

Indice

Indice

Sommario

	pag. 1
1 Convezione e irraggiamento	pag. 3
1.1 Introduzione	pag. 4
1.2 La convezione naturale	pag. 5
1.3 La convezione mista	pag. 7
1.4 Le equazioni di bilancio	pag. 9
1.4.1 L'equazione di conservazione della massa	pag. 11
1.4.2 L'equazione di bilancio della quantità di moto	pag. 11
1.4.3 L'equazione di conservazione dell'energia	pag. 13
1.5 I numeri caratteristici	pag. 16
1.6 Irraggiamento	pag. 18
1.6.1 Generalità	pag. 18
1.6.2 Definizioni	pag. 19
1.6.3 Il corpo nero	pag. 22
1.6.4 Il corpo reale	pag. 24
1.6.5 Il corpo grigio	pag. 25
1.6.6 Il fattore di configurazione	pag. 25
2 Rassegna bibliografica e aspetti applicativi	pag. 28
2.1 La convezione mista in canali e cavità	pag. 29
2.2 Applicazioni della convezione mista	pag. 37
2.2.1 Il controllo termico di componenti elettronici	pag. 38
2.2.2 Il raffreddamento dei trasformatori	pag. 38
2.2.3 Il raffreddamento dei motori a combustione interna	pag. 39
2.2.4 Processi tecnologici	pag. 40
3 Metodo numerico e modello fisico	pag. 42
3.1 Metodo numerico	pag. 43
3.2 Il codice di calcolo	pag. 44
3.3 L'approssimazione di Boussinesq per la convezione naturale	pag. 46
3.4 La turbolenza e i suoi modelli	pag. 49
3.4.1 La natura dei moti turbolenti	pag. 50
3.4.2 Le equazioni del moto	pag. 50
3.4.3 DNS: simulazione diretta della turbolenza	pag. 52
3.4.3.1 Kolmogorov e le scale della turbolenza. La cascata di energia	pag. 53
3.4.3.2 Difficoltà e qualità dei risultati nelle simulazioni dirette	pag. 55
3.4.4 Un'alternativa possibile: Large Eddy Simulation	pag. 56
3.4.5 Una strada sicura: RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)	pag. 56
3.4.5.1 Filtraggio temporale: Rans e tensore degli sforzi di Reynolds.	pag. 57
3.4.5.2 Il Modello k- ϵ	pag. 58
3.4.5.3 Una sua variante: RNG k- ϵ	pag. 59
3.5 Scelta del modello radiativo	pag. 62

3.6	Modello fisico	pag. 64
3.6.1	Schematizzazione del modello	pag. 64
3.6.2	Condizioni al contorno	pag. 65
4	Sensibilità alla griglia	pag. 70
4.1	Introduzione	pag. 71
4.2	Scelta del tipo di griglia	pag. 72
4.3	Analisi di sensibilità	pag. 73
4.3.1	Metodo di estrapolazione secondo Richardson	pag. 73
4.4	I casi analizzati	pag. 78
4.5	Verifica della configurazione	pag. 80
4.6	Dipendenza funzionale	pag. 83
4.6.1	Distacco dalle ipotesi di Richardson	pag. 83
4.6.2	Verifica di validità del metodo	pag. 89
4.7	Conclusioni	pag. 91
5	Risultati numerici	pag. 92
5.1	Introduzione	pag. 93
5.2	I casi analizzati	pag. 94
5.3	Canale verticale a pareti parallele	pag. 97
5.3.1	Campi di velocità	pag. 97
5.3.2	Profili di temperatura di piastra.	pag. 100
5.3.3	Profili di temperatura di nastro.	pag. 102
5.4	Effetto dell'angolo di convergenza θ	pag. 105
5.4.1	Campi di velocità	pag. 105
5.4.2	Confronto tra i profili di temperatura della piastra e del nastro al variare dell'angolo θ	pag. 111
5.5	Effetto dell'angolo di inclinazione φ	pag. 114
5.5.1	Canale orizzontale	pag. 114
5.5.1.1	Campi di velocità	pag. 114
5.5.1.2	Profili di temperatura di piastra	pag. 118
5.5.1.3	Profili di temperatura del nastro	pag. 120
5.5.2	Confronto profili di temperature	pag. 122
5.6	Effetti radiativi	pag. 125
5.6.1	Profili di temperatura della piastra in assisting	pag. 125
5.6.2	Profili di temperatura della piastra in opposing	pag. 128
5.6.3	Profili di temperatura del nastro in assisting	pag. 130
5.6.4	Profili di temperatura del nastro in opposing	pag. 133
5.7	Effetti della temperatura sulle proprietà del fluido	pag. 135
5.8	Correlazioni fra grandezze adimensionali	pag. 140
6	Analisi sperimentale	pag. 141
6.1	Modello fisico	pag. 142
6.1.1	Schematizzazione del modello	pag. 142
6.2	Apperacchiatura sperimentale	pag. 144
6.2.1	Introduzione	pag. 144

6.2.2 Strumentazione	pag. 145
6.2.3 Fase preparatoria	pag. 150
6.2.4 Modalità della sperimentazione	pag. 153
6.3 Risultati sperimentali	pag. 156
6.3.1 Introduzione	pag. 156
6.3.2 Risultati canale verticale a piastre parallele	pag. 156
6.3.2.1 Configurazione in assisting	pag. 157
6.3.2.2 Configurazione in opposing	pag. 158
6.3.3 Configurazione a piastre inclinate a $\theta = 10^\circ$	pag. 160
6.3.3.1 Configurazione in assisting	pag. 160
6.3.3.2 Configurazione in opposing	pag. 162
6.4 Confronto con i risultati numerici	pag. 163
6.5 Correlazioni fra grandezze adimensionali	pag. 167
Conclusioni	pag. 168
Bibliografia	pag. 171

Sommario

Sommario

Il presente lavoro si inserisce nell'attività di ricerca sulla convezione naturale e mista condotta presso il *Dipartimento di Energetica, Termofluidodinamica Applicata e Condizionamenti Ambientali (DETEC)* dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II".

Lo studio dei meccanismi di trasmissione del calore nei processi industriali permette di trarre considerazioni di fondamentale importanza nella progettazione, nell'ottimizzazione e nel controllo del processo e del relativo sistema.

In particolare si è studiata l'interazione tra una piastra riscaldata ed un nastro mobile ad essa affacciata e costituenti un canale aperto verso l'esterno, in molteplici configurazioni.

Dopo aver presentato la teoria che descrive i principali meccanismi della trasmissione del calore oggetto di questo studio, ovvero la convezione e l'irraggiamento e aver presentato le equazioni che reggono il problema, si è proposta una rassegna di tutta la letteratura disponibile attinente al problema della convezione mista in aria, riscontrando che non erano mai state studiate configurazioni uguali a quelle oggetto di questo lavoro.

Ci si è focalizzati sulle applicazioni che la convezione mista può avere nel mondo della produzione industriale sottolineando l'importanza che potrebbe rivestire nello smaltimento del calore di componenti elettroniche sempre più potenti e nei trattamenti termici a valle di lavorazioni tecnologiche quali estrusione e laminazione; anche nella produzione di pellicole sottili tramite la chemical vapour deposition l'interazione termofluidodinamica tra una parete riscaldata ed una mobile gioca un ruolo principale nell'ottimizzazione della fabbricazione di tali prodotti.

Avendo condotto principalmente un'analisi di tipo numerico sono stati elencati i modelli utilizzati per tener conto di una debole turbolenza, delle forze di galleggiamento, e della presenza di uno scambio di tipo radiativo tra le parti del sistema, sistema che è stato descritto nei suoi aspetti geometrici e nella metodologia di discretizzazione.

E' stato condotto un'analisi di sensibilità alle dimensioni della griglia attenendoci sia a metodologie classiche per valutare l'entità dell'errore dovuto alla discretizzazione, sia elaborando un metodo originale utile quando vengono utilizzate mesh non strutturate e che ha fornito risultati molto prossimi a quelli ottenuti con metodologie classiche.

La campagna prove effettuate ha messo in luce l'influenza di alcuni parametri geometrici e fisici come l'angolo di inclinazione tra parete riscaldata e parete mobile, l'angolo di inclinazione di tutto il sistema rispetto alla verticale, gli effetti della presenza di scambi radiativi e l'influenza della temperatura sulle proprietà termofluidodinamiche. Sono stati altresì accuratamente analizzati due casi base ovvero il canale verticale e quello orizzontale a pareti parallele.

Infine per verificare la bontà del modello numerico è stata condotta una campagna sperimentale con una apparecchiatura progettata e realizzata ad hoc che ricostruisca il più fedelmente possibile la geometria studiata numericamente.

Capitolo 1
Convezione e irraggiamento

Capitolo 1

La Convezione

1.1 Introduzione

La *convezione* è uno dei tre meccanismi (conduzione, irraggiamento e convezione) mediante i quali si ha trasferimento di energia termica tra due sistemi o tra due punti di uno stesso sistema a differente temperatura. La grandezza in transito è detta calore o energia termica: è bene chiarire subito che l'energia termica fluisce sempre dalla zona a temperatura maggiore verso quella a temperatura minore in accordo con il secondo principio della termodinamica. A differenza della conduzione e dell'irraggiamento, per i quali lo scambio termico è dovuto esclusivamente alla differenza di temperatura, la convezione comporta anche un trasporto di materia. In particolare la convezione è un processo di trasporto di energia mediante l'azione combinata della conduzione e del trasporto di materia; è il più importante meccanismo di scambio di energia tra una superficie solida ed un mezzo fluido.

La trasmissione di energia per convezione tra una superficie solida e un mezzo fluido circostante avviene per passi successivi: dapprima il calore passa per conduzione dalla superficie alle particelle di fluido ad essa adiacente, successivamente queste ultime si muovono verso regioni di fluido a temperatura minore. Da ciò risulta chiaro come lo scambio termico non sia dovuto solo ad una differenza di temperatura ma anche ad un trasporto di materia.

Lo scambio termico convettivo si differenzia a seconda se il moto è indotto da forze che agiscono in seno al fluido stesso o è causato da qualche agente esterno, quale ad esempio un ventilatore. Nel primo caso si parla di *convezione naturale*, nel secondo caso di *convezione forzata*. Esempi di convezione naturale sono la sensazione di caldo che si avverte quando si avvicina la mano ad una superficie riscaldata e il trasferimento di calore da un elemento riscaldata all'ambiente circostante, mentre la sensazione di fresco che si prova quando si è investiti da una corrente d'aria mossa da un ventilatore e il raffreddamento di un motore o di un computer, sono esempi di convezione forzata.

Dal momento che lo scambio termico convettivo è caratterizzato dal moto del fluido, risulta fondamentale un'analisi fluidodinamica al fine di stabilire se il moto è di tipo *laminare* o di tipo *turbolento*. Nel moto laminare il fluido si muove a strati ed ogni particella segue un cammino regolare e continuo; nel moto turbolento, invece, le particelle di fluido presentano traiettorie irregolari ed il moto d'insieme risulta caotico e vorticoso. Un esempio tipico di moto laminare è rappresentato dal getto filiforme a bassa velocità che fluisce da un rubinetto con modesta apertura; si può osservare che al crescere dell'apertura del rubinetto il getto aumenta la sua velocità e con essa la sua forma irregolare: si ha così il passaggio dal moto laminare al moto turbolento.

I problemi di trasmissione del calore si differenziano, oltre che per i meccanismi di scambio termico coinvolti, anche per il tipo di regime. In particolare, un processo è a *regime stazionario* o *permanente* quando la temperatura in ciascun punto non dipende dal tempo: basti pensare al trasferimento di energia termica da una lampadina all'atmosfera circostante, oppure all'energia termica trasferita da un fluido caldo ad un fluido freddo in uno scambiatore di calore. Viceversa, un processo è a *regime non stazionario* o *transitorio* quando la temperatura in qualche punto varia nel tempo: esempi di processi transitori sono l'avviamento di forni o caldaie e il trattamento termico di pezzi fusi.

1.2 La convezione naturale

La *convezione naturale* è dovuta esclusivamente a forze che agiscono nel fluido stesso, quali la tensione superficiale, la forza elettromagnetica, centrifuga, di gravità. Nella maggior parte dei casi le forze responsabili della convezione naturale si riducono alla sola forza di gravità; quest'ultima, in seguito a differenze di densità, indotte da gradienti di temperatura, genera il moto del fluido. Più precisamente, la forza responsabile del moto del fluido prende il nome di *forza di galleggiamento*, ed è pari a:

$$F_g = \Delta\rho g L^3 \quad (1.1)$$

dove $\Delta\rho$ (kg/m^3) è la variazione di densità, g (m/s^2) è l'accelerazione di gravità e L (m) è una lunghezza caratteristica.

Detto β ($1/K$) il coefficiente di dilatazione termica a pressione costante, la variazione di densità $\Delta\rho$ è pari a:

$$\Delta\rho = \rho \beta \Delta T \quad (1.2)$$

dove ρ (kg/m^3) è la densità del fluido alla temperatura di riferimento e ΔT (K) è la variazione di temperatura rispetto a quella di riferimento.

Sostituendo la (1.2) nella (1.1) si ha:

$$F_g = \rho g \beta \Delta T L^3 \quad (1.3)$$

Da quanto detto deriva che un gradiente termico infinitesimo potrebbe provocare un moto convettivo. Questa affermazione, però, è contraddetta dall'osservazione sperimentale da cui si evince che esiste una soglia al di sopra, a partire dalla quale il moto convettivo si instaura. Ciò è dovuto al fatto che nello studio della convezione naturale è necessario considerare almeno due effetti dissipativi: lo scambio termico per conduzione e la resistenza viscosa. Lo scambio termico diffusivo tende ad annullare il gradiente di termico che è l'origine del flusso convettivo; lo sforzo viscoso, invece, non consente il moto del fluido finché esso si mantiene maggiore della forza di galleggiamento.

Un parametro che ci consente di confrontare queste ultime due grandezze è il *numero adimensionale di Rayleigh* che misura proprio l'importanza delle forze di galleggiamento rispetto alle forze viscosse:

$$Ra = \frac{\text{Forze di galleggiamento}}{\text{Forze viscosse}}$$

Tenendo presente la legge di *Newton*:

$$\tau = -\mu \frac{dV}{dy} \quad (1.4)$$

dove τ (N/m^2) è lo sforzo viscoso, μ (kg/ms) è la viscosità dinamica e $\frac{dV}{dy}$ ($1/s$) è la variazione della velocità del fluido in direzione normale a quella del moto, la forza viscosa è dell'ordine di:

$$F_v \approx \frac{\mu V}{L} L^2 \approx \frac{\mu a}{L^2} L^2 \quad (1.5)$$

dove V (m/s) è la velocità del fluido e a (m^2/s) è la sua diffusività termica. Dal rapporto tra la (1.3) e la (1.5) si ottiene il numero di *Rayleigh*:

$$Ra = \frac{\rho g \beta \Delta T L^3}{\mu a} = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu a} \quad (1.6)$$

dove $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ (m^2/s) è la viscosità cinematica.

Quando il numero di *Rayleigh* è maggiore di un valore limite (Ra_{lim}), dipendente dalla geometria, le forze di galleggiamento predominano sulle forze viscosi e quindi si ha convezione.

1.3 La convezione mista

La *convezione mista* (naturale + forzata) si ha quando, alle forze che agiscono nel fluido stesso, si sommano forze esterne che contribuiscono, in maniera più o meno marcata, al movimento del fluido e quindi allo scambio termico convettivo. Qualora le forze interne al fluido risultino trascurabili rispetto alle forze imposte dall'esterno, allora, non si parla più di convezione mista, bensì di convezione forzata. Il problema principale sta proprio nel valutare quando i due sistemi di forze sono confrontabili e quindi quando ci si trova in condizioni di convezione mista. I modi di interagire dei due meccanismi convettivi sono molteplici, per tale motivo limitiamo l'attenzione ad un caso semplice.

Consideriamo una parete verticale riscaldata, lambita da un fluido in determinate condizioni di temperatura e velocità. Detto δ_T (m) lo strato limite termico¹, in convezione naturale esso è dell'ordine di:

$$(\delta_T)_{cn} \approx y Ra_y^{\frac{1}{4}} \quad (1.6)$$

dove y (m) è la distanza dal bordo di attacco della parete e Ra è il già definito numero di *Rayleigh*, mentre in convezione forzata esso è dell'ordine di:

$$(\delta_T)_{cf} \approx y Re_y^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad (1.8)$$

dove Re è il *numero adimensionale di Reynolds*² e Pr è il *numero adimensionale di Prandtl*³.

Dato che:

$$\begin{aligned} \checkmark & \quad (\delta_T)_{cn} < (\delta_T)_{cf} \quad \Rightarrow \quad \text{convezione naturale} \\ \checkmark & \quad (\delta_T)_{cn} > (\delta_T)_{cf} \quad \Rightarrow \quad \text{convezione forzata} \end{aligned}$$

si ha che quando $(\delta_T)_{cn} \approx (\delta_T)_{cf}$ siamo in condizioni di convezione mista.

Più in generale possiamo far riferimento al *numero adimensionale di Richardson* che misura l'importanza delle forze di galleggiamento rispetto alle forze d'inerzia:

$$Ri = \frac{\text{Forze di galleggiamento}}{\text{Forze di inerzia}}$$

Tenendo presente che la forza d'inerzia è dell'ordine di:

$$F_i \approx \rho V^2 L^2 \quad (1.9)$$

¹ Lo strato limite termico è lo strato di fluido interessato da gradienti di temperatura.

² Il numero adimensionale di Reynolds misura l'importanza delle forze d'inerzia rispetto alle forze viscosive.

³ Il numero adimensionale di Prandtl misura l'importanza della diffusione della quantità di moto, ossia la propagazione del movimento del fluido in direzione ortogonale alla direzione del moto stesso, rispetto alla diffusione dell'energia termica.

dal rapporto tra la (1.3) e la (1.9) si ottiene il numero di *Richardson*:

$$Ri = \frac{\rho g \beta \Delta T L^3}{\rho V^2 L^2} = \frac{g \beta \Delta T L}{V^2} \quad (1.10)$$

Maggiore risulta il numero di *Richardson*, maggiore è l'importanza della convezione naturale rispetto a quella forzata.

1.4 Le equazioni di bilancio

Lo studio della convezione, a differenza della conduzione e dell'irraggiamento, è reso più complesso dal ruolo primario che gioca il moto del fluido. Le equazioni fondamentali per il problema in esame sono le seguenti:

- ✓ equazione di conservazione della massa;
- ✓ equazione di bilancio della quantità di moto;
- ✓ equazione di conservazione dell'energia.

Tali equazioni sono applicate ad un volume di controllo elementare, di dimensioni tali da poter essere considerato infinitesimo su scala macroscopica, ma sufficientemente grande affinché in esso sia contenuto un numero elevato di particelle, in modo che si possa considerare come un mezzo continuo. Un parametro che consente di verificare l'attendibilità di tale ipotesi è il *numero adimensionale di Knudsen*:

$$Kn = \frac{\lambda}{L}$$

dove λ (m) è il cammino libero medio molecolare e L (m) è una lunghezza caratteristica del problema in esame. Per $Kn \ll 1$ il mezzo può essere considerato continuo.

Detto ciò, prima di analizzare singolarmente le tre equazioni menzionate, vediamo come è possibile scrivere, in generale, un'equazione di bilancio. L'*equazione di bilancio* è, soprattutto, un fatto logico che, supportato da adeguate ipotesi e da modelli di tipo fisico, quando viene espresso mediante una rappresentazione matematica dà luogo ad un'espressione che, per come è derivata, rappresenta un vincolo al quale è necessariamente sottoposta una qualunque variazione della grandezza bilanciata.

Consideriamo una porzione di spazio Ω fissa nel tempo e delimitata da una superficie (reale o fittizia) S . Detta B una grandezza scalare estensiva⁴, il bilancio di questa grandezza può essere espresso mediante una formulazione a blocchi:

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Variazione di } B \\ \text{in } \Omega \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{Interazione di } B \text{ con} \\ \text{l'ambiente esterno} \\ \text{attraverso } S \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{Generazione di } B \\ \text{all'interno di } \Omega \end{array}}$$

Se nella formulazione precedente la generazione di B all'interno di Ω è identicamente nulla, l'unico contributo alla variazione di B sarà dovuto all'eventuale interazione con l'ambiente esterno e la corrispondente equazione è detta equazione di conservazione. Nella stessa formulazione a blocchi, si ha quindi:

⁴ Una grandezza si dice estensiva se il suo valore dipende dall'estensione del sistema.

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Variazione di } B \\ \text{in } \Omega \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{Interazione di } B \text{ con} \\ \text{l'ambiente esterno} \\ \text{attraverso } S \end{array}}$$

L'equazione di conservazione è quindi una particolare equazione di bilancio in cui il contributo della variazione di B dovuto alla generazione interna è identicamente nullo. In termini simbolici l'equazione di bilancio assume la seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho b d\Omega = - \int_S \vec{\Phi} \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} b''' d\Omega \quad (1.11)$$

dove b è la grandezza B per unità di massa, b''' è la generazione di B per unità di volume e $\vec{\Phi}$ è il vettore flusso costituito da due componenti, una diffusiva $\vec{\Phi}_d$ e una convettiva $\vec{\Phi}_c$ pari a:

$$\vec{\Phi}_c = \rho b \vec{V} \quad (1.12)$$

dove \vec{V} rappresenta un'opportuna velocità. Il segno $-$ del primo termine a secondo membro della (1.11) deriva dal fatto che il versore della normale \vec{n} è sempre orientato dall'interno verso l'esterno della superficie S .

Separando il vettore flusso nelle sue due componenti si ottiene la forma definitiva dell'equazione di bilancio in forma integrale:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho b d\Omega = - \int_S \vec{\Phi}_d \cdot \vec{n} dS - \int_S (\rho b \vec{V}) \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} b''' d\Omega \quad (1.13)$$

Applicando il *teorema della divergenza* o di *Gauss* si ha:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(\rho b)}{\partial t} d\Omega = - \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{\Phi}_d d\Omega - \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\rho b \vec{V}) d\Omega + \int_{\Omega} b''' d\Omega \quad (1.14)$$

da cui si ottiene l'equazione di bilancio in forma differenziale:

$$\frac{\partial(\rho b)}{\partial t} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{\Phi}_d - \vec{\nabla} \cdot (\rho b \vec{V}) + b''' \quad (1.15)$$

Se la grandezza in esame è di tipo vettoriale, \vec{B} , allora, le corrispondenti grandezze specifiche sono dei vettori, \vec{b} e \vec{b}''' , mentre il vettore flusso è un tensore, $\vec{\vec{\Phi}}$. In tal caso l'equazione di bilancio, in forma integrale, assume la seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \vec{b} d\Omega = - \int_S \vec{\vec{\Phi}} \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} \vec{b}''' d\Omega \quad (1.16)$$

Applicando il teorema della divergenza si ha:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(\rho \bar{b})}{\partial t} d\Omega = - \int_{\Omega} \bar{\nabla} \cdot \bar{\Phi} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{b}''' d\Omega \quad (1.17)$$

da cui si ottiene l'equazione di bilancio in forma differenziale:

$$\frac{\partial(\rho \bar{b})}{\partial t} = -\bar{\nabla} \cdot \bar{\Phi} + \bar{b}''' \quad (1.18)$$

1.4.1 L'equazione di conservazione della massa

L'equazione di conservazione della massa stabilisce che, in un sistema chiuso, la massa stessa del sistema è costante. Per il sol fatto di essere un'equazione di conservazione il termine di generazione \bar{b}''' è identicamente nullo, così come nullo è il flusso diffusivo $\bar{\Phi}_d$ quando il fluido è una sostanza semplice, il che significa che la massa può essere trasportata solo per convezione. La grandezza B , in questo caso, è la massa m , quindi la grandezza specifica $b=1$. Tenendo presente queste considerazioni, dalla (1.13) si ottiene l'equazione di conservazione della massa in forma integrale:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S (\rho \bar{V}) \cdot \bar{n} dS = 0 \quad (1.19)$$

mentre dalla (1.15) si ottiene la forma differenziale:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (1.20)$$

detta anche *equazione di continuità*.

Nel particolare caso di regime stazionario, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, la (1.20) diventa:

$$\bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (1.21)$$

Infine, nell'ulteriore ipotesi di flusso incomprimibile, $\rho = cost.$, la (1.21) diventa:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0 \quad (1.22)$$

1.4.2 L'equazione di bilancio della quantità di moto

La *quantità di moto* è una grandezza vettoriale, pertanto la sua *equazione di bilancio* verrà espressa a partire dalla (1.16) e (1.18). In questo caso, la grandezza $\bar{B} = m\bar{V}$, quindi la grandezza specifica $\bar{b} = \bar{V}$, mentre $\bar{\Phi} = \rho \bar{V} \bar{V}$. Per quanto riguarda il termine di generazione \bar{b}''' bisogna prima definire le forze che agiscono sul sistema, le quali possono classificarsi in forze esterne \bar{f}_e e forze interne \bar{f}_i .

Queste ultime sono date dalla somma delle forze interne al volume di controllo, le quali risultano a due a due uguali e opposte, e delle forze agenti sulla superficie di controllo del volume considerato, le quali possono porsi come:

$$\vec{f}_i = \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \quad (1.23)$$

dove $\vec{\sigma}$ è il tensore degli sforzi, che può porsi come:

$$\vec{\sigma} = -p \vec{I} + \vec{\tau} \quad (1.24)$$

con \vec{I} tensore unitario, p pressione termodinamica e $\vec{\tau}$ parte viscosa del tensore degli sforzi. In definitiva:

$$\vec{b} = \rho \vec{f}_e + \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \quad (1.25)$$

Sostituendo i vari parametri nella (1.16) si ottiene l'equazione di bilancio della quantità di moto in forma integrale:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{V} d\Omega + \int_{\Omega} (\rho \vec{V} \vec{V}) \cdot \vec{n} dS = \int_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega + \int_{\Omega} \vec{\sigma} \cdot \vec{n} dS \quad (1.26)$$

che, tenendo presente la (1.24), assume la seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{V} d\Omega + \int_{\Omega} (\rho \vec{V} \vec{V}) \cdot \vec{n} dS = \int_{\Omega} \rho \vec{f}_e d\Omega - \int_{\Omega} (p \vec{I}) \cdot \vec{n} dS + \int_S \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS \quad (1.27)$$

A partire dalla (1.18) si ottiene, invece, la forma differenziale dell'equazione di bilancio della quantità di moto:

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \rho \vec{f}_e + \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} \quad (1.28)$$

che, tenendo sempre presente la (1.24), assume la seguente forma:

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V} + \rho \vec{I} - \vec{\tau}) = \rho \vec{f}_e \quad (1.29)$$

detta anche *equazione del moto di Navier-Stokes*.

Definendo la derivata sostanziale⁵ di una generica grandezza come:

⁵ La derivata sostanziale o materiale rispetto al tempo di una generica grandezza rappresenta la rapidità di variazione della grandezza in esame misurata da un osservatore che si muove a cavallo di una particella elementare.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \quad (1.30)$$

la (1.29) si può riscrivere nel seguente modo:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{f}_e + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (1.31)$$

Per fluido non viscoso la (1.31) assume la seguente forma:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{f}_e \quad (1.32)$$

che prende il nome di *equazione del moto di Eulero*.

1.4.3 L'equazione di conservazione dell'energia

L'*equazione di conservazione dell'energia* stabilisce che l'energia totale di un sistema si conserva. Per scrivere rigorosamente l'equazione di conservazione dell'energia bisognerebbe considerare tutte le possibili forme di energia presenti nel sistema. Per semplicità limitiamo l'attenzione alla sola energia termomeccanica per unità di massa pari a:

$$e = u + \frac{V^2}{2} \quad (1.33)$$

dove e è, appunto, l'energia termomeccanica per unità di massa, u è l'energia interna per unità di massa e $\frac{V^2}{2}$ è l'energia cinetica per unità di massa.

In definitiva $b = e = u + \frac{V^2}{2}$.

Per quanto riguarda la componente convettiva del vettore flusso essa è pari a:

$$\vec{\Phi}_c = \rho e \vec{V} = \rho \left(u + \frac{V^2}{2} \right) \vec{V} \quad (1.34)$$

mentre la componente diffusiva è pari a:

$$\vec{\Phi}_d = -\gamma \rho a \vec{\nabla} u \quad (1.35)$$

dove γ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e il calore specifico a volume costante, mentre a è la diffusività termica. Quest'ultima relazione si può riscrivere utilizzando la *legge di Fourier* per la conduzione:

$$\vec{\Phi}_d = -k \vec{\nabla} T \quad (1.36)$$

dove k è la conducibilità termica del materiale, ritenuto isotropo, ossia con uguale comportamento in tutte le direzioni, e T è la temperatura.

Il termine di generazione può porsi come:

$$b''' = \rho \vec{f}_e \cdot \vec{V} + u''' + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{V}) \quad (1.37)$$

dove i primi due termini a secondo membro rappresentano le sorgenti volumetriche, mentre il terzo termine rappresenta le sorgenti superficiali. In particolare, $\rho \vec{f}_e \cdot \vec{V}$ rappresenta il lavoro delle forze esterne, u''' rappresenta la generazione di energia interna relativa a contributi di origine nucleare, chimica e elettromagnetica, mentre $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{V})$ rappresenta il lavoro compiuto sul fluido dal tensore degli sforzi.

Tenendo presente queste considerazioni, dalla (1.13) si ottiene l'equazione di conservazione dell'energia in forma integrale:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho e d\Omega + \int_S \rho e \vec{V} \cdot \vec{n} dS = \int_S k \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} (\rho \vec{f}_e \cdot \vec{V} + u''') d\Omega + \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{V}) d\Omega \quad (1.38)$$

mentre dalla (1.15) si ottiene la forma differenziale:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho e \vec{V}) = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \rho \vec{f}_e \cdot \vec{V} + u''' + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{V}) \quad (1.39)$$

Tenendo presente le (1.24), (1.30) e (1.33) la (1.39) assume la seguente forma:

$$\rho \frac{Du}{Dt} + p \nabla \cdot V = \nabla \cdot (k \vec{\nabla} T) + \mu \Phi + u''' \quad (1.40)$$

dove Φ rappresenta la funzione di dissipazione viscosa.

Introducendo la funzione entalpia specifica:

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (1.41)$$

la (1.40) diventa:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \mu \Phi + u''' \quad (1.42)$$

Ricordando che per un fluido a fase singola:

$$dh = c_p dT + (1 - \beta T) \frac{1}{\rho} dp \quad (1.43)$$

dove:

$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)_p$ è il *calore specifico a pressione costante* e rappresenta la quantità di

calore necessaria per aumentare di un grado la temperatura della massa unitaria di una data sostanza, in una trasformazione isobara ed internamente reversibile;

$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ è il *coefficiente di comprimibilità a pressione costante* e

rappresenta la diminuzione percentuale del volume di un sistema dovuta ad un incremento unitario della temperatura, in una trasformazione isobara ed internamente reversibile; è possibile esprimere l'equazione di conservazione dell'energia in termini di temperatura:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \bar{\nabla} \cdot (k \bar{\nabla} T) + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + u''' \quad (1.44)$$

Assumendo $k = \text{cost.}$ si ha:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + u''' \quad (1.45)$$

e nell'ulteriore ipotesi di gas ideale, essendo $\beta = \frac{1}{T}$, si ottiene una più semplice espressione dell'equazione di conservazione dell'energia:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + u''' \quad (1.46)$$

Riassumendo:

i. Equazione di conservazione della massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (1.20)$$

ii. Equazione di bilancio della quantità di moto:

$$\rho \frac{D\bar{V}}{Dt} = -\bar{\nabla} p + \rho \bar{f}_e + \bar{\nabla} \cdot \bar{\tau} \quad (1.31)$$

iii. Equazione di conservazione dell'energia:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + u''' \quad (1.45)$$

1.5 I numeri caratteristici

Nello studio della convezione va sottolineata l'importanza di adimensionalizzare la formulazione dei problemi di scambio termico, in quanto la risoluzione delle equazioni che governano il fenomeno, tranne che in pochi casi spesso particolarmente idealizzati e semplici, è estremamente difficoltosa. L'adimensionalizzazione consiste proprio nel raggruppare le variabili in gioco in gruppi adimensionali denominati *numeri caratteristici*. Ciò semplifica sia l'aspetto matematico sia la presentazione dei risultati e, inoltre, consente l'analisi degli ordini di grandezza tra le entità che regolano il fenomeno; infatti, i numeri caratteristici rappresentano una misura dell'importanza relativa tra due grandezze fisicamente e dimensionalmente omogenee.

Tralasciando la metodologia che permette l'identificazione delle variabili adimensionali, vediamo quali sono i più importanti numeri caratteristici atti allo studio dei fenomeni convettivi, oltre ai già citati numeri di *Rayleigh* e di *Richardson*.

i. Numero di Nusselt medio

Il numero di *Nusselt* medio misura l'importanza relativa del gradiente di temperatura medio nel fluido a diretto contatto con la superficie rispetto ad un gradiente di temperatura di riferimento:

$$Nu_m = \frac{\text{Gradiente di temperatura locale medio}}{\text{Gradiente di temperatura medio di riferimento}} = \frac{\bar{h}_c L}{k} \quad (1.57)$$

dove \bar{h}_c (W/m^2K) è la conduttanza media unitaria convettiva, L (m) è sempre una lunghezza caratteristica e k (W/mK) è la conducibilità termica del fluido.

ii. Numero di Reynolds

Il numero di *Reynolds* misura l'importanza delle forze d'inerzia rispetto alle forze viscosive:

$$Re = \frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze viscosive}} = \frac{\rho VL}{\mu} \quad (1.58)$$

iii. Numero di Prandtl

Il numero di *Prandtl* misura l'importanza della diffusione della quantità di moto, ossia la propagazione del movimento del fluido in direzione ortogonale alla direzione del moto stesso, rispetto alla diffusione dell'energia termica:

$$Pr = \frac{\text{Diffusione della quantità di moto}}{\text{Diffusione dell'energia termica}} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{a} \quad (1.59)$$

iv. Numero di Eckert

Il numero di *Eckert* misura l'importanza relativa degli effetti di dissipazione di energia nella corrente, dovuti alla viscosità, rispetto alla differenza di temperatura di riferimento nel processo di scambio termico:

$$Ec = \frac{\text{Temperatura dinamica della corrente fluida}}{\text{Differenza di temperatura di riferimento}} = \frac{V^2}{c_p \Delta T} \quad (1.60)$$

v. *Numero di Grashof*

Il numero di *Grashof* rappresenta il prodotto tra le misure dell'importanza delle forze di galleggiamento rispetto alle forze viscosi e dell'importanza delle forze d'inerzia rispetto alle forze viscosi:

$$Gr = \frac{\text{Forze di galleggiamento}}{\text{Forze viscosi}} \frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze viscosi}} = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} \quad (1.61)$$

Si ricorda inoltre che il numero di *Richardson* può porsi anche come rapporto tra il numero di *Grashof* e il quadrato del numero di *Reynolds*:

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

mentre il numero di *Rayleigh* può porsi come prodotto del numero di *Grashof* per il numero di *Prandtl*:

$$Ra = Gr Pr$$

Il numero di *Nusselt* riveste fondamentale importanza nello studio della convezione poiché dalla sua conoscenza si può risalire al coefficiente di scambio termico convettivo \bar{h}_c . Il numero di *Nusselt* si presenta come funzione di altri numeri caratteristici; in generale si ha:

$$Nu = f(Gr, Pr, Ec, Re)$$

Per la convezione naturale, si può porre:

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

mentre per la convezione forzata si può porre:

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Nella convezione naturale si definiscono, inoltre, il *numero di Grashof critico*, Gr_c , e il *numero di Rayleigh critico*, Ra_c , mentre nella convezione forzata si definisce il *numero di Reynolds critico*, Re_c , atti a indicare se ha luogo la transizione dal regime di moto laminare a quello turbolento, ovvero:

- ➔ convezione naturale ⇒ $Gr > Gr_c; \quad Ra > Ra_c$
- ➔ convezione forzata ⇒ $Re > Re_c$.

1.6 Irraggiamento

1.6.1 Generalità

Lo studio di tale fenomeno di trasferimento d'energia termica da un corpo più caldo ad un corpo più freddo è strettamente connesso a discipline come l'ottica e l'elettromagnetismo.

Le equazioni di Maxwell sulla teoria elettromagnetica ondulatoria descrivono la propagazione della radiazione in un mezzo isotropo, prevedendone l'attenuazione (assorbimento) e, considerando l'interazione che si determina quando un'onda che attraversa un mezzo incontra la superficie di un altro, consentono, per un'interfaccia ideale, di analizzare i fenomeni di riflessione e di rifrazione.

La velocità di propagazione della radiazione elettromagnetica indicata con c è definita dalla seguente relazione:

$$c = \lambda \nu$$

dove λ è rappresentata la distanza coperta dalla radiazione in un periodo ovvero dalla frequenza ν , che rappresenta il numero di cicli nell'unità di tempo.

La radiazione elettromagnetica comprende una vasta gamma di frequenze che costituiscono lo *spettro elettromagnetico* (fig. 1.1):



Fig. 1.1 - Classificazione delle onde elettromagnetiche in funzione della lunghezza d'onda

Il contributo della radiazione termica è rilevabile nel campo di lunghezza d'onda compreso tra $10^{-1} \div 10^2 \mu\text{m}$, che include buona parte di quello infrarosso e di quello ultravioletto. Una piccola parte dello spettro della radiazione termica, compresa tra 0.38 e 0.78 μm , è definita visibile, può essere percepita dall'occhio umano con diversi colori a seconda della lunghezza d'onda.

Denominazione	λ (μm)
Raggi cosmici e raggi γ	$< 10^{-5}$
Raggi X	$10^{-5} \div 10^{-1}$
Raggi ultravioletti	$10^{-1} \div 0.380$
Radiazioni visibili	$0.380 \div 0.780$
Radiazioni infrarosse	$0.780 \div 10^3$
Microonde (TV, radar)	$10^3 \div 10^6$
Onde radio	$10^6 \div 10^{11}$

tab. 1.1 - Classificazione delle onde elettromagnetiche negli intervalli di lunghezza d'onda

La velocità di propagazione della radiazione elettromagnetica, è, nel vuoto, una costante indicata con c_0 , pari a $2.9979 \cdot 10^8$ m/s ed è legata alla *costante dielettrica* γ_0 ed alla *permeabilità magnetica* μ_0 dalla relazione:

$$c_0 = 1/\sqrt{\mu_0\gamma_0}$$

In un mezzo dielettrico la velocità di propagazione è pari a:

$$c = 1/\sqrt{\mu\gamma}$$

ed è inferiore a c_0 e dipende dalla natura del mezzo in esame.

Il rapporto tra c e c_0 definisce un altro parametro importante:

$$n = c/c_0 = \lambda/\lambda_0 = (\mu\gamma/\mu_0\gamma_0)^{1/2} = \sqrt{k_m k_e}$$

che è definito *indice di rifrazione*, mentre k_m e k_e sono definiti rispettivamente come *costante dielettrica* e *costante magnetica* relativa del mezzo.

Max Plank con la meccanica quantistica aggiunge al concetto ondulatorio quello di radiazione elettromagnetica intesa come un flusso di particelle dette *fotoni*. I fotoni sono quanti di energia che viaggiano alla velocità della luce e possiedono una frequenza. L'energia di una radiazione è proporzionale alla frequenza secondo la relazione:

$$E = h \cdot \nu$$

dove h è la costante di Plank ed è pari a $6.6256 \cdot 10^{-34}$ Js.

1.6.2 Definizioni

Quasi tutti i corpi emettono, assorbono e riflettono contemporaneamente tale energia radiante sotto forma di onde elettromagnetiche, cosicché si realizzi uno scambio di energia per irraggiamento tra di essi.

Indicando con G l'irradiazione o meglio la potenza termica radiante che incide sull'unità di superficie (W/m^2), possiamo definire una grandezza che tiene conto della dipendenza dell'irradiazione dalla lunghezza d'onda ovvero l'*irradiazione monocromatica*:

$$G_\lambda = \frac{dG}{d\lambda}$$

la cui unità di misura è W/m^3 . Essa, ci permette di valutare la quantità di energia radiante compresa tra λ e $\lambda+d\lambda$:

$$dG = G_\lambda d\lambda$$

nonché, disponendo dello spettro di irraggiamento in un diagramma G_λ, λ , di determinare la quantità di energia radiante compresa tra due lunghezze d'onda, λ_1 e λ_2 nel seguente modo:

$$G(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} G_\lambda d\lambda$$

Ovviamente quando gli estremi di integrazione sono 0 e $+\infty$ otteniamo il flusso radiante incidente G.

Allo stesso modo è possibile definire, con riferimento all'energia emessa dalla superficie, il *potere emissivo* di una superficie ossia la potenza termica radiante emessa dall'unità di area della superficie, indicato con E ed espresso in W/m^2 e quindi il *potere emissivo monocromatico* E_λ come:

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}$$

espresso a sua volta in W/m^3 .

Analogamente a quanto visto per G_λ , la grandezza E_λ , disponendo dello spettro di emissione in un diagramma E_λ, λ , si può di determinare la quantità di energia radiante emessa compresa tra λ e $\lambda+d\lambda$:

$$dE = E_\lambda d\lambda$$

e allo stesso modo, disponendo dello spettro di emissione in un diagramma E_λ, λ la quantità di energia radiante emessa tra due lunghezze d'onda, λ_1 e λ_2 attraverso la relazione è così esprimibile:

$$E(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda d\lambda$$

Ovviamente integrando ancora una volta tra 0 e $+\infty$ si ottiene il potere emissivo di una superficie E.

Il flusso radiante G incidente su una superficie viene in parte assorbito ed in parte riflesso e, se il corpo delimitato dalla superficie in questione non è opaco alle radiazioni incidenti, in parte attraversa il corpo e si propaga nel mezzo a valle del corpo stesso.

Si definiscono allora, il *coefficiente di assorbimento* α , il *coefficiente di riflessione* ρ , e il *coefficiente di trasmissione* (o di trasparenza) τ , le frazioni del flusso radiante incidente, αG , ρG , τG , che vengono rispettivamente assorbita, riflessa e trasmessa. Questi coefficienti sono adimensionali e, dato che vale la seguente relazione

$$\alpha G + \rho G + \tau G = G$$

risulterà quindi:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Nelle applicazioni la maggior parte dei solidi può essere ritenuta opaca alle radiazioni termiche: sono opachi tutti i metalli e la maggior parte dei materiali da costruzione, eccetto i vetri ed alcune plastiche. Per i corpi opachi, essendo $\tau = 0$, varrà la relazione semplificata:

$$\alpha + \rho = 1$$

I coefficienti α , ρ e τ sono relativi al flusso radiante incidente G , indipendentemente dalla lunghezza d'onda. Relativamente all'energia raggiante incidente, $G_\lambda d\lambda$, con lunghezza d'onda compresa tra λ e $\lambda+d\lambda$, si definiscono rispettivamente α_λ , ρ_λ e τ_λ , i *coefficienti monocromatici di assorbimento, di riflessione e di trasmissione* (o di trasparenza), che rappresentano la frazione dell'energia $G_\lambda d\lambda$ rispettivamente assorbita, riflessa e trasmessa. Chiaramente, anche tra i coefficienti monocromatici sussiste la relazione:

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

mentre nel caso di corpi opachi vale ancora la seguente relazione:

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$$

1.6.3 Corpo nero

Per lo studio dell'irraggiamento si utilizza il modello di *corpo nero* (Fig. 1.6.3. a). Si definisce *superficie nera* una superficie caratterizzata dall'aver il coefficiente di assorbimento monocromatico $\alpha_\lambda = 1$ (ovviamente, coefficiente di riflessione monocromatico ρ_λ e coefficiente di trasmissione monocromatico τ_λ nulli) qualsiasi sia la lunghezza d'onda della radiazione incidente e qualsiasi sia la temperatura della superficie, e quindi capace di assorbire tutta l'energia termica raggianti incidente su di essa.

Il corpo nero è un modello ideale poiché non esistono in natura corpi con tali caratteristiche. Tuttavia è possibile approssimare un superficie nera considerando una cavità costituita per esempio da una sfera cava le cui pareti siano mantenute ad una temperatura uniforme T, e si supponga di praticare un piccolo foro nella parete della sfera. Qualunque radiazione penetri nella sfera è in parte assorbita dalla superficie interna ed in parte riflessa; la parte riflessa che non incontra il foro sul suo percorso non lascia la cavità ma incide ripetutamente sulla superficie interna ed ogni volta che la colpisce ne è in parte assorbita. Le probabilità che una parte dell'energia radiante fuoriesca dalla cavità è tanto minore quanto più piccolo è il rapporto tra l'area del foro e l'area della superficie interna e quanto più elevato è il valore del coefficiente di assorbimento della superficie interna della cavità. La superficie nera è la superficie del foro della cavità con un'approssimazione tanto migliore quanto minore è il rapporto tra l'area del foro e l'area della superficie interna della cavità e quanto maggiore è il coefficiente di assorbimento della superficie interna.

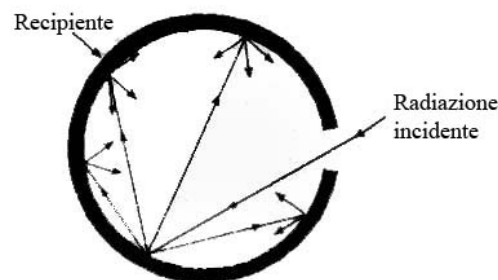


fig. 1.2 Esempio di realizzazione pratica di una superficie nera

Le leggi che regolano l'emissione dei corpi neri sono tre:

- ✓ Legge di Stefan-Boltzmann
- ✓ Legge di Planck
- ✓ Legge di Wien

Legge di Stefan-Boltzmann

Il *potere emissivo di un corpo nero*, E_n , è definito dalla relazione:

$$E_n = \sigma T^4$$

dove:

σ = costante di Stefan_Boltzmann = $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$;
 T = temperatura, K.

Legge di Planck

Il potere emissivo monocromatico di un corpo nero, $E_{n\lambda}$, è definito dalla relazione:

$$E_{n\lambda} = \frac{A}{\lambda^5 (e^{B/\lambda T} - 1)}$$

dove:

$$A = 3.74 \cdot 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4/\text{m}^2, B = 1.44 \cdot 10^4 \mu\text{mK}$$

T = temperatura, K.

Tale relazione evidenzia che il potere emissivo monocromatico dei corpi neri è una funzione di due variabili, λ e T.

Riportando inoltre lo spettro di emissione di un corpo nero a diverse temperature e in funzione della lunghezza d'onda si nota che le curve partono dall'origine degli assi raggiungono un punto di massimo ed infine decrescono più dolcemente tendendo asintoticamente al valore zero. Dal confronto delle diverse isoterme si ricava anche che:

- A ciascuna lunghezza d'onda, al crescere della temperatura cresce il potere emissivo monocromatico,
- l'ascissa del punto di massimo, λ_{max} , si sposta verso sinistra al crescere della temperatura. Questa seconda caratteristica è quantizzata dalla legge di Wien.

Legge di Wien

Tra la lunghezza d'onda alla quale il potere emissivo monocromatico ha il valore massimo, λ_{max} , e la temperatura della superficie nera emittente sussiste la relazione:

$$\lambda_{\text{max}} T = 2898 \mu\text{mK}$$

Da essa si ricava che ad esempio per un corpo nero a $27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$ il massimo valore del potere emissivo si ha ad una lunghezza d'onda pari a circa $10 \mu\text{m}$, cioè nell'infrarosso, e che per avere tale massimo al centro del visibile, circa $0.55 \mu\text{m}$, il corpo nero deve avere una temperatura di 5270 K (Fig. 1.6.3.b).

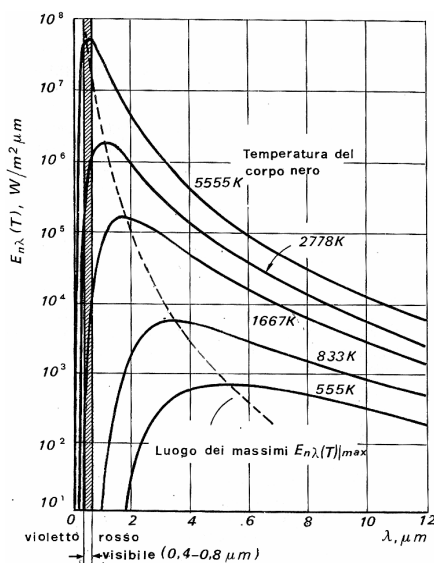


fig. 1.3 - Potere emissivo spettrale emisferico del corpo nero

1.6.4 Corpo reale

Il corpo nero è solo un modello utilizzato come riferimento per lo studio del comportamento del corpo reale; in particolare, il potere emissivo di un corpo reale viene riferito a quello del corpo nero alla stessa temperatura mediante l'introduzione dell'*emissività* o *emittenza*, ε , definita dalla relazione:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n}$$

che ci consente di calcolare il potere emissivo totale, E , di un corpo reale dalla conoscenza della sua emissività, ε , e dalla conoscenza della sua temperatura, ricavando il potere emissivo del corpo nero dalla legge di Stefan-Boltzmann. I valori di emissività possono essere inseriti in apposite tabelle e affette da rilevante incertezza in quanto nei solidi opachi la radiazione elettromagnetica incidente viene assorbita in uno strato sottilissimo, dell'ordine di pochi decimi di millimetro, così come la radiazione emessa non dipende da tutto il corpo ma solo dallo strato superficiale. Ciò significa che il fenomeno dell'*irraggiamento termico*, per la maggior parte dei solidi, risulta essere un fenomeno praticamente superficiale, per cui è sufficiente alterare le caratteristiche superficiali per ottenere grandi variazioni nell'assorbimento e nell'emissione.

Passando alle *grandezze monocromatiche*, l'*emissività monocromatica* o *emittenza monocromatica*, ε_λ , è definita dalla relazione:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{n\lambda}}$$

che correla il potere emissivo monocromatico dalla al potere emissivo monocromatico del corpo nero alla stessa temperatura sfruttando la relazione proposta da Planck.

Qualunque siano la lunghezza d'onda e la temperatura superficiale per tutti i corpi, la relazione $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$, valida rigorosamente quando la temperatura della superficie irraggiata è uguale a quella della superficie irraggiante, ma utilizzabile, in pratica, anche in condizioni diverse. Essa è nota come legge di Kirchhoff, la quale non è ovvia, in quanto il coefficiente di assorbimento monocromatico e l'emissività monocromatica sono due grandezze completamente differenti tra loro, infatti, il primo rappresenta la percentuale di energia assorbita rispetto a quella incidente, la seconda rappresenta invece la percentuale di energia emessa rispetto a quella che emetterebbe un corpo nero alla stessa temperatura.

Essa è molto importante in quanto ci consente di conoscere il valore del coefficiente di assorbimento a partire dalla conoscenza dell'emissività, ma anche perché stabilisce che il valore dell'emissività, analogamente a quello del coefficiente di assorbimento, è compreso tra 0 e 1 e quindi, che ad ogni temperatura il corpo nero emette la massima energia possibile (in accordo con la relazione $\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{n\lambda}}$).

La legge di Kirchhoff non vale per le grandezze totali, cioè in generale risulta $\alpha \neq \varepsilon$.

1.6.5 Corpo Grigio

I corpi reali hanno in generale una emissività monocromatica che variabile con la lunghezza d'onda. Nelle applicazioni tecniche spesso si può sostituire l'andamento effettivo dell'emissività monocromatica con il suo valore medio, risultando così indipendente dalla lunghezza d'onda; in questi casi si parla di modello di corpo grigio definendo quindi come corpo grigio un corpo caratterizzato dall'aver emissività monocromatica costante con la lunghezza d'onda (Fig. 1.6.5 a).

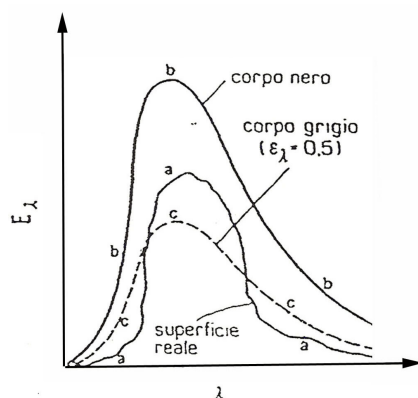


fig. 1.4 - Curva a, spettro di emissione di un corpo reale; curva b, spettro di emissione di un corpo nero alla stessa temperatura; curva c, spettro di emissione di un corpo reale assunto a comportamento grigio;

Per i corpi grigi, quindi, essendo $\epsilon_\lambda = \text{costante}$, risulta $\epsilon_\lambda = \epsilon$, così come, essendo anche $\alpha_\lambda = \text{costante}$ risulterà anche $\alpha_\lambda = \alpha$ e di conseguenza si avrà:

$$\alpha = \epsilon$$

che è una relazione molto comoda nelle applicazioni.

1.6.6 Fattore di configurazione

L'aliquota di energia raggiate che lascia una superficie può incidere in parte su di un'altra superficie, e può essere, a sua volta, in parte assorbita e in parte riflessa da quest'ultima a meno che tali superfici non siano considerate indefinite.

Si considerino a tal proposito due superfici generiche i e j , schematizzate nella figura 1.6.6 a):

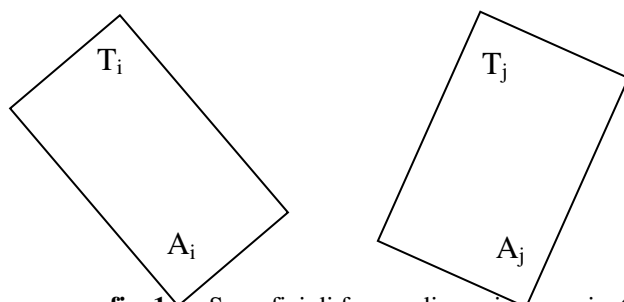


fig. 1.5 - Superfici di forma, dimensione e orientazione generiche

Per valutare la potenza termica irradiata da una delle due superfici che incide direttamente sull'altra, bisogna tener presente che non tutta l'energia che lascia una delle due colpirà l'altra. Pertanto è opportuno definire una grandezza che esprima la frazione di energia che, lasciata la prima superficie, incide direttamente, cioè senza riflessioni, sull'altra superficie. Tale grandezza, indicata in genere con F_{ij} (o con F_{ji}), dove con i è denotata la superficie irradiante, e con j la superficie irradiata è di utile impiego in quanto essa, per superfici diffuse, dipende unicamente dalla geometria delle due superfici (dalla forma, dalle dimensioni e dalla loro orientazione relativa), non dipendendo né dalla temperatura né dalle caratteristiche di emissione e di assorbimento delle due superfici.

Da una semplice analisi di scambio termico per irraggiamento tra due superfici 1 e 2 rispettivamente a temperatura t_1 e a temperatura t_2 ed entrambe nere ($\alpha_1 = 1$ e $\alpha_2 = 1$) si ricava una importante proprietà dei fattori di vista. Infatti conoscendo la potenza termica emessa dalle due superfici per la legge di Stefan-Boltzmann vale:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= A_1 \sigma T_1^4 \\ \dot{Q}_2 &= A_2 \sigma T_2^4\end{aligned}$$

mentre la potenza termica emessa da una superficie ed assorbita dall'altra, vale:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{12} &= A_1 F_{12} \sigma T_1^4 \\ \dot{Q}_{21} &= A_2 F_{21} \sigma T_2^4\end{aligned}$$

e, pertanto, si ottiene che la potenza termica raggiante scambiata tra i due corpi risulta:

$$\dot{Q} = \sigma (A_1 F_{12} T_1^4 - A_2 F_{21} T_2^4)$$

Supponendo che i due corpi si trovino alla stessa temperatura ($T_1 = T_2$) risulterà nulla la predetta relazione e quindi si otterrà:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

che, in generale, diventa:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Tale relazione rappresenta la *prima proprietà dei fattori di vista* o meglio *proprietà di reciprocità dei fattori di vista* che permette di ricavare un fattore di vista noto il reciproco e note le aree delle due superfici. Tale relazione ricavata nel caso $T_1 = T_2$ e

superfici nere ha validità, del tutto generale in quanto i fattori di vista sono grandezze puramente geometriche.

Si consideri, ora, invece un insieme di N superfici che costituiscono un sistema chiuso (cavità). Per il principio di conservazione dell'energia, considerando tutti gli scambi di energia radiante tra le varie superfici presenti nella stessa cavità si ottiene la *seconda proprietà dei fattori di vista* o *proprietà della cavità*:

$$\sum_{i=1}^N F_{ij} = 1$$

che consente di ricavare, nel caso di cavità, l' n -esimo fattore di vista essendone noti $N-1$.

Altra proprietà dei fattori di vista è la *proprietà additiva/sottrattiva*, secondo cui l'aliquota di energia raggiante che lascia una superficie e che incide su un'altra resta la stessa anche se quest'ultima è considerata come somma di più superfici; basterebbe infatti sommare la frazione di energia emessa da A_1 che incide su ognuna delle m superfici di cui A_2 è stata scomposta.

A tal proposito si considerino la superficie A_1 e la superficie A_2 illustrate in fig.1.6.6 b):

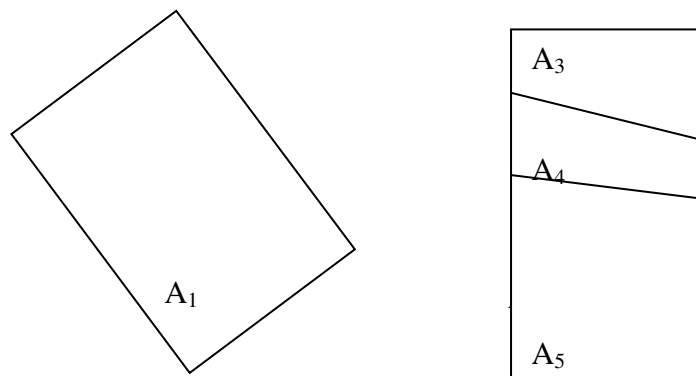


Fig.1.6 - Superfici generiche di cui una è somma di 3 superfici

Per quanto detto, volendo dare un'espressione analitica di tale proprietà al nostro caso e avendo scomposto A_2 in quattro superfici, si ha:

$$F_{12} = F_{1(3+4)} = F_{13} + F_{14} + F_{15}$$

e cioè la frazione di energia raggiante emessa da A_1 che incide direttamente su A_2 è uguale alla somma delle frazioni di energia che incidono sulle superfici A_3 , A_4 e A_5 in cui è stata scomposta la superficie A_2 .

Infine, oltre a sfruttare tali proprietà, per il calcolo del fattore di configurazione geometrica si ricorre anche all'uso di tabelle e diagrammi disponibili per diverse geometrie.

Capitolo 2
Rassegna bibliografica
e aspetti applicativi

Capitolo 2

Rassegna bibliografica ed aspetti applicativi

2.1 La convezione mista in canali e cavità

Nella letteratura tecnica sono presenti numerosi lavori che analizzano lo scambio termico relativo ai canali e alle cavità, sia dal punto di vista numerico sia da quello sperimentale; nel seguito ne vengono presentati alcuni di maggiore interesse.

I principi base della convezione naturale e mista sono stati ampiamente descritti nei lavori [1-6].

I primi lavori di un certo interesse riguardano lo scambio termico tra una superficie isoterma in movimento e l'ambiente circostante, inizialmente in quiete. La maggior parte di tali trattazioni fa riferimento a regimi stazionari e bidimensionali nei quali si trascura la conduzione all'interno del solido focalizzando l'attenzione sul flusso indotto dalla superficie in movimento. Il primo ad occuparsi di tale problema è stato Sakiadis [7-8] che, partendo dalle equazioni valide per una piastra semi-infinita, ha ricavato importanti risultati. In particolare ha osservato che lo spessore dello strato limite cresce nella direzione del moto della superficie, mentre la velocità del fluido decresce dal valore pari alla velocità della superficie in corrispondenza di questa, al valore zero in corrispondenza del bordo dello strato limite. Tsou et al. [9] hanno determinato sperimentalmente come si sviluppa lo strato limite in presenza di superfici in movimento. I profili di velocità ottenuti, sia per flusso laminare sia per flusso turbolento, sono in ottimo accordo con i risultati teorici. Griffin e Thorne [10] hanno analizzato lo sviluppo dello strato limite per un nastro piano continuo in movimento giungendo a risultati che concordano perfettamente con quelli di Erickson et al. [11]. Metodi analoghi sono stati utilizzati da Chen e Strobel [12] e da Moutsoglou e Chen [13] per lo studio di una superficie isoterma in movimento, sia orizzontale che verticale. In particolare sono stati determinati i campi di moto e di temperatura. Infine, ricordiamo Koldenhof [14] che ha impiegato tecniche integrali per risolvere le equazioni dello strato limite laminare relativamente al moto del fluido generato dal movimento di piastre piane e di cilindri.

Nell'ambito di lavori sullo scambio termico tra una superficie isoterma in movimento e l'ambiente circostante inizialmente in quiete che hanno preso in considerazione anche il contributo diffusivo nel materiale e il contributo radiativi, Chida e Katto [15] hanno indagato il flusso indotto da una piastra in continuo movimento e di spessore finito, includendo, nei loro calcoli, gli effetti della conduzione all'interno della piastra. Kuiken [16] ha considerato lo scambio termico tra una piccola resistenza cilindrica, a temperatura uniforme e in movimento in un fluido inizialmente in quiete, e il fluido stesso. Karwe e Jaluria [17-18] hanno studiato numericamente lo scambio termico tra una piastra isoterma in movimento e l'ambiente circostante inizialmente in

quiete, confrontando i risultati ottenuti risolvendo le equazioni dello strato limite con i risultati ricavati risolvendo le equazioni ellittiche complete.

Un altro aspetto importante da prendere in considerazione è l'analisi in regime transitorio. Un'analisi di questo tipo è fondamentale, ad esempio, per la determinazione del tempo necessario al completamento di un processo termico su un dato materiale. Khader [19] ha sviluppato un modello a regime transitorio in convezione mista per una superficie verticale isoterma in movimento che prevede l'utilizzo del metodo esplicito alle differenze finite. Kang et al. [20] hanno studiato numericamente il trasporto di calore indotto da una piastra riscaldata in continuo movimento in un mezzo in quiete. In particolare sono stati analizzati dettagliatamente gli effetti transitori dello scambio termico tra la piastra e il fluido.

Quando lo scambio termico che si realizza tra piastra e fluido è tale da non garantire un raffreddamento adeguato del materiale, è necessario ricorrere a un flusso forzato aggiuntivo. Kang e Jaluria [21] hanno analizzato l'effetto che ha, sul processo di raffreddamento del materiale, un flusso forzato aggiuntivo, diretto parallelamente alla direzione del moto della piastra. In particolare sono stati studiati numericamente due casi: il primo in cui il flusso forzato aggiuntivo agisce in un canale avente una superficie mobile, il secondo in cui il flusso forzato aggiuntivo agisce in un ambiente più esteso. I risultati ottenuti hanno mostrato che, nel primo caso, la larghezza del canale svolge un ruolo fondamentale: infatti, al crescere di essa, i valori calcolati tendono a quelli ottenuti nel secondo caso. Il primo caso è di grande interesse, ad esempio, nei processi di raffreddamento delle fibre di vetro, dove un flusso forzato di gas inerte è soffiato sul materiale in una regione confinata, mentre il secondo caso trova riscontro, ad esempio, nei processi di raffreddamento, con acqua, dei cavi industriali. Rhodes e Chen [22] hanno studiato meccanismi di raffreddamento mediante l'utilizzo di spray e di radiazioni. Abdelhafez [23] ha trattato analiticamente il caso di una superficie in continuo movimento in un fluido dotato di moto parallelo a quello della superficie stessa. Chamkha et al. [24] hanno studiato gli effetti delle forze di galleggiamento sull'energia termica trasferita da una superficie omogenea alimentata a flusso termico costante, orizzontale o inclinata, che si muove con velocità non uniforme in un ambiente fluido. È stato notato che, per elevati valori delle forze di galleggiamento, la velocità del fluido vicino alla superficie supera quella assunta sulla stessa. Ali e Al-Yousef [25] hanno analizzato il moto del fluido in corrispondenza di una superficie permeabile verticale, in movimento, nei due casi di forze di galleggiamento concordi e opposte al moto principale. Sono stati valutati gli effetti di numerosi parametri quali il numero di Prandtl, il numero di Richardson e la dimensione della sezione d'ingresso, sulla distribuzione della velocità e della temperatura, sui coefficienti di scambio termico e sulla tensione tangenziale in corrispondenza della superficie. È stato notato che le forze di galleggiamento non influiscono sui coefficienti di scambio termico in quanto la temperatura è inversamente proporzionale alla distanza dalla superficie. Infine sono stati valutati i valori critici, in convezione naturale, dei termini che tengono conto delle forze di galleggiamento. Al-Sanea [26] ha studiato le caratteristiche termiche di una lastra estrusa, in movimento verticale, in un ambiente fluido, vicino e lontano dalla matrice. Sono stati analizzati gli effetti del numero di Prandtl e delle forze di galleggiamento sui coefficienti d'attrito e sui coefficienti di scambio termico. Lin e Huang [27] hanno considerato un problema di trasmissione del calore in convezione forzata per una piastra in movimento in una corrente fluida. Sono stati analizzati due casi: nel primo la piastra è in moto parallelamente alla corrente fluida, mentre nel secondo essa è in moto in verso

opposto alla corrente fluida. Sono state determinate soluzioni accurate per molti valori della velocità relativa della piastra rispetto alla corrente fluida per valori del numero di Prandtl compresi tra 0.01 e 10000. Inoltre, Lin e Huang hanno determinato i valori della forza d'attrito sulla piastra e i valori dell'energia termica trasferita per qualunque rapporto tra la velocità della piastra e la velocità del fluido; hanno, infine, fornito delle rappresentazioni dei profili di velocità e di temperatura che consentono di analizzare gli effetti del moto relativo tra la piastra e la corrente fluida. Lin et al. [28] hanno sviluppato una formulazione universale per un generico problema di convezione mista in cui una piastra orizzontale isoterma e il fluido circostante sono entrambe in movimento nello stesso senso o in senso opposto. Tale studio consente di ottenere soluzioni numeriche estremamente accurate comprensive di correlazioni per $0.01 \leq Pr \leq 10000$ e per diverse velocità relative tra la piastra e il fluido.

L'analisi relativa a una piastra piana rientra, spesso, in casi più complessi che riguardano i fenomeni di scambio termico all'interno di canali e cavità delimitate da pareti piane. Nel seguito si riportano alcuni lavori relativi allo studio di tali geometrie. Oztop e Dagtekin [29] hanno svolto un'indagine numerica, in convezione mista, per una cavità quadrata delimitata da due pareti fisse e da due pareti mobili. Le pareti verticali sono mantenute alla stessa temperatura e si muovono con la stessa velocità, sia in modulo che in direzione, ma con verso dipendente dal caso considerato, mentre le pareti orizzontali sono fisse e adiabatiche. L'analisi è stata affrontata in regime stazionario, adottando un modello bidimensionale e riferendosi a tre casi caratterizzati dal differente verso del moto delle pareti verticali. Particolare attenzione è stata rivolta al numero di Richardson che, nei problemi di trasmissione del calore, misura l'importanza relativa fra la convezione naturale e la convezione forzata. I casi analizzati sono riferiti a un numero di Prandtl pari a 0.7 e a un numero di Richardson variabile tra 0.01 e 100. I risultati hanno mostrato che l'influenza del moto delle pareti sull'energia termica scambiata è la stessa quando esse si muovono nello stesso verso, mentre si assiste a una graduale riduzione dell'energia termica trasferita quando le pareti si muovono in verso opposto. Guo e Sharif [30] hanno svolto un'indagine numerica, in convezione mista, per una cavità rettangolare delimitata da due pareti fisse e due pareti mobili. Le pareti verticali sono mobili e si muovono con la stessa velocità, in modulo e direzione. La parete superiore è adiabatica, mentre la parete inferiore presenta un flusso termico imposto nella zona centrale con le zone laterali adiabatiche. Tale geometria rappresenta un sistema di pratico interesse per quanto riguarda, ad esempio, il raffreddamento di un dispositivo elettronico. Sono stati analizzati diversi casi caratterizzati da varie dimensioni della cavità e da diversi valori del flusso termico. È stata analizzata, inoltre, l'influenza del numero di Richardson, delle dimensioni della sorgente termica, della distribuzione del flusso termico e delle dimensioni della cavità sul numero di Nusselt e sul valore massimo della temperatura della superficie che presenta la sorgente termica. Mohamad e Viskanta [31] hanno analizzato, numericamente, il flusso laminare in una cavità compresa tra due piastre, in due e tre dimensioni. La piastra inferiore è ferma e riscaldata, mentre la piastra superiore è raffreddata e può essere o meno in moto. Sono stati studiati gli effetti del raffreddamento della piastra superiore sul moto del fluido e sull'energia termica scambiata in una cavità poco profonda, per numeri di Rayleigh compresi nell'intervallo 3500-4000 e per numero di Prandtl pari a 5.84 (acqua). I risultati numerici hanno mostrato che il moto della piastra superiore distrugge tutte le celle convettive dovute al riscaldamento della piastra inferiore per valori finiti delle dimensioni della cavità. Gaskell et al. [32] hanno condotto studi numerici

tridimensionali per tre tipi di moto alla Stokes in cavità rettangolari chiuse, in assenza di fonti termiche. Il primo riguarda cavità in cui il moto deriva dal movimento di una o entrambe le pareti orizzontali; il secondo considera cavità con superficie superiore a pelo libero e superfici verticali in movimento e il terzo è relativo a cavità con superficie superiore a pelo libero e superficie inferiore in movimento. Nel primo caso si è osservata la formazione di una schiera regolare di vortici, mentre negli altri due casi, per cavità con rapporto larghezza-profondità molto piccolo, si assiste alla nascita improvvisa di biforcazioni nel moto e, per cavità con rapporto larghezza-profondità elevato, si nota una regolare crescita dei vortici a partire dalle pareti inferiori. Tutto ciò è di notevole interesse per le tecnologie relative all'applicazione di *film coating* (rivestimenti) su superfici in movimento. I coefficienti di scambio termico sono in ottimo accordo con quelli ricavati per via teorica e sperimentale. Leong et al. [33] hanno indagato il trasferimento di calore per convezione mista in una cavità aperta riscaldata inferiormente per un ampio campo di valori del numero di Reynolds e del numero di Grashof ($1 \leq Re \leq 2000$ e $0 \leq Gr \leq 1 \cdot 10^7$) oltre che per varie dimensioni della configurazione. Da tale indagine si è potuto appurare che il numero di Reynolds e il numero di Grashof governano il tipo di flusso e la nascita di celle di ricircolazione, mentre le dimensioni della configurazione influenzano in maniera significativa l'orientazione di tali celle. Sheu e Tsai [34] hanno svolto un'indagine completa sui moti tridimensionali in una cavità cubica, in assenza di fonti termiche e con parete superiore mobile. In questa analisi stazionaria sono state utilizzate, oltre al solutore Bicgstab, funzioni aggiuntive per raggiungere una maggiore stabilità e accuratezza della soluzione. Lo scopo del lavoro è stato quello di approfondire la conoscenza dei moti vorticosi e per far ciò è stato necessario studiare i movimenti a spirale dei flussi interni. Yang e Fu [35] hanno sviluppato nuovi metodi numerici per lo studio dei meccanismi di formazione dei vortici in flussi che lambiscono componenti elettronici. In particolare sono state presentate distribuzioni di temperatura e di pressione lungo le superfici dei componenti elettronici stessi. Lee e Lin [36] hanno studiato il metodo agli elementi finiti di Galerkin per l'equazione discreta di Boltzmann; esso è stato presentato per simulare un fluido che scorre in geometrie complesse. L'inerente flessibilità geometrica del metodo agli elementi finiti permette il facile uso di semplici variabili cartesiane su uno schema a maglia con quest'ultima che si infittisce nella zona in cui sono presenti maggiori gradienti. La procedura di Galerkin, con appropriate condizioni al contorno, dà luogo a soluzioni accurate con piccola dispersione numerica. Sono state condotte molte prove inclusi flussi di Couette instabili e flussi in cavità. I risultati numerici sono in buon accordo con risultati analitici (se applicabili), numerici e sperimentali precedenti. Gürçan [37] ha analizzato le equazioni in due dimensioni di Navier-Stokes per un fluido newtoniano, in assenza di forze di massa, per una cavità rettangolare con pareti orizzontali mobili e superfici laterali libere, per un rapporto geometrico $A = L/H$ e per tre differenti rapporti di velocità delle due pareti orizzontali ($S = U_1/U_2 = -1, 0, 1$). Usando il metodo agli elementi finiti, con una maglia più fitta nella zona centrale per facilitare l'individuazione dei punti di ristagno, Gürçan ha valutato gli effetti del numero di Reynolds, variabile nell'intervallo 0-100, sulle linee di corrente e sulle loro biforcazioni. Debusschere e Rutland [38] hanno analizzato il trasporto di energia di un flusso turbolento per differenti sforzi di pressione; in particolare, mediante simulazioni numeriche, hanno studiato il trasferimento di calore passivo in un canale piano e il flusso di Couette. Le simulazioni hanno mostrato che i flussi vorticosi giocano un ruolo significativo vicino alle pareti interessate dal trasferimento di calore in entrambi i casi.

Il flusso vorticoso nel canale presenta più bassi livelli di turbolenza nella parte centrale rispetto al flusso di Couette; questo dà luogo a maggiori variazioni di temperatura nella zona centrale e, in generale, a minore trasferimento di calore rispetto al flusso di Couette. Syrjälä [39] ha studiato il trasferimento di calore in un canale rettangolare con parete superiore riscaldata e in movimento per un fluido non newtoniano. Le equazioni differenziali alle derivate parziali che governano il fenomeno sono state risolte con il metodo agli elementi finiti. Un'applicazione pratica di tale studio riguarda il processo di estrusione delle viti; è bene precisare, però, che tale studio non vuole caratterizzare completamente tale processo, ma è solo un primo passo verso il raggiungimento di tale obiettivo. Il risultato più interessante rivelato da quest'analisi è che il ricircolo di fluido nelle vicinanze della parete superiore mobile ha una marcata influenza sul trasferimento di calore. Maughan e Incropera [40] hanno investigato l'incremento dello scambio termico per convezione mista relativamente a un flusso di aria in moto all'interno di un canale delimitato da due piastre parallele riscaldate uniformemente dal basso. L'analisi numerica ha mostrato un incremento del trasferimento di calore prima dell'inizio dell'instabilità termica dovuto, in un canale orizzontale, all'espansione del fluido e al gradiente di pressione indotto e, in un canale inclinato, alla componente della gravità nella direzione del flusso. È stato, inoltre, notato che, esclusi i casi in cui il rapporto $\frac{Gr^*}{Re^2}$ assume valori elevati, il numero di Nusselt può essere predetto tramite correlazioni proprie della convezione forzata fin dove inizia l'incremento del calore scambiato. Da questo punto in poi il numero di Nusselt cresce rapidamente fino a raggiungere un valore massimo per poi stabilizzarsi intorno a un valore leggermente minore del valore massimo. Nicolas et al. [41] hanno presentato uno studio della stabilità idrodinamica lineare di un flusso di Poiseuille puramente conduttivo tridimensionale in un canale orizzontale a sezione rettangolare riscaldato uniformemente dal basso, schematizzando il flusso tramite l'utilizzo di condizioni realistiche su tutte le superfici al contorno; si è utilizzata la condizione di "no slip" sulle superfici al contorno verticali laterali. Lo scopo di questo lavoro era fornire risultati quantitativi per la scelta dei parametri adimensionali critici. L'analisi condotta ha mostrato che, quando il numero di Rayleigh è superiore al valore critico Ra^* , l'instabilità si manifesta con vortici trasversali tridimensionali a forma di ferro di cavallo se il numero di Reynolds è inferiore al valore critico Re^* e con vortici longitudinali per $Re > Re^*$. I risultati forniti sono validi per un ampio campo di valori del numero di Prandtl ($1 \cdot 10^{-6} \leq Pr \leq 1 \cdot 10^5$) e del rapporto B tra la lunghezza del canale e l'altezza del canale ($0.1 \leq B \leq 5.4$ e $B \rightarrow \infty$).

Gli studi sperimentali di trasmissione del calore per materiali in continuo movimento, sono poco numerosi dato che essi necessitano di accurate apparecchiature in grado di simulare il movimento del materiale e tutti i meccanismi di scambio termico coinvolti. In ogni caso gli studi sperimentali sono fondamentali per validare i risultati numerici ottenuti e per evidenziare aspetti che non sono stati completamente compresi. Tsou et al. [42] hanno realizzato un accurato studio sperimentale dello strato limite su una superficie in continuo movimento, usando un cilindro rotante riscaldato che simula, appunto, una superficie isoterma in movimento. Il raggio del cilindro è stato scelto in modo tale da poter trascurare gli effetti della curvatura. Sono state considerate entrambe le condizioni di flusso laminare e turbolento. Karwe e Jaluria [43] hanno svolto un'analisi transitoria simulando il movimento di una piastra riscaldata di lunghezza finita in modo che le condizioni di regime fossero raggiunte dopo molto tempo

dall'inizio del processo di trasporto. La piastra è stata riscaldata con stufe elettriche in una fornace e, raggiunta una temperatura stabile, è stata messa in moto verticalmente con velocità uniforme in un mezzo fluido (aria o acqua). Sia la temperatura della piastra in movimento che la temperatura del fluido ad essa adiacente sono state misurate per mezzo di termocoppie e la velocità è stata misurata, in diverse posizioni, mediante un anemometro a filo caldo. Migeon et al. [44] hanno affrontato sperimentalmente il problema instazionario dei moti laminari e incomprimibili all'interno di cavità, in assenza di fonti termiche, in cui una delle pareti si muove con velocità uniforme dopo che una scia di particolato è stata immessa al suo interno. L'attenzione è stata focalizzata sulla nascita e sullo sviluppo nel tempo di strutture vorticosi per un numero di Reynolds pari a 1000. In particolare si assiste alla presenza di una corrente rettilinea nella zona centrale e di vortici di forma toroidale in prossimità degli spigoli. Inoltre, nella fase di avvio, si notano vortici controrotanti non ben definiti. Chen e Miao [45] hanno condotto studi teorici e sperimentali sul trasferimento di massa in canali orizzontali con parete superiore mobile e adiabatica e cavità in basso, in assenza di fonti termiche, ricavando delle correlazioni tra portata massica e numero di Reynolds. Ben Mansour e Viskanta [46], invece, hanno condotto uno studio sperimentale e teorico atto ad investigare lo scambio termico per convezione mista in una cavità di altezza modesta con parete inferiore mobile. La cavità di prova risultava corredata da due scambiatori di calore e da tre termocoppie per la misura della distribuzione istantanea della temperatura in 12 differenti posizioni. L'analisi teorica è stata realizzata per flusso bidimensionale e tridimensionale, in regime sia laminare sia turbolento. Dai risultati ottenuti si è riscontrato un sostanziale accordo tra i dati ricavati sperimentalmente e le previsioni numeriche. W. F. Lin e T. F. Lin [47] hanno effettuato un esperimento su un flusso di aria all'interno di un canale orizzontale a sezione rettangolare riscaldato dal basso al fine di investigare la transizione spaziale e temporale del flusso indotta dalle forze di galleggiamento e gli associati processi di trasferimento del calore per convezione mista. Ciò è stato fatto misurando il coefficiente di trasmissione del calore locale, diagrammando la variazione temporale della temperatura dell'aria in determinate posizioni e visualizzando il flusso secondario nella sezione trasversale per numeri di Reynolds variabili tra 9 e 186 e per numeri di Grashof superiori a $5 \cdot 10^6$. L'analisi condotta rivela che l'incremento del trasferimento di calore risulta dovuto alla formazione e allo sviluppo di un flusso secondario vorticoso sostenuto dalle forze di galleggiamento e che l'inizio dell'instabilità termica è ritardato per numeri di Reynolds via via più grandi e si sposta verso la sorgente di calore al crescere del numero di Grashof.

Di grande interesse sono gli studi del fenomeno della convezione in canali inclinati. Yang e Zhu [48] hanno analizzato, utilizzando le equazioni di Navier Stokes nell'ipotesi di Boussinesq, le proprietà supercritiche dei flussi secondari in convezione naturale in canali inclinati. I risultati mostrano che il modello di flusso secondario è dominato dal numero di Rayleigh, fissato il numero di Prandtl, e che l'inclinazione del canale influenza significativamente il numero di celle apparse nei flussi secondari. R. Poskas, P. Poskas e D. Sabanskis [49] hanno affrontato lo studio della turbolenza locale in *opposing* che consiste nell'utilizzare un nastro il cui movimento sia opposto a quello delle forze di galleggiamento. Tutto ciò determina un trasferimento di calore in convezione mista nel caso di flusso d'aria stratificato instabile e per inclinazione del canale da $\varphi = 0^\circ$ a $\varphi = 90^\circ$. Tale fenomeno è stato analizzato per ampi intervalli del numero di Reynolds, del numero di Grashof, della pressione e nel caso di riscaldamento

della parete inferiore del canale. Gli autori hanno introdotto una relazione tra numeri adimensionali che regola il fenomeno dell'instabilità delle forze di galleggiamento. Hanno, inoltre, evidenziato che non ci sono nella configurazione orizzontale separazioni di flusso locale dalla parete e le variazioni nel trasferimento di calore sono strettamente legate alla transizione verso il regime di convezione naturale Barletta ed Zanchini [50] hanno affrontato lo studio della convezione mista in canali inclinati, in presenza di viscosità variabile, con una temperatura di parete prefissata e costante. I risultati mostrano che la variazione della viscosità con la temperatura produce effetti rilevanti sulla distribuzione di velocità adimensionale λ e sui fattori di attrito anche in convezione forzata. Al contrario, in convezione mista, l'azione combinata della variazione di viscosità e delle forze di galleggiamento da luogo a grossi cambiamenti nella caduta di pressione adimensionale e anche a un incremento della differenza tra pressione e pressione idrostatica lungo la direzione del flusso. Gli stessi autori [51] hanno studiato analiticamente la convezione mista laminare in canali inclinati con una parete a temperatura stazionaria e una a temperatura variabile nel tempo secondo un andamento sinusoidale. Hanno determinato le espressioni analitiche dei campi di velocità, di temperatura, di caduta di pressione, dei fattori di attrito e del numero di Nusselt, concludendo che, per valori del numero di Prandtl maggiori di 0.277, esiste una frequenza di risonanza che massimizza l'ampiezza delle oscillazioni del fattore di attrito sulla parete a temperatura variabile. Inoltre, tra quest'ultima e un piano intermedio del canale è stata trovata una frequenza di risonanza che massimizza l'ampiezza delle oscillazioni del numero di Nusselt, per ogni valore del numero di Prandtl. Ancora Barletta ed Zanchini [52] hanno investigato analiticamente la convezione mista in presenza di dissipazione viscosa in canali inclinati, con temperatura di parete fissata. Tale studio è stato condotto per due casi differenti. In primis hanno considerato la convezione mista senza dissipazione viscosa e hanno indagato gli effetti delle forze di galleggiamento per un fissato numero di Brinkman [$Br = \Delta T / (T_2 - T_1)$]; in secondo luogo hanno studiato gli effetti della dissipazione viscosa fissato un numero Grashof. Tale analisi ha portato a concludere che la dissipazione viscosa aumenta gli effetti di galleggiamento e viceversa. In particolare solo in presenza di dissipazione viscosa, la caduta di pressione dimensionale e il numero di Nusselt hanno mostrato di dipendere marcatamente dal numero di Grashof. Inoltre, in presenza di forze di galleggiamento, la dissipazione viscosa può produrre fenomeni di inversione di flusso. Mohamed [53] ha studiato l'effetto della viscosità sul moto dello strato limite in convezione mista laminare e sullo scambio termico su una superficie verticale in continuo movimento. Egli ha assunto che la viscosità del fluido varia in maniera inversamente proporzionale alla temperatura secondo una funzione lineare. Inoltre ha studiato l'effetto di diversi parametri fondamentali come, per esempio, il numero di Prandtl Pr , il parametro $\lambda = Gr_x / Re_x^2$ della convezione mista, ed il parametro viscosità/temperatura θ_r che determina le distribuzioni di velocità e di temperatura, il coefficiente locale di scambio termico e il coefficiente locale dello scambio tangenziale sulla superficie. Da tale studio si evince che si ottengono variazioni significative del coefficiente locale dimensionale di scambio termico e del coefficiente locale dello sforzo tangenziale sulla superficie quando la dimensione di θ_r assume valori piccoli per ogni λ ; i valori critici di λ sono ottenuti per convezione naturale predominante per le configurazioni in *assisting* e in *opposing*, per diversi θ_r . I risultati di tale studio mostrano che al diminuire di θ_r , per λ fissato, diminuisce lo spessore dello strato limite idrodinamico, lo spessore dello strato limite termico aumenta prima che λ raggiunga un valore specifico, dopodiché esso

diminuisce. $Nu_x Re_x^{-1/2}$ dipende dal modello di viscosità variabile per piccoli valori di θ_r ; invece, per valori grandi di θ_r la grandezza $Nu_x Re_x^{-1/2}$ è indipendente e il suo vero valore si avvicina a quello relativo al modello di viscosità costante corrispondente. D'altra parte, incrementando λ , fissato θ_r , aumenta il coefficiente di scambio termico per tutti i numeri di Prandtl. Comunque, ad un valore specifico di λ , quando l'effetto della viscosità variabile e le forze di galleggiamento sono bilanciate, $Nu_x Re_x^{-1/2}$ è quasi indipendente da θ_r . I valori critici del moto delle forze di galleggiamento in assisting ed in opposing sono stati ottenuti per flusso in convezione naturale predominante, usando θ_r come parametro. Introducendo l'effetto della viscosità variabile, per grandi λ si riduce lo sforzo di taglio sulla superficie per $\theta_r < 0$ e per θ_r che tende a 0. Tuttavia, per piccoli λ l'effetto della viscosità variabile è di aumentare gli sforzi di taglio per moto in assisting. Infine, l'autore ha tabellato i valori critici di λ , corrispondenti all'effetto della forza di galleggiamento predominante in assisting e in opposing sulla più piccola dimensione dello sforzo di taglio, per diversi numeri di Prandtl e per diversi valori del parametro θ_r .

2.2 Applicazioni della convezione mista

La trasmissione del calore per convezione mista in cavità e canali è di grande interesse in molte applicazioni, quali il controllo termico dei componenti elettronici, il raffreddamento dei trasformatori e dei motori a combustione interna, i reattori nucleari e svariati processi tecnologici.

Una delle aree di ricerca più critiche e attive della termofluidodinamica applicata è, oggi, quella relativa proprio ai processi tecnologici [54]. La crescente competizione internazionale spinge verso l'ottimizzazione delle tecniche di processo affinché il prodotto finale ne risulti migliorato. Inoltre, i nuovi materiali utilizzati e i nuovi metodi di processo messi a punto risultano indispensabili per soddisfare la crescente richiesta di specifiche proprietà dei materiali da utilizzare per applicazioni innovative in diversi campi, quali quelli dell'energetica, dei trasporti e dell'ingegneria biomedica. In particolare, la termofluidodinamica è estremamente importante in processi tecnologici quali i trattamenti termici, la saldatura, la laminazione a caldo, la trafilatura di fili e fibre, l'estrusione di metalli e di materie plastiche, la colatura continua, la fabbricazione dei materiali compositi e la Chemical Vapor Deposition (CVD), utilizzata per il rivestimento di superfici [55-57]. Per tutte queste applicazioni, la convezione mista, dovuta a superfici in movimento in un fluido confinato o libero, riveste una particolare importanza.

Nei prossimi paragrafi saranno analizzate alcune delle molteplici applicazioni su menzionate della convezione mista; particolare attenzione sarà dedicata al raffreddamento dei componenti elettronici, dei trasformatori, dei motori a combustione interna e sull'analisi di alcuni processi tecnologici.

2.2.1 Il controllo termico di componenti elettronici

Per quanto riguarda il controllo termico dei componenti elettronici, per la sua affidabilità, economicità e silenziosità, la convezione naturale in aria è stata e rimane un meccanismo molto attraente di rimozione del calore. Negli ultimi anni, però, si è assistito a un aumento delle prestazioni dei computer e di conseguenza a una crescita della potenza termica non sempre smaltibile naturalmente. Quando i moti convettivi naturali non sono sufficienti allo smaltimento del calore, si ricorre alla convezione mista mediante l'utilizzo di opportuni dispositivi atti a favorire la circolazione dell'aria e quindi il raffreddamento dei vari componenti. In quest'ultimo caso, l'interazione tra la forza di galleggiamento e il flusso imposto dall'esterno assume un ruolo significativo nel progetto e nella realizzazione dei sistemi elettronici.

I componenti elettronici, che possono schematizzarsi come sorgenti termiche, sono generalmente montati su schede verticali poste sulle pareti all'interno di canali, anche inclinati [58-59]. Il loro controllo termico è garantito dall'aria che li lambisce, in particolare l'energia termica generata da tali sorgenti è rimossa da un fluido stagnante o mosso da un agente esterno a seconda se si opera in convezione naturale o in convezione mista.

Molte configurazioni termofluidodinamiche sono di interesse nell'ambito del raffreddamento di componenti elettronici, in quanto il sistema elettronico impiegato varia ampiamente con l'applicazione a cui è destinato. Tra quelle più importanti ricordiamo il flusso in un canale verticale, una configurazione utilizzata nei sistemi di telecomunicazione e nei grossi computers. Le pareti verticali possono essere riscaldate simmetricamente o asimmetricamente in base alla locazione sulle superfici dei componenti elettricamente riscaldati per effetto Joule. Un'altra importante configurazione è quella relativa alle sorgenti di energia termica poste su una superficie piatta. In molti casi, sorgenti multiple sono localizzate su una superficie orizzontale o verticale ed è particolarmente interessante l'interazione tra i flussi indotti per galleggiamento generati da queste sorgenti. Infine, molte altre configurazioni riguardano le cavità chiuse o parzialmente aperte, come quelle che si possono incontrare in piccoli congegni elettronici e nei personal computers.

In letteratura sono presenti diversi lavori riguardanti il raffreddamento dei componenti elettronici mediante convezione mista. Ad esempio, Papanicolau e Jaluria [60-64] hanno investigato numericamente il controllo termico di dispositivi elettronici posti in una cavità rettangolare e raffreddati da un flusso esterno di aria. I risultati hanno mostrato che il numero di Nusselt medio cresce al crescere del numero di Richardson, a parità del numero di Reynolds e che lo scambio termico migliora al crescere del numero di Reynolds, a parità del numero di Richardson.

2.2.2 Il raffreddamento dei trasformatori

Nei trasformatori [66] Il calore dissipato per effetto Joule negli avvolgimenti (perdite nel rame) e quello dovuto alle perdite nel ferro aumenta la temperatura interna nei vari elementi rispetto al valore previsto in sede di progetto. Per porre rimedio a questo inconveniente, bisogna riuscire a rimuovere questa energia termica in eccesso. Per i trasformatori di piccola potenza, la convezione naturale dell'aria è sufficiente a tenere sotto controllo la temperatura. Tuttavia, se la potenza cresce, è necessario rimuovere il calore in eccesso, cosa che può essere fatta aumentando la superficie di

scambio termico, cioè alettando il cassone che contiene il trasformatore. Se nemmeno le alette sono sufficienti, si realizza una convezione mista utilizzando opportune ventole o addirittura una convezione forzata facendo passare un liquido refrigerante in tubi che avvolgono la macchina.

2.2.3 Il raffreddamento dei motori a combustione interna

I motori alternativi a combustione interna [65] sono dotati di un sistema di raffreddamento che provvede ad asportare calore dalle superfici del motore stesso mediante un fluido refrigerante, che può essere aria oppure un liquido.

Nel campo motociclistico si utilizza soprattutto il raffreddamento ad aria mediante convezione naturale quando il mezzo è fermo, che diventa forzata quando è in movimento. Quando il motore non è esposto direttamente alla corrente d'aria, è necessario ricorrere alla convezione mista mediante l'utilizzo di una ventola, la quale, per mezzo di un opportuno convogliatore, indirizza il flusso di aria verso i cilindri che sono opportunamente alettati per realizzare una superficie adeguata alla quantità di calore da asportare.

Nel campo automobilistico, invece, si utilizza solitamente il raffreddamento forzato con acqua o con un altro liquido refrigerante che viene fatto circolare, mediante un opportuno dispositivo, intorno alle pareti dei cilindri ed alle altre parti calde del motore.

2.2.4 Processi tecnologici

In questo paragrafo focalizziamo l'attenzione su tre dei numerosi processi tecnologici in cui la termofluidodinamica riveste un ruolo fondamentale.

a) Estrusione di polimeri

Un importante processo di fabbricazione è l'estrusione di polimeri e in particolare l'estrusione di viti di plastica. Numerosi sono i problemi connessi a tale processo e dovuti alla geometria complessa, all'attrito, alla dipendenza della viscosità dalla temperatura e alla dissipazione viscosa. Grandi differenze di temperatura sorgono lungo l'altezza del canale a causa della piccola conducibilità della plastica. Il flusso è ben sviluppato con piccoli rimescolamenti dovuti all'alta viscosità di questi fluidi che è circa un milione di volte quella dell'acqua, a temperatura ambiente. La dissipazione viscosa, inoltre, causa un incremento di temperatura oltre quella imposta sulle pareti della geometria. Un aspetto molto importante del processo di estrusione è il tempo di permanenza, ossia il tempo impiegato dalle particelle di fluido ad attraversare l'apparecchiatura utilizzata per la realizzazione del prodotto. Se il materiale impiega un tempo troppo elevato per attraversare tutto il sistema, esso potrebbe essere sovrprocessato e quindi degradato. Infatti, la qualità del prodotto finale è fortemente dipendente dal tempo di permanenza dal momento che i cambiamenti strutturali, dovuti al processo termico o alle reazioni chimiche, dipendono dal tempo. Il tempo di permanenza è ottenuto sperimentalmente mediante il calcolo del tempo impiegato, da una fissata quantità di colorante posta nel materiale, ad attraversare l'apparecchiatura.

b) Trafilatura di fibre ottiche

Un altro processo di fabbricazione molto importante è la trafilatura di fibre ottiche. Anche in questo caso la viscosità del vetro, che è un liquido sottoraffreddato, è funzione della temperatura; al punto di rammollimento, la viscosità è ancora molto elevata, essendo dello stesso ordine di grandezza di quella dei polimeri. Perfino piccole differenze di temperatura sono importanti a causa dell'effetto sulla viscosità e sulle caratteristiche del fluido; comunque, flussi di vetro possono essere trattati come flussi relativi a fluidi newtoniani. Nella trafilatura di fibre ottiche, il diametro iniziale imposto dalla preforma varia da 2-5 cm a circa 125 μm , in una lunghezza di pochi centimetri. Ciò richiede, per modelli numerici, una griglia molto fitta a causa delle notevoli variazioni superficiali di velocità. Il flusso è laminare e ben distribuito: ciò è dovuto all'elevata viscosità. Una tipica differenza di temperatura che insorge lungo la fibra è di 50-100 °C; osserviamo che perfino una così piccola differenza di temperatura è fondamentale per le caratteristiche qualitative della fibra. La dissipazione viscosa, sebbene piccola, è concentrata all'altezza del diametro più piccolo e gioca un importante ruolo nel mantenere la temperatura del vetro al di sopra del punto di rammollimento.

c) Rivestimento di fibre

Il processo di rivestimento delle fibre è spesso effettuato in successione alla realizzazione, mediante trafilatura, della fibra stessa. Quest'ultima, è ulteriormente

raffreddata quando si muove verso la sezione di rivestimento dove viene ricoperta con particolari materiali atti a proteggerla dalle abrasioni, a ridurre gli stati tensionali e a incrementarne la resistenza. L'innalzamento della temperatura nella sezione di rivestimento è limitato dalle proprietà del materiale di protezione utilizzato per ricoprire la fibra. Per i materiali di rivestimento commerciali questa temperatura non può superare i 100 °C. La fibra rivestita è poi trattata con radiazioni ultra-violette ed infine è avvolta su un rocchetto cilindrico posto alla base del dispositivo.

Il processo di rivestimento di base comprende la trafilatura della fibra attraverso un serbatoio di materiale di protezione e il passaggio attraverso opportuni stampi atti a controllare lo spessore e la concentricità del rivestimento stesso. Questo è immediatamente seguito da un trattamento che porta alla solidificazione del materiale di rivestimento depositato intorno alla fibra.

d) Chemical Vapour Deposition

La tecnica della Chemical Vapour Deposition (CVD) consiste nel depositare una sostanza in fase vapore su di una superficie mobile, in modo da creare una pellicola sottile della sostanza stessa che si solidificherà in una fase successiva e indi verrà staccata dalla parete suddetta. Questo processo ha bisogno di una fonte termica in grado di riscaldare la superficie mobile per cui il problema ricade nell'ambito della convezione mista.

Questa tecnologia utilizzando sorgenti controllate in automatico, è molto precisa in quanto permette di creare rivestimenti monostrato o multistrato di spessore pari anche alle dimensioni molecolari ed inoltre si utilizza per la produzione di mini-circuiti stampati; quindi si ha un largo impiego della CVD nell'ambito delle industrie elettroniche o nell'industria chimica in quanto si realizzano strati protettivi contro ossidazioni e corrosioni.

La maggior parte di queste tecniche fa sì che i vapori delle sostanze si portino ad alte temperature al momento della deposizione, in un intervallo che va da 450°C a 1800°C. Sono però allo studio nuovi processi che abbattano la temperatura di esercizio. Tra queste citiamo il Plasma Enhanced CVD, che sfrutta una forte energia elettrica ad alto voltaggio per ionizzare i vapori delle sostanze che però non supereranno mai i 140°C in fase di deposizione.

Capitolo 3
Metodo numerico e
modello fisico

Capitolo 3

Metodo numerico e modello fisico

3.1 Metodo numerico

Le equazioni (1.20), (1.31) e (1.45) che governano i fenomeni termofluidodinamici sono risolubili analiticamente solo per un numero limitato di casi. In particolare, la soluzione analitica è disponibile, in letteratura, per alcune semplici situazioni di pratico interesse: essa consente di calcolare esattamente il valore dell'incognita in ogni punto del dominio analizzato.

Nei casi caratterizzati da condizioni al contorno o da geometrie complesse, nonché da proprietà variabili con la temperatura, la soluzione analitica, generalmente, non è disponibile e la sua determinazione presenta notevoli difficoltà. In tali casi è più conveniente applicare *metodi numerici* per ottenere, con accettabile precisione, la soluzione del problema in esame [55-56]. Con tali metodi le equazioni differenziali che governano il fenomeno vengono approssimate da un sistema di equazioni algebriche nelle incognite temperature in un numero finito di punti del dominio in esame; tale procedura prende il nome di *discretizzazione*. Ovviamente, il sistema di equazioni algebriche approssima tanto meglio le equazioni differenziali quanto maggiore è il numero dei suddetti punti.

È bene tener presente, però, che, nel passaggio da un metodo analitico ad un metodo numerico, si commettono degli errori. Il primo tipo di *errore* è quello di *troncamento* dovuto proprio al passaggio da un operatore differenziale esatto ad un operatore numerico che approssima l'operatore differenziale e dipende dal termine in corrispondenza del quale si arresta lo sviluppo in serie di *Taylor*. In genere, l'errore di troncamento diminuisce all'aumentare del numero di punti che discretizza il dominio in esame. Il secondo tipo di errore è dovuto alla soluzione del sistema di equazioni algebriche che è diversa dalla soluzione esatta delle equazioni differenziali da esso approssimate. Tale errore si compone di due parti: la prima è la differenza tra le soluzioni esatte dell'equazione differenziale e dell'operatore numerico, chiamata *errore di discretizzazione*, la seconda è la differenza tra la soluzione esatta e la soluzione effettiva dell'operatore numerico, chiamata *errore di arrotondamento*. L'errore di discretizzazione è un errore di approssimazione, che, così come l'errore di troncamento, diminuisce all'aumentare del numero dei punti che discretizzano il dominio in esame. L'errore di approssimazione è, invece, un errore di calcolo che dipende dal modo in cui sono arrotondati i numeri; generalmente cresce al diminuire dell'errore di discretizzazione giacché un maggiore numero di nodi comporta un maggior numero di operazioni.

I metodi numerici sono stati sviluppati e messi a punto negli ultimi trenta anni; attualmente sono disponibili codici di calcolo che permettono di risolvere, numericamente, numerosi problemi, anche complessi, di tipo termofluidodinamico.

3.2 Il codice di calcolo

Il codice di calcolo utilizzato nel presente lavoro è il *Fluent*: esso è uno dei più diffusi software commerciali per l'analisi termofluidodinamica di geometrie semplici o complesse. Il *Fluent* è un codice di calcolo numerico basato sul metodo dei volumi finiti che permette di ottenere il campo di temperatura, di velocità, di pressione e molte informazioni utili per l'analisi del fenomeno in esame. È un programma concepito nel linguaggio di programmazione C, ed è in grado di funzionare contemporaneamente ad altre applicazioni, rendendo, così, più fruibile il suo utilizzo. *Fluent* può essere utilizzato per moti comprimibili o incompressibili, analisi stazionarie o instazionarie, flussi laminari o turbolenti, fluidi newtoniani¹ e non, conduzione, irraggiamento e convezione, reazioni chimiche, e tante altre situazioni. *Fluent* è utilizzato in campo aerospaziale, automobilistico, architettonico, negli studi delle emissioni inquinanti e nel campo della trasmissione del calore.

In abbinamento al risolutore *Fluent* è stato utilizzato il software *Gambit*; che permette di realizzare la geometria in esame, sia essa bidimensionale o tridimensionale, di discretizzare il dominio e di importare il tutto in *Fluent* per la successiva analisi termofluidodinamica. *Gambit* presenta completa flessibilità nella discretizzazione del dominio in quanto permette la realizzazione di griglie triangolari o quadrilatere per geometrie bidimensionali e tetraedriche, esaedriche, piramidali e altre per geometrie tridimensionali. In alternativa al *Gambit* si può utilizzare un qualsiasi sistema CAD/CAE per disegnare la geometria in esame essendo il *Fluent* dotato di opportuni filtri che permettono la sua importazione.

Concludendo, per risolvere un problema di tipo termofluidodinamico con il codice di calcolo *Fluent & Gambit* si procede come descritto nel seguito:

- ⇒ In *Gambit*:
 - creazione della geometria;
 - discretizzazione del dominio;
 - definizione del solutore (nel nostro caso il *Fluent*);
 - definizione delle condizioni al contorno;
 - definizione dei materiali;
 - esportazione della mesh, o griglia, in *Fluent*.

- ⇒ In *Fluent*:
 - apertura della geometria da studiare;
 - controllo della mesh esportata;
 - definizione del modello;
 - definizione dei materiali;
 - definizione delle condizioni operative;
 - definizione delle condizioni al contorno;
 - inizializzazione;

¹ Un fluido si definisce newtoniano se, per esso, vale la legge di Newton (1.4), in cui la viscosità non varia con il gradiente di velocità, viceversa, si definisce non newtoniano.

- definizione dei residui;
- iterazioni;
- visualizzazione e trattamento dei dati.

I dati così ottenuti permettono di trarre numerose considerazioni di carattere qualitativo e di ricavare delle correlazioni che permettono di prevedere i coefficienti di scambio termico in condizioni, finora, poco analizzate.

3.3 L'approssimazione di Boussinesq per la convezione naturale

Le tre equazioni presentate nel capitolo 1 non sono di facile risoluzione essendo non lineari e, in più, accoppiate, a causa della variazione delle proprietà del fluido. Nel caso della convezione naturale, è possibile, mediante opportune considerazioni, semplificare le equazioni che governano il moto mediante l'*approssimazione di Boussinesq*.

La densità di un fluido, in genere, dipende dalla temperatura, dalla concentrazione e dalla pressione:

$$\rho = \rho(T, C, p) \quad (3.1)$$

ma, per fluidi caratterizzati da un basso valore del *numero di Mach*² ($M^2 \ll 1$), condizione quasi sempre verificata nella convezione naturale per le basse velocità in gioco, con buona approssimazione si può ritenere la densità indipendente dalla pressione. Inoltre, supponendo nulli i gradienti di concentrazione, la densità risulta funzione esclusivamente della temperatura:

$$\rho = \rho(T) \quad (3.2)$$

Detti ρ_0 e T_0 rispettivamente la densità e la temperatura di riferimento, la (3.2) può essere sviluppata in serie di *Taylor*:

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{c,p} (T - T_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial T^2} \right)_{c,p} (T - T_0)^2 + \dots \quad (3.3)$$

Ricordando la definizione di coefficiente di comprimibilità a pressione costante, la (3.3) diventa:

$$\rho = \rho_0 - \beta \rho_0 (T - T_0) \left[1 - \frac{1}{2!} \beta (T - T_0) \dots \right] \quad (3.4)$$

Per piccoli gradienti di temperatura possiamo troncare lo sviluppo in serie ai termini del primo ordine, per cui la (3.4) diventa:

$$\rho - \rho_0 = -\beta \rho_0 (T - T_0) \quad (3.5)$$

² Il numero di Mach è il rapporto tra la velocità del fluido e la velocità del suono.

Inoltre, osservando che β assume, per la maggior parte dei fluidi, valori molto piccoli (dell'ordine di $10^{-3} K^{-1}$), le variazioni di densità, per piccoli gradienti di temperatura, risultano contenute.

L'approssimazione di *Boussinesq* consiste, proprio, nell'assumere la densità costante in tutti i termini delle equazioni che governano la convezione naturale, ad eccezione che nel termine di galleggiamento.

In tali ipotesi l'equazione di conservazione della massa assume la seguente espressione:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.6)$$

Per quanto riguarda l'equazione di bilancio della quantità di moto, se le forze esterne si riducono alla sola forza gravitazionale per unità di massa \vec{g} , la (1.31) diventa:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (3.7)$$

Applicando l'equazione (3.7) ad un fluido in quiete, si ha:

$$0 = -\vec{\nabla} p_0 + \rho_0 \vec{g} \quad (3.8)$$

dove p_0 è la pressione di riferimento.

Sottraendo membro a membro la (3.8) dalla (3.7), si ha:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}(p - p_0) + (\rho - \rho_0) \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (3.9)$$

Quindi, considerando variabile la densità solo nel termine di galleggiamento, e ricordando la (3.6), l'equazione di bilancio della quantità di moto assume la seguente espressione:

$$\rho_0 \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p_m - \beta \rho_0 (T - T_0) \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} \quad (3.10)$$

dove $p_m = p - p_0$ è definita *pressione dinamica* e può essere vista come un impulso di moto causato dalla forza di galleggiamento.

Infine, l'equazione di conservazione dell'energia assume la seguente forma:

$$\rho_0 c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + u''' \quad (3.11)$$

Riassumendo, le equazioni valide per la convezione naturale, ottenute mediante l'approssimazione di *Boussinesq*, sono:

a) Equazione di conservazione della massa:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.12)$$

b) Equazione di bilancio della quantità di moto:

$$\rho_0 \frac{D\vec{V}}{Dt} = - \bar{\nabla} p_m - \beta \rho_0 (T - T_0) \bar{\mathbf{g}} + \bar{\nabla} \cdot \bar{\vec{\tau}} \quad (3.13)$$

c) Equazione di conservazione dell'energia:

$$\rho_0 c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + u''' \quad (3.14)$$

3.4 La turbolenza e i suoi modelli

Per svolgere lo studio dello scambio termico in un canale convergente in convezione mista, per quanto detto nel capitolo 1, è stato necessario “forzare” il moto dall’esterno e si sono riscontrati numeri di Re elevati.

Quando si effettuano simulazioni numeriche, è necessario conoscere a priori il Re di transizione da convezione laminare a turbolenta per il problema in esame, in modo da scegliere, se necessario, un opportuno modello di turbolenza da utilizzare. Ma, per il tipo di geometria in questione (canale rettangolare convergente di varie forme), il Re di transizione citato non è stato oggetto di studi. E’ noto per altre situazioni che, considerati due problemi del tutto simili uno con scambio termico l’altro senza, nel primo la transizione al regime di moto turbolento avviene prima che nel secondo.

D’altronde il modello laminare, utilizzato negli studi precedenti, essendo un modello matematico, avrebbe comunque fornito risultati coerenti con il modello stesso e le condizioni al contorno utilizzate, ma non corrispondenti alla realtà fisica, qualora si fosse di fatto passati, per quelle stesse condizioni, ad un regime di moto turbolento.

Il modello laminare non consente di predire in alcun modo la transizione tra i due regimi. L’idea, quindi, è stata quella di utilizzare un modello turbolento anche per piccoli numeri di Reynolds, dovendo esso, in teoria, restituire gli stessi risultati del modello laminare, con il vantaggio di risolvere anche le zone turbolente qualora ve ne fossero. La scelta fatta è stata, comunque, validata, confrontando i risultati di alcuni casi risolti sia con il modello laminare sia con il modello turbolento.

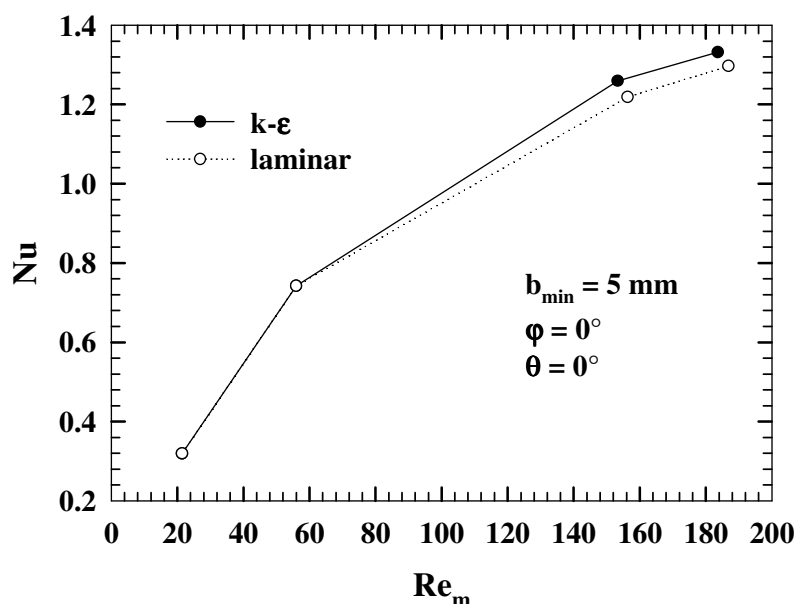


fig.1 – Confronto fra il modello turbolento scelto e il modello laminare

Si é trattato, quindi, di scegliere un modello di turbolenza tra quelli esistenti. Per sceglierne uno adatto alla nostra situazione particolare, in grado di essere sufficientemente accurato nei risultati, ma al tempo stesso adeguato ai mezzi di calcolo a disposizione, é stato necessario uno studio critico della turbolenza e dei suoi modelli. Sono stati presi in considerazione i principali tipi di metodi di soluzione, mettendone in luce pregi e difetti. Essi sono stati confrontati in base ai seguenti criteri:

- ipotesi che li reggono (e quindi limiti di applicabilità);
- possibilità di implementazione e onere computazionale;
- risultati forniti e validazioni ottenute sia in letteratura che con esperienze notevoli.

3.4.1 La natura dei moti turbolenti

Ci sono molte opportunità di osservare moti turbolenti nelle esperienze di ogni giorno, ad esempio: il fumo che fuoriesce da un camino, l'acqua che scorre lungo il corso di un fiume, i gas di scarico che escono da un'auto.

Osservando questi moti si nota subito il loro carattere instazionario, irregolare, apparentemente casuale e caotico. Come si può intuire, una essenziale caratteristica dei moti turbolenti è che il campo di velocità varia significativamente e irregolarmente sia nello spazio che nel tempo. Ad esempio, è stato osservato sperimentalmente che la componente assiale della velocità misurata, in alcuni casi, varia con fluttuazioni temporali che mostrano uno scarto percentuale rispetto al valor medio nel tempo anche del 25 %, ed inoltre le stesse fluttuazioni, lungi da essere periodiche, si mostrano in una ampia gamma di scale temporali.

Queste caratteristiche dei moti turbolenti ne rendono lo studio più complesso, ma, al tempo stesso, costituiscono un pregio che può essere sfruttato in molti campi applicativi. La turbolenza è efficace in molte applicazioni ingegneristiche. È il caso del problema del mescolamento tra combustibile e comburente nei motori a combustione interna ad iniezione, laddove si desidera raggiungere questo mescolamento nella maniera più rapida ed efficace possibile; analogamente nel caso dello scambio termico fluido-parete lungo una piastra, laddove la presenza di vortici instazionari favorisce lo smaltimento del calore etc... Le componenti fluttuanti del moto svolgono un ruolo chiave nello spostamento di particelle fluide.

3.4.2 Le equazioni del moto

Come visto nel Capitolo 1 è possibile ricavare da bilanci di quantità di moto, massa, ed energia le equazioni che governano il campo di moto nella loro forma differenziale. Qui ci limitiamo a riportarle nella loro forma tensoriale:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \vartheta} + \nabla \circ (\rho \underline{w}) = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (\rho \underline{w}) + \nabla \circ (\rho \underline{w} \underline{w}) = -\nabla p + \nabla \circ \underline{f} + \rho \underline{g} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (\rho c_v T) + \nabla \circ (\rho \underline{w} c_p T) = \nabla \circ (\lambda \nabla T) \quad (3.17)$$

in cui ρ è la densità del fluido, \underline{w} è il vettore velocità, ϑ la variabile tempo, p la pressione statica, T la temperatura, \underline{f} il vettore degli sforzi di attrito.

Quest'ultimo è legato al campo delle velocità dalla relazione di Stokes:

$$\underline{f} = \mu [\nabla \underline{w} + (\nabla \underline{w})^T] \quad (3.18)$$

Inoltre, fatta l'ipotesi di Boussinesq che lega linearmente le variazioni di densità del fluido a quelle di temperatura, introdotta la relazione di Stokes, l'equazione della quantità di moto diviene la seguente:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (\rho \underline{w}) + \nabla \circ (\rho \underline{w} \underline{w}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \circ (\mu \nabla \underline{w}) - \rho \beta (T - T_o) \underline{g} \quad (3.19)$$

Le equazioni scritte costituiscono un set di equazioni differenziali alle derivate parziali nelle incognite: densità, componenti del vettore velocità, pressione e temperatura. Per campi di velocità e di temperatura bi-dimensionali si hanno 4 equazioni in 5 incognite. La chiusura del problema si ottiene aggiungendo una relazione costitutiva per il fluido (per l'aria l'equazione di stato dei gas, ad esempio).

La loro soluzione è univocamente determinata qualora risultino fissate, in maniera opportuna, le condizioni al contorno ed iniziale del problema.

Potrebbe risultare difficile credere che la soluzione del problema, così formulato, possa avere in alcuni casi carattere irregolare e caotico, alla stregua di quanto osservato in natura. E' accettato da tempo che le equazioni (3.15 - 19) con appropriate condizioni ai limiti, descrivono in modo esatto il comportamento di un fluido sia in condizioni laminari che turbolente. La natura estremamente complessa e apparentemente stocastica della turbolenza non nasce né da fonti esterne di "rumore" (fluttuazioni delle condizioni al contorno), né da una inadeguata formulazione matematica del problema, ma è una caratteristica intrinseca di certe soluzioni delle equazioni stesse.

E' possibile reinterpretare la questione alla luce della teoria dei sistemi dinamici non lineari. Infatti un fluido in moto turbolento descritto dalle equazioni suddette è, in linea di principio, un sistema dinamico continuo e quindi possiede infiniti gradi di libertà.

Una rappresentazione numerica discreta del problema può essere ottenuta con la tecnica dei volumi finiti (basata ad esempio su M volumi): essa è riconducibile all'evoluzione di un numero finito di variabili (ad esempio le $N=5M$ variabili rappresentanti le 3 velocità, la temperatura e la densità in ogni volume).

Un sistema dinamico discreto è definito da N grandezze $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ le quali variano nel tempo secondo equazioni di evoluzione (in generale non lineari) del tipo:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \Phi_i = F(\Phi_1, \dots, \Phi_N, \vartheta) \quad (i = 1 \dots N) \quad (3.20)$$

Nello spazio delle fasi definito dagli N assi $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ la determinazione del sistema dinamico è rappresentata da un singolo punto, e la sua evoluzione descrive una

traiettorie. Se il sistema è dissipativo, come avviene inevitabilmente in fluidodinamica, è garantito che, qualunque sia la condizione iniziale, la traiettoria finisca col ricadere in un sottoinsieme limitato dello spazio delle fasi, che è definito l' *attrattore* del sistema. Studiosi come *Lorenz* [1963] hanno individuato sistemi non lineari, i cui attrattori sono infinitamente complessi e sono stati denominati "*attrattori strani*". L'evoluzione di un sistema dinamico su un attrattore strano presenta proprietà peculiari, tra cui la sensibilità alle condizioni iniziali: le traiettorie che partono da due punti arbitrariamente vicini divergono rapidamente, dando luogo ad evoluzioni del tutto diverse nei dettagli.

Tutti questi concetti possono essere meglio specificati in termini quantitativi solo introducendo nozioni quali la dimensione frattale dell'attrattore e gli esponenti di *Ljapunov* delle traiettorie.

Nonostante la natura decisamente ardua della teoria, gli attrattori strani sono stati oggetto negli ultimi anni di una esplosiva letteratura. Quel che interessa sottolineare è che, a partire da un celebre lavoro di *Ruelle e Takens* [1971], la turbolenza idrodinamica è stata reinterpretata alla luce dei sistemi dinamici, sulla base di alcune intuizioni fondamentali:

- la determinazione delle variabili $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ nello spazio delle fasi dipende fortemente dalle condizioni iniziali;
- tale dipendenza spiega la natura caotica e apparentemente stocastica del moto turbolento.

Va detto che, nonostante gli sforzi teorici dedicati negli ultimi decenni, una teoria rigorosa della turbolenza, in questi termini, è ancora lontana a venire. Si è accertato che anche casi "semplici", come il moto turbolento sviluppato in canali, sono legati all'esistenza di un attrattore strano, le cui dimensioni sono enormi. Ne risulta, come conseguenza, l'impossibilità di dedurre proprietà significative del moto da un'analisi diretta dell'attrattore.

3.4.3 DNS: Simulazione diretta della turbolenza

Per risolvere in modo diretto le equazioni del moto occorre discretizzare il dominio di calcolo, scegliendo, in maniera opportuna, le dimensioni degli step temporali e degli intervalli spaziali. Nasce la necessità di discretizzare il dominio spazio-temporale in un numero ragionevolmente limitato di variabili, in grado, comunque, di descrivere in maniera accurata il campo di moto. È evidente che le maglie del dominio devono essere più piccole della scala delle strutture significative da risolvere; stesso discorso può farsi per i Δt temporali, i quali devono essere sufficientemente piccoli per seguire le evoluzioni delle varie grandezze.

3.4.3.1. Kolmogorov e le scale della turbolenza. La cascata di energia

Un'osservazione visiva attenta di moti turbolenti restituisce l'idea che esistono scale dissipative a diversi livelli. Questo concetto fu espresso già da Sir Richardson [1922] nella nota frase:

Big whorls have little whorls,
Which feed on their velocity;
And little whorls have lesser whorls,
And so on to viscosity
(in the molecular sense).

Si evince da essa che il processo di trasformazione di energia cinetica in calore avviene alla fine di una catena di scambi di energia cinetica dai vortici più grandi, di dimensioni confrontabili con le grandezze caratteristiche del problema, fino a quelli più piccoli a livello molecolare.

Kolmogorov [1941] riprese questa idea e la formalizzò in una teoria che si fonda su tre ipotesi che riporteremo in sintesi.

In un moto turbolento, generalmente, i vortici di dimensioni più grandi sono anisotropi e influenzati dalle condizioni al contorno. Kolmogorov intuì che nella cascata di energia, i vortici di dimensioni più piccole perdono le informazioni relative a variazioni in direzioni preferenziali, per il tipo particolare di problema.

Ipotesi di locale isotropia:

A numeri di Reynolds sufficientemente elevati, le scale più piccole del moto turbolento sono statisticamente isotrope.

A certi livelli non solo le informazioni "direzionali", ma anche quelle determinate dalla geometria del problema e dalle condizioni al contorno sono perse. Esiste allora una lunghezza caratteristica di demarcazione tra i vortici anisotropi e quelli isotropi.

Rimane da stabilire da quali parametri dipende il processo di trasferimento di energia. Da quanto finora detto si intravedono i due fenomeni fondamentali: il trasferimento di energia cinetica verso vortici sempre più piccoli e la dissipazione di energia alla fine di questa cascata, a causa della viscosità. E' chiaro allora, che due parametri caratteristici sono: il tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta per unità di volume, ε , e la viscosità cinematica del fluido, ν .

Prima ipotesi di similitudine:

In ogni moto turbolento, a valori sufficientemente elevati del numero di Reynolds, le grandezze statistiche alle scale più piccole del moto hanno un aspetto universale che dipende univocamente da ν e da ε .

Per ogni scala il "tempo di vita" dei vortici e' tale da adattarsi alla velocità alla quale avviene lo scambio di energia tra livelli adiacenti. I tempi stessi dipendono quindi da ν e da ε .

E' chiaro, in definitiva, che esistono scale temporali e spaziali univocamente definite da ν e da ε :

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \tag{3.21}$$

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.22}$$

in cui η è il valore di riferimento delle scale spaziali e τ_η l'analogo per le scale temporali.

Di conseguenza, se consideriamo un moto unidimensionale in cui la velocità media sia u_o e la lunghezza caratteristica l_o , si può definire un numero di Reynolds caratteristico $Re \propto u_o l_o$ e tenendo presente che $\epsilon \propto (u_o)^3 / l_o$ ne viene :

$$\eta/l_o \propto Re^{-3/4} \tag{3.23}$$

$$\tau_\eta/\tau_o \propto Re^{-1/2} \tag{3.24}$$

È finalmente evidente l'influenza del regime di moto, tramite il numero di Reynolds, sulle scale temporali e spaziali della turbolenza. In particolare, quando Re aumenta, il rapporto tra le dimensioni dei vortici piccoli rispetto a quelli grandi diminuisce.

E' possibile individuare piu' livelli nelle scale spaziali. In uno, secondo quanto già detto, le caratteristiche della turbolenza sono universali; all'interno di questo s'individuano ancora due livelli: quello in cui avviene la vera e propria dissipazione di energia cinetica e un altro, in cui tale energia viene solo trasferita da vortice a vortice.

Seconda ipotesi di similitudine:

In ogni moto turbolento, a valori sufficientemente elevati del numero di Reynolds, esiste un intervallo di lunghezze in cui le grandezze statistiche della turbolenza hanno un aspetto che dipende solo dal tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta per unità di volume.

Un quadro delle differenti scale di lunghezza e le zone che ne rimangono delimitate può essere ottenuto con la seguente figura:

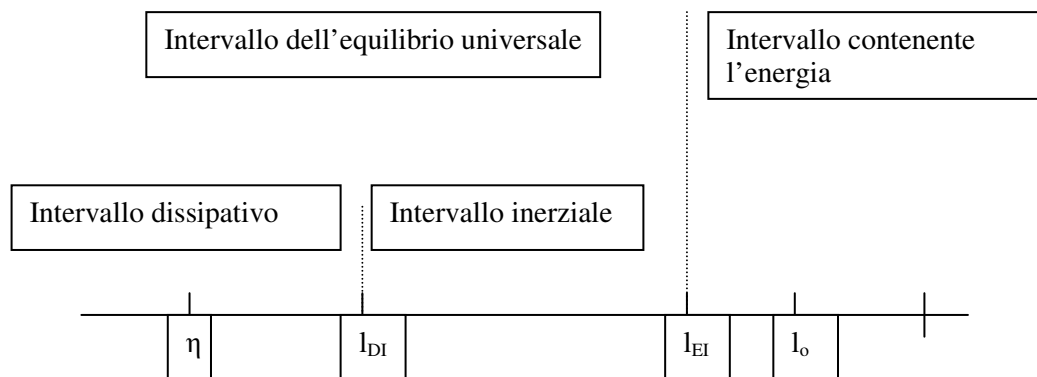


fig. 3.2 Quadro sinottico delle scale turbolente e della relativa distribuzione spaziale.

In essa si notano gli intervalli di diversa lunghezza che demarcano zone differenti: l_0 rappresenta la lunghezza caratteristica del problema in esame, η la dimensione delle più piccole scale turbolente.

In quanto detto sembrerebbe che la rapidità con cui avviene lo scambio d'energia non gioca nessun ruolo a vari livelli: considerazioni dimensionali dimostrerebbero che la velocità di trasferimento di energia cinetica si mantiene costante, dai vortici più grandi fino a quelli più piccoli, uguagliando, infine, il tasso di dissipazione ϵ , in uno stato statisticamente stazionario e in assenza di trasporto convettivo e diffusivo. Questa ultima eventualità non è sempre vera; ad ogni modo in alcuni modelli di turbolenza è un'ipotesi.

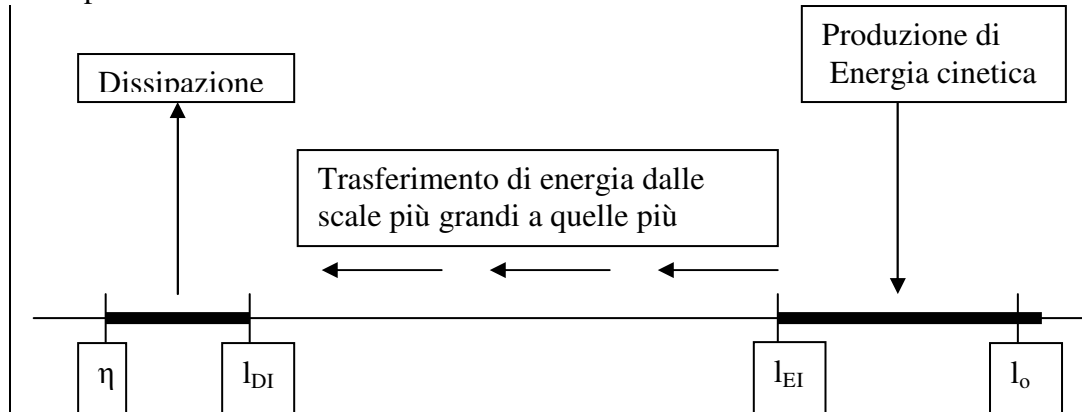


fig.3.3 Visualizzazione delle trasformazioni di energia cinetica turbolenta ai vari livelli di scale spaziali.

Quindi, nell'ipotesi di moto statisticamente stazionario e in assenza di trasporto diffusivo e convettivo, i termini di produzione e distruzione di energia cinetica turbolenta si equivalgono.

3.4.3.2 Difficoltà e qualità dei risultati nelle simulazioni dirette

Volendo ottenere una opportuna discretizzazione del dominio spazio-temporale in DNS, anche in casi molto semplici e a numeri di Re relativamente piccoli rispetto a quelli raggiunti in altre applicazioni, sarebbero necessarie, secondo quanto finora scritto, meshes così fitte e passi temporali così piccoli da rendere improponibile una simulazione numerica. Infatti, quando il numero di Reynolds è abbastanza piccolo, il moto è laminare e le strutture significative della turbolenza hanno dimensioni dello stesso ordine di grandezza delle strutture fisiche del dominio di calcolo: il problema ammette quasi sempre una soluzione stazionaria o periodica (per condizioni al contorno invarianti nel tempo). Quando invece, il numero di Reynolds è elevato il moto è turbolento (anche in presenza di condizioni al contorno invarianti), cioè dipendente dal tempo ed, in maniera critica, dalle condizioni iniziali: diviene quindi necessario seguirne le evoluzioni nello spazio e nel tempo con un "grigliato" molto fitto.

Per risolvere correttamente problemi così posti su mesh di soli 100.000 nodi sono necessari tempi di calcolo di mesi, per numeri di Re dell'ordine delle migliaia, con gli attuali mezzi di calcolo, supponendo di sfruttare tutte le risorse disponibili di una singola postazione. Allo stesso tempo, però, tali simulazioni numeriche, se impostate accuratamente, forniscono risultati molto aderenti a quelli sperimentali. Se si considera,

inoltre, che la via sperimentale é difficile da seguire per la natura stessa del moto, ne viene che le *DNS* costituiscono una strada in più oltre agli esperimenti stessi.

3.4.4. Un'alternativa possibile: Large Eddy Simulation

Le difficoltà di cui si è parlato hanno spinto, già da tempo, a cercare un'alternativa valida alle *DNS*. L'esistenza di livelli spaziali, in cui le caratteristiche della turbolenza non dipendono dal problema in esame, ma solo da alcune grandezze caratteristiche del moto, ha costituito lo spunto per la nascita di un nuovo tipo di simulazioni : le Large-Eddy-Simulation. Tale termine può essere tradotto liberamente in "simulazione a grandi vortici". Come si intuisce dal nome l'intento dell'approccio è quello di simulare solo le strutture di larga scala e di modellare quelle più piccole prossime alla scale dissipative di Kolmogorov in quanto universali.

Tutto ciò può essere ottenuto tramite un filtraggio spaziale di una generica grandezza $G(\mathbf{x},\theta)$ come indicato in seguito. Si assegna una funzione di filtro spaziale $F(\mathbf{x},\mathbf{y})$ tale da essere un operatore lineare. Si applica il filtro alla funzione nel seguente modo:

$$\langle \varphi(\underline{x}, \vartheta) \rangle = \iiint G(\underline{x}, \underline{y}) \cdot \varphi(\underline{y}, \vartheta) d\underline{y} \quad (3.25)$$

dove le grandezze sottosegnate sono vettori posizione. La quantità, ottenuta estendendo l'integrale a tutto il dominio, costituisce la componente "risolta", cioè filtrata, nello spazio in un intorno di un fissato punto, all'istante considerato. La differenza tra la determinazione della grandezza e il suo valore filtrato é la componente non filtrata o "irrisolta".

L'effetto del filtro è quello di far scomparire dettagli della funzione superiori ad una certa lunghezza d'onda, da noi fissata opportunamente nel costituire il filtro, pur conservandone gli effetti di grande scala. I filtri utilizzati maggiormente sono quelli comuni: filtro passa-basso, a scatola, Gaussiano, etc...

Il passaggio fondamentale è scegliere la larghezza del filtro in modo che ricada nel sub-range inerziale determinato dallo specifico problema, d'altronde valori troppo piccoli della larghezza farebbero divenire la *LES* una *DNS*.

3.4.5. Una strada sicura: RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)

L'operazione di filtraggio prima descritta può essere effettuata anche rispetto al tempo, oltre che nello spazio come accade per le *LES*. Si può, infatti, scomporre la determinazione della generica grandezza ad un dato istante e in un dato punto in due aliquote: una è la sua componente mediata nel tempo in quel punto, l'altra la fluttuazione istantanea in quello stesso punto. La scomposizione della generica grandezza G può essere formalizzata nel seguente modo:

$$G(\underline{x}, \vartheta) = \langle G(\underline{x}, \vartheta) \rangle + G'(\underline{x}, \vartheta) \quad (3.26)$$

Anche qui, come già fatto nel paragrafo precedente, sarebbe possibile formalizzare la definizione del filtro e, quindi, della componente filtrata in maniera del

tutto generale. Siccome in pratica l'unico filtro utilizzato è *la media di lungo periodo* ci limiteremo a riportare quest'ultimo:

$$\langle G(\underline{x}, \vartheta) \rangle = \lim_{\Theta \rightarrow +\infty} \frac{1}{\Theta} \int_{\vartheta}^{\vartheta+\Theta} G(\underline{x}, \vartheta') d\vartheta' \quad (3.27)$$

Osserviamo esplicitamente che:

- l'esistenza del limite nella definizione sopra data è condizione necessaria per la esistenza della componente filtrata;
- se il limite esiste, esso non può che essere indipendente dal particolare istante considerato, visto che l'intervallo d'integrazione tende all'infinito. In tal caso il campo filtrato perde la sua dipendenza dal tempo. Per cui risulta con ovvio significato dei simboli:

$$\langle G(\underline{x}, \vartheta) \rangle = \langle G(\underline{x}) \rangle. \quad (3.28)$$

In tal caso si parla di *moto statisticamente stazionario*.

La decomposizione descritta è quella proposta da Reynolds [1894]. I modelli che si basano su essa richiedono l'esistenza di condizioni statisticamente stazionarie: non possono essere utilizzati, quindi, nel caso in cui non esista il limite nella (3.27.) e la loro applicazione può dar luogo ad errori. Nel caso di transitori è possibile utilizzarli solo nei casi in cui le scale temporali del transitorio siano nettamente separate dalle scale temporali turbolente propriamente dette. Esistono problemi, come ad esempio quelli in cui c'è un forzamento periodico ad alta frequenza, in cui la decomposizione di Reynolds non è applicabile. In tali casi è inevitabile il ricorso a filtri basati su medie temporali finite, ma la ricerca in tal senso è solo agli inizi.

3.4.5.1. Filtraggio temporale: Rans e tensore degli sforzi di Reynolds.

Il filtraggio delle equazioni di trasporto della massa, della quantità di moto e dell'energia scritte in forma locale per flussi incomprimibili, restituisce, a seguito della scomposizione di Reynolds:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (\rho \langle u_i \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle p \rangle) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i \rangle + \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u_j \rangle \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (3.30)$$

A differenza di quanto accadeva per le LES, qui la definizione dell'operatore $\langle \cdot \rangle$ è tale da rendere identicamente nulli i termini di Leonard e incrociati nell'espressione degli sforzi $\tau_{ij} \equiv \rho (\langle u_i u_j \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle) = \rho (L_{ij} + C_{ij} + R_{ij})$.

In tal caso risulta :

$$\tau_{ij} = \rho \langle u_i' u_j' \rangle \quad (3.31)$$

$$q_i = \rho c_p \langle u_i' t' \rangle \quad (3.32)$$

con gli sforzi e i flussi termici irrisolti dipendenti solo dalle componenti fluttuanti del vettore velocità. Il tensore τ_{ij} è detto *tensore degli sforzi di Reynolds*. Per capire fisicamente da cosa è determinato tale tensore si potrebbe seguire l'iter logico che porta alla scrittura dell'equazione di bilancio globale della quantità di moto e verificare che esso nasce dal flusso di quantità di moto generato dalle componenti fluttuanti sulla superficie del volume di controllo. Le equazioni del moto in questa forma sono dette "RANS" (Reynolds Averaged Navier-Stokes).

In analogia con quanto accade per le LES, c'è un problema di chiusura per queste equazioni, essendo il numero di incognite maggiore dell'equazioni a disposizione. Una possibilità è quella di scrivere gli sforzi e i flussi termici in funzione delle componenti risolte del campo di moto sotto particolari ipotesi.

3.4.5.2. Il Modello k-ε

In questo modello si scrive un'equazione di trasporto per ε , ma essa non è un'equazione esatta di bilancio, in quanto quest'ultima poco si presterebbe a tecniche numeriche di calcolo. Per questo se ne fornisce una semi-empirica in cui i termini dell'equazione di bilancio, come vedremo, sono affetti da coefficienti di peso ricavati in casi notevoli studiati sperimentalmente o simulati direttamente.

Il modello k-ε fu inizialmente proposto da un gruppo di ricercatori dell'Imperial College di Londra [Launder e Spalding, 1972] e, successivamente, si è evoluto in numerose varianti. Nella sua forma "base" l'equazione fornita per ε è:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \langle u_i \rangle \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{\kappa} (P_k + C_3 P_g) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \quad (3.33)$$

in essa σ_ε è una costante di ordine unitario, detta *numero di Prandtl turbolento per ε*; gli altri termini sono analoghi a quelli di produzione e distruzione nell'equazione di k, ma vengono moltiplicati per fattori di scala e costanti opportune. Ribadiamo che le costanti di peso sono state ottenute con una giudiziosa miscela di considerazioni asintotiche e confronto con risultati sperimentali o soluzioni esatte per un vasto numero di problemi.

Per la chiusura del problema posto si aggiunge infine *la relazione di Prandtl-Kolmogorov* che lega la viscosità turbolenta a k e ε :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.34)$$

Il set di equazioni scritte non è rigorosamente applicabile alla regione di parete, ed in particolare al substrato viscoso-conduttivo. Al problema sono state date due soluzioni radicalmente alternative:

- sono state create le cosiddette funzioni di parete in cui la griglia di calcolo non risolve il substrato viscoso-conduttivo, ma le condizioni al contorno, che legano velocità e le temperature nel nodo di calcolo più vicino alla parete con lo sforzo e il flusso termico di parete in modo da tenere conto dell'esistenza di tale sub-strato;
- modelli a basso numero di Reynolds: la griglia di calcolo risolve in modo dettagliato il substrato viscoso-conduttivo di parete, ma le equazioni di trasporto di k ed ε e la relazione di Prandtl-Kolmogorov sono riformulate in modo da valere anche in tale regione.

Nel capitolo successivo si entrerà maggiormente nel dettaglio di tale problema facendo riferimento alle opzioni proposte da un particolare codice di calcolo. Qui si osserva solo che l'uso di funzioni di parete standard, che adottino profili universali di velocità e temperatura, è certamente discutibile. Il caso più critico sono i moti con separazione e ricircolo, e, in particolare, le regioni di riattacco di "shear layers" separati, in cui lo sforzo tangenziale di parete e la velocità media turbolenta raggiungono valori elevati, associati spesso ai massimi locali di scambio termico. Nel caso di modelli per basso numero di Reynolds, il substrato viscoso e conduttivo può, e deve, essere esplicitamente risolto dalla griglia di calcolo; è anzi opportuno che esso includa numerosi nodi.

Nei trent'anni trascorsi dalla sua introduzione, il modello k - ε ha avuto innumerevoli applicazioni ed oggi è implementato in tutti i codici termofluidodinamici commerciali in grado di trattare fluidi in moto turbolento. Ci sono pochi dubbi che, fra i modelli basati su medie temporali, esso sia il miglior compromesso fra generalità, accuratezza dei risultati, semplicità di implementazione e stabilità computazionale. Molti libri e pubblicazioni sono stati dedicati alla sua analisi; noi qui ci limiteremo a considerare oltre al modello base, una sola variante.

3.4.5.3. Una sua variante: RNG k - ε

Quello prima riportato è il modello k - ε standard. Essendo un modello a viscosità turbolenta, secondo quanto previsto dalla ipotesi di Boussinesq, nascono delle difficoltà di predizione, come già ricordato per le LES, nei casi in cui non esiste proporzionalità fra il tensore degli sforzi turbolenti e il tensore delle velocità di deformazione. Inoltre la presenza di un numero relativamente elevato di costanti di calibrazione rende impossibile ricoprire tutto l'arco dei possibili problemi turbolenti con un unico set di costanti. È stato mostrato, ad esempio, che, anche in problemi semplici come il gradino rivolto a valle, il modello standard sottostima la lunghezza di riattacco rispetto a rilievi sperimentali. Questo problema è, in realtà, più generale: c'è una sistematica sottostima della lunghezza di riattacco nei flussi separati da parte di tale modello. Tale questione non è risolvibile con un semplice ritocco delle costanti del modello. Si è cercato, quindi, di sostituire le costanti con grandezze funzioni delle condizioni locali del moto.

Fra le diverse varianti presentate, una che si distingue per la sua robusta base teorica, è il modello "RNG k - ε ", dove RNG sta per Re-Normalization Group. La teoria dei gruppi di rinormalizzazione è una complessa teoria matematica. Essa fu utilizzata in

principio nella fisica quantistica da K.Wilson, M.Fisher e altri. Per capire in che modo questa teoria interviene nello studio della turbolenza, bisogna distinguere due approcci tra gli studi teorici sulla struttura universale della turbolenza.

Da un lato c'è un'ampia raccolta di modelli fenomenologici che, tentando di realizzare l'accordo con i risultati sperimentali, ha portato alla comprensione di importanti aspetti delle proprietà della cascata di energia introdotta da Kolmogorov. In particolare ricordiamo l'applicazione dei concetti della geometria frattale ai campi di moto fortemente turbolenti che, con i loro modelli semplici formalmente, complessi topologicamente e autosomiglianti, permettono di includere proprietà di scaling sufficientemente strutturate da implicare gli effetti non previsti nella teoria di base di Kolmogorov. Tuttavia questi modelli non sono derivati dalle equazioni della fluidodinamica: si è sempre incerti circa la validità di essi, nonostante le loro capacità di predizione.

Dall'altra parte si è cercato di interpretare le scale più piccole della turbolenza a partire dall'equazioni di Navier. Questa strada è risultata da subito piena di ostacoli. Da un'intuizione di Richardson si è compreso che le caratteristiche turbolente non dipendono tanto dal campo di moto, ma, nelle differenze tra i vettori velocità in due generici punti del campo di moto, si possono osservare autosomiglianze dipendenti solo dal regime di moto.

Scrivendo dalle equazioni del moto le differenze tra le velocità di due punti molto vicini e sfruttando le citate proprietà di autosomiglianza del moto stesso, si giunge all'espressione di una funzione di correlazione che presenta delle proprietà peculiari. E' possibile tramite la teoria della re-normalizzazione determinare, seguendo questa strada, i coefficienti che compaiono nell'equazione di ε .

Presentiamo, quindi, le equazioni del modello RNG. Per il bilancio di k , risulta:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \langle u_i \rangle k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k + P_g - \rho \varepsilon \quad (3.35)$$

mentre per ε :

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \langle u_i \rangle \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{\kappa} (P_k + C_3 P_g) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - R. \quad (3.36)$$

Formalmente identiche alle precedenti, queste equazioni differiscono, come detto, rispetto al k - ε standard per un termine aggiuntivo nell'equazione di ε . Questo termine è:

$$R = [C_\mu \rho \eta^3 (1 - \frac{\eta}{\eta_0})] \frac{\varepsilon^2}{(1 + \beta \eta^3) k} \quad (3.37)$$

in cui il termine η è definito come:

$$\eta = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{P}{\mu}}. \quad (3.38)$$

Il termine aggiuntivo R sostanzialmente si attiva o meno a seconda del campo di moto. Quando $\eta < \eta_0$, il modello restituisce gli stessi risultati dello standard: stiamo trattando il caso di fluidi poco “distorti”. Nelle zone in cui la velocità di deformazione è elevata, $\eta > \eta_0$, il termine R è negativo e diminuisce il contributo del penultimo termine nell’equazione di ε : la minore distruzione di ε aumenta il tasso di dissipazione, diminuisce k e, eventualmente, la viscosità. Di conseguenza il modello RNG tiene meglio conto degli effetti di rapide deformazioni o curvature delle linee di flusso. Un vantaggio ulteriore del modello RNG è che esso può essere esteso alle regioni laminari di parete, in quanto la parametrizzazione del termine di produzione di ε tiene conto, per quanto detto, implicitamente della accresciuta dissipazione associata a queste zone. Ulteriori vantaggi vengono dal fatto che il modello utilizza una relazione differenziale per legare la viscosità turbolenta a k e ε :

$$d\left(\frac{\rho^2 \kappa}{\sqrt{\varepsilon \mu}}\right) = 1.72 \frac{v}{\sqrt{v^3 - 1 + C_v}} dv. \quad (3.39)$$

Essa è integrata per ottenere l’effettiva equazione di trasporto di ε ai bassi numeri di Reynolds e in prossimità delle pareti.

3.5 Scelta del modello radiativo

Nella scelta del modello radiativo da utilizzare si è utilizzato il modello discrete transfer (DTRM). Il DTRM suppone che tutte le superfici sono diffuse. Ciò significa che l'emissione e la riflessione della radiazione sulla superficie sono isotrope, perché l'effetto di dispersione non è incluso. Inoltre, tale modello, presuppone che le pareti siano grigie alla radiazione. Il DTRM opera integrando lungo una serie di raggi, la seguente equazione dell'intensità di radiazione:

$$\frac{dI}{ds} + aI = \frac{a \sigma T^4}{\pi} \quad (3.40)$$

dove:

- a coefficiente di assorbimento dei gas
- I intensità di radiazione, W/m^2
- T temperatura locale del gas, K
- σ costante di *Stefan-Boltzmann* $= 5.672 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

L'indice di rifrazione è considerato unitario.

Lungo i raggi l'intensità di radiazione può essere scritta come:

$$I(s) = \frac{a \sigma T^4}{\pi} (1 - e^{-a s}) + I_0 e^{-a s} \quad (3.41)$$

dove I_0 è l'intensità di radiazione calcolata all'inizio del percorso sulla base delle condizioni al contorno della superficie da cui parte il raggio.

L'esattezza del modello è limitata principalmente dal numero di raggi tracciati e della griglia di calcolo. I percorsi dei raggi sono calcolati ed immagazzinati prima dei calcoli termofluidodinamici. Per ogni superficie che partecipa a scambi radiativi, i raggi sono tracciati a valori discreti dello zenit e degli angoli azimut (fig. 3.4). Per definire l'emisfero d'irradiazione, la θ varia da 0 a $\pi/2$ e la φ da 0 a 2π .

Ogni raggio è tracciato per determinare i volumi di controllo che intercetta, e la distanza percorsa all'interno di ogni volume di controllo. Queste informazioni sono memorizzate in un file ".ray", che deve essere letto prima che i calcoli comincino.

Il flusso termico radiativo netto uscente da una superficie somma del flusso riflesso proveniente da una superficie affacciata e di quell'emesso dalla superficie stessa è quindi:

$$q_r = (1 - \varepsilon_w) q_{in} + \varepsilon_w \sigma T_w^4 \quad (3.42)$$

dove :

$$q_{in} = \int_{s \cdot n > 0} I_{in} \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} d\Omega \quad (3.43)$$

- ϵ_w emissività della parete
- T_w temperatura della parete, K
- s versore del raggio
- n versore della normale alla superficie
- Ω angolo solido, sterad.

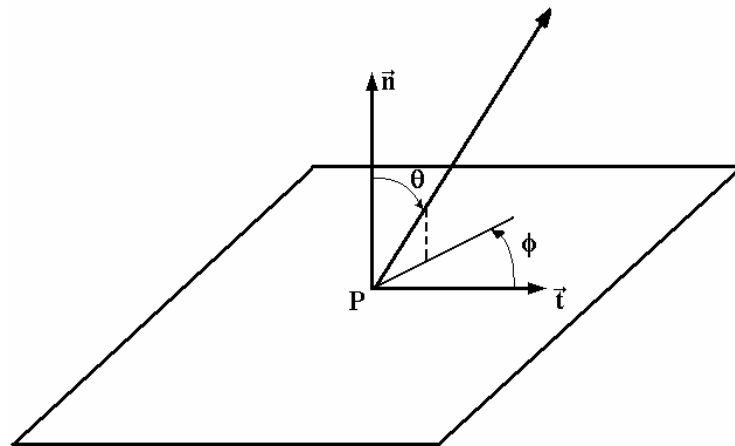


fig. 3.4 - Angoli θ e ϕ che definiscono l'angolo emisferico intorno al punto P.

Per quanto riguarda le condizioni al contorno relative agli effetti radiativi, si è supposta una emissività emisferica totale della piastra $\epsilon_p = 0.9$ e del nastro $\epsilon_b = 0.2$ e si sono considerate le pareti laterali dei serbatoi come corpi neri $\epsilon = 1$.

Nella figura sotto riportata (fig.3.5) si mostrano i raggi che si dipartono, ed esempio, da una cella appartenente alla piastra e che investono il nastro, avendo scelto $\theta = 4$.

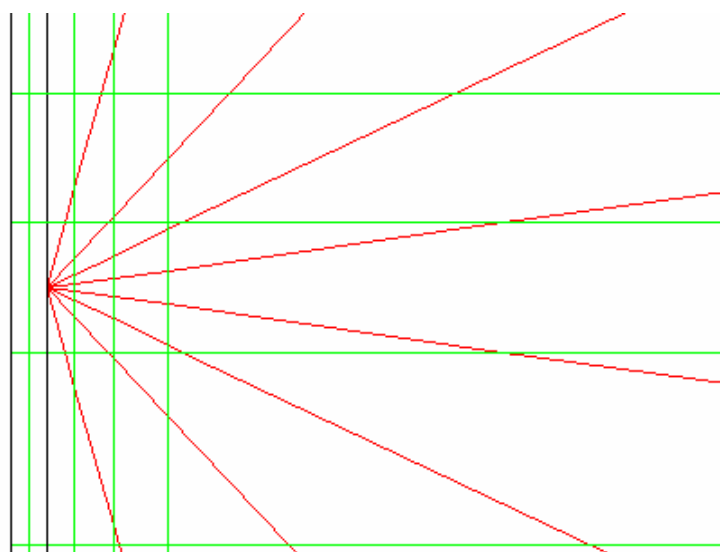


fig. 3.5 – Andamento dei raggi.

3.6 Modello fisico

3.6.1 Schematizzazione del modello

La geometria analizzata è costituita da un canale convergente con angolo $\theta = 0 - 2 - 10^\circ$. La configurazione è costituita da una piastra, di spessore $s_p = 3.2 \text{ mm}$ e lunghezza $L_p = 406 \text{ mm}$, e da un nastro mobile, entrambi costituenti un canale la cui ampiezza $b_{min} = 5 - 10 - 16.15 - 20 \text{ mm}$ della sezione minore caratterizza la distanza del nastro dalla piastra, e che per comodità sarà indicata con la sola lettera b e per finire corredata da due serbatoi di lunghezza L_x e altezza L_y , entrambe pari a 400 mm , posti, rispettivamente, sopra e sotto il canale e atti a simulare il comportamento del flusso all'infinito. La lunghezza del nastro sarà pari a $L = L_p \cos \theta + 2 * L_x$.

Il dominio computazionale è stato limitato ad una distanza finita, ma sufficientemente grande e tale da poter ritenere, con buona approssimazione, il moto sul suo contorno indisturbato; ciò necessita di un'opportuna cura nello scegliere le dimensioni dei serbatoi e, conseguentemente, le condizioni al contorno da assegnare sui confini di questi. Infatti, una scelta inadeguata di tali parametri potrebbe risultare deleteria per l'accuratezza e la stabilità del calcolo numerico. Uno schema della geometria a cui si fa riferimento è riportato in figura (fig. 3.6).

Il fluido di lavoro è l'aria le cui proprietà fisiche sono riportate nella tabella 3.1.

$\rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$	$c_p \text{ (J/kgK)}$	$k \text{ (W/mK)}$	$\mu \text{ (kg/ms)}$	$\beta \text{ (1/K)}$
1.177	1.006e+03	0.0242	1.789e-05	0.00333

tab. 3.1 - Proprietà fisiche dell'aria.

Per ogni geometria è stata analizzata la sensibilità alla *mesh*, in quanto essa non deve essere né troppo rada, perché porterebbe ad un'analisi poco efficace del nostro modello, né troppo fitta, perché, sebbene interessi più punti del nostro dominio computazionale, ma a ciò verrà dedicato l'intero *Capitolo 4* del lavoro.

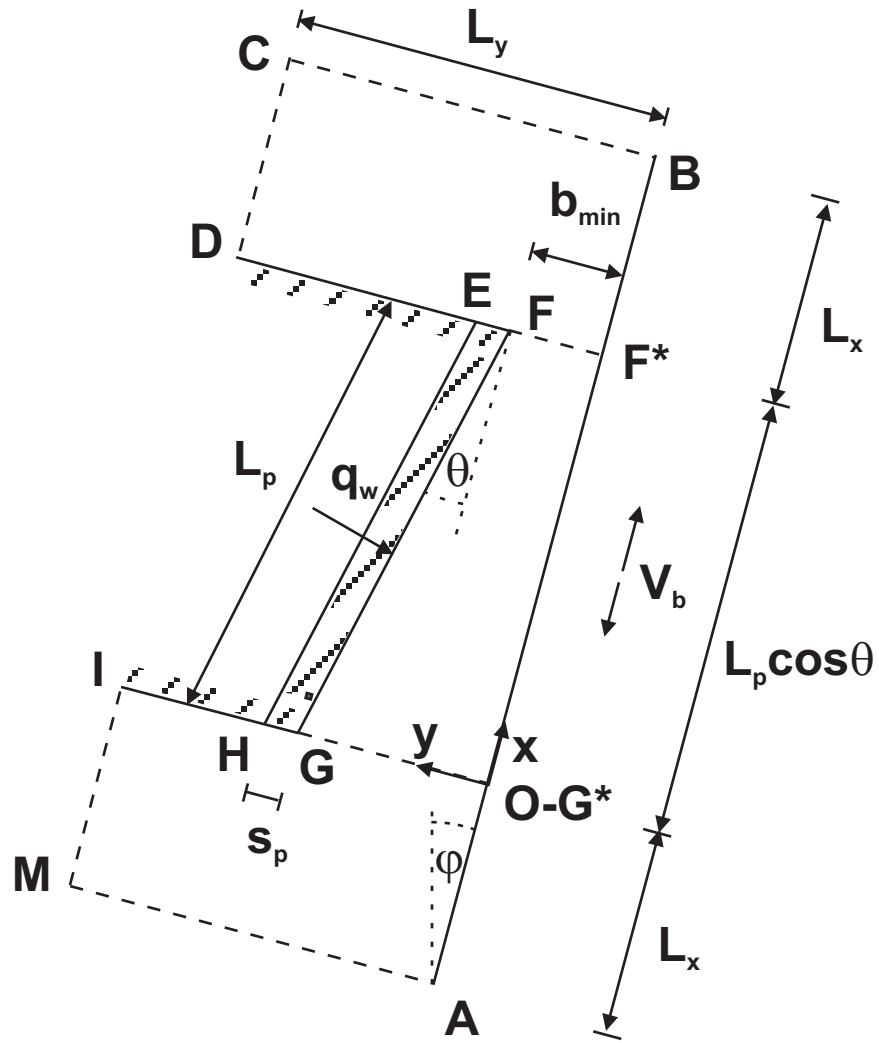


fig. 3.6 – rappresentazione del dominio computazionale

3.6.2 Condizioni al contorno

Volendo seguire l'iter con cui è stata costruita la geometria oggetto delle prove riportate nel seguente lavoro, si può dire che è, innanzitutto, stata creata la geometria in *Gambit*, dopodichè è stato discretizzato il dominio e, una volta scelto il solutore (il *Fluent*), è stata definita la tipologia delle pareti, in quanto ogni solutore accetta una ben determinata tipologia di descrizione delle parti, così come riportato nella seguente illustrazione (fig. 3.7).

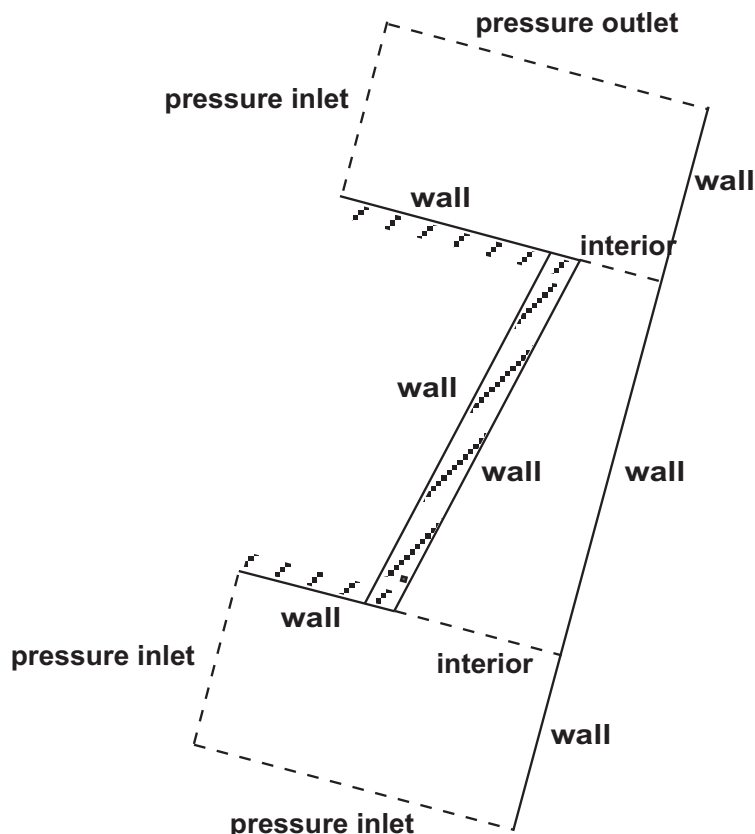


fig 3.7 - Classificazione delle pareti in Gambit.

Definita la tipologia delle pareti della configurazione in esame sono stati definiti i materiali; osserviamo che il *Gambit* permette solo la distinzione tra solido e fluido.

Fatto ciò, è stata esportata la *mesh* in *Fluent* dove è stato definito il regime di moto (stazionario o instazionario), il modello (laminare o turbolento), i materiali, le condizioni operative riportate in tabella (tab. 3.2).

p_0 (Pa)	T_0 (K)	\vec{g} (m/s^2)
1.013e+05	300	- 9.806

tab. 3.2 - Condizioni operative.

Rilevante importanza bisogna dare alla denominazione delle superfici, che avviene dapprima in *Gambit*, grazie al quale vengono demarcate diverse aree del dominio computazionale. Queste denominazioni servono in seguito per far sì che il *Fluent*, che

come già detto effettua distinzioni soltanto tra solido e fluido, possa riconoscere in quale area del dominio circola il fluido fissato e quale, invece, è costituita da materiale solido. A tal proposito è riportata nella figura 3.8 una suddivisione delle varie aree del dominio con la denominazione associata, la cui esplicitazione si trova nella tabella 3.3.

AREA	MATERIALE
serbatoio superiore	fluido
serbatoio inferiore	fluido
canale	fluido
piastra	solido
nastro	solido

tab. 3.3 – Denominazione delle aree in Gambit.

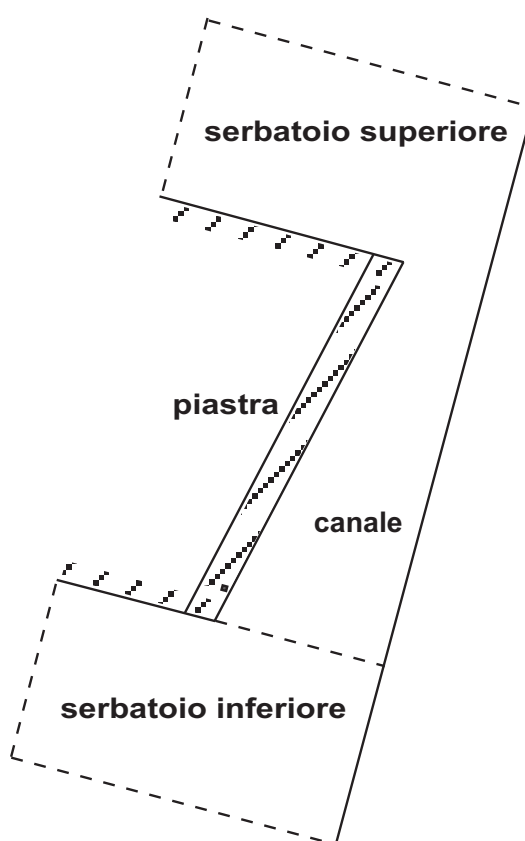


fig. 3.8 – Schematizzazione della denominazione delle aree in Gambit

Fatto ciò bisogna determinare le condizioni al contorno del dominio di calcolo. Le principali sono riportate nella tabella 3.4, i cui elementi fanno riferimento alla figura 3.6. In tale tabella sono riportati i valori e le condizioni imposte, per la temperatura [K], la velocità [m/s], la pressione [Pa], k [m^2/s^2], ϵ [m^2/s^2] e le rispettive variazioni.

Lato	$T [K]$	$u [m/s]$	$v [W/m^2]$	$p [Pa]$
AB	$k_f \frac{\partial T}{\partial y} = 0; T_f = T_b$	u_w	0	-
AM	$T = 300$	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial x} = 0$	0
IM	$T = 300$	$\frac{\partial u}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial y} = 0$	0
HI	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$	0	0	-
EH	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$	-	-	-
DE	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$	0	0	-
CD	$T = 300; k_f \frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial u}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial y} = 0$	0
BC	$T = 300; k_f \frac{\partial T}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial x} = 0$	0
GH	$k_f \frac{\partial T}{\partial x} = k_s \frac{\partial T}{\partial x}; T_f = T_s$	0	0	-
FG	$k_f \frac{\partial T}{\partial n} = k_s \frac{\partial T}{\partial n} + q_w; T_f = T_s$	0	0	-
EF	$k_f \frac{\partial T}{\partial x} = k_s \frac{\partial T}{\partial x}; T_f = T_s$	0	0	-

tab 3.4 – Valori delle condizioni al contorno

Da sottolineare è la condizione di “no slip” fissata sulle pareti reali della geometria la quale garantisce che il filetto fluido adiacente alla parete si muove con stessa velocità della parete.

Per quanto concerne la piastra è stato assunto come materiale la vetronite, materiale dalle seguenti proprietà (tab. 3.6):

$\rho [kg/m^3]$	$c_p [kJ/kgK]$	$k [w/mK]$
1206	361	1.98

tab. 3.5 – Proprietà della vetronite

Per quanto riguarda il modello turbolento, si è scelto l’ “RNG $k - \varepsilon$ ” basandosi su considerazioni fatte in tesi precedentemente svolte [61]. Riguardo ai valori di k (energia cinetica turbolenta) ed ε (tasso di dissipazione di k) fissati ai lati serbatoi, a monte e a valle del canale, è bene precisare che essi non sono noti a priori, perché non è stato possibile misurarli in condizioni analoghe a quelle simulate. Nell’ intento di svolgere

simulazioni numeriche che potessero avere un successivo riscontro sperimentale, si è cercato di fissare valori che presumibilmente si sarebbero riscontrati in laboratorio.

A riguardo, ciò che si può affermare con certezza è che il fluido viene aspirato nel canale partendo da condizioni di quiete all'infinito a monte. Fino alle pareti del serbatoio fittizio tracciato non ci sono cause fisiche che ne potrebbero determinare un aumento di velocità ed, inoltre, i valori del numero del *Reynolds* locale sono molto bassi, essendo il vettore velocità, in modulo, molto piccolo. Tutto ciò garantisce che l'intensità della turbolenza e, quindi, le grandezze in questione, hanno un valore il cui ordine di grandezza è piccolo. Per tale motivo sono stati assunti, per *k* e ϵ , valori pari a $1e-06$.

A questo punto si passa alla fase di simulazione numerica vera e propria; il numero di iterazioni da fare deve essere tale da portare i residui delle grandezze in esame al di sotto di valori fissati in base al grado di precisione che si vuole raggiungere nell'analisi della configurazione in esame. Nei casi analizzati nei capitoli a seguire sono stati fissati valori, per i residui, riportati nella tabella 3.6:

TIPO	VALORI
continuity	1e-06
x-velocity	1e-08
y-velocity	1e-08
energy	1e-09
k	1e-07
epsilon	1e-07

tab. 3.6 – Valori dei residui fissati per le simulazioni

Nella figura 3.9 si riporta un classico andamento dei residui in funzione del numero di iterazioni, fornito dal *Fluent* durante le simulazioni.

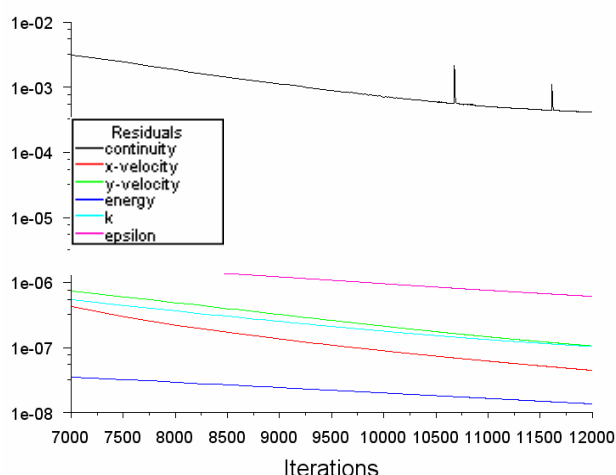


fig. 3.9 - Andamento dei residui.

Terminata la fase di simulazione si passa a visualizzare e ad elaborare i dati ottenuti al fine di trarre utili informazioni sulla geometria in esame.

Capitolo 4
Sensibilità alla griglia

Capitolo 4

Sensibilità alla griglia

4.1 Introduzione

La scelta del tipo di *griglia* da utilizzare nel dominio computazionale in questione ha presentato delle notevoli difficoltà, data l'inclinazione della piastra rispetto alla direzione del nastro, cosa che rende i quadrilateri di cui è costituita la griglia, distorti con conseguenze non trascurabili nei risultati, i quali si distaccano, in maniera evidente, dalla realtà fisica del fenomeno. Una volta ottenuti risultati conformi a quella che può essere una realtà empirica del problema è stata curata la scelta del grado di infittimento della griglia che portasse un livello di precisione quanto più accettabile possibile compatibilmente ad un tempo di calcolo che avrebbe permesso uno studio del problema in tempi utili. Ottenuti i primi risultati, prima di procedere con lo studio dei casi è stata affrontata una fase di verifica degli stessi.

Adottando la descrizione di *Roache* [70], per *verifica* s'intende l'accertamento della risoluzione corretta delle equazioni. In altri termini, la verifica è un'attività strettamente matematica necessaria per controllare che le equazioni siano state risolte correttamente. A tal proposito, nello svolgimento del lavoro, la verifica è stata effettuata, in primis, con il metodo di estrapolazione di *Richardson* in cui si calcola il numero di $Nu_{m,\infty}$, cioè, il Nu che si avrebbe se si annullassero gli errori di discretizzazione, e si confrontano con quest'ultimo i risultati ottenuti dalle simulazioni caratterizzate dalle varie griglie. In seguito si è utilizzato un metodo in cui il $Nu_{m,\infty}$ si ottiene correlando i Nu_m forniti dalle simulazioni effettuate su tutti i tipi di *griglia* considerati, con il numero di celle relativo al solo canale calcolando con una regressione, una funzione iperbolica dalla quale si riesce ad ottenere un asintoto.

4.2 Scelta del tipo di griglia

Sulla base delle numerose prove effettuate negli anni e disponibili in letteratura, si è arrivati, infine, alla griglia utilizzata tuttora nel lavoro, che prevede, una *Boundary Layer*, disegnata manualmente in prossimità del nastro (fig. 4.1), all'interno della quale vi è un determinato numero di celle aventi, una distribuzione esponenziale con addensamento in prossimità del nastro, e nella rimanente parte una distribuzione di celle uniforme che dà alla griglia una forma quanto più regolare possibile, regolarità ottenuta proprio in virtù dell'uguaglianza dimensionale tra le celle appartenenti all'ultima colonna della *Boundary Layer* e quelle appartenenti alla prima colonna dell'usuale griglia.

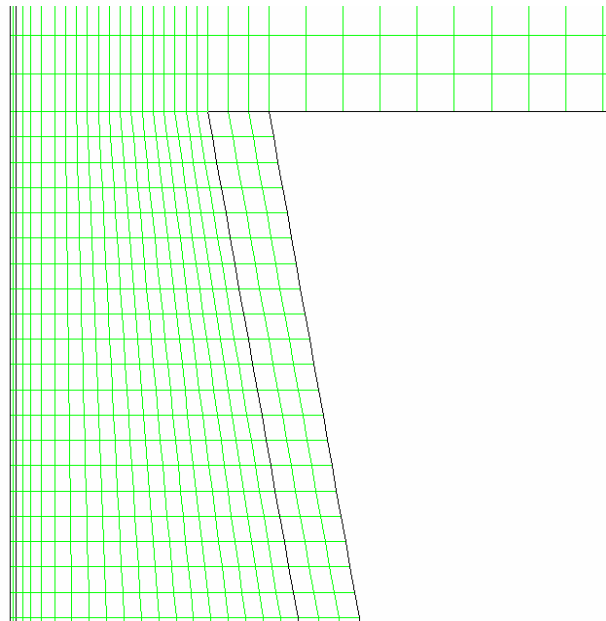


fig 4.1.- Boundary Layer manuale

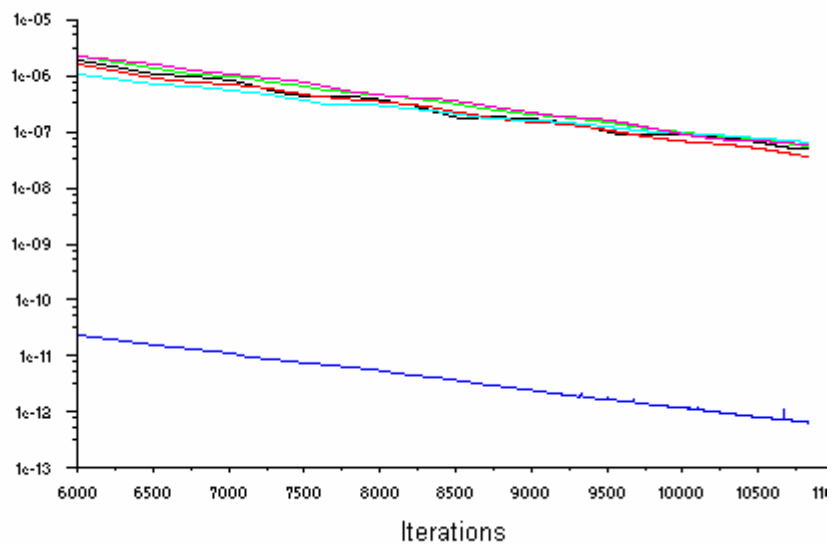
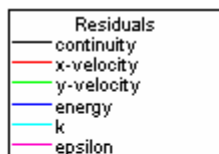


fig.4.2 - Andamento dei residui portati a convergenza

4.3 Analisi di sensibilità

Al fine di scegliere il grado di infittimento del tipo di *griglia* utilizzata, una volta definita la giusta proporzione riguardante il numero di nodi da posizionare su ogni segmento, mantenendo tale proporzione si creano griglie più fitte ed altre più rade fino ad avere diverse *griglie* che interessano, tutte, la stessa geometria. I risultati derivanti da tali prove vengono poi analizzati.

Si può subito capire come all'infittirsi della griglia aumenti, con il tempo di calcolo, anche la precisione dei risultati ottenuti; l'analisi di sensibilità viene, pertanto, condotta al fine di determinare una griglia che ci dia un ottimo compromesso tra tempo di calcolo e accuratezza dei risultati.

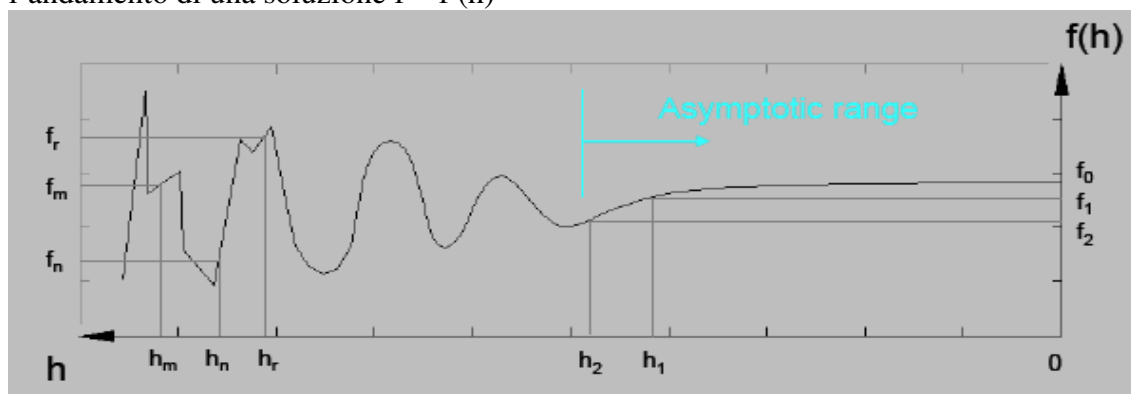
4.2.1 Metodo di estrapolazione secondo *Richardson*

I codici CFDC (in particolare FV) sono estremamente sensibili alla griglia di calcolo. Per quanto riguarda la griglia la soluzione risente:

- della densità locale della griglia (cioè della dimensione locale nelle 1/2/3 dir.),
- della tipologia delle celle,
- della qualità delle celle,
- dei gradienti spaziali dei parametri caratteristici.

Per escludere, limitare o quantificare la dipendenza della soluzione dalla griglia di calcolo risulta indispensabile effettuare una **analisi di convergenza di griglia** o **analisi di sensibilità alla griglia**.

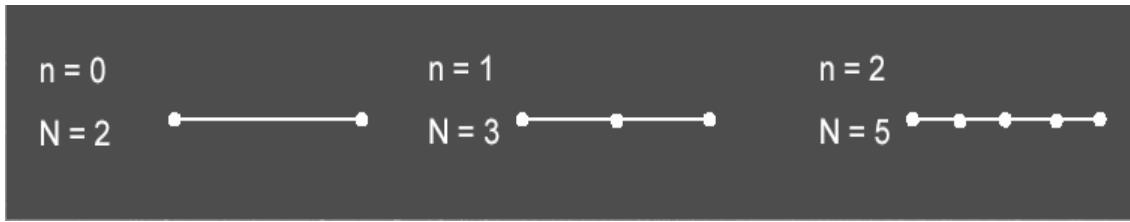
Senza analisi di sensibilità ogni griglia di calcolo determina una diversa soluzione. Potendo stabilire una relazione biunivoca tra la griglia e una lunghezza caratteristica h , generata una serie di griglie di risoluzione crescente $h_n, \dots, h_2, h_1, h_0=0$, si consideri l'andamento di una soluzione $f = f(h)$



Si può generare una serie di $n+1$ griglie in modo che in ogni i -esima direzione il numero di nodi risulti

$$N_i = 2^n m_i + 1$$

ESEMPIO: con $n \leq 2$ e $m = 1$ si ottengono 3 griglie ognuna delle quali “dimezzata” rispetto quella di risoluzione maggiore.



- non necessariamente $m \in \mathbb{N}$ (per ottenere raffinamenti meno drastici e non uscire dal range di convergenza asintotica)
- è bene che $r = h_{n+1}/h_n \geq 1.1$ per evidenziare gli effetti degli errori di discretizzazione.
- su geometrie complesse bisogna generare le griglie parametricamente in funzione di alcune dimensioni caratteristiche e creare la serie di griglie in funzione di queste.
- Gli m_i , relativi alle diverse direzioni, possono essere diversi

Sia $f(h)$ una soluzione relativa alla griglia h . Sviluppando in serie di Taylor nell'intorno di $h_0 = 0$:

$$f(h) = f_0 + g_1 h + g_2 h^2 + g_3 h^3 + \dots \tag{4.1}$$

L'errore E rispetto al valore asintotico ($f_0 = f(0)$) numerico può essere scritto come:

$$E(h) = f(h) - f_0 = g_p h^p + O(p+1) \tag{4.2}$$

p è detto *ordine di convergenza* (teorico) o di accuratezza.

ESEMPIO: uno schema del secondo ordine avrà $p = 2$, cioè $g_1 = 0$

Tuttavia, a causa della qualità della griglia, delle BCs, della numerica di risoluzione, di non-linearità nella soluzione, di discontinuità delle variabili (shock) etc. l'ordine di convergenza effettivo risulta inferiore.

Siano f_3, f_2, f_1 tre soluzioni nel range di convergenza asintotica, relative a 3 griglie di passo h_3, h_2, h_1 , con $h_3 > h_2 > h_1$:

$$\begin{cases} f_3 - f_0 \cong g_p h_3^p \\ f_2 - f_0 \cong g_p h_2^p \\ f_1 - f_0 \cong g_p h_1^p \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{dove } f_0 \text{ è la soluzione per } h_0 = 0, \text{ cioè la soluzione epurata} \\ \text{dell'errore di discretizzazione spaziale} \end{array}$$

Sistema a 3 equazioni e 3 incognite. Risolvendo in funzione di p :

$$p = \ln \left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1} \right) / \ln(r) \tag{4.3}$$

dove è $r = h_{n+1}/h_n$ *coefficiente di raffinamento di griglia*

- L'ordine di accuratezza locale si riferisce alla stencil di calcolo relativa ad una specifica posizione di griglia
- L'ordine di accuratezza globale risente della propagazione e dell'accumulo dell'errore al di fuori della stencil di calcolo e dell'ordine di accuratezza delle BCs. Solitamente lo si ritiene di un ordine inferiore rispetto a quello locale

• Affinché il calcolo di p abbia senso, le tre soluzioni f_3, f_2, f_1 devono necessariamente appartenere al range di convergenza asintotica

L'idea di Richardson è quella di operare una combinazione lineare tra 2 (o più) soluzioni di un certo ordine di accuratezza in modo da annullare i termini di ordine superiore.

Si considerino 2 soluzioni f_1 ed f_2 del II ordine, relative alle griglie h_1 e h_2 ($h_2 > h_1$):

$$\begin{cases} f_1 = f_0 + g_2 h_1^2 \\ f_2 = f_0 + g_2 h_2^2 \end{cases} \quad g_2 \text{ è indipendente dalla griglia.}$$

Sistema a 2 equazioni e 2 incognite. Risolvendo in funzione di f_0 :

$$f_0 \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 - 1} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^2 - 1} \quad (4.4)$$

Tradizionalmente l'estrapolazione di Richardson è stata utilizzata con metodi del II ordine e rapporto di raffinamento (r) pari a 2. In questo caso:

$$f_0 \approx \frac{4}{3} f_1 - \frac{1}{3} f_2 \quad (4.5)$$

La tecnica può essere generalizzata ed estesa $\forall p$ e $\forall r$.

Le equazioni (4.4) e (4.5) ci impongono di conoscere i valori f_1 e f_2 valutati negli stessi punti della griglia, potendo così riferirci a valori puntuali, ma se lo studio fosse, invece, focalizzato a grandezze di tipo globale, ottenute integrando le grandezze a carattere puntuale, si potrebbe accettare un passo qualsiasi, come ad esempio nel nostro caso $r = h_2/h_1 = 1,16$ e la relazione muterebbe la sua forma :

$$f_{exact} \approx 3.78 f_1 - 2.78 f_2 \quad (4.6)$$

In tal modo si commetterebbe un errore di forma che non è previsto dal *Richardson* ma comunque accettabile in quanto non riferito a punti ben precisi del dominio computazionale ma ad intere zone dello stesso.

NOTA: affinché si possa operare l'estrapolazione di Richardson le soluzioni f_1, f_2 ed f_3 devono necessariamente appartenere al range di convergenza asintotica.

Il metodo di Richardson si dimostra rigorosamente sotto una serie di ipotesi restrittive, tuttavia è stato verificato anche in casi più generali. Teoricamente, sotto particolari ipotesi l'applicazione dell'estrapolazione di Richardson a metodi rigorosamente del II ordine produce una stima del quarto ordine. In generale si considera come di ordine $p+1$. L'estrapolazione di Richardson può essere applicata alla soluzione in un punto di griglia o a grandezze integrali. In questi casi bisogna valutare l'ordine di convergenza globale e l'accuratezza degli specifici algoritmi di integrazione. L'estrapolazione di Richardson

può comportare problemi di non-conservatività o amplificazione degli errori di troncamento.

La principale utilità del metodo di Richardson, oltre al consentire una stima di ordine di accuratezza maggiore, risiede nella stima dell'errore di discretizzazione:

$$f_0 \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} \Rightarrow \frac{f_1 - f_0}{f_1} = \frac{f_2 - f_1}{f_1(r^p - 1)} + O(h^{p+1}) \tag{4.7}$$

Rappresentando il primo membro l'errore relativo della soluzione f_1 , il primo addendo al secondo membro ne rappresenta una stima, a meno di infinitesimi di ordine superiore:

$$E_1 \cong \frac{\varepsilon}{r^p - 1} \qquad \varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1}$$

Sulla base di queste considerazioni, Richardson propone un parametro (GCI:Grid Convergence Index) che rappresenta una stima percentuale dell'errore di discretizzazione e che permette di stabilire la posizione di una soluzione nello spazio $(f(h), h)$. L'idea di base consiste nel confrontare (approx.) l'esito di un raffinamento di griglia con quello di un raddoppiamento di griglia, con schemi del II ordine.

F_s è un fattore di sicurezza:

$$GCI_{12} = \frac{F_s |\varepsilon|}{r^p - 1} \tag{4.8}$$

$F_s = 3$ per confronti su 2 griglie
 $F_s = 1.25$ per confronti su 3 o più griglie

GCI rappresenta una buona stima dell'errore, utile anche nei casi in cui le ipotesi di Richardson non valgono rigorosamente. GCI consente inoltre di stabilire se le soluzioni rientrino o meno nel range di convergenza asintotica.

In caso positivo, date le griglie h_1 , h_2 e h_3 ($h_3 > h_2 > h_1$) deve essere verificata la relazione:

$$GCI_{23} \cong GCI_{12} r^p \tag{4.9}$$

Noti i risultati dell'analisi di sensibilità alla griglia e stabilito un livello di accuratezza (rispetto al valore asintotico), si può determinare la griglia necessaria

$$r^* = \left(\frac{GCI^*}{GCI_{12}} \right)^p$$

Quanto detto presuppone che il rapporto di raffinamento (r) sia uguale in tutte le direzioni e nel tempo. Diversamente, bisogna calcolare i GCI relativi ad ogni direzione (e al tempo indipendentemente) e sommarli per ottenere l'indice globale

$$GCI = GCI_x + GCI_y + GCI_z + GCI_t$$

Nel caso di griglie non strutturate, per le quali non è possibile determinare immediatamente il rapporto di raffinamento (r), si può ricorrere alla seguente formula,

premesso che la serie di griglie sia stata creata parametricamente, in maniera qualitativamente identica:

$$r = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{1/D}$$

N_i numero totale di celle; D dimensione del problema

4.3 I casi analizzati

Lo studio dell'indipendenza della soluzione dal passo della griglia è stato condotto su quattro differenti griglie per ogni geometria, con valori crescenti del numero di nodi. In particolare, sono state scelte griglie di tipo rettangolare, come illustrato nel paragrafo. **4.1**. Focalizzando l'attenzione sulla sola geometria verticale con angolo di inclinazione di 10° e sul solo canale, si è partiti da una distribuzione nodale $n_x \times n_y$ pari a 300×16 per la geometria avente una distanza nella sezione d'uscita del canale $b = 5 \text{ mm}$ e per le successive griglie il numero di intervalli è stato valutato con le relazioni $1,25(n_x \times n_y)$, $1,5(n_x \times n_y)$ e $1,75(n_x \times n_y)$. Per la griglia dei serbatoi si è partiti da un numero di intervalli pari a 200 lungo entrambe le direzioni, ed infittendo con il medesimo fattore di crescita utilizzato nel canale si è arrivati alla griglia più fitta avente 350 intervalli, ugualmente, in entrambe le direzioni. Le quattro griglie utilizzate per la suddetta analisi sono riportate nella tabella 4.1.

Tale analisi è stata realizzata su una geometria avente come larghezza minima del canale, nella sezione d'uscita $b_{min} = 5 \text{ mm}$, distanza che nelle notazioni a seguire sarà indicata con la sola lettera b , per due flussi termici q_w , rispettivamente pari a 60 W/m^2 e a 220 W/m^2 ; per ognuno di essi sono state studiate due diverse velocità, una per la convezione mista $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ ed una per la convezione naturale $V_b = 0 \text{ m/s}$; lo studio, è stato condotto in regime turbolento finalizzando il tutto allo studio del comportamento termodinamico del fluido.

Griglie		<i>canale x nastro medio n_x $\times n_y =$</i>	<i>serbatoi $n_x \times n_y =$</i>	<i>numero totale celle</i>
	<i>griglia 1</i>	12 x 300	200 x 200	91200
	<i>griglia 2</i>	15 x 375	250 x 250	142500
	<i>griglia 3</i>	19 x 450	300 x 300	206250
	<i>griglia 4</i>	21 x 525	350 x 350	279300

tab. 4.1- analisi realizzata con geometria $b = 5 \text{ mm}$

Qui di seguito illustreremo le analisi svolte su geometrie differenti aventi rispettivamente come distanza minima, nella sezione di uscita del canale $b = 10 \text{ mm}$, $b = 16.15 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$.

Griglie		<i>canale x nastro medio n_x $\times n_y =$</i>	<i>serbatoi $n_x \times n_y =$</i>	<i>numero totale celle</i>
	<i>griglia 1</i>	18 x 300	200 x 200	96100
	<i>griglia 2</i>	23 x 375	250 x 250	150375
	<i>griglia 3</i>	27 x 450	300 x 300	215700
	<i>griglia 4</i>	36 x 525	350 x 350	381600

tab. 4.2- Analisi realizzata con geometria $b = 10 \text{ mm}$

<i>Griglie</i>		<i>canale x nastro medio n_x $\times n_y =$</i>	<i>serbatoi $n_x \times n_y =$</i>	<i>numero totale celle</i>
	<i>griglia 1</i>	37 x 300	200 x 200	108700
	<i>griglia 2</i>	46 x 375	250 x 250	169625
	<i>griglia 3</i>	56 x 450	300 x 300	245100
	<i>griglia 4</i>	65 x 525	350 x 350	333200

tab. 4.3-Analisi realizzata con geometria $b = 16,15$ mm

<i>Griglie</i>		<i>canale x nastro medio n_x $\times n_y =$</i>	<i>serbatoi $n_x \times n_y =$</i>	<i>numero totale celle</i>
	<i>griglia 1</i>	46 x 300	200 x 200	115000
	<i>griglia 2</i>	57 x 375	250 x 250	179250
	<i>griglia 3</i>	69 x 450	300 x 300	258750
	<i>griglia 4</i>	80 x 525	350 x 350	351575

tab. 4.4-Analisi realizzata con geometria $b = 20$ mm

4.4 Verifica della configurazione

L'analisi dell'indipendenza dei risultati dalla griglia, ovvero dal numero di nodi, è stata eseguita rispetto ai valori del numero di *Nusselt* medio, della temperatura media della piastra e della portata massica calcolata nella sezione d'ingresso del canale. I risultati di tale indagine sono riportati nelle tabelle 4.5 ,4.6 ,4.7 ,4.8.

Griglie	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$				$q_w = 220 \text{ W/m}^2$			
	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$
griglia 1	18.72357	2.57003	4.779708	6.516470	45.28500	2.33207	7.238659	7.7419254
griglia 2	18.96789	2.58116	4.711845	5.004132	46.07204	2.31837	7.093491	5.5811946
griglia 3	19.28437	2.59260	4.631065	3.203947	46.89991	2.30586	6.956625	3.5440547
griglia 4	19.43929	2.59803	4.592922	2.353920	47.28985	2.30183	6.893453	2.6037953
	$Nu_{m,\infty}$		4.4873		$Nu_{m,\infty}$		6.7185	
	GCl_{23}/GCl_{12}^p		0.9918		GCl_{23}/GCl_{12}^p		0.9909	

tab. 4.5 - Numero di Nusselt medio rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b=5\text{mm}$

Si osserva che, in questo caso, il numero di *Nusselt* decresce all'aumentare del numero di nodi, sia per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ sia per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$. Stimando il valore di *Nusselt*, $Nu_{m,\infty}$, tramite la relazione di *Richardson* che, nel caso di passo $r = 1,16$ dalla (4.6) assume la forma:

$$Nu_{m,\infty} = 3,78 Nu_{m,gf} - 2,78 Nu_{m,gr} \quad (4.10)$$

dove $Nu_{m,gf}$ e $Nu_{m,gr}$ sono i valori del numero di *Nusselt* medio rispettivamente per la griglia 4 e per la griglia 3; il valore ricavato è pari a 4.4873 per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e 6.7185 per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$.

Nella tabella 4.5 si riportano i valori di Nu_m per le varie griglie considerate, i valori stimati di $Nu_{m,\infty}$, e analogamente gli scostamenti percentuali di $Nu_{m,\infty}$. Si nota che la differenza percentuale tra il valore del Nu_m per un'assegnata griglia e il valore asintotico diminuisce all'aumentare del numero di celle n_c . Dalla colonna relativa al termine $\Delta Nu_m \%$ valutato con la seguente relazione:

$$\Delta Nu_m \% = \frac{Nu_m - Nu_{m,\infty}}{Nu_{m,\infty}} \quad (4.11)$$

Per quanto riguarda il caso analizzato in tabella 4.5, cioè quello avente una geometria con $b = 5 \text{ mm}$, si può notare che si passa dal 6.52 % al 2.35 % per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e $v = 0.5 \text{ m/s}$ e dal 7.74 % al 2.60 % per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ e $v = 0 \text{ m/s}$ variando il numero di celle da 91200 a 279300. Sulla base dei risultati ottenuti si potrebbe, a buon merito, scegliere come griglia ideale la *griglia 3*, ottimo compromesso tra la rapidità di calcolo e l'accuratezza dei risultati che è soggetta ad uno scostamento percentuale del numero Nu_m inferiore al 3.5% rispetto al valore asintotico $Nu_{m,\infty}$.

Qui di seguito sono riportati nelle tabelle 4.6, 4.7 e 4.8 i valori ottenuti nell'analisi della griglia per le geometrie aventi, rispettivamente, la distanza minima tra nastro e piastra $b = 10 \text{ mm}$, $b = 16.15 \text{ mm}$ e $b = 20 \text{ mm}$. Anche in questi casi possiamo notare che il numero di *Nusselt* decresce all'aumentare del numero di nodi sia per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e $v = 0.5 \text{ m/s}$

sia per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ e $v = 0 \text{ m/s}$. Naturalmente l'analisi per le altre geometrie come nel caso precedente ci ha portati a ricavare il $Nu_{m,\infty}$ e lo scarto percentuale $\Delta Nu_{m,\infty} \%$.

Griglie	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$				$q_w = 220 \text{ W/m}^2$			
	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$
griglia 1	16.2751	2.32675	5.4545	2.4896	44.5956	3.67304	7.3447	5.5201
griglia 2	16.4204	2.32445	5.3972	1.4124	45.3924	3.65066	7.1969	3.4228
griglia 3	16.4878	2.32868	5.3742	0.9808	45.7386	3.65003	7.1346	2.5014
griglia 4	16.5762	2.32564	5.3493	0.51194	46.1951	3.64493	7.0550	1.3584
	$Nu_{m,\infty}$		5.32205		$Nu_{m,\infty}$		6.98883	
	$GCI_{23}/GCI_{12}r^p$		0.9954		$GCI_{23}/GCI_{12}r^p$		0.9889	

tab. 4.6 - Numero di Nusselt medio rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 10 \text{ mm}$

Griglie	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$				$q_w = 220 \text{ W/m}^2$			
	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$
griglia 1	16.5005	5.7389	4.8428	1.5135	44.9835	4.8277	6.5478	3.39829
griglia 2	16.5272	5.7538	4.8248	1.1356	45.2049	4.8385	6.4948	2.56153
griglia 3	16.5756	5.7573	4.8060	0.7422	45.4671	4.8197	6.4444	1.76554
griglia 4	16.6051	5.7583	4.7966	0.5454	46.6362	4.8018	6.4147	1.29713
	$Nu_{m,\infty}$		4.7706		$Nu_{m,\infty}$		6.3326	
	$GCI_{23}/GCI_{12}r^p$		0.9980		$GCI_{23}/GCI_{12}r^p$		0.9954	

tab. 4.7 - Numero di Nusselt medio rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 16.15 \text{ mm}$

Griglie	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$				$q_w = 220 \text{ W/m}^2$			
	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$	$T_{med,p}-T_0$	$m \times 10^3$	Nu_m	$\Delta Nu_{m,\infty} \%$
griglia 1	16.3029	6.541037	5.4520	1.14049	45.1263	5.340985	7.2640	2.576185
griglia 2	16.3328	6.552676	5.4296	0.72368	45.3806.	5.33443	7.2001	1.673659
griglia 3	16.3855	6.552179	5.4068	0.30054	45.6056	5.291587	7.1512	0.983325
griglia 4	16.3943	6.558671	5.4025	0.22080	45.6862	0.005287	7.1327	0.722443
	$Nu_{m,\infty}$		5.3906		$Nu_{m,\infty}$		7.0816	
	$GCI_{23}/GCI_{12}r^p$		0.9992		$GCI_{23}/GCI_{12}r^p$		0.9974	

tab. 4.8 - Numero di Nusselt medio rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 20 \text{ mm}$

Sulla base dei risultati ottenuti si potrebbe, a buon merito, scegliere, in questo caso, come griglia ideale la *griglia 2*, ottimo compromesso tra la rapidità di calcolo e l'accuratezza dei risultati in quanto, com'è possibile osservare dalla *tabelle*, è soggetta ad uno scostamento percentuale del numero Nu_m inferiore al 2% rispetto al valore asintotico $Nu_{m,\infty}$.

4.5 Dipendenza funzionale

4.5.1 Distacco dalle ipotesi di *Richardson*

Come si è potuto constatare finora, l'analisi alla *Richardson* prevede l'elaborazione di *griglie* il cui infittimento è dettato da un numero fisso, ossia moltiplicando il numero di nodi, di ogni singola parte, per un fattore di proporzionalità costante. Tutto ciò porta a volte alla generazione di *griglie*, con un numero di nodi così grande per cui gli oneri computazionali diventano insostenibili. A valle dello svolgimento delle prove riguardanti la scelta del tipo di *griglia*, si ottengono risultati che vanno confrontati e che ci si aspetta abbiano, tra loro, uno scarto che rientri all'interno di un determinato *range* fissato a priori. Deciso quindi lo scarto percentuale massimo tra il $Nu_{m,\infty}$ e il Nu_m ottenuto dalla *griglia* che si pensa possa, al meglio rappresentare il caso, può capitare che questo limite sia rispettato da una *griglia* troppo fitta, con le già citate conseguenze riguardanti gli oneri computazionali. Si avverte, pertanto, il bisogno di studiare un metodo alternativo a quello di *Richardson*, in grado di poter analizzare *griglie* generate non usando un fattore di proporzionalità, ma semplicemente costruite incrementando il numero di nodi in modo da avere una discretizzazione più accurata, ma che allo stesso tempo, rientri nei tempi di calcolo auspicati.

Si impone, dunque una metodologia diversa per il calcolo del valore del Nu_m ritenuto vero. È stata, pertanto, ricercata una funzione che potesse descrivere l'andamento dei valori del Nu_m in funzione del numero di celle del canale n_c che caratterizza il nostro dominio computazionale, funzione avente necessariamente un carattere asintotico. In tal modo l'asintoto da questa calcolato esprime proprio il valore della grandezza globale considerata, $Nu_{m,asint}$, ritenuto vero. Immediatamente è possibile capire che questo metodo prescinde dalla crescita proporzionale delle *griglie*.

Per convalidare questo metodo si è pensato di calcolare funzioni del tipo :

$$y = y_0 + \frac{a}{x} \quad (4.12)$$

che, nell'interpretazione della grandezza globale, e quindi nei casi dinanzi considerati si particolarizzano nella forma:

$$Nu_{calc} = Nu_{asint} + \frac{a}{n_c} \quad (4.13)$$

indicando da ora in poi con Nu_0 il *Nusselt* asintotico calcolato mediante la regressione e con n_c il numero di celle del canale. Per le varie griglie utilizzate possiamo, tabellare i risultati ottenuti. Nelle tabelle 4.9-4.12 e nelle figure 4.1-4.4 sono riportati i valori e gli andamenti dei numeri di *Nusselt* al variare della geometria e del fusso termico.

griglia	n_c	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$			$q_w = 220 \text{ W/m}^2$		
		$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0 \%$	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0 \%$
1	3600	18.72357	4.7797	5.8647	45.28500	7.2387	7.3733
2	5625	18.96789	4.7118	4.3616	46.07204	7.0935	5.2199
3	8550	19.28437	4.6311	2.5724	46.89991	6.9566	3.1898
4	11025	19.43929	4.5929	1.72760	47.28985	6.8935	2.2527
Nu_0		4.5149			Nu_0		6.7416

tab. 4.9 – Valori asintotici per i flussi $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 5 \text{ mm}$

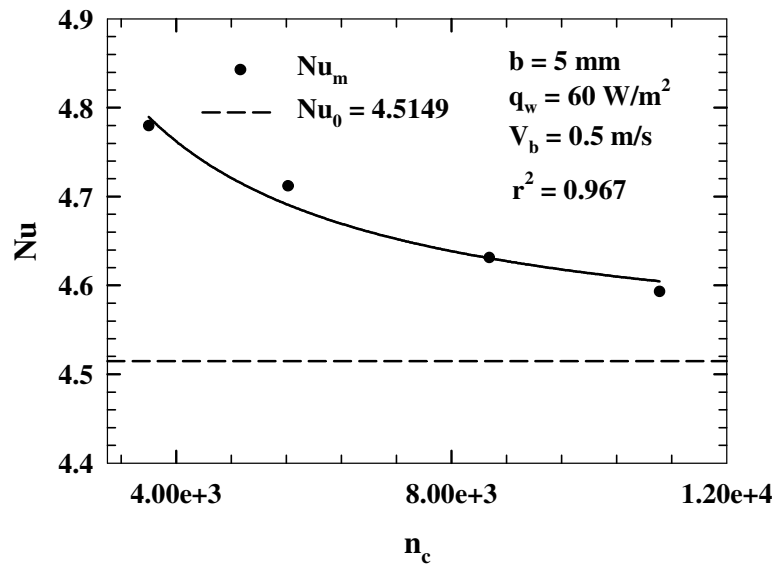


fig. 4.1(a) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$

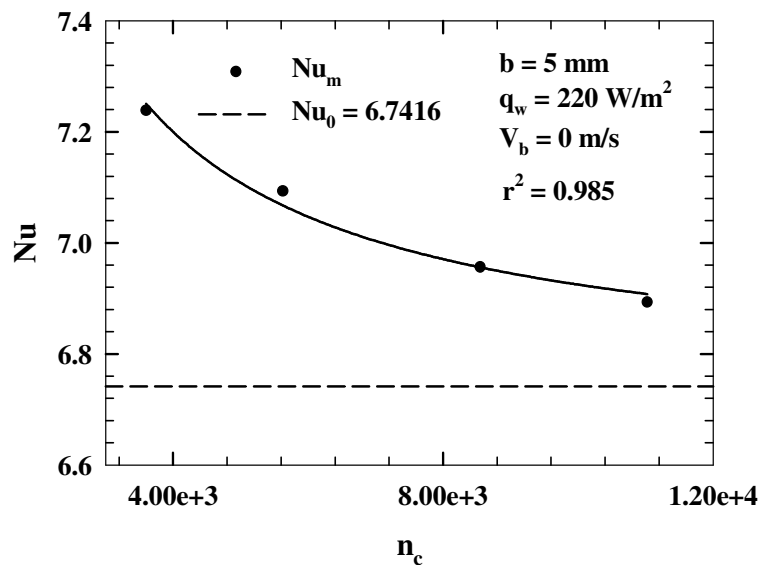


fig. 4.1(b) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$

Nei grafici si riporta, oltre le informazioni del caso in esame, il complementare dello scarto quadratico medio, indice della qualità della regressione effettuata.

n_c	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$			$q_w = 220 \text{ W/m}^2$		
	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0\%$	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0\%$
5400	16.2751	5.4545	2.678954	44.5956	7.3447	5.5201
8625	16.4204	5.397	1.599704	45.3924	7.1969	3.4228
12150	16.4878	5.3742	1.167355	45.7386	7.1346	2.5014
21600	16.5762	5.3493	0.697635	46.1951	7.0550	1.3584
	Nu_0		5.3122	Nu_0		6.9605

tab. 4.10 – valori asintotici per i flussi $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 10 \text{ mm}$

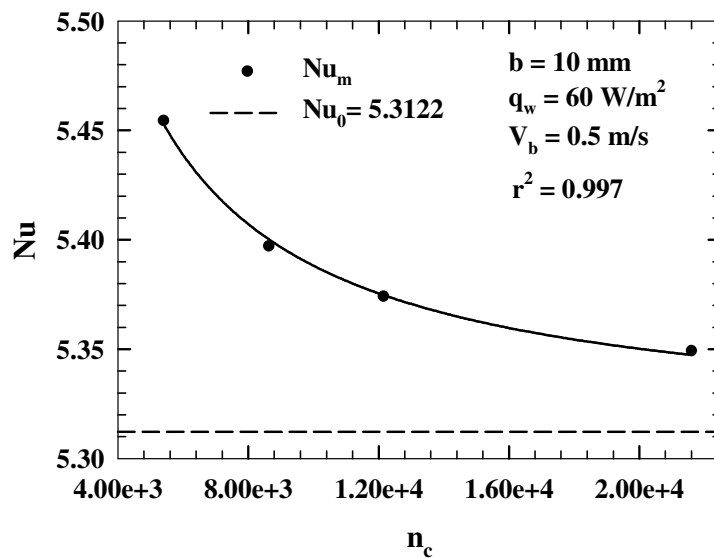


fig. 4.2(a) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$

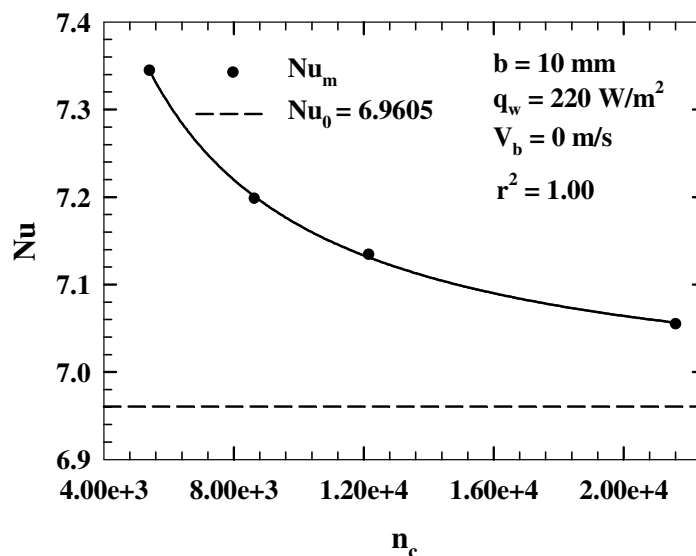


fig. 4.2(a) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$

n_c	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$			$q_w = 220 \text{ W/m}^2$		
	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0\%$	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0\%$
11100	16.5005	4.8428	1.392839	44.9835	6.5478	2.991626
17250	16.5272	4.8248	1.015427	45.2049	6.4948	2.158161
25200	16.5756	4.8060	0.622483	45.4671	6.4444	1.365299
34125	16.6051	4.7966	0.425803	45.6362	6.4147	0.898733
	Nu_0		4.7763	Nu_0		6.3576

tab. 4.11 – valori asintotici per i flussi $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 16.15 \text{ mm}$

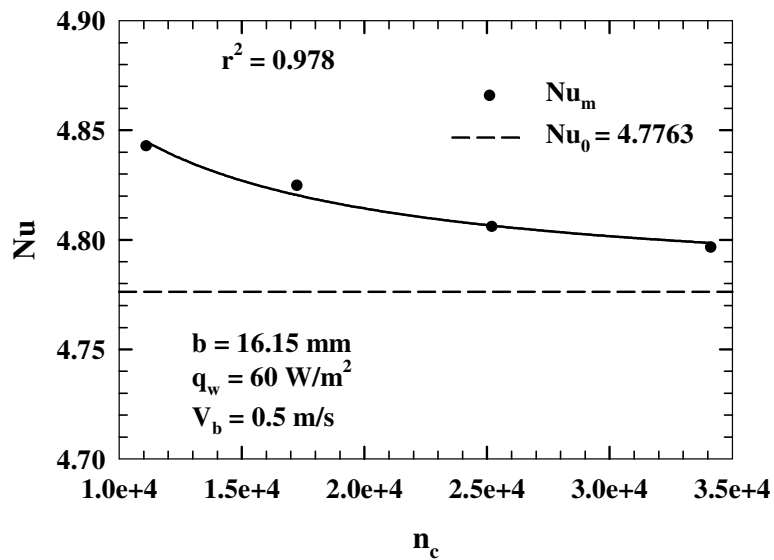


fig. 4.3(a) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$

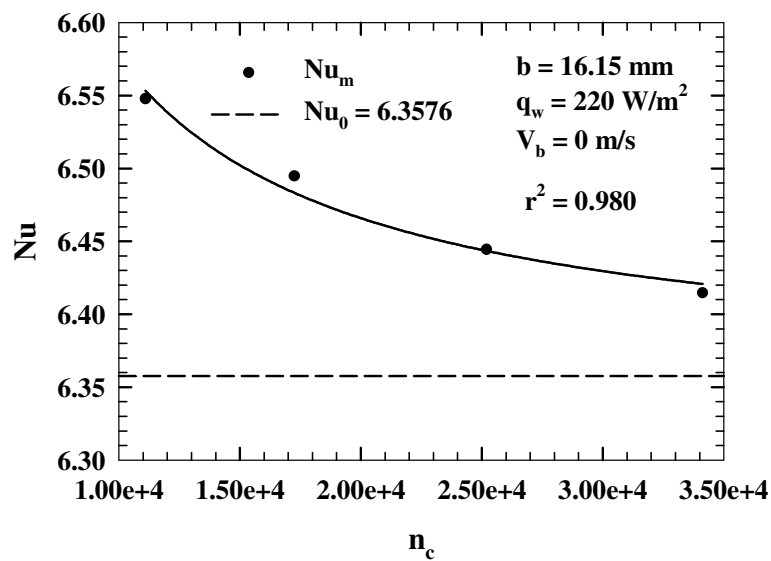


fig. 4.3(b) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$

n_c	$q_w = 60 \text{ W/m}^2$			$q_w = 220 \text{ W/m}^2$		
	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0\%$	$T_{med,p}-T_0$	Nu_m	$\Delta Nu_0\%$
11100	16.3029	5.4520	1.412097	45.1263	7.2640	2.7917699
17250	16.3328	5.4296	0.994171	45.3806	7.2001	1.8873478
25200	16.3855	5.4068	0.569893	45.6056	7.1512	1.1955622
34125	16.3943	5.4025	0.489945	45.6862	7.1327	0.9341319
		Nu_0	5.3761		Nu_0	7.0667

tab. 4.12 – Valori asintotici per i flussi $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ rispettivamente con $V_b = 0.5 \text{ m/s}$ e $V_b = 0$ per la geometria $b = 20 \text{ mm}$

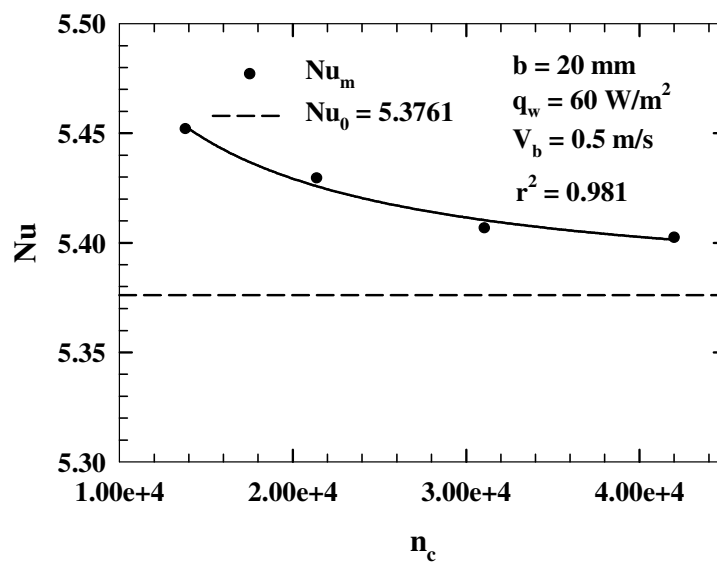


fig. 4.4(a) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$

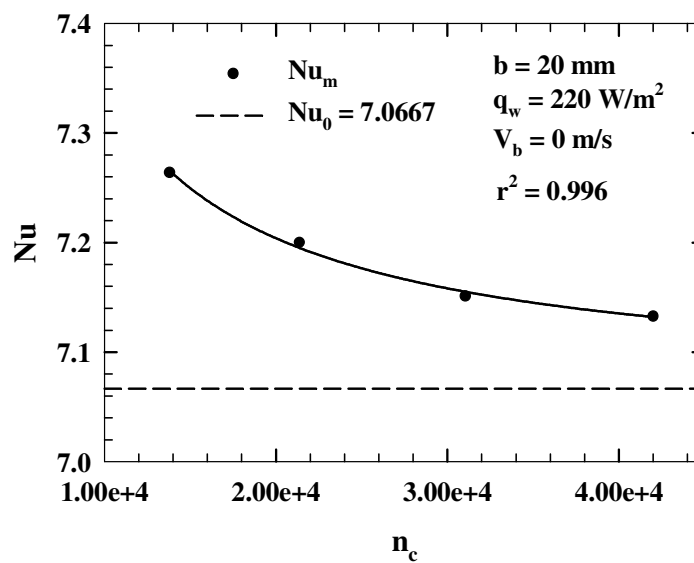


fig. 4.4(b) – Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$

Confrontando il numero di *Nusselt* asintotico ottenuto con la regressione con quello ottenuto mediante l'analisi alla *Richardson* si è verificato che esso si discosta di meno di un punto percentuale rispetto al valore ottenuto dall'analisi alla *Richardson* (tab.4.13).

<i>Caso studiato</i>		$Nu_{m,\infty}$	Nu_0	$\Delta Nu_m \%$
$q_w = 60 \text{ W/m}^2$	$b = 5 \text{ mm}$	4.4873	4.5149	0.61568
	$b = 10 \text{ mm}$	5.3221	5.3122	0.18440
	$b = 16.15 \text{ mm}$	4.7706	4.7763	0.11899
	$b = 20 \text{ mm}$	5.3906	5.3761	0.26783
$q_w = 220 \text{ W/m}^2$	$b = 5 \text{ mm}$	6.71852	6.7416	0.34335
	$b = 10 \text{ mm}$	6.9888	6.9605	0.40574
	$b = 16.15 \text{ mm}$	6.3326	6.3576	0.39485
	$b = 20 \text{ mm}$	7.0816	7.0667	0.20973

tab.4.13-Confronto dei Nu medi ottenuti con i due metodi

Si nota che lo scarto percentuale tra i numeri di *Nusselt* asintotici risulta essere inferiore all'1 %. Inoltre questo valore è pari alla differenza tra gli scarti percentuali ottenuti con i due metodi; questo valore rappresenta l'errore che si commetterebbe usando il secondo metodo invece di a quello ottenuto con l'analisi di *Richardson*.

Alla luce di quanto esposto si può affermare che il metodo è utilizzabile e potrebbe costituire un'alternativa al metodo di estrapolazione di *Richardson*.

4.5.2 Verifica di validità del metodo

Il secondo metodo si presta ad essere utilizzato per analizzare *griglie* tra loro non proporzionali, ma nulla ci dice che il metodo sia valido. Per accertarne la validità caso per caso si è calcolato, tramite le funzioni, il valore di Nu_m che avrebbe la *griglia intermedia* e lo si è confrontato col valore ottenuto dalle simulazioni effettuate sulla stessa, riportando i risultati nella tabella 4.14. Si è creata, per questo motivo, una griglia intermedia, con un numero di celle nel canale pari a 22774, e calcolato, dalla funzione generata dalla regressione, il Nu_f per un tale numero di celle. Si nota che il Nu_m ottenuto dalla simulazione si discosta da esso di pochi centesimi punti percentuali.

Caso studiato		Nu_f	$Nu_{m,simul}$	$\Delta Nu_m \%$
$q_w = 60 \text{ W/m}^2$	$v_b = 0.5 \text{ m/s}$	5.422809	5.421163	0.0303437
$q_w = 220 \text{ W/m}^2$	$v_b = 0 \text{ m/s}$	7.187258	7.190366	0.0432373

tab. 4.14 – Confronto tra i valori di Nusselt trovati in modo diversi per i flussi $q_w=60 \text{ W/m}^2$ e $q_w=220 \text{ W/m}^2$ rispettivamente con $V_b=0.5 \text{ m/s}$ e $V_b=0$ per la geometria $b=20 \text{ mm}$

Come esempio, si riporta di seguito (fig. 4.5) l'andamento del numero di *Nusselt* relativo al caso $b = 20 \text{ mm}$ sia per $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ e velocità $v_b = 0.5 \text{ m/s}$ sia per $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ e $v_b = 0 \text{ m/s}$. La funzione che rappresenta l'andamento del *Nusselt* medio è di tipo:

$$Nu_f = 5.3761 + \frac{1063.2138}{n_c} \tag{4.14}$$

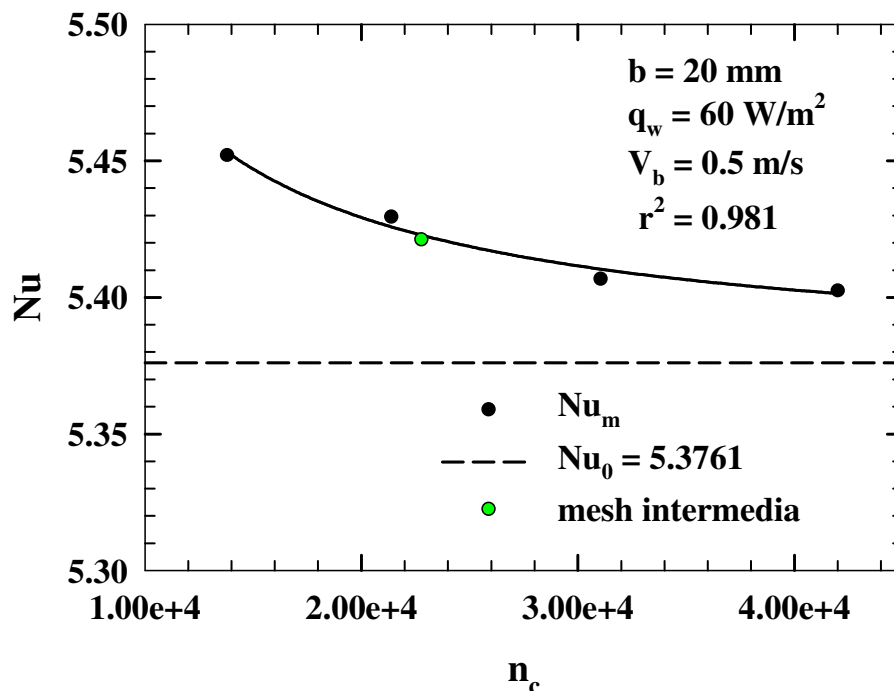


fig.4.5 (a)-Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w=60 \text{ W/m}^2$ e $V_b=0.5 \text{ m/s}$

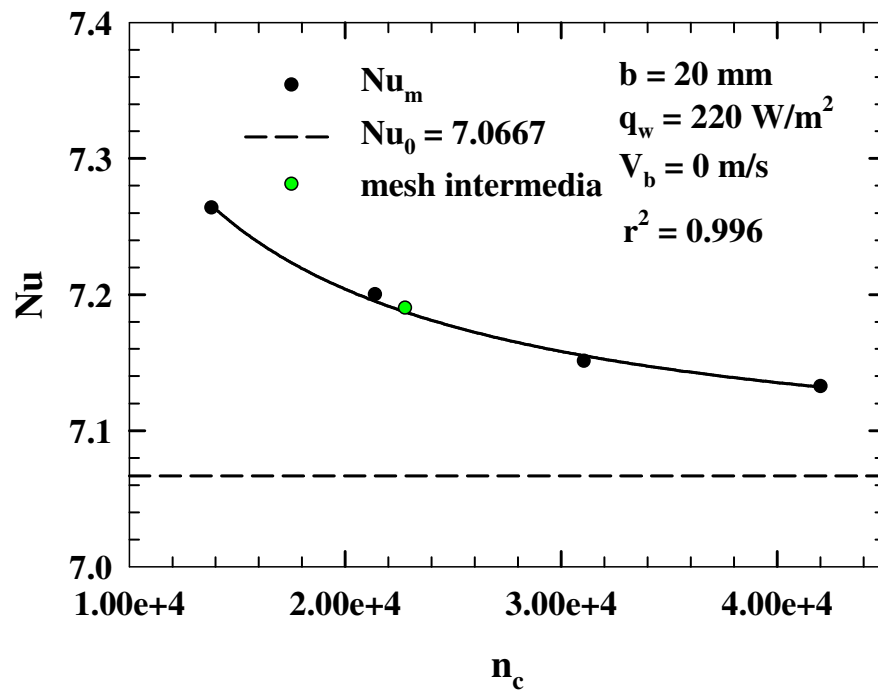


fig.4.5 (b) - Allineamento del numero di Nusselt alla funzione per $q_w=220 \text{ W/m}^2$ e $V_b=0 \text{ m/s}$

4.7 Conclusioni

Lo studio condotto partendo dalle ipotesi del *Richardson* fino alla ricerca di una funzione che potesse descrivere l'andamento della grandezza globale di cui l'interesse mostra che si può condurre un'analisi di indipendenza dei valori delle grandezze globali dalla *griglia*, generando griglie via via più fitte, senza fattori di crescita costanti, e che, partendo dai risultati ottenuti da queste simulazioni si possono esprimere funzioni di tipo asintotico, che danno un punto di riferimento per il confronto della *griglia* che si decide, a valle dell'analisi, di utilizzare per un campo di prove in CFD.

Infatti una volta trovata una funzione che sia in grado di descrivere l'andamento della grandezza alla quale si è rivolto l'interesse per l'analisi da effettuare, avendo a disposizione un grafico che descriva tale andamento, si è in grado di ricavare il numero ottimale di celle che dovrà avere la griglia sulla quale si è fissato un determinato scostamento percentuale rispetto al valore asintotico ritenuto vero.

Capitolo 5

Risultati numerici

Capitolo 5

Risultati numerici

5.1 Introduzione

Nel seguente capitolo saranno illustrati gli effetti derivanti dal riscaldamento, da parte della piastra, dell'intero dominio computazionale di cui essa stessa fa parte, e quindi l'effetto che tale riscaldamento ha principalmente sulla stessa piastra e sul nastro che viene messo in movimento a diverse velocità e versi. Per illustrare tali effetti sono riportati i campi di velocità, i profili di temperatura di nastro e piastra ottenuti con il codice di calcolo prima citato.

Sarà presentato in primis il caso di canale verticale a pareti parallele nelle configurazioni ASSISTING, in cui il moto del nastro è concorde con il verso delle forze di galleggiamento, e OPPOSING, in cui il moto del nastro è discorde ad esse. In quest'ultimo caso si è rivelata, per taluni valori di velocità, la presenza di un equilibrio tra le forze di trascinamento e di galleggiamento.

Un'ulteriore analisi riguarda l'influenza dell'angolo di inclinazione θ della piastra rispetto al nastro mobile sul riscaldamento degli elementi in questione; saranno quindi prima riportati i campi di moto e poi i confronti tra i profili di temperatura di nastro e piastra al variare di tale angolo, evidenziando come al crescere della larghezza media del canale, varia l'influenza del nastro sulla piastra.

Si analizzerà anche l'influenza dell'angolo di inclinazione di tutto il canale rispetto alla verticale e si presterà particolare attenzione al caso orizzontale.

Verranno confrontati alcuni di questi risultati con risultati derivanti da altre simulazioni in cui come meccanismo di scambio termico compare anche l'irraggiamento; verranno anche confrontati i risultati di alcune simulazioni con altri ottenuti con proprietà termofluidodinamiche variabili con la temperatura.

Per finire saranno riportate le correlazioni trovate tra le grandezze adimensionali caratterizzanti i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate su singola geometria.

5.2 I casi analizzati

La presentazione è stata suddivisa in base all'inclinazione del canale rispetto alla verticale e all'inclinazione della piastra rispetto al nastro.

A caratterizzare la distanza nastro-piastra è la larghezza della sezione d'uscita del canale, che nelle notazioni si indicherà con la lettera b ; essa genera quattro differenti geometrie ognuna delle quali è stata studiata al variare del flusso termico e per ciascuna si esaminerà l'effetto delle velocità del nastro per sette differenti valori, così come illustrato nel diagramma di flusso riportato di seguito; figura 5.1.

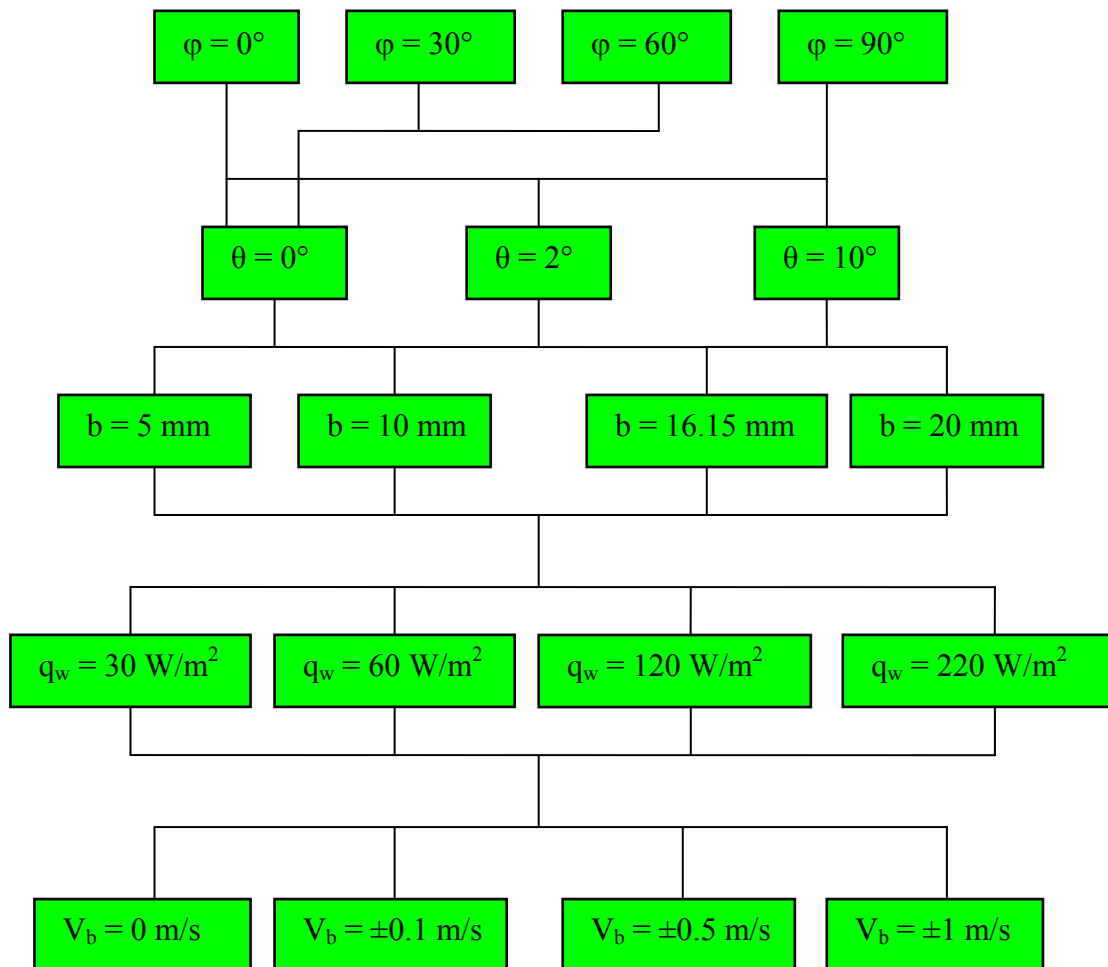


Fig. 5.1 – Caratterizzazione delle prove

Gli effetti dell'irraggiamento, sono stati esaminati sempre su due sole geometrie, ai flussi termici estremi e per le varie velocità, $V_b = 0 \text{ m/s}$ che indica la condizione di convezione naturale, assisting rappresentante l'insieme delle velocità positive ed opposing l'insieme delle velocità negative, nella direzione della forza di gravità. Nella tab.5.1 (a) si riporta la poc'anzi citata divisione, in base alla quale sono state condotte le simulazioni. Saranno presentati solo i casi caratterizzati dal maggior angolo di

convergenza sia per brevità, sia perché in questa configurazione si risentono maggiormente gli effetti radiativi, dato il maggior fattore di vista tra piastra e ambiente.

$\theta = 10^\circ$		
$b = 5 \text{ mm}$		$b = 20 \text{ mm}$
$\varepsilon_p = 0.9$ $\varepsilon_b = 0.2$		
$q_w = 30 \text{ W/m}^2$ $q_w = 220 \text{ W/m}^2$		
assisting	$V_b = 0 \text{ m/s}$	opposing

tab.5.1 (a) - Casi analizzati per studiare l'effetto dell'irraggiamento

Per ciò che concerne l'analisi di sensibilità delle proprietà del fluido al variare della temperatura, sono state effettuate delle simulazioni sulla configurazione verticale e a piastre parallele, utilizzando sia l'approssimazione di Boussinesq, già citata nel capitolo 3, sia il modello di gas ideale, sia un modello più complesso, nel quale non solo la densità, ma anche la conducibilità, il calore specifico e la viscosità, sono stati assunti variabili con la temperatura.

$\theta = 0^\circ$		
$b = 5 \text{ mm}$		$b = 20 \text{ mm}$
Boussinesq	Gas ideale	Proprietà variabili
$q_w = 30 \text{ W/m}^2$ $q_w = 60 \text{ W/m}^2$ $q_w = 120 \text{ W/m}^2$ $q_w = 220 \text{ W/m}^2$		
$V_b = 0 \text{ m/s}$	$V_b = 0.1 \text{ m/s}$	$V_b = 0.5 \text{ m/s}$

tab.5.1 (b) - Casi analizzati per studiare l'effetto della temperatura sulle proprietà dell'aria

In ultimo verranno commentate le correlazioni tra le grandezze dimensionali, pertanto di seguito è stata effettuata una particolarizzazione delle suddette, già ampiamente riportate nel capitolo 1, per i casi trattati:

$$\begin{aligned}
 \text{Re} &= \frac{\rho V b_{\text{med}}}{\mu}; & \text{Gr}^* &= \frac{g \beta q_c b_{\text{med}}^4}{k \nu^2}; & \text{Ra} &= \text{Gr Pr}; \\
 \text{Pr} &= \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{a}; & \text{Nu}^*_{\text{m}} &= \frac{q_c b_{\text{med}}}{\Delta T_{\text{med}} k}; & \text{Ri}^* &= \frac{\text{Gr}^*}{\text{Re}^2}; \\
 \text{Gr} &= \frac{g \beta q_r b_{\text{med}}^4}{k \nu^2}; & \text{Nu}_{\text{m}} &= \frac{q_r b_{\text{med}}}{\Delta T_{\text{med}} k}; & \text{Ri} &= \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2}
 \end{aligned}$$

In tali relazioni con q_c si è indicato il valore del flusso termico calcolato con il Fluent ed è, precisamente, il "Total Surface Heat Flux" per la piastra-interna, e le

grandezze relative a quest'ultimo sono state asteriscate, mentre lo stesso tipo di grandezza ma non asteriscata si riferisce a q_r , ossia il valore del flusso termico radiativo, che è stato calcolato, anch'esso dal Fluent come "Radiation Heat Flux". Il numero di Prandtl è uguale a 0.72. Il valore di b_{med} si ottiene al variare della geometria considerata, calcolato nella sezione mediana tra quella di ingresso canale e quella di uscita canale; una particolarizzazione di tali distanze è riportata, al variare della distanza minima tra nastro e piastra per $\theta = 10^\circ$, nella tabella seguente, tab. 5.2:

$b_{min} = 5 \text{ mm}$	$b_{min} = 10 \text{ mm}$	$b_{min} = 16.15 \text{ mm}$	$b_{min} = 20 \text{ mm}$
$b_{med} = 40.3 \text{ mm}$	$b_{med} = 45.3 \text{ mm}$	$b_{med} = 51.4 \text{ mm}$	$b_{med} = 55.3 \text{ mm}$

tab. 5.2 – Lunghezza di riferimento in funzione della geometria

Tali valori di b_{med} sono stati ottenuti dalla media aritmetica tra la larghezza del canale all'ingresso e quella all'uscita di esso.

5.3 Canale verticale a pareti parallele

5.3.1 Campi di velocità

Come si nota dalla fig. 5.2 nel caso di convezione naturale, l'aria viene richiamata dal serbatoio inferiore a causa delle forze di galleggiamento generate dalla piastra riscaldata e risale fino al serbatoio superiore con un moto mediamente parallelo alla piastra, soprattutto nel caso in cui la distanza tra nastro e piastra è la minima analizzata, ovvero 5 mm. In caso di convezione mista invece, la maggior parte dell'aria che attraversa il canale è trascinata dal moto del nastro e, all'aumentare della velocità di quest'ultimo, aumenta la portata smaltita e quindi si ha un più efficace raffreddamento della piastra ovvero un più marcato riscaldamento del nastro.

Si può notare che il nastro, muovendosi dal basso verso l'alto (per convenzione assegneremo segno positivo a questo verso), assiste le forze di galleggiamento nel trasporto del fluido, ovvero che le forze di trascinamento e quelle di galleggiamento siano concordi nel verso. Questa tipologia di moto viene definita ASSISTING.

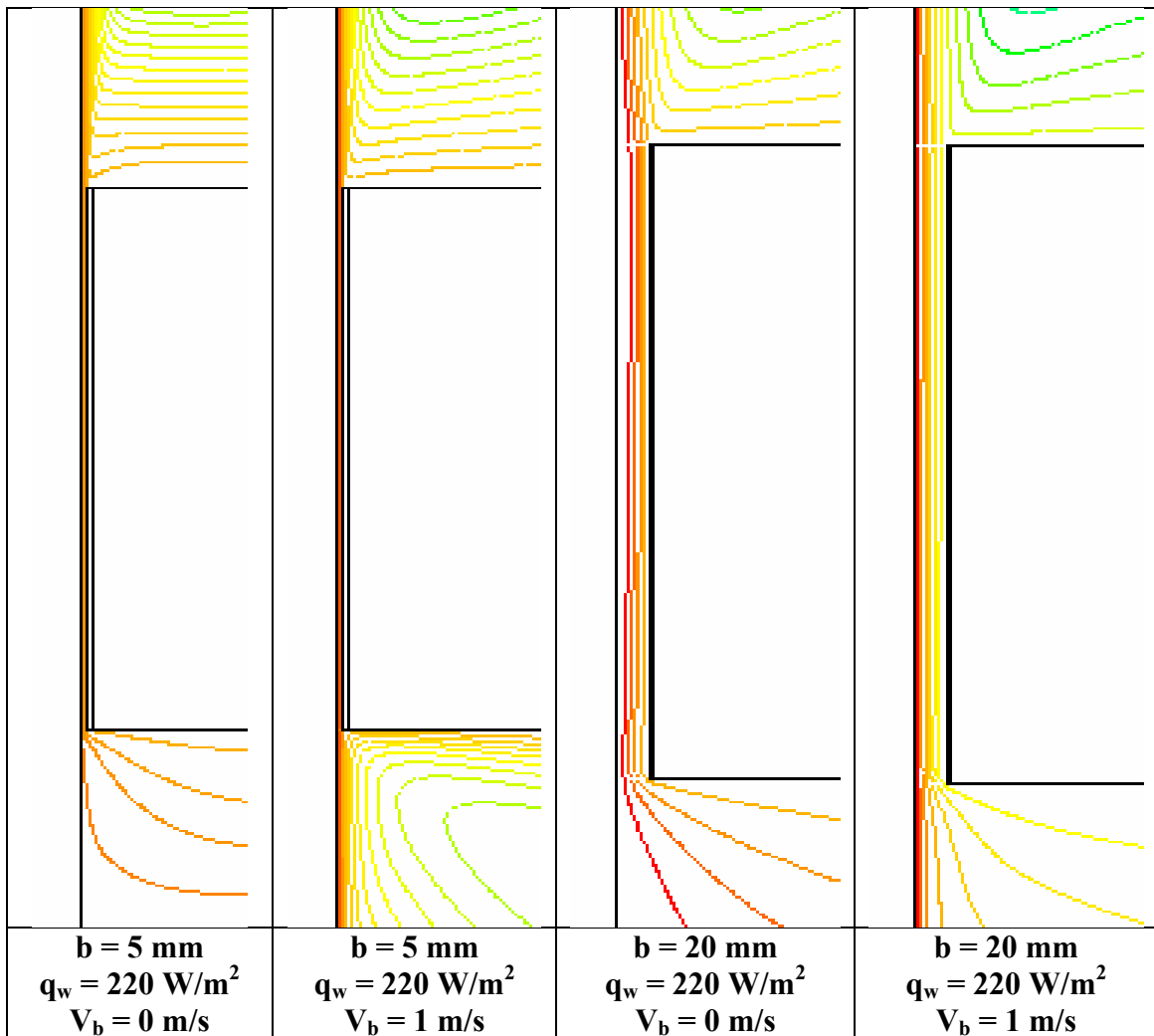


fig. 5.2 – Campi di velocità del canale verticale a pareti parallele in assisting

Aumentando b si ha in convezione naturale uno scollamento della vena fluida dal nastro e un conseguente riattacco, per effetto Coanda, all'uscita del canale. Ciò fa sì che la portata smaltita sia inferiore alla effettiva capacità del canale. In convezione mista infatti si nota che i filetti fluidi siano tutti paralleli e riempiano uniformemente lo spazio disponibile. Inoltre si nota che rispetto alla configurazione precedente, l'aria trascinata dal nastro, non ricircola verso il basso, ma risale per intero nel canale.

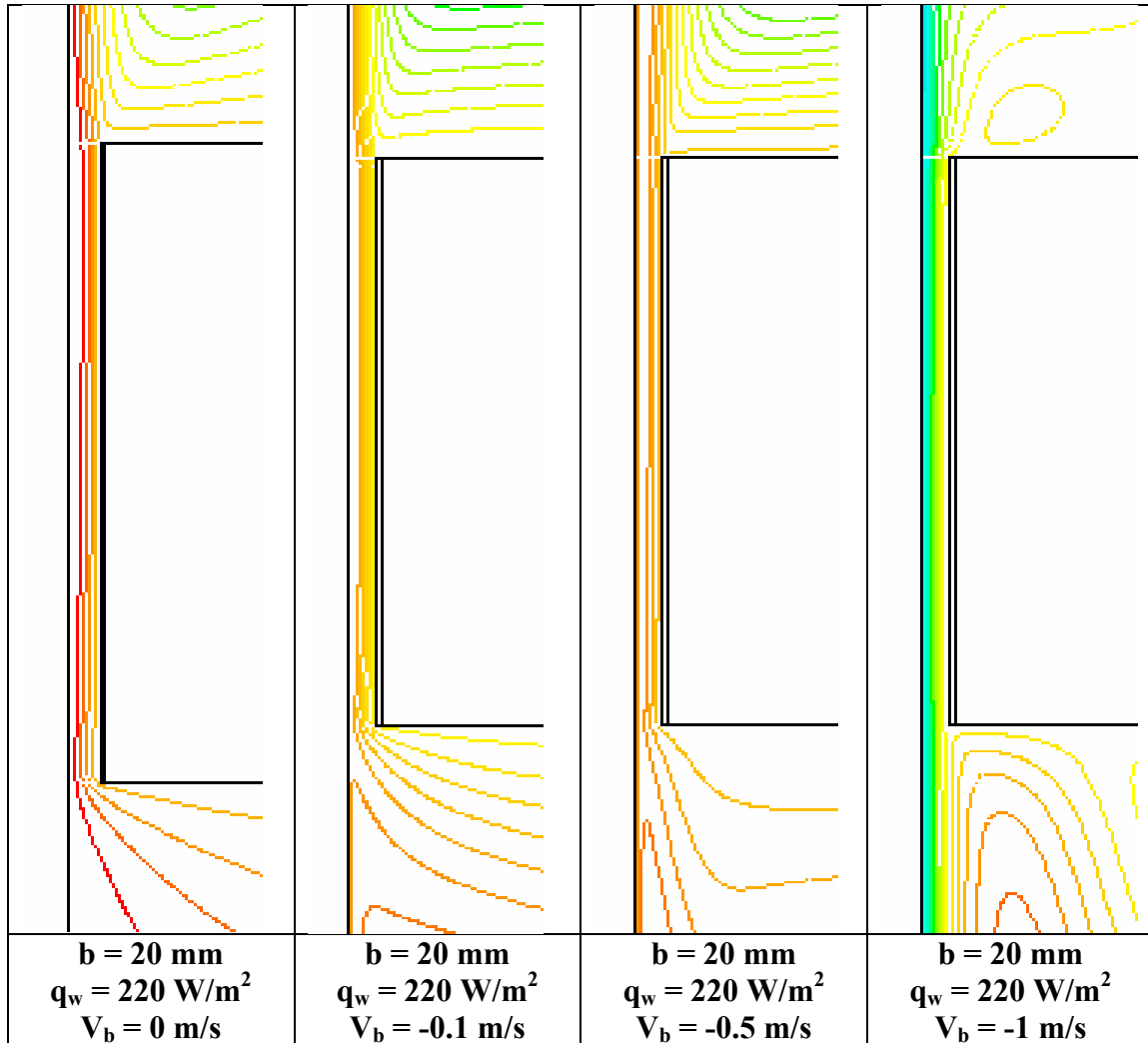


fig. 5.3 – Campi di velocità del canale verticale a pareti parallele in opposing

In figura 5.3 invece osserviamo la tipologia di moto che prende il nome di OPPOSING (assegneremo per convenzione segno negativo ai valori della velocità del nastro). Ciò è dovuto al fatto che il nastro muovendosi dall'alto verso il basso si oppone al defluire dell'aria verso l'alto dovuta alle forze di galleggiamento. Si assiste quindi, a basse velocità del nastro, ad una separazione delle zone di influenza; infatti, nella zona adiacente alla piastra, i filetti fluidi risalgono verso l'alto, mentre quelli adiacenti al nastro si dirigono verso il serbatoio inferiore, creando un vortice stazionario antiorario nel canale e un ricircolo nel serbatoio inferiore. Finché le forze di galleggiamento contrastano quelle di trascinamento dovute al nastro, si assiste ad un progressivo bloccaggio della portata, per cui l'aria ricircola e si ha un notevole trasporto di calore

tra piastra e nastro. All'aumentare della velocità le forze di trascinamento prendono il sopravvento e il moto si inverte completamente rispetto alla fluidodinamica presente in configurazione ASSISTING. Naturalmente a diversi flussi termici corrisponderanno diverse valori di velocità a cui si manifesta questo fenomeno di transizione. In particolare aumenterà in valore assoluto all'aumentare del flusso termico e all'aumentare della distanza tra nastro e piastra, data la minore influenza del primo sulla seconda.

5.3.2 Profili di temperatura di piastra.

In figura 5.4 sono presentati i profili di temperatura locale della piastra riscaldata, in configurazione assisting, parametrizzata rispetto alla velocità del nastro all'aumentare del flusso termico e della larghezza del canale. I profili, in genere, si presentano crescenti nella direzione di sviluppo del moto e, quindi, di sviluppo dello strato limite. Il massimo si attiene quasi allo sbocco del canale per poi ridiscendere a causa degli effetti di bordo.

Come si nota all'aumentare della velocità del nastro la temperatura diminuisce, ma la differenza tra il caso di convezione naturale e il caso a $V_b = 1$ m/s diminuisce al crescere del flusso termico e della distanza tra nastro e piastra, tanto che nel caso con $b = 20$ mm e $q_w = 220$ W/m² le curve a bassa velocità coincidono con quella a nastro fermo. Si nota anche che aumentando b aumentano gli effetti di imbocco e sbocco, presentando i profili una minor zona a carattere lineare.

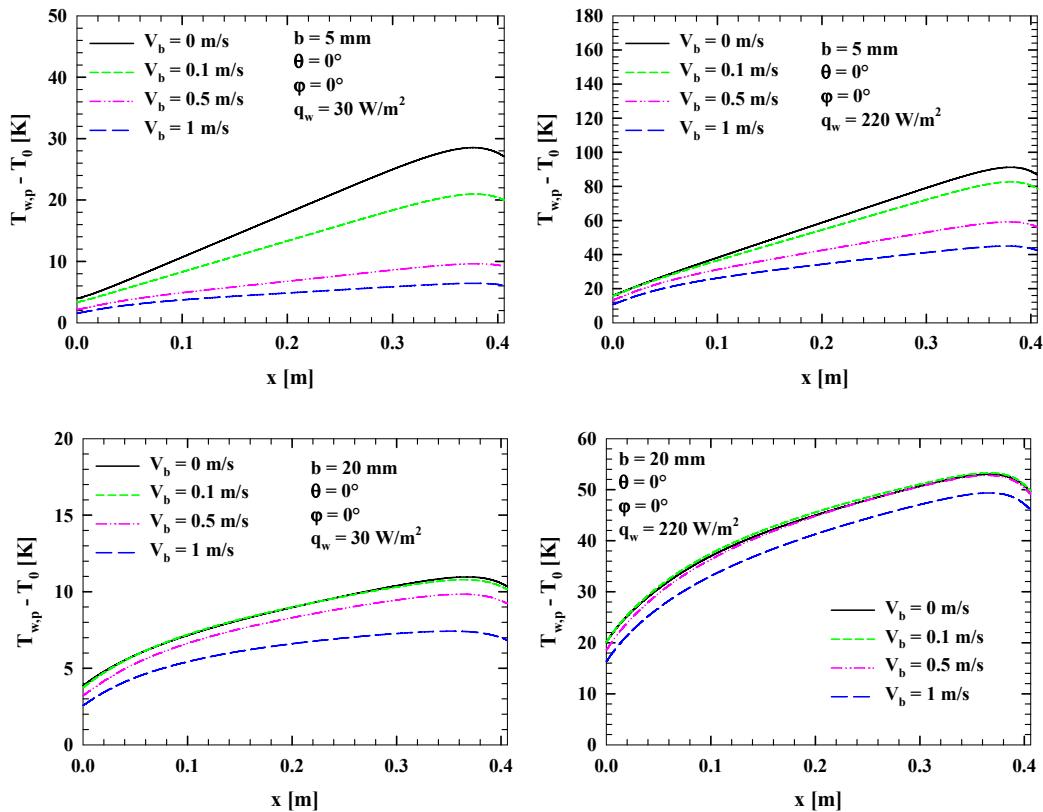


fig. 5.4 – Profili di temperatura di piastra del canale verticale a pareti parallele in assisting

In fig. 5.5 sono presentati gli analoghi casi, ma in opposing. Si nota che a causa del bloccaggio descritto precedentemente all'aumentare della velocità del nastro si ha un incremento della temperatura della piastra. Nel caso a $b = 5$ mm e $q_w = 30$ W/m², la transizione è già avvenuta a $V_b = -0.5$ m/s, mentre nel caso a flusso termico maggiore, solo a $V_b = 1$ m/s, le forze di trascinamento prevalgono su quelle di galleggiamento. Aumentando b , come in assisting si nota la quasi totale ininfluenza dell'azione del nastro sulla piastra, infatti i profili tendono a coincidere.

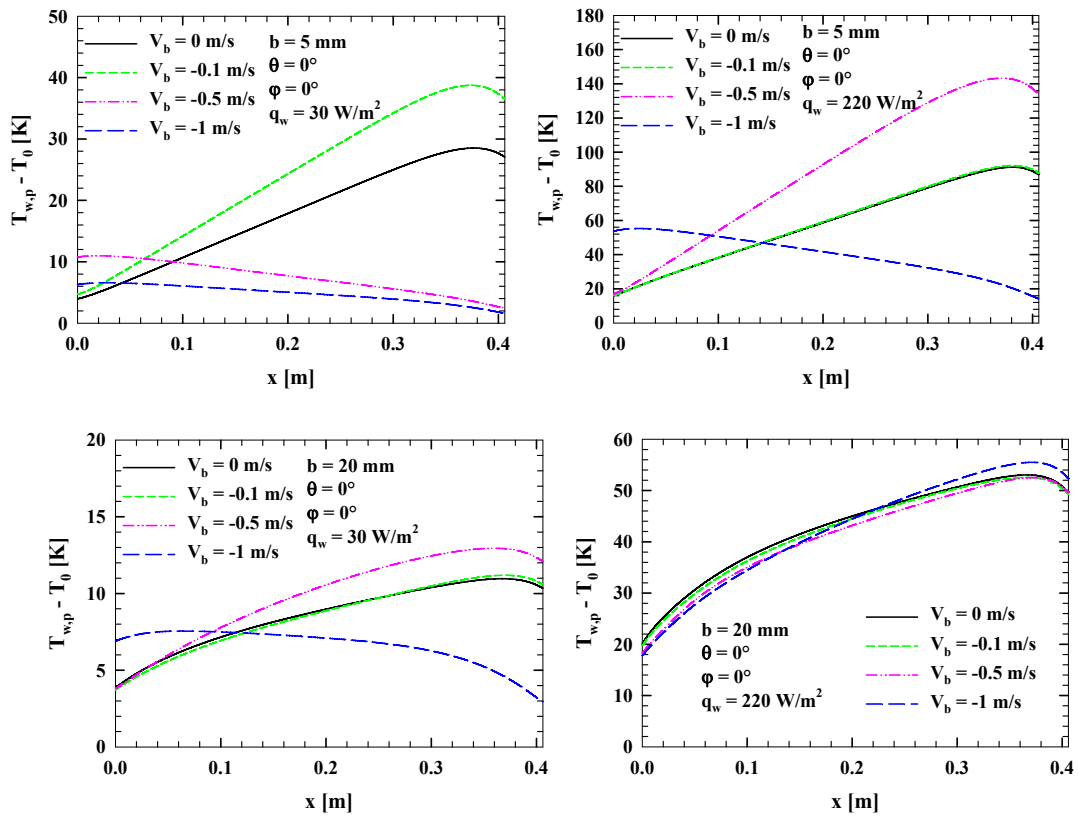


fig. 5.5 – Profili di temperatura di piastra del canale verticale a pareti parallele in opposing

5.3.3 Profili di temperatura di nastro.

In fig. 5.6 sono presentati i profili di temperatura del nastro in assisting, parametrizzati rispetto alla velocità del nastro, e ordinati secondo flussi termici e larghezza del canale crescente.

Come nell'analisi delle temperature di piastra si nota come il profilo inizi a crescere all'imbocco del canale, dato che a monte il nastro è a contatto con l'aria fredda presente nel serbatoio inferiore, per poi aumentare all'interno del canale raggiungendo un massimo in prossimità dello sbocco. Però a differenza della piastra, non sempre il valore del punto di massimo rientra nel canale, anzi, quasi sempre il massimo viene raggiunto nella zona del serbatoio superiore. Ciò è spiegabile perché lo strato limite che lambisce la piastra si assottiglia all'aumentare della velocità del nastro, a causa dei filetti fluidi freddi che lambiscono quest'ultimo e che tendono a schiacciare lo strato limite sulla piastra; inoltre all'aumentare di b , a parità di spessore di strato limite, si osserva che quest'ultimo lambisce il nastro ad un'ascissa superiore per cui anche il riscaldamento avviene da metà canale in poi e non all'imbocco.

All'aumentare della velocità del nastro le temperature medie diminuiscono, a conferma del più efficace raffreddamento che si ottiene con l'assisting. Inoltre, all'aumentare di b la temperatura massima che si registra è di molto inferiore a quella che si osserva sulla piastra, a differenza dei casi a $b = 5$ mm in cui i valori erano molto vicini, il che è dovuto ad una maggiore dispersione del calore fornito dalla piastra verso l'ambiente che avviene nella zona del serbatoio superiore.

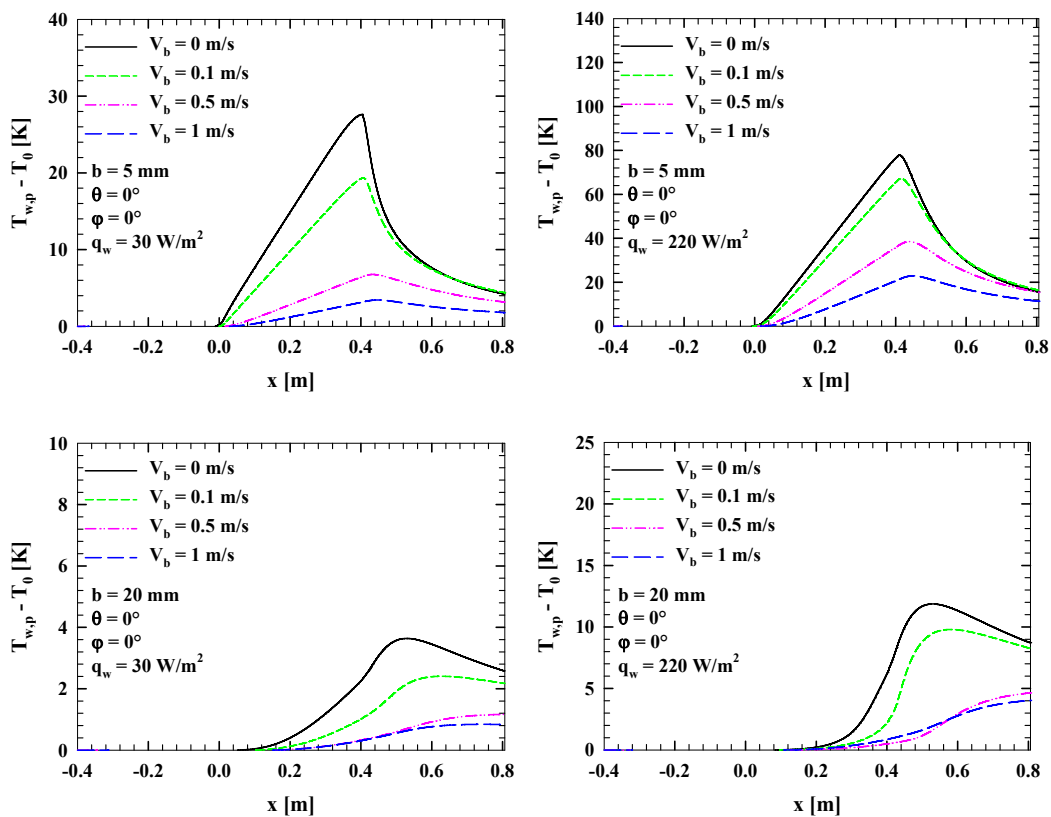


fig. 5.6 – Profili di temperatura di nastro del canale verticale a pareti parallele in assisting.

In fig. 5.7 sono presentati i casi analoghi in opposing. A causa del ricircolo provocato dal moto del nastro verso il basso le temperature aumentano e il profilo tende ad essere più simmetrico rispetto alla mezzeria del canale. Questo è un buon risultato, quando l'obiettivo è riscaldare la superficie mobile dato che con lo stesso dispendio di energia (stesso flusso termico imposto sulla piastra e stessa energia spesa per muovere il nastro del caso in assisting) si ottengono temperature in alcuni casi tre volte maggiori rispetto alla configurazione in cui il nastro si muove verso l'alto.

Da notare che al disopra della transizione il profilo di temperatura è completamente invertito; infatti è la parte superiore che assume un valore di temperatura pari a quella ambiente. Inoltre nei casi a $b = 20$ mm e $q_w = 220$ W/m² si nota che le temperature aumentano all'aumentare della velocità del nastro, mentre ciò non accade per la temperatura della piastra. Ciò si spiega perché la fluidodinamica presso la piastra resta inalterata e molto legata alla convezione naturale, ma i filetti fluidi che la lambiscono vengono richiamati maggiormente verso nastro provocando un riscaldamento più elevato.

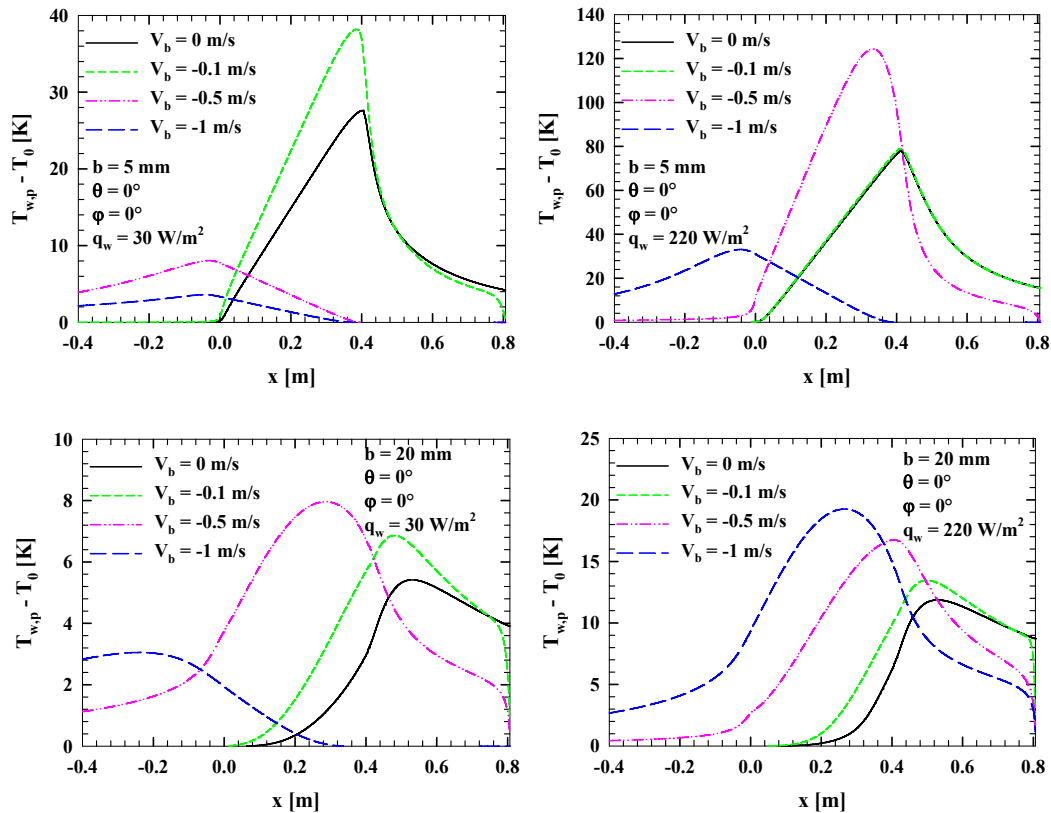


fig. 5.7 – Profili di temperatura di nastro del canale verticale a pareti parallele in opposing

In 5.8 è presentato un riepilogo di tutte le velocità di transizione al variare del flusso termico e della distanza tra nastro e piastra. Sinotticamente si deducono anche i valori di temperatura massima che raggiunge il nastro in corrispondenza delle velocità di transizione. Si nota come all'aumentare del flusso termico aumentano proporzionalmente anche i valori delle velocità di transizione, rimanendo costante b , mentre aumentando b , e fissando q_w si ha un repentino abbattimento delle temperature raggiunte per i canali più stretti, mentre per le velocità si ha un incremento anche in questo caso abbastanza proporzionale.

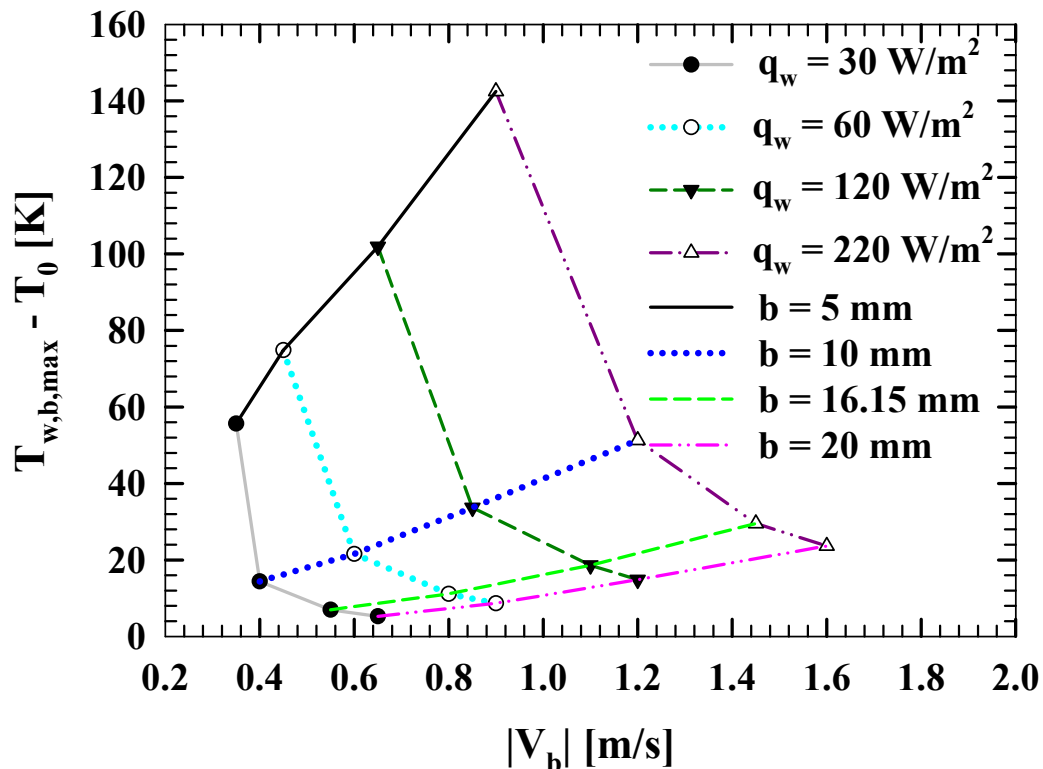


fig. 5.8 – Riepilogo delle velocità di transizione e delle temperature parametrizzate rispetto alla distanza tra nastro e piastra e rispetto ai flussi termici imposti per il canale verticale a pareti parallele.

5.4 Effetto dell'angolo di convergenza

5.4.1 Campi di velocità

Nella fig. 5.9 sono riportati gli andamenti delle linee di flusso all'interno del canale per i casi caratterizzati dall'angolo di convergenza pari a 2° , dalla larghezza del canale $b = 5 \text{ mm}$ e flusso termico $q_w = 30 \text{ W/m}^2$ a diverse velocità positive. Rispetto al caso a pareti parallele, in convezione naturale, essendoci a valle una strozzatura, viene richiamata una portata pari a quella che può essere smaltita dallo sbocco. I filetti fluidi all'imbocco, quindi, subiscono un'espansione e si distaccano dal nastro, per poi riattaccarsi più a valle. Aumentando la velocità, invece, questo distacco viene eliminato dai filetti fluidi adiacenti al nastro che procedono parallelamente ad esso. Per alti valori della velocità del nastro, l'aria richiamata è maggiore di quella smaltibile dalla sezione di uscita del canale, per cui si ha un riflusso verso il serbatoio inferiore, che provoca ampie zone di ristagno nei pressi della piastra.

Nella fig. 5.10 sono riportati gli andamenti delle linee di flusso all'interno del canale per i casi caratterizzati dall'angolo di convergenza pari a 2° , dalla larghezza del canale $b = 5 \text{ mm}$ e flusso termico $q_w = 30 \text{ W/m}^2$ in opposing. Come nel caso a piastre parallele, i filetti fluidi richiamati dal serbatoio superiore, procedono parallelamente al nastro, ma le forze di galleggiamento dovute alla piastra sono ancora in grado di richiamare l'aria dal serbatoio inferiore, per cui si creano due zone di influenza. All'aumentare della velocità il vortice stazionario antiorario che si crea viene schiacciato verso la piastra e, permanendo ancora nel canale, demarca ancora le due zone di influenza. Una transizione non avviene completamente, anche perché l'aria proveniente dal serbatoio superiore incontra nel canale un divergente, per cui la portata trascinata è limitata dalla sezione superiore del canale; ciò comporta che nella zona inferiore di esso c'è lo spazio per richiamare aria dal basso.

Nella fig. 5.11 sono riportati gli andamenti delle linee di flusso all'interno del canale per i casi caratterizzati dall'angolo di convergenza pari a 10° , dalla larghezza del canale $b = 5 \text{ mm}$ e flusso termico $q_w = 30 \text{ W/m}^2$ a diverse velocità.

In particolare in si riporta il caso in convezione naturale, $V_b = 0 \text{ m/s}$, in cui si nota come all'altezza della sezione centrale il canale è diviso in due zone: nella zona prossima alla piastra i filetti fluidi sono paralleli tra loro e l'aria proveniente dal serbatoio inferiore è richiamata dall'unica forza spingente, che è quella di galleggiamento. L'elevato angolo di convergenza non permette il passaggio di una portata massica pari a quella che teoricamente potrebbe passare attraverso l'ampio imbocco del canale; la strozzatura rappresentata dalla piccola distanza tra piastra e nastro nella sezione superiore fa sì che all'interno del canale si generi, nella zona adiacente al nastro, un vortice stazionario che ruota in senso antiorario, congruentemente con la direzione dei filetti fluidi che lambiscono la piastra. Il vortice ostacola l'aria richiamata dalla piastra che tenta di salire verticalmente ma, a causa della presenza del vortice, deve deviare nella parte libera del canale.

Del caso in convezione naturale si nota come l'aria tende a incunarsi tra il nastro e il vortice ma non riesce a passare per l'assenza di trascinamento del nastro.

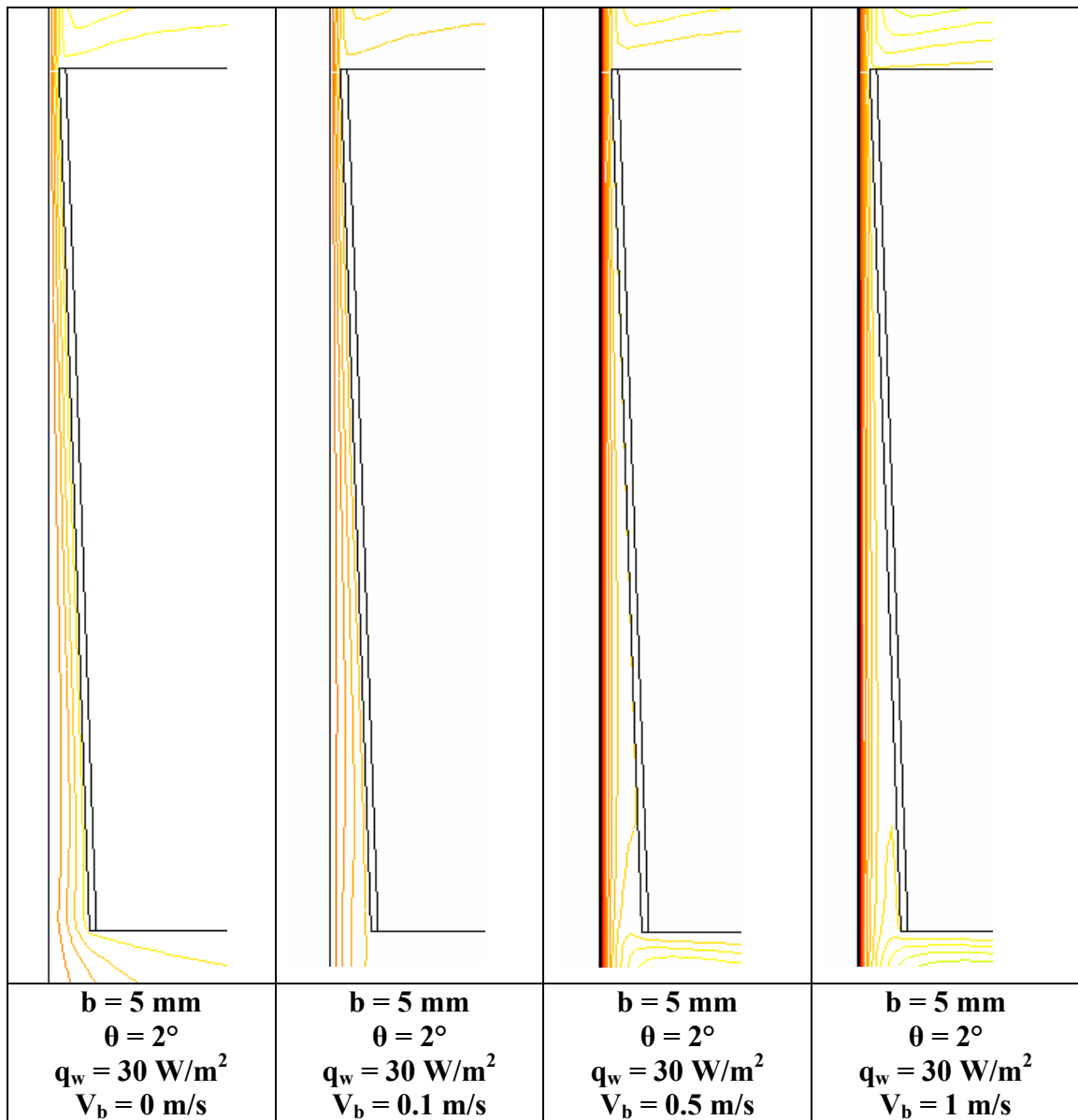


fig. 5.9 – Campi di velocità del canale verticale a $\theta = 2^\circ$ in assisting

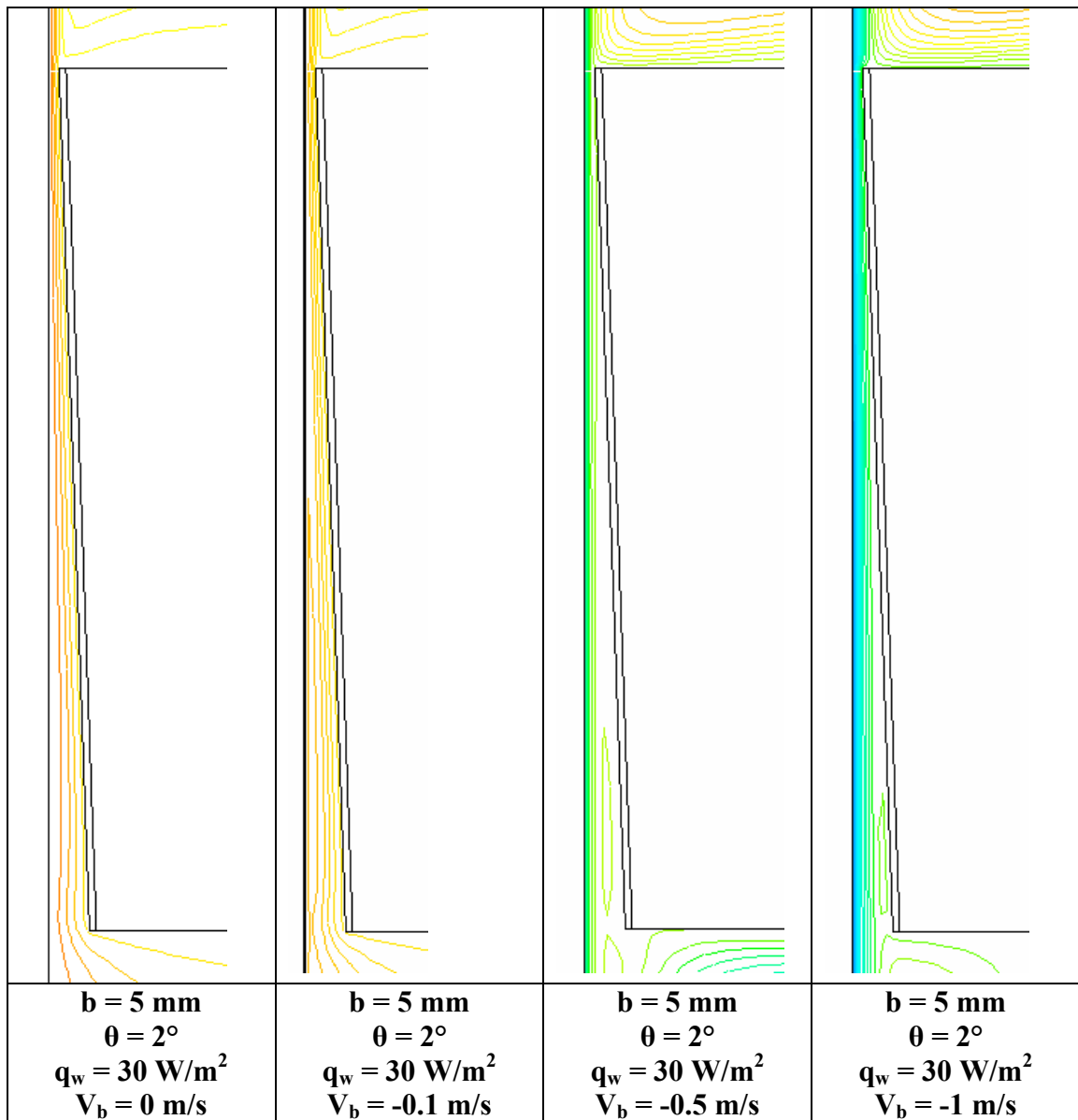


fig. 5.10 – Campi di velocità del canale verticale a $\theta = 2^\circ$ in opposing

Già per velocità del nastro diverse da zero l'aria riesce ad incunearsi tra nastro e vortice e progressivamente porta quest'ultimo a schiacciarsi verso la piastra. Alcuni filetti fluidi, trascinati dal nastro, sono però risucchiati dal vortice, che resta antiorario, e si inseriscono nella zona di canale compresa tra piastra e vortice per poi espandere immediatamente a valle del vortice fungendo da cuscinetto tra i filetti che sono rimasti attaccati al nastro e quelli più vicini alla piastra.

Per $V_b = 1$ m/s il vortice viene completamente schiacciato per raggiungere la piastra. La portata massica uscente dalla sezione superiore del canale è completamente assicurata dalla portata richiamata dal nastro, tanto che i filetti fluidi richiamati da questo arrivano a lambire la parte superiore della piastra; di conseguenza il resto dei filetti fluidi devono necessariamente ritornare nel serbatoio inferiore. La piastra è, quindi, lambita da aria che si muove dall'alto verso il basso tranne nella zona superiore e nella zona occupata dal vortice. Questi filetti fluidi, fuoriuscendo dal canale, tendono ad uscire lateralmente rifluendo nella parte superiore del serbatoio inferiore, tanto che proprio al di sotto della piastra si genera un vortice ruotante in senso orario provocato dal distacco della vena fluida. Questo moto, insieme a quello verso l'alto dovuto al nastro, provoca un piccolo vortice nella zona centrale del serbatoio inferiore.

Le figura 5.12 rappresenta i campi di velocità relativi alla geometria $b = 10$ mm per i flussi termici $q_w = 30$ W/m² e velocità negative. Come già detto per l'assisting la fluidodinamica dei casi in opposing ricade in tre tipologie di moto.

La prima, tipica delle basse velocità, è caratterizzata dalla presenza del vortice nella stessa zona alle basse velocità in assisting e in convezione naturale, ma in questo caso il moto del nastro anziché opporsi al moto del vortice lo alimenta. Inoltre, nella sezione d'uscita del canale la maggior parte dei filetti fluidi che la attraversano provengono dal basso richiamati dalla piastra.

La seconda, tipica delle velocità intermedie, è caratterizzata da un enorme vortice derivante dall'allungamento del vortice precedentemente descritto. In tal caso la sezione superiore del canale è attraversata da filetti fluidi provenienti sia dal serbatoio superiore sia da quello inferiore. Questo bilanciamento di forze provoca la generazione di un vortice a valle del canale.

La terza, tipica delle alte velocità, è caratterizzata dalla presenza di un riflusso in senso antiorario all'interno del canale e dal fatto che attraverso la sezione superiore passano solo filetti provenienti dal serbatoio superiore.

Ciò che si differenzia tra $b = 5$ mm e $b = 10$ mm è che alle basse velocità il vortice è molto piccolo, per cui si creano meno zone di ristagno rispetto a $b = 5$ mm. Inoltre, allo sbocco del canale l'aumento della distanza tra nastro e piastra fa sì che le influenze mutue si affievoliscano leggermente. Si può quindi affermare che le velocità di transizione da una tipologia ad un'altra variano leggermente, perché per trascinare una portata d'aria in grado di occupare tutta la sezione superiore, la cui area è raddoppiata, il nastro si devono muovere ad una velocità elevata.

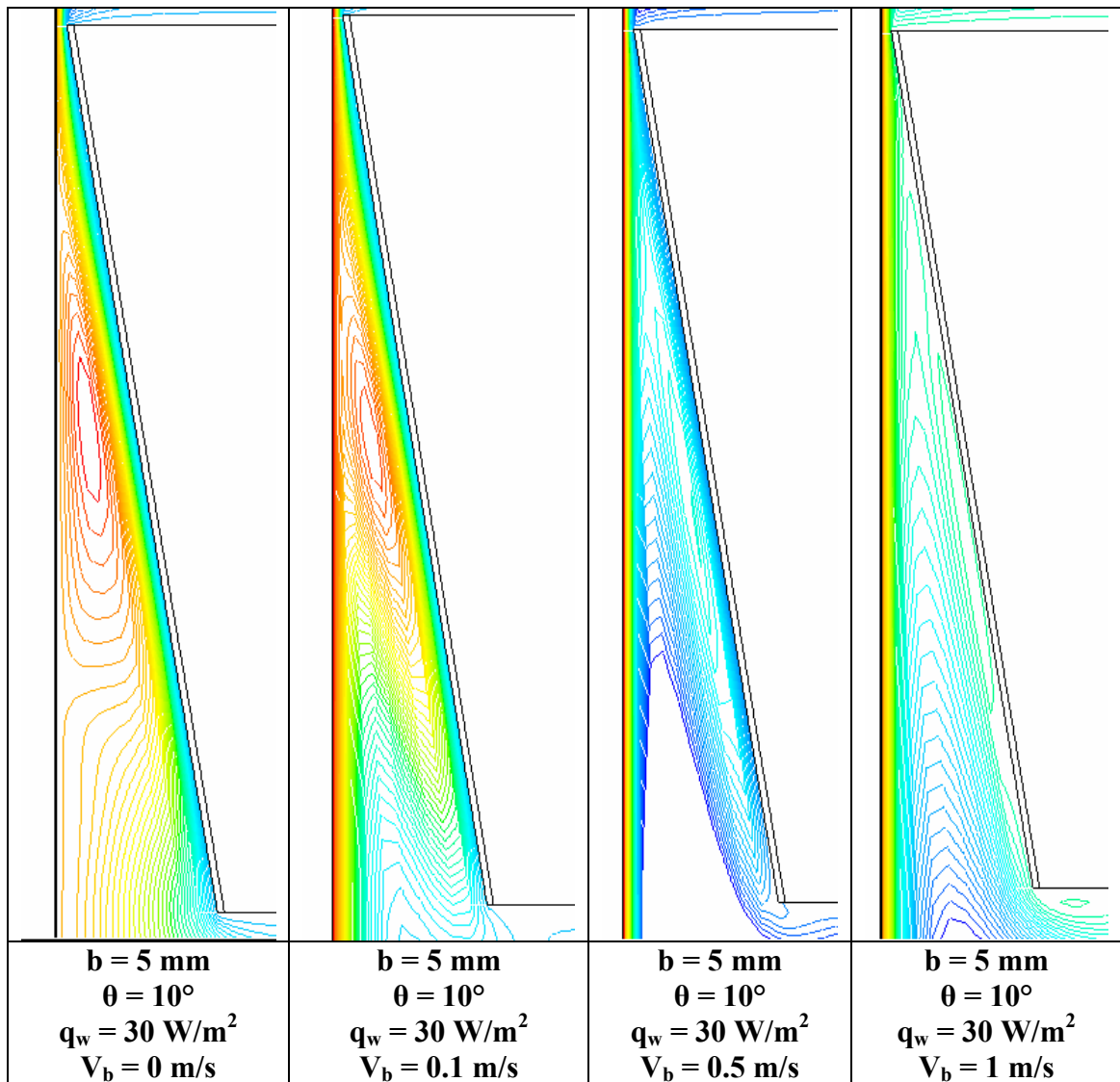


fig. 5.11 – Campi di velocità del canale verticale a $\theta = 10^\circ$ in assisting

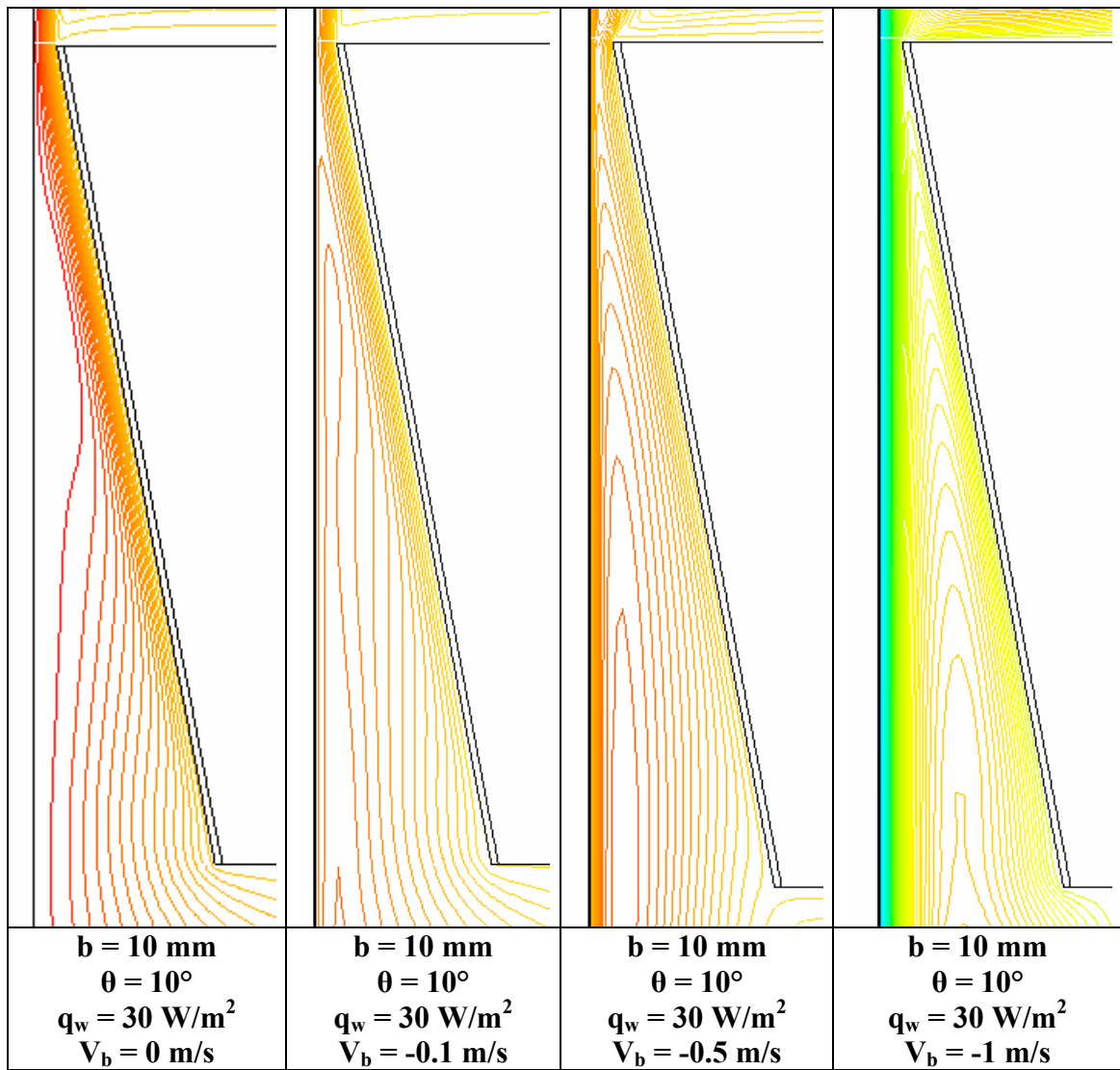


fig. 5.12 – Campi di velocità del canale verticale a $\theta = 10^\circ$ in opposing

5.4.2 Confronto tra i profili di temperatura della piastra e del nastro al variare dell'angolo di convergenza

Nelle figure fig. 5.13, 5.14 sono riportati i profili di temperatura per la piastra e per il nastro al variare dell'angolo di convergenza del canale per una larghezza minima b pari a 5 mm, un flusso termico q_w pari a 220 W/m^2 per varie velocità del nastro sia positive che negative. Esse mostrano che in presenza di sola convezione naturale $V_b = 0 \text{ m/s}$ la temperatura della piastra, nella parte bassa del canale, aumenta all'aumentare di θ . Infatti, in questa zona, a causa dell'aumento di sezione con l'angolo di convergenza le velocità dell'aria sono minori e quindi le temperature sono più elevate. Man mano che ci si sposta verso l'alto, a causa della convergenza del canale, l'accelerazione del flusso che determina una drastica riduzione delle temperature tanto più accentuata quanto maggiore è l'angolo θ . In particolare per $\theta = 10^\circ$ si osserva un andamento a sella tipico delle configurazioni in cui è presente un vortice.

La temperatura del nastro diminuisce all'aumentare dell'angolo di convergenza. Questo comportamento si giustifica con l'aumento della distanza tra nastro e piastra conseguente alla convergenza del canale. Analoghe considerazioni possono essere fatte per velocità del nastro V_b minori di 0.1 m/s . Per una velocità del nastro V_b pari a 0.5 m/s si vede che i profili di temperatura del nastro relativi a $\theta = 2^\circ$ e $\theta = 10^\circ$ sono quasi coincidenti. Per quanto riguarda invece le temperature della piastra si vede che la zona in cui esse crescono con l'angolo di convergenza occupa quasi l'intera altezza del canale. Ciò è dovuto al fatto che, la portata di aria richiamata dal nastro mobile aumenta con la velocità del nastro, ma la riduzione di sezione che si ha muovendosi verso l'alto fa sì che questa portata incontri una certa resistenza ad essere smaltita attraverso la sezione superiore del canale. Ciò comporta un rallentamento del fluido in prossimità della piastra, per $\theta = 2^\circ$, e la creazione di un vortice per $\theta = 10^\circ$. Questi fenomeni spiegano le maggiori temperature che si hanno per questi angoli.

Passando all'analisi delle velocità negative si vede che i profili di temperatura sono simili a quelli per velocità positive fino ad una velocità pari a $V_b = -0.1 \text{ m/s}$. Per una velocità pari a $V_b = -0.5 \text{ m/s}$, si vede che il moto in prossimità della piastra è ascendente per $\theta = 0^\circ$ mentre per $\theta = 2^\circ$ il massimo della temperatura si ha nella parte bassa del canale, segno che il moto in questa configurazione è praticamente discendente. Per $\theta = 10^\circ$ si nota la presenza del vortice. All'aumentare della velocità il campo di moto diventa discendente per tutti i valori dell'angolo θ come mostrato chiaramente dai profili di temperatura sia della piastra che del nastro relativi a $V_b = -1 \text{ m/s}$. In particolare, si vede che la temperatura della piastra aumenta all'aumentare dell'angolo di convergenza tranne che per $\theta = 10^\circ$ nel caso $V_b = -1 \text{ m/s}$. In questo caso, infatti, la presenza del vortice comporta un'accelerazione del fluido in prossimità della piastra e quindi temperature minori che negli altri casi.

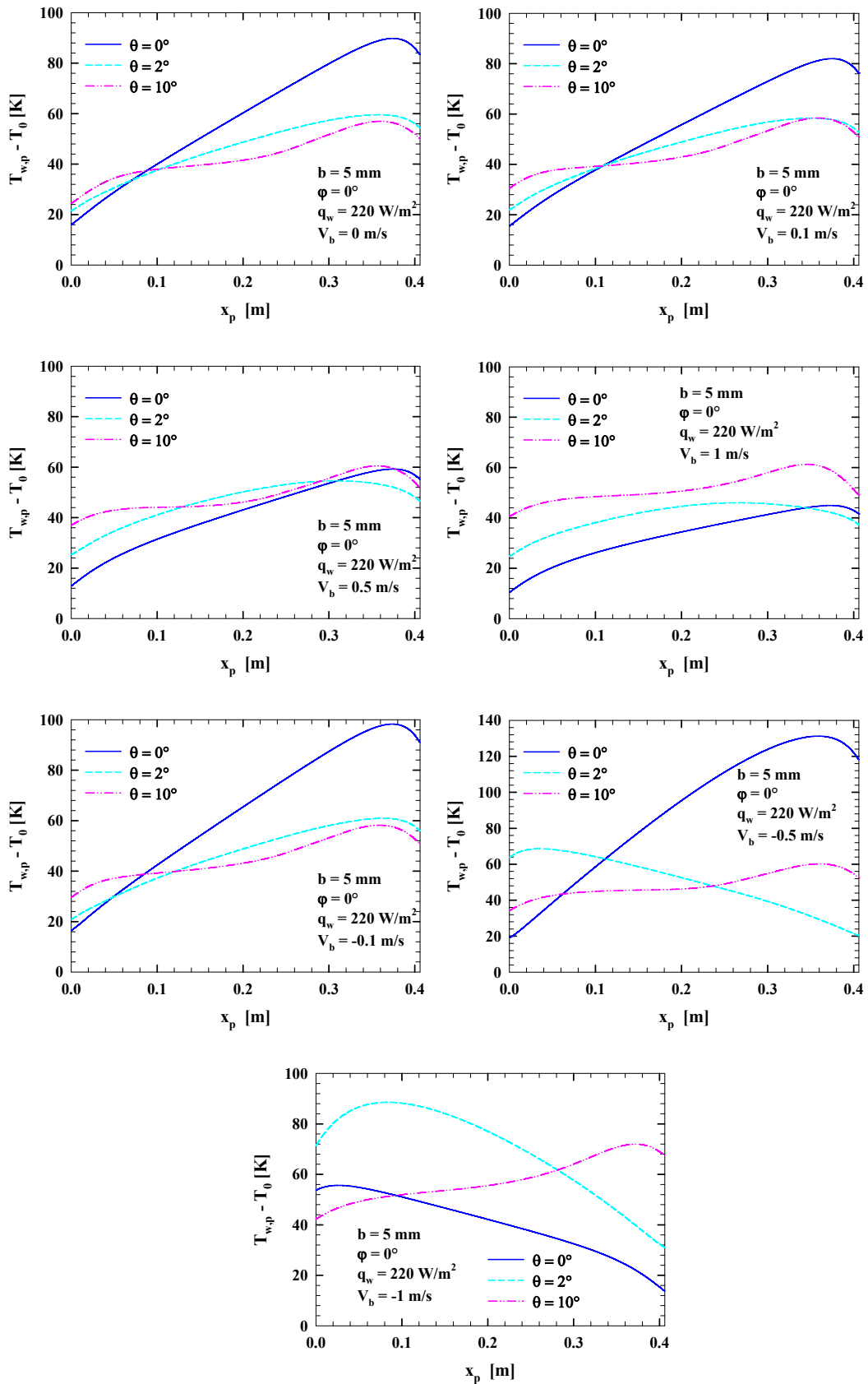


fig. 5.13 – Confronto tra profili di temperatura di piastra al variare di θ

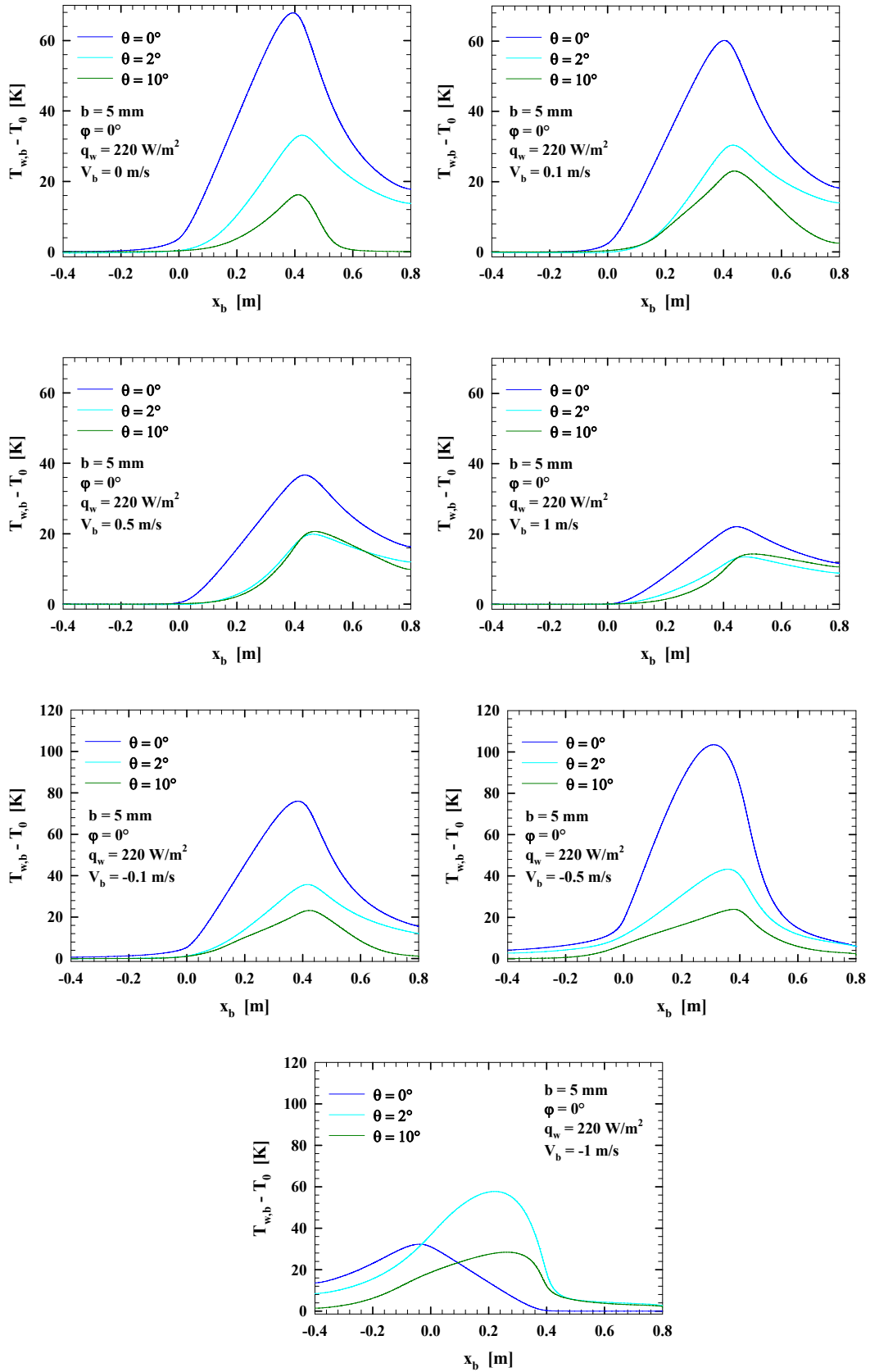


fig. 5.14 – Confronto tra profili di temperatura di nastro in al variare di θ

5.5 Effetto dell'angolo di inclinazione

5.5.1 Canale orizzontale

5.5.1.1 Campi di velocità

In fig 5.15 sono presentati i campi di velocità del canale orizzontale a pareti parallele, la cui distanza tra piastra e nastro è pari a 20 mm per i casi caratterizzati dal flusso termico pari a $q_w = 30 \text{ W/m}^2$ e a varie velocità. Data la simmetria rispetto al vettore gravità non può essere distinta la configurazione assisting dall'opposing, per cui sono stati simulati solo i casi in cui il nastro si muoveva da sinistra a destra, dato che l'opposto avrebbe dato esattamente gli stessi risultati.

In convezione naturale la piastra riscaldata richiama aria indistintamente da entrambi i serbatoi, per cui si genera una fluidodinamica completamente simmetrica; l'aria a causa del riscaldamento entra nel canale adiacente al nastro e poi in mezzzeria risale verso la piastra creando ciò che in letteratura viene definito C-loop. Ciò provoca un punto di ristagno al centro del canale, che provoca un forte innalzamento della temperatura dell'aria.

In convezione mista, invece, l'aria viene convogliata verso il serbatoio di destra, per cui a questo trasporto di materia corrisponde un trasporto di calore molto più grande rispetto al caso precedente.

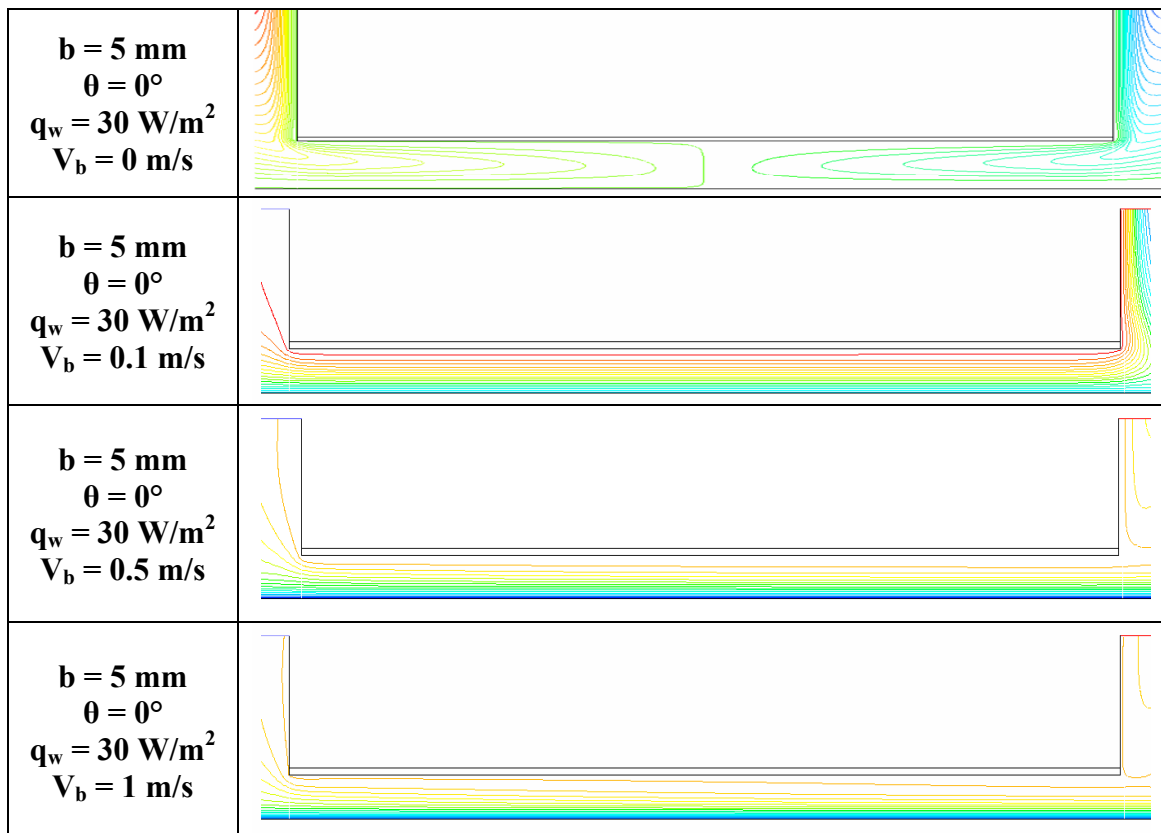


fig. 5.15 – Campi di velocità del canale orizzontale a $\theta = 0^\circ$

Nelle figure 5.16 – 5.17 sono presentati i campi di velocità del canale orizzontale con angolo di convergenza pari a 10° , la cui distanza tra piastra e nastro è pari a 20 mm per i casi caratterizzati dal flusso termico pari a $q_w = 30 \text{ W/m}^2$ e a varie velocità. Rispetto alla configurazione precedente, si può parlare di assisting ed opposing, in quanto l'inclinazione della piastra riscaldata fa sì che naturalmente l'aria calda adiacente ad essa risalga e fuoriesca dal canale riversandosi nel serbatoio di sinistra, per cui se il nastro aiuta questa moto naturale parleremo di assisting, altrimenti di opposing. Dato il sistema di assi scelto, le velocità positive del nastro indicheranno una configurazione opposing, mentre quelle negative denoteranno l'assisting.

Come già detto in convezione naturale, l'aria provenendo dal serbatoio di destra, tende a risalire lambendo la piastra e fuoriuscendo dal canale attraverso la sezione di sinistra; ciò provoca un riflusso orario verso di esso. Con l'azione di trascinamento del nastro, l'aria viene trasportata da sinistra a destra quasi parallelamente ad esso, provocando un riflusso antiorario che si attesta nella parte superiore del canale dato che la sezione di uscita, che in questo caso è quella di destra, non può smaltire la portata d'aria che entrerebbe dalla più ampia sezione di ingresso, pertanto l'aria si preriscalda prima di lambire la piastra.

In opposing a basse velocità, i filetti fluidi provenienti dal serbatoio di sinistra si scontrano con il riflusso provocato dalle forze di galleggiamento, provocando un ristagno al centro del canale; ne conseguono valori di temperatura nella zona a sinistra, maggiori rispetto alla convezione naturale. All'aumentare della velocità i filetti fluidi generano un ricircolo controrotante rispetto al ricircolo generato dalle forze di galleggiamento.

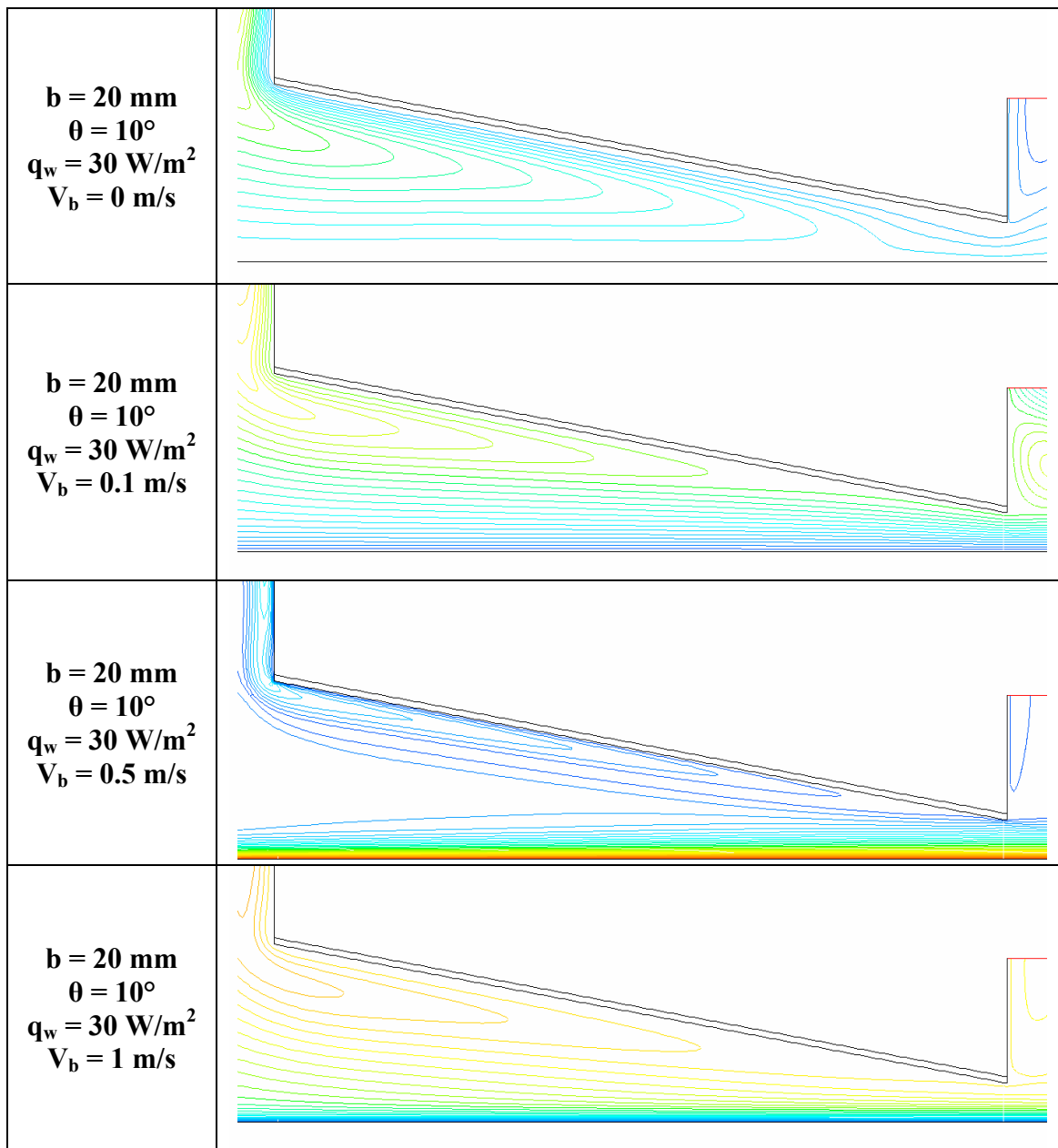


fig. 5.16 – Campi di velocità del canale orizzontale a $\theta = 10^\circ$ in assisting

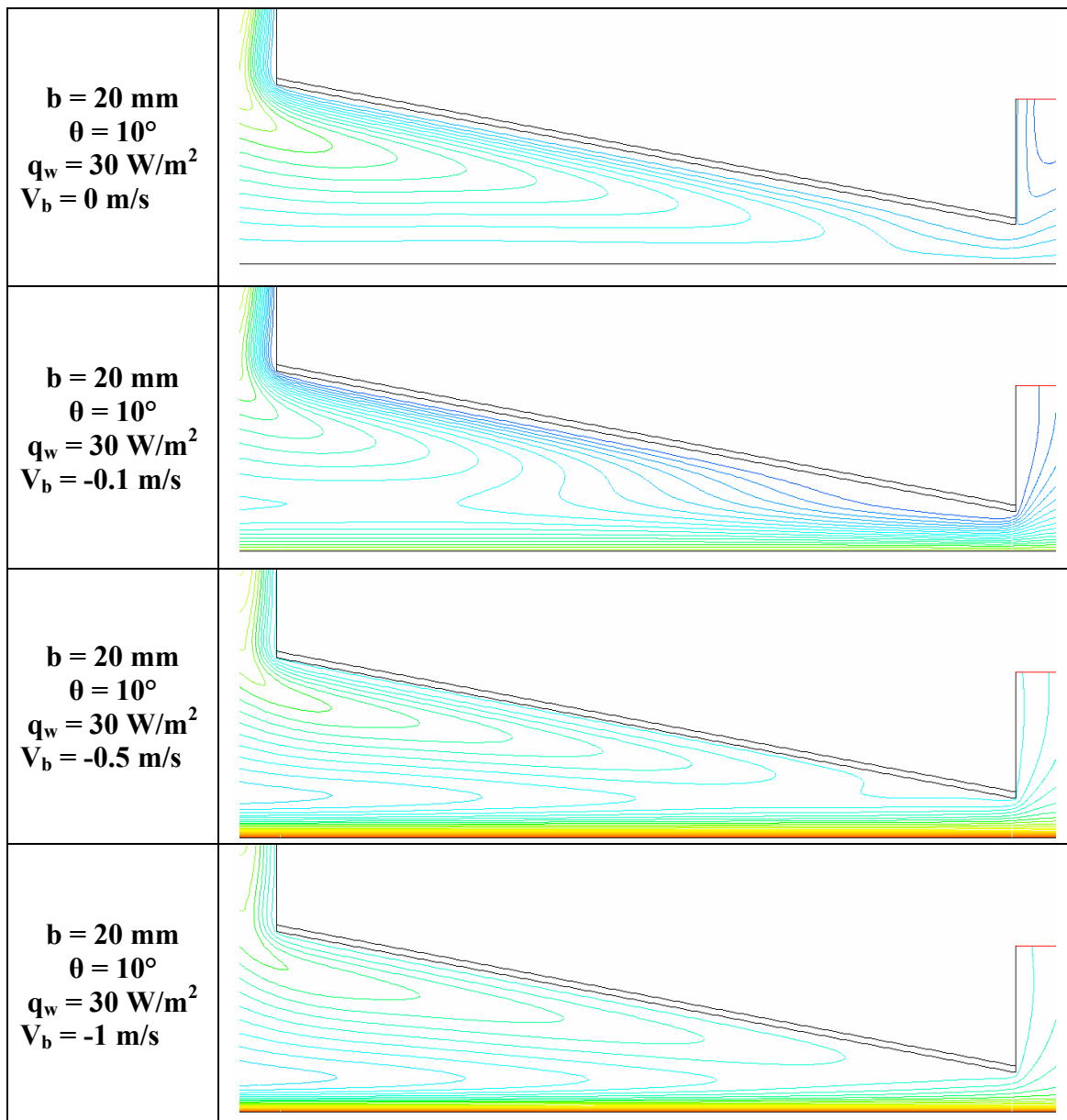


fig. 5.17 – Campi di velocità del canale orizzontale a $\theta = 10^\circ$ in opposing

5.5.1.2 Profili di temperatura della piastra

Nella figura 5.18 si riportano i profili di temperatura lungo la piastra superiore riscaldata al variare del flusso termico imposto, per sette diverse velocità del nastro, per due angoli di convergenza e per un'altezza del canale orizzontale pari a 20 mm. Tali temperature sono riferite alla temperatura ambiente assunta pari a 300 K. È evidente che, per ogni V_b , all'aumentare di q_w aumenta la temperatura della parete superiore.

Come già detto quando la configurazione è quella a piastre parallele non si può parlare di assisting o opposing. Quando il nastro è fermo si può osservare la perfetta simmetria dei profili rispetto all'asse mediano del dominio computazionale.

Mettendo in movimento la parete inferiore i profili perdono tale simmetria. In particolare si può notare che per $V_b = 0.1$ m/s la locazione del massimo è spostata verso destra rispetto all'asse di simmetria, ossia si è mossa nel verso concorde al movimento del nastro. Man mano che aumenta il flusso termico imposto sulla piastra superiore riscaldata, però, la locazione del massimo si sposta verso sinistra in direzione opposta al movimento del nastro. Quando il nastro è in movimento l'effetto del trascinamento della piastra adiabatica e mobile e, pertanto, gli effetti viscosi riescono a risalire trasversalmente nel canale orizzontale in prossimità della piastra fissa permettendo quindi il trascinamento del fluido caldo. Ciò spiega la locazione dei massimi di temperatura in prossimità dell'apertura destra del canale. Il confronto mostra che la temperatura della piastra superiore diminuisce sensibilmente all'aumentare della velocità, cosa che diventa meno accentuata all'aumentare del flusso termico. Inoltre, mentre per bassi flussi termici i profili sono quasi coincidenti in convezione mista, l'accrescimento delle forze di galleggiamento fa sì che ci sia ancora un'influenza di V_b sui profili.

Per le configurazioni caratterizzate da $\theta = 10^\circ$ si nota che nel caso di nastro fermo le temperature raggiunte dalla piastra sono inferiori a quello nell'analogo caso con $\theta = 0^\circ$. Per velocità del nastro positive le temperature raggiunte sono sempre inferiori a quelle nel caso con $\theta = 0^\circ$ e si rilevano gli andamenti tipici del raffreddamento dovuto al richiamo di aria a temperatura ambiente dal serbatoio di sinistra. Dati l'ampio angolo di convergenza e la larghezza del canale, si nota che la piastra è poco influenzata dal moto del nastro.

Anche nel caso di velocità negative, si hanno temperature inferiori rispetto agli analoghi casi relativi a $\theta = 0^\circ$ ma, rispetto al caso in assisting, nella parte destra del canale si registrano temperature un po' più alte e questo è dovuto all'azione frenante che il nastro esercita sul fluido, richiamato verso sinistra dalle forze di galleggiamento. In tal caso, le linee di corrente mostrano che esiste un doppio richiamo d'aria dal serbatoio di sinistra: il primo avviene in verso orario, nel senso che l'aria entra dal serbatoio di sinistra nella parte centrale della sezione del canale, arriva a circa metà canale e poi viene trascinata indietro dalla portata d'aria adiacente al nastro mobile; il secondo avviene in verso antiorario, nel senso che una parte di aria richiamata dal serbatoio di sinistra, arrivata a metà del canale, tende ad aderire alla piastra riscaldata e quindi ritorna verso il serbatoio di sinistra a causa delle forze di galleggiamento indotte dalla convezione naturale.

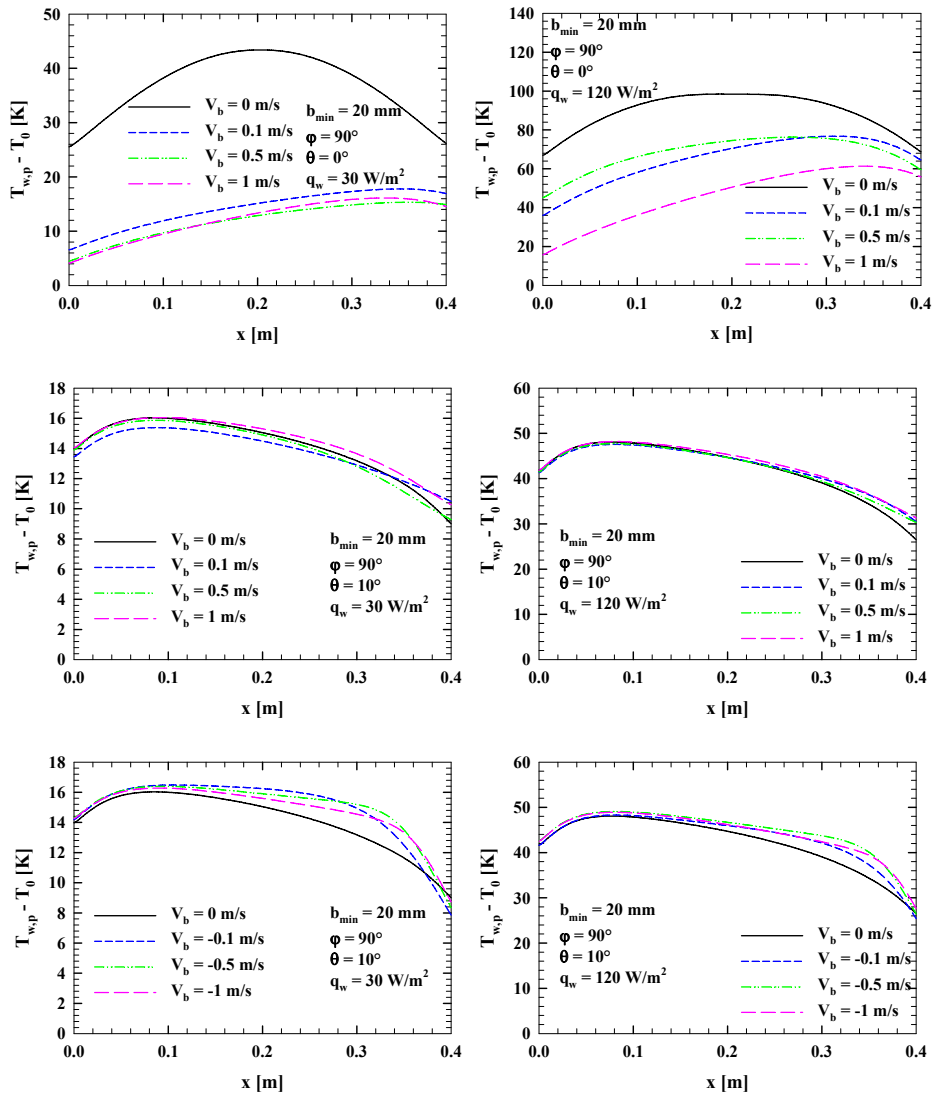


Fig. 5.17 – Profili di temperatura di piastra del canale orizzontale

5.5.1.3 Profili di temperatura del nastro

Nella fig. 5.19 si riportano i profili di temperatura lungo il nastro al variare del flusso termico imposto sulla piastra superiore riscaldata, per sette diverse velocità della piastra adiabatica e mobile e per $b_{\min} = 20$ mm. Ancora una volta le temperature sono riferite alla temperatura ambiente $T_0 = 300$ K. Nel caso di nastro fermo i profili di temperatura su quest'ultimo sono simmetrici rispetto al piano $x = 0.203$ m e, com'era ovvio attendersi, le temperature aumentano all'aumentare del flusso termico. Al crescere della velocità del nastro si ha una sensibilissima diminuzione della temperatura del nastro e per una velocità pari a 0.1 m/s il punto di massimo si è spostato in prossimità della sezione destra del canale, mentre per una velocità del nastro pari a 1 m/s tale massimo è raggiunto nella sezione estrema del serbatoio di destra. Si può notare che l'ascissa della sezione cui inizia il riscaldamento del nastro aumenta all'aumentare della velocità. Per la configurazione caratterizzata da $\theta = 10^\circ$ si nota che le temperature sono enormemente diminuite rispetto al caso $\theta = 0^\circ$ e anche in questo caso per le configurazioni con nastro in movimento il surriscaldamento del nastro è contenuto in 1,0 K per ogni flusso e per ogni velocità, segno che l'interazione fra piastra e nastro è estremamente bassa.

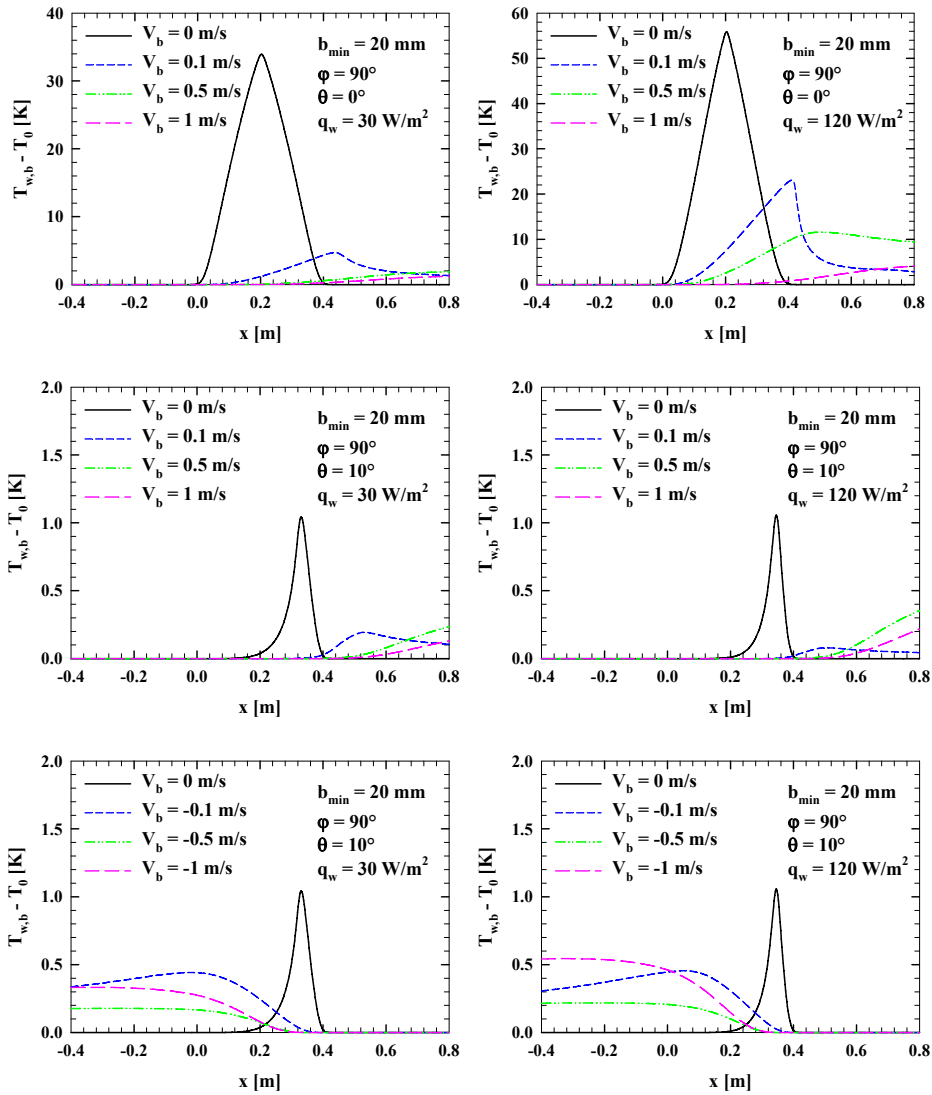


Fig. 5.19 – Profili di temperatura di nastro del canale orizzontale

5.5.2 Confronto tra i profili di temperatura

Nelle fig. 5.20 e 5.21 sono stati effettuati i confronti tra i profili di temperatura della piastra e del nastro, per varie velocità e larghezza, mantenendo costante il flusso termico, al variare dell'angolo di inclinazione rispetto alla verticale. Tutti i casi presentano un angolo di convergenza tra nastro e piastra nullo.

Si nota che in convezione naturale esiste una marcata differenza tra il caso orizzontale e le altre configurazioni, poiché, essendoci un perfetta simmetria col vettore della forza di gravità, l'aria rifluisce all'interno del canale tramite un C-loop, per cui le temperature assumono valori elevati anche con flussi termici molto bassi, mentre nelle configurazioni inclinate, l'aria tende ad uscire dalla sezione più alta del canale rimuovendo molto più efficacemente il calore. Infatti i profili presentano un massimo in prossimità della sezione di uscita, mentre nel caso orizzontale il massimo è posto nella mezzeria del canale. Quando l'obiettivo è riscaldare il nastro, naturalmente la configurazione orizzontale permette un notevole risparmio di energia, dato che per ottenere gli stessi valori di temperatura bisogna usare flussi termici di un ordine di grandezza inferiore.

In convezione mista, in assisting, invece, il forzamento seppur lieve fa sì che la fluidodinamica sia abbastanza simile per tutti i casi e si nota che i valori medi di temperatura sono dello stesso ordine di grandezza e addirittura, quando il forzamento diventa più consistente l'angolo di inclinazione diviene del tutto ininfluenza sulla temperatura di piastra. Anche in opposing notiamo che i valori medi di temperatura siano dello stesso ordine di grandezza per tutti i valori di φ , ma nel caso a $V_b = -0.1$ m/s se per il canale verticale e per il canale inclinato a 30° siamo molto lontani dalla transizione, per un angolo di inclinazione di 60° siamo prossimi a che avvenga, mentre per il caso orizzontale essa è già avvenuta. Si può concludere che l'angolo di inclinazione può modificare la velocità a cui avviene la transizione. Al crescere della velocità l'unica differenza consiste nella già avvenuta transizione, e si nota che i profili di temperatura diminuiscono all'aumentare di φ .

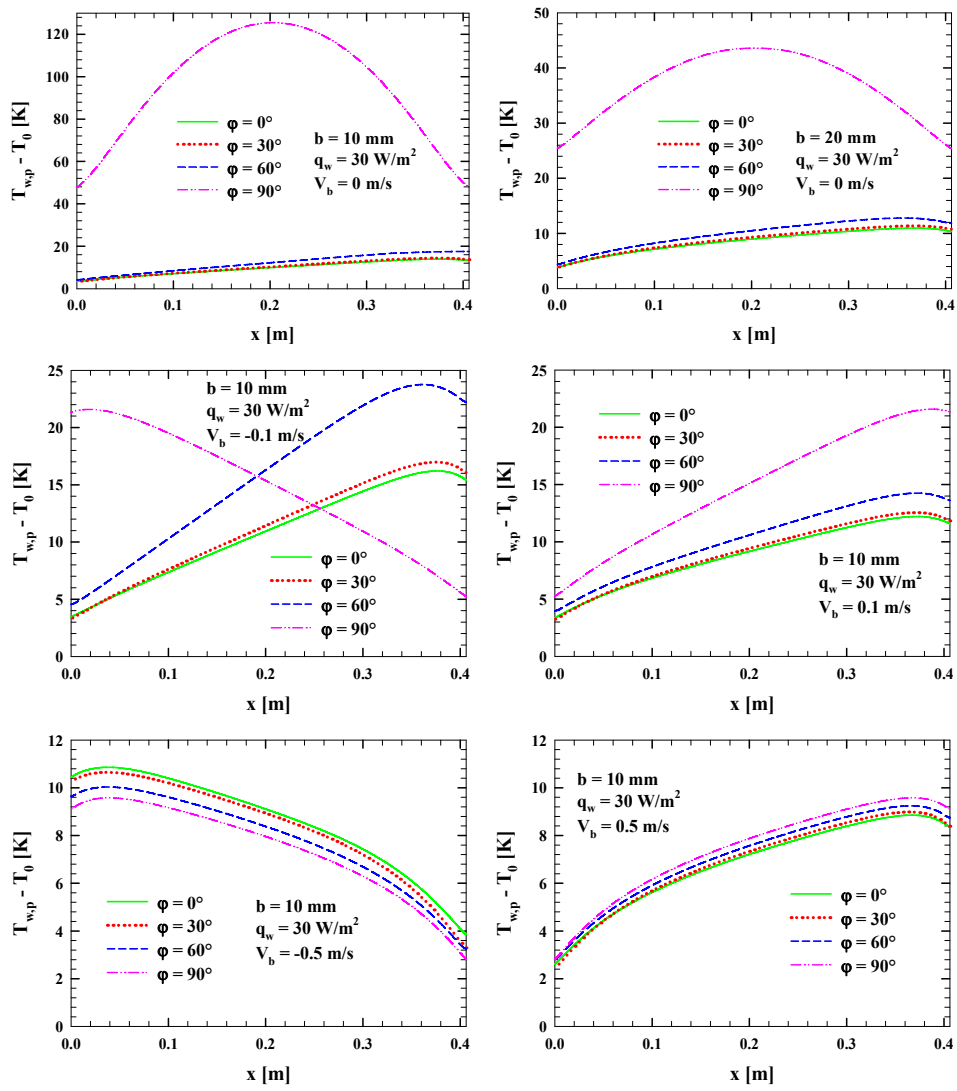


fig. 5.20 – Confronto tra profili di temperatura di piastra in al variare di ϕ

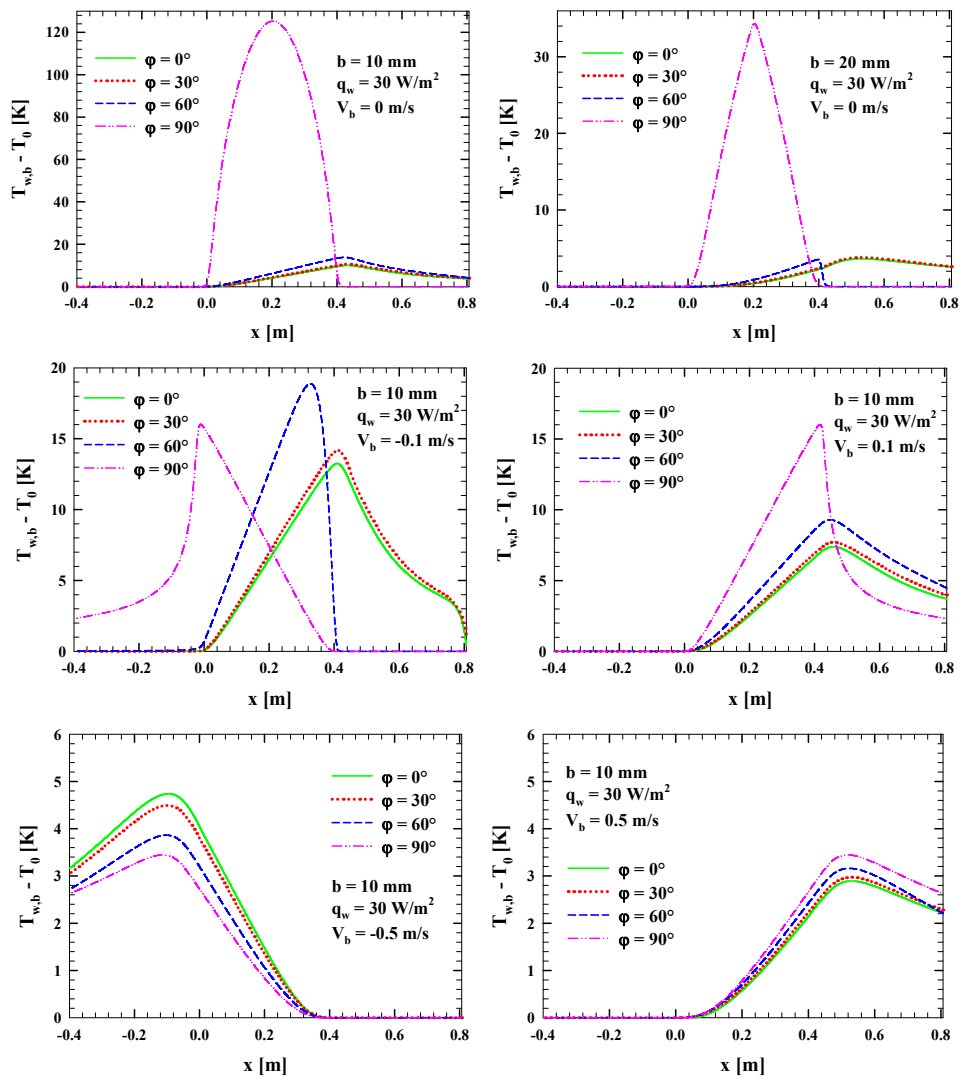


fig. 5.21 – Confronto tra profili di temperatura di nastro in al variare di φ

5.6 Effetti radiativi

Nelle figure 5.22 – 5.25 sono riportati i profili di temperatura lungo la piastra in presenza di irraggiamento, confrontati con i profili di temperatura in presenza di sola convezione. Il modello radiativo utilizzato, DTRM, è stato illustrato nel capitolo 3, ed è stato applicato solo per le geometrie che presentano un'ampiezza del canale pari a $b = 5$ mm e $b = 20$ mm per flussi termici pari a $q_w = 30$ W/m² e $q_w = 220$ W/m² alle varie velocità, sia in assisting sia in opposing.

5.6.1 Profili di temperatura della piastra in assisting

Nella figura 5.22, relativa a $b = 5$ mm e $q_w = 30$ W/m², si nota che, considerando gli effetti dell'irraggiamento, la temperatura della piastra è minore rispetto al caso in cui il fenomeno radiativo non viene considerato. A causa del maggiore scambio termico della piastra, ossia, alla maggiore temperatura della piastra rispetto al nastro, che comporta un flusso termico radiativo netto uscente dalla piastra stessa. Tale aliquota non è considerata nei casi senza irraggiamento. Si osserva che all'aumentare della velocità le differenze tra i due modelli restano tali da non avere variazioni significative.

Il confronto diviene interessante nell'analisi dei casi a $V_b = 1$ m/s. In questi casi, infatti, il profilo in assenza di irraggiamento presenta temperature crescenti dalla parte alta del canale verso la parte bassa a causa del ricircolo dovuto al vortice e che tende a portare aria fredda proveniente dal nastro verso la piastra e quindi verso il basso, raffreddando la parte inferiore della piastra stessa. Tale effetto non è presente in presenza di irraggiamento. In questo caso infatti il nastro è riscaldato dalla piastra per irraggiamento anche nella parte bassa e quindi l'effetto delle forze di galleggiamento è più marcato, non favorendo il riflusso verso il basso della corrente fluida.

Per flussi termici maggiori (fig. 5.23) le differenze tra i profili di temperatura della piastra si vanno attenuando all'aumentare delle velocità.

All'aumentare della distanza nella sezione d'uscita del canale (fig. 5.24, 5.25) le differenze di temperature tra il modello con irraggiamento e quello senza, aumentano. Ciò può essere spiegato con l'incremento del fattore di vista tra la piastra e l'ambiente sottostante dovuto all'incremento della distanza dallo stesso nastro. In questo caso le differenze tra i due modelli si mantengono sempre tali.

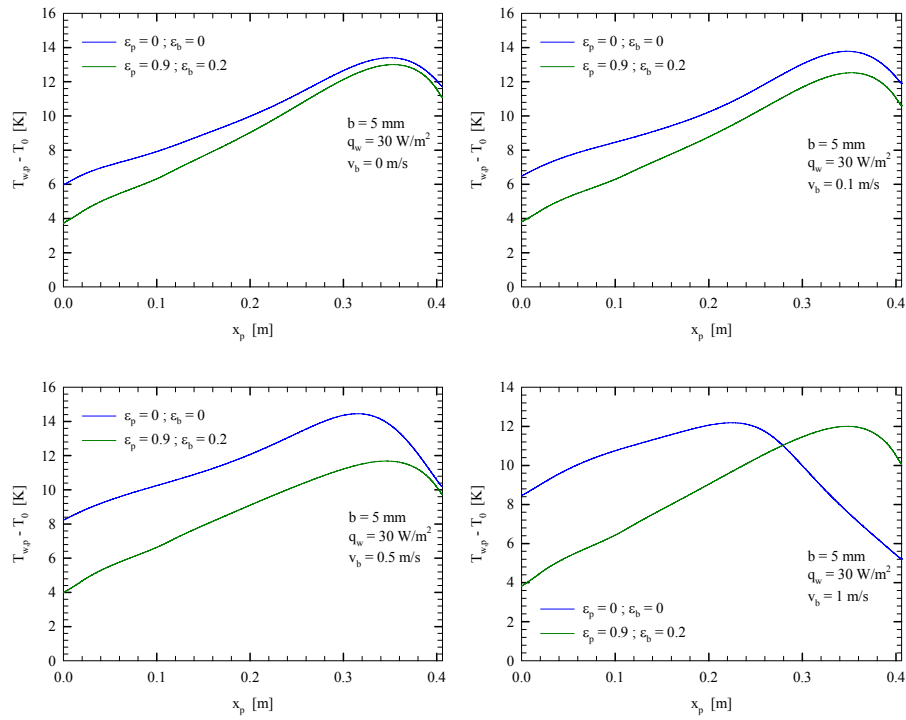


fig. 5.22 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 5$ mm, $q_w = 30$ W/m²

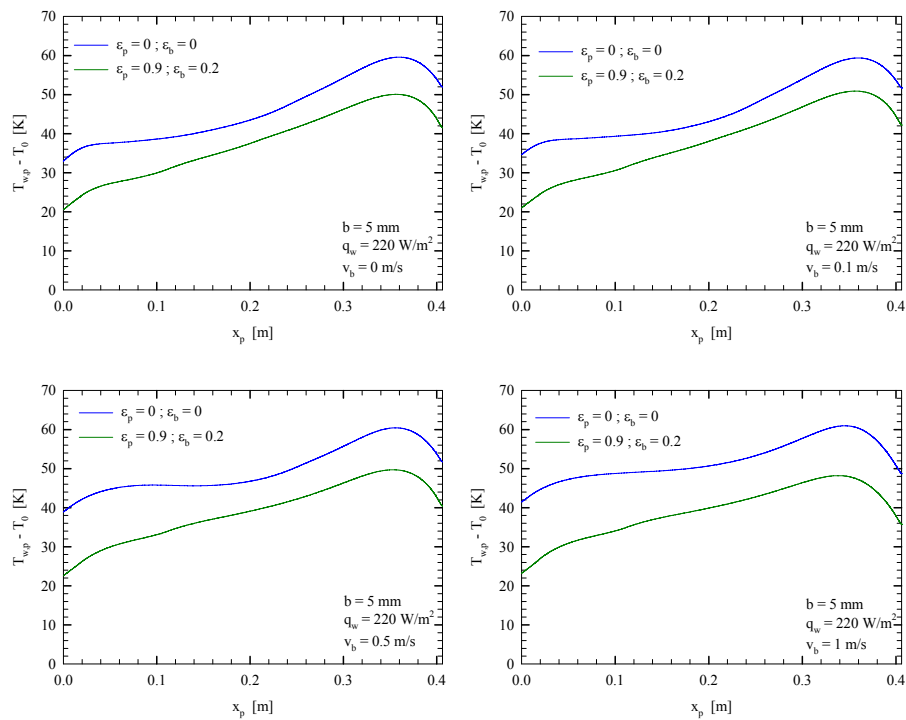


fig. 5.23 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 5$ mm, $q_w = 220$ W/m²

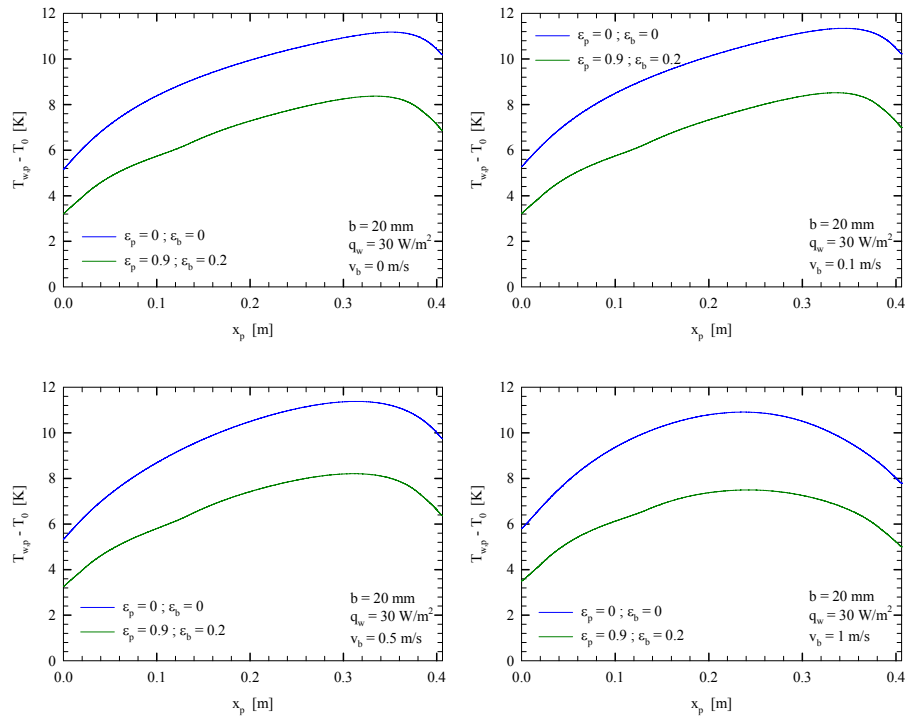


fig. 5.24 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 20$ mm, $q_w = 30$ W/m²

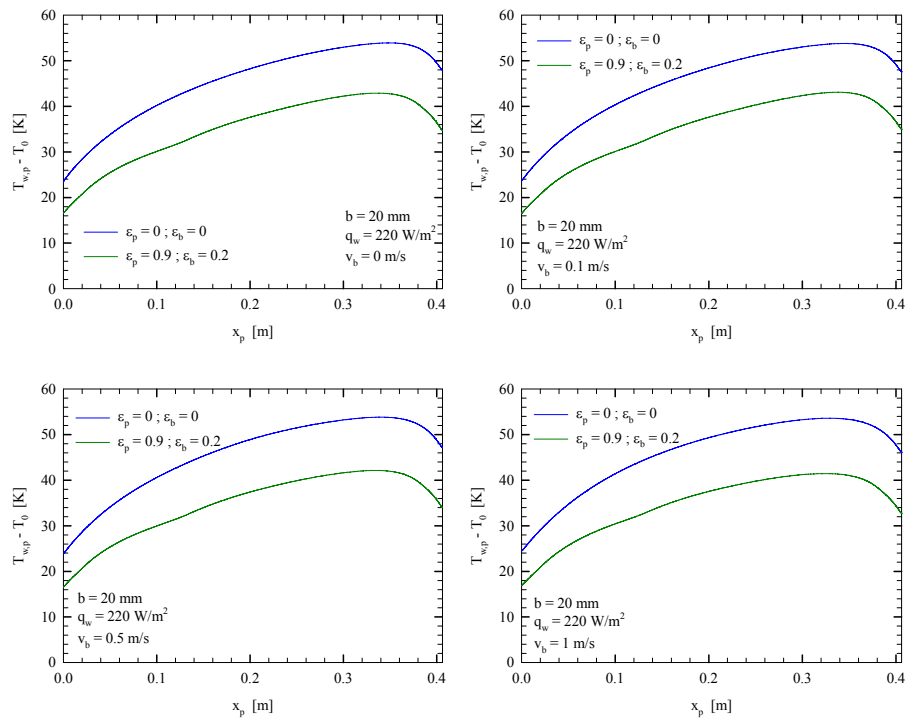


fig. 5.25 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 20$ mm, $q_w = 220$ W/m²

5.6.2 Profili di temperatura della piastra in opposing

Nelle figure 5.26 – 5.27 sono riportati i confronti tra i profili di temperatura della piastra nel caso di velocità negative.

La figura 5.26, relativa a $b = 5 \text{ mm}$ e $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ mostra che anche in questo caso le temperature della piastra riscaldata sono maggiori nel caso in cui non è presente irraggiamento. La differenza tra i profili di temperatura relativi ai casi con e senza irraggiamento sono massimi in corrispondenza della velocità $V_b = -0.5 \text{ m/s}$ nella sezione d'uscita del canale riscaldato. In questo caso, infatti, in presenza di irraggiamento le temperature e quindi gli effetti delle forze di galleggiamento nella parte alta della piastra sono minori; pertanto una maggiore portata di aria fresca è richiesta dal serbatoio superiore con conseguente maggior raffreddamento della piastra nella parte alta.

All'aumentare del modulo della velocità fino a $V_b = -1 \text{ m/s}$ le differenze tra i due profili si fanno sempre meno evidenti nella sezione d'uscita del canale restando un po' più elevate nella sezione d'ingresso. Ciò è dovuto alle basse temperature nella sezione superiore in cui v è aria proveniente dal serbatoio superiore e che si trova a temperatura ambiente, cosa che non succede nella sezione d'uscita, laddove lo scambio termico radiativo è favorito dall'elevato fattore di vista verso l'ambiente. All'aumentare dello spessore minimo del canale (fig. 5.27) le differenze di temperatura tra i casi con e senza irraggiamento aumentano rispetto al caso con $b = 5 \text{ mm}$. Ciò è dovuto, come già altre volte indicato, all'aumento del fattore di vista con l'ambiente esterno. Per questi casi le temperature della piastra in presenza di irraggiamento sono sempre inferiori rispetto agli analoghi casi in cui il contributo dell'irraggiamento è stato ritenuto trascurabile.

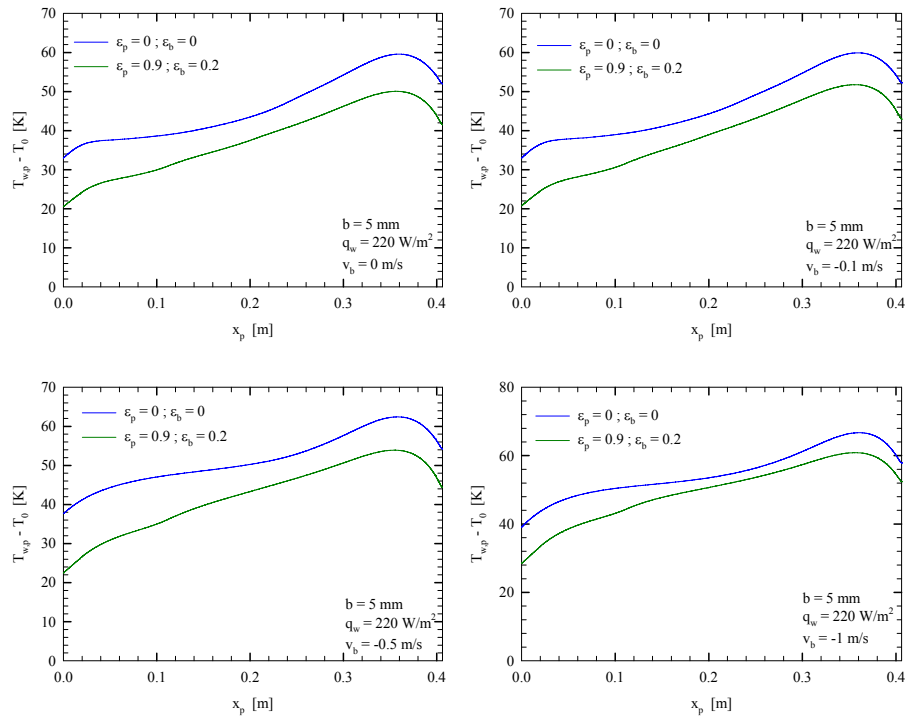


fig. 5.26 – Profili di temperatura di piastra in opposing in presenza di irraggiamento per $b = 5$ mm, $q_w = 220$ W/m²

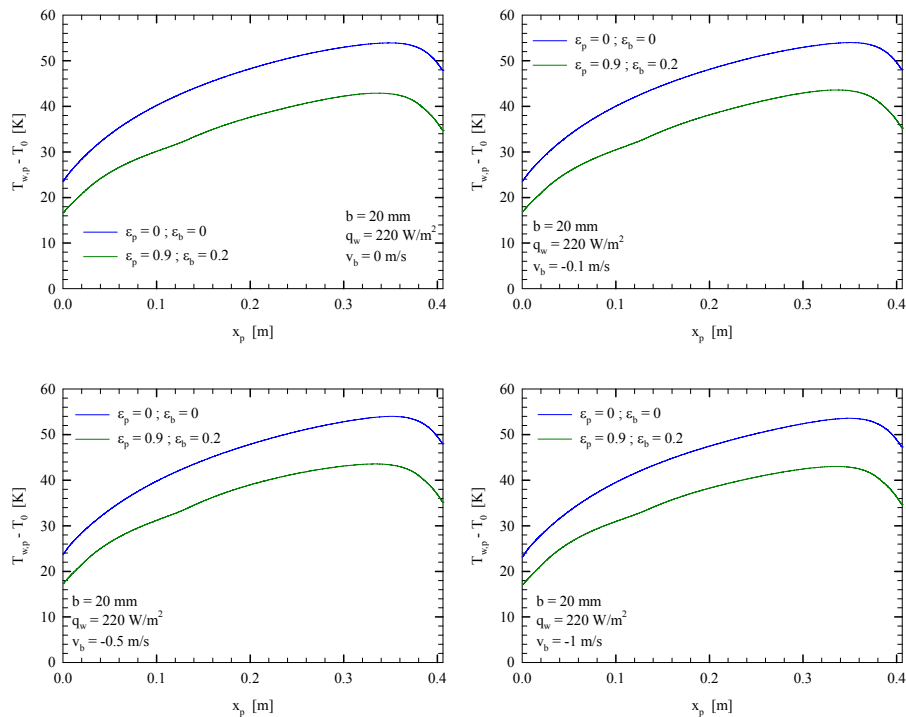


fig. 5.27 – Profili di temperatura di piastra in opposing in presenza di irraggiamento per $b = 20$ mm, $q_w = 220$ W/m²

5.6.3 Profili di temperatura del nastro in assisting

Nelle successive figure 5.28 – 5.29 sono riportati i confronti tra i profili di temperatura del nastro con e senza effetti radiativi, per le geometrie precedentemente descritte nel caso di velocità positive.

La figura 5.28, relativa a $b = 5 \text{ mm}$ e $q_w = 30 \text{ W/m}^2$, mostra che all'interno del canale riscaldato le temperature del nastro mobile sono maggiori nel caso in cui è presente irraggiamento. Ciò è dovuto alle temperature della piastra maggiori di quelle del nastro, il che comporta il riscaldamento del nastro grazie sia allo scambio termico convettivo con l'aria riscaldata nel canale sia allo scambio termico radiativo tra la piastra e il nastro mobile. assente nel caso in cui non si tiene conto degli effetti radiativi all'interno del modello numerico.

Il punto di massimo della temperatura del nastro mobile si sposta verso l'interno del canale quando si considera anche l'irraggiamento nella risoluzione del problema. Infatti, il flusso termico radiativo scambiato tra la piastra e il nastro mobile è massimo nella parte centrale del canale, dove il fattore di vista con l'ambiente esterno è minore. In conseguenza di ciò si ha che, in prossimità della sezione di uscita del canale riscaldato, diminuisce il contributo radiativo al riscaldamento del nastro a causa dell'aumentato fattore di vista verso l'ambiente esterno presente in questa zona. Al crescere della velocità si nota un abbassamento del profilo riguardante lo scambio in pura convezione ed il mantenimento di livelli di temperatura abbastanza elevati in presenza di irraggiamento. La spiegazione di ciò risiede nel fatto che, a bassi flussi termici, l'aliquota che determina l'incremento di temperatura da parte del scambio termico radiativi risulta non trascurabile.

Al crescere del flusso termico a $q_w = 220 \text{ W/m}^2$ (fig. 5.29), si notano, infatti, che i profili di temperatura calcolati in presenza ed in assenza di irraggiamento non differiscono significativamente.

All'aumentare dell'ampiezza del canale (fig. 5.30) si vede che, mentre nel caso senza irraggiamento la temperatura del nastro comincia ad aumentare intorno alla parte del canale riscaldato più vicina alla sezione d'uscita del canale, in quanto a tale altezza lo strato limite termico incontra il nastro riscaldato, nel caso in cui è presente lo scambio radiativo il nastro inizia a riscaldarsi a monte del canale convergente. Ciò è dovuto allo scambio termico radiativo tra la piastra e il canale che comporta un preriscaldamento del nastro anche a causa dell'elevato fattore di vista tra la piastra riscaldata e la parte inferiore della parete mobile, a causa dell'inclinazione della piastra stessa.

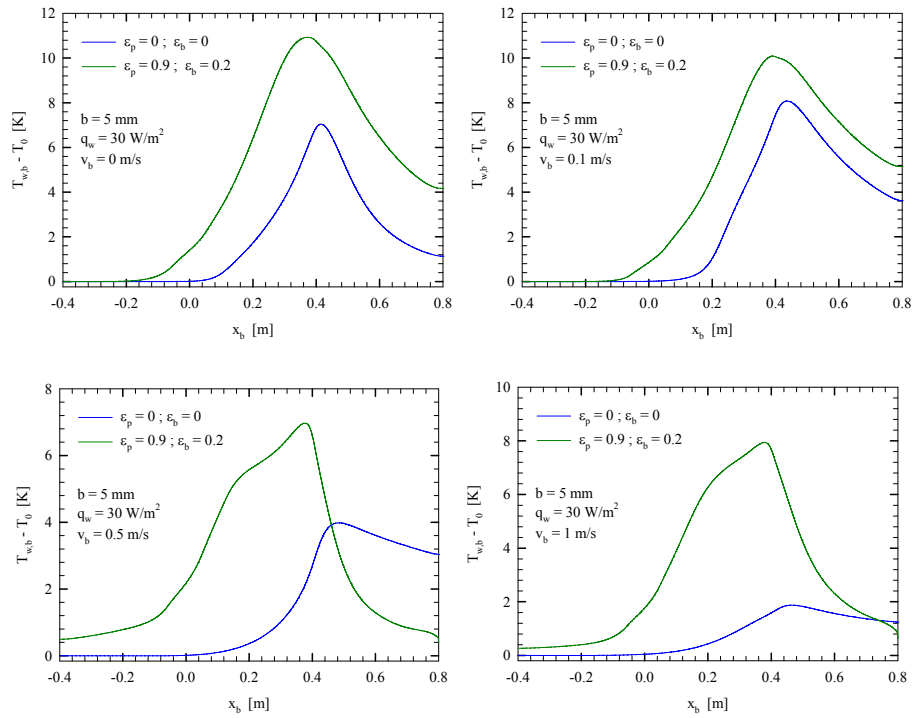


fig. 5.28 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 5$ mm, $q_w = 30$ W/m²

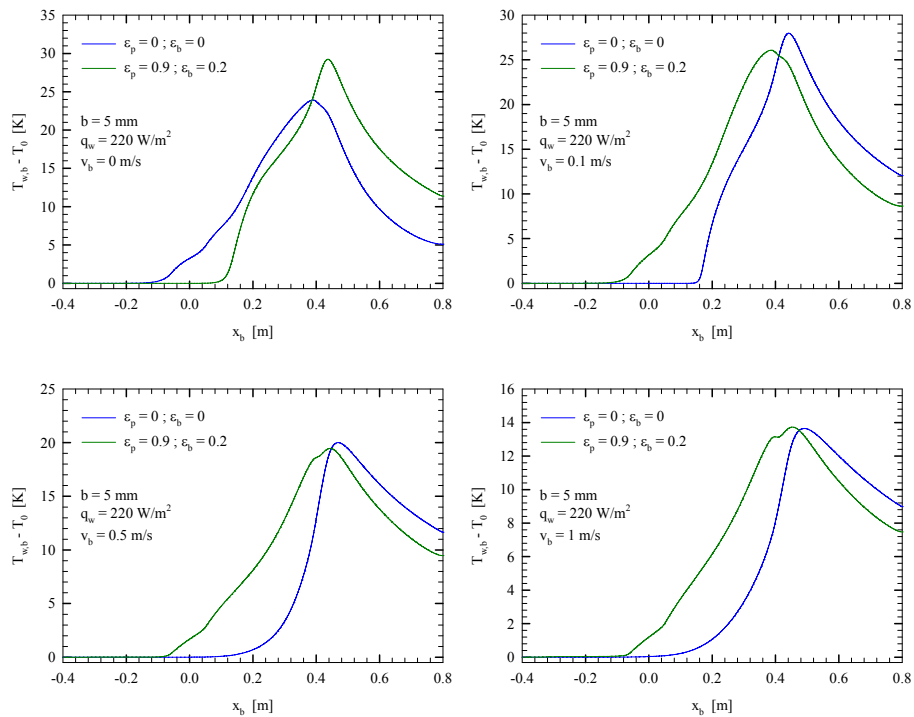


fig. 5.29 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 5$ mm, $q_w = 220$ W/m²

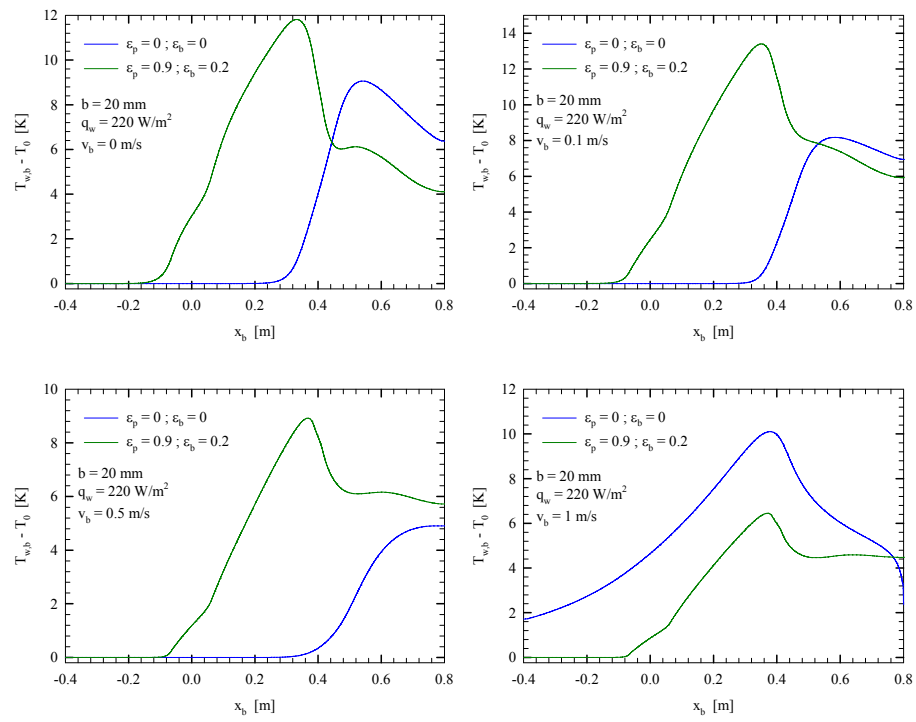


fig. 5.30 – Profili di temperatura di piastra in assisting in presenza di irraggiamento per $b = 20$ mm, $q_w = 220$ W/m²

5.6.4 Profili di temperatura del nastro in opposing

Nelle figure di seguito illustrate (fig. 5.31 – 5.32) sono riportati i confronti tra i profili di temperatura del nastro nel caso di velocità negative.

La figura 5.31, relativa a $b = 5 \text{ mm}$ e $q_w = 30 \text{ W/m}^2$ mostra che per velocità basse i profili di temperatura, relativi ai due casi considerati in questo confronto, mostrano le stesse differenze tra analoghi profili per le velocità positive. Per una velocità pari a $V_b = -0.5 \text{ m/s}$ i profili di temperatura del nastro relativi ai due casi differiscono di poco nella parte bassa del nastro, mentre si discostano di molto sul resto della superficie. Ciò è dovuto essenzialmente alla elevata differenza di temperatura tra piastra e nastro mobile che si riscontra in questa configurazione ed alla bassa emittanza del nastro mobile. Per velocità superiori si osserva che la differenza tra i profili di temperatura relativi ai due casi esaminati sono qualitativamente simili a quelle relative alle velocità inferiori, ma i profili sono speculari rispetto a questi ultimi.

Le stesse considerazioni si possono ripetere all' aumentare del flusso termico (fig. 5.32). In questo caso è interessante notare come la velocità per la quale la differenza tra i due casi a confronto sono trascurabili aumenta all' aumentare del flusso termico.

All' aumentare dell' ampiezza del canale (fig. 5.33) si ha che per velocità inferiori a $V_b = -0.5 \text{ m/s}$ i profili sono simili a quelli per velocità positive. Anche in questo caso la differenza tra le due situazioni analizzate diminuisce in prossimità di $V_b = -0.5 \text{ m/s}$. Per velocità maggiori valgono le stesse considerazioni fatte per $b = 5 \text{ mm}$.

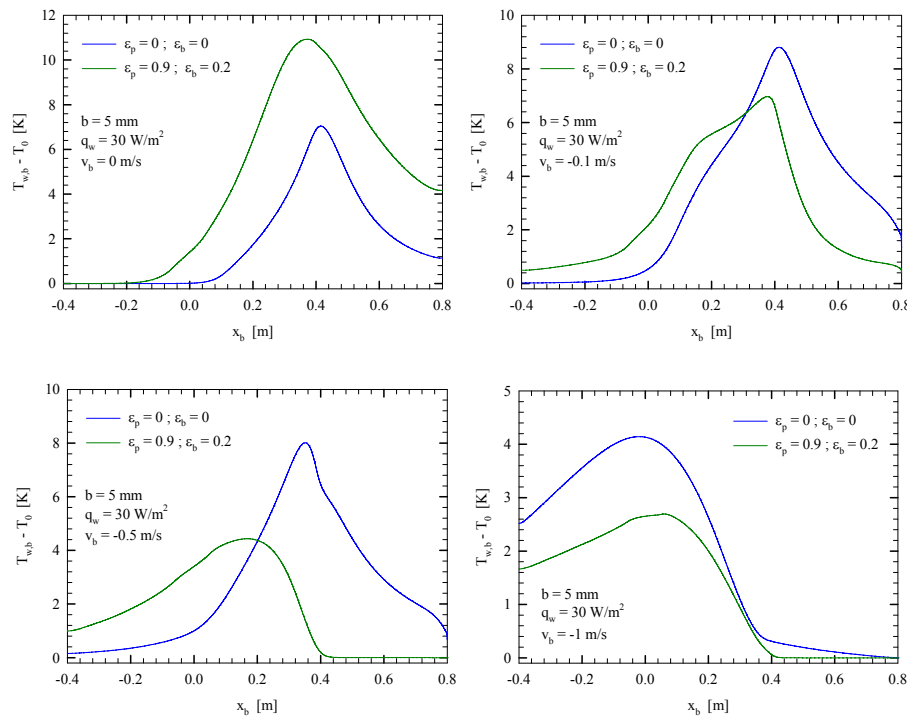


fig. 5.31 – Profili di temperatura di nastro in opposing in presenza di irraggiamento per $b = 5 \text{ mm}$, $q_w = 30 \text{ W/m}^2$

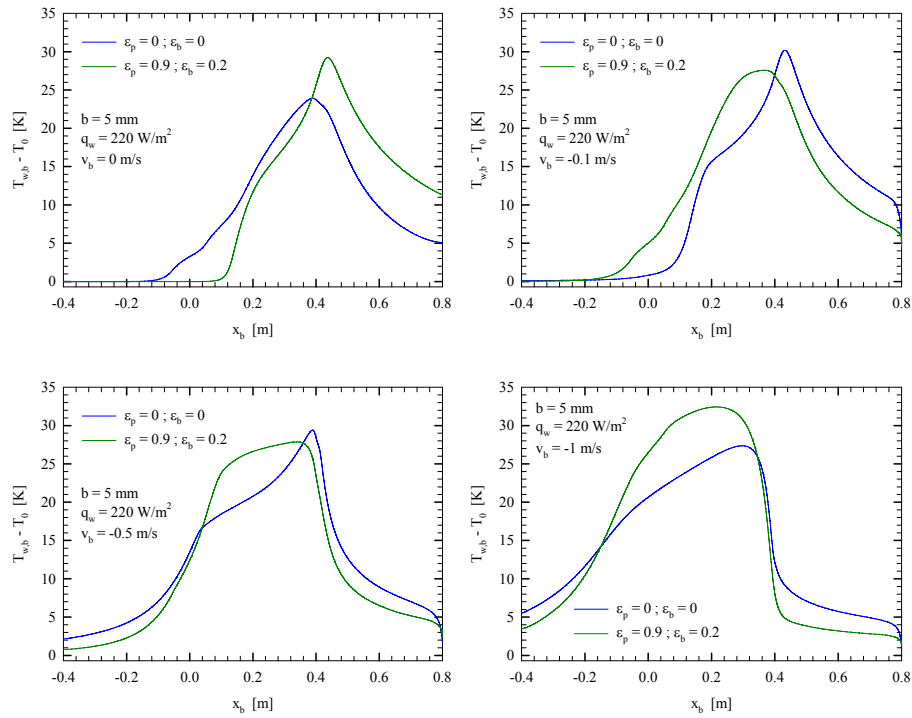


fig. 5.32 – Profili di temperatura di nastro in opposing in presenza di irraggiamento per $b = 5$ mm, $q_w = 220$ W/m²

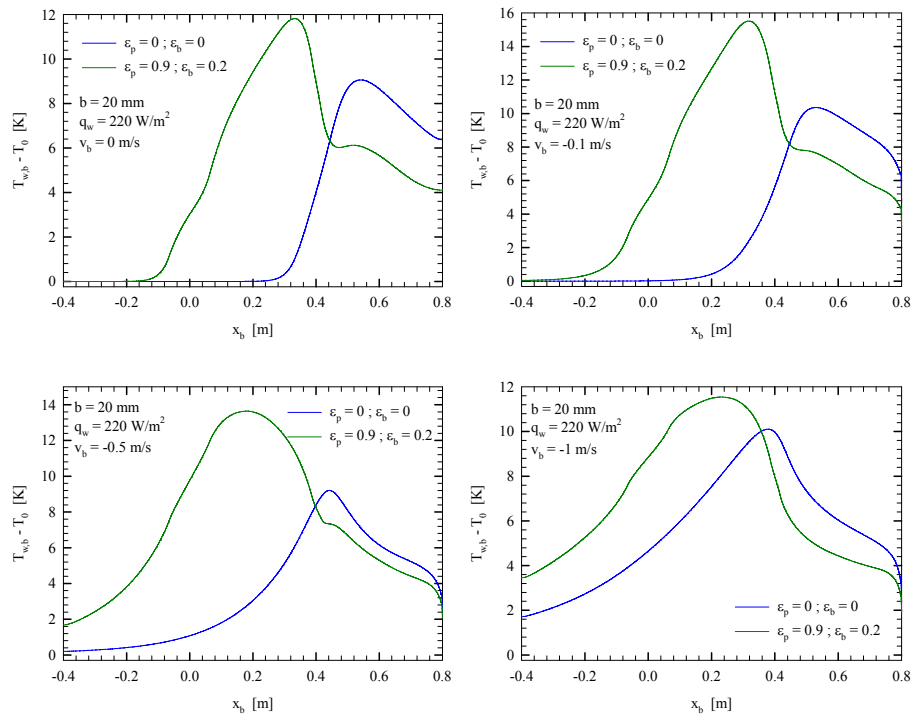


fig. 5.33 – Profili di temperatura di nastro in opposing in presenza di irraggiamento per $b = 20$ mm, $q_w = 220$ W/m²

5.7 Effetti della temperatura sulle proprietà del fluido

In letteratura si è da sempre studiata la convezione naturale e mista utilizzando il l'approssimazione di Boussinesq per modellare le forze di galleggiamento. In questo lavoro si è cercato di capire a quanto ammonta l'errore commesso usando tale modello, che è senz'altro poco oneroso dal punto di vista computazionale. Per far ciò sono stati utilizzati altri due modelli in cui le proprietà termofluidodinamiche del fluido sono state considerate dipendenti dalla temperatura.

Il primo modello utilizza la legge dei gas ideali per ciò che concerne la densità variabile con la temperatura, mantenendo costanti la conducibilità termica, il calore specifico e la viscosità.

Il secondo, oltre ad utilizzare la legge dei gas ideali per modellizzare la densità adotta dipendenze lineari dalla temperatura per le altre proprietà secondo la relazione $P(T) = a + bT$, dove P è una generica proprietà e T è la temperatura in kelvin.

Nella tabella 5.3 sono presentati i coefficienti a e b per le varie proprietà ed inoltre il coefficiente r^2 , che mostra la bontà dell'approssimazione lineare:

Proprietà	a	b	r^2
k [W/mK]	$5.302 \cdot 10^{-3}$	$6.945 \cdot 10^{-5}$	0.9994
c_p [J/kgK]	981.2	$7.976 \cdot 10^{-2}$	0.9380
μ [10^{-6} Pa s]	0.5302	$4.413 \cdot 10^{-3}$	0.9991

Tab 5.3 – Valori dei coefficienti di regressione delle proprietà termofluidodinamiche dell'aria

Si rileva che soltanto il coefficiente di regressione del calore specifico è inferiore agli altri, ma le variazioni in un intervallo di 160°C sono talmente piccole che si può accettare per buona la legge lineare che lo descrive.

Nelle figure 5.34 – 5.36 sono presentati i profili di temperatura di piastra e nastro al variare dei modelli, per diversi flussi termici, diverse larghezze del canale, diverse velocità del nastro, mentre nelle figure 5.37 e 5.38, sono presentate le differenze assolute e percentuali dei numeri di Nusselt e delle temperature massime di piastra al variare dei modelli per tutti i casi analizzati. Le simulazioni effettuate hanno messo in luce che l'approssimazione di Boussinesq sottostima sempre le temperature della piastra e del nastro rispetto agli altri modelli. Ciò è imputabile al fatto che la densità, diminuendo all'aumentare della temperatura, fa sì che la portata richiamata sia minore di quella calcolata con il modello a densità costante. Concordemente a quest'effetto anche l'incremento di viscosità a causa dell'aumento di temperatura fa sì che la velocità dell'aria sia minore, a parità di forzamento.

All'aumentare del flusso termico si hanno le differenze più accentuate a causa della maggior temperatura che l'aria raggiunge. Si nota anche che nei casi caratterizzati da una maggiore larghezza del canale, seppur a parità di temperature di piastra, presentano delle differenze minori tra i modelli. Ciò è spiegabile considerando che la temperatura media del canale, ovvero del fluido, è minore dato che il moto non è completamente sviluppato, per cui nelle zone più basse lo strato limite non occupa tutta la sezione del canale.

In base ai risultati ottenuti si può dire che fintantoché si utilizzano bassi flussi termici oppure il canale è sufficientemente largo l'approssimazione di Boussinesq sottostima le temperature con uno scarto sempre inferiore all'8%, mentre se viene

impiegata a temperature intorno ai 100°C, la differenza rispetto ai modelli più realistici raggiunge il 20-25%.

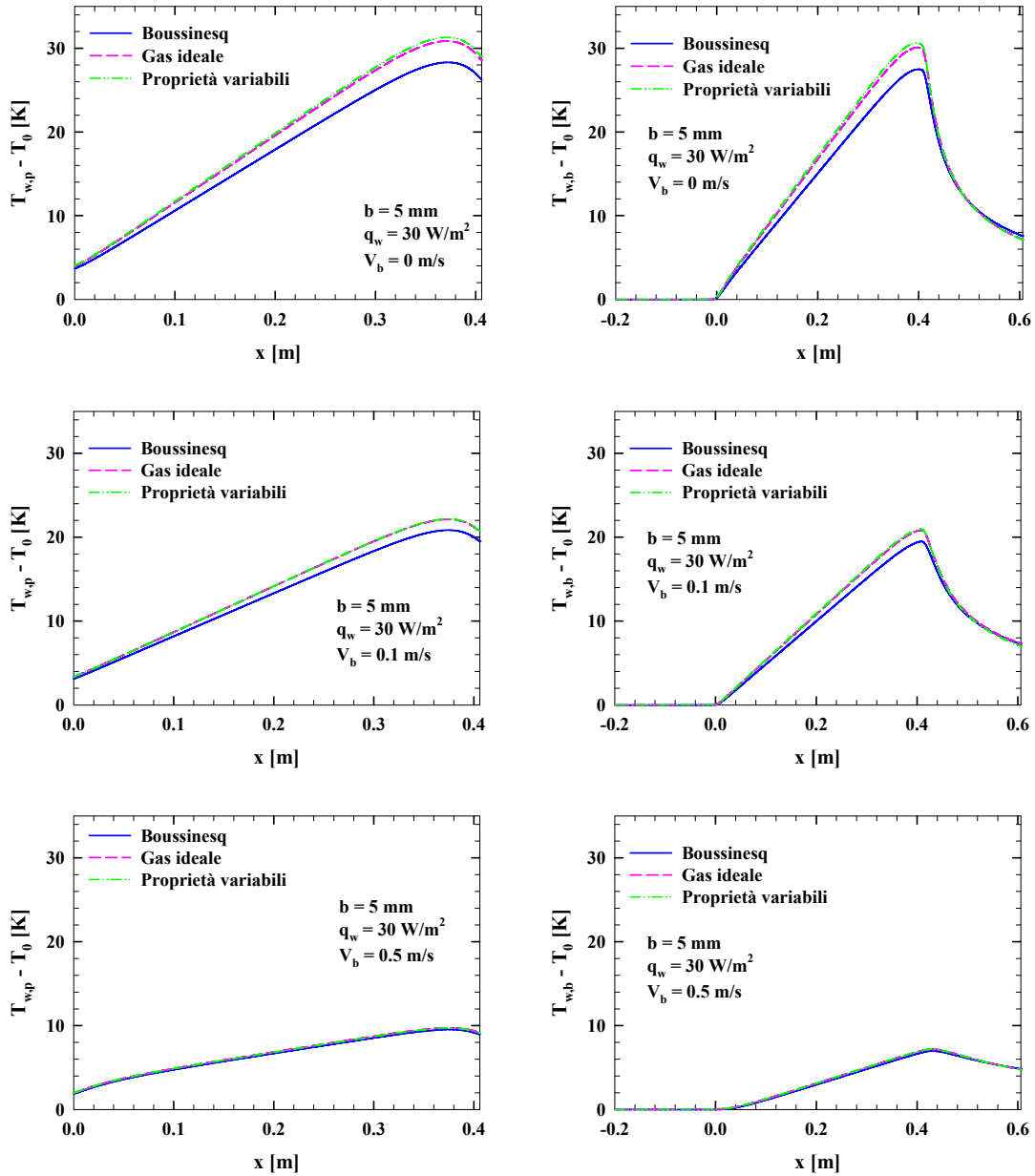


fig. 5.34 – Profili di temperatura di piastra e nastro al variare della modellizzazione delle proprietà termofluidodinamiche dell'aria per $b = 5$ mm, $q_w = 30$ W/m²

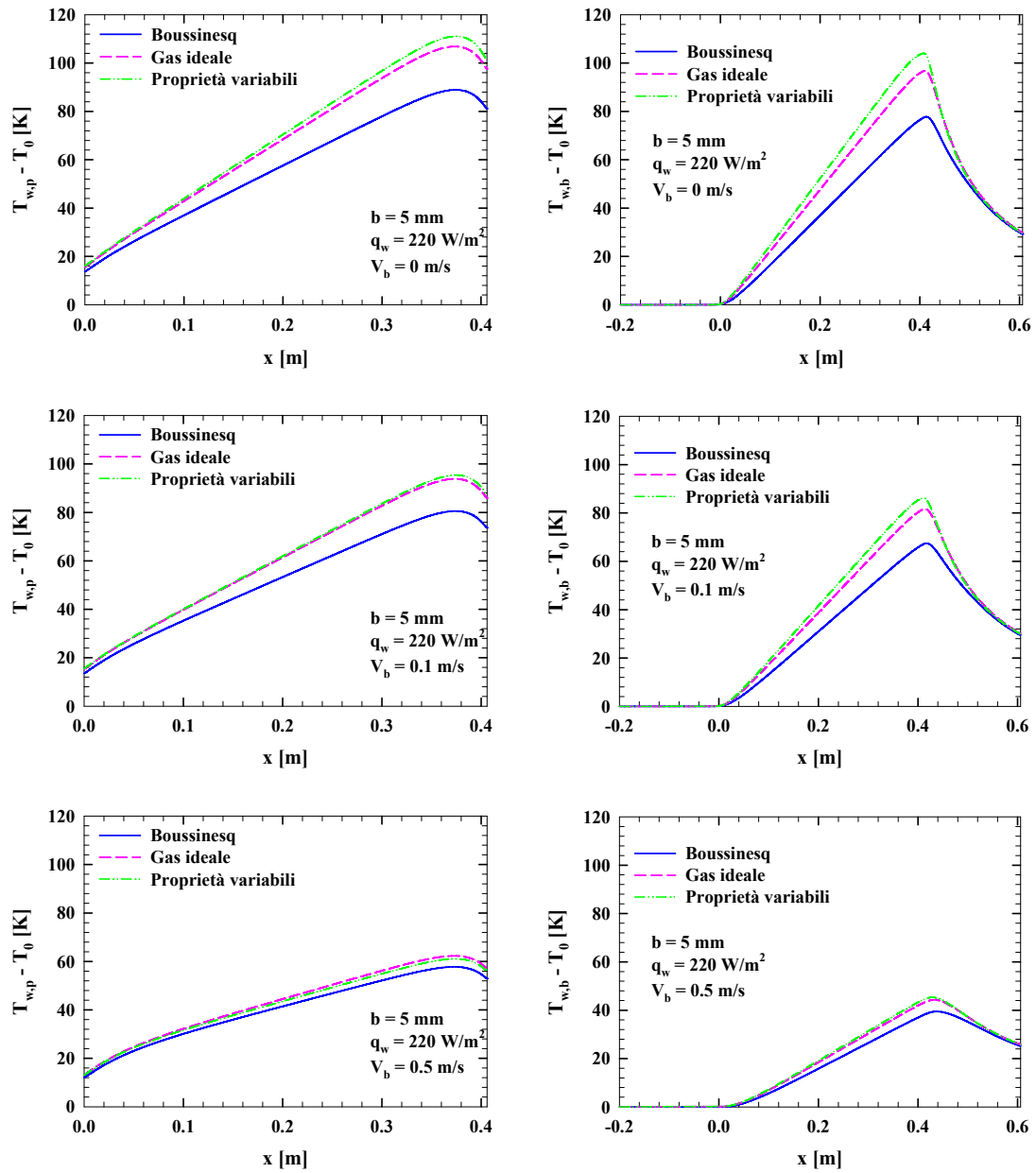


fig. 5.35 – Profili di temperatura di piastra e nastro al variare della modellizzazione delle proprietà termofluidodinamiche dell'aria per $b = 5$ mm, $q_w = 220$ W/m²

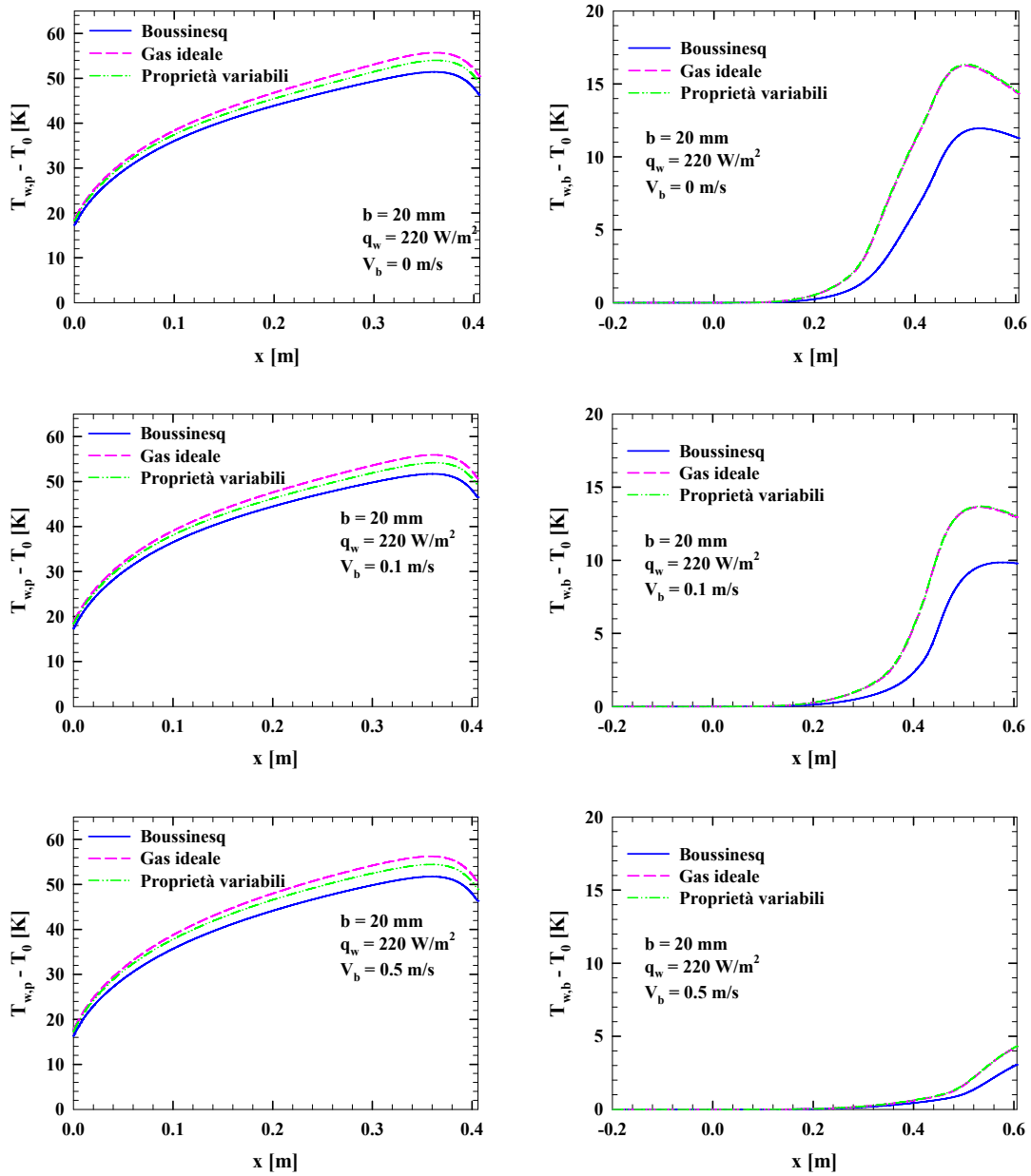


fig. 5.36 – Profili di temperatura di piastra e nastro al variare della modellizzazione delle proprietà termofluidodinamiche dell'aria per $b = 20$ mm, $q_w = 220$ W/m²

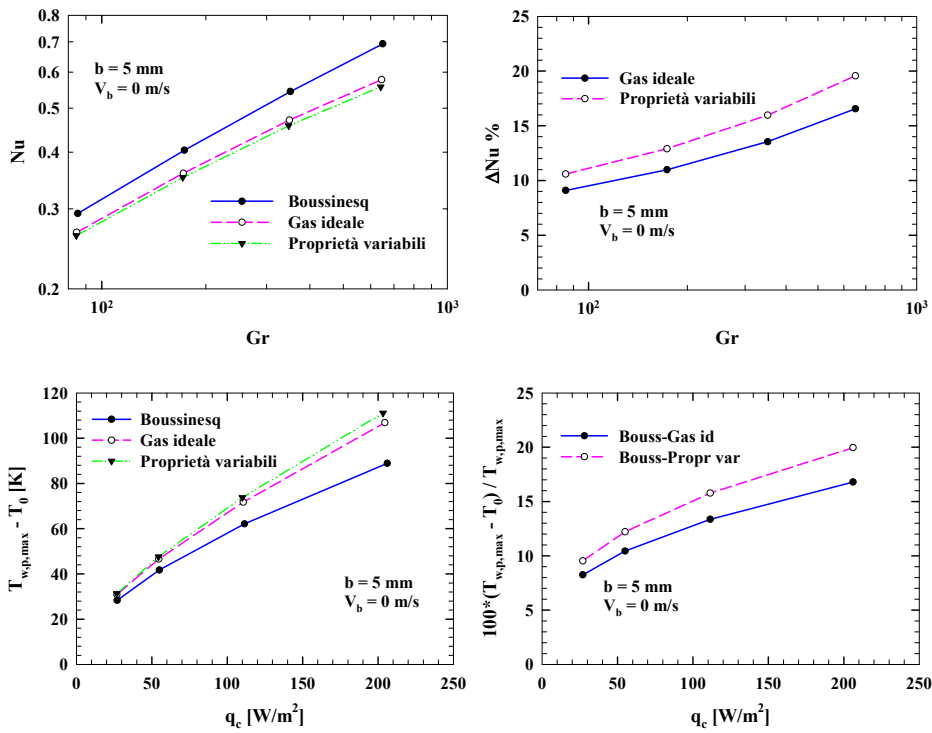


fig. 5.37 – Confronto tra il Nu e tra le temperature massime di piastra al variare della modellizzazione delle proprietà termofluidodinamiche dell'aria per $b = 5 \text{ mm}$.

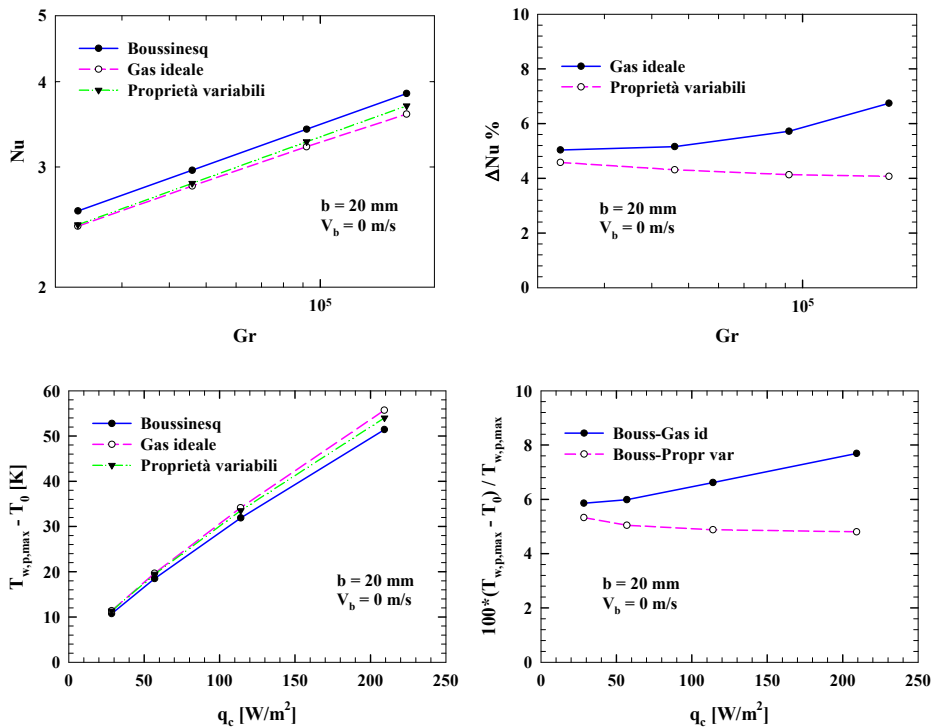


fig. 5.38 – Confronto tra il Nu e tra le temperature massime di piastra al variare della modellizzazione delle proprietà termofluidodinamiche dell'aria per $b = 20 \text{ mm}$.

5.8 Correlazioni tra grandezze adimensionali

Nella figura che segue (fig. 5.39) si correlano tra loro alcune grandezze adimensionali. In particolare è stato riportato il parametro adimensionale $Nu/Re^{0.6}$ in funzione del numero di Richardson solo per canale verticale con angoli di convergenza pari a 0° e 2° , mentre per $\theta = 10^\circ$ a causa delle inversioni del moto, i casi studiati sono più difficilmente correlabili. Si presentano anche le correlazioni tra i casi di canale verticale con angolo di inclinazione pari a 2° in presenza di irraggiamento.

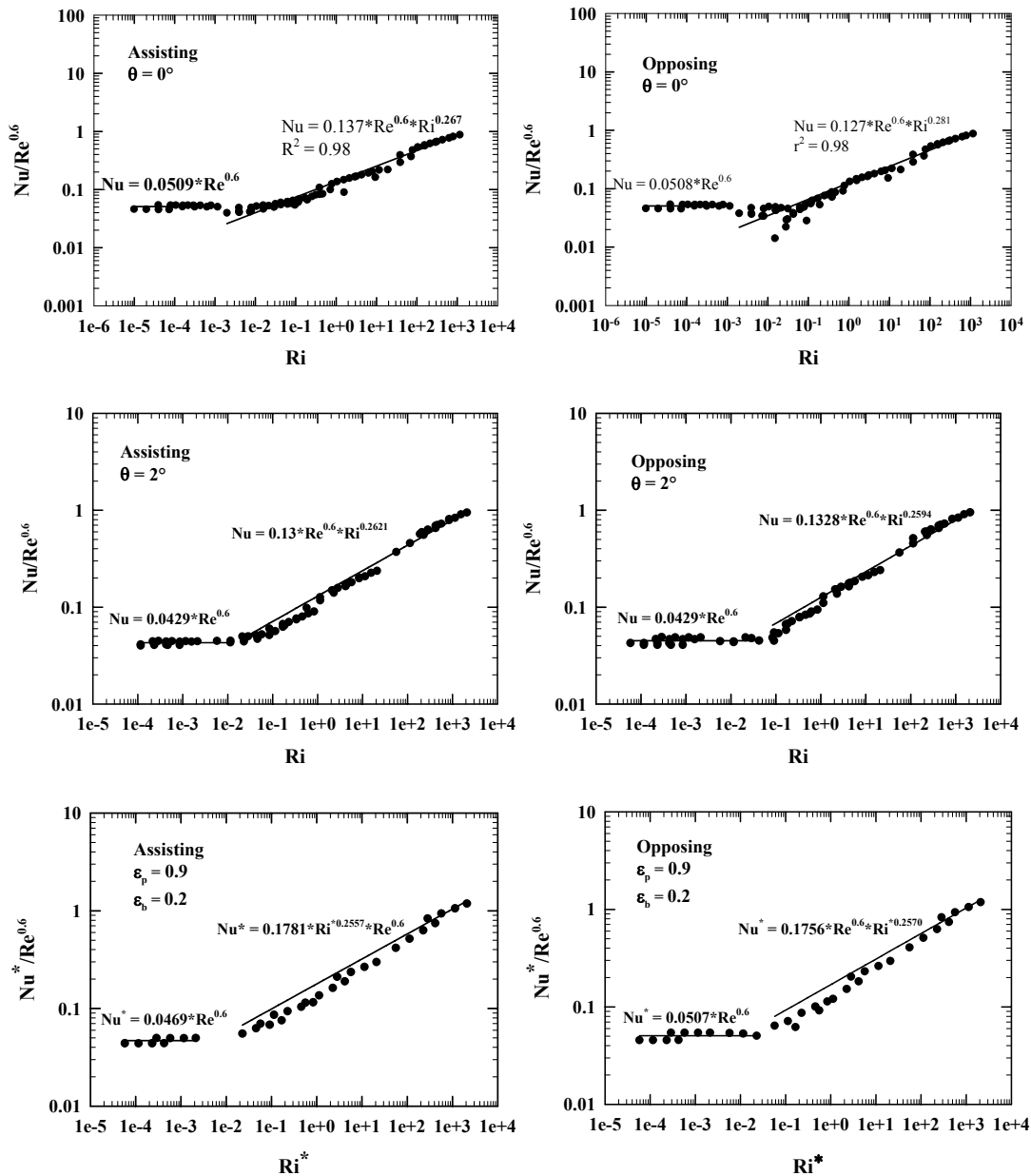


fig. 5.39 - Correlazione tra grandezze adimensionali: $Nu/Re^{0.6}$ in funzione del numero di Richardson.

Capitolo 6
Analisi sperimentale

Capitolo 6

Analisi sperimentale

6.1 Modello fisico

6.1.1 Schematizzazione del modello

La geometria analizzata è un canale verticale costituito da un nastro di lunghezza L_b e una piastra di lunghezza L e spessore s . Nell'ipotesi che il sistema analizzato abbia una larghezza tale da poter trascurare gli effetti di bordo, possiamo utilizzare un modello bidimensionale caratterizzato dalla geometria riportata in fig. 6.1.

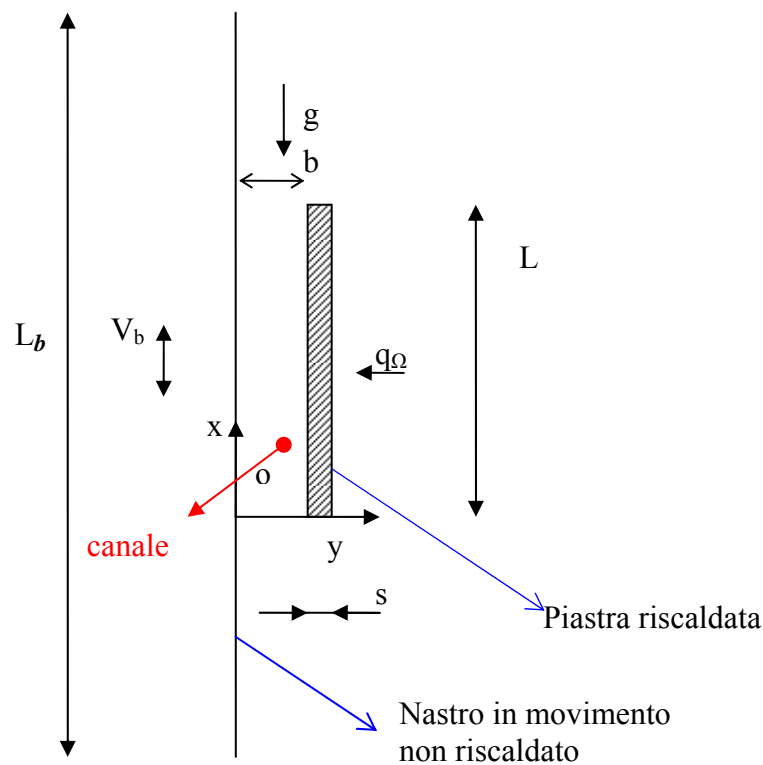


fig 6.1 – Canale verticale bidimensionale

Il nastro è adiabatico e mobile con velocità V_b , la direzione del moto del nastro può essere sia concorde e sia opposta al vettore accelerazione di gravità. La parete interna della piastra adiacente al canale, invece, è fissa e alimentata a flusso termico uniforme e costante q_Ω . Per quanto riguarda le dimensioni, si osserva che il nastro è considerato senza spessore, la piastra risulta avere uno spessore $s = 0.0032$ m e una

lunghezza $L = 0.406$ m. In relazione alla larghezza del canale b saranno analizzate le configurazioni con $b = 16.15 - 20 - 40$ mm e angolo di convergenza pari a $\theta = 0^\circ - 10^\circ$. Inoltre si precisa che il nastro è di acciaio e la piastra di vetronite, ma rivestita con un foglio d'alluminio, per ridurre al minimo gli scambi radiativi, per cui l'emissività presentata in tab. 6.2 si riferisce all'alluminio. Le proprietà fisiche di entrambi i materiali si riportano in tab. 6.1 e in tab. 6.2 rispettivamente.

ρ [kg/m^3]	c_p [J/kgK]	k [W/mK]	ε
8030	502.48	16.27	0.2

tab. 6.1 – Proprietà fisiche dell'acciaio

ρ [kg/m^3]	c_p [J/kgK]	k [W/mK]	ε
1206	361	1.98	0.06

tab. 6.2 – Proprietà fisiche della vetronite

Quale fluido di lavoro si è scelta l'aria le cui proprietà fisiche sono riportate in tab. 6.3.

ρ [kg/m^3]	k [W/mK]	μ [kg/ms]
1.177	0.0242	1.789e-05

tab. 6.3 – Proprietà fisiche dell'aria

6.2 Apperacchiatura sperimentale

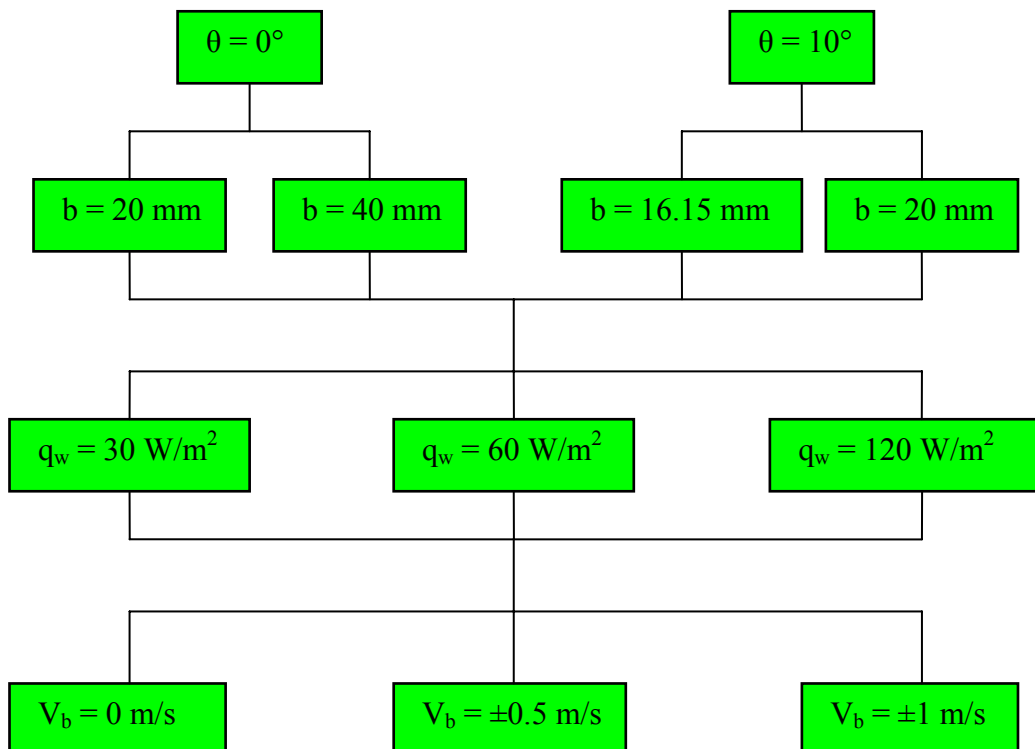
6.2.1 Introduzione

Tale lavoro è stato effettuato presso il laboratorio di Trasmissione del calore del DETEC dell'*Università di Napoli Federico II*. L'oggetto di questo studio è la convezione mista in canali verticali, riprodotta in laboratorio grazie all'utilizzo di una nuova apparecchiatura acquistata dal DETEC, con l'intento di aprire la strada ad un nuovo filone di sperimentazioni.

L'effettiva opera di sperimentazione e confronto è stata preceduta da un lavoro preparatorio composto da diverse fasi:

- *Adeguamento della struttura logistica*
- *Posizionamento dell'apparecchiatura*
- *Connessione dell'apparecchiatura al sistema di acquisizione*

La fase sperimentale è stata dedicata all'osservazione della fenomenologia riguardante la configurazione sia a piastre parallele che inclinate a 10° caratterizzate da una larghezza del canale pari a $b = 16.15 - 20$ e 40 mm, canale verticale e per valori di velocità V_b e flussi termici q_w indicati in tab. 6.4.



Tab. 6.4 – Casi analizzati sperimentalmente

6.2.2 Strumentazione

Nel presente paragrafo si effettua una descrizione tecnica dettagliata della strumentazione utilizzata durante la suddetta esperienza.

La strumentazione si compone di:

- *Nastro rotante*
- *Piastra*
- *Termocoppie*
- *Icepoin*
- *Acquisitore*
- *Alimentatore DC*
- *Multimetro*
- *Software*

Nastro rotante: si tratta di una macchina costituita da un nastro continuo, scorrevole e rotante attorno ad un asse orizzontale (fig.6.1).



fig. 6.1 – Nastro rotante

Costruttivamente il nastro rotante è costituito da una struttura portante in profilati a C in acciaio ASI 304 (spessore $s = 0.003$ m), disposti longitudinalmente opportunamente

irrigiditi tramite distanziali in acciaio scatolato a sezione quadrata disposti trasversalmente. All'interno della struttura portante sono contenuti due gusci sagomati in materiale termoisolante (polistirene $\rho = 30 \text{ kg/m}^3$), su cui vanno a posizionarsi dei listelli in feltro che sostengono il nastro rotante e impediscono il passaggio dell'aria dall'esterno. Nella parte superiore della macchina è applicata una struttura di supporto, in scatolato di acciaio, per lo svolgimento di analisi sperimentali (intelaiatura portapietra). Il nastro continuo è costituito in lamiera di acciaio inox (sviluppo totale 5.250 m, larghezza 0.500 m, spessore 0.004 m) avvolto su due rulli in acciaio gommato, alloggiati su cuscinetti a rulli, posizionati all'estremità della struttura portante. Il rullo condotto è direttamente mosso da un gruppo composto da *motore*, *variatore* e *riduttore* (fig.6.2), mentre il secondo è folle.

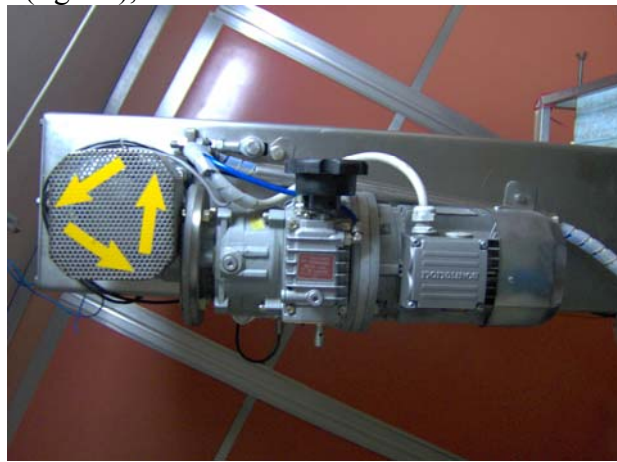


fig. 6.2 – Gruppo motore variatore riduttore

Altri due rulli folli (diametro 0.059 m) portano il nastro ad aderire superiormente con la superficie interna della struttura portante, mentre un terzo rullo folle, simile ai precedenti e montato inferiormente, funge da organo di regolazione della tenditura del nastro. È inoltre possibile variare il tiro del nastro agendo su un apposito sistema che permette di variare l'interasse tra i rulli esterni, agendo con una chiave inglese sui bulloni M22 (fig.6.3).



fig. 6.3 – Tenditori del nastro

La regolazione viene effettuata tramite chiave dinamometrica con un momento di serraggio massimo pari a $M = 250 \text{ Nm}$. Il controllo della corretta posizione del nastro durante la rotazione è svolto per mezzo di due sensori induttivi. Il gruppo motore-variante-riduttore consente di variare la velocità di rotazione dei rulli gommati (fino a 190 giri/min) e conseguentemente la velocità di scorrimento del nastro. L'operazione viene effettuata agendo su un'apposita manopola situata in corrispondenza del variatore di giri. La velocità di rotazione è misurata tramite un sensore posizionato sull'albero del variatore. È inoltre possibile la rotazione della struttura del nastro attorno ad un asse orizzontale trasversale, rispetto alla direzione di scorrimento, tramite un dispositivo ad azionamento manuale. L'angolo di rotazione viene controllato tramite un disco graduato, mentre il nastro viene mantenuto in posizione da un freno, anch'esso ad azionamento manuale (fig.6.4).

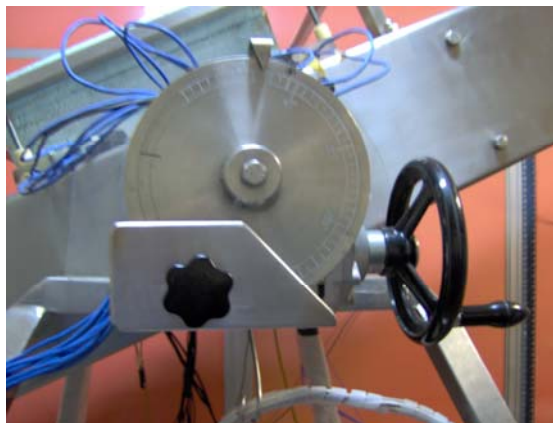


fig. 6.4 – Sistema di controllo e regolazione dell'inclinazione

La macchina poggia su un telaio di sostegno costituito da una struttura reticolare in acciaio inox scatolato a sezione quadrata (0.050 m x 0.050 m), dotata di piedi ad altezza regolabile. Il nastro è inoltre dotato di un quadro elettrico dedicato su cui sono

posizionati pulsanti di alimentazione generale e di emergenza, marcia, arresto, contagiri digitale e spie luminose.

Larghezza	1.385 m
Lunghezza	2.300 m
Altezza	1.670 m
Massa	325 kg
Materiale	AISI 304

tab. 6.5 – Caratteristiche meccaniche

Tensione di alimentazione	380 V
Potenza	750 W
Regime di rotazione	2815 giri/min
Grado di protezione	IP 55

tab. 6.6 – Caratteristiche elettriche

Livello di pressione acustica continuo equivalente ponderato A	< 70 dB(A)
Misurazione effettuata con il fonometro posto ad una distanza di 1 m dalla macchina e alla quota di 1,60 m dal suolo (norma IEC651)	

tab. 6.7 – Rumore aereo

Piastra: è stata ottenuta utilizzando una lamina di vetronite avente dimensioni 0.406 m x 0.460 m x 0.0032 m, con una conduttività termica $k = 0.17 \text{ W/mK}$. La superficie che si affaccia sul canale è stata ricoperta con un foglio di rame avente spessore pari a 16 μm ; è stata poi ottenuta, tagliando tale foglio, una serpentina di rame di lunghezza $L_s = 38 \text{ m}$ e larghezza $W_s = 0.0025 \text{ m}$, la cui resistenza elettrica attesa è pari a circa $R = 8.0 \Omega$. Piccole barre di rame sono state saldate alle due estremità, al fine di instaurare ai capi della stessa la desiderata d.d.p.. I flussi termici dissipati sono stati valutati con un'accuratezza del $\pm 2 \%$ attraverso la misurazione della caduta di tensione e dell'intensità di corrente per mezzo della resistenza elettrica. Per ridurre le perdite di calore attraverso la superficie posteriore della piastra riscaldata vi è stato attaccato un blocco di polistirene di circa 0.15 m di altezza. Al fine di ottenere un valore dell'emissività totale della piastra pari a $\epsilon = 0.2$, è stato incollato, sulla superficie della piastra che si affaccia sul canale, un foglio di alluminio di spessore di 25 μm . L'isolamento elettrico tra il rame e il foglio di alluminio è stato ottenuto spruzzando uniformemente una vernice elettricamente isolante su di essi, prima di unirli. Sulla superficie posteriore della piastra alloggiavano, in appositi canaletti, delle termocoppie fissate per mezzo di una colla epossidica 3M. Tali termocoppie corrono

orizzontalmente, parallele alla superficie e quindi si trovano lungo isoterme, allo scopo di minimizzare le perdite di calore per conduzione. Esse sono disposte come mostrato in tab. 6.8:

Termocoppia	Posizione x [m]
G1	0.0025
G8	0.0228
N1	0.0381
L12	0.0533
G2	0,0737
G4	0.0889
G5	0.0991
G6	0.1041
G7	0.1245
G9	0.1397
G11	0.1549
G20	0.1753
G13	0.1803
G14	0.1905
G15	0.2007
G16	0.2057
G63	0.2413
G17	0.2819
N2	0.3175
N3	0.3429
N4	0.3683
N5	0.3835
N6	0.4039

tab. 6.8 – Posizione delle termocoppie sulla piastra

Termocoppie: sono dei sensori di temperatura particolarmente semplici che trasducono direttamente temperatura in forza elettromotrice,

Temperatura \leftrightarrow f. e. m.

mediante l'effetto termoelettrico di Seebeck. Esse sono costituite da due conduttori di materiale differente (A e B) e due giunti (fig.6.5), dove T_0 è detto giunto di riferimento e T_1 giunto di misura.

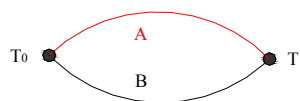


fig. 6.5 – Schema termocoppia

Esse vengono classificate a seconda del materiale utilizzato; nello specifico si utilizzano ventitrè termocoppie di tipo J, per effettuare la misura della temperatura sulla piastra, dieci termocoppie di tipo T per la misura di temperatura del polistirene. I materiali di cui è costituita una termocoppia di tipo J sono Fe / Cu-Ni (costantina), mentre una di tipo T è costituita da Cu / Cu-Ni.

Icepoint: il circuito più utilizzato per misurazioni di temperatura con termocoppie è il cosiddetto “*circuito con giunto di riferimento in bagno di acqua e ghiaccio*”, in cui il giunto T_0 si trova a temperatura $T = 0$ °C. Tale situazione è fedelmente riprodotta elettronicamente dall’icepoint che mantiene la temperatura del giunto di riferimento costante. L’icepoint utilizzato è un *Thermocouple reference unit* della *Isothermal technology LTD*, che prevede cinquanta canali di ingresso e altrettanti di uscita.

Acquisitore: è un’unità di acquisizione dati che permette la lettura di segnali provenienti da un qualsiasi sistema di misura. Nello specifico si è utilizzato il modello *Agilent 34970A* che è in grado di effettuare la misura diretta di termocoppie, di termistori, di tensione DC/AC, di resistenza, di corrente DC/AC, di frequenza e periodo. Sul pannello posteriore dello strumento sono previsti tre slot in grado di accogliere moduli di acquisizione o di commutazione in qualsiasi abbinamento. In questo lavoro si è avuto la necessità di utilizzare questo strumento non a sé stante, ma interfacciato ad un personal computer.

Alimentatore DC: si è utilizzato il modello *HP E3634A* della *HEWLETT PACKARD*, che è un alimentatore DC da 200 W a doppio range con singola uscita; i due range forniti dall’alimentatore consentono l’utilizzo di maggiori tensioni a correnti più basse. Il range di uscita viene selezionato dal pannello frontale, agendo su opportune manopole e leggendo l’esatto valore di tensione e corrente su un display fluorescente.

Multimetro: si è utilizzato il modello *Agilent HP 34401A* che è un multimetro digitale ad alte prestazioni a 6 $\frac{1}{2}$ cifre.

Software: a completare la strumentazione non si può non far menzione dei due principali software di cui si è fatto uso:

- *HP Benchlink data logger* – è un’applicazione per sistemi operativi progettata per semplificare l’uso dell’acquisitore con un pc nella raccolta e nell’analisi delle misure. Va utilizzato per impostare il test, acquisire od archiviare i dati di misura e ottenere la visualizzazione e l’analisi in tempo reale delle misure lette.
- *Sigmaplot 9.0* – è un’applicazione progettata per permettere la visualizzazione di dati in forma di grafici.

6.2.3 Fase preparatoria

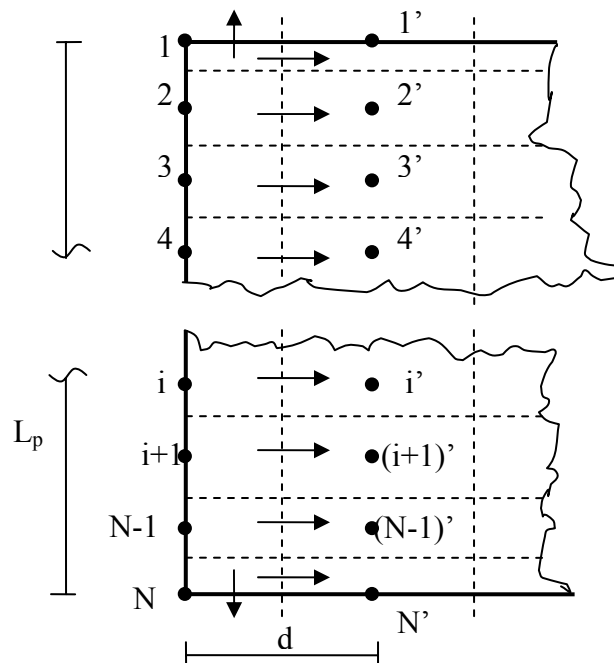
L’introduzione di una nuova apparecchiatura, nel caso in esame il nastro mobile, in una struttura preesistente richiede l’adeguamento di quest’ultima secondo le norme vigenti; questo ha costituito la prima fase.

La fase successiva ha previsto il posizionamento dell'apparecchiatura, effettuato in maniera da rendere ottimale l'ergonomia e la sicurezza del posto di lavoro. La macchina è stata altresì regolata in altezza tramite i piedi regolabili, in modo da garantire la perfetta orizzontabilità.

L'ultima fase ha visto, prima di tutto, il montaggio della piastra sull'opportuna intelaiatura presente sul nastro rotante e quindi l'effettiva realizzazione del canale. La piastra è accoppiata al nastro per mezzo di distanziali in vetro, alloggiati in appositi canaletti in alluminio. Sono stati utilizzati distanziali caratterizzati da due diverse altezze, tali da garantire un'effettiva distanza *nastro-piastra* pari a $b = 0.020$ m in un caso e $b = 0.040$ m in un altro.

Le ventitrè *termocoppie* di tipo J presenti sulla piastra alimentata sono collegate, per mezzo dei relativi cavi termocompensati, a ventitrè canali di ingresso dell'*icepoint*; dopodichè per trasferire il segnale (f.e.m.) dall'*icepoint* alla relativa slot di acquisizione, si utilizzano ventitrè cavi elettrici. Le restanti dieci *termocoppie* di tipo T, presenti sul polistirene, vengono collegate direttamente allo slot di acquisizione. A differenza delle termocoppie di tipo J che sono utilizzate per monitorare la temperatura della piastra, le termocoppie di tipo T servono a calcolare le perdite conduttive che si hanno attraverso il polistirene, in modo tale da poter calcolare l'effettivo flusso smaltito per convezione attraverso il canale. Il valore così calcolato, potrà essere impiegato come condizione al contorno nelle simulazioni numeriche i cui risultati verranno confrontati con i risultati sperimentali.

Lo schema di profondità unitaria, utilizzato per il calcolo delle perdite è il seguente:



in cui la parete di sinistra è l'interfaccia tra la piastra e l'isolante che è a temperatura nota (valori delle termocoppie di tipo J), mentre le pareti superiore ed inferiore appartengono all'isolante e scambiano calore con l'esterno tramite convezione naturale (si è scelto un coefficiente di scambio medio convettivo pari a $h = 3 \text{ W/m}^2\text{K}$). L'altezza delle celle è dettata dalla posizione delle termocoppie di tipo T, per cui l'area di scambio tra le celle i -sima e $i+1$ -sima sono poste all'altezza del punto medio tra i suddetti nodi, mentre la sua ampiezza dipende dalla distanza di tali termocoppie dalla piastra ed è pari a 3,0 cm. Il totale delle perdite verso l'ambiente tramite l'isolante è pari quindi a:

$$Q_{\text{tot}} = \sum_{i=1,N} Q_{i \rightarrow i'} + Q_{1 \rightarrow 0} + Q_{N \rightarrow 0}$$

$$Q_{\text{tot}} = \sum_{i=1,N} k_{is} A_i (T_i - T_{i'}) + h(d/2)(T_1 - T_0) + h(d/2)(T_N - T_0)$$

Per imporre, a questo punto, un determinato flusso termico q_{Ω} alla piastra, quest'ultima viene collegata all'alimentatore DC tramite opportuni cavi elettrici di diametro $\varnothing = 0.006 \text{ m}$. Per tener conto delle eventuali cadute di tensione, viene altresì collegato, tramite cavi elettrici con $\varnothing = 0.003 \text{ m}$, il multimetro direttamente ai morsetti della piastra.

In ultimo, vengono creati dei files *setup* per configurazione il software di acquisizione *HP Benchlink data logger*, tenendo conto del tipo di termocoppia effettivamente utilizzato.

6.2.4 Modalità di sperimentazione

Agendo sulla regolazione dell'alimentatore DC si impone una certa d.d.p. e di conseguenza una certa intensità di corrente I . Come è noto dall'elettrotecnica:

$$P = V \cdot I [W]; \quad V = R \cdot I [V]; \quad q_w = P/A [W/m^2] \quad (6.1)$$

Di conseguenza, la presenza di una d.d.p. ai capi della piastra genera un passaggio di corrente che, per effetto Joule, produce un aumento di temperatura. Per molti metalli la resistenza elettrica aumenta con la temperatura (fig.6.6) secondo una legge del tipo

$$R(T) = R(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot T + \beta \cdot T^2 + \dots) \quad (6.2)$$

La precedente relazione trova applicazione esclusivamente nella parte lineare del legame $R=R(T)$. Entro particolari campi di misura le resistenze elettriche rispondono a tale linearità: infatti sperimentalmente si riscontrano, per diversi metalli, le curve riportate in fig 6.6:

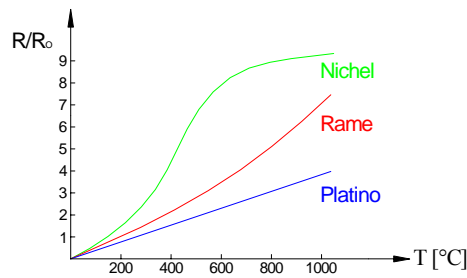


fig. 6.6 – Andamento resistenza al variare della temperatura

Dal diagramma si può osservare un andamento praticamente lineare per il *platino*, mentre il *rame* risulta più sensibile alle alte temperature e la sua curva presenta una certa concavità; il *nichel* risulta ancora più sensibile degli altri metalli (curva maggiormente inclinata) ma la sua risposta alle variazioni di temperatura è fortemente non lineare. Quanto appena detto genera una prima diminuzione di corrente a causa della quale si è costretti ad un continuo adattamento dei valori di tensione, in base alle precedenti relazioni (6.1), per un periodo di tempo pari al transitorio termico della piastra. Tutto ciò è dettato dalla necessità di avere un valore di q_Ω sulla piastra riscaldata imposto costante.

Quindi l'effettiva fase sperimentale inizia nel momento in cui la piastra raggiunge una condizione di regime stazionario (dopo circa 3 ore). A questo punto si attiva l'*icepoint* e l'*unità di acquisizione dati*, si lancia il software *HP Benchlink data logger* con l'opportuno setup e si osservano, tramite una finestra di dialogo, gli andamenti delle tensioni (fig.6.7) delle rispettive termocoppie, fino al momento in cui assumono un profilo pressochè costante.

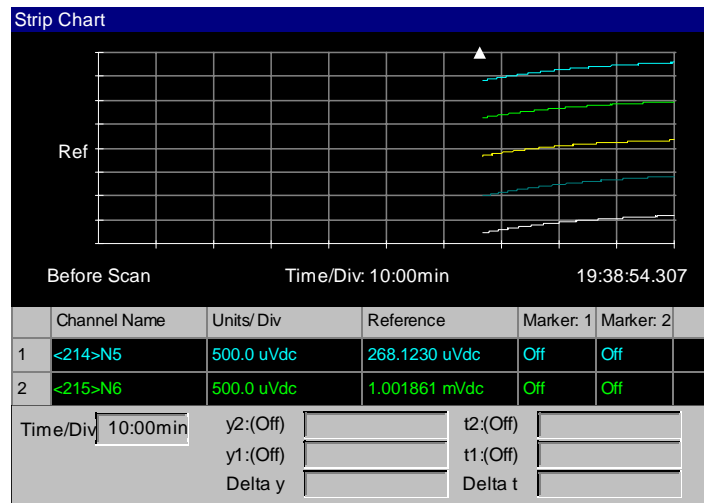


Fig. 6.7 – Andamento tensioni termocoppie

Avvenuto ciò si esporta il file di acquisizione in formato .csv e lo si elabora attraverso il software *Sigmaplot 9.0*, che restituisce una visione grafica della prova.

In questo lavoro sperimentale si è affrontato il problema sia in convezione naturale che mista; i casi in convezione naturale sono riprodotti mantenendo la velocità del nastro nulla, mentre quelli inerenti alla convezione mista con velocità del nastro costante e diversa da zero. In questo ultimo caso si va naturalmente ad alterare il tempo di transitorio termico della piastra.

Inoltre sul tempo totale della prova va ad influire notevolmente la *registrazione* della posizione del nastro, la quale si rende necessaria quando esso si sposta dalla sua posizione ottimale. In tal caso i due sensori induttivi, che ne leggono la posizione, intervengono inviando un segnale al quadro di comando, che genera l'immediato arresto del nastro. Le manovre di registrazione si effettuano, tenendo conto del movimento del nastro, intervenendo sui dispositivi di tenditura del nastro (fig.6.3), nel modo descritto nella seguente tab. 6.9:

<i>Spostamento nastro</i>	<i>Azione correttiva</i>	
	<i>Tenditore rullo</i>	<i>Rullo inferiore</i>
<i>Verso destra</i>	<ul style="list-style-type: none">- tesare tenditore destro- allentare tenditore sinistro	<ul style="list-style-type: none">- spostare verso il basso la parte destra- spostare verso l'alto la parte sinistra
<i>Verso sinistra</i>	<ul style="list-style-type: none">- tesare tenditore sinistro- allentare tenditore destro	<ul style="list-style-type: none">- spostare verso il basso la parte sinistra- spostare verso l'alto la parte destra

tab. 6.9 – Modalità di regolazione nastro rotante

Come si evince dalla tab. 6.9, è possibile effettuare anche una ulteriore registrazione fine mediante la regolazione del rullo folle inferiore (fig.6.8).

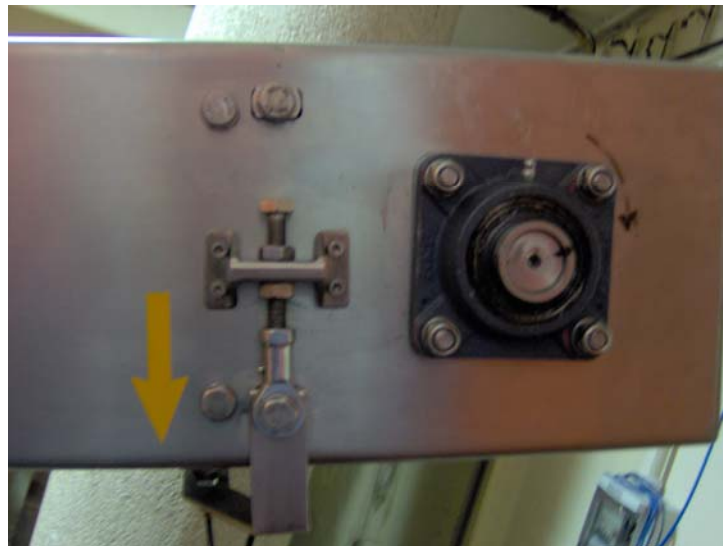


fig. 6.8 – Sistema di regolazione fine

6.3 Risultati sperimentali

6.3.1 Introduzione

In questo capitolo viene presentata un'analisi sperimentale della convezione mista in aria in un canale verticale. Una parete nel canale, costituita da un nastro, non è riscaldata e si muove a velocità costante, mentre l'altra parete è costituita da una piastra riscaldata con un flusso termico uniforme.

Sono state prese in considerazione due configurazioni:

1) **Assisting**, quando l'effetto del movimento del nastro si sovrappone alla convezione naturale;

2) **Opposing**, quando l'effetto del movimento del nastro si oppone alla convezione naturale;

Si sono analizzati gli effetti del flusso termico, dell'intensità e della direzione della velocità del nastro in movimento e della larghezza del canale sui profili di temperatura della piastra riscaldata. I risultati sono presentati in termini di profili di temperatura della piastra riscaldata.

I parametri fondamentali del processo in questo studio sono il numero di Grashof, Gr , ed il numero di Reynolds, Re . L'emissività del nastro in acciaio in movimento è 0.18, mentre l'emissività della piastra riscaldata, rivestita da una lamina di alluminio, è 0.06. Questi valori sono stati misurati attraverso una termocamera infrarossa, con un margine di errore del 5%.

Il nastro rotante è adiabatico grazie ad un blocco di polistirene di 200 mm di spessore collocato dentro l'apparecchiatura sperimentale.

I risultati sono presentati in termini di temperature della piastra riscaldata.

6.3.2 Risultati canale verticale a piastre parallele

Nel seguito vengono presentati i risultati sperimentali per un canale profondo 450 mm e lungo 406 mm, di larghezza b pari a 20 e 40 mm, per un flusso ohmico di parete, q_w , pari a 30, 60 e 120 W/m² e per velocità del nastro $V_b = 0, \pm 0.1, \pm 0.5, \pm 1.0$ m/s. Le velocità positive e negative indicano un movimento del nastro verso l'alto e verso il basso rispettivamente.

La prima configurazione è detta "assisting", poiché il movimento del nastro aiuta il flusso di aria indotto dalla convezione naturale, mentre la seconda configurazione è detta "opposing", poiché il movimento del nastro si oppone alle forze di galleggiamento. Il fluido di lavoro è aria.

6.3.2.1 Configurazione in Assisting

Nelle figure 6.9 e 6.10 sono mostrate le temperature della piastra riscaldata rispetto alla temperatura ambiente, in funzione della coordinata assiale, per diversi valori del flusso termico ohmico e della velocità del nastro, nella configurazione in assisting, per canali paralleli e per una larghezza del canale pari a 20 e 40 mm rispettivamente.

La fig. 6.9 mostra che i profili della temperatura di piastra ottenuti sperimentalmente hanno un andamento simile a quello ottenuto numericamente. Si nota come all'aumentare del flusso termico l'efficacia del moto del nastro si va affievolendo, infatti la distanza tra i profili a velocità diversa si rimpicciolisce.

Dalla fig. 6.10 invece si nota come all'aumentare della distanza tra nastro e piastra diminuisce la loro interazione mutua e quindi l'effetto della variazione di velocità del nastro è quasi trascurabile.

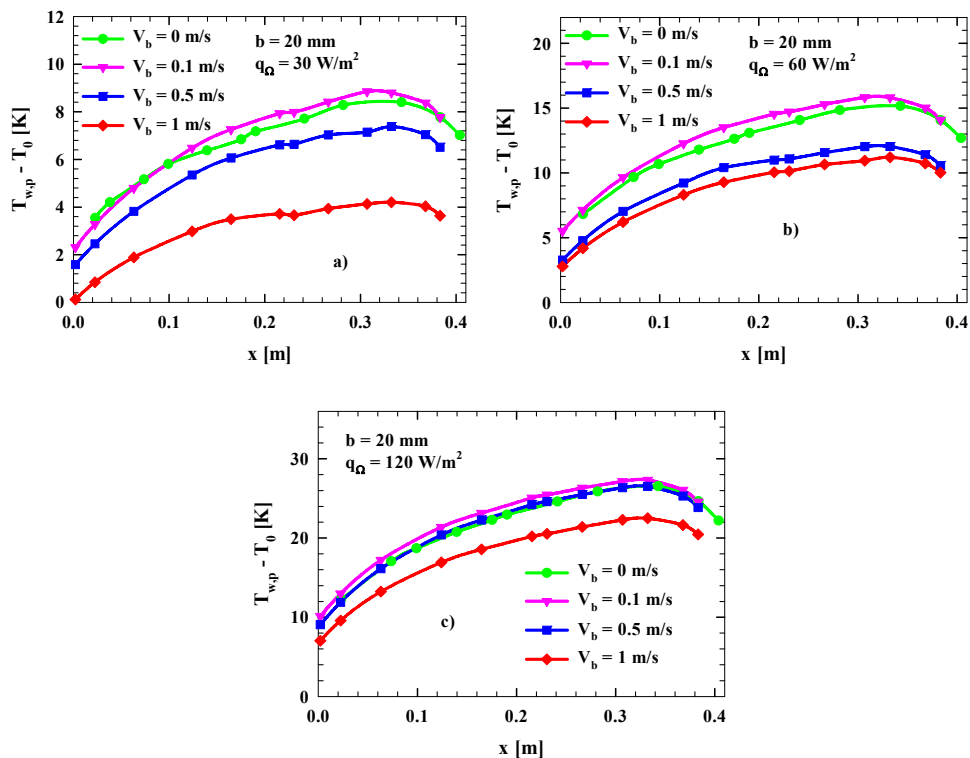


Fig.6.9 Temperature della piastra per $b = 20$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Assisting : a) $q_{\Omega} = 30$ W/m²; b) $q_{\Omega} = 60$ W/m²; c) $q_{\Omega} = 120$ W/m²

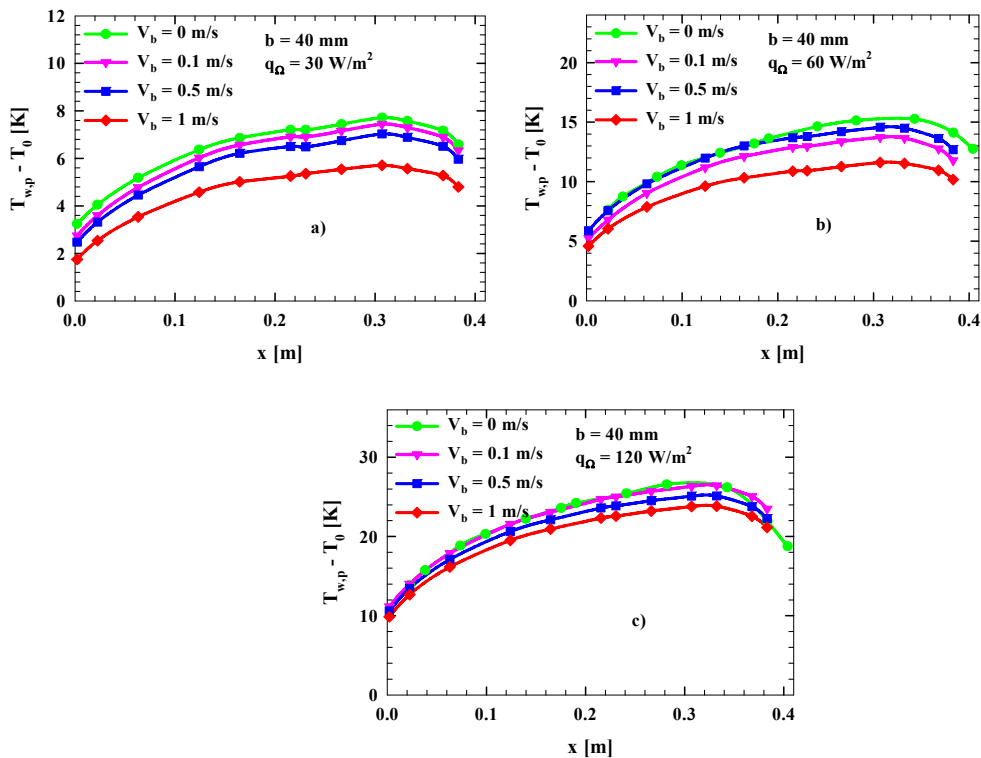


Fig.6.10 Temperature della piastra per $b = 40$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Assisting : a) $q_{\Omega} = 30$ W/m²; b) $q_{\Omega} = 60$ W/m²; c) $q_{\Omega} = 120$ W/m²

6.3.2.2 Configurazione in Opposing :

Nelle figure 6.11 e 6.12 sono mostrate le temperature della piastra, rispetto alla temperatura ambiente, in funzione della coordinata assiale, per diversi valori del flusso termico ohmico e delle velocità del nastro, nella configurazione in opposing, per canali paralleli e per una larghezza del canale pari a 20 mm e 40 mm rispettivamente. La fig. 6.11 mostra come anche sperimentalmente si osserva l'esistenza della velocità di transizione oltre la quale il moto si inverte e l'aria si muove dall'alto verso il basso. Si nota anche come all'aumentare del flusso termico imposto la velocità a cui si osserva la transizione assume valori più elevati a causa del crescere delle forze di galleggiamento. Nella figura 6.12, come in assisting si osserva che all'aumentare della distanza tra nastro e piastra diminuisce la loro interazione.

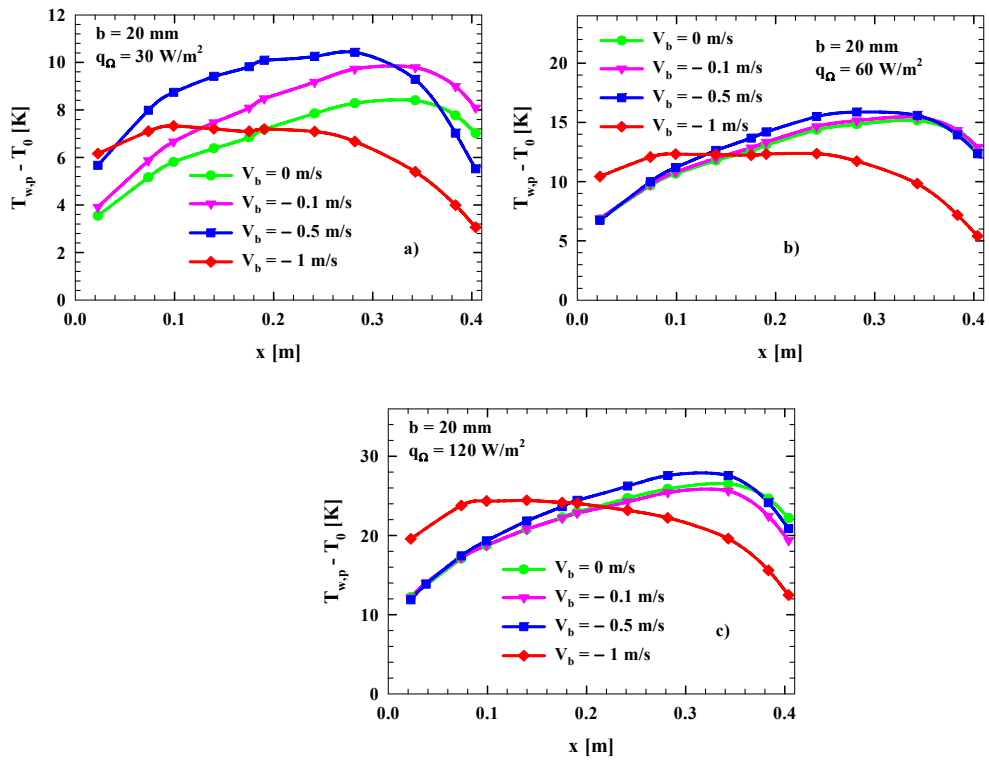


Fig.6.11. Temperature della piastra per $b = 20$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Opposing: a) $q_{\Omega} = 30$ W/m²; b) $q_{\Omega} = 60$ W/m²; c) $q_{\Omega} = 120$ W/m².

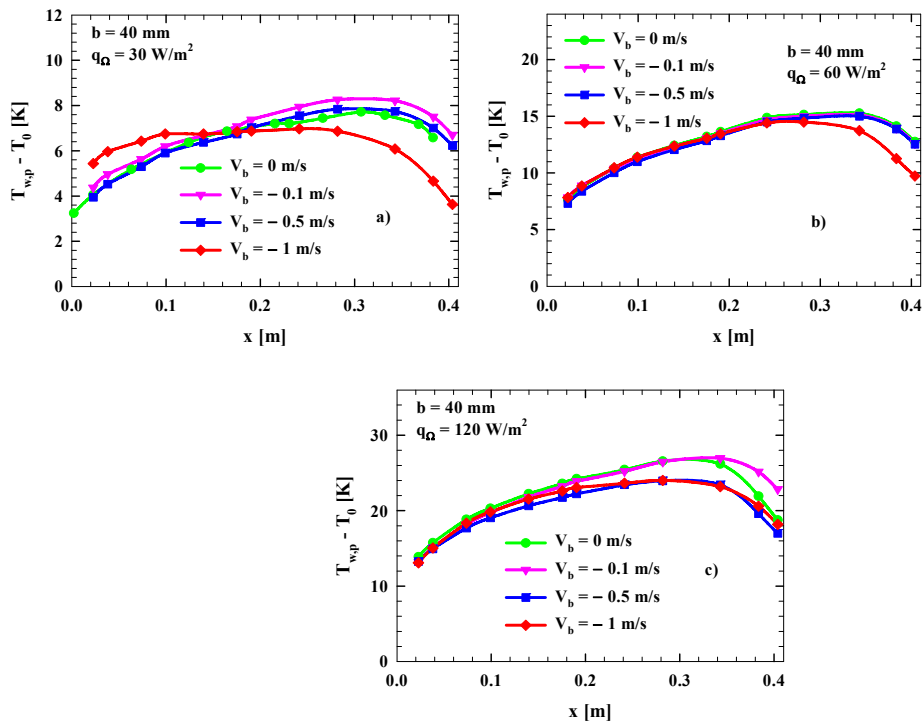


Fig.6.12 Temperature della piastra per $b = 40$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Opposing: a) $q_{\Omega} = 30$ W/m²; b) $q_{\Omega} = 60$ W/m²; c) $q_{\Omega} = 120$ W/m².

6.3.3 Configurazione a piastre inclinate a $\theta = 10^\circ$

6.3.3.1 Configurazione in Assisting

Similmente a quanto è stato presentato nel paragrafo precedente in fig. 6.13 6.14 sono riportati i profili ottenuti sperimentalmente per i casi a canale verticale convergente a 10° , per diversi flussi termici e diverse velocità in assisting.

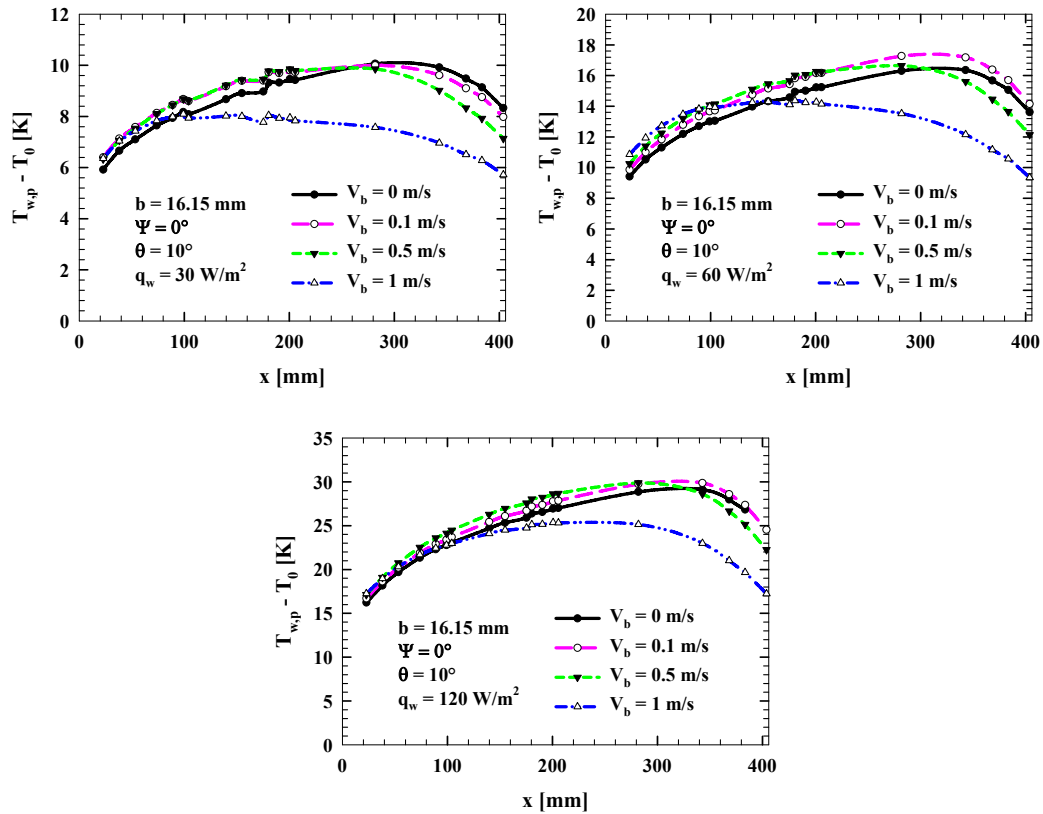


Fig.6.13 Temperature della piastra per $b = 16.15$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Assisting: a) $q_\Omega = 30$ W/m²; b) $q_\Omega = 60$ W/m²; c) $q_\Omega = 120$ W/m².

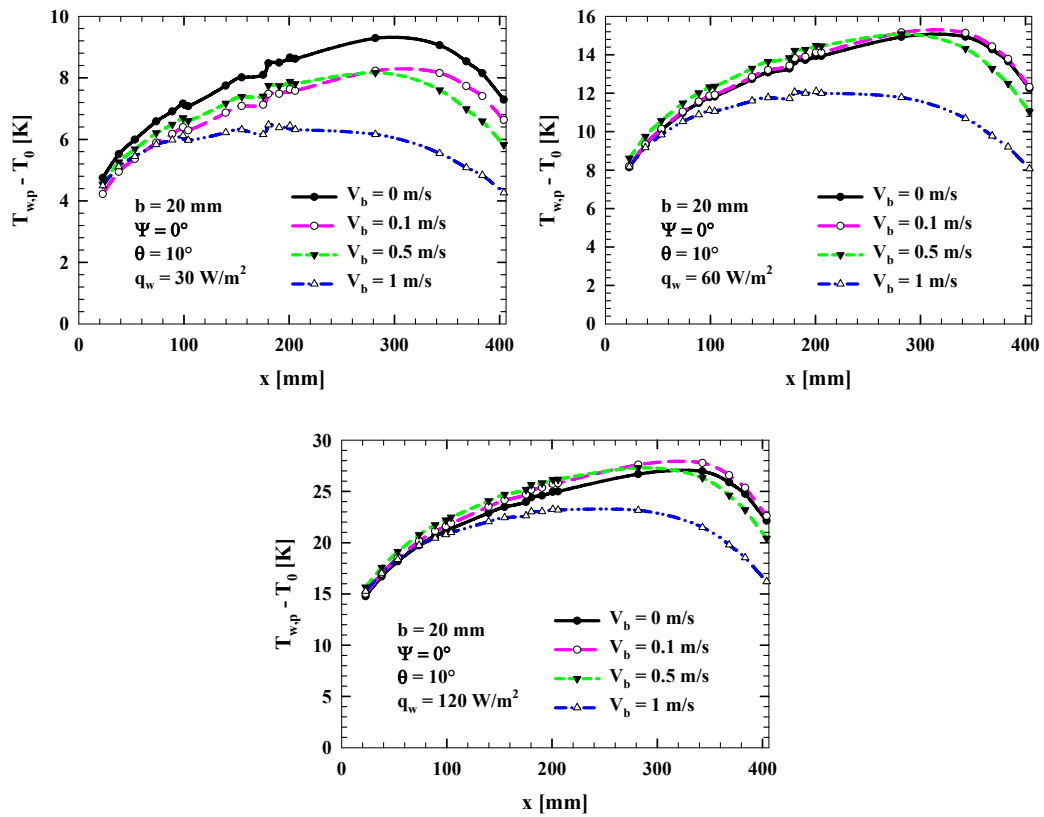


Fig.6.14 Temperature della piastra per $b = 20$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Assisting: a) $q_\Omega = 30$ W/m²; b) $q_\Omega = 60$ W/m²; c) $q_\Omega = 120$ W/m².

6.3.3.2 Configurazione in Opposing

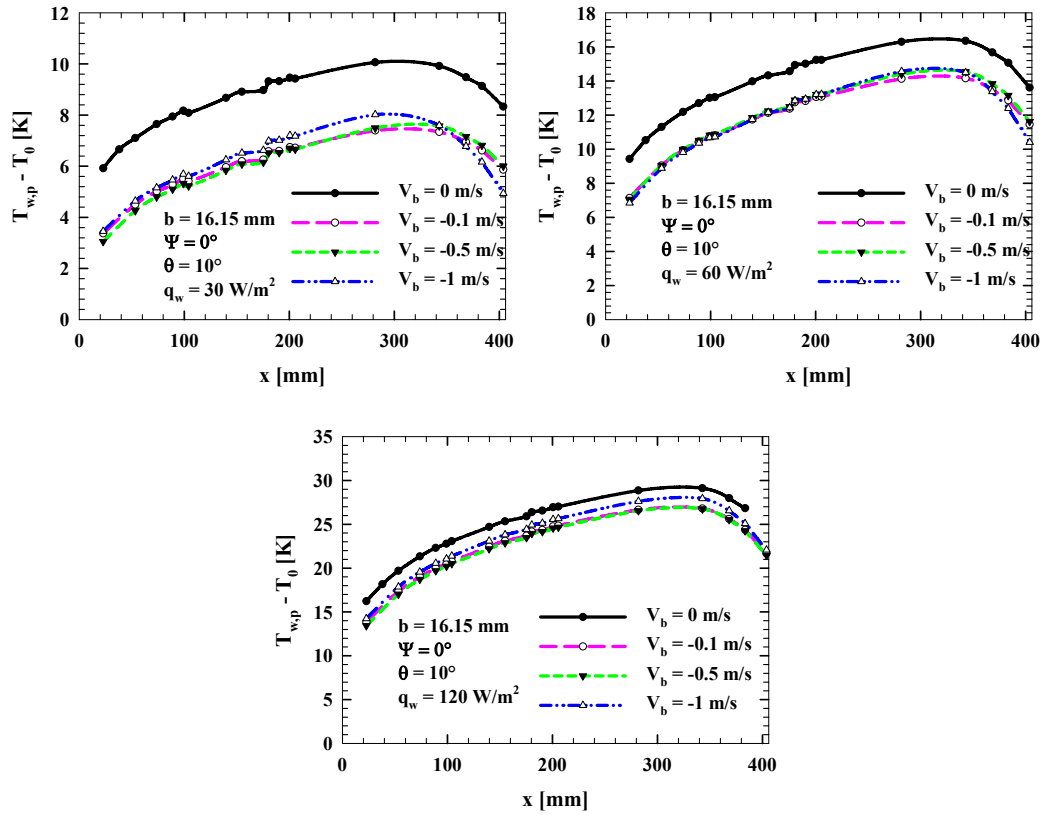


Fig.6.15 Temperature della piastra per $b = 16.15$ mm e per diverse velocità del nastro nella configurazione in Opposing: a) $q_\Omega = 30$ W/m²; b) $q_\Omega = 60$ W/m²; c) $q_\Omega = 120$ W/m².

6.4 Confronto con i risultati numerici

Nel seguito si riporta un confronto tra i dati sperimentali ottenuti con l'apparecchiatura descritta dettagliatamente all'inizio del capitolo e i dati numerici ottenuti tramite l'impiego del codice FLUENT. I confronti sono stati effettuati con riferimento ai casi analizzati sperimentalmente e riportati nelle figure 6.13 e 15. Le simulazioni sono state condotte non imponendo un flusso termico nominale pari a quello ohmico, ma un flusso termico a cui è stata decurtata l'aliquota dispersa verso l'ambiente attraverso le perdite conduttive nel pannello di polistirene. Inoltre sono stati implementati dei modelli radiativi per tener conto dell'emissività non nulla delle superfici. Infine è stato impiegato un modello a proprietà variabili per il fluido.

A titolo d'esempio quindi riportiamo solo i casi a $b = 16.15 \text{ mm}$ e $\theta = 10^\circ$, essendo una configurazione, con la particolare fluidodinamica che si genera, in grado di mettere in luce la bontà del modello.

Flusso teorico	Velocità nastro [m/s]	Flusso imposto [W/m ²]
120	0	106.2
	0.1	105.8
	0.5	106.4
	1	109.2
60	0	52.59
	0.1	52.54
	0.5	51.90
	1	53.98
30	0	26.18
	0.1	25.13
	0.5	26.12
	1	27.07
120	-0.1	106.9
	-0.5	107.2
	-1	107.2
60	-0.1	52.76
	-0.5	52.82
	-1	53.32
30	-0.1	26.24
	-0.5	26.15
	-1	25.99

Fig. 6.10 – Prospetto dei flussi imposti.

Come si nota le maggiori discrepanze si osservano a bassi flussi termici, anche se in alcuni casi c'è una coincidenza quasi perfetta, e in generale in opposing, anche se il modello riesce sempre a predire a quale velocità si instaura la transizione.

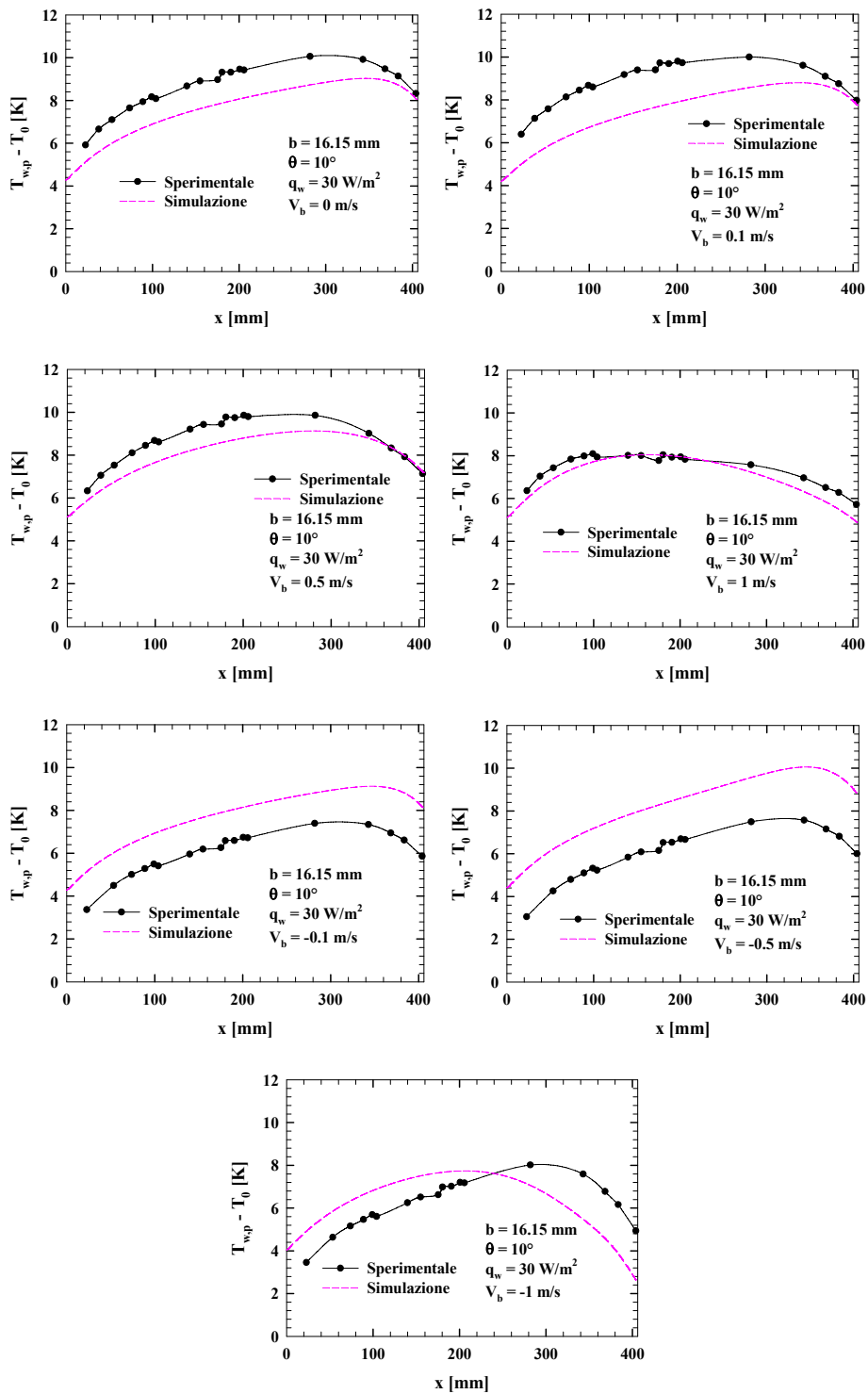


fig. 6.16- Confronto sperimentale-numerico per $q_\Omega = 30$ W/m² al variare di V_b .

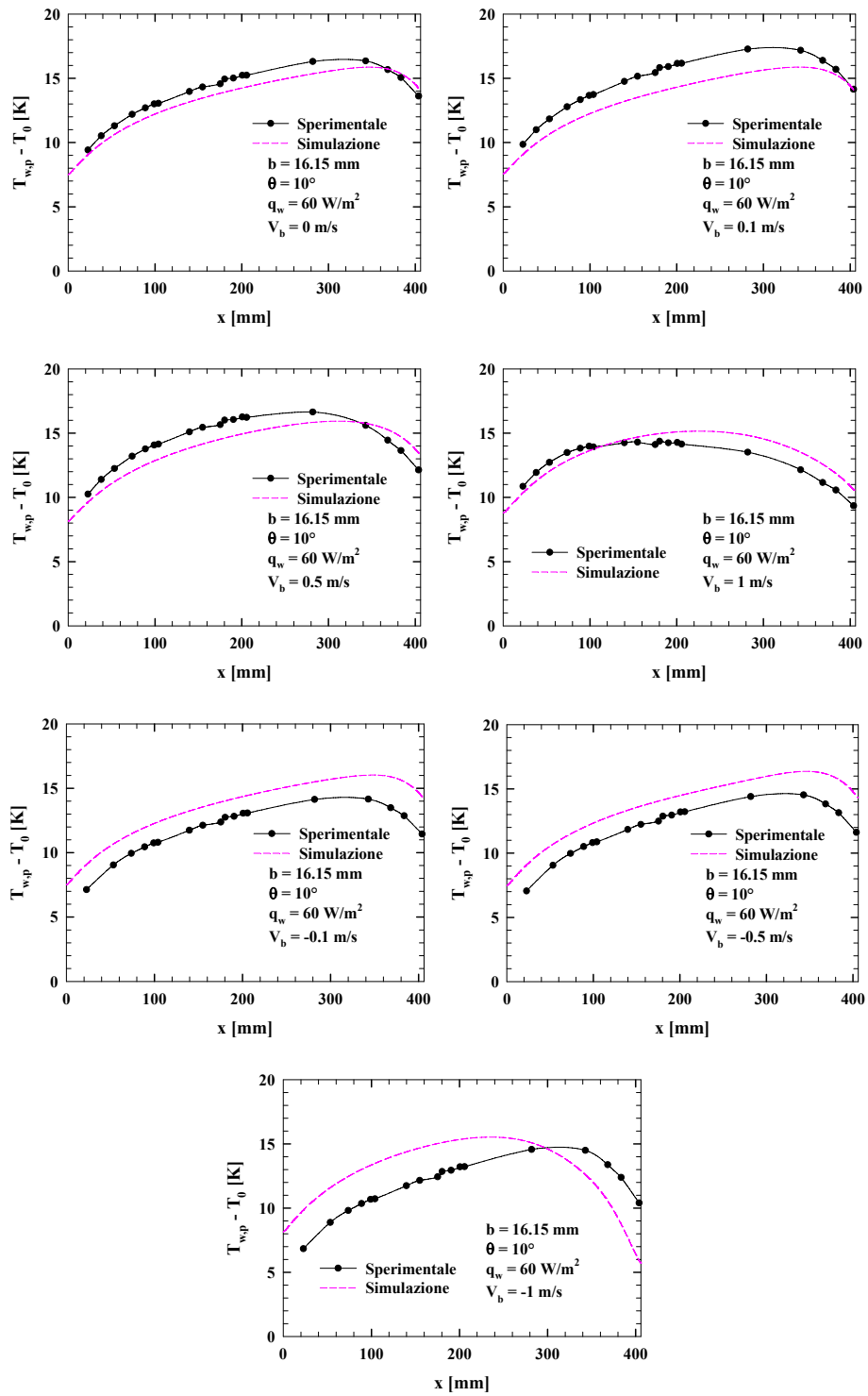


fig. 6.17- Confronto sperimentale-numerico per $q_\Omega = 60$ W/m² al variare di V_b .

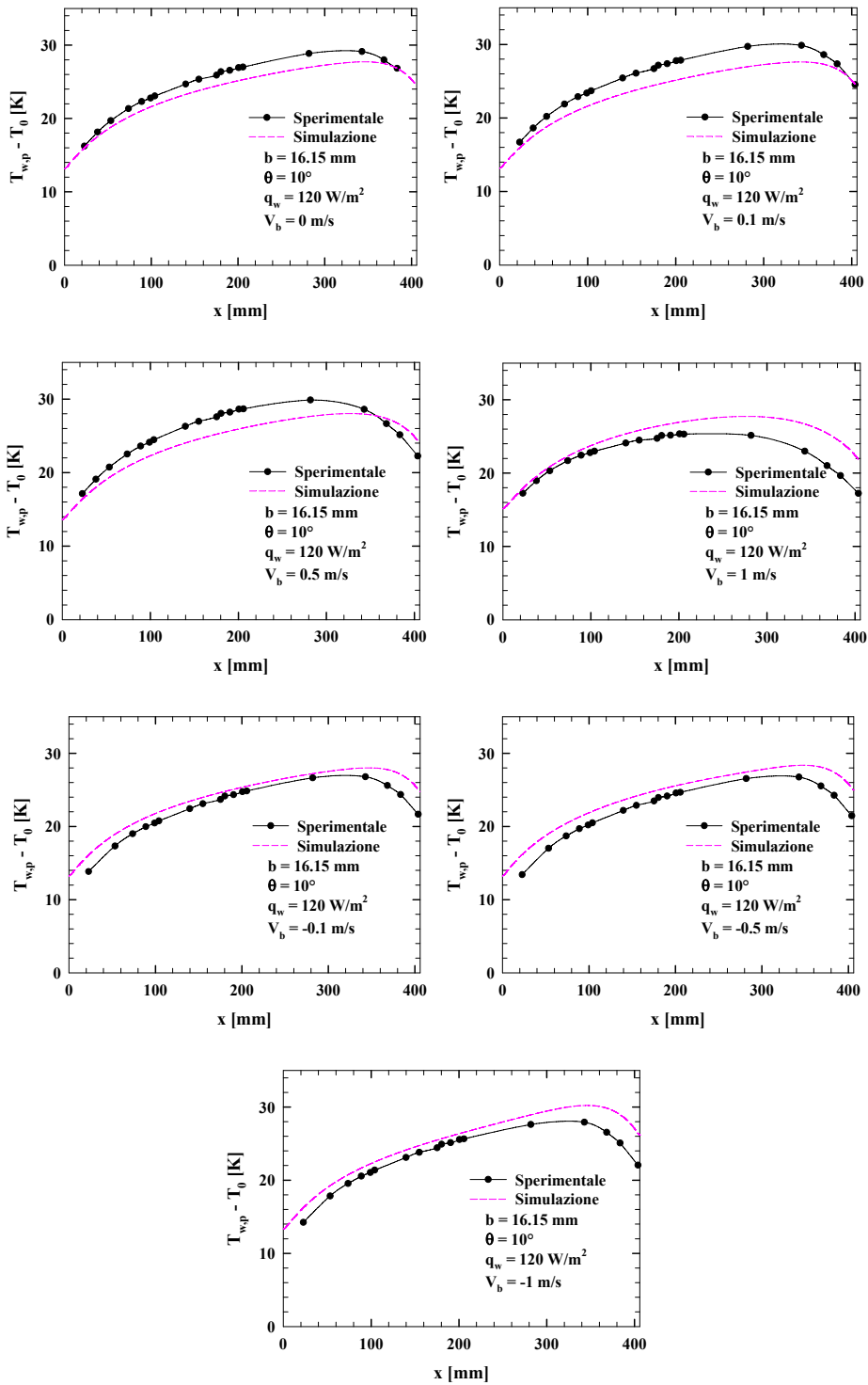


fig. 6.18- Confronto sperimentale-numerico per $q_\Omega = 120$ W/m² al variare di V_b .

6.5 Correlazioni tra grandezze adimensionali

Nella figura che segue (fig. 6.19) si correlano tra loro alcune grandezze adimensionali. In particolare è stato riportato il parametro adimensionale $Nu/Re^{0.6}$ in funzione del numero di *Richardson* per le velocità positive che caratterizzano il fenomeno in esame.

La correlazione proposta in fig.6.19a interpola bene i dati sperimentali così come è dimostrato dall'elevato valore dello scarto quadratico medio ($r^2 = 0.96$). Inoltre i coefficienti della correlazione, si avvicinano parecchio ai coefficienti della correlazione ottenuta tramite analisi numerica e presentata nella fig. 6.19b, almeno nel range di *Ri* comune, infatti l'analisi numerica si è spinta anche a valori del *Ri* (molto bassi) in cui il regime è convezione forzata.

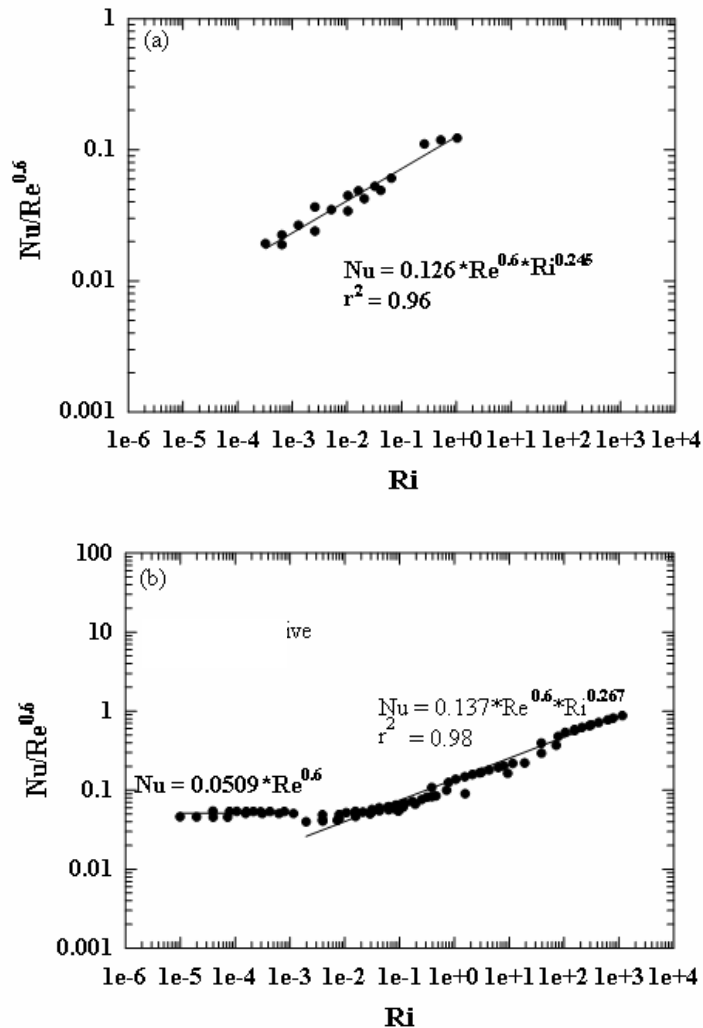


fig. 6.19 - Correlazione tra grandezze dimensionali: $Nu/Re^{0.6}$ in funzione del numero di *Richardson* per le velocità positive

Conclusioni

Conclusioni

A valle del lavoro svolto si possono trarre delle conclusioni sia dal punto di vista metodologico sia dal punto di vista della conoscenza del fenomeno.

Innanzitutto è stata condotta un'analisi di sensibilità alle dimensioni della griglia attenendosi sia a metodologie classiche, per valutare l'entità dell'errore dovuto alla discretizzazione, sia elaborando un metodo originale utile quando vengono utilizzate mesh non strutturate e che ha fornito risultati molto prossimi a quelli ottenuti con metodologie classiche. In particolare si è mostrato come usando una semplice regressione dei risultati ottenuti dalle simulazioni con griglie via via più raffinate, si ottiene un valore asintotico della grandezza in esame molto prossimo a quello ottenuto tramite l'estrapolazione alla Richardson. Inoltre dopo aver ottenuto la relazione che lega la grandezza in esame al numero di celle utilizzate, si può risalire alla griglia da utilizzare, partendo dal grado di accuratezza che si vuole ottenere.

La campagna prove effettuate ha messo in luce l'influenza di alcuni parametri geometrici e fisici sullo scambio termico in tale sistema.

Le simulazioni effettuate sul sistema a canale verticale e piastre parallele ha messo in luce una forte interazione tra nastro e piastra quando la distanza tra essi è molto piccola, mentre al crescere di quest'ultima l'influenza diminuisce drasticamente. Inoltre, quando il moto del nastro si oppone alle forze di galleggiamento, si rileva un equilibrio di forze che genera un vortice all'interno del canale che provoca un incremento delle temperature al suo interno dato che la portata massica che passa attraverso di esso tende ad annullarsi. Incrementando di poco il valore assoluto della velocità del nastro a cui si assiste a questo bloccaggio, il moto si inverte completamente rispetto alla tipologia osservata in convezione naturale e, al contempo si assiste ad una notevole diminuzione delle temperature: tale velocità si definisce di inversione.

Analizzando l'influenza dell'angolo di convergenza del canale, si nota che all'aumentare di esso la fluidodinamica che si genera è notevolmente più complicata. Infatti data la strozzatura del canale si manifestano dei ricircoli anche quando il nastro si muove nel verso concorde alle forze di galleggiamento ne consegue che i profili di temperatura di nastro e piastra si presentano qualitativamente molto diversi dal caso a pareti parallele ed il raffreddamento indotto dal moto del nastro presenta un blanda intensità nella zona inferiore della piastra, più distante dalla parete mobile rispetto alla parte superiore, per cui si hanno dei profili più uniformi e valori di temperatura media che non variano significativamente al variare della velocità del nastro.

La configurazione a piastre parallele in assisting è molto efficace, ad alte velocità del nastro mobile, quando lo scopo del sistema è quello di raffreddare la piastra riscaldata, mentre in convezione naturale e a basse velocità conviene inclinare la piastra rispetto al nastro; se lo scopo è quello di riscaldare il nastro mobile, la configurazione a piastre parallele risulta essere molto efficace dato che in opposing si raggiungono temperature molto più elevate rispetto alla convezione naturale e soprattutto al relativo caso in assisting, ma con una spesa energetica equivalente.

Inclinando tutto il sistema rispetto alla verticale si nota che in assisting esistono poche differenze, mentre in opposing si ottengono valori di velocità di transizioni minori, in valore assoluto, all'aumentare dell'angolo di inclinazione. La configurazione a canale orizzontale e piastre parallele, invece presenta, in convezione naturale, delle

differenze rilevanti rispetto alle altre configurazioni. Infatti data la totale simmetria rispetto al vettore gravitazionale, si istaura ciò che in letteratura viene definito C-loop, ovvero due vortici completamente simmetrici che provocano un punto di ristagno nella mezzeria del canale e il che comporta che le temperature siano di molto maggiori rispetto alle altre configurazioni. In convezione mista questo ristagno scompare per cui le temperature sono paragonabili a quelle dei casi ad angolo di inclinazione minore.

L'utilizzo di modelli che tengono conto dello scambio radiativo ha messo in luce come l'interazione tra nastro e piastra sia maggiore rispetto alle simulazioni in cui tali modelli erano stati trascurati. Infatti soprattutto quando l'angolo di convergenza è massimo, si ottengono valori di temperatura di piastra inferiori, dato il maggior scambio termico con l'ambiente. Inoltre il profilo di temperatura del nastro mobile risulta più uniforme dato l'aumento del fattore di vista tra la parte inferiore di esso e la piastra; infatti nei casi analizzati, in presenza di sola convezione, il nastro si riscalda prevalentemente nella zona superiore, ovvero dal punto in cui lo strato limite termico adiacente alla piastra incontra la parete mobile.

L'adozione di modelli in cui le proprietà termodinamiche del fluido hanno una dipendenza lineare con la temperatura, ha messo in luce i campi di applicazione della più semplice approssimazione di Boussinesq che si è sempre utilizzata nello studio della convezione mista. Si è riscontrato come a bassi flussi termici o ad alte velocità del nastro, ovvero a basse temperature del fluido, l'approssimazione di Boussinesq restituisce soluzioni che differiscono dai modelli più realistici di un valore sempre inferiore all'8%, mentre in convezione naturale e ad alti flussi termici, la discrepanza supera il 20%.

Infine per verificare la bontà del modello numerico è stata condotta una campagna sperimentale con una apparecchiatura progettata e realizzata ad hoc e che ricostruisce il più fedelmente possibile la geometria studiata numericamente. Si è notato che per basse velocità del nastro, le prove sperimentali restituiscono profili di temperatura della piastra riscaldata, abbastanza coincidenti con quelle ottenute dalle simulazioni che utilizzano sia i modelli radiativi, sia i modelli a proprietà variabili con la temperatura; Ad alte velocità le discrepanze sono più evidenti. Inoltre si è notato come i modelli utilizzati predicono abbastanza bene le velocità a cui si attengono le inversioni di moto messe in luce dalla campagna sperimentale.

Bibliografia

Bibliografia

- [1] F. Kreith, *Principi di Trasmissione del Calore*, Liguori editore, 1974.
- [2] Y. Jaluria, *Natural Convection, Heat and Mass Transfer*, Pergamon Press, 1980.
- [3] V. S. Arpaci and P. S. Larsen, *Convection Heat Transfer*, Prentice Hall, 1984.
- [4] S. Kakac, W. Aung and R. Viskanta, *Natural Convection*, Hemisphere Publishing Corporation, 1985.
- [5] R. Mastrullo, P. Mazzei, V. Naso e R. Vanoli, *Fondamenti di Trasmissione del Calore*, Liguori editore, 1991.
- [6] A. Carotenuto, F. Cascetta, A. Cesarano e O. Manca, *Elementi di Trasmissione del Calore*, E.DI.S.U. Napoli 1, 1992.
- [7] B. C. Sakiadis, *Boundary Layer Behaviour on Continuous Solid Surface: I. Boundary Layer Equations for Two-Dimensional and Asymmetric Flows*, AIChE J., Vol. 7, pp. 26-28, 1961.
- [8] B. C. Sakiadis, *Boundary Layer Behaviour on Continuous Solid Surface: II. The Boundary Layer on Continuous Flat Surface*, AIChE J., Vol. 7, pp. 221-225, 1961.
- [9] F. K. Tsou, E. M. Sparrow and R. J. Goldstein, *Flow and Heat Transfer in the Boundary Layer on a Continuous Moving Surface*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 10, pp. 219-235, 1967.
- [10] L. E. Griffin and J. L. Thorne, *On Thermal Boundary Layer Growth on Continuous Moving Belts*, AIChE J., Vol. 13, pp. 1210-1211, 1967.
- [11] L. E. Erickson, L. T. Fan and V. G. Fox, *Heat Transfer on Moving Continuous Flat Plate with Suction or Injection*, Ind. Eng. Chem. Fund., Vol. 5, pp. 19-25, 1966.
- [12] T. S. Chen and F. A. Strobel, *Buoyancy Effect in Boundary Layer Adjacent to a Continuous, Moving Sheets*, Int. J. of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 170-172, 1980.

- [13] A. Moutsoglou and T. S. Chen, *Buoyancy Effect in Boundary Layer on Inclined, Continuous, Moving Sheets*, Int. J. of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 371-372, 1980.
- [14] Koldenhof, *Laminar Boundary Layer on Continuous Flat and Cylindrical Surface*, AIChE J., Vol. 9, pp. 411-418, 1963.
- [15] K. Chida and Y. Katto, *Conjugate Heat Transfer of Continuous Moving Surface*, Int. J. of Heat Transfer, Vol. 19, pp. 453-470, 1976.
- [16] H. K. Kuiken, *The Cooling of a Low-Heat-Resistance Cylinder Moving Through a Fluid*, Proc. Soc. London, Vol. A346, pp. 23-35, 1975.
- [17] M. V. Karwe and Y. Jaluria, *Fluid Flow and Mixed Convection Transport from a Plate in Rolling and Extrusion Processes*, ASME J. Heat Transfer, Vol. 110, pp. 655-661, 1988.
- [18] M. V. Karwe and Y. Jaluria, *Numerical Simulation of Thermal Transport Associated with a Continuously Moving Flat Sheet in Materials Processing*, ASME J. Heat Transfer, Vol. 113, pp. 612-619, 1991.
- [19] M. S. Khader, *Transient Mixed Convection from a Moving Vertical Surface*, ASME Paper No. 81-HT-40, 1981.
- [20] H. Kang, Y. Jaluria and M. V. Karwe, *Numerical Simulation of Conjugate Transport from a Continuous Moving Plate in Materials Processing*, Num. Heat Transfer, Vol. 19, pp.151-176, 1991.
- [21] H. Kang and Y. Jaluria, *Numerical Study of the Fluid Flow and Heat Transfer Due to a Heated Plate Moving in a Uniform Forced Flow*, Num. Heat Transfer, Vol. 22, pp. 143-165, 1992.
- [22] C. A. Rhodes and C. C. Chen, *Thermal Radiation in Laminar Boundary Layers on Continuous Moving Surfaces*, Int. J. of Heat Transfer, Vol. 96, pp. 32-36, 1976.
- [23] T. A. Abdelhafez, *Skin Friction and Heat Transfer on a Continuous Flat Surface Moving in a Parallel Free Stream*, Int. J. of Heat Transfer, Vol. 28, pp. 1234-1237, 1985.
- [24] A. J. Chamkha, H. S. Takhar and G. Nath, *Effect of Buoyancy Forces on the Flow and Heat Transfer over a Continuous Moving Vertical or Inclined Surface*, Int. J. of Thermal Sciences, Vol. 40, pp. 825-833, 2001.

- [25] M. Ali and F. Al-Yousef, *Laminar Mixed Convection Boundary Layers Induced by a Linearly Stretching Permeable Surface*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, pp. 4241-4250, 2002.
- [26] A. Al-Sanea, *Convection Regimes and Heat Transfer Characteristic Along a Continuous Moving Heated Vertical Plate*, Int. J. of Heat and Fluid Flow, Vol. 24, pp. 888-991, 2003.
- [27] H. T. Lin and S. F. Huang, *Flow and Heat Transfer of Plane Surface Moving in Parallel and Reversely to the Free Stream*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 2, pp. 333-336, 1994.
- [28] H. T. Lin, K. Y. Wu and H. L. Hoh, *Mixed Convection from an Isothermal Horizontal Plate Moving in Parallel or Reversely to a Free Stream*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 36, pp. 3547-3554, 1993.
- [29] H. F. Oztop and I. Dagtekin, *Mixed Convection in Two-Dimensional Lid Driven Differential Heated Square Cavity*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 1761-1769, 2004.
- [30] G. Guo and M. A. Sharif, *Mixed Convection in Rectangular Cavities at Various Aspect Ratios with Moving Isothermal Sidewalls and Constant Flux Heat Source on the Bottom Wall*, Int. J. of Thermal Sciences, Vol. 43, pp. 465-475, 2004.
- [31] A. A. Mohamad and R. Viskanta, *Laminar Flow and Heat Transfer in Rayleigh-Bénar Convection with Shear*, Phys. Fluids A., Vol. 4, no. 10, pp. 2131-2140, 1992.
- [32] P. H. Gaskell, M. D. Savage, J. L. Summers and H. M. Thompson, *Stokes Flow in Closed Rectangular Domains*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 22, pp. 727-743, 1998.
- [33] J. C. Leong, N. M. Brown and F. C. Lai, *Mixed Convection from an Open Cavity in a Horizontal Channel*, Int. Comm. in Heat and Mass Transfer, Vol. 32, pp. 583-592, 2005.
- [34] T. W. H. Sheu and S. F. Tsai, *Flow Topology in a Steady Three-Dimensional Lid-Driven Cavity*, Computer & Fluids, Vol. 31, pp. 911-934, 2002.
- [35] R. J. Yang and L. M. Fu, *Thermal and Flow Analysis of a Heated Electronic Component*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, pp. 2261-2275, 2001.

- [36] T. Lee and C. L. Lin, *A Characteristic Galerkin Method for Discrete Boltzmann Equation*, J. of Computational Physics, Vol. 171, pp. 336-356, 2001.
- [37] F. Gürcan, *Effect of the Reynolds Number on Streamline Bifurcations in a Double-Lid-Driven Cavity with Free Surfaces*, Computer & Fluids, Vol. 32, pp. 1283-1298, 2003.
- [38] B. Debusschere and C. J. Rutland, *Turbulent Scalar Transport Mechanisms in Plane Channel and Couette Flows*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 1771-1781, 2004.
- [39] S. Syrjälä, *Numerical Study of Fully Developed Non-Newtonian Fluid Flow and Heat Transfer in a Rectangular Channel with a Moving Wall*, Int. Comm. of Heat Transfer, Vol. 24, No. 1, pp. 11-25, 1997.
- [40] J. R. Maughan and F. P. Incropera, *Regions of Heat Transfer Enhancement for Laminar Mixed Convection in a Parallel Plate Channel*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 555-570, 1990.
- [41] X. Nicolas, J. M. Luijkx and J. K. Platten, *Linear Stability of Mixed Convection Flows in Horizontal Rectangular Channels of Finite Transversal Extension Heated from Below*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 589-610, 2000.
- [42] F. K. Tsou, E. M. Sparrow and R. J. Goldstein, *Flow and Heat Transfer in the Boundary Layer on a Continuous Moving Surface*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 10, pp. 219- 235, 1967.
- [43] M. V. Karwe and Y. Jaluria, *Experimental Investigation of Thermal Transport from a Heated Moving Plate*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 35, pp. 493-511, 1992.
- [44] C. Migeon, G. Pineau and A. Texier, *Three-Dimensionality Development Inside Standard Parallelepiped Lid-Driven Cavities at $Re = 1000$* , J. of Fluids and Structures, Vol. 17, pp. 717-738, 2003.
- [45] P. H. Chen and J.M. Miao, *End Wall Effect on the Mass Transfer in a Square Open Cavity*, Int. Comm. of Heat Transfer, Vol. 26, pp. 165-176, 1999.
- [46] R. Ben Mansour and R. Viskanta, *Mixed Convection Flow and Heat Transfer in a Bottom-Driven Shallow Cavity Heated from Below*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, pp. 175-190, 1994.

- [47] W. L. Lin and T. F. Lin, *Experimental Study of Unstable Mixed Convection of Air in a Bottom Heated Horizontal Rectangular Duct*, Vol. 39, pp. 1649-1663, 1996.
- [48] H. Yang and Z. Zhu, *Exploring super-critical properties of secondary flows of natural convection in inclined channels*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 1217-1226, 2004.
- [49] R. Poskas, P. Poskas and D. Sabanskis, *Local turbulent opposing mixed convection heat transfer in inclined flat channel for unstably stratified airflow*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, pp. 956-964, 2005.
- [50] A. Barletta and E. Zanchini, *Mixed convection with variable viscosity in an inclined channel with prescribed wall temperatures*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 28, No. 8, pp. 1043-1052, 2001.
- [51] A. Barletta and E. Zanchini, *Time-periodic laminar mixed convection in an inclined channel*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 551-563, 2003.
- [52] A. Barletta and E. Zanchini, *Mixed convection with viscous dissipation in an inclined channel with prescribed wall temperature*, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, pp. 4267-4275, 2001.
- [53] E.A. Mohamed, *The effect of variable viscosity on mixed convention heat transfer along a vertical moving surface*. International Journal of Thermal Sciences, vol.45, pp. 60-69, 2006
- [54] Y. Jaluria, *Fluid Flow Phenomena in Materials Processing*, The 2000 Freeman Scholar Lecture, J. of Fluid Engineering, Vol. 123, pp.173-210, 2001.
- [55] R. Gordon, *Chemical Vapour Deposition of Coatings on Glass*, J. Non-Cryst Solids, Vol. 218, pp. 81-91, 1997.
- [56] N. Bansal and R. M. Dickerson, *Tensile Strength and Microstructural Characterization of HPZ Ceramic Fibre*, Mat. Sciences Technology, Vol. A222, pp. 149-157, 1997.
- [57] W. J. Lackey, S. Vaidyaraman, B. N. Beckloff, T. S. Moss and J. S. Lewis, *Mass Transfer and Kinetics of the Chemical Vapour Deposition of Sic on to Fibre*, J. Mater. Res., Vol.13, pp. 2251-2261, 1998.
- [58] G. P. Peterson and A. Ortega, *Thermal Control of Electronic Equipment and Devices*, Advances in Heat Transfer, Academic Press, Vol. 20, pp. 181-314, 1990.

- [59] L. T. Yeh, *Review of Heat Transfer in Electronic Equipment*, J. of Electronic Packaging, Vol.117, pp.333-339, 1995.
- [60] E. Papanicolau and Y. Jaluria, *Mixed Convection from a Isolated Heat Source in a Rectangular Enclosures*, Numerical Heat Transfer, Part. A, Vol. 18, pp. 427-461, 1990.
- [61] E. Papanicolau and Y. Jaluria, *Transition to a Periodic Regime in Mixed Convection in a Square Cavity*, J. of Fluid Mechanics, Vol. 239, pp. 489-509, 1992.
- [62] E. Papanicolau and Y. Jaluria, *Mixed Convection from a Localized Heat Source in a Cavity with Conducting Walls: a Numerical Study*, Numerical Heat Transfer, Part. A, Vol. 23, pp. 463-484, 1993.
- [63] E. Papanicolau and Y. Jaluria, *Mixed Convection from Simulated Electronic Components at Varying Relative Positions in a Cavity*, J. of Heat Transfer, Vol. 116, pp. 960-970, 1994.
- [64] E. Papanicolau and Y. Jaluria, *Computational of Turbulent Flow in Mixed Convection in a Cavity with a Localized Hear Source*, J. of Heat Transfer, Vol. 117, pp. 649-658, 1995.
- [65] Andreotti, Falco e Verolino, *Macchine elettriche statiche*, Zanichelli editore, 2003.
- [66] R. Della Volpe, *Macchine*, Liguore editore, 2002.
- [67] O. C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method*, Mc Graw Hill, 1979.
- [68] O. Manca e V. Naso, *Complementi di Trasmissione del Calore*, E.DI.S.U. Napoli 1, 1994.
- [69] G. Lacasa, *Analisi numerica e sperimentale della convezione mista in canali convergenti*, Tesi di laurea a.a. 2002/2003, Napoli.
- [70] J. P. Roache, *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, Hermosa Publ., Albuquerque, NM, 1998.
- [71] C. Base, *Indagine numerica sulla convezione mista in canali verticali riscaldati con parete mobile adiabatica*, Tesi di laurea a.a. 2003/2004, Napoli.