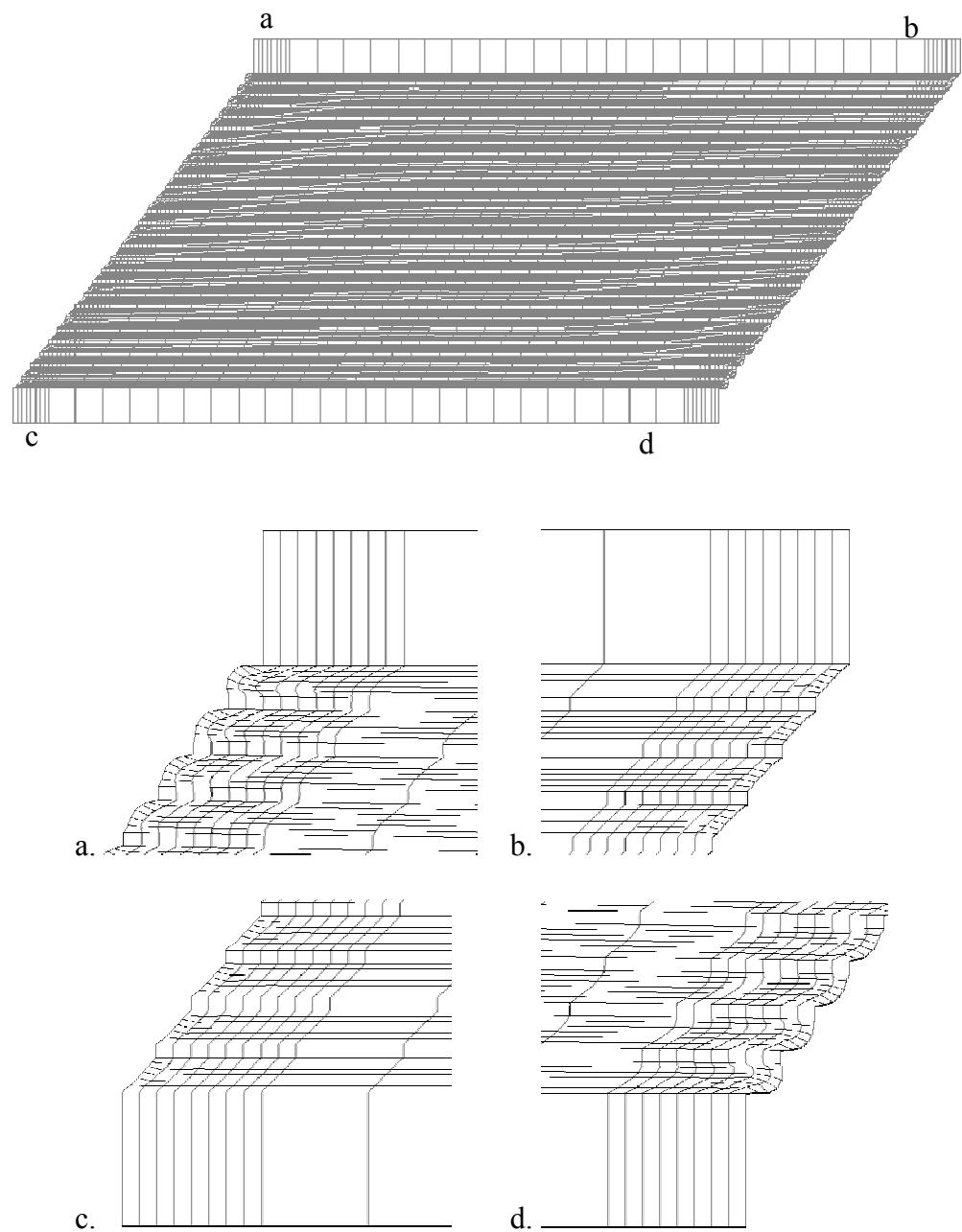
**4. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=10\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 16\%$**



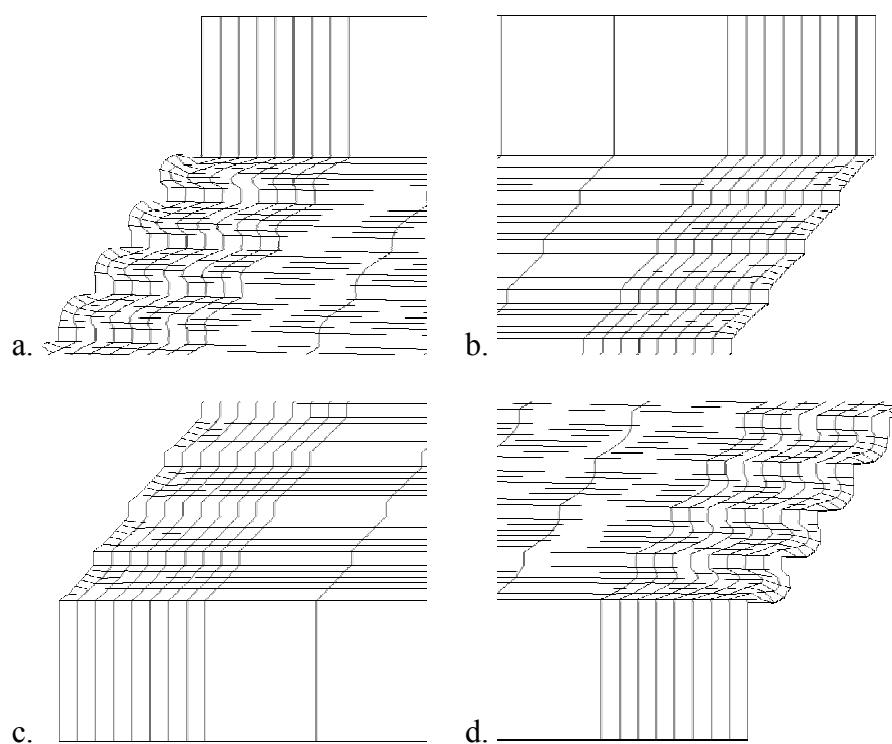
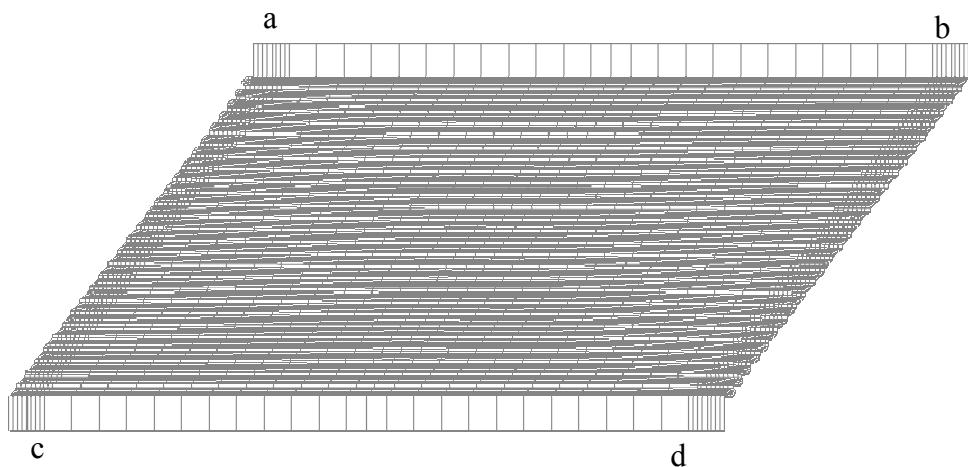
**5. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 16\%$**



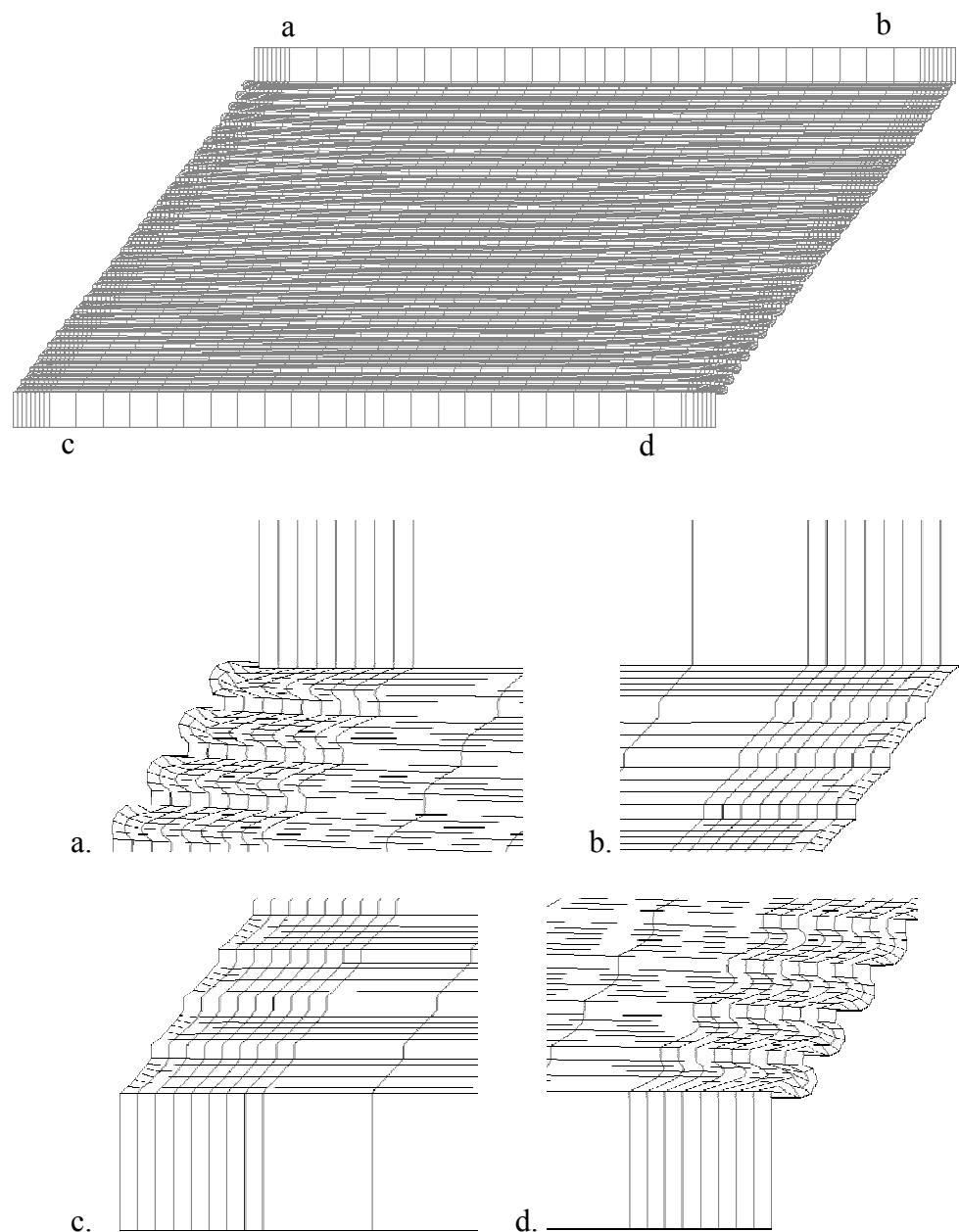
**6. Deformata per CV+CO - $S_2=2.96$; $p_m=6\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 34\%$**



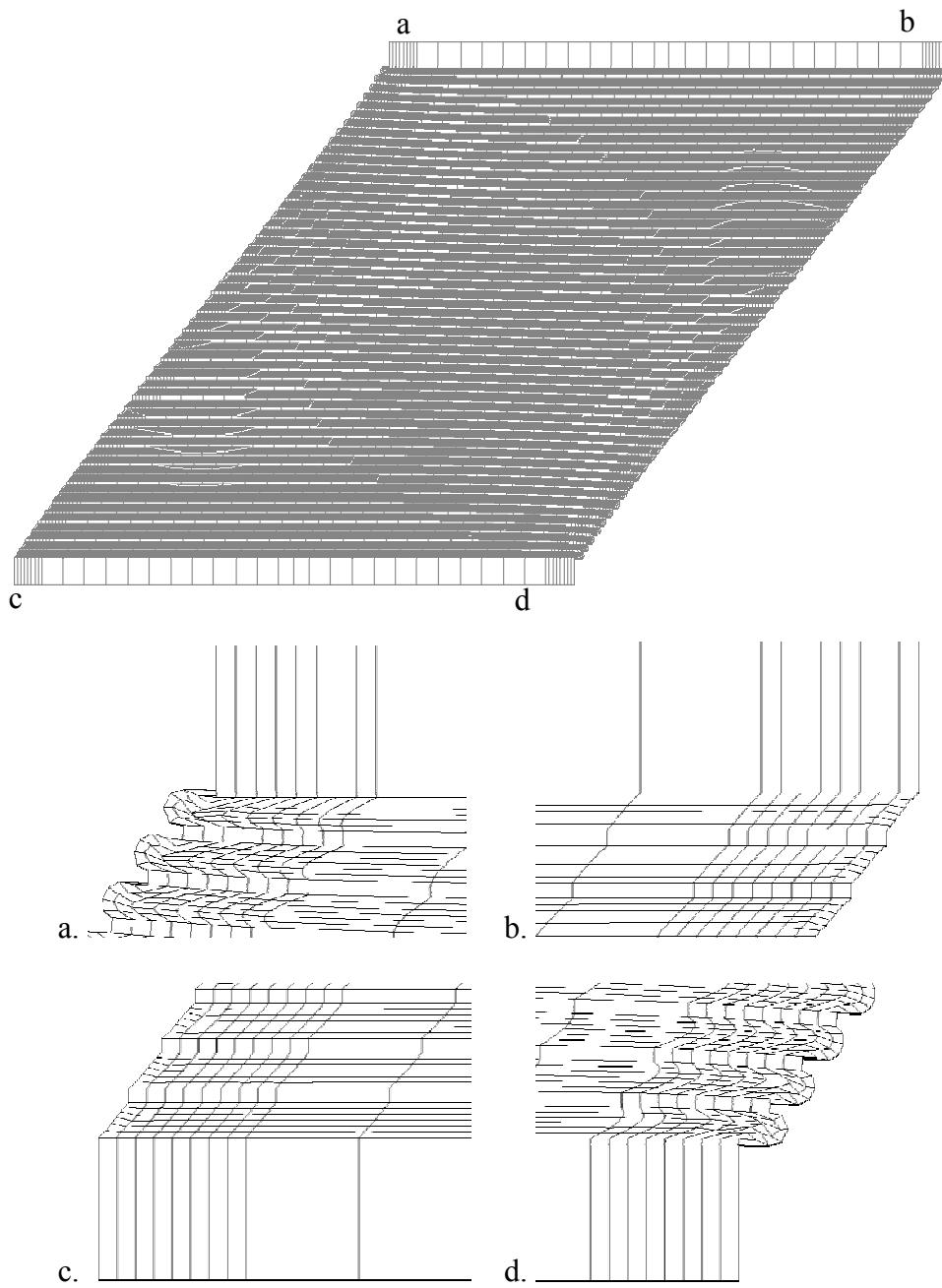
7. Deformata per CV+CO - $S_2=2.96$; $p_m=10\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 34\%$



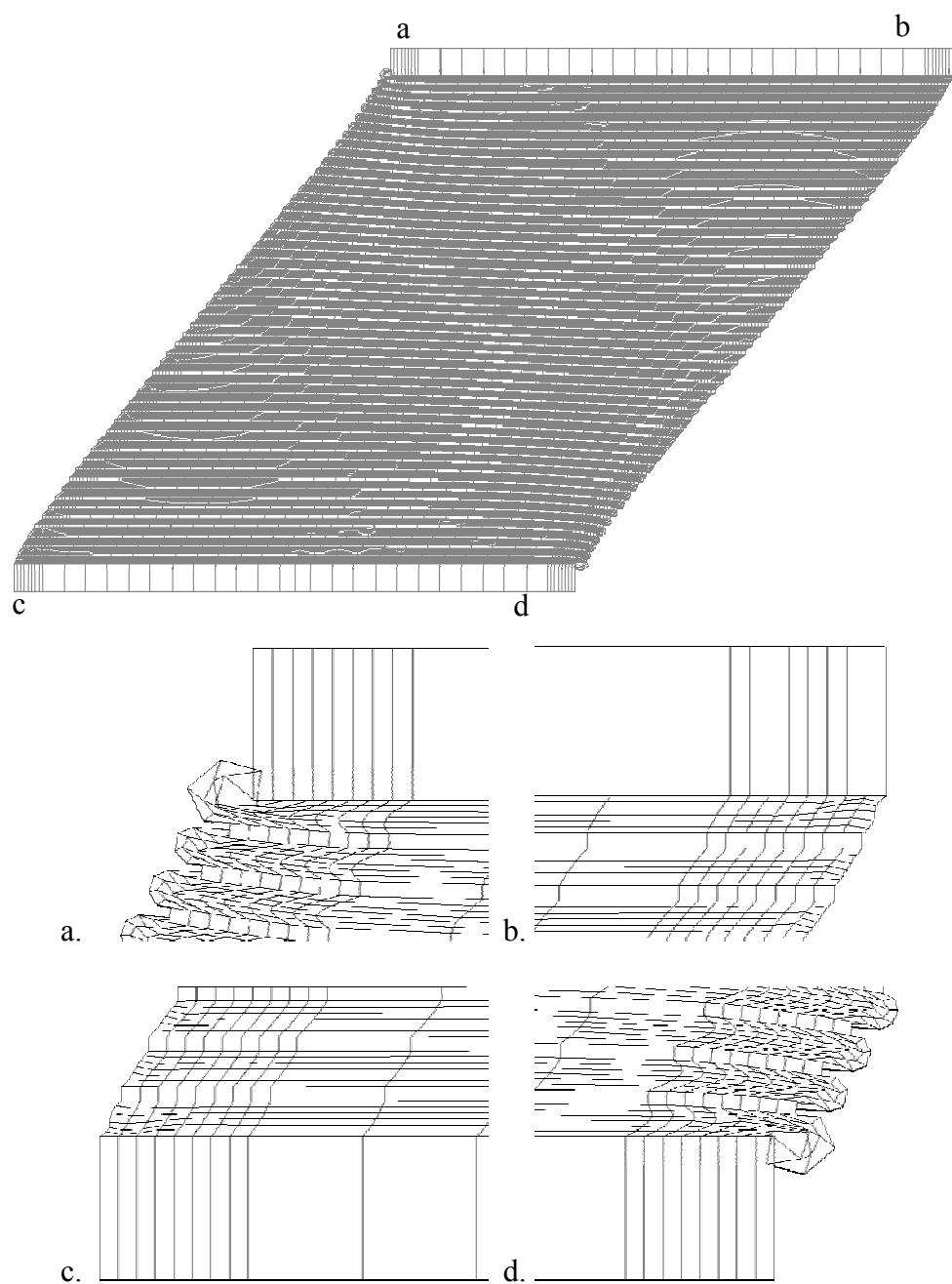
**8. Deformata per CV+CO - $S_2=2.96$; $p_m=15\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 34\%$**



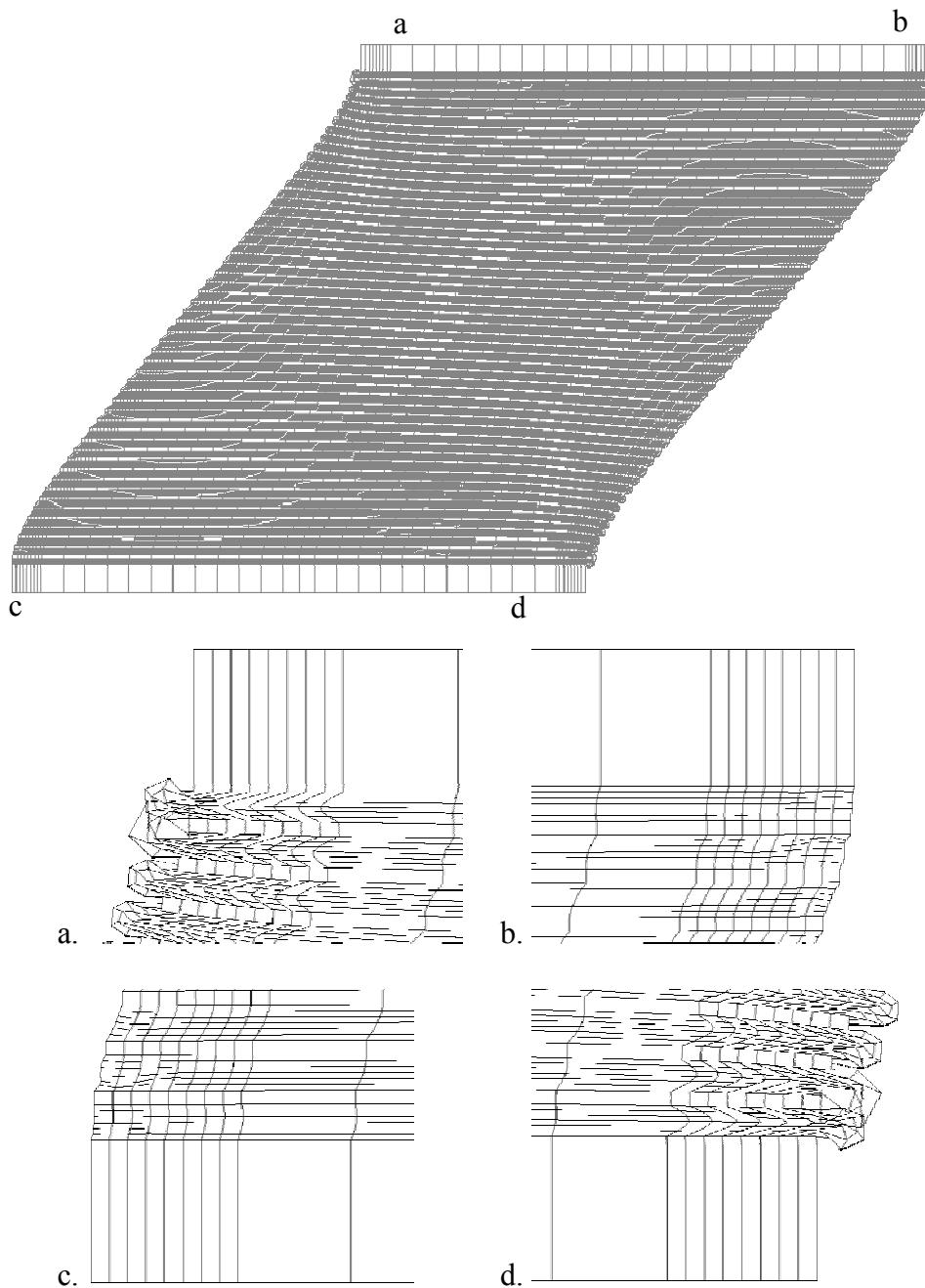
**9. Deformata per CV+CO - $S_2=1.51$; $p_m=6\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 66\%$**



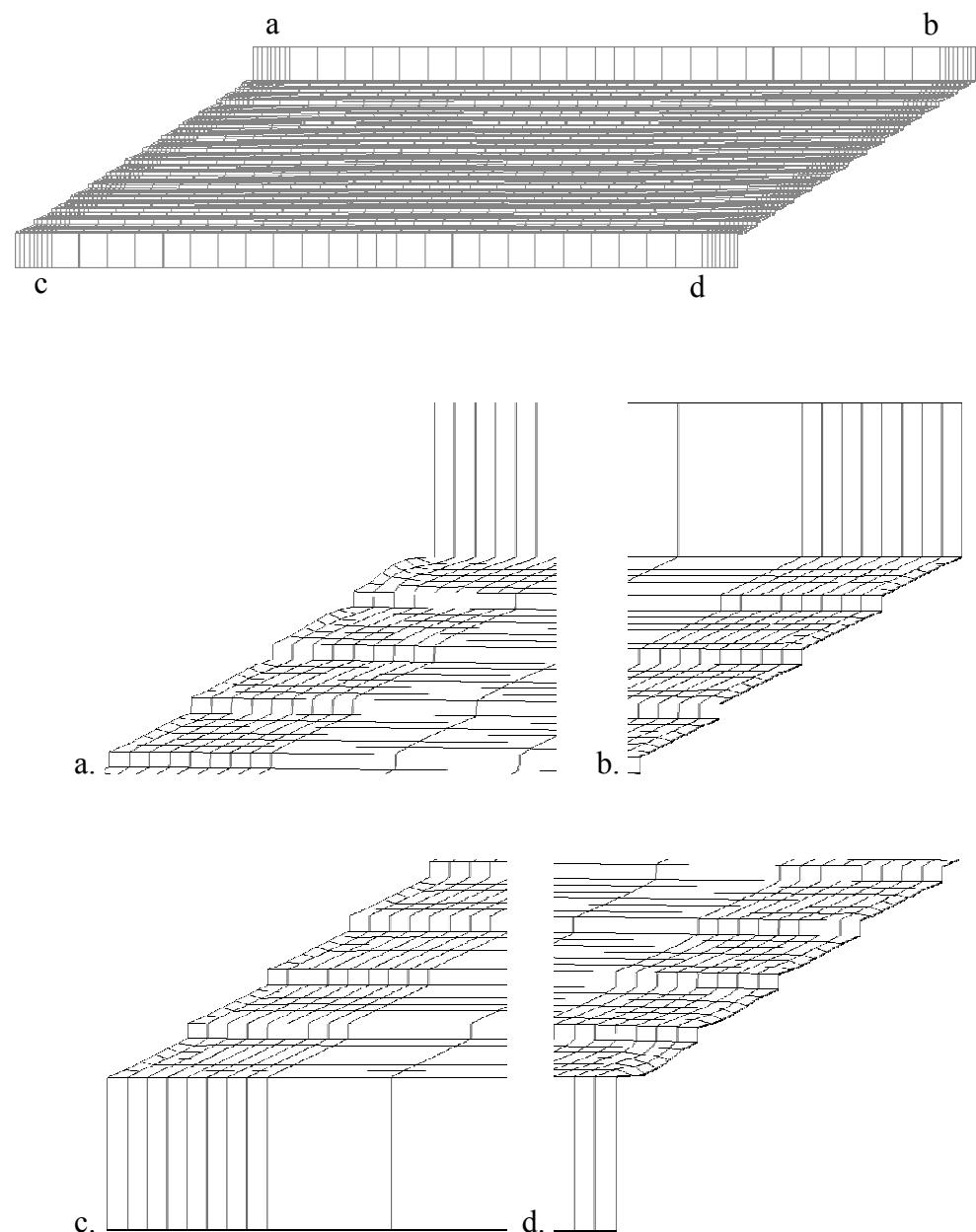
**10. Deformata per CV+CO - $S_2=1.51$; $p_m=10\text{ MPa}$; $\gamma_d=100\%$
 $d/D: 66\%$**



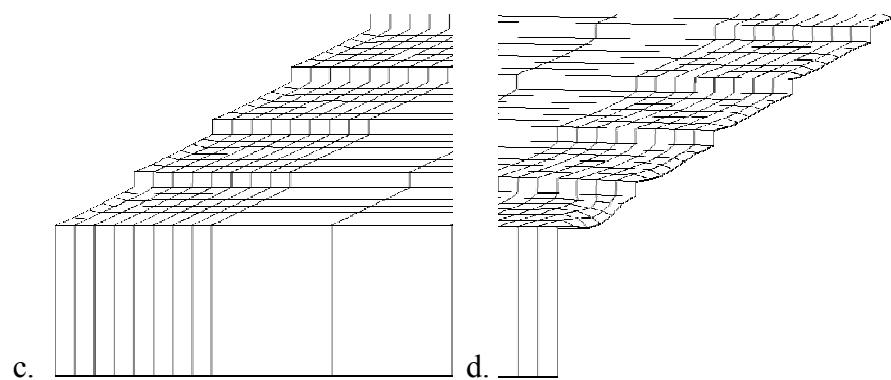
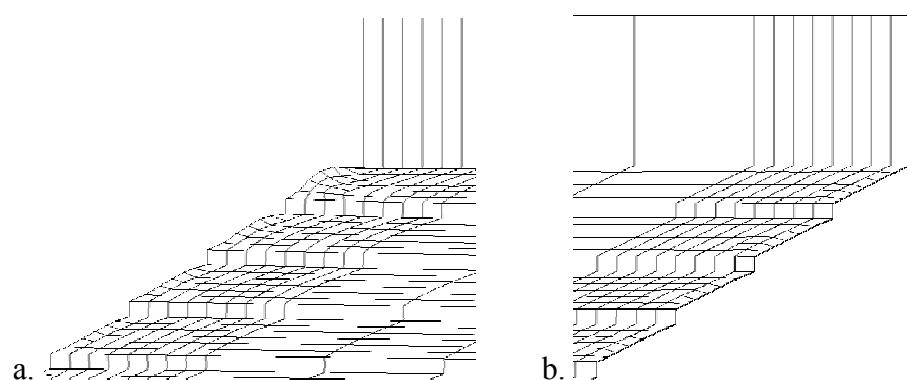
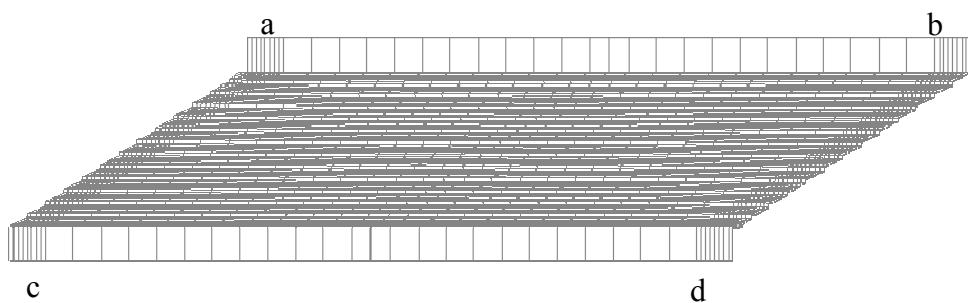
**11. Deformata per CV+CO - $S_2=1.51$; $p_m=15\text{ MPa}$; $\gamma_d=91\%$
d/D: 60% (instabilità globale: curva F-d in figura 117)**



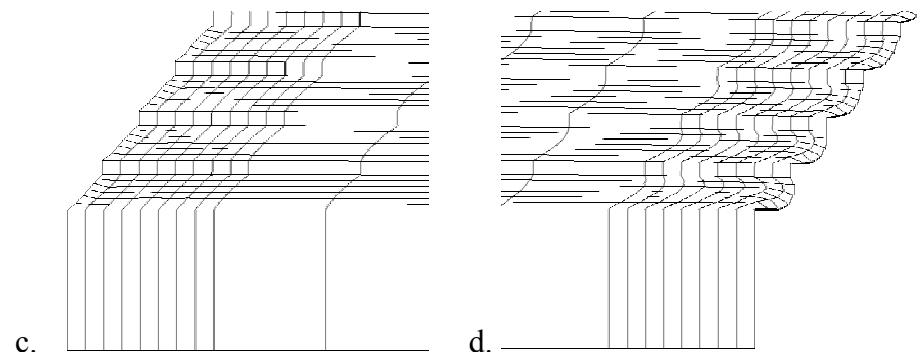
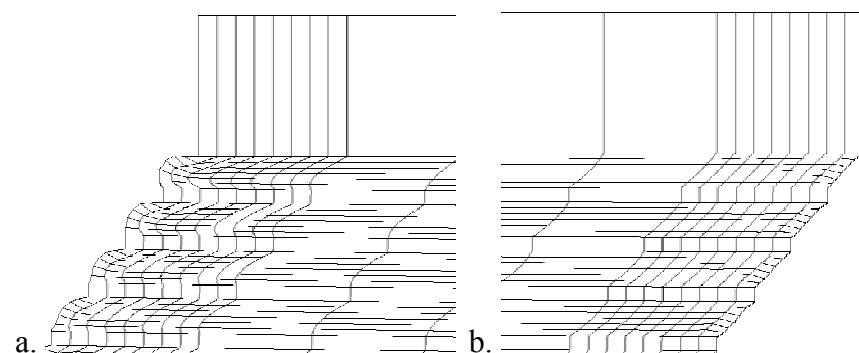
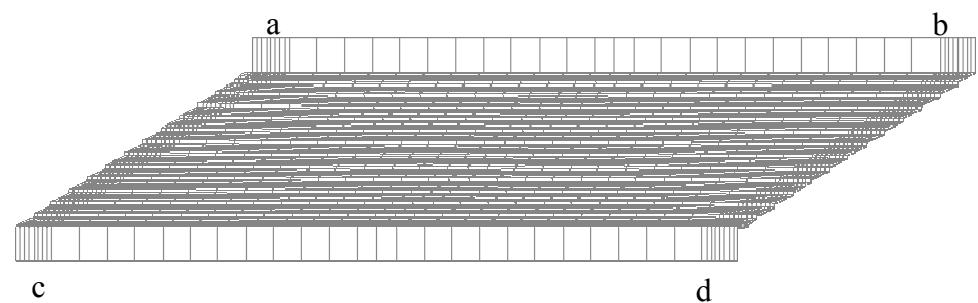
**12. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$; $\gamma_d=200\%$
 $d/D: 33\%$**



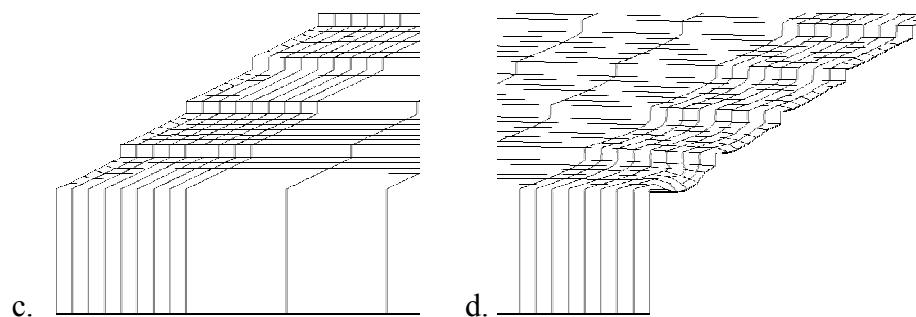
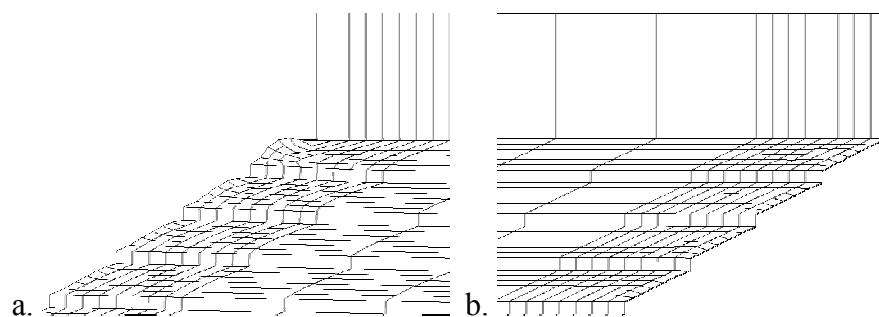
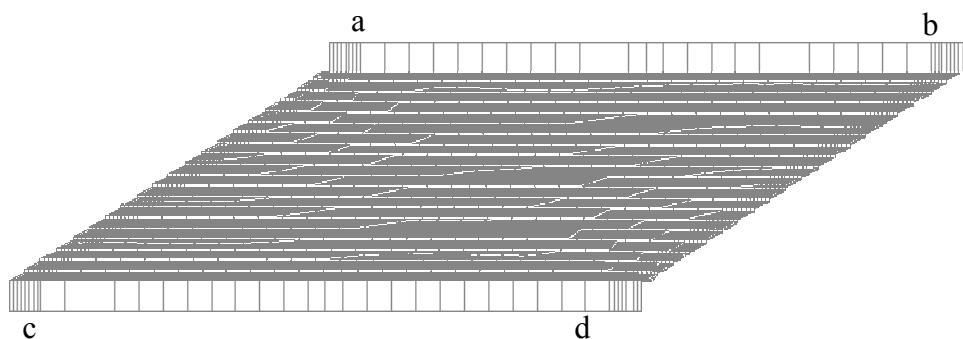
**13. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=10\text{ MPa}$; $\gamma_d=200\%$
 $d/D: 33\%$**



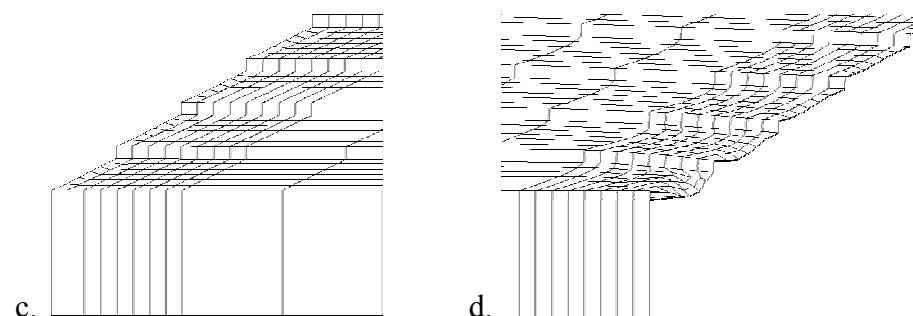
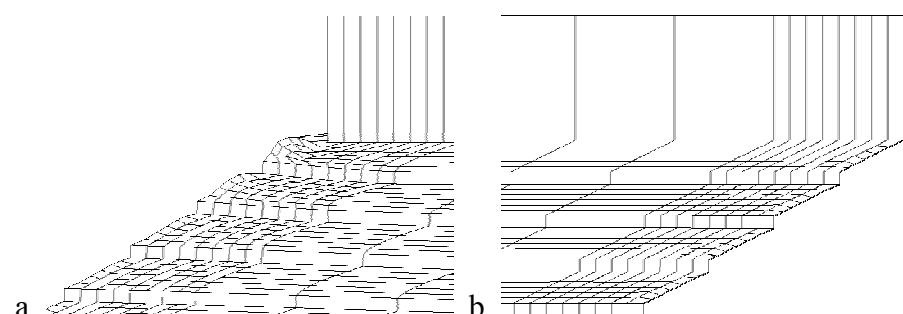
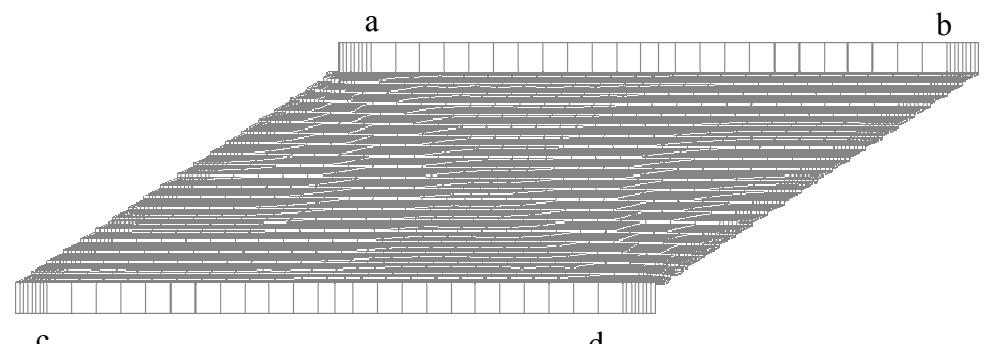
**14. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$; $\gamma_d=200\%$
 $d/D: 33\%$**



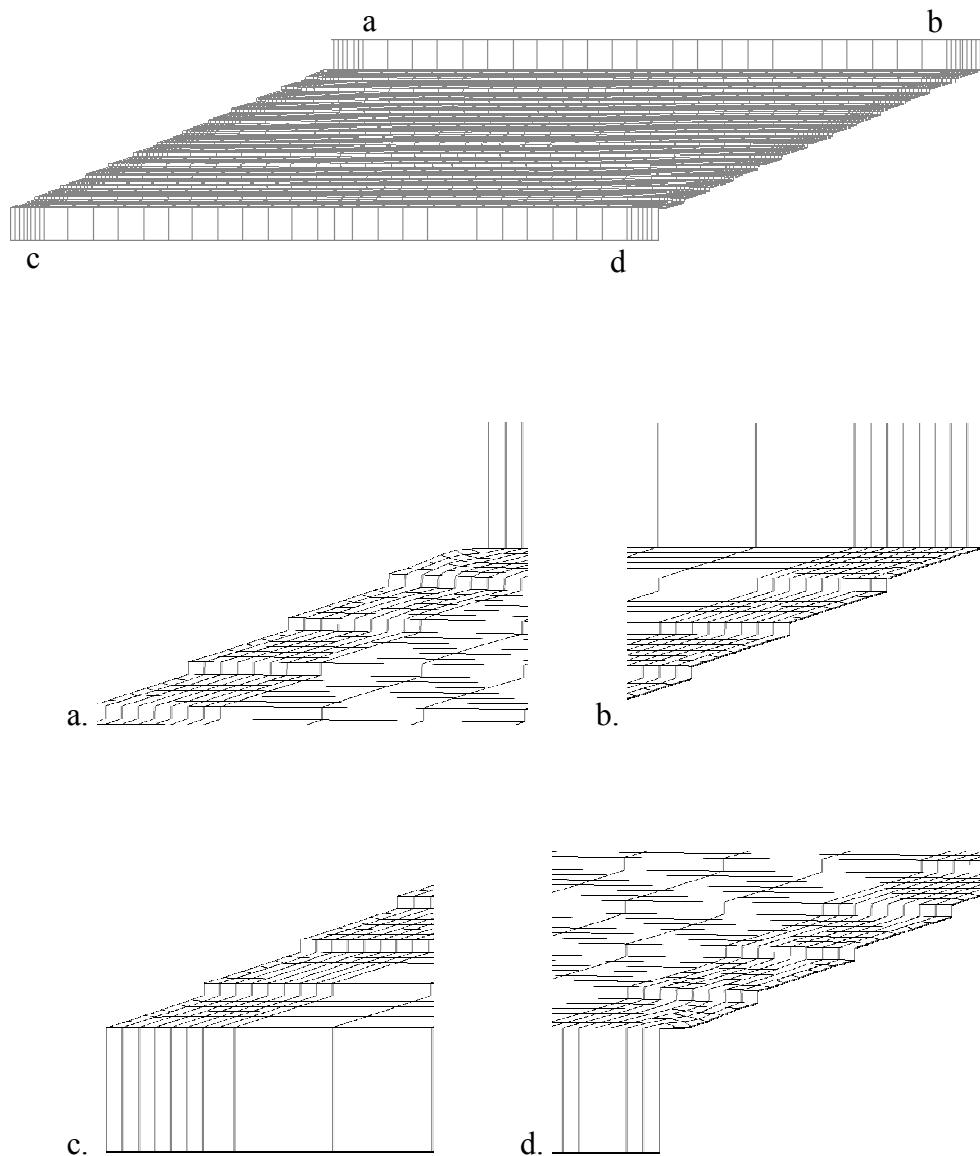
**15. Deformata per CV+CO - $S_2=4$; $p_m=6\text{ MPa}$; $\gamma_d=200\%$
d/D: 50%**



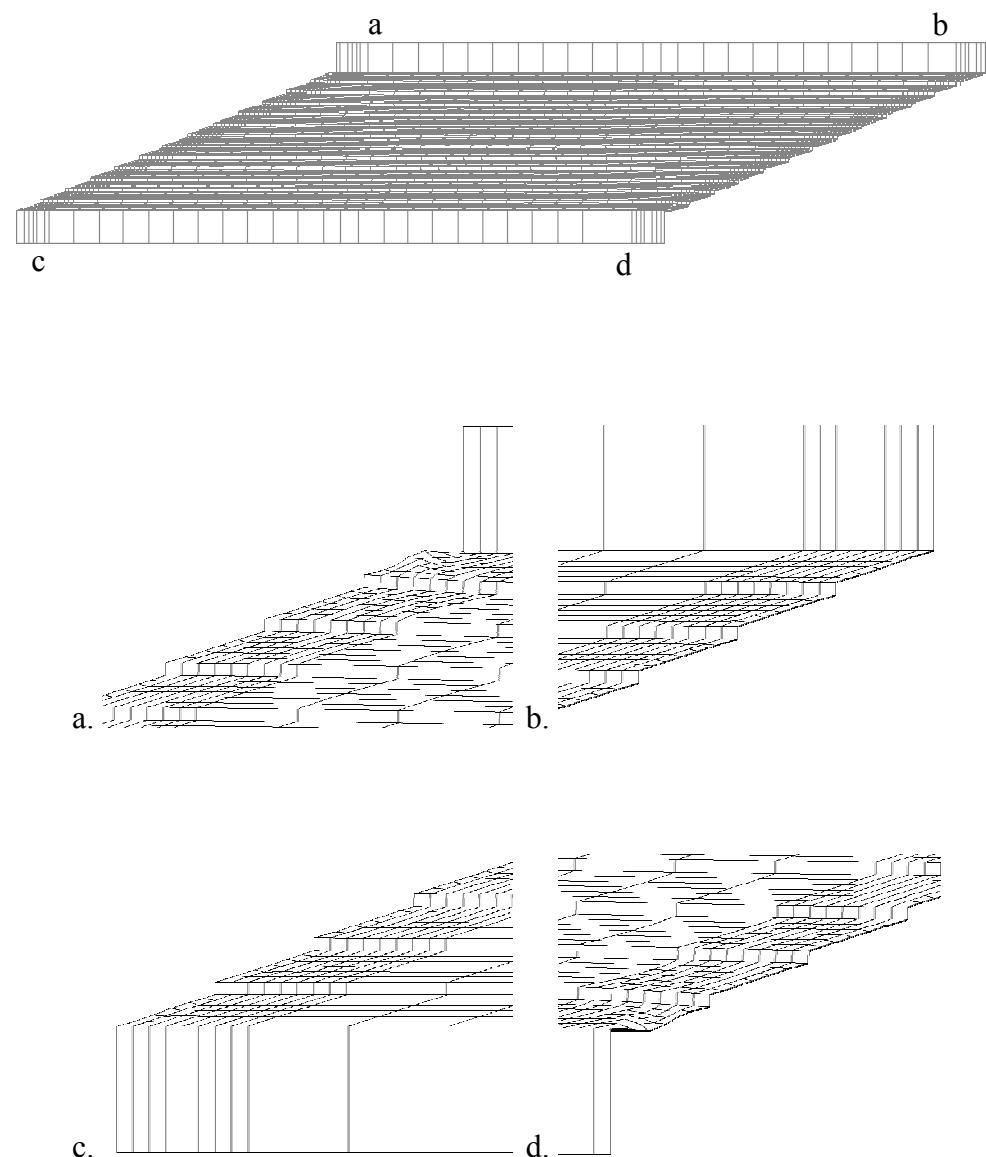
**16. Deformata per CV+CO - $S_2=4$; $p_m=10\text{ MPa}$; $\gamma_d=200\%$
d/D: 50%**



**17. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=6\text{ MPa}$; $\gamma_d=300\%$
d/D: 49%**



**18. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=10\text{ MPa}$; $\gamma_d=300\%$
 $d/D: 49\%$**



**19. Deformata per CV+CO - $S_2=6.15$; $p_m=15\text{ MPa}$; $\gamma_d=300\%$
d/D: 49%**

