UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CHIMICA

TESI DI DOTTORATO DI RICERCA INGEGNERIA CHIMICA DEI MATERIALI E DELLA PRODUZIONE - XIX CICLO

DINAMICA DI FLUSSI GRANULARI VELOCI

Comitato Scientifico Prof. Ing. Piero Salatino (relatore) Prof. Ing. Paola Lettieri Prof. Ing. Antonio Marzocchella CANDIDATO ING. PIETRO BARESCHINO

ANNO ACCADEMICO 2005-2006

Indice

Indice generale	i
Indice delle figure	<i>iii</i>
Indice delle tabelle	vi
1. Introduzione	8
1.1 Generalità sui flussi granulari	
1.2 Scopo della tesi	10
2. Analisi della letteratura	13
2.1 Classificazione dei flussi granulari	13
2.1.1 Flussi stazionari	13
2.1.2 Flussi non stazionari	17
2.1.3 Dinamica della regione frontale	18
2.2 Sforzi interni ad un flusso granulare veloce	19
2.2.1 Valutazione dell'entità degli sforzi interni di un flusso granulare ve	eloce 21
2.3 Influenza dello stato di fluidizzazione sui flussi granulari	25
2.4 Flussi granulari in tamburo rotante	27
2.4.1 Regimi di flusso	27
2.4.2 Correlazioni teoriche	29
2.5 Fluidizzazione di solidi granulari	32
2.5.1 Letti fissi e condizione di minima fluidizzazione	33
2.5.2 Regimi fluidodinamici	35
2.5.3 Classificazione di Geldart	39
2.5.4 Correlazioni teoriche	41
2.5.4.1 Velocità di minima fluidizzazione	41
2.5.4.2 Velocità terminale di una singola particella	46
2.5.4.3 Equazioni di Richardson e Zaki	47

Materiali, apparechiature e procedure sperimentali

<i>3</i> .	Apparato sperimentale a tamburo rotante	
3.1	Equazioni e parametri di progetto	50
3	.1.1 Apparato sperimentale	51
3	.1.2 Dispositivi ancillari	53
3.2	Dispositivo sperimentale	57
3	.2.1 Tamburo rotante	57
3	.2.2 Sistema di sospensione e trasporto	59
3	.2.3 Sistema di trasmissione e controllo del moto	59
3.3	Materiali	59
3.4	Diagnostica	60
3.5	Condizioni operative	61
3.6	Procedura sperimentale	61
<i>4</i> .	Apparato sperimentale a letto fluidizzato	

Indice

1.1 D 15	positivo sperimentale	
4.1.1	Colonna di fluidizzazione	
4.1.2	Dispositivo di agitazione	
4.1.3	Dispositivo di movimentazione	
4.1.4	Sistema di alimentazione aria	
4.2 Mat	eriali	
4.3 Dia	gnostica	
4.3.1	Sistema di misura della pressione	
4.3.2	Sistema di videoripresa digitale	
4.4 Con	dizioni operative	
4.5 Pro	cedura sperimentale	
4.5.1	Prove di fluidizzazione senza agitazione e senza cilindro interno	
4.5.2	Prove di fluidizzazione senza agitazione con cilindro interno	
4.5.3	Prove di fluidizzazione in presenza di flusso di scorrimento	
	Prove di collasso	

5. Rist	ultati sperimentali relativi alla fluidizzazione di solidi granula o	ri in flusso di 80
5 I Flui	idizzazione di sferette di vetro	
511	Curve di fluidizzazione	80
5.1.2	Gradienti di pressione	83
5.1.3	Varianza della pressione	
5.1.4	Curve di espansione	85
5.1.5	Analisi in frequenza	87
5.1.6	Prove di collasso	91
5.2 Flui	idizzazione di catalizzatore da cracking	92
5.2.1	Curve di fluidizzazione	92
5.2.2	Gradienti di pressione	94
5.2.3	Curve di espansione	96
5.2.4	Prove di collasso	
6. Ris	ultati sperimentali relativi a flussi granulari in tamburo rotan	te99
6.1 Pro	ve con catalizzatore da cracking (FCC)	99
6.1.1	Regimi di flusso	99
6.1.2	Angolo del centro di massa	
6.1.3	Dinamica della regione frontale	105
6.2 Pro	ve con sferette di vetro (GB1)	112
6.2.1	Regimi di flusso	112
6.2.2	Angolo del centro di massa	117
6.2.3	Dinamica della regione frontale	118
6.3 Pro	ve con sferette cave di vetro (GB2)	123
6.3.1	Regimi di flusso	123
6.3.2	Angolo del centro di massa	124
6.3.3	Dinamica della regione frontale	127
7. Cor	ısiderazioni teoriche	130

•	Considerazioni teoriche	130
7.1	Criterio per l'auto-sostentamento del flusso	130
7.2	Regimi di flusso - classificazione di Mellmann	135

Indice

8.	Conclusioni e prospettive future	137
8.1	Conclusioni	137
8.2	Prospettive future	141
Apper	ndice A	a
Nome	enclatura	i
Biblio	ografia	<i>v</i>

Indice delle figure

Fig. 2.1 Mappa dei regimi fluidodinamici di un flusso granulare in condizioni di volume costante [Campbell, 2006]	16
Fig. 2.2 Mappa dei regimi fluidodinamici di un flusso granulare in condizioni di shear co [Campbell, 2006]	ostante 17
Fig. 2.3 Profili del fronte di un flusso granulare al variare del numero di Froude per deb flow [Mohrig, 1998]	oris 19
Fig. 2.4 Mappa dei regimi di flusso in tamburo rotante	29
Fig. 2.5 - Rappresentazione dei differenti regimi fluidodinamici in un letto fluido[Zijervel 1998]	ld,
	34
Fig. 2.6 - Curva di fluidizzazione: variazione della pressione al fondo del letto al variare velocità del fluido	della 35
Fig. 2.7 - Varianza della pressione in un letto fluidizzato al variare della velocità superfi del gas	ciale 39
Fig. 2.8 - Classificazione di Geldart (1973) dei solidi rispetto alla fluidizzazione	40
Fig. 3.1 - Schema dell'impianto a tamburo rotante	51
<i>Fig. 3.2 - Distribuzione granulometrica su base volumetrica e su base numerica dell'FCC</i>	65

Fig. 3.3 - Distribuzione granulometrica su base volumetrica e su base numerica di GB1	66
Fig. 3.4 – Distribuzione granulometrica su base volumetrica e su base numerica di GB2	? 67
Fig. 4.2 - Schema dell'impianto sperimentale	54
Fig. 4.2 - Distribuzione granulometrica su base volumetrica e su base numerica dell'FCC	C 59
Fig. 4.3 - Distribuzione granulometrica su base volumetrica e su base numerica dei Ballotini	60
Fig. 5.1 - Curva di fluidizzazione per un letto di Ballotini in assenza di cilindro interno agitazione; $H/D = 1$	ed 81
Fig. 5.2 - Curva di fluidizzazione per un letto di Ballotini in presenza di cilindro interno	82
Fig. 5.3 - Curva di fluidizzazione per un letto di Ballotini in presenza di agitazione meccanica	83
Fig. 5.4 - Gradiente di pressione al fondo del letto di Ballotini al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione. $H/D = 1$	ì 84
Fig. 5.5 - Gradiente di pressione nel letto di Ballotini in presenza di cilindro interno e s agitazione al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione	enza 85
Fig. 5.6 - Andamento della varianza della pressione al variare della velocità superficial gas di fluidizzazione parametrico nella velocità di agitazione	le del 86
Fig. 5.7 - Curve di espansione per il letto di Ballotini parametriche nella velocità di agitazion	ne 87
Fig. 5.8 - Funzioni PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione per u di Ballotini in assenza di agitazione meccanica	n letto 88
Fig. 5.9 - Funzioni PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione per u di Ballotini in presenza di agitazione meccanica. Velocità di rotazione = 3 rps	n letto 90
Fig. 5.10 - Funzioni PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione per un let Ballotini in presenza di agitazione meccanica. Velocità di rotazione = 4.5 rps	tto di 91
Fig. 5.11 - Variazione temporale della pressione durante una prova di collasso di un let Ballotini	tto di 92
Fig. 5.12 - Andamento temporale dell'altezza normalizzata durante una prova di collass letto di Ballotini	so di un 93
Fig. 5.13 - Curva di fluidizzazione per un letto di FCC in assenza di agitazione e di cilin interno. $H/D = 1$	ıdro 94
Fig. 5.14 - Curve di fluidizzazione per un letto di FCC in presenza di agitazione meccan parametriche nella velocità di rotazione	iica 95
Fig. 5.15 - Gradiente di pressione al fondo del letto di FCC al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione. $H/D = 1$	96

- Fig. 5.16 Gradiente di pressione (quota media 11.85 cm) nel letto di FCC al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione e parametrico nella velocità di agitazione 96
- Fig. 5.17 Curve di espansione per il letto di FCC parametriche nella velocità di agitazione 97
- *Fig. 5.18 Variazione temporale dell'altezza normalizzata durante una prova di collasso di un letto di FCC* 98
- Fig. 6.1 Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: FCC 40 μm; filling degree = 0.013 103-104
- Fig. 6.2 Angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della
velocità lineare; materiale: FCC 40 μm; filling degree = 0.013105
- Fig. 6.3 –Varianza dell'angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: FCC 40 μm; filling degree = 0.013 106
- Fig. 6.4- Profilo del fronte del flusso granulare; materiale FCC109
- Fig. 6.5 Evoluzione di un "overhang" in corrispondenza del fronte del flusso granulare; materiale FCC; $\omega = 15$ rpm 110
- Fig. 6.6 Eruzione di una bolla d'aria generatasi a seguito della formazione di un overhang; materiale: FCC; ω=15 rpm. 111
- Fig. 6.7-Evoluzione temporale di un "plunging breaker" formatosi in corrispondenza della regione frontale; materiale FCC; $\omega = 15$ rpm. 112
- Fig. 6.8- Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: GB1 55 µm; filling degree = 0.013 115-116
- Fig. 6.9- Evoluzione temporale di "plunging breaker" sul pelo libero del flusso; materiale GB1 55 μ m; ω =25 rpm 117
- Fig. 6.10– Angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB1 55 µm; filling degree = 0.013 118
- Fig. 6.11 Varianza dell'angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB1 55 µm; filling degree = 0.013 119
- Fig. 6.12- Profilo del fronte del flusso granulare; materiale GB1 55 μ m; A) ω =5 rpm; B) ω =15 rpm. 121

- Fig. 6.13- Evoluzione di un "overhang" in corrispondenza del fronte del flusso granulare; materiale GB1 55 μ m; ω =5 rpm 122
- Fig. 6.14- Evoluzione di un "plunging breaker" in corrispondenza della regione frontale del flusso; materiale GB1 55 μ m; ω =25 rpm. 123
- Fig. 6.15- Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: GB2 550 μm; filling degree = 0.013 125-126
- Fig. 6.16 Angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della
velocità lineare; materiale: GB2 550 μm; filling degree = 0.013.127
- Fig. 6.17 Varianza dell'angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB2 550 µm; filling degree = 0.013 128
- Fig. 7.1- Reynolds dilatancy per un solido granulare in flusso132

Fig. 7.2- Meccanismo proposto per la dilatazione di un solido granulare in presenza di u	n
mezzo interstiziale.	133
Fig. A.1 - Particolare della flangia portatubo	a
Fig. A.2 – Particolare della flangia portatubo	b
Fig. A.3 - Sezione del portatubo assemblato	с
Fig. A.4 - Particolare dell'impianto a tamburo rotante	d
Fig. A.5 - Particolare dell'impianto a tamburo rotante	e
Fig. A.6 - Particolare dell'impianto a tamburo rotante	f
Fig. A.7 - Particolare dell'impianto a tamburo rotante	g
Fig. A.8 - Particolare dell'impianto a tamburo rotante	h
Fig. A.9 - Sezione assemblata del rotore	i

Fig. A.10 - Particolare costruttivo della struttura di trasportojFig. A.11 - Particolare costruttivo della struttura di trasportokFig. A.12 - Particolare costruttivo della struttura di trasportolFig. A.13 - Particolare costruttivo della struttura di trasportomFig. A.14 - Particolare costruttivo della struttura di trasporton

Fig. A.15 - Assemblato della struttura di trasporto	0
Fig. A.16 - Albero motore	p
Fig. A.17 - Vista d'insieme dell'impianto a tamburo rotante	q

Indice delle tabelle

Tabella 2.1	Relazioni proposte da Bi e Fan (1992) per la previsione delle condizioni di transizione a letto fluido turbolento o letto fluido trascinato	3 8
Tabella 2.2	Relazione di Richardson e Zaki [1954]	47
Tabella 3.1	Caratteristiche del materiale di riferimento	53
Tabella 3.2	Caratteristiche dei solidi granulari utilizzati	60
Tabella 3.3	Riepilogo delle condizioni operative investigate	61
Tab. 4.1- C	Caratteristiche dei solidi granulari utilizzati.	70
Tab 3.2 - Ri	iepilogo delle condizioni operative investigate.	74
Tabella 5.1	Confronto tra la U_{mf} teorica e sperimentale per Ballotini	81
Tabella 5.2	Riepilogo U_{mf} e U_{mb} per FCC	<i>93</i>
Tab. 6.1 - V	<i>Telocità lineare, numero di Froude e rapporto adimensionale di velocità in fu</i> della velocità di rotazione del rotore; materiale: FCC.	nzione 99
Tab. 6.2 - V	'elocità lineare, numero di Froude e rapporto adimensionale di velocità in fu della velocità di rotazione del rotore; materiale: GB1.	nzione 112
Tab. 6.3 - V	<i>Telocità lineare, numero di Froude e rapporto adimensionale di velocità in fu</i> della velocità di rotazione del rotore; materiale: GB2.	nzione 123
Tab. 6.4 – 1	Riepilogo dei regimi di flusso al variare della velocità angolare del rotore.	128
Tab. 7.1 – K	Rapporto tra il tempo caratteristico di flusso tF ed il tempo di de-aerazione tl FCC, GB1 e GB2 in funzione della velocità lineare.	D per 134
Tab. 7.2 - C	lassificazione dei regimi di flusso in tamburo rotante al variare del numero d Froude e del grado di riempimento f. [Mellmann, 2000]	di 135

1. Introduzione

1.1 Generalità sui flussi granulari

Un flusso granulare può, in maniera estremamente semplice, essere definito come un particolare flusso bifasico, costituito da un fase solida particellare ed un fluido interstiziale, che presenta una reologia estremamente variabile in dipendenza delle caratteristiche del solido e del fluido interstiziale nonché delle condizioni di flusso. In dipendenza dalle sollecitazioni esterne, un solido granulare può presentare proprietà peculiari dei solidi propriamente detti ma anche dei liquidi o dei gas: in condizioni di massimo impaccamento è in grado, come un solido, di sostenere un carico compressivo ma, a differenza di un solido, non presenta resistenza a trazione; in condizioni di estrema diluizione il comportamento è quello di un gas sebbene, a differenza degli urti tra molecole, gli urti tra le particelle risultino anelastici; l'applicazione di una opportuna forza spingente è in grado di indurre lo scorrimento, tuttavia il particolato può reagire come un solido elastico o come un vero e proprio fluido.

Numerosi esempi di flussi granulari possono essere trovati sia in campo industriale che in natura: lo stoccaggio e lo scarico di materiali granulari da tramogge e la caduta libera più o meno repentina di particelle solide sotto l'azione della gravità lungo uno scivolo (*chute flow*) costituiscono classici casi di flussi granulari; in natura, le valanghe, gli spostamenti delle dune di sabbia, i processi di "liquefazione" del terreno, lo scorrimento dei ghiacciai ed i flussi piroclastici costituiscono ancora una volta flussi granulari.

La letteratura sui flussi granulari è stata esaurientemente passata in rassegna da due articoli [*Campbell 2004; Goldhirsch 2003*]. In particolare la rassegna di Campbell riprende e sintetizza efficacemente le conoscenze alla base della formulazione dei termini costitutivi del tensore degli sforzi proprio della fase particellare discreta, analizzata come mezzo pseudo-continuo. Una prima fondamentale distinzione dei flussi granulari viene fatta in relazione al ruolo del fluido interstiziale: flussi granulari "secchi" dominati dalle interazioni tra particelle solide, mentre la fase interstiziale svolge un ruolo modesto. Viceversa, nelle condizioni di flusso aerato assume importanza significativa l'interazione fluido-particella. Campbell [*1990*] introduce una distinzione tra due regimi principali di flusso:

- regimi "quasi statici" o flussi lenti: le particelle della fase granulare sono in contatto, ed interagiscono tra loro per un lungo periodo di tempo. Il regime quasi statico è stato studiato utilizzando modelli validi per deformazioni plastiche basati sul principio di dilatazione di Reynolds [*Reynolds, 1885; Bagnold, 1966*];
- regimi "collisionali" o flussi rapidi: le particelle che formano la fase granulare non sono permanentemente in contatto le une con le altre.

Più di recente lo stesso autore [*Campbell, 2004; Campbell, 2006*] ha evidenziato come, in condizioni di flusso comprese tra quelle dei regimi "quasi statico" e "collisionale", ed in particolar modo per flussi confinati, possa instaurarsi un terzo regime, nel quale forze di inerzia del solido ed elasticità dello stesso controllano la reologia. Ciò si verifica attraverso il continuo rinnovarsi di "catene" di contatti contigui che si stabiliscono in seno alla fase particellare e che sono in grado di resistere agli sforzi che si instaurano nel flusso. Lo stato tensionale del solido soggetto a flusso di scorrimento è pertanto legato, in maniera stocastica, allo stabilirsi ed al rinnovarsi di tali catene.

Gli ambiti di ricerca affrontati nel presente lavoro di tesi riguardano lo studio del moto veloce di solidi granulari, con particolare riguardo alla dinamica della regione frontale di flussi granulari densi veloci.

1.2 Scopo della tesi

Come sarà messo in luce nel successivo Capitolo II, la letteratura scientifica risulta estremamente carente di informazioni sperimentali riguardanti sia l'effetto di un gradiente di scorrimento sulla fluidizzazione di solidi granulari sia la dinamica della regione frontale di flussi granulari non confinati e transitori. In considerazione di ciò e dell'elevato grado di empirismo presente alla base dei criteri di transizione tra i regimi di flusso in tamburo rotante, il presente lavoro di tesi si è sviluppato lungo due direttrici:

progettare e mettere in esercizio un'apparecchiatura sperimentale finalizzata allo studio di flussi granulari veloci non stazionari, focalizzando l'attenzione su flussi granulari riconducibili alla fenomenologia delle granular gravity currents. o granular density currents (correnti fluide in moto all'interno di un altro fluido ad opera della forza di gravità o della differenza di densità esistente tra la corrente ed il mezzo [Schaefer, 1987]); l'impianto sperimentale, descritto al Capitolo III, ha la finalità di instaurare un flusso granulare veloce non stazionario allo scopo di studiare la dinamica del flusso stesso. L'apparato sperimentale è stato esercito con differenti tipologie di solidi granulari a varie velocità di rotazione dell'apparecchiatura, registrando il comportamento del letto di solidi per mezzo di una telecamera ad alta velocità. I filmati ottenuti nel corso delle prove sperimentali sono stati analizzati frame-by-frame allo scopo di: i) identificare i regimi di flusso che si instaurano e determinare valore medio e varianza dell'angolo al centro rispetto alla verticale formato dal centro di massa del sistema; ii) studiare la dinamica della regione frontale di un flusso granulare veloce non confinato e non stazionario, in relazione alle sue interazioni con il mezzo circostante in corrispondenza sia della regione frontale sia del pelo libero superficiale, con particolare attenzione ai meccanismi che determinano lo stabilizzarsi di uno stato fluidizzato;

adattare ed esercire una colonna di fluidizzazione, inserendo al suo interno un dispositivo meccanico di agitazione dotato di variatore di velocità, allo scopo di studiare l'influenza del flusso di scorrimento sulla fluidizzazione di solidi granulari. L'impianto, descritto al Capitolo IV, è stato inoltre dotato di due elettrovalvole allo scopo di eseguire prove di collasso di letti fluidi in presenza o meno di flusso di scorrimento. L'apparato sperimentale è stato esercito con differenti tipologie di solidi granulari, registrando le variazioni di pressione in seno al letto fluido per mezzo di una batteria di trasduttori e la variazione di altezza del pelo libero per mezzo di una telecamera ad alta velocità. Le serie temporali della pressione ottenute nel corso delle prove sperimentali sono state analizzate sia nel dominio del tempo che delle frequenze allo scopo di chiarire l'influenza di un flusso di scorrimento sulla fluidizzazione di solidi granulari. I filmati registrati nel corso delle prove di collasso sono stati analizzati frame-by-frame allo scopo di determinare l'andamento temporale della variazione di altezza del pelo libero in presenza o meno di un flusso di scorrimento.

ANALISI DELLA LETTERATURA

2.1 Classificazione dei flussi granulari

Sulla base della morfologia macroscopica di flusso, i flussi granulari possono essere classificati come confinati (assenza di pelo libero del flusso) o non confinati: ciascuna delle due tipologie può a sua volta essere ulteriormente suddivisa sulla base della stazionarietà o meno del movimento.

Il moto delle correnti granulari di origine naturale è evidentemente riconducibile alla tipologia di flussi non confinati e non stazionari. La non-stazionarietà si manifesta nella presenza di una regione frontale di separazione tra il flusso ed il mezzo in cui si determina la propagazione della corrente. Come verrà evidenziato più compiutamente nel seguito, la presenza di un fronte che avanza insieme al flusso modifica in maniera sostanziale le equazioni costitutive che relazionano sforzi e deformazioni all'interno dello stesso. Lo scambio di quantità di moto tra flusso granulare e mezzo circostante avviene con meccanismi che risultano largamente influenzati dalle condizioni di flusso nella regione frontale.

2.1.1 Flussi stazionari

La ricerca nell'ambito dei flussi granulari stazionari è stata oggetto di notevole interesse da parte di studiosi appartenenti ai più disparati campi. Già Reynolds [1876] documentò che un solido granulare in flusso di scorrimento tende a dilatare in direzione

ortogonale al piano lungo il quale avviene il moto (*Reynolds dilatancy*). Lo stato espanso risulta tuttavia intrinsecamente instabile: il flusso "secco" di un solido granulare avviene secondo una modalità definita *slip-stick*, attraverso periodiche oscillazioni tra uno stato espanso e uno stato denso la cui frequenza è funzione, fissate che siano le proprietà fisico-geometriche del sistema, del solo gradiente di scorrimento [*Bucklin et al., 1996; Schulze, 2003*].

Fin dal pionieristico lavoro di Bagnold [1954, 1966] l'attenzione è stata focalizzata principalmente sui flussi granulari veloci. Bagnold fu il primo ad analizzare a livello particellare i flussi granulari ad elevata velocità in corrispondenza di alti valori del gradiente di scorrimento, giungendo alla determinazione di un'equazione costitutiva per gli sforzi collisionali e di *streaming*. In estrema sintesi Bagnold evidenziò una quasi perfetta analogia tra un flusso granulare ed un fluido viscoso la cui viscosità vari linearmente con la velocità di deformazione. Tale comportamento costitutivo, marcatamente non-Newtoniano, risulta determinato sia dalle interazioni di tipo collisionale tra i grani solidi sia dalla sussistenza di sforzi legati alle componenti fluttuanti delle velocità delle singole particelle.

A partire da Ogawa [1978], la maggior parte dei lavori sia teorici che sperimentali [Jenkins and Savage, 1983; Haff, 1986; Jenkins, 1987; Lun and Savage, 1987; Savage, 1989; Savage and Jeffrey, 1981; Campbell, 1990] sono basati sulla kinetic-theory, così detta per l'evidente analogia tra il moto casuale della fase granulare legato alla componente fluttuante della velocità delle particelle, ed il moto termico delle molecole nella classica teoria cinetica dei gas. In tale ambito, ogni quantità dinamica, quale l'energia cinetica, è assunta consistere della somma di una parte lentamente variabile e di un'aliquota rapidamente fluttuante. I modelli specifici consistono di leggi di conservazione, in forma di equazioni differenziali parziali, modificate secondo particolari equazioni costitutive: saranno di conseguenza basati sulle equazioni di conservazione della massa, dell'energia e della quantità di moto.

Minore attenzione ha ricevuto il regime quasi-statico, studiato utilizzando modelli validi per deformazioni plastiche basati sul principio di dilatazione di Reynolds [*Reynolds, 1885; Bagnold, 1966*] e sull'idea che le deformazioni interne a materiali granulari compattati sono tipicamente irreversibili. Tra i primi rilevanti lavori in letteratura vanno annoverati quello di Jenike e Shield [*1959*] e quello di Jackson [*1983*]

sullo studio dello scarico di materiali granulari da tramogge; tra i più recenti quelli di Pouliquen et al. [1996, 1999] e di Santomaso e Canu [2000] rivolti allo studio del flusso di solidi granulari lungo uno scivolo nella fase stazionaria di regime quasi-statico.

Un notevole progresso nella comprensione dei flussi granulari è stato realizzato [*Campbell*, 2006] nel riconoscere il ruolo svolto dalle "catene di forza" (successioni di contatti contigui che si stabiliscono tra particelle) nella trasmissione delle forze stesse, soprattutto di quelle di natura elastica. L'intero campo di moto viene suddiviso in elastico ed inerziale a seconda che la trasmissione delle forze avvenga o meno ad opera della deformazione delle catene di forza: il regime elastico risulta ulteriormente ripartito in "elastico-quasi-statico" ed "elastico-inerziale", a seconda che la tensione in seno alla fase particellare risulti o meno indipendente dallo *shear*; il regime inerziale risulta invece suddiviso in "inerziale-non-collisionale" ed "inerziale-collisionale" a seconda che le interazioni dominanti tra le particelle siano collisioni binarie o meno.

In figura 2.1 è riportata la suddivisione del campo di moto in funzione sia della concentrazione di solido v che di un parametro adimensionale $k/\rho d^3 \gamma^2$ in condizioni di volume controllato così come proposta dallo stesso autore.



Figura 2.1 - Mappa dei differenti regimi fluidodinamici di un flusso granulare in funzione della concentrazione di solido e del parametro $k/\rho d^3\gamma^2$ ottenuta in condizioni di volume costante [Campbell,2006].

Il parametro adimensionale, definito come rapporto tra le scale caratteristiche delle tensioni inerziale $(\tau/\rho d^2 \gamma^2)$ ed elastica (τ/dk) , può essere riguardato come rapporto tra un tempo caratteristico di *shear* ed un tempo caratteristico del contatto elastico.

È da sottolineare come, ad elevate concentrazioni di solido, un aumento dello *shear* comporti la transizione da regime "elastico-quasi-statico" ad "elastico-inerziale" senza che il sistema passi per un regime inerziale. Quanto detto risulta diretta conseguenza del fatto che lo *shear*, in condizioni di volume costante, non è in grado di determinare la rottura delle catene di forza.

A basse concentrazioni di solido il sistema presenta una transizione altrettanto sorprendente: all'aumentare dello *shear* il campo di moto passa dal regime inerziale a quello elastico; in corrispondenza di un alto grado di vuoto lo *shear* forza il contatto tra particelle (e di conseguenza la formazione di catene di forza) ad una velocità comparabile con quella alla quale le stesse sono allontanate tra loro per effetto delle forze elastiche.

In figura 2.2 è riportata, in funzione dello sforzo adimensionale $\tau_0 d/k$ e del già citato parametro $k/\rho d^3 \gamma^2$, la mappa dei regimi di flusso in condizioni di stress controllato.



Figura 2.2 - Mappa dei differenti regimi fluidodinamici di un flusso granulare in funzione di $\tau_0 d/k$ e del parametro $k/\rho d^3 \gamma^2$ ottenuta in condizioni di stress controllato [Campbell,2006]

2.1.2 Flussi non stazionari

Come già precedentemente accennato, i flussi granulari di origine naturale sono tutti evidentemente non confinati e non stazionari. Tale non-stazionarietà si traduce nella presenza di una regione frontale di separazione tra il flusso vero e proprio ed il mezzo in cui avviene la propagazione dello stesso. La presenza di un fronte che avanza insieme al flusso modifica in maniera sostanziale le equazioni costitutive che relazionano sforzi e deformazioni all'interno dello stesso; lo scambio di quantità di moto tra flusso granulare e mezzo circostante avviene con meccanismi che risultano in tutto o in larga parte differenti da quelli agenti nel caso stazionario.

In termini del tutto generali, un flusso granulare di origine naturale può essere riguardato come una *granular gravity current* o come una *granular density current* cioè come una corrente fluida in moto all'interno di un altro fluido ad opera della forza di gravità o della differenza di densità esistente tra i due [*Schaefer, 1987*]; all'interno della corrente è possibile individuare due strati macroscopici di scorrimento: uno strato libero nella parte superiore del flusso, ed uno strato confinato. I due strati scorrono di conseguenza con velocità differenti: è plausibile che, nella regione frontale, il solido dello strato superiore sopravanzi continuamente quello dello strato inferiore ricadendo al suolo e determinando una sovrappressione dinamica stimabile, in prima approssimazione, applicando l'equazione di Bernoulli ad un generico elemento di flusso tra la condizione di moto e la condizione di stagnazione (velocità nulla dell'elemento stesso in corrispondenza della regione basale). Tale sovrappressione potrebbe o meno generare una condizione di fluidizzazione della regione frontale del flusso.

Numerosi studi [Valentine et al., 1991,1992; Dobran et al., 1993; Neri e Dobran,1994; Neri e Macedonio,1996] hanno fatto ricorso a simulazioni numeriche per lo studio della dinamica di flussi granulari transitori. Sia le analisi teoriche che le simulazioni al calcolatore, tuttavia, non sono supportate da un ugual numero di esperimenti, conservando pertanto un certo grado di empirismo; di conseguenza anche cambiamenti apparentemente innocui ai parametri caratteristici del modello considerato possono comportare drastiche alterazioni dei risultati. Per quanto riguarda la parte sperimentale vera e propria, va rilevato come la totalità degli studi disponibili [*Herbert et al., 1986; Craig et al., 1987; Woods e Bursik, 1994; Bonnecaze et al., 1993 e 1999*] si riferisca alla dinamica di flussi frontali di sospensioni solido-gas diluite, mentre risulta carente la caratterizzazione della dinamica della regione frontale di flussi densi.

2.1.3 Dinamica della regione frontale

La maggior parte dei lavori sperimentali sono focalizzati su flussi granulari confinati e stazionari e perdono, dunque, la complessa dinamica della regione frontale. Questo sia perché i flussi granulari stazionari, trovando largo impiego in applicazioni industriali, sono stati maggiormente investigati sia per la difficoltà di riprodurre su scala da laboratorio un flusso granulare non stazionario. Una estrema incertezza caratterizza dunque diversi aspetti della dinamica della zona frontale.

In generale, il profilo del fronte di un flusso granulare può risultare estremamente diverso in relazione alle diverse condizioni di scorrimento. Mohrig *et al.* [1998] determinarono diverse forme del fronte, come riportato in figura 2.3, e proposero un criterio di categorizzazione basato sul numero di Froude.



Figura 2.3- Profili del fronte osservati per debris flow [Mohrig, 1998]

Quest'ultimo è definito come la radice del rapporto tra la forza inerziale e la forza peso ed è dunque espresso come:

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{g \cdot h_a}} \tag{2.1}$$

con U velocità del fronte, g accelerazione di gravità e h_a spessore medio del *layer* di scorrimento.

Per valori del numero di Froude superiori a 0.35 gli stessi autori hanno ipotizzato la comparsa del fenomeno dell'*hydroplaning* ovvero la formazione di un film di fluido alla base del flusso in grado di sostenere, parzialmente (Fig. 2.4 - B) o totalmente (Fig. 2.4 - C), il carico esercitato dal fronte. La pressione esercitata da questo *layer* risulta all'incirca pari alla sovrapressione determinata dall'effetto di ricaduta al suolo del solido e può ricavarsi da una semplice applicazione dell'equazione di Bernulli ad un generico elemento di flusso tra la condizione di moto e quella di stagnazione allorché nella regione basale l'elemento stesso annulla la sua velocità, ottenendo:

$$P_f = \frac{1}{2}\rho U^2 \tag{2.2}$$

Il fenomeno *dell'hydroplaning* è stato osservato solo per flussi granulari subacquei in quanto nessun esperimento è mai stato condotto nelle stesse condizioni per flussi in aria.

2.2 Sforzi interni ad un flusso granulare veloce

Un problema di notevole complessità nella descrizione della dinamica dei flussi granulari è rappresentato dalla corretta definizione delle leggi di conservazione della massa, dell'energia e della quantità di moto, in forma di equazioni differenziali parziali. L'ultima di queste è forse la più rilevante; essa è basata infatti su equazioni costitutive che relazionano il tensore degli sforzi $T_{i,j}$ ed il tensore delle deformazioni $V_{i,j}$.

In prima approssimazione, i termini relativi al tensore degli sforzi che governa la reologia di un flusso granulare sono riconducibili ai seguenti meccanismi:

• sforzi di tipo frizionale (statici, dinamici): sforzi legati all'instaurarsi di forze di attrito tra particelle contigue. L'entità di tali sforzi è dipendente dallo sforzo normale in seno alla fase particellare secondo la legge di Mohr-Coulomb:

$$\tau_{xv,f} = \sigma_v \cdot \mu = \sigma_v \cdot \tan(\theta_0); \tag{2.3}$$

ove θ_0 è l'angolo di attrito interno e μ è un coefficiente di attrito;

• sforzi di tipo collisionale: si tratta di sforzi legati al trasferimento di quantità di moto dovuto alla interazione di tipo collisionale tra coppie di particelle. Gli sforzi di natura collisionale sono espressi da equazioni costitutive di cui sono state nel tempo fornite formulazioni diverse. Tutte sono concettualmente riconducibili all'equazione proposta da Bagnold [1954]:

$$\tau_{xy,c} = C_f \cdot \rho_p \cdot d^2 \left(\frac{dv_x}{dy}\right)^2 = \eta \cdot \frac{dv_x}{dy}$$
(2.4)

 sforzi di tipo convettivo (streaming): sono sforzi dovuti al movimento stocastico di singole particelle, vettori di quantità di moto, in regimi di flusso diluiti allorché esse si spostano da regioni a velocità più elevata a regioni del flusso a velocità più bassa;

• sforzi interni alla fase fluida interstiziale: sono sforzi di natura viscosa o inerziale propri della fase fluida interstiziale e da questa trasferiti al sistema granulare;

• sforzi inerziali: si tratta di sforzi di natura turbolenta del tutto analoghi agli sforzi di Reynolds nel moto turbolento di fasi fluide e legati alle componenti fluttuanti

della velocità della fase particellare su scale dimensionali di norma molto maggiori delle dimensioni delle singole particelle.

Nel complesso, la reologia di un sistema granulare soggetto a moto di scorrimento è riconducibile a quella di un fluido alla Bingham (comportamento viscoplastico) con comportamento *shear-thickening* [*Botteril et al., 1972; Schurgel, 1971*]. Velocità di flusso particolarmente elevate (quali quelle che possono determinarsi in flussi piroclastici) o l'instaurarsi di condizioni di fluidizzazione possono influire marcatamente sul comportamento reologico di correnti veloci rendendolo discoste da quello osservato nelle condizioni di flusso quasi-statico, come verrà discusso nel seguito.

2.2.1 Valutazione dell'entità degli sforzi interni di un flusso granulare veloce

Nel precedente paragrafo sono stati sommariamente passati in rassegna i meccanismi di scambio di quantità di moto interni ad un flusso granulare, che ne condizionano la dinamica. In questa sezione verrà presentata una valutazione per ordine di grandezza dell'entità relativa dei vari termini che concorrono alla formulazione del tensore degli sforzi ed al regime di flusso che corrispondentemente si instaura per un flusso granulare veloce.

Per i valori tipici dei parametri riguardanti un flusso piroclastico denso (h ≈ 1 m; d_p $\approx 500 \mu$ m; $\rho_m \approx 100 \text{kg/m}^3$; $\rho_p \approx 1000 \text{kg/m}^3$; U $\approx 30 \text{m/s}$; C_f ≈ 0.01) i valori assunti dai numeri adimensionali significativi per il caso in esame risultano essere:

$$Re = \frac{3}{2} \cdot \frac{\rho_m h^2}{K} \cong 10^7 \div 10^8 \qquad Reynolds$$
$$Ri = \frac{g\Delta\rho}{\rho_a} \cdot \frac{h\cos(\theta)}{U^2} \cong 1 \div 10 \qquad Richardson$$

dove per il numero di Reynolds si è assunta un'espressione valida per fluidi a legge di potenza con caratteristiche dilatanti[*Bagnold*, 1954; Savage, 1979; Patton et al., 1987]. In tali condizioni il flusso risulta prettamente inerziale: ciò comporta che il dettaglio del

comportamento reologico, ed in particolare il valore preciso assunto della viscosità dinamica del sistema granulare, diventi scarsamente rilevante ai fini del comportamento macroscopico del flusso, mentre conservi rilevanza ai fini della determinazione della scala minima della turbolenza e delle condizioni locali di scambio di quantità di moto e di dissipazione attraverso interazioni tra particelle e tra queste ed il fluido interstiziale. Il valore assunto dal numero di Richardson consente di ritenere trascurabile lo scambio di quantità di moto per *entrainment* di aria nello strato di scorrimento libero superiore. Il moto stazionario supposto unidimensionale del fronte piroclastico è governato quindi dalla condizione di bilancio tra la forza gravitazionale e la forza d'attrito alla base del flusso stesso:

$$\rho_m g \sin(\theta) h dz = f \frac{\rho_m U^2}{2} dz \qquad (2.5)$$

che, una volta integrata, fornisce:

$$U = \sqrt{\frac{2}{f}g\sin(\theta)h} = \sqrt{\xi h\sin(\theta)}$$
(2.6)

L'analisi della letteratura (*Wallis, 1959; Hopfinger, 1983*) suggerisce $\xi \approx 1000$ m/s². Per piccoli valori di θ viene proposta dalla letteratura inerente il moto di valanghe dense una variante dell'eq. 2.6 che incorpora gli effetti dell'angolo di attrito interno del solido granulare (*Hopfinger, 1983*):

$$U = \sqrt{\xi h[\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)]}$$
(2.7)

in cui μ è il coefficiente di attrito dinamico.

Le equazioni sin qui riportate si riferiscono al moto supposto unidimensionale del flusso piroclastico. In realtà il moto frontale del flusso è intrinsecamente instabile, in quanto la condizione di aderenza in parete fa sì che filetti fluidi a distanze crescenti dalla parete sopravanzino il fronte dando vita a componenti bidimensionali di flusso che, in ultima analisi, si traducono in caduta al suolo del solido ed in intensa vorticità localizzata nella regione frontale. Si tratta del fenomeno dell'*overhang*, associato alla

formazione di un condotto basale dal quale si determina l'espulsione violenta di fluido. Per valori sufficientemente elevati del numero di Froude, come ipotizzato da Mohrig et al. [1998], l'overhang di solidi può spingersi al punto di innescare il fenomeno dell'hydroplaning, ovvero la formazione permanente e continuamente rinnovata di un film di fluido alla base del flusso, responsabile della sostanziale alterazione dei meccanismi di scambio di quantità di moto nella regione basale.

Nella parte basale della regione frontale del flusso, per effetto combinato del moto di traslazione del flusso e della ricaduta al suolo del solido ed in assenza di fenomeni dissipativi, la sovrapressione dinamica massima risulta pari a:

$$p \approx \frac{\rho_m U^2}{2} \tag{2.8}$$

Tale valore è quello che si determina dalla applicazione dell'equazione di Bernoulli ad un generico elemento di flusso tra la condizione di moto e la condizione di stagnazione allorchè nella regione basale del flusso l'elemento stesso annulla la propria velocità. E' da notare come il valore di pressione di stagnazione così valutato differisca dal valore:

$$p' \approx \frac{\rho_g U^2}{2} \tag{2.9}$$

calcolato, sulla base della trattazione classica di von Karman per la propagazione di correnti gravitazionali, assumendo come valore di densità quello del gas atmosferico in cui la corrente si muove. E' plausibile che la pressione di stagnazione p' espressa dalla eq. 2.9 si stabilisca ad una certa distanza dal fronte, laddove svaniscono gli effetti dinamici legati al moto di ricaduta del solido. La massima pressione dinamica che si determina nella regione basale del fronte, definita dalla 2.8 può in linea di principio essere in parte sostenuta dalla fase particellare ed in parte dalla pressione nella fase gassosa interstiziale. A questo riguardo si possono determinare due situazioni estreme:

• se il sistema bifasico è espanso ed ha comportamento dinamico assimilabile a quello di un sistema pseudoomogeneo, la sovrapressione dinamica si manifesta

integralmente come sovrapressione nella fase gassosa. In tal caso le sovrappressioni nella regione frontale del flusso favoriscono aerazione e fluidizzazione del flusso. Ciò si traduce in una diminuzione del coefficiente di attrito dinamico ed in un incremento della velocità frontale;

 se le condizioni di cui sopra non sussistono, una parte rilevante della sovrapressione dinamica associata alla ricaduta del flusso è sostenuta dal solido stesso. Tale circostanza si accompagna ad un incremento del coefficiente di attrito dinamico ed, in ultima analisi, ad un rallentamento del flusso.

Nell'ipotesi in cui sussista la condizione di flusso pseudoomogeneo, il criterio perché si determini in seno al flusso uno stato di fluidizzazione può essere semplicemente formulato nei termini classici di sovrapressione nella parte basale maggiore del carico idrostatico corrispondente al battente di sospensione piroclastica che insiste sulla regione basale. Ciò si traduce in:

$$\alpha \frac{\rho_m U^2}{2} = \alpha \frac{1}{2} \rho_m \xi hsen(\theta) \ge \frac{\rho_m g h}{\cos(\theta)}$$
(2.10)

dove il parametro α (<1) viene introdotto per stabilire l'aliquota della pressione dinamica che si manifesta effettivamente come sovrapressione nella fase interstiziale gassosa. La condizione si traduce in:

$$\frac{\alpha\xi}{2g}sen(\theta)cos(\theta) \ge 1$$
(2.11)

Gli studi di letteratura riferiti alla analisi della dinamica di flussi granulari veloci non stazionari hanno frequentemente invocato l'instaurarsi di condizioni di fluidizzazione come fattore determinante della mobilità del flusso. Riferimenti in tal senso possono trovarsi già nei lavori pionieristici di Kent [1965], Sparks [1976] e più recentemente di Wilson, [1980, 1984]. Salatino [2003] ha sottolineato come l'instaurarsi di condizioni di moto auto-fluidizzato richieda che la sospensione bifasica presenti comportamento prossimo allo pseudoomogeneo, ovvero efficace scambio di quantità di moto tra il solido granulare ed il fluido interstiziale. Tale condizione è favorita da tre fattori: 1) presenza di una consistente aliquota di fini nella miscela granulare; 2) polidispersità della sospensione granulare; 3) sussistenza di una condizione di flusso di scorrimento. E' inoltre necessario che lo stato iniziale del solido granulare sia fluidizzato.

2.3 Influenza dello stato di fluidizzazione sui flussi granulari

Molto esiguo il numero di studi che affrontano il tema dell'influenza che un flusso di scorrimento esercita sulla fluidizzazione di un solido granulare. Tale aspetto è destinato a giocare un ruolo significativo nella dinamica di correnti piroclastiche dense in relazione ai forti gradienti di velocità che si instaurano nella regione basale del flusso. In presenza di uno stato di fluidizzazione le caratteristiche reologiche del particolato sono completamente alterate ed il valore limite di scorrimento dello stesso risulta praticamente nullo: quando un sistema diventa fluidizzato, le tensioni di natura frizionale ed elastiche diventano trascurabili, mentre le tensioni di natura inerziale giocano un ruolo decisivo. La maggioranza degli esperimenti condotti su solidi granulari fluidizzati in flusso di scorrimento riguarda principalmente flussi stazionari lenti, per i quali l'inerzia gioca un ruolo marginale, e di conseguenza non è possibile valutare in maniera quantitativa l'importanza relativa delle singole componenti di tensione. Sebbene non siano molti i lavori presenti in letteratura che analizzano l'influenza del flusso di scorrimento sulla fluidizzazione, si riporta di seguito un'analisi dei contributi disponibili.

D'Amore et al. [1997] sono stati tra i primi a condurre uno studio sperimentale sull'effetto stabilizzante del flusso di scorrimento sulla fluidizzazione omogenea. La sperimentazione è stata condotta fluidizzando un letto di particelle, appartenenti ai gruppi A e B di Geldart, posto tra due cilindri coassiali, dei quali quello esterno è tenuto fermo mentre quello interno è posto in rotazione. A partire dalla considerazione che la formazione di bolle all'interno di un letto fluido solido-gas è attribuibile all'intrinseca instabilità della sospensione bifasica in condizioni di espansione omogenea, gli autori

hanno sostanzialmente dimostrato che lo scorrimento aumenta la diffusività delle particelle e quindi migliora la tendenza delle stesse a distribuirsi uniformemente nel letto, identificando nel contempo un valore critico di scorrimento (dipendente dall'altezza del letto e dalla velocità superficiale del gas) che bisogna applicare per ottenere l'omogeneizzazione.

Nezzal et al. [1998] hanno dimostrato che è possibile fluidizzare polveri coesive appartenenti al gruppo C di Geldart mediante l'impiego di agitazione meccanica, realizzata introducendo all'interno del letto un albero dotato di pale, limitandosi però ad una semplice analisi fenomenologica. Gli autori riportano che, in presenza di flusso di scorrimento, la transizione da letto fisso a letto fluidizzato è graduale e non netta come nella fluidizzazione spontanea ed inoltre che le perdite di carico in condizioni di fluidizzazione risultano minori del peso del letto per unità di sezione.

Druitt et al. [2003] hanno studiato il comportamento fluidodinamico di un materiale naturale (classificato come C secondo Geldart) in presenza di agitazione meccanica ed alta temperatura. La conclusione a cui giungono, in accordo con i risultati sperimentali riportati da Nezzal et al., è che l'introduzione di un flusso di scorrimento consente di fluidizzare polveri coesive: anche una lieve agitazione, impedendo la formazione di aggregati di particelle, previene la formazione di canali preferenziali di flusso; d'altro canto, l'interruzione improvvisa dell'agitazione meccanica durante la fase di espansione omogenea provoca la formazione spontanea di vie preferenziali per il gas all'interno del letto.

In conclusione, i lavori citati consentono di affermare che l'introduzione di un flusso di scorrimento all'interno di un letto di particelle fluidizzate consente di: i) fluidizzare polveri coesive anche a velocità superficiali del gas non molto elevate; ii) indurre fluidizzazione omogenea per materiali appartenenti al gruppo C della classificazione di Geldart; iii) stabilizzare la regione di espansione omogenea ritardando l'inizio del regime di bubbling.

2.4 Flussi granulari in tamburo rotante

2.4.1 Regimi di flusso

In accordo a Henein [1983] e Mellmann [2001] è possibile classificare i differenti regimi di flusso sulla base della differente mobilità della fase solida granulare (Fig. 1.4).

Per bassi valori della velocità di rotazione ω o del coefficiente d'attrito in parete μ_w , il particolato si muove come un corpo rigido (fig 2.4-A e 2.4-B): il campo di moto risulta interamente determinato noti che siano il moto assoluto del baricentro del sistema ed il moto rispetto al baricentro di un altro punto qualunque del sistema stesso.

Nello *sliding* il solido scivola costantemente sulle pareti del cilindro. Nel *surging* vi è continua alternanza tra adesione e scivolamento del solido in parete. In particolare si osservano oscillazioni periodiche tra due angoli limite: quello inferiore corrispondente all'angolo di attrito dinamico (δ_2), quello superiore all'angolo di attrito statico (δ_1). In entrambi i casi il grado di miscelazione tra fase solida e fase gassosa ed all'interno della sola fase solida è trascurabile.

All'aumentare della velocità angolare o per valori maggiori di μ_w il solido si muove secondo il regime di *slumping*: una parte sempre più rilevante di materiale in prossimità del pelo libero superiore si distacca e scorre fintanto che l'angolo di inclinazione con l'orizzontale si mantiene al di sopra dell'angolo di attrito dinamico (fig. 2.4-C). La frequenza con la quale tale fenomeno ha luogo dipende dalla velocità di rotazione e dalle caratteristiche fisico/geometriche delle particelle e dell'apparecchiatura.

Aumentando ancora la velocità di rotazione il fenomeno dello scorrimento diventa continuo. In particolare si osserva la formazione di due strati, quello superiore, o strato attivo, costituito da un *layer* di particelle in flusso di scorrimento uniforme e stazionario e quello inferiore, o strato passivo in cui il solido è trascinato in alto dalle pareti del rotore. La superficie di separazione tra la zona attiva e quella passiva è quella lungo la

quale hanno luogo i fenomeni di miscelazione in seno alla fase solida. La regione attiva risulta sempre più estesa all'aumentare della velocità di rotazione del rotore.

Nel *rolling* (Fig. 2.4-D) la superficie del letto è piatta e costantemente inclinata di un angolo pari all'angolo di attrito dinamico.

Nel *cascading* (Fig. 2.4-E) tale superficie è incurvata e la curvatura aumenta all'aumentare della velocità di rotazione. Questi ultimi due regimi sono quelli maggiormente utilizzati in campo industriale in quanto assicurano un alto livello di miscelazione e, dunque, una buona omogeneità del prodotto.

Il regime che si riscontra all'aumentare della velocità di rotazione è quello indicato con il termine *cataracting* (Fig. 2.4-F) caratterizzato da particelle di solido che, staccandosi dalla superficie del letto, vengono proiettate oltre il punto medio del pendio. All'aumentare della velocità di rotazione aumenta sia il numero di particelle proiettate sia la lunghezza delle traiettorie da esse seguite.

Il regime di *centrifuging* (Fig. 2.4-G), infine, è caratterizzato da un *layer* di particolato uniformemente distribuito su tutta la superficie del tamburo rotante. I grani costituenti il solido granulare vengono schiacciati contro le pareti del rotore ad opera



Figura 2.4- Regimi di flusso di solidi granulari in tamburo rotante

della forza centrifuga.

2.4.2 Correlazioni teoriche

La determinazione delle condizioni di transizione tra i diversi regimi è ancora oggetto di studio e di continue rielaborazioni. Di seguito si riporta un'analisi dei contributi ad oggi disponibili. Si tratta di correlazioni semiempiriche, il più delle volte non generalizzabili in quanto fortemente dipendenti dalle dimensioni dell'apparecchiatura utilizzata e dalle caratteristiche fisico-geometriche del solido testato.

In generale, le correlazioni disponibili sono espresse in funzione del numero di Froude rotazionale (Fr_r) e del grado di riempimento (f). Il numero di Froude rotazionale è definito come:

$$Fr_r = \frac{\omega^2 R}{g} \tag{2.12}$$

dove ω è la velocità di rotazione del rotore, R il raggio di rotazione e g l'accelerazione di gravità, risultando di conseguenza pari al rapporto tra la forza centrifuga e quella gravitazionale. Il grado di riempimento *f* è definito come il rapporto tra il volume apparente occupato dal solido e il volume totale del rotore. Da semplici considerazioni geometriche si ricava:

$$f = \frac{\beta - \sin\beta \cdot \cos\beta}{\pi} \tag{2.13}$$

 $\cos \beta$ angolo al centro del sistema.

In accordo a Cross [1979], da un bilancio sui momenti agenti, è possibile determinare un criterio di transizione dal regime di *slipping* a quello di *cascading*. Detto M_1 il momento dovuto al carico ed M_2 quello dovuto all'attrito tra il solido e le pareti del tamburo, la condizione per la quale si ha transizione al regime di cascading viene espressa come:

$$M_2 > M_1 \tag{2.14}$$

 M_1 è calcolato considerando la forza di gravità agente nel centro di massa del sistema, M_2 integrando la forza di attrito lungo la linea di contatto solido-parete. L'espressione cui si giunge è la seguente:

$$\mu_{W} > \frac{2\sin^{3}\beta\sin\delta}{3(1+Fr)(\beta-\sin\beta\cos\beta)}$$
(2.15)

affinché non si osservi *slipping* la rugosità della parete del tamburo rotante deve dunque essere sufficientemente elevata.

La transizione dal regime di *slumping* a quello di *rolling* è quella maggiormente investigata a causa delle numerose applicazioni industriali in cui tali regimi trovano impiego. Henein et al. [1983], sulla base della considerazione che la transizione tra i due regimi ha luogo quando il tempo caratteristico di *avalanching* uguaglia il tempo necessario a riportare il solido in corrispondenza della stessa altezza da cui esso è caduto, ricavarono un numero di Fr critico in corrispondenza del quale ha luogo la suddetta transizione espresso come:

$$Fr_{C} = \frac{1}{2} \frac{R}{s} (\delta_{1} - \delta_{2})^{2} (\sin \eta - \tan \delta_{2} \cos \alpha)$$
(2.16)

dove R è il raggio del tamburo rotante, *s* è la distanza percorsa da una particella in uno *slump* ed α è la pendenza del pelo libero (in generale assunta uguale all'angolo di attrito dinamico). Il calcolo pratico del Fr_C risulta in generale affetto da un notevole errore a causa della difficoltà con cui vengono stimati δ_I e δ_2 . Un piccolo errore nella valutazione di tali angoli viene amplificato nella valutazione del Froude critico a causa della presenza del termine quadratico. Vi è dipendenza del Fr_C anche dal grado di riempimento. Più è alto infatti il grado di riempimento più *s* è elevato e quindi la transizione al regime di *rolling* si osserverà per valori più bassi del numero di Froude. *Ding et al.*[2001] assumono che la transizione dal regime di *slumping* a quello di *rolling* sia un processo continuo ed ha luogo quando il tempo di *turnover* per i due regimi è uguale. L'espressione cui si giunge è:

$$\frac{\omega_{c}t_{1} + (\delta_{1} - \delta_{2})}{(\delta_{1} - \delta_{2})} = \frac{\frac{(3\Lambda_{m}^{2} + 1)^{2}}{2(3\Lambda_{m}^{2} - 1)}sen^{2}\beta}{(3\Lambda_{m}^{2} + 1)sen^{2}\beta + 2\cos^{2}\beta - \cos\beta\sqrt{3(1 - \Lambda_{m}^{2})(3\Lambda_{m}^{2} + 1)sen^{2}\beta + 4\cos^{2}\beta}}$$
(2.17)

dove ω_c è la velocità di rotazione critica che si intende calcolare, t_1 è il tempo necessario affinché abbia luogo la valanga, Λ_m è un parametro che dipende dalle caratteristiche reologiche del materiale granulare e può essere stimato nota che sia la velocità superficiale massima. *Liu et al.*[2005] definiscono un tempo t_a necessario a che la regione superiore interessata dallo *slumping* si svuoti e un tempo t_p necessario affinché altro solido riempia tale zona. La transizione tra i due regimi avviene quando i due tempi sono uguali. Ciò porta a una diversa formulazione del Froude critico:

$$Fr_{C} = 8\frac{d}{D}\frac{1}{\operatorname{sen}^{2}\beta} (\delta_{1} - \delta_{2})^{2} \operatorname{sen}\delta_{1}$$
(2.18)

Gli autori forniscono anche una relazione empirica che lega δ_l e δ_2 . In questo modo l'errore commesso nella stima del numero di Froude a causa della difficoltà della valutazione dei due angoli viene ridotto in quanto uno solo dei due deve essere effettivamente misurato.

Il criterio su cui si basa la transizione dal regime di *rolling* a quello di *cascading* è basato sull'aumento di curvatura del letto. Tale criterio non è oggettivo a causa della difficoltà di fornirne un'interpretazione matematica. *Henein et al.* [1983] forniscono un criterio basato solo sul *filling degree* ma studi successivi ne hanno dimostrato la non validità generale. *Blumberg* [1995] propone un criterio basato sulla velocità di rotazione e sulla dimensione delle particelle:

$$Fr\left(\frac{D}{d}\right) = 2 \tag{2.19}$$

valido tuttavia solo per particelle di dimensione ridotta.

Henein et al. [1983] hanno proposto un criterio di transizione dal regime di *cascading* a quello di *cataracting* basato sulla condizione che una particella si stacchi dalla sommità della superficie del letto e venga proiettata al di là del punto medio del pendio. Sulla base di ciò sono stati forniti diversi criteri sviluppati a partire dal calcolo delle traiettorie delle particelle. Da un bilancio radiale sulle forze agenti sulle singole particelle Davis ha determinato che la linea di distacco è un cerchio di diametro $d=g/\omega^2$ e centro coincidente con l'asse di rotazione. Zengler ha invece determinato una linea di distacco che ha la forma di una spirale logaritmica con centro coincidente con il polo delle forze.

Nel regime di *centrifuging* le particelle seguono traiettorie simmetriche intorno all'asse di rotazione e perché ciò accada le forze che agiscono su di esse, forze centrifughe e gravitazionali, devono essere in equilibrio. Sulla base di ciò un criterio che permette di individuare tale regime è che il numero di Froude rotazionale sia pari ad uno. In realtà la condizione limite è che Fr>1 a causa della presenza di forze di adesione alla parete.

2.5 Fluidizzazione di solidi granulari

Nonostante gli sforzi profusi nella ricerca sin dai primi anni 40, a tutt'oggi non risulta ancora possibile descrive il flusso solido-gas in letti fluidizzati mediante un modello di natura generale, valido in ogni campo di condizioni operative. Al variare di queste ultime si modificano in maniera anche marcata quelle caratteristiche di flusso (quali la modalità di contatto tra fase solida e fase fluida e la distribuzione dei tempi di permanenza di ciascuna fase all'interno del reattore) che nel loro insieme definiscono i regimi fluidodinamici dei sistemi solido-gas. Ogni regime di fluidizzazione può essere riguardato come una "classe" di condizioni di funzionamento per le quali risultano validi specifici modelli, teorie o correlazioni empiriche. I differenti regimi fluidodinamici osservabili al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione sono schematicamente rappresentati in figura 2.5.



Figura 2.5- Rappresentazione dei differenti regimi fluidodinamici di un impianto a letto fluido al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione, del diametro del condotto e del flusso massico di solido. [Ziierveld.R. 1998].

2.5.1 Letti fissi e condizione di minima fluidizzazione

Si consideri un solido granulare versato in un condotto verticale al fondo del quale sia alimentata una corrente gassosa. Per piccoli valori della velocità superficiale del fluido U_g , definita come rapporto tra la portata volumetrica del gas e la sezione del condotto, il solido è in condizioni di letto fisso (fig. 2.5-1): le particelle sono ferme ed il fluido percola attraverso il letto, il cui comportamento risulta essere analogo a quello di una struttura porosa. In queste condizioni le perdite di carico attraverso il letto sono una funzione crescente della velocità superficiale.

Quando al crescere di U_g la perdita di carico attraverso il letto eguaglia il peso del letto per unità di sezione retta del condotto decurtato della spinta archimedea che il fluido esercita sulle particelle, queste ultime cominciano ad essere sostenute dalla corrente gassosa ed il letto, stanti le forti analogie con il comportamento di un liquido,



Figura 2.6 Curva di fluidizzazione: variazione della pressione al fondo del letto al variare della velocità del fluido

si dice fluidizzato. In condizioni di fluidizzazione la perdita di carico attraverso il letto, pur aumentando la portata di fluido in ingresso, rimane costante e uguale al peso del letto per unità di sezione trasversale corretto della spinta archimedea, sempre che, naturalmente, si possa ritenere trascurabile l'attrito tra la sospensione solido-gas e le pareti della colonna (figura 2.6).

La minima velocità superficiale U_g ed il grado di vuoto ε (definito come la frazione volumetrica occupata dalla sola fase fluida) in corrispondenza dei quali si manifesta la fluidizzazione, caratteristici per ogni specifico sistema solido-gas, si definiscono rispettivamente velocità (U_{mf}) e grado di vuoto (ε_{mf}) di minima fluidizzazione.

La determinazione empirica della velocità di minima fluidizzazione di un dato solido granulare può essere realizzata a partire dalla curva di fluidizzazione, ovvero dall'analisi dell'andamento delle perdite di carico misurate alla base del letto in funzione della velocità superficiale del gas. Tale diagramma ha l'aspetto schematizzato in figura 2.6. Al crescere della U_g, è possibile notare un primo tratto a pendenza positiva, indicativo della dipendenza delle perdite di carico dalla velocità superficiale, ed un secondo tratto a pendenza nulla, corrispondente alla condizione di fluidizzazione: la velocità superficiale in corrispondenza della quale si osserva la variazione di

pendenza risulta essere proprio la U_{mf} . E' da notare come, diminuendo la portata di fluido a partire da un valore corrispondente alle condizioni di fluidizzazione, si registri in genere un'anticipata transizione alle condizioni di letto fisso: la presenza di isteresi della curva di fluidizzazione è conseguenza del fatto che le particelle inizialmente versate nel condotto si impaccano con valori di ε inferiori a quelli registrabili in seguito ad impaccamento graduale.

La letteratura [*Ergun, 1952; Leva, 1952; Wen* e *Yu, 1966; Geldart, 1986; Kunii e Levenspiel, 1991; Syamlal et al., 1993;*] riporta un gran numero di correlazioni teoriche o semi-empiriche per la determinazione della U_{mf}, per una cui analisi approfondita si rimanda al paragrafo 2.6.4.

2.5.2 Regimi fluidodinamici

Per valori di U_g superiori alla U_{mf} si possono riscontrare due tipi di comportamento fluidodinamico che differiscono tra loro per la distribuzione del gas all'interno del letto: fluidizzazione particellare (o omogenea) e fluidizzazione aggregativa (o eterogenea).

La fluidizzazione omogenea è caratterizzata da un valore pressoché uniforme della concentrazione di particelle nel letto, o in maniera equivalente del grado di vuoto, purché il volume di controllo impiegato per definire tali parametri risulti grande rispetto alla scala delle eterogeneità della sospensione (dimensioni delle particelle) ma piccolo rispetto alla dimensione trasversale del letto. Le particelle presentano in genere una scarsa mobilità. Il grado di vuoto ε è funzione crescente di U_g.

La fluidizzazione aggregativa è caratterizzata dal fatto che nel letto si presentano cavità a concentrazione di solido praticamente nulla in tutto e per tutto somiglianti a bolle in un liquido. Il sistema tende a separarsi in una fase densa e in una fase bolle già a velocità U_g di poco superiori ad U_{mf} . La fase densa è costituita da una sospensione con grado di vuoto pressoché identico a ε_{mf} del letto in condizioni di incipiente fluidizzazione; la fase bolle risulta invece costituita da sacche di gas caratterizzate da un tenore di solido molto basso. In linea con le tesi più accreditate [*Twoomy e Johnstone, 1952*], l'aliquota di fluido corrispondente alla portata di minima fluidizzazione percola attraverso la sospensione, mentre il fluido in eccesso rispetto alla portata di minima fluidizzazione ($U_g - U_{mf}$) va a costituire la fase bolle. Queste ultime, al pari di bolle di gas in un liquido, risultano essere in moto ascensionale rispetto al letto: per tale motivo
il regime fluidodinamico in esame viene in genere indicato come regime bollente. In queste condizioni il letto appare uniformemente permeato dal gas ed in dolce movimento, presentando una superficie superiore non ben definita, irregolare e fluttuante.

Le bolle risultano essere caratterizzate da una elevata permeabilità delle pareti, cosa questa che consente il trasferimento attraverso l'interfaccia sia di gas che di solido. A tale permeabilità, ed a fenomeni più complessi di coalescenza e di scissione di bolle, si deve il ricambio del gas presente all'interno delle bolle stesse con quello della fase densa. Tale ricambio risulta essenziale per l'ottenimento di un efficiente livello di contatto tra solido e gas. Il moto delle bolle in seno al letto assolve in pratica la funzione di un agitatore meccanico, con il grande vantaggio però di non presentare fenomeni di usura delle parti meccaniche in movimento (che non sono presenti) e di non richiedere alcuna manutenzione. Inoltre l'ottimo mescolamento del solido del letto (almeno in direzione assiale) ed il continuo ricambio di gas, contribuendo a realizzare un efficiente trasferimento di materia e di calore, costituiscono il principale vantaggio dei processi in letti fluidi.

La velocità superficiale del fluido U_g e il grado di vuoto ε , in corrispondenza dei quali ha inizio la formazione delle bolle di gas in seno al letto, vengono definiti rispettivamente velocità (U_{mb}) e grado di vuoto (ε_{mb}) minimi per la comparsa di bolle.

Il differente comportamento fluidodinamico del letto dipende essenzialmente dalla natura del fluido e delle particelle solide impiegate: la fluidizzazione omogenea è tipica di letti fluidizzati con liquidi oppure di letti di particelle fini fluidizzate con gas; la fluidizzazione eterogenea è caratteristica di sistemi solido-gas costituiti da particelle grossolane. In molti casi, il sistema presenta un comportamento intermedio tra i due appena esposti; all'aumentare della U_g, per valori di quest'ultima superiori ad U_{mf}, è possibile osservare una espansione uniforme del letto, che permane fino al raggiungimento della U_{mb}. Per valori di U_g maggiori della U_{mb} il sistema presenta il comportamento tipico della fluidizzazione aggregativa.

In corrispondenza della velocità di minimo bubbling (U_{mb}) , caratteristica del particolare sistema solido-gas ha inizio la formazione delle bolle di gas in seno al letto. All'aumentare della velocità superficiale del gas, le bolle tendono ad aumentare di volume. L'incremento di volume delle bolle è anche associato a fenomeni di coalescenza delle stesse che hanno luogo durante l'ascesa nel letto. Al tempo stesso possono verificarsi fenomeni di scissione (*splitting*) delle bolle in unità di volume

minore. A regime le dimensioni delle bolle che risalgono il letto sono determinate dagli effetti competitivi della coalescenza e dello *splitting*.

In particolari condizioni può verificarsi che il diametro delle bolle diventi comparabile con il diametro della colonna ed in tal caso il regime fluidodinamico del letto viene definito a *slug* (fig. 2.5 - 5). Quest'ultimo regime non è in generale ottenibile in condotti a sezione molto grande, che permangono di conseguenza in condizioni di letto bollente.

Quando le particelle sono fluidizzate con una velocità del gas superiore alla velocità terminale del solido si osserva un moto turbolento di agglomerati solidi e vuoti di gas di varie dimensioni e forme: in queste condizioni si ha un letto fluido turbolento [*Yerushalmi e Avidan, 1985*]. Tale regime (fig. 2.5 - 7), caratterizzato da una discreta omogeneità della distribuzione del solido nella corrente gassosa, non presenta una netta distinzione tra fase bolle e fase emulsione (sebbene caratterizzato da significative disuniformità di grado di vuoto) né tanto meno un pelo libero ben definito: una elevata quantità di solido è infatti presente nel *freeboard*, la zona posta immediatamente al di sopra del letto, sotto forma di "grappoli" e di lunghe strisce parallele.

La transizione fra fluidizzazione bollente e quella turbolenta è caratterizzata dall'attenuarsi delle fluttuazioni della densità media della sospensione e della perdita di carico media del letto. Per tale motivo, la transizione dal regime bollente a quello turbolento viene in generale caratterizzata diagrammando la varianza delle fluttuazioni nel tempo della perdita di carico attraverso il letto in funzione di U_g (fig. 2.7).

La velocità, comunemente indicata con U_C , a cui avviene l'inizio della transizione è convenzionalmente associata al raggiungimento del valore massimo della varianza delle fluttuazione della perdita di carico attraverso il letto. La transizione si ritiene completa in corrispondenza della velocità, indicata con U_K , oltre la quale l'ampiezza delle fluttuazioni di pressione risulta essere pressoché costante.

Il letto rimane in condizioni di regime turbolento finché non viene raggiunta la velocità di trasporto U_{tr} , definita come la velocità in corrispondenza della quale si registrerebbe in assenza di alimentazione di solido un rapido svuotamento del letto, oltre la quale iniziano i regimi di trasporto.



Figura 2.7 Varianza della pressione in un letto fluidizzato al variare della velocità superficiale del gas.

Le condizioni di transizione tra i regimi di fluidizzazione captivi e quelli di trasporto sono correlabili in termini di dipendenza tra il numero di Archimede ed il numero di Reynolds, valutato sia alla velocità U_K (Re_K) sia alla velocità U_{tr} (Re_{tr}), come mostrato dalla seguente tabella [*Bi e Fan, 1992*]:

Ar < 125	$Re_{tr} = 2.28 Ar^{0.419}$ $Re_{K} = 0.601 Ar^{0.695}$
Ar > 125	$Re_{K} = 2.28 Ar^{0.419}$

Tabella 2.1Relazioni proposte da Bi e Fan (1992) per la previsione delle condizioni di
transizione a letto fluido turbolento o letto fluido trascinato.

Per valori del numero di Archimede minori di 125 si riscontra che, per ogni fissato valore di Ar, $\text{Re}_{\text{K}} < \text{Re}_{\text{tr}}$, mentre per Ar > 125 i due Reynolds coincidono. Nella pratica, un letto di particelle comincia a perdere materiale quando la velocità U_{g} aumenta fino ad un valore prossimo a U_{t} . Il trasferimento di particelle dal letto fluido alla sezione di disimpegno per effetto del gas fluidizzante è detto *entrainment*: per un letto costituito da particelle di granulometria assortita, la perdita di solidi verso la *freeboard* risulta, in generale, notevole anche per bassi valori di U_{g} .

2.5.3 Classificazione di Geldart

Al fine di individuare il comportamento dei sistemi solidi granulari rispetto alla fluidizzazione, è stata proposta da Geldart [1973] una classificazione empirica sulla base della quale è possibile raggruppare le polveri in quattro classi. Il diagramma, riportato in fig. 2.8 e valido utilizzando come mezzo fluidizzante aria a temperatura e pressione ambiente, consente di prevedere la qualità della fluidizzazione attesa per un dato sistema solido-gas in funzione della dimensione media delle particelle e della differenza tra la densità del solido e quella del fluido.



Fig. 2.8- Classificazione secondo Geldart (1973) dei solidi rispetto alla fluidizzazione.

Con riferimento alla figura in esame, le polveri saranno caratterizzate come segue:

gruppo A

Le polveri appartenenti al gruppo A sono fluidizzabili ed ammettono un campo di velocità del gas al cui interno il letto appare fluidizzato omogeneamente; al di sotto di tale campo di velocità il letto è fisso, mentre al di sopra si ha un regime di fluidizzazione bollente. La velocità di minima fluidizzazione è quindi minore della velocità di minimo bubbling ($U_{mb} > U_{mf}$).

L'analisi su letti bidimensionali ha evidenziato che le bolle si rompono e coalescono frequentemente [*Kunii e Levenspiel, 1991*] e la velocità di risalita delle bolle è maggiore di quella del gas interstiziale.

gruppo B

I materiali del gruppo B sono caratterizzati da assenza di espansione omogenea del letto: raggiunta la velocità di minima fluidizzazione si osserva l'istantanea formazione di bolle in seno al letto; in questo caso, come è ovvio, le velocità di minima fluidizzazione e di minimo *bubbling* coincidono ($U_{mb} \cong U_{mf}$). Come per le polveri di tipo A la velocità di risalita delle bolle è maggiore di quella del gas interstiziale.

gruppo C

Le polveri appartenenti al gruppo C sono estremamente fini e leggere, con diametro medio minore di 30 μ m, e presentano un comportamento coesivo. La fluidizzazione di queste polveri è estremamente difficile, fino ad essere preclusa se non tramite l'applicazione di tecniche *ad hoc*. La caratteristica saliente delle polveri di tipo C è quella di essere soggette a fenomeni di aggregazione, rendendo praticamente impossibile al mezzo fluidizzante permeare gli spazi interparticellari; il gas fluisce di conseguenza in maniera non uniforme attraverso canali preferenziali, peggiorando enormemente il contatto tra fase solida e fase gassosa.

gruppo D

I materiali appartenenti al gruppo D sono costituiti da particelle di grandi dimensioni $(d_p>1mm)$ e sono caratterizzati, come i materiali del gruppo B, da assenza di fluidizzazione omogenea e dalla comparsa di bolle fin dall'incipiente fluidizzazione

 $(U_{mb} \cong U_{mf})$. In questo caso la velocità di risalita delle bolle è minore di quella del fluido interstiziale e di conseguenza la miscelazione del solido nel letto non è efficiente come nel caso di polveri appartenenti al gruppo A e B.

Il motivo del diverso comportamento dei solidi granulari nei confronti della fluidizzazione può essere messo in relazione, dal punto di vista microscopico, con la sussistenza di forze interparticellari solido-solido di varia natura. Tali forze, comunque sempre presenti, giocano un ruolo diverso a seconda dei casi: per particelle grossolane risultano trascurabili se paragonate alle forze di natura gravitazionale, assumendo un'importanza sempre maggiore al diminuire delle dimensioni dei solidi granulari fino a diventare confrontabili per particelle aventi diametro medio minore di 100 μ m. Nel caso delle polveri appartenenti al gruppo C della classificazione di Geldart le forze interparticellari risultano maggiori delle forze gravitazionali al punto da provocarne l'agglomerazione ed impedirne la normale fluidizzazione.

Per le polveri di tipo A le forze interparticellari giocano un ruolo importante, anche se non al punto di ostacolarne la fluidizzazione, e molti studi [*Massimilla et al., 1972; Rietema,1973; Mutsers et al., 1977; Piepers et al., 1990*] interpretano la stabilizzazione del regime di espansione omogenea proprio in base alla presenza di forze interparticellari non trascurabili.

2.5.4 Correlazioni teoriche

2.5.4.1 Velocità di minima fluidizzazione

La minima velocità di fluidizzazione è uno dei parametri fondamentali nella progettazione dei letti fluidi. Molte sono le relazioni proposte per il calcolo del suo valore.

Un bilancio della quantità di moto sul letto in condizioni di minima fluidizzazione, che è una condizione limite di letto fisso e fluidizzato, permette di legare il diametro delle particelle da fluidizzare alla velocità minima del gas per cui ciò avviene. La velocità di minima fluidizzazione può essere calcolata, in funzione delle caratteristiche del sistema solido-gas, imponendo l'uguaglianza tra il peso per unità di sezione del letto e la perdita di carico attraverso il letto stesso. Queste ultime sono dovute sia all'attrito viscoso che alle forze di inerzia. Le prime dipendono linearmente dalla velocità superficiale, mentre le seconde risultano dipendere dal quadrato di U_g . L'equazione semiempirica di *Ergun* [1952] esprime in forma adimensionale tale dipendenza:

$$f = \frac{150}{Re} + 1.75 \tag{2.20}$$

con:

$$f = \frac{\Delta P}{2\rho_g U_g} * \frac{d_p}{L} * \left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}\right)$$
fattore d'attrito
$$Re = \frac{\rho_g d_p U_g}{\mu_g} * \frac{l}{(l-\varepsilon)}$$
numero di Revnolds

dove g è l'accelerazione di gravità, ε è il grado di vuoto del letto, ρ è la densità, μ la viscosità e dp è o il diametro della singola particella o, nel caso di una distribuzione di particelle di differenti dimensioni, il diametro medio di Sauter (diametro medio superficie/volume d_{sv}).

Una forma equivalente della 2.20 valutata in corrispondenza delle condizioni di minima fluidizzazione, è la seguente [*Kunii e Levenspiel, 1991*]:

$$Ga = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})}{\Phi^2 \cdot \varepsilon_{mf}^3} Re_{mf} + \frac{1.75}{\Phi \cdot \varepsilon_{mf}^3} Re_{mf}^3$$
(2.21)

con:

$$Ga = \frac{d_p^3 \rho_g (\rho_p - \rho_g)g}{\mu^2}$$
numero di Galileo

$$\Phi$$
fattore di sfericità

Nell'equazione 2.20 e nell'equivalente 2.21 si assume che le perdite di carico siano dovute al solo sforzo viscoso o *drag* del gas sulle particelle, trascurando gli effetti delle forze interparticellari.

Nel caso particolare di particelle molto piccole, se Re_{mf} <20, l'equazione 2.21 si semplifica come segue:

$$U_{mf} = \frac{d_p^2 (\rho_p - \rho_g)g}{150\mu} \cdot \frac{\varepsilon_{mf}^3 \cdot \Phi^2}{1 - \varepsilon_{mf}}$$
(2.22)

Nel caso invece di particelle molto grandi, per le quali Re_{mf}>1000, la 2.21 diventa:

$$U_{mf}^{2} = \frac{d_{p}(\rho_{p} - \rho_{g})g}{1.75\rho_{g}} \cdot \varepsilon_{mf}^{3} \Phi$$
(2.23)

I valori di ε_{mf} e di ϕ si stimano sperimentalmente. Il grado di vuoto è definito:

$$\varepsilon_{mf} = 1 - \frac{m}{\rho_p V_t} \tag{2.24}$$

dove m è la massa del solido e V_t è il volume totale occupato dal letto. La sfericità ϕ è definita come rapporto tra la superficie di una sfera di volume pari a quello della particella e la superficie della particella stessa.

Dalle relazioni sopra riportate è immediato ricavare l'importanza che rivestono sia il grado di vuoto che il fattore di sfericità nella determinazione della velocità di incipiente fluidizzazione. Ad esempio, un errore del 10% sulla valutazione della ε_{mf} comporta un errore nella stima della U_{mf} del 38% nel caso di moto laminare e del 15% in quello turbolento [*Botteril et al, 1982*].

Il grado di vuoto in condizioni di minima fluidizzazione risulta essere funzione della forma e della rugosità del solido e delle dimensioni delle particelle, decrescendo al crescere del diametro medio ed all'estendersi della distribuzione granulometrica. Generalmente per la sua valutazione ci si basa su una misura indiretta, realizzata a partire dalla valutazione del gradiente di pressione lungo il letto; in accordo alla legge fondamentale della fluidizzazione, risulterà infatti:

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = \rho_{P} \cdot (1 - \varepsilon_{mf}) \cdot g \tag{2.25}$$

Anche la sfericità si presenta di difficile determinazione. I metodi proposti per la sua valutazione, basati sull'indagine micrografica dei diametri principali dalla particella, risultano di onerosa applicabilità ad un numero di particelle sufficientemente elevato per un'analisi statistica e per una misura che tenga conto della distribuzione granulometrica. Sono state inoltre mosse delle obiezioni sulla effettiva capacità di questa grandezza morfologica di tenere conto dei fenomeni fluidodinamici intorno alla particella [*Svoboda e Hartman, 1981*].

Proprio per eliminare la dipendenza esplicita della U_{mf} da questi parametri di difficile valutazione, a partire dall'equazione 2.21 e sulla base dell'analisi dei risultati sperimentali, sono state proposte le equazioni di seguito riportate. Queste relazioni sono tutte ricavate a partire dalla legge di Darcy nell'ipotesi che sia possibile considerare il moto di attraverso il mezzo poroso come un flusso alla Poiseuille in canali cilindrici paralleli, con superfici e volumi interni legati alle dimensioni delle particelle:

• Wen e Yu [1966]:

$$Re_{mf} = [(33.7)^2 + 0.0408 \cdot Ga]^{0.5} - 33.7$$
(2.26)

• Leva [1952] (valida solo per Re_{mf}<5.):

$$G'_{mf} = 0.0093 \cdot \frac{\left[\rho_g \left(\rho_g - \rho_p\right)\right]^{0.94}}{\mu^{0.88}} d_p^{1.82}$$
(2.27)

dove G'_{mf} è la velocità superficiale di massa alla minima fluidizzazione.

Le equazioni 2.21, 2.26 ed 2.27 sono capostipiti di una numerosa "prole" di correlazioni empiriche utili per la predizione della U_{mf} , valide però solo in corrispondenza di specifiche condizioni operative, e di seguito riportate per dovere di cronaca in rigoroso ordine cronologico:

Saxena e Vogel [1977]

$$U_{mf} = \frac{\mu}{\rho_g \cdot d_p} (\sqrt{25.28^2 + 0.0571 \cdot Ga} - 25.28)$$
(2.28)

Babu et al. [1978]

$$U_{mf} = \frac{\mu}{\rho_g \cdot d_p} \left(\sqrt{25.25^2 + 0.0651 \cdot Ga} - 25.25\right)$$
(2.29)

Richardson e Da St. Jeronimo [1979]

$$U_{mf} = \frac{\mu}{\rho_g \cdot d_p} (\sqrt{25.7^2 + 0.0651 \cdot Ga} - 25.7)$$
(2.30)

Doichev e Akhmakov [1979]

$$U_{mf} = \frac{\mu}{\rho_g \cdot d_p} (1.08 \cdot 10^{-3} \cdot Ga^{0.947})$$
(2.31)

Thonglimp et al. [1984]

$$U_{mf} = \frac{\mu}{\rho_g \cdot d_p} (\sqrt{31.6^2 + 0.0425 \cdot Ga} - 31.6)$$
(2.32)

• Lucas et al. [1986]

$$Re_{mf} = \sqrt{29.5^2 + 0.0357 \cdot Ga} - 29.5)$$
(2.33)

• Wu e Baeyens [1991]

$$Re_{mf} = 7.33 \cdot 10^{[8.24 \cdot \log_{10} Ga - 8.81]^{0.5}}$$
(2.34)

Barbosa et al. [1995]

$$Re_{mf} = 1.9 \cdot 10^{-3} \cdot Ga^{0.87}$$
(2.35)

Riassumendo, le precedenti relazioni possono essere raccolte in due gruppi:

- 1. equazioni che richiedono la conoscenza del grado di vuoto alla minima fluidizzazione (ε_{mf}) e della sfericità (Φ delle particelle. L'espressione più completa è quella proposta da Kunii e Levenspiel (Eq. 2.21), che lega la perdita di carico alla velocità del fluido, al grado di vuoto, alla sfericità ad alle dimensioni medie della particelle. Tale relazione è valida sia nel caso di moto laminare, in cui l'influenza dominante della forze viscose sulla perdita di carico è rappresentata dal primo termine che compare al secondo membro della 2.21; sia nel caso in cui il flusso sia turbolento e le forze caratteristiche sono quelle d'inerzia legate al secondo termine al secondo membro dell'equazione 2.21; sia infine nel caso che ci si trovi in una situazione di transizione tra due regimi. Da tale equazione sono state poi ricavate correlazioni che, a fronte di un'applicabilità a flussi con numeri di Reynolds minori di un fissato valore critico, offrono una formulazione più semplice (equazioni 2.22, 2.23 e 2.27).
- equazioni che non richiedono la conoscenza a priori del grado di vuoto e della sfericità. La principale equazione di questo gruppo è quella di Wen e

Yu (Eq. 2.26), da cui sono derivate le equazioni 2.28 e successive: in ciascuna di queste equazioni sono presenti a secondo membro delle costanti numeriche valutate a partire dai dati sperimentali, che sostituiscono grado di vuoto e sfericità.

2.5.4.2 Velocità terminale di una singola particella

Un'altra grandezza di fondamentale importanza nella gestione e nella progettazione di un letto fluido è la velocità terminale della singola particella. Quando una particella di diametro dp cade in un fluido di profondità infinita, la sua velocità di caduta a regime U_t può essere valutata mediante l'espressione:

$$U_{t} = \left[\frac{4d_{p}(\rho_{p} - \rho_{g})g}{3\rho_{g}C_{D}}\right]^{0.5}$$
(2.36)

dove C_D è il coefficiente di attrito, la cui espressione per Re<0.1 è:

$$C_D = \frac{24}{Re_t} \tag{2.37}$$

Sostituendo la 2.37 nella 2.36 si ottiene la nota legge di Stokes:

$$U_{t} = \frac{d_{p}^{2}(\rho_{p} - \rho_{g})g}{18\mu}$$
(2.38)

La relazione 2.36 è complicata da fattori quali il regime di flusso (laminare, turbolento o di transizione), la dimensione, la densità e la forma delle particelle.

Haider e Levenspiel [1989] hanno proposto la seguente equazione approssimata per la valutazione della U_t , valida per $0.5 < \phi < 1$:

$$U_{t}^{*} = \left[\frac{18}{\left(d_{p}^{*}\right)^{2}} + \frac{2.335 - 1.744\Phi}{\left(d_{p}^{*}\right)^{0.5}}\right]^{-1}$$
(2.39)

dove:

$$d_{p}^{*} = d_{p} \left[\frac{\rho_{g} (\rho_{p} - \rho_{g})g}{\mu^{2}} \right]^{\frac{1}{3}} = Ga^{\frac{1}{3}}$$

diametro adimensionale

$$U_t^* = U_t \left[\frac{\rho_g^2}{\mu(\rho_p - \rho_g)g} \right]^{\frac{1}{3}} = \frac{Re}{Ga^{\frac{1}{3}}}$$

velocità adimensionale

2.5.4.3 Equazioni di Richardson e Zaki

L'espansione omogenea di un letto fluidizzato risulta essere ben descritta dall'equazione proposta da *Richardson e Zaki* [1954] che lega il grado di vuoto del letto ε alla velocità superficiale del gas di fluidizzazione. Tale espressione, sviluppata per descrivere la sedimentazione e la fluidizzazione di particelle di dimensione uniforme aventi diametro superiore ai 100 µm, è la seguente:

$$\ln U_g = n \ln \varepsilon + \ln U_t \tag{2.40}$$

dove U_g è la velocità superficiale, ε il grado di vuoto, Ut la velocità terminale ed n il coefficiente di Richardson e Zaki.

Il valore del coefficiente n è funzione del numero di Reynolds relativo ad una singola particella che si muove con la sua velocità terminale, Re_t , e del rapporto tra il diametro della particella (d_p) e quello della colonna di fluidizzazione (D) ed assume valori decrescenti passando dal regime laminare a quello turbolento.

In tabella 2.2 sono riportate le relazioni tra n, Re_t e d_p/D per vari intervalli di Re_t. Riportando il ln(U_g) in funzione del ln(ϵ), il parametro n rappresenta la pendenza

Ret	n
$Re_t < 0.2$	$4.65 + 20 \cdot \left(\frac{d_p}{D}\right)$
$0.2 < Re_t < 1$	$\left[4.3+1.8\cdot\left(\frac{d_p}{D}\right)\right]\cdot\operatorname{Re}_t^{0.03}$
$1 < Re_t < 200$	$\left[4.3+1.8\cdot\left(\frac{d_p}{D}\right)\right]\cdot\operatorname{Re}_t^{-0.1}$
$200 < Re_t < 500$	$4.4 \cdot \mathrm{Re_{t}^{-0.1}}$
$Re_t > 500$	2.4

Tabella 2.2Relazione di Richardson e Zaki [1954].

della retta così ottenuta. La formazione di bolle all'interno di un letto fluidizzato richiama parte del fluido dalla fase densa e ciò comporta una complessiva contrazione del letto e del grado di vuoto in corrispondenza dell'incipiente *bubbling*; si verifica pertanto una variazione della pendenza della curva di espansione descritta dalla relazione di Richardson e Zaki per $U_g > U_{mb}$. Con lo stabilirsi del regime bollente, il valore del grado di vuoto ε talvolta diminuisce bruscamente rispetto a quello misurato in condizioni di espansione omogenea.

L'esponente n può assumere valori anche più alti di quelli ricavabili teoricamente dalla precedente tabella 2.2 ed aumenta all'aumentare della coesività delle particelle.

MATERIALI, APPARECCHIATURE E PROCEDURE SPERIMENTALI

3. Apparato sperimentale a tamburo rotante

L'apparecchiatura sperimentale adottata per lo studio della dinamica di flussi granulari veloci è riportata in Fig. 3.1. Nelle sue linee essenziali, esso risulta costituito da:

- un tamburo rotante;
- un sistema di sospensione e trasporto;
- un sistema di trasmissione e controllo del moto.

Prima di procedere alla descrizione dettagliata delle singole parti costituenti l'apparato, risulta necessario delineare i parametri e le equazioni sulle quali si è basata la progettazione.

3.1 Equazioni e parametri di progetto



Figura 3.1-Schema dell'impianto a tamburo rotante.A-Rotore. B-albero. C-cuscinetti. D-puleggia.

3.1.1 Apparato sperimentale

L'adozione di un dispositivo sperimentale a tamburo rotante comporta, inevitabilmente, l'alterazione del campo di moto del solido granulare: ogni particella oggetto della sperimentazione risulterà soggetta, oltre che alla componente attiva della forza di gravità, ad una forza centrifuga proporzionale sia a grandezze cinematiche (velocità di rotazione dell'apparecchiatura) sia a grandezze geometriche (dimensione dell'apparato). La progettazione ha avuto quindi come obiettivo principe il contenimento di tali effetti indesiderati.

Le grandezze cinematiche caratteristiche del dispositivo proposto, velocità lineare di avanzamento del fronte del flusso granulare (v) ed accelerazione centrifuga (a_c), sono descritte dal sistema di equazioni:

$$\begin{cases} a_c = \omega^2 \cdot r \\ v = \omega \cdot r \end{cases}$$
(3.1)

dove r è il raggio di curvatura ed ω la velocità di rotazione.

Imponendo che l'accelerazione centrifuga risulti essere un'aliquota trascurabile dell'accelerazione di gravità e che la velocità lineare sia dello stesso ordine di grandezza della velocità di avanzamento dei flussi granulari veloci "naturali", il sistema ammette soluzioni incompatibili con l'utilizzo in laboratorio.

Infatti, ponendo:

$$a_c = 1$$
 m/s^2
 $v = 10$ m/s

dal sistema (3.1) si ottiene:

$$\omega = 0.1$$
 rad / s
r = 100 m

Il processo di *scale-down* è stato di conseguenza basato sulla conservazione di un'altra grandezza fondamentale: il rapporto tra la velocità lineare di avanzamento del

fronte di un flusso di solidi granulari e la minima velocità di fluidizzazione dei solidi che lo costituiscono, espresso mediante un parametro adimensionale (Ω).

Tale parametro, valutato in relazione ad un classico caso di flusso granulare veloce naturale (flusso piroclastico), risulta valere circa 300. Per il caso considerato è infatti possibile assumere, almeno per ordini di grandezza, che le fondamentali variabili cinematiche valgano:

$$v = 30 \qquad m/s$$
$$U_{mf} = 0.1 \qquad m/s$$

A questo punto, imponendo che l'accelerazione centrifuga sia ancora un'aliquota dell'accelerazione di gravità e che la velocità lineare sia pari a Ω volte la velocità di minima fluidizzazione, il sistema da risolvere diventa:

$$\left. \begin{array}{c} a_c = \omega^2 \cdot r \\ v = \omega \cdot r = \Omega \cdot U_{mf} \end{array} \right\}$$
(3.2)

I valori delle incognite ω ed *r* risultano quindi dipendenti dalla tipologia di materiale granulare investigato.

Come materiale di riferimento si è scelto un solido granulare sintetico plastico i cui parametri caratteristici sono riportati in tabella 3.1.

Nel rispetto del sistema 3.2, per un valore di Ω pari a 420 si determinano per le incognite i valori:

$$\omega = \sqrt{2}$$
 rad/s
r = 0.9 m

e di conseguenza:

$$a_c = 1.8$$
 m/s^2
 $v = 1.27$ m/s

valori, come evidente, pienamente compatibili con la sperimentazione in laboratorio.

Nome commerciale	Carillon
Diametro medio di Sauter, µm	100
Densità, Kg/m ³	1000
Numero di Archimede, -	32
Numero di Reynolds, -	1.6*10 ⁴
Classificazione secondo Geldart	А
Velocità di minima fluidizzazione, m/s	0.003
Velocità terminale della particella, m/s	0.53
Angolo di riposo in aria, °	25

Tabella 3.1 - Caratteristiche del materiale di riferimento.

Lo spessore della camera di rotazione viene determinato a partire dalla classica espressione del numero di Reynolds:

$$\operatorname{Re} = \frac{vD}{v}$$
(3.3)

in cui $v = \omega \cdot r$ [m/s] è la velocità lineare di avanzamento del fronte del flusso granulare, $v = \frac{\mu}{\rho}$ [m²/s] è la viscosità cinematica e *D* [m] è la dimensione caratteristica.

Imponendo di essere in regime turbolento pienamente sviluppato (Re dell'ordine di 10^6) ed ipotizzando per la viscosità cinematica un valore prossimo a quello caratteristico di un letto fluidizzato($v = 2 \cdot 10^{-8} m^2 / s$), sostituendo il valore di v precedentemente calcolato si ottiene D = 0.2 m.

3.1.2 Dispositivi ancillari

Al tamburo rotante è asservito un albero di trasmissione del moto. Il posizionamento sull'albero motore dei cuscinetti di rotazione e supporto, realizzato in maniera da garantire il bilanciamento statico dell'apparecchiatura nel suo complesso, è suscettibile di verifica a partire dalle equazioni cardinali della statica.

Tali equazioni, consistenti in un bilancio di forze lungo l'asse v ed un bilancio dei momenti lungo un asse ortogonale al piano di riferimento, saranno:

$$F_p = F_1 + F_2$$

$$F_p \cdot y = F_2 \cdot x$$
(3.4)

dove F_p è la forza peso, F_1 ed F_2 le reazioni vincolari esplicate dai due cuscinetti, y ed x le distanze dei punti di applicazione delle forze F_p ed F_2 dal polo A. Imponendo che sia x = 680 mm ed y = 1150 mm, si determinano per le forze F1 ed F2 i valori -542 N e 1326 N, pienamente compatibili con le resistenze meccaniche dei cuscinetti considerati.

L'insieme dell'apparecchiatura sperimentale nel suo complesso (rotore-albero) e del motore può essere ricondotto ad un gruppo di macchine costituito da una macchina motrice direttamente accoppiata ad una macchina utilizzatrice.

Nel caso di un gruppo di macchine, costituito da una macchina motrice e da una macchina utilizzatrice, l'equazione dell'energia cinetica si scrive:

$$(M_m - M_r)d\theta = d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right)$$
(3.5)

dove:

 M_m = momento della coppia motrice; M_r = momento della coppia resistente; $I = I_m + I_u$ = momento d'inerzia di massa ridotto del gruppo; ω = velocità angolare del gruppo; θ = posizione angolare degli alberi delle due macchine. Tenendo presente che $M_r = M_u + M_p$, dove:

 M_u = momento della coppia resistente utile; M_p = momento della coppia dovuta alle resistenze passive, la (3.4) può essere riscritta come:

$$(M_m - M_u - M_p)d\theta = d\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right)$$
(3.6)

Se il momento d'inerzia di massa ridotto I è costante, cosa vera nel caso in esame, la (3.6) si riduce a:

$$(M_m - M_u - M_p) = I \frac{d\omega}{dt}$$
(3.7)

A regime, la velocità angolare del gruppo si mantiene costante e di conseguenza il valore di M_m ed M_r risulta indipendente dal tempo ed uguale:

$$M_m = M_r = \cos t \tag{3.8}$$

In fase di accelerazione, invece, il momento della coppia motrice sarà maggiore del momento della coppia resistente.

La potenza della coppia motrice è data da:

$$P = M_m \cdot \omega \tag{3.9}$$

Per il corretto funzionamento dell'apparato, il motore deve essere in grado di fornire un momento pari alla somma della coppia di spunto (coppia massima all'avviamento) e della coppia relativa alle resistenze passive.

$$M_m = M + M_p \tag{3.10}$$

Nel caso in esame, essendo il momento d'inerzia di massa ridotto I costante, per la determinazione di tale coppia è conveniente utilizzare la seconda equazione cardinale della dinamica nella forma:

$$M = I \frac{d\omega}{dt} \tag{3.11}$$

Integrando l'equazione 3.11 tra il tempo zero e il tempo di fine accelerazione t_a (a cui corrisponde la velocità di rotazione a regime e quindi la massima coppia) si ottiene:

$$M_u = I_u \cdot \frac{\omega}{t_a} \tag{3.12}$$

Si procede ora al calcolo del momento d'inerzia equivalente della macchina utilizzatrice, definito come segue:

$$I = I_r + I_a + I_m \tag{3.13}$$

in cui:

$I_r = \frac{1}{2}m_r \cdot r_{est,a}^2 = 2.5 \cdot 10^{-2} Kgm^2$	momento all'albero	d'inerzia	del	rotore	ridotto
$I_a = \frac{1}{2}m_a \cdot (r_{est,a}^2 + r_{int,a}^2) = 3.6 \cdot 10^{-3} Kgm^2$	momento d	'inerzia del	l'alber	0	
$I_m = \frac{1}{2}m \cdot r^2 = 0.81 Kgm^2$	momento d	'inerzia del	mater	iale.	

dove:

 $m_r = m_{disco} + m'$ è la massa del rotore, m_{disco} la massa del disco e m' la massa di tutti gli altri elementi costituenti il rotore; m_a è la massa dell'albero di rotazione, m la massa di materiale da caricare; $r_{est,a}$ e $r_{int,a}$ sono rispettivamente il raggio esterno ed interno dell'albero ed r è il raggio utile del rotore.

Allo spunto, il momento d'inerzia totale è praticamente coincidente con il momento d'inerzia del solo materiale caricato nel rotore.

La coppia di spunto, per $t_a = 2$ s, sarà quindi pari a:

$$M_u = I_u \cdot \frac{\omega}{t_a} = 0.82Nm \tag{3.14}$$

Al momento appena calcolato è necessario sommare il valore del momento resistente passivo. Le resistenze passive comprendono:

- le resistenze d'attrito;

- le resistenze del mezzo;

 le resistenze dovute alla imperfetta elasticità degli organi che compongono la macchina stessa. Trascurando tutte le resistenze tranne quelle d'attrito sui cuscinetti ed ipotizzando una buona lubrificazione e condizioni di lavoro normali, il momento d'attrito può essere calcolato con sufficiente precisione utilizzando la seguente formula:

$$M = 0.5\,\mu Fd \tag{3.15}$$

dove μ =0.15, coefficiente d'attrito del cuscinetto supposto costante; d =0.025m, diametro del foro del cuscinetto; F =300N, carico dinamico equivalente sul cuscinetto. Dai precedenti valori si ottiene M = 0.56Nm.

Sostituendo tutti i valori sin qui calcolati nelle equazioni 3.10 e 3.9 si calcola per il motore una potenza di 0.2 KW.

3.2 Dispositivo sperimentale

3.2.1 Tamburo rotante

Il dimensionamento è stato effettuato a partire dai valori di $r \in D$ precedentemente determinati. Il cuore dell'apparecchiatura risulta costituito da un rotore cavo di diametro utile pari a 1800 mm e spessore della camera interna di 200 mm, realizzato in materiale composito (figura 3.1-A).

La parete anteriore del rotore, realizzata in Plexiglas, è costituita da quattro archi di corona circolare spessi 10 mm ed alti 253 mm. La scelta di tale valore dell'altezza in fase progettuale è stata effettuata allo scopo di soddisfare due differenti necessità: i) impedire la fuoriuscita di materiale a seguito della possibile dilatazione conseguente alla messa in rotazione dell'apparecchiatura; ii) consentire l'immissione e la rimozione del solido granulare all'interno della camera di rotazione. In condizioni di esercizio, la parete anteriore è chiusa da un foglio in materiale plastico di 2 mm di spessore reso solidale alla corona circolare allo scopo di contenere le polveri fini eventualmente rilasciate.

Il fondo del rotore è costituito da:

- una lastra di lamierino zincato, larga 200 mm e di spessore 3 mm, opportunamente sagomata a costituire la base di appoggio per il letto di solido granulare;
- 32 profilati ad L 50x50x50 mm in alluminio, necessari a sostenere la lastra di lamierino ed a consentirne il collegamento con le pareti posteriore ed anteriore del rotore;
- 32 profilati a C 50x50x200x50 mm in allumino, allo scopo di irrigidire la struttura.

La faccia interna alla camera di rotazione della lastra di lamierino è rivestita di carta abrasiva di grana comparabile alla dimensione media del solido granulare caricato, allo scopo di impedire *slipping* tra lo strato basale del flusso granulare ed il fondo del rotore.

La parete posteriore, realizzata interamente in Plexiglas, è costituita da un disco di spessore pari a 12 mm e diametro di 2100 mm. Allo scopo di aumentare la resistenza flessionale del disco, quattro profilati a "T" 50x50x900 mm sono resi ad esso solidale mediante accoppiamenti a vite passante in corrispondenza della superficie esterna. Alla parete posteriore del rotore è collegato, mediante accoppiamento a viti passanti, un portatubo in acciaio allo scopo di alloggiare l'albero di trasmissione. La rotazione di quest'ultimo è impedita da 8 viti passanti.

Considerazioni differenti sono alla base della scelta dei materiali costituenti l'apparato:

- Alluminio e lamierino zincato sono stati scelti nell'ottica di contenere la massa complessiva dell'apparecchiatura garantendo allo stesso tempo una sufficiente rigidità strutturale;
- il Plexiglas è invece stato adottato allo scopo di garantire l'osservazione diretta del moto del solido granulare all'interno del rotore (parete anteriore) nonché di consentire la retro-illuminazione del flusso granulare in condizioni di esercizio (parete posteriore).

3.2.2 Sistema di sospensione e trasporto

Il sistema di trasporto del dispositivo è costituito da un carrello dotato di due bracci estensibili con piedini telescopici in maniera tale da garantire stabilità e possibilità di disporre il rotore in posizione rigorosamente verticale indipendentemente dalla superficie d'appoggio. Al sistema di trasporto del dispositivo, tramite due supporti da banco al cui interno sono alloggiati dei cuscinetti a sfera, è reso solidale l'albero di rotazione.

3.2.3 Sistema di trasmissione e controllo del moto

La trasmissione della coppia torcente generata all'albero motore è realizzata mediante un sistema a cinghia e puleggia. La puleggia resistente, tipo SPA trapezoidale da 200 mm, è calettata all'albero di rotazione (un tubo di ferro zincato da 2" O.D. e 1³/₄" I.D. lungo 1300 mm). La puleggia motrice, tipo SPA trapezoidale da 100 mm, è calettata all'albero di uscita di un riduttore epicicloidale 1/30 al cui ingresso è situato l'albero motore.

La potenza necessaria alla rotazione a velocità costante del rotore è fornita da un motore asincrono trifase antideflagrante ASEA modello AD63B4 dotato di un regolatore di velocità (Motovario modello TK/2) che consente la variazione della stessa nell'intervallo 300 ÷ 1800 rpm.

3.3 Materiali

Nel corso della sperimentazione sono stati adottati tre differenti materiali: un catalizzatore da craking (FCC), sferette di vetro piene (GB1) e sferette di vetro cave (GB2), le cui proprietà sono riassunte in tabella 3.2.

Materiale	FCC1	GB1	GB2
Intervallo granulometrico, µm	30-50	40-70	200-700
Diametro medio di Sauter, µm	40	55	550
Densità, kg/m ³	1600	2540	1580
Numero di Archimede, -	4	19	9159
Numero di Reynolds, -	0.004	0.017	5.759
Classificazione secondo Geldart	А	В	В
Velocità di minima fluidizzazione, m/s	0.0012	0.004	0.14
Velocità terminale della particella, m/s	0.07	0.22	3.16
Angolo di riposo in aria	35°	20°	20°

Tabella 3.2 Caratteristiche dei solidi granulari un	ıtilizzati.
---	-------------

I solidi si differenziano per morfologia e rugosità. Quest'ultima caratteristica è riportata in termini di angolo di riposo [*Hermann H. J., 2002*] ed è evidente la maggior rugosità dell'FCC. Con riferimento alla classificazione di Geldart delle polveri rispetto alla fluidizzazione, GB1 e GB2 ricadono nel gruppo B mentre FCC1 ed FCC2 nel gruppo A.

In figg. 3.2, 3.3 e 3.4 sono riportate le distribuzioni granulometriche determinate mediante un granulometro laser Mastersizer2000 della Malvern Instruments.

L'FCC riveste il ruolo di materiale di riferimento per la sperimentazione. GB1 ne differisce per densità ma non per granulometria, mentre GB2 presenta differente diametro medio di Sauter ma pari densità.

3.4 Diagnostica

L'apparecchiatura sperimentale è corredata di un sistema di videoripresa digitale per la diagnosi dell'esperimento. Il sistema di videoripresa è costituito da una videocamera Photron Ultima APX, dotata di sensore CMOS con risoluzione di 1024×1024 pixel, profondità di 16 bit e frequenza di campionamento fino a 200'000 fps. La telecamera è dotata di diversi obiettivi:

- •Nikon F1.8 da 105 mm di focale;
- •Computar F1.6 da 3.6 mm di focale;
- •Sigma F1.8 DG Macro da 24 mm di focale;
- •Nikon F1.8 D da 50 mm di focale.

Il controllo e la conversione del segnale acquisito dalla telecamera sono realizzati mediante un'apparecchiatura dedicata, corredata di un'interfaccia IEEE-1394b per il trasferimento delle immagini acquisite ad un *personal computer* per le successive elaborazioni, realizzate per mezzo di un programma proprietario.

3.5 Condizioni operative

Le condizioni operative investigate nel corso della sperimentazione sono riepilogate in Tabella 3.3. Il *filling degree*, costante per ogni prova e per tutti i materiali utilizzati, è pari a 0.013, fissato in maniera tale da garantire un rapporto tra l'altezza del flusso granulare ed il raggio dell'apparecchiatura << 1, così da poter trascurare gli effetti di curvatura.

ω	U
rpm	m/s
5	0.471
10	0.942
15	1.414
20	1.885
25	2.356
30	2.827

 Tabella 3.3 Riepilogo delle condizioni operative investigate.

3.6 Procedura sperimentale

Preliminarmente alla campagna sperimentale, è stata effettuata la preparazione dei materiali nel taglio granulometrico desiderato mediante stacciatura meccanica con stacci

metallici. I tagli granulometrici così ottenuti sono stati caratterizzati in termini del diametro medio di Sauter stimato in accordo alla relazione:

$$d_{Sm} = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{d_i}}$$
(3.16)

dove x_i è la frazione massica e d_i è il diametro medio dell'i-esimo intervallo granulometrico.

Per i Ballotini cavi, non essendo nota a priori la densità, si è proceduto alla determinazione della stessa per pesatura contro un volume noto di un liquido a densità prefissata.

Sono state effettuate prove a diversa velocità di rotazione del rotore allo scopo di caratterizzare la dinamica dei flussi granulari nonché il particolare regime di flusso. Il protocollo utilizzato è di seguito riportato:

- 1. si carica una quantità nota di materiale all'interno del rotore in maniera tale da garantire il raggiungimento di un prefissato *filling degree*;
- 2. si predispone il sistema di videoripresa digitale per la registrazione:
 - a. in funzione della tipologia di ripresa da effettuare (vista d'insieme/particolare) si sceglie l'obiettivo che permette una messa a fuoco ottimale dell'immagine;
 - b. si imposta tramite il software di gestione della telecamera: i) il numero di *frame* per secondo da acquisire; ii) lo *shutter* (tempo di apertura del diaframma); iii) la risoluzione dell'immagine espressa come *pixel* orizzontali per *pixel* verticali, in maniera da adattare la definizione alla dimensione dell'immagine da riprendere.;
- si fissa una velocità di rotazione tramite il variatore di velocità asservito al motore elettrico;
- 4.si mette in rotazione il rotore alimentando corrente al motore elettrico;

5. si attende un tempo sufficiente allo stabilizzarsi delle condizioni di flusso e si procede all'acquisizione delle immagini per un tempo t dato dalla formula:

$$t = \frac{2 \times 10^9}{a \times b \times n} \tag{Eq. 3.17}$$

dove $2x10^9$ è la capacità in byte della memoria del sensore, *a* e *b* sono la dimensione orizzontale e verticale dell'immagine espresse in pixel ed *n* è il numero di fotogrammi per secondo;

- 6. tramite l' interfaccia IEEE-1394b si procede al trasferimento delle immagini dalla memoria volatile della telecamera ad un supporto durevole;
- 7.tramite un sofware proprietario si effettua l'analisi *frame-by-frame* dei filmati acquisiti.







Mixed Result Type (%)



4. Apparato sperimentale a letto fluidizzato

4.1 Dispositivo sperimentale

L'apparecchiatura sperimentale utilizzata per la realizzazione delle prove di fluidizzazione e collasso di solidi granulari in presenza di un flusso di scorrimento è schematicamente rappresentata in Fig. 4.1. Nelle sue linee essenziali, l'impianto risulta costituito da:

- una colonna di fluidizzazione in Plexiglas;
- un cilindro pieno, anch'esso in Plexiglas;
- un motore asincrono trifase;
- un sistema di trasmissione del moto.

4.1.1 Colonna di fluidizzazione

L'apparecchiatura sperimentale è stata realizzata modificando una colonna di fluidizzazione già esistente progettata per lo studio dei fenomeni di miscelazione/segregazione di miscele polidisperse di solidi granulari. Per tale motivo, essa risulta costituita da una serie di anelli cilindrici sovrapponibili (I.D. 120 mm, O.D. 140 mm, altezza 25 mm): i diversi segmenti consentono infatti di effettuare, in maniera differenziata lungo l'asse del reattore, la raccolta del materiale; quest'ultimo può così essere analizzato allo scopo di determinare la frazione volumetrica locale di ciascun componente. Ciascun segmento risulta dotato di una presa di pressione, disposta in parete in modo da non perturbare il moto della sospensione solido-gas all'interno del letto, a cui è possibile collegare un tubo di raccordo con i trasduttori di pressione. La tenuta fra i singoli segmenti è garantita da guarnizioni in gomma (*o-ring*). La colonna utilizzata risulta composta da undici segmenti, per un'altezza complessiva di 280 mm. Il distributore del gas di fluizzazione posto alla base della colonna è costituito da una piastra in acciaio sinterizzato ad elevata perdita di carico di spessore 3 mm e diametro 130 mm. Al di sotto del distributore vero e proprio è posta una zona di calma o *windbox*, costituita da un tubo in Plexiglas, di diametro e spessore pari a quelli della colonna ed alto 300 mm, completamente riempito di anelli ceramici allo scopo di uniformare il flusso di gas. La tenuta con il distributore è realizzata mediante una guarnizione in gomma siliconica opportunamente sagomata. Il *windbox* è stato modificato inserendo due elettrovalvole, una sulla linea di adduzione del gas di fluidizzazione e l'altra in corrispondenza della linea di mezzeria della zona di calma.



Figura 4.1 - Schema dell'impianto sperimentale: A) Windbox; B) Colonna di fluidizzazione; C) Cilindro interno; D) Motore; E) flussometri; F) Elettrovalvole; ACQ) Unità di acquisizione dati; PT) Trasduttori di pressione.

4.1.2 Dispositivo di agitazione

All'interno della colonna di fluidizzazione è stato inserito un cilindro pieno in Plexiglas (O.D. 100 mm, altezza 260 mm) reso solidale mediante accoppiamenti filettati ad una barra metallica da 1" alta 860 mm. Sull'albero sono stati calettati due cuscinetti a sfera da 2" per consentirne la rotazione ed una puleggia per permettere la trasmissione del momento torcente. I cuscinetti sono alloggiati all'interno di due supporti collegati all'incastellatura di sostegno dell'impianto per mezzo di giunti Innocenti, allo scopo di consentire la sospensione del cilindro ad una distanza prefissata dal fondo e contemporaneamente garantire la coassialità tra cilindro interno ed esterno.

4.1.3 Dispositivo di movimentazione

La potenza necessaria alla rotazione a velocità costante del cilindro interno è fornita da un motore asincrono trifase antideflagrante ASEA modello AD63B4 dotato di un regolatore di velocità (Motovario modello TK/2) che consente la variazione della stessa nell'intervallo 180 ÷ 880 rpm. La trasmissione del moto è realizzata mediante un sistema a cinghia e puleggia caratterizzato da un rapporto di trasmissione 1:1.

4.1.4 Sistema di alimentazione aria

Il gas di fluidizzazione addotto all'impianto è aria proveniente dalla linea di distribuzione di aria compressa interna al laboratorio. La portata d'aria viene regolata mediante valvole e misurata tramite tre rotametri a diverso fondoscala, nella fattispecie 1, 4 e 24 m³/h. La portata realmente alimentata all'impianto, Q_{e_i} risulta essere funzione e della pressione e della temperatura; la portata segnata da ciascun rotametro, Q_{l_i} , deve pertanto essere corretta come segue:

$$Q_{e} = Q_{l} * \sqrt{\frac{\Delta P + P_{atm}}{P_{atm}}} * \sqrt{\frac{T_{20}}{T_{amb} + T_{20}}}$$
(4.1)

dove T_{20} =20°C è la temperatura di riferimento, T_{amb} è la temperatura ambiente, P_{atm} è la pressione atmosferica e ΔP è la sovrappressione dinamica misurata sulla linea di adduzione dell'aria. Nel corso delle prove di fluidizzazione con FCC la portata d'aerazione è regolata tramite un misuratore di massa di tipo digitale e risulta variabile tra 1 e 180 nL/h.

4.2 Materiali

La tabella 4.1 riporta le proprietà dei solidi utilizzati durante la sperimentazione. I due solidi si differenziano per dimensione e per rugosità. Quest'ultima caratteristica è riportata in termini di angolo di riposo [*Hermann H. J.,2002*] ed è evidente la maggior rugosità dell'FCC. Con riferimento alla classificazione di Geldart delle polveri rispetto alla fluidizzazione, i Ballotini ricadono nel gruppo B e l'FCC nel gruppo A. Pertanto i Ballotini sono caratterizzati da $U_{mb} = U_{mf}$, mentre per l'FCC è possibile individuare una regione di espansione omogenea. In Figg. 4.2 e 4.3 sono riportate le distribuzioni granulometriche determinate mediante un granulometro laser Mastersizer2000 della Malvern Instruments.

Materiale	FCC	Ballotini
Intervallo granulometrico, µm	20-112	212-312
Diametro medio di Sauter, µm	40	265
Densità, kg/m ³	1600	2540
Numero di Archimede, -	4	1627
Numero di Reynolds, -	0.004	1.135
Classificazione secondo Geldart	А	В
Velocità di minima fluidizzazione, m/s	0.002	0.06
Velocità terminale della particella, m/s	0.07	2.28
Angolo di riposo in aria	35°	20°

 Tabella 4.1
 Caratteristiche dei solidi granulari utilizzati.





(%) aqyT flusaЯ baxiM


(%) eqvT fluseA bexiM

4.3 Diagnostica

L'apparecchiatura sperimentale è corredata da sistemi di misura e controllo per la diagnosi dell'esperimento. Questi comprendono:

- un sistema di rilevamento della pressione;
- un sistema di videoripresa digitale.

4.3.1 Sistema di misura della pressione

La misura della sovrappressione dinamica lungo la linea di adduzione del gas di fluidizzazione è realizzata mediante un manometro a molla disposto in parallelo rispetto ai rotametri; la rilevazione dei valori di pressione lungo la colonna di fluidizzazione è eseguita mediante quattro trasduttori di pressione relativi (RPT) piezoresistivi preamplificati della Druck, con fondo-scala pari a 350 mbar, ed un trasduttore differenziale (DPT) della ABB con fondo scala pari a 16 mbar. I trasduttori RPT sono direttamente connessi a quattro prese di pressione disposte lungo la colonna di fluidizzazione mentre il trasduttore DPT è collegato tra la prima e la quarta di tali prese; la connessione tra i trasduttori e le prese di pressione è realizzata per mezzo di tubi Eastman da ¹/4¹.

I segnali in uscita dai trasduttori di pressione sono inviati all'unità di conversione analogico-digitale per la successiva acquisizione ed elaborazione. L'unità di acquisizione dati è costituita da un personal computer equipaggiato con una scheda della National Instruments AT-MIO16X in grado di effettuare la conversione di un massimo di 16 segnali analogici in ingresso in segnali digitali con una frequenza massima di 256 kHz e 16 bit di risoluzione per canale.

La gestione della scheda di acquisizione dati, il salvataggio dei dati acquisiti e la successiva elaborazione vengono effettuate tramite un programma realizzato "ad hoc" in ambiente LabView. Il programma permette di acquisire i segnali di pressione alla frequenza desiderata, sia per un tempo prefissato che in continuo. Il programma è inoltre in grado, a richiesta dell'operatore, di provvedere all'analisi dei segnali acquisiti sia nel dominio del tempo, valutando parametri statistici fondamentali quali media,

varianza e funzione densità di probabilità (PDF), sia nel dominio delle frequenze, procedendo al calcolo della *power spectrum density* (PSD) associata ai segnali stessi. I dati, acquisiti ed elaborati, vengono successivamente salvati in un formato compatibile con i più diffusi applicativi scientifici.

4.3.2 Sistema di videoripresa digitale

Il sistema di videoripresa digitale è costituito da una videocamera Photron Ultima APX, dotata di un sensore CMOS con risoluzione spaziale di 1024×1024 pixel, profondità di 10 bit e frequenza di campionamento fino a 2000 fps. La telecamera è fornita di un obiettivo Nikon F1.8 da 105 mm di focale. Il controllo e la conversione del segnale acquisito dalla telecamera sono realizzati mediante un'apparecchiatura dedicata. L'apparato è corredato di un'interfaccia IEEE-1394b per il trasferimento delle immagini acquisite ad un *personal computer* per le successive elaborazioni, realizzate per mezzo di un programma proprietario.

4.4 Condizioni operative

Materiale	U _g , m/s	n, rps
FCC	0 ÷ 0.015	0 ÷ 4.5
Ballotini	0 ÷ 0.1	0 ÷ 4.5

Le condizioni operative investigate nel corso della sperimentazione sono riepilogate nella tabella 4.2.

 Tabella 4.2 Riepilogo delle condizioni operative investigate.

4.5 Procedura sperimentale

Preliminarmente alla campagna sperimentale, è stata effettuata la preparazione dei materiali nel taglio granulometrico desiderato mediante stacciatura meccanica con setacci metallici. I tagli granulometrici così ottenuti sono stati caratterizzati in termini del diametro medio di Sauter, come riportato nella precedente Tab. 4.1, stimato in accordo alla relazione:

$$d_{Sm} = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{d_i}} \tag{4.2}$$

dove x_i è la frazione massica e d_i è il diametro medio dell'iesimo intervallo granulometrico.

Sono state effettuate diverse tipologie di prove mirate alla caratterizzazione fluidodinamica del reattore:

- prove senza agitazione e senza cilindro interno;
- prove senza agitazione con cilindro interno;
- prove con agitazione;
- prove di collasso.

4.5.1 Prove di fluidizzazione senza agitazione e senza cilindro interno

Per caratterizzare dal punto di vista fluidodinamico i materiali utilizzati nel corso della sperimentazione sono state effettuate delle prove con la colonna di fluidizzazione privata del cilindro interno. Il protocollo adottato è di seguito schematizzato:

1 si carica una massa nota di materiale all'interno della colonna;

2 si alimenta al reattore una portata d'aria tipica del regime di bubbling ben sviluppato per circa 20 minuti, ciò allo scopo di contenere fenomeni di isteresi tipici della "prima" fluidizzazione dei solidi: le particelle inizialmente versate nella colonna generalmente si impaccano con valori di ε inferiori a quelli teorici. Tale portata, corrispondente alla massima velocità superficiale del gas di fluidizzazione, è diversa a seconda del tipo di solido utilizzato;

3 si fa diminuire ad intervalli prefissati la velocità superficiale del gas di fluidizzazione, fino a portarsi in condizioni di letto fisso ad Ug nulla (fase di down);

4 si fa aumentare ad intervalli prefissati la velocità superficiale del gas di fluidizzazione dal valore zero fino al valore massimo a cui corrisponde una condizione di letto vigorosamente bollente (fase di up);

5 si fa diminuire nuovamente la velocità del gas di fluidizzazione fino al valore zero (fase di down).

Al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione, in corrispondenza dei precedenti punti 3, 4 e 5, si procede alla determinazione della curva di fluidizzazione: si acquisiscono i valori di pressione in corrispondenza delle quote prefissate ad una frequenza di 200 Hz per un tempo complessivo di 82 secondi; i valori acquisiti si riferiscono alle condizioni stazionarie raggiunte variando progressivamente la velocità del gas ed attendendo i tempi caratteristici di riassestamento. In corrispondenza di ciascuna acquisizione, si misura l'altezza del letto.

I dati di pressione sono successivamente elaborati per consentire il calcolo del valor medio e della varianza, dei gradienti di pressione lungo il letto, della densità media del letto e, unitamente alla variazione di altezza, del grado di vuoto medio globale.

4.5.2 Prove di fluidizzazione senza agitazione con cilindro interno

Nel corso di tale tipologia di prove sperimentali, all'interno della colonna di fluidizzazione viene posto il cilindro pieno di Plexiglas in maniera coassiale alla stessa ad una distanza dalla piastra di distribuzione pari a 30 mm. Il *gap* tra il fondo del cilindro ed il distributore viene riempito con cuscinetti metallici da 10 mm, non fluidizzabili nelle condizioni operative investigate. In tale configurazione il solido granulare caricato all'interno dell'impianto si dispone nell'intercapedine che si crea tra i due cilindri coassiali.

Il protocollo di sperimentazione adottato è lo stesso riportato nel precedente paragrafo 4.5.1. Frequenza e durata di ogni singola acquisizione di dati si mantengono invariate rispetto al caso precedente, mentre risulta maggiore il tempo per il raggiungimento delle condizioni stazionarie al variare dei parametri operativi.

4.5.3 Prove di fluidizzazione in presenza di flusso di scorrimento

La configurazione reattoristica adottata nel corso delle prove condotte in presenza di flusso di scorrimento è la stessa riportata nel paragrafo 4.5.2. Il protocollo di sperimentazione adottato si differenzia come segue:

6 si carica una massa nota di materiale nell'intercapedine tra i due cilindri coassiali;

7 si fissa una velocità di rotazione tramite il dispositivo di regolazione asservito al motore elettrico;

8 si mette in rotazione il cilindro interno alimentando corrente al motore elettrico;

9 si alimenta al reattore una portata d'aria tipica del regime di bubbling ben sviluppato per circa 10 minuti; tale portata è diversa a seconda del tipo di solido investigato;

10 si fa diminuire ad intervalli prefissati la velocità superficiale del gas di fluidizzazione, fino a portarsi in condizioni di letto fisso ad Ug nulla (fase di down);

11 si fa aumentare ad intervalli prefissati la velocità superficiale del gas di fluidizzazione dal valore zero fino al valore massimo a cui corrisponde una condizione di letto vigorosamente bollente (fase di up);

12 si fa diminuire nuovamente la velocità del gas di fluidizzazione fino al valore zero (fase di down);

13 si interrompe la rotazione del cilindro interno spegnendo il motore.

Frequenza e durata di ogni singola acquisizione di dati si mantengono invariate rispetto al caso precedente, mentre risulta molto ridotto il tempo necessario al raggiungimento delle condizioni stazionarie al variare della portata di aria alimentata.

4.5.4 Prove di collasso

Nel corso di tali prove la configurazione reattoristica resta invariata rispetto a quella riportata nel paragrafo 4.5.2.

La procedura di sperimentazione adottata è di seguito riportata:

14 si carica una massa nota di materiale nell'intercapedine tra i due cilindri coassiali;

15 si predispone il sistema di videoripresa digitale per la registrazione, sincronizzando l'inizio del filmato all'inizio della fase di collasso;

16 si fissa una velocità di rotazione tramite il dispositivo di regolazione asservito al motore elettrico;

17 si mette in rotazione il cilindro interno alimentando corrente al motore elettrico;

18 si alimenta al reattore una portata d'aria tipica corrispondente alla U_{mf} del materiale investigato per circa 10 minuti;

19 si misura l'altezza del letto;

20 ad un prefissato istante, mediante un interruttore collegato alle due elettrovalvole si interrompe l'alimentazione del gas di fluidizzazione alla base della colonna e si consente la fuoriuscita del gas contenuto all'interno del *windbox*.

In corrispondenza dello stesso istante, si procede all'acquisizione dei valori di pressione ad una frequenza di 100 Hz per 60 sec ed alla registrazione visuale del collasso ad una frequenza di 250 fps. I dati acquisiti vengono successivamente elaborati, determinando la variazione della pressione media nel letto e dell'altezza in funzione del tempo.

Alcune prove sono state condotte in assenza di flusso di scorrimento: tali prove sono caratterizzate dalla stessa procedura appena esposta, ad esclusione dei punti 3 e 4.

RISULTATI SPERIMENTALI

5. Risultati sperimentali relativi alla fluidizzazione di solidi granulari in flusso di scorrimento

5.1 Fluidizzazione di sferette di vetro

5.1.1 Curve di fluidizzazione

In fig. 5.1, 5.2 e 5.3 sono riportate le curve di fluidizzazione, ovvero la pressione rilevata al fondo della colonna di fluidizzazione al variare della velocità superficiale dell'aria, di un letto di sferette di vetro (*Glass Ballotini*) caratterizzato da un rapporto di aspetto (altezza letto/diametro condotto) pari a 1 rispettivamente in assenza di cilindro interno, in presenza dello stesso e con agitazione meccanica.

All'aumentare della velocità superficiale del gas a partire dalle condizioni di letto



Figura 5.1 – Curva di fluidizzazione per un letto di Ballotini in assenza di cilindro interno ed agitazione; H/D = 1.

fisso, la pressione aumenta linearmente al crescere di U_g , in accordo con l'equazione di Ergun (eq. 1.1). In condizioni di completa fluidizzazione la pressione diviene costante con U_g , ed assume un valore corrispondente al peso del letto per unità dell'area della sezione retta. La velocità di minima fluidizzazione U_{mf} è assunta come la velocità corrispondente al punto di intersezione tra la retta interpolante i valori di P misurati in condizioni di letto fisso e quella interpolante i dati relativi al letto pienamente fluidizzato. Il valore di U_{mf} così determinato è riportato in tabella 5.1. Ulteriori incrementi della velocità superficiale del gas di fluidizzazione non comportano variazioni nella pressione misurata.

	Teorica	Sperimentale
U _{mf} [m/s]	0.06	0.058

Tabella 5.1 Confronto tra la U_{mf} teorica e sperimentale per Ballotini da 265 μm .

Dopo aver equipaggiato l'impianto con il cilindro interno di agitazione, non si osservano sostanziali variazioni nell'andamento della pressione contro U_g (Fig. 4.2).



Figura 5.2 – Curva di fluidizzazione per un letto di Ballotini in presenza di cilindro interno.

E' tuttavia possibile notare, oltre alla presenza di un *overshoot* in corrispondenza della U_{mf} , che il valore su cui si stabilizzano le perdite di carico in condizioni di completa fluidizzazione è maggiore della pressione statica del letto sovrastante la zona di misura: la ragione di tale comportamento è da ricercarsi proprio nella diminuzione della sezione traversa del reattore e nel conseguente aumento degli attriti di parete [*Solimene, 1999*].

In presenza di agitazione meccanica (Fig. 5.3), la transizione da letto fisso a letto fluidizzato non risulta caratterizzata da una marcata variazione della pendenza della curva P in funzione di U_g, in accordo con la letteratura [*Nezzal et al., 1998*]. Per valori di Ug minori della velocità di minima fluidizzazione teorica, la due curve si sovrappongono perfettamente; al di sopra della Umf è possibile notare un lieve scostamento dei valori di pressione misurati. In particolare, per velocità di agitazione pari a 4.5 rps, la pressione risulta leggermente inferiore rispetto a quella misurata per n = 3 rps.



Figura 5.3 – Curva di fluidizzazione per un letto di Ballotini in presenza di agitazione meccanica.

5.1.2 Gradienti di pressione

In figura 5.4 è riportato l'andamento del gradiente di pressione $\Delta P/\Delta z$ valutato al fondo del letto di sferette di vetro in funzione della velocità del fluido.

Analizzando $\Delta P/\Delta z$, valutato ad una quota media di 11.85 cm, si osserva il graduale aumento in condizioni di letto fisso tipico del flusso attraverso struttura porosa. Per U_g >U_{mf} il gradiente diventa praticamente costante a meno di piccoli variazioni. Trascurando il contributo alla perdita di carico legato a fenomeni di accelerazione e di attrito, dalla legge fondamentale della fluidizzazione:

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot g = \rho_e \cdot g \tag{5.1}$$

si ricava una densità del letto dell'ordine di 1200-1300 kg/m³, corrispondente ad un valore di ε_{mf} circa uguale a 0.45.

Per l'impianto equipaggiato con il cilindro interno non sono apprezzabili sostanziali variazioni rispetto al caso appena presentato.



Figura 5.4 – Gradiente di pressione al fondo del letto di Ballotini al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione. H/D = 1.

La figura 5.5 riporta il gradiente di pressione in presenza di agitazione meccanica. Come già osservato per le curve di fluidizzazione, non è possibile osservare una marcata transizione dal regime di letto fisso a quello di letto fluidizzato.

5.1.3 Varianza della pressione

In figura 5.6 viene riportata la varianza della pressione misurata all'interno della colonna di fluidizzazione in funzione della velocità superficiale del fluido. L'analisi della variazione di σ^2 in funzione di U_g [*Hong, 1990*] permette di stimare la velocità di incipiente formazione di bolle, velocità oltre la quale σ^2 si discosta dai valori caratteristici del letto fisso.

La U_{mb} così stimata risulta coincidente con la U_{mf} determinata dalle curve di fluidizzazione, in accordo al fatto che il materiale in esame si classifica come B secondo Geldart.

Un andamento del tutto analogo è riscontrabile anche per le prove condotte in presenza di cilindro interno ma senza agitazione meccanica.



Figura 5.5 – Gradiente di pressione (quota media 11.85 cm) nel letto di Ballotini in presenza di cilindro interno al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione e parametrico nella velocità di agitazione.



Figura 5.6 – Andamento della varianza della pressione in corrispondenza di una quota pari a 10.1 cm al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione parametrico nella velocità di agitazione.

Nel caso in cui il sistema sia soggetto a flusso di *shear*, la varianza non mostra significativi scostamenti dal valore nullo (fig. 5.6 - curva per n = 3 rps), a conferma del fatto che non si ha formazione di bolle di gas all'interno del letto.

5.1.4 Curve di espansione

In figura 5.7 sono riportate in scala logaritmica le curve di espansione, ovvero l'andamento del grado di vuoto ε in funzione della velocità superficiale U_g, parametriche nella velocità di agitazione.

La determinazione dei valori di ε in corrispondenza di ciascun valore della U_g è stata effettuata a partire dalla relazione:

$$\frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon_{mf}} = \frac{H_{mf}}{H}$$
(5.2)

in cui per H_{mf} è stato assunto il valore misurato in corrispondenza della velocità di minima fluidizzazione sperimentale e per ε_{mf} il valore calcolato dalla relazione 5.1 valutata in corrispondenza dello stesso valore della U_g .

L'analisi della curva relativa ad n = 0 mostra che per valori inferiori alla U_{mf} del materiale considerato, il grado di vuoto si mantiene costante e pari ad ε_{mf} ; a partire dalla minima fluidizzazione e per valori crescenti della velocità superficiale il grado di vuoto cresce in conseguenza della formazione di bolle di dimensione via via crescente in seno al letto.

Per n \neq 0, il grado di vuoto mostra significativi scostamenti dal valore ε_{mf} già a partire da valori notevolmente inferiori alla U_{mf} del materiale in esame (U_g pari a 2.5 cm/s): il sistema inizia quindi ad espandere già in condizioni di letto non fluidizzato e tale espansione permane in tutto l'intervallo di condizioni operative indagate.

Il valore del coefficiente di Richardson e Zaki, valutato come inverso della pendenza delle rette interpolanti i dati relativi alla regione di espansione omogenea della precedente figura, risulta essere all'incirca 10.



Figura 5.7 – *Curve di espansione per il letto di Ballotini parametriche nella velocità di agitazione.*

5.1.5 Analisi in frequenza

In figura 5.8 sono riportate le funzioni di PSD della pressione misurata nella colonna di fluidizzazione a 10.5 cm dal fondo del letto di sferette di vetro al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione.

L'analisi delle funzioni PSD delle fluttuazioni di pressione misurate in assenza di agitazione meccanica permette di rilevare la totale assenza di fenomeni periodici per valori di U_g inferiori a circa 6 cm/s. In corrispondenza della U_{mf} per il materiale in



Figura 5.8 – Funzioni PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione per un letto di Ballotini in assenza di agitazione meccanica.

esame, è possibile notare la comparsa di un picco nel grafico della PSD caratterizzato da una frequenza compresa tra 1 e 2 Hz; ciò è indicativo della comparsa di bolle in seno al letto, in accordo al fatto che il materiale risulta classificato come B secondo Geldart (U_{mb} coincidente con U_{mf}). A velocità superiori ($U_g = 8 \text{ cm/s}$) è evidente che la frequenza del fenomeno periodico dominante aumenta, spostandosi verso una frequenza di circa 2.5 Hz.

All'aumentare della U_g fino a giungere in corrispondenza del massimo valore di velocità superficiale per il quale è stato esercito l'impianto non si riscontrano sostanziali variazioni nell'aspetto delle PSD. Solo in corrispondenza di quest'ultimo valore di U_g (10 cm/s), la frequenza dominante diminuisce leggermente attestandosi ad un valore di 2 Hz; contestualmente è possibile riscontrare l'aumento della rilevanza di fenomeni a frequenza più elevata. Questa duplice variazione nell'aspetto della PSD, caratteristica tipica legata all'insorgenza di fenomeni caotici, consente di affermare che in corrispondenza del precedente valore della velocità superficiale ha inizio la transizione al regime turbolento.

In figura 5.9 sono riportate le funzioni di PSD della pressione misurata nella colonna di fluidizzazione a 10.5 cm dal fondo del letto di sferette di vetro al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione ed in presenza di agitazione meccanica.

Per qualsiasi valore della velocità superficiale sono presenti dei picchi di potenza in corrispondenza di una frequenza fondamentale di 3 Hz e delle sottoarmoniche 6 e 9 Hz, corrispondenti proprio alla frequenza di rotazione del cilindro interno.

L'assenza, fino ad un valore di U_g pari a 10 cm/s, di altri fenomeni periodici dominanti conferma l'assenza di bolle in seno al letto, in accordo a quanto già determinato dall'analisi delle curve di espansione del materiale in esame.

Per U_g pari a 10 cm/s ha inizio la formazione delle bolle di gas all'interno del letto di sferette di vetro: la funzione PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione relativa al suddetto valore di velocità superficiale è caratterizzata dalla presenza di una banda che si sviluppa nell'intervallo di frequenze comprese tra 0.5 e 3 Hz.



Figura 5.9 – Funzioni PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione per un letto di Ballotini in presenza di agitazione meccanica. Velocità di rotazione = 3 rps.

Quest'aspetto è caratteristico del regime di *multiple bubble*, così come definito da Leckner e Johnsson [2001]: all'interno del letto si formano numerose bolle di gas di piccolo diametro, il che comporta una PSD contraddistinta dall'assenza di una ben definita frequenza dominante.



Figura 5.10– Funzioni PSD della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione per un letto di Ballotini in presenza di agitazione meccanica. Velocità di rotazione = 4.5 rps.

In figura 5.10 sono riportate le funzioni di PSD della pressione misurata nella colonna di fluidizzazione a 10.5 cm dal fondo del letto di sferette di vetro al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione ed in presenza di agitazione meccanica.

Per qualsiasi valore della velocità superficiale sono del tutto assenti fenomeni periodici associati alla presenza di bolle in seno al letto. Risultano unicamente presenti dei picchi di potenza in corrispondenza di una frequenza fondamentale di 4.5 Hz e della sottoarmonica a 9 Hz, corrispondenti proprio alla frequenza di rotazione del cilindro interno.

Tale comportamento permane inalterato fino al massimo valore di velocità superficiale indagato, confermando che il letto permane in condizioni di espansione omogenea in tutto il *range* di condizioni operative indagato,così come determinato dall'analisi delle curve di espansione.



Figura 5.11 – Variazione temporale della pressione durante una prova di collasso di un letto di Ballotini da 265 µm.

5.1.6 Prove di collasso

In figura 5.11 sono riportati gli andamenti temporali della pressione durante una prova di collasso in corrispondenza di una quota pari a 10.1 cm dal fondo del letto di sferette di vetro, in presenza (n = 3 rps) ed in assenza (n = 0 rps) di agitazione meccanica.

In entrambi i casi la pressione mostra un decadimento esponenziale da un valore iniziale corrispondente al peso statico del letto fino al valore nullo. Tale decadimento ha luogo in ≈ 0.4 s in assenza di agitazione meccanica, mentre si espande fino a ≈ 0.8 s in presenza di flusso di scorrimento.

La figura 5.12 riporta la variazione temporale dell'altezza normalizzata (rapporto tra l'altezza misurata e l'altezza statica) del letto di sferette di vetro nel corso di una prova di collasso in presenza ed in assenza di agitazione meccanica.

La curva relativa ad n = 0 rps mostra l'andamento tipico del collasso di materiali classificati come B secondo Geldart: ad una fase di rapida diminuzione dell'altezza legata all'evacuazione del gas contenuto nella fase bolle, fa seguito il rilascio della



Figura 5.12 – Andamento temporale dell'altezza normalizzata durante una prova di collasso di un letto di Ballotini da 265 µm.

scarsa quantità di gas interstiziale; il letto raggiunge l'altezza statica in un tempo pari a ≈ 0.8 s.

In seguito all'agitazione meccanica (curva n = 3 rps), la diminuzione di altezza avviene in maniera quasi lineare con un andamento che ricalca quello tipico di un materiale classificato come A secondo Geldart. Il raggiungimento dell'altezza statica avviene dopo ≈ 3.5 s.

5.2 Fluidizzazione di catalizzatore da cracking

5.2.1 Curve di fluidizzazione

La procedura sperimentale e di analisi dei dati è uguale a quella descritta per le prove condotte con sferette di vetro.

In figura 5.13 è riportato l'andamento della pressione all'interno della colonna di fluidizzazione al variare della velocità superficiale del gas in corrispondenza di due prese di pressione poste rispettivamente ad una quota di 10.1 e 13.1 cm.



Figura 5.13 – Curva di fluidizzazione per un letto di FCC in assenza di agitazione e di cilindro interno. H/D = 1.

La granulometria estremamente fine del materiale in esame si traduce nel fatto che, anche in assenza del cilindro interno di agitazione, l'andamento della pressione in funzione della Ug presenta un *overshoot* in corrispondenza della U_{mf} .

Oltre tale valore, la pressione mostra un repentino calo seguito da una leggera crescita che ha termine in corrispondenza del raggiungimento della U_{mb} . A partire da questo valore, la pressione si stabilizza su un valore costante pari al peso del letto sovrastante la zona di misura per unità di sezione (\approx 10 mbar per la presa posta più in basso e \approx 8 mbar per l'altra). Le velocità di minima fluidizzazione e di minimo *bubbling* così determinate sono riportate in tabella 5.2.

	Teorica	Sperimentale
U _{mf} [m/s]	0.0017	0.002
U _{mb} [m/s]	0.0024	-

Tabella 5.2 Riepilogo U_{mf} e U_{mb} per FCC da 40 μm .



Figura 5.14 – *Curve di fluidizzazione per un letto di FCC in presenza di agitazione meccanica parametriche nella velocità di rotazione.*

Anche in questo caso, dopo l'inserimento del cilindro di agitazione non si apprezzano variazioni di rilievo rispetto al caso precedente.

Nella figura 5.14 sono riportate le curve di fluidizzazione parametriche nella velocità di rotazione del cilindro interno. E' possibile notare il graduale passaggio dalle condizioni di letto fisso a quelle di letto fluidizzato per entrambi i valori di n. Per valori di Ug inferiori alla U_{mf} , le due curve si sovrappongono quasi perfettamente; al di sopra di quest'ultimo valore, la curva a 4.5 rps si stabilizza subito intorno ad un valore pari al peso del letto per unità di sezione, mentre la curva relativa ad una velocità di rotazione pari a 3 rps mostra delle oscillazioni più marcate intorno ad un valore medio ancora corrispondente al peso statico del letto.

5.2.2 Gradienti di pressione

La figura 5.15 riporta l'andamento del gradiente di pressione calcolato al fondo del letto di sferette di vetro (quota media 11.85 cm). Quest'ultimo diviene all'incirca costante per $U_g \approx 0.2$ cm/s; in queste condizioni la densità ρ_e del letto risulta essere



Figura 5.15 – Gradiente di pressione al fondo del letto di FCC al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione. H/D = 1.

dell'ordine di 700-800 kg/m³, corrispondenti ad un valore di ε_{mf} di 0.55. Anche per quanto riguarda il gradiente, l'inserimento del cilindro di agitazione e la conseguente riduzione della sezione utile dell'impianto non comporta alcuna variazione dell'andamento globale al variare della velocità superficiale del gas di fluidizzazione.





Figura 5.16– *Gradiente di pressione (quota media 11.85 cm) nel letto di FCC al variare* U_g *e parametrico nella velocità di agitazione.*

pressione in presenza di agitazione meccanica. L'andamento è quello classico di un materiale soggetto a fluidizzazione omogenea: al crescere della velocità superficiale in condizioni di letto fisso il gradiente mostra il graduale aumento caratteristico del flusso attraverso struttura porosa.

Per $U_g = U_{mf}$ il $\Delta P/\Delta z$ assume un massimo (corrispondente ad una densità apparente del letto pari a circa 800-900 kg/m³) per poi decrescere in maniera uniforme all'aumentare della U_g e, conseguentemente, del grado di vuoto ε .

Tale andamento risulta leggermente più marcato per la curva a velocità di agitazione maggiore.

5.2.3 Curve di espansione

In figura 5.17 sono riportate, in scala logaritmica, le curve di espansione del letto relative all'FCC, ovvero l'andamento del grado di vuoto ε in funzione della velocità superficiale U_g, parametriche nella velocità di agitazione.

In assenza di agitazione meccanica (curva n = 0 rps) è possibile individuare i valori



Figura 5.17 – Curve di espansione per il letto di FCC parametriche nella velocità di agitazione.

di velocità superficiale del gas corrispondenti all'intervallo di esistenza della regione di espansione omogenea (U_{mf} ed U'_{mb}). Per questa condizione operativa il valore dell'esponente di Richardson e Zaki è pari a circa 7. In presenza di agitazione meccanica (n = 3 e 4.5 rps) la fluidizzazione omogenea ha luogo in un più ampio intervallo di velocità superficiali (U_{mf} ed U''_{mb}); il coefficiente di Richardson-Zaki assume lo stesso valore rilevato in precedenza.

E' da notare che non è stato possibile condurre analisi statistiche o in frequenza per il catalizzatore poroso: la granulometria estremamente fine dell'FCC, agendo come uno smorzatore viscoso sulle oscillazioni di pressione, ha reso infatti impossibile eseguire tali determinazioni.

5.2.4 Prove di collasso

In figura 5.18 è riportato l'andamento temporale dell'altezza normalizzata del letto di FCC parametrico nella velocità di agitazione durante una prova di collasso.

Per la prova condotta in assenza di agitazione meccanica (curva n = 0 rps), l'altezza mostra il decadimento esponenziale caratteristico dei materiali appartenenti al gruppo C:



Figura 5.18 – Variazione temporale dell'altezza normalizzata durante una prova di collasso di un letto di FCC da 40 µm.

il gas di fluidizzazione, presente in larga parte nei canali preferenziali, è evacuato lentamente attraverso questi ultimi.

In presenza di agitazione meccanica (n = 3 rps) è possibile individuare due tratti distinti: fino a t = 1.5 s, si assiste all'allontanamento del gas dalla fase bolle, con un andamento lineare; per istanti di tempo successivi, la variazione di altezza è esponenziale in conseguenza del rilascio del gas interstiziale. L'andamento ora descritto è caratteristico dei materiali appartenenti al gruppo A di Geldart.

Anche in questo caso, come già visto per i Ballotini, la presenza di agitazione meccanica espande i tempi di collasso.

Complessivamente i risultati ottenuti consentono di affermare che, limitatamente alle condizioni operative indagate, l'applicazione di un flusso di scorrimento ad un solido granulare fluidizzato sortisce l'effetto di stabilizzare lo stato di fluidizzazione omogenea in un ampio campo di variabili operative, migliorando la qualità della fluidizzazione; i tempi di de-aerazione in presenza di flusso di scorrimento risultano inoltre aumentati di un fattore \approx 4 indipendentemente dall'entità del gradiente di scorrimento applicato.

6. Risultati sperimentali relativi a flussi granulari in tamburo rotante

6.1 Prove con catalizzatore da cracking (FCC)

6.1.1 Regimi di flusso

In tab. 6.1 sono riportati, in corrispondenza delle condizioni operative riportate al § 3.4, il numero di Froude, la velocità lineare di avanzamento del rotore ed il rapporto tra questa ultima e la velocità di minima fluidizzazione (v) per un letto di FCC caratterizzato da un *filling degree* di 0.013.

ω	U	Fr	ν
rpm	m/s	-	-
5	0.471	0.694	$3.9 \cdot 10^2$
10	0.942	1.682	$7.9 \cdot 10^2$
15	1.414	2.523	$1.2 \cdot 10^3$
20	1.885	4.758	1.6·10 ³
25	2.356	5.191	2.0·10 ³
30	2.827	6.086	$2.4 \cdot 10^3$

Tabella 6.1- Velocità lineare, numero di Froude e rapporto adimensionale di velocità in funzione della velocità di rotazione del rotore; materiale: FCC 40 μm; filling degree = 0.013.

In fig. 6.1 si riportano singoli fotogrammi rappresentativi dei profili di flusso osservati in corrispondenza delle stesse condizioni operative. In accordo alla classificazione di Mellmann [2000], è possibile individuare i seguenti regimi:

- a) *surging* per ω pari a 5 rpm e 10 rpm: il letto di materiale granulare si comporta come un corpo rigido, oscillando periodicamente tra due angoli limite, quello superiore corrispondente all'angolo di attrito statico e quello inferiore all'angolo di attrito dinamico. La superficie del letto è pressoché piatta;
- b) *slumping* per ω pari a 15 rpm: una piccola aliquota del materiale costituente il letto si distacca in maniera quasi-periodica in corrispondenza della zona maggiormente inclinata (regione superiore destra) e frana verso il basso. Nel corso di ciascuna fase di discesa, il materiale che cade ingerisce aria secondo un meccanismo alla Richardson: di conseguenza la sua viscosità apparente tende a diminuire e la sua velocità lineare ad aumentare. In tali condizioni il materiale in caduta fluisce come un'onda di liquido sul materiale sottostante, il cui comportamento rimane ancora quello di un corpo rigido, fino a giungere in corrispondenza della regione frontale dove sopravanza il materiale sottostante, ricadendo al suolo. Il pelo libero del letto risulta ancora piatto;
- c) *incipiente cascading* per ω pari a 20 rpm: le fasi di distacco e successiva caduta interessano con frequenza maggiore aliquote sempre più rilevanti di letto e di conseguenza il pelo libero superficiale diviene incurvato ed irregolare. Lo spessore dello strato in flusso discendente risulta aumentato, così come la quantità di aria ingerita sia per *shear* superficiale sia a causa delle accresciute turbolenza e vorticità che si verificano in corrispondenza della regione frontale. Si osserva parziale fluidizzazione del letto.
- d) *cascading* per ω pari a 25 rpm e 30 rpm: il processo di *avalanching* diventa continuo. La superficie libera del letto, non più ben

delineata a causa della notevole elutriazione/eiezione di materiale, diventa orizzontale. La fenomenologia del moto ricorda quella di un liquido a viscosità nulla. Si osserva fluidizzazione permanente.



Figura 6.1 - Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: FCC 40 µm; filling degree = 0.013; A) ω =5 rpm; B) ω =10 rpm; C) ω =15 rpm [si vedano anche i filmati corrispondenti]



Figura 6.1 - Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: FCC 40 μ m; filling degree = 0.013; D) ω =20 rpm; E) ω =2 5 rpm; F) ω =30 rpm [si vedano anche i filmati corrispondenti]

6.1.2 Angolo del centro di massa

In fig. 6.2 è riportato il valore medio dell'angolo al centro rispetto alla verticale (β) del centro di massa del sistema in funzione della velocità lineare.

All'aumentare di quest'ultima è possibile osservare una progressiva diminuzione di β ; in particolare è da sottolineare la presenza di un punto di flesso per valori di U compresi tra 1.5 e 2 m/s.

In corrispondenza di tale intervallo di valori, il comportamento del sistema subisce un mutamento drastico: per U minore di 1.5 m/s, β risulta all'incirca pari all'angolo di attrito dinamico; per valori superiori a 2.0 m/s, il valore dell'angolo si attesta invece intorno a 5 gradi.

La varianza dell'angolo del centro di massa, riportata in fig. 6.3, segue di converso un andamento non monotono; in particolare:



Figura 6.2 – Angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: FCC 40 µm; filling degree = 0.013.

- risulta crescente con la velocità per bassi valori di U (regime di surging);
- decresce fortemente al crescere della velocità per elevati valori della stessa (regime di cascading).

In corrispondenza di U pari a 1.414 m/s la varianza presenta un massimo, evidentemente legato al comportamento quasi-periodico osservato in regime di *slumping*.

6.1.3 Dinamica della regione frontale

La fenomenologia osservata in corrispondenza della zona anteriore del flusso granulare risulta essere estremamente complessa:



Figura 6.3 –Varianza dell'angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: FCC 40 μ m; filling degree = 0.013.

- in corrispondenza del regime di *surging* (ω = 5 rpm e 10 rpm), il flusso presenta un fronte netto e caratterizzato da un angolo di inclinazione rispetto all'orizzontale pari all'angolo di attrito dinamico (fig. 6.4). In queste condizioni non si osservano fenomeni riconducibili a ricaduta di solidi;
- per $\omega = 15$ rpm (regime di *slumping*) la morfologia del fronte rimane sostanzialmente inalterata; in corrispondenza di questa velocità tuttavia, a seguito del sopraggiungere di materiale parzialmente aerato (si veda §6.1.1-b), ha luogo la formazione di *overhang* di solido (fig. 6.5): filetti fluidi a distanze crescenti dal fondo sopravanzano il fronte dando vita a componenti bidimensionali di flusso che, traducendosi in intensa vorticità localizzata nella regione frontale, provocano l'ulteriore ingestione di aria da parte di materiale che è già aerato con conseguente parziale fluidizzazione dello stesso. In fig. 6.6 è riportata una sequenza di tre fotogrammi (distanza temporale 0.04 s) relativi all'eruzione di una bolla di aria da materiale fluidizzatosi proprio a seguito di un *overhang*;
- in regime di incipiente *cascading* ($\omega = 20$ rpm) il fronte si presenta in continuo rinnovamento; l'entità dei fenomeni iniziati nel precedente regime di *slumping* risulta notevolmente aumentata: gli *overhang* sempre meno sporadici che coinvolgono quantità notevoli di solido e la parziale fluidizzazione di materiale che interessa regioni sempre più estese della zona frontale fanno sì che l'angolo di inclinazione del fronte risulti sempre più frequentemente pari a 0 gradi.
- per ω = 25 rpm e 30 rpm (regime di *cascading* pienamente sviluppato), oltre ai fenomeni di *overhang* già presenti anche per velocità minori, ha luogo una fenomenologia totalmente nuova: i

filetti fluidi più superficiali mostrano un comportamento che ricorda molto da vicino quello di onde di liquido che si infrangono come *"plunging breaker"* (fig. 6.7). La formazione di questo tipo di frangenti è responsabile dell'ingestione di quantità notevoli di aria da parte dell'intero sistema, che risulta di conseguenza pienamente fluidizzato. L'angolo di inclinazione del fronte è sistematicamente pari a 0 gradi.


Figura 6.4- *Profilo del fronte del flusso granulare; materiale FCC; A)* $\omega = 5$ *rpm; B)* $\omega = 10$ *rpm.*







Figura 6.5- Evoluzione di un "overhang" in corrispondenza del fronte del flusso granulare; materiale FCC; $\omega = 15$ rpm [si veda anche il filmato corrispondente]



Figura 6.6 – Eruzione di una bolla d'aria generatasi a seguito della formazione di un overhang; materiale: FCC 40 μ m; $\omega = 15$ rpm [si veda anche il filmato corrispondente].





6.2 Prove con sferette di vetro (GB1)

6.2.1 Regimi di flusso

In tab. 6.2 sono riportati, in corrispondenza delle condizioni operative riportate al § 3.4, il numero di Froude, la velocità lineare di avanzamento del rotore ed il rapporto tra questa ultima e la velocità di minima fluidizzazione (v) per un letto di sferette di vetro GB1 caratterizzato da un *filling degree* di 0.013.

ω	U	Fr	ν	
rpm	m/s	-	-	
5	0.471	0.691	1.7·10 ²	
10	0.942	1.561	3.5·10 ²	
15	1.414	2.491	5.2·10 ²	
20	1.885	3.362	6.9·10 ²	
25	2.356	4.585	8.7·10 ²	
30	2.827	5.638	1.0.10 ³	

Tabella 6.2- Velocità lineare, numero di Froude e rapporto adimensionale di velocità in funzione della velocità di rotazione del rotore; materiale: GB1 55 μ m; filling degree = 0.013.

In fig. 6.8 si riportano singoli fotogrammi rappresentativi dei profili di flusso osservati in corrispondenza delle stesse condizioni operative. In accordo alla classificazione di Mellmann [2000], è possibile individuare i seguenti regimi:

a) *slumping* per ω pari a 5 rpm e 10 rpm: l'entità del materiale che si distacca e frana è molto più limitata rispetto al caso dell'FCC. Lo strato discendente di materiale è spesso poche decine di particelle, e non è di conseguenza in grado di ingerire quantità significative di aria per *shear*; la viscosità apparente e la velocità lineare del materiale in caduta non mostrano variazioni nel corso di ciascuna fase di discesa. Il pelo libero del letto risulta piatto;

- b) *rolling* per ω pari a 15 rpm, 20 rpm e 25 rpm: lo strato discendente diventa continuo e si osserva la comparsa di uno strato basale ascendente in cui il solido è trascinato in alto dalle pareti del rotore. Lo spessore dello strato in caduta è limitato, così come l'ingestione di aria per *shear*. Solo per il più alto valore di velocità, corrispondente in realtà ad un regime di *rolling/cascading*, si registra la comparsa di sporadici *plunging breaker* che si propagano lungo l'intera superficie del letto (fig. 6.9), altrimenti piatta e costantemente inclinata di un angolo pari all'angolo di attrito dinamico;
- c) *cascading* per ω pari a 30 rpm: la formazione di *plunging breaker* si intensifica: corrispondentemente è possibile osservare, anche se in maniera limitata nel tempo ed in corrispondenza di regioni ben definite di letto, una fluidizzazione parziale del sistema.



Figura 6..8- Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: GB1 55 μ m; filling degree = 0.013; A) ω =5 rpm; B) ω =10 rpm; C) ω =15 rpm [si vedano anche i filmati corrispondenti]



Figura 6.8- Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: GB1 55 µm; filling degree = 0.013; D) ω =20 rpm; E) ω =25 rpm; F) ω =30 rpm. [si vedano anche i filmati corrispondenti]







Figura 6.9- Evoluzione temporale di "plunging breaker" sul pelo libero del flusso; materiale GB1 55 μ m; ω =25 rpm [si veda anche il filmato corrispondente]

6.2.2 Angolo del centro di massa

In fig. 6.10 è riportato il valore medio dell'angolo al centro rispetto alla verticale (β) del centro di massa del sistema in funzione della velocità lineare. All'aumentare di quest'ultima è possibile osservare una progressiva diminuzione di β .

Per valori di U compresi tra 1.5 m/s e 2 m/s l'andamento di β mostra un punto di flesso ma, a differenza di quanto riscontrato nel corso delle prove condotte con FCC, l'angolo del centro di massa passa con continuità da un valore massimo di circa 30 gradi ad un valore minimo di circa 13 gradi.

L'assenza di discontinuità nel comportamento del sistema trova conferma nell'analisi della varianza dell'angolo del centro di massa, riportata in fig. 6.11; a differenza di quanto osservato nel caso delle prove condotte con FCC, tra 1.5 m/s e 2.0 m/s la varianza presenta un minimo.



Figura 6.10 – Angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB1 55 µm; filling degree = 0.013

Più in generale:

- risulta decrescente con la velocità per bassi valori di U (regime di slumping);
- cresce al crescere della velocità in regime di rolling;
- diminuisce all'aumentare di U in regime di cascading.

6.2.3 Dinamica della regione frontale

La fenomenologia osservata in corrispondenza della zona anteriore si presenta, anche se con alcune differenze, analoga a quella osservata per il catalizzatore:



Figura 6.11 – Varianza dell'angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB1 55 μm; filling degree = 0.013

- in regime di *slumping* (ω = 5 rpm e 10 rpm), il flusso presenta un fronte netto e caratterizzato da un angolo di inclinazione rispetto all'orizzontale pari all'angolo di attrito dinamico (fig. 6.12-A). La formazione di *overhang* è sporadica ed interessa una quantità esigua di materiale (fig. 6.13);
- per $\omega = 15$ rpm e $\omega = 20$ rpm (regime di *rolling*) il fronte si presenta costantemente inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo pari all'angolo di attrito dinamico (fig 6.12-B);
- in corrispondenza del regime di *cascading* ($\omega = 25$ rpm e 30 rpm) si osserva un duplice comportamento del fronte: in assenza di fenomeni di ricaduta di solidi (plunging breaker e/o overhang) il fronte si presenta inclinato di un angolo pari a quello di attrito dinamico; il sopraggiungere di materiale parzialmente aerato a seguito della formazione di *plunging breaker* sul pelo libero del flusso ne altera in maniera sostanziale l'aspetto. In particolare, l'overhang determina un ulteriore inglobamento di aria con conseguente parziale fluidizzazione: il solido fluidizzato espande ed accelera, allontanandosi dal rimanente materiale (fig. 6.14). L'angolo di inclinazione del fronte risulta oscillare tra l'angolo di attrito dinamico e 0 gradi.



Figura 5.12- Profilo del fronte del flusso granulare; materiale GB1 55 μ m; A) $\omega = 5$ rpm; B) ω _ =15 rpm.







Figura 6.13- Evoluzione di un "overhang" in corrispondenza del fronte del flusso granulare; materiale GB1 55 μ m; ω =5 rpm







Figura 6.14- Evoluzione di un "plunging breaker" in corrispondenza della regione frontale del flusso; materiale GB1 55 μ m; ω =25 rpm.

6.3 Prove con sferette cave di vetro (GB2)

6.3.1 Regimi di flusso

In tab. 6.3 sono riportati, in corrispondenza delle condizioni operative riportate al § 3.4, il numero di Froude, la velocità lineare di avanzamento del rotore ed il rapporto tra questa ultima e la velocità di minima fluidizzazione (v) per un letto di sferette cave di vetro GB2 caratterizzato da un *filling degree* di 0.013.

ω	U	Fr	v	
rpm	m/s	-	-	
5	0.471	0.577	$3.5 \cdot 10^{0}$	
10	0.942	1.249	$6.9 \cdot 10^{0}$	
15	1.414	1.874	$1.0.10^{1}$	
20	1.885	2.665	$1.4 \cdot 10^{1}$	
25	2.356	3.331	$1.7 \cdot 10^{1}$	
30	2.827	3.997	$2.0 \cdot 10^{1}$	

Tabella 6.3 - Velocità lineare, numero di Froude e rapporto adimensionale di velocità in
funzione della velocità di rotazione del rotore; materiale: GB2 550 μ m; filling
degree = 0.013.

In fig. 6.15 si riportano singoli fotogrammi rappresentativi dei profili di flusso osservati in corrispondenza delle stesse condizioni operative. In accordo alla classificazione di Mellmann [2000], l'unico regime individuabile è quello di *rolling*.



Figura 6.15- Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: GB2 550 μm ; filling degree = 0.013; A) ω =5 rpm; B) ω =10 rpm; C) ω =15 rpm [si vedano anche i filmati corrispondenti]



Figura 6.15 - Profili di flusso al variare della velocità di rotazione; materiale: GB2 550 μ m; filling degree = 0.013; D) ω =20 rpm; E) ω =25 rpm; F) ω =30 rpm [si vedano anche i filmati corrispondenti]

6.3.2 Angolo del centro di massa

In fig. 6.16 è riportato il valore medio dell'angolo al centro rispetto alla verticale (β) del centro di massa del sistema in funzione della velocità lineare.

Per il materiale in esame, l'andamento di β è monotono e l'angolo al centro decresce all'aumentare di U da 28 a 22 gradi.

La varianza dell'angolo del centro di massa, riportata in fig. 6.17, mostra anch'essa un andamento monotono crescente con U (regime di *rolling*).



Figura 6.16 – Angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB2 550 µm; filling degree = 0.013.



Figura 6.17– Varianza dell'angolo al centro del baricentro del sistema rispetto alla verticale al variare della velocità lineare; materiale: GB2 550 µm; filling degree = 0.013

6.3.3 Dinamica della regione frontale

In base a quanto già riportato per le sferette di vetro GB1 in regime di *rolling*, la dinamica della regione frontale per GB2 risulta del tutto priva di fenomeni di rilievo; il fronte si mantiene ben delineato e costantemente inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo pari all'angolo di attrito dinamico.

<i>w</i> , rpm	FCC	GB1	GB2
5	surging	slumping	rolling
10	surging	slumping	rolling
15	slumping	slumping/rolling	rolling
20	slumping/cascading	rolling	rolling
25	cascading	rolling/cascading	rolling
30	cascading	cascading	rolling

In tabella 6.4 si riporta un riepilogo dei regimi di flusso individuati per ciascun materiale in funzione della velocità angolare del rotore.

Tabella 6.4 – Riepilogo dei regimi di flusso al variare della velocità angolare del rotore

Nel complesso, i risultati ottenuti consentono di affermare che: i) il criterio di classificazione di Mellmann risulta insufficiente a predire il regime di flusso del sistema in tamburi rotanti a grande diametro; ii) l'analisi della varianza dell'angolo al centro rispetto alla verticale del centro di massa del sistema risulta fornire un possibile criterio per l'individuazione del regime di flusso; iii) all'interno di un flusso granulare veloce sono presenti meccanismi di ingestione di aria determinati dalla condizione di flusso stessa, alcuni solo ipotizzati ma mai osservati sperimentalmente (*overhang*) altri del tutto inaspettati (*plunging breaker*); iv) a seguito dell'ingestione di aria, il sistema può portarsi in uno stato fluidizzato: tale stato si conserva per un tempo che è tanto maggiore quanto maggiore è la quantità di aria ingerita.

CONSIDERAZIONI TEORICHE

7. Considerazioni teoriche

7.1 Criterio per l'auto-sostentamento del flusso

Come accennato nel § 2.1.1 un solido granulare in flusso di scorrimento tende a dilatare in direzione ortogonale al piano lungo il quale avviene il moto (*Reynolds dilatancy*). In figura 7.1 è schematizzato il meccanismo responsabile di tale dilatazione: l'applicazione di un gradiente di scorrimento provoca la formazione di catene di forza che, sotto l'azione dello stesso gradiente che ne è causa prima, tendono a ruotare intorno al loro punto di applicazione. Come postulato da Campbell [2006], un meccanismo simile può agire anche nel caso di flussi granulari diluiti: in questo caso, l'applicazione del gradiente di scorrimento *forza* i grani ad avvicinarsi e a formare catene di forza che provocano un effetto uguale a quello precedentemente descritto.

Lo stato espanso risulta tuttavia intrinsecamente instabile: a parità di Δv , risulta aumentata l'altezza lungo si sviluppa la variazione di velocità; il gradiente di scorrimento risulta di conseguenza minore di quello necessario alla sussistenza delle catene di forza e queste ultime di conseguenza "svaniscono", consentendo al solido granulare di collassare nuovamente sotto l'azione della gravità.

In definitiva il flusso di un solido granulare avviene in una modalità definita *slip-stick*, attraverso periodiche oscillazioni tra uno stato espanso e uno stato denso la cui frequenza è funzione, fissate che siano le proprietà fisico-geometriche del sistema, del solo gradiente di scorrimento [*Bucklin et al., 1996; Schulze, 2003*].



Figura 7.1- Reynolds dilatancy per un solido granulare in flusso: a) formazione delle catene di forza nello stato denso; b) dilatazione del materiale a seguito della rotazione delle catene di forza e conseguente scomparsa di queste ultime. [Iverson, 2001]

La presenza di un mezzo al cui interno avviene il flusso granulare può cambiare in maniera sostanziale il comportamento del sistema. In particolare con riferimento alla figura 7.2, in parallelo alle succitate fasi di dilatazione indotta dallo *shear* e collasso conseguente alla gravità, sussistono due ulteriori fasi relative all'ingestione ed all'allontanamento dal *bulk* della fase solida del mezzo interstiziale.

In condizioni espanse, nel sistema sarà presente una certa aliquota di fluido sotto forma di fluido interstiziale. Per poter ritornare ad una condizione impaccata è necessario che il fluido interstiziale sia allontanato: il tempo necessario al sistema affinché ciò accada è definito *deflation time* ed è direttamente proporzionale alla quantità di fluido interstiziale presente.



Figura 7.2- Meccanismo proposto per la dilatazione di un solido granulare in presenza di un mezzo interstiziale.

L'ingestione a seguito della dilatazione indotta dallo *shear* non costituisce l'unico meccanismo secondo cui il sistema ingloba fluido (aria). Aria viene intrappolata: i) per *entrainment* sul pelo libero del flusso granulare con un meccanismo alla Richardson; ii) per turbolenza/vorticità conseguente all'*overhang* ipotizzato in corrispondenza della regione frontale; iii) attraverso la formazione di *plunging breaker*. Non tutti i meccanismi sono però contemporaneamente presenti:

- in condizioni di *surging* (FCC per U = 0.5 e 0.9 m/s) l'effetto di dilatazione conseguente all'applicazione di un gradiente di *shear* è trascurabile in virtù del basso valore del gradiente stesso; l'unico meccanismo di ingestione di aria è l'*entrainment* al pelo libero superiore.
- Nello *slumping* (FCC per U = 1.4 m/s; GB1 per U = 0.5 e 0.9 m/s) il gradiente di *shear* comincia ad essere non trascurabile e di conseguenza il flusso granulare espande (l'FCC in misura maggiore di GB1). L'ingestione di

aria è dovuta sia all'*entrainment* sul pelo libero superficiale sia ai fenomeni di *overhang* in corrispondenza della regione frontale.

- Il regime di *rolling* (GB1 per U = 1.4, 1.9 e 2.4 m/s; GB2 per qualunque valore della velocità) è caratterizzato da un gradiente di scorrimento non nullo. L'unico meccanismo di ingestione di aria è l'*entrainment* al pelo libero superficiale.
- Il regime di *cascading* (FCC per U = 1.9, 2.4 e 2.8 m/s; GB1 per U = 2.8 m/s) è caratterizzato da un elevato valore del gradiente di scorrimento e dalla presenza di tutti i meccanismi di ingestione di aria presentati.

Riassumendo, il sistema espande a seguito dell'applicazione di un gradiente di *shear* e si aera sia in conseguenza dello stato di espansione raggiunto sia a seguito di meccanismi determinati dalla condizione di flusso stessa; tale stato si conserva per un tempo che è tanto maggiore quanto maggiore è la quantità di aria ingerita. Si comprende allora come l'ingestione di aria conseguente alla mobilità del sistema possa diventare rilevante al punto tale da rendere il sistema permanentemente aerato: se la velocità con cui il sistema ingerisce aria è maggiore o uguale della velocità con cui l'aria stessa è allontanata, il sistema permane in una condizione espansa indefinitamente.

E' ragionevole assumere che i meccanismi di aerazione siano dipendenti dalla velocità di avanzamento del sistema; la loro scala temporale è di conseguenza inversamente proporzionale alla velocità del flusso. Dal confronto tra il tempo caratteristico (t_F) associato ai fenomeni di ingestione ed il tempo di de-aerazione (t_D) sarebbe dunque possibile determinare a priori se il sistema è in grado di auto-sostenere uno stato di espansione/aerazione.

U	t _F	t_D/t_F		
m/s	S	FCC	GB1	GB2
0.4	1.91	2.09	0.21	0.01
0.9	0.95	16.76	0.84	0.01
1.4	0.64	25.13	1.26	0.02
1.9	0.48	33.51	1.68	0.02
2.4	0.38	41.89	2.09	0.03
2.8	0.32	50.27	2.51	0.03

Tabella 7.1 – Rapporto tra il tempo di de-aerazione t_D ed il tempo caratteristico di flusso t_F per FCC, GB1 e GB2 in funzione della velocità lineare.

In Tabella 7.1 è riportato il rapporto tra i tempi di de-aerazione per FCC, GB1 e GB2 forniti dalla letteratura [*Di Iorio, 2005*] ed il tempo caratteristico di flusso in corrispondenza delle velocità investigate nel corso della sperimentazione (definito come $1/\omega$).

Coerentemente ai risultati sperimentali riportati nel Capitolo VI, risulta $t_D/t_F >> 1$ per il solo FCC a partire da una velocità lineare di 1.4 m/s, mentre risulta $t_D/t_F << 1$ per GB2 per ogni valore di velocità indagato.

Un discorso a parte merita GB1, per il quale si verifica $t_D/t_F \approx 1$ a partire da un valore di U pari a 1.4 m/s: la scala temporale di de-aerazione e quella di ingestione di aria sono confrontabili ed il sistema è in grado di oscillare tra una condizione espansa/aerata ed una compatta/secca.

7.2 Regimi di flusso - classificazione di Mellmann

I regimi di flusso individuati nel corso della sperimentazione per i tre materiali investigati risultano essere in aperta contraddizione con quanto previsto dalla classificazione di Mellman [2000] riportata in tabella 7.2.

	Sliding	Surging	Slumping	Rolling	Cascading	Cataracting	Centrifuging	
Fr _r	0÷1	10 ⁻⁴	$10^{-5} \div 10^{-3}$	10 ⁻⁴ ÷10 ⁻²	10 ⁻³ ÷10 ⁻¹	0.1÷1	≥1	
f	<0.1	>0.1	<0.1	>0.1		>0.1 >0.2		0.2

 Tabella 7.2-Classificazione dei regimi di flusso in tamburo rotante al variare del numero di Froude e del grado di riempimento f. [Mellmann, 2000]

In particolare, per il valore di grado di riempimento utilizzato nel corso della sperimentazione sarebbero unicamente possibili i regimi di *slumping* o *sliding* (f = 0.013) mentre il valore di Froude rotazionale consentirebbe l'instaurarsi del solo regime di *cataracting* (che, incidentalmente, è l'unico regime che non è stato mai osservato).

Inoltre, anche a parità di valori di f e di Fr_r, il sistema presenta un comportamento diverso al variare del materiale utilizzato, come riportato in tabella 6.4.

Diventa allora evidente la pecca della classificazione proposta da Mellmann, che non tiene in alcun conto le caratteristiche fisico-geometriche del solido granulare ma unicamente le condizioni di esercizio e la geometria del tamburo rotante: ciò che invece appare evidente dalla sperimentazione condotta è proprio la forte dipendenza del comportamento riscontrato dalle caratteristiche del solido granulare utilizzato.

CONCLUSIONI E PROSPETTIVE FUTURE

8. Conclusioni e prospettive future

8.1 Conclusioni

I risultati ottenuti nel corso del presente lavoro di tesi possono così essere riassunti:

E' stata adattata una colonna di fluidizzazione disponibile presso il Dipartimento di Ingegneria Chimica, inserendo al suo interno un dispositivo meccanico di agitazione dotato di variatore di velocità allo scopo di studiare l'influenza del flusso di scorrimento sulla fluidizzazione. L'impianto è stato inoltre dotato di due elettrovalvole allo scopo di eseguire prove di collasso di letti fluidi in presenza o meno di flusso di scorrimento. L'apparato sperimentale è stato esercito con due differenti tipologie di solidi granulari, uno appartenente al gruppo B della classificazione di Geldart (Ballotini da 265 μ m) e l'altro classificabile come A-C (FCC da 40 μ m). Sono state condotte prove di fluidizzazione sia in assenza di flusso di scorrimento che in presenza dello stesso. Le misure di pressione effettuate nel corso delle prove sperimentali sono state analizzate sia nel dominio del tempo che delle frequenze.

Il confronto tra le curve di fluidizzazione determinate in presenza di agitazione meccanica e quelle registrate in assenza consente di affermare che, indipendentemente dalla tipologia di solido granulare adottato, il comportamento fluidodinamico in presenza di flusso di scorrimento è assimilabile a quello di un solido classificato come A secondo Geldart. Per le sferette di vetro, l'agitazione meccanica rende graduale il passaggio dalla condizione di letto fisso a quella di letto fluidizzato, senza altre variazioni di

sorta. Per il catalizzatore da cracking, il flusso di scorrimento, sopprimendo o quanto meno riducendo l'influenza delle forze interparticellari, ha sensibilmente migliorato la qualità della fluidizzazione, annullando i fenomeni di isteresi tipici del materiale in esame.

Dall'analisi combinata dei gradienti di pressione e delle curve di espansione è stata verificata la possibilità di indurre (per materiali appartenenti al gruppo B) e/o stabilizzare (per materiali appartenenti al gruppo A) lo stato di fluidizzazione omogenea. Per le sferette di vetro, la fluidizzazione omogenea ha avuto luogo in tutto il campo di condizioni operative indagate; per l'FCC, si è esteso il campo di stabilità della condizione di espansione omogenea del letto; tali risultati hanno trovato conferma nell'analisi della varianza e degli spettri di potenza della pressione.

L'effetto di "migrazione" verso un comportamento di tipo A secondo Geldart dovuto all'introduzione di un flusso di scorrimento in un letto fluidizzato è stato verificato anche sulla base dei risultati ottenuti dalle prove di collasso. Entrambi i materiali hanno mostrato un allungamento dei tempi di collasso a seguito dell'agitazione: per l'FCC, che mostra un comportamento di tipo C sui tempi brevi, l'effetto dello scorrimento indotto è quello di impedire l'aggregazione particellare e la conseguente formazione di vie di fuga preferenziali per il gas di fluidizzazione; per i Ballotini, l'agitazione sopprime le bolle e di conseguenza omogeneizza l'emulsione solido-gas, allungando i tempi necessari all'allontanamento del mezzo fluidizzante.

E^{\circ} stata progettata e messa in opera un'apparecchiatura sperimentale finalizzata allo studio di flussi granulari veloci in tamburo rotante; l'impianto sperimentale, costituito da un tamburo rotante cavo al cui interno è possibile caricare una massa nota di solido granulare, ha la finalità di instaurare un flusso granulare veloce non stazionario allo scopo di studiare la dinamica del flusso stesso. L'apparato sperimentale è stato esercito, a parità di *filling degree*, con tre differenti tipologie di solidi granulari, due appartenenti al gruppo B della classificazione di Geldart (Ballotini da 55 μ m [GB1] e Ballotini cavi da 550 μ m [GB2]) ed uno classificabile come A/C (FCC da 40 μ m). Sono state condotte prove a differenti velocità di rotazione dell'apparecchiatura, registrando il comportamento del letto di solidi per mezzo di una telecamera ad alta velocità. I filmati ottenuti nel corso delle prove sperimentali sono stati analizzati *frame-by-frame* allo scopo di: i) identificare i regimi di flusso che si instaurano e determinare valore medio e varianza dell'angolo al centro rispetto alla verticale formato dal centro di massa del sistema; ii) studiare la dinamica della regione frontale del flusso granulare.

In riferimento ai regimi di flusso, i tre materiali hanno mostrato comportamenti estremamente diversificati:

- le sferette di vetro cave, indipendentemente dalla velocità di rotazione, scorrono in regime di *rolling* secondo la classificazione di Mellman; tale comportamento è confermato dall'analisi sia del valore medio dell'angolo al centro, sia della varianza dello stesso;
- le sferette di vetro stabilizzano regimi differenti a seconda della velocità angolare: a bassa ω il regime che si instaura è lo *slumping*; per valori intermedi di ω il sistema fluisce secondo il regime di *rolling*; ai valori più alti di ω si instaura il regime di *cascading*. Il valor medio dell'angolo al centro del baricentro del sistema decresce di conseguenza da valori pari all'angolo di attrito dinamico (regime di *slumping*) a valori di circa 13 gradi (regime di *cascading*). La varianza dello stesso presenta un minimo in corrispondenza dell'instaurarsi del regime di *cascading*;
- il catalizzatore da cracking mostra la più ampia gamma di regimi: a bassi valori della velocità angolare si stabilizza un regime di *surging* che diviene *slumping* e poi *cascading* al crescere di *ω*. Il valor medio dell'angolo al centro del baricentro del sistema risulta all'incirca uguale all'angolo di attrito dinamico in regime di *surging* e *slumping*, mentre

decresce bruscamente ad un valore di circa 5 gradi in regime di *cascading*. La varianza dell'angolo al centro mostra un massimo in corrispondenza della transizione al regime di *cascading*.

In relazione alla dinamica della regione frontale, è stata verificata sperimentalmente la formazione di *overhang* di solido in corrispondenza del fronte di un flusso granulare veloce ed è stata altresì osservata la formazione di *plunging breaker* di solido sia in corrispondenza della regione frontale propriamente detta sia lungo il pelo libero del flusso granulare. L'estensione e la frequenza di tali fenomeni risultano dipendenti dal materiale e dal regime di flusso granulare osservato:

- indipendentemente dal materiale indagato, risultano del tutto assenti in regime di *surging* e *rolling* e si presentano solo sporadicamente in regime di *slumping*;
- sono sempre presenti in regime di *cascading*, in modo intensivo sia dal punto di vista della frequenza che della quantità di solido coinvolto per FCC ed in maniera meno marcata per GB1.

In definitiva i risultati ottenuti consentono di affermare quanto segue:

- ✓ limitatamente alle condizioni operative indagate, l'applicazione di un flusso di scorrimento ad un solido granulare fluidizzato sortisce l'effetto di stabilizzare lo stato di fluidizzazione omogenea in un ampio campo di variabili operative, migliorando la qualità della fluidizzazione; i tempi di de-aerazione in presenza di flusso di scorrimento risultano inoltre aumentati di un fattore ≈4 indipendentemente dall'entità del gradiente di scorrimento applicato.
- ✓ il criterio di classificazione di Mellmann, basato esclusivamente sui valori assunti dal numero di Froude rotazionale e dal *filling degree*,

risulta insufficiente a predire il regime di flusso del sistema; l'analisi della varianza dell'angolo al centro rispetto alla verticale del centro di massa del sistema risulta fornire un possibile criterio per l'individuazione del regime di flusso: limitatamente alle condizioni operative investigate, essa presenta un massimo assoluto in corrispondenza dell'inizio del regime di *cascading* (confronto GB1 – FCC) ed un minimo assoluto in corrispondenza dell'insorgere del regime di *rolling* (confronto GB1 – GB2);

✓ un flusso granulare veloce espande a seguito dell'applicazione di un gradiente di scorrimento e si aera sia in conseguenza dello stato di espansione raggiunto sia a seguito di meccanismi determinati dalla condizione di flusso stessa (*overhang/plunging breaker* ed *entrainment* per *shear*); tale stato si conserva per un tempo che è tanto maggiore quanto maggiore è la quantità di aria ingerita. Limitatamente alle condizioni operative investigate, l'ingestione di aria conseguente alla estensiva formazione di *plunging breaker* ed il lungo tempo di deaerazione di FCC rendono il sistema permanentemente fluidizzato; per GB1, la limitata presenza di *plunging breaker* ed il minore tempo di deaerazione determinano uno stato di fluidizzazione temporaneo; il solo meccanismo di *entrainment* non è sufficiente ad instaurare la condizione di fluidizzazione per GB2.

8.2 **Prospettive future**

Per quanto concerne i risultati sperimentali ottenuti nel corso del presente lavoro di tesi, è da notare che la tecnica di video-ripresa digitale ad alta velocità è stata condotta con una risoluzione temporale sufficiente ad effettuare un'analisi in frequenza dei fenomeni (*plunging breaker / overhang*) osservati. Un'ulteriore analisi dei dati raccolti potrebbe fornire la possibilità di individuare frequenze caratteristiche e modellare di conseguenza le dinamiche osservate.

E' plausibile inoltre che il criterio di classificazione di Mellmann possa essere agevolmente esteso a tamburi rotanti di grande diametro sulla base di uno o più parametri che tengano conto sia delle caratteristiche fisicogeometriche dei solidi granulari utilizzati sia della possibilità che si induca una condizione di auto-fluidizzazione in seno al flusso granulare. Il parametro più promettente da questo punto di vista sembrerebbe essere il rapporto adimensionale v tra la velocità lineare di avanzamento del fondo del rotore e la velocità di minima fluidizzazione del solido granulare in esame (U/U_{mf});

L'impiego coordinato di celle di carico e trasduttori di pressione potrebbe consentire, previa ulteriore sperimentazione, una descrizione esaustiva della reologia di solidi granulari fluidizzati in flusso di scorrimento.

Appendice A




Particolare 01	Scala
Flangia	1:2
materiale: acciaio	$\stackrel{(1)}{=}$

Figura A.1 – Particolare della flangia portatubo.



Figura A.2 – Particolare della flangia portatubo.



Disegno 3	Scala
Assemblato	1:2
portatubo	$\overline{(\mathbf{x})}$

Figura A.3 – Sezione del portatubo assemblato.



Figura A.4 – Particolare dell'impianto a tamburo rotante.



Figura A.5 – Particolare dell'impianto a tamburo rotante.





Figura A.6 – Particolare dell'impianto a tamburo rotante.



Particolare 06	Scala
N° Pezzi 10	1:1
Materiale: Alluminio	$(\underline{\bullet})$

Figura A.7 – Particolare dell'impianto a tamburo rotante.



Particolare 07	Scala
N° Pezzi 10	1:1
Materiale: Alluminio	$\overline{(\mathbf{x})}$

Figura A.8 – Particolare dell'impianto a tamburo rotante.



Figura A.9 – Sezione assemblata del rotore.



Figura A.10 – Particolare costruttivo della struttura di trasporto.



Particolare 09	Scala
N° Pezzi 4	1:10
Materiale: Ferro zincato preverniciato colore RAL 9018	$- \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right)$

Figura A.11 – Particolare costruttivo della struttura di trasporto.



Particolare 10	Scala
N° Pezzi 2	1:10
Materiale: Ferro zincato preverniciato colore RAL 9018	$- \left(\begin{array}{c} \\ \end{array} \right) \\ \end{array} $

Figura A.12 – Particolare costruttivo della struttura di trasporto.





Figura A.13 – Particolare costruttivo della struttura di trasporto.



Figura A.14 – Particolare costruttivo della struttura di trasporto.



Figura A.15 – Assemblato della struttura di trasporto.



Figura A.16 – Albero motore.



Figura A.17 – Vista d'insieme dell'impianto a tamburo rotante.

Nomenclatura

Lettere latine

a _c	accelerazione centrifuga	m/s
Ar	numero di Archimede	-
C _D	coefficiente d'attrito	-
d_p	diametro caratteristico delle particelle	μm
$d_{Sm} \\$	diametro medio di Sauter	μm
D	diametro rotore	mm
f	grado di riempimento	-
$\mathbf{F}_{\mathbf{p}}$	forza peso	Ν
Fr	numero di Froude	-
Fr _r	numero di Froude rotazionale	-
g	accelerazione di gravità	m/s ²
Ga	numero di Galileo	-
h _a	altezza media del layer in scorrimento	m

Ι	momento d'inerzia	kg m ²
k	costante elastica	N/m
M_1	momento dovuto al carico	N∙m
M_2	momento dovuto all'attrito	N∙m
M_{m}	momento della coppia motrice	Nm
M_r	momento della coppia resistente	Nm
M_{u}	momento della coppia resistente utile	Nm
M_p	momento della coppia resistente passiva	Nm
n _r	Esponente di Richardson e Zaki	-
Р	potenza	W
\mathbf{P}_{f}	pressione dinamica	N/m ²
Qe	portata di gas effettiva	m ³ /h
Q_1	portata di gas misurata	m ³ /h
R	raggio	m
Re	numero di Reynolds	-
S	distanza percorsa in uno slump	-
T _{bc}	tempo di collisione binaria	S
tc	tempo di contatto medio	S
t _D	tempo di de-areazione	S
$t_{\rm F}$	tempo di flusso	S
$T_{i,j}$	tensore delle tensioni	N/m ²
U	velocità lineare del flusso	m/s

U_{g}	velocità superficiale del gas	m/s
U_k	velocità di fine transizione da regime bollente a turbolente	o m/s
U_{mb}	velocità di "minimum bubbling"	m/s
U_{mf}	velocità di minima fluidizzazione	m/s
Ut	velocità terminale	m/s
U _{tr}	velocità di trasporto	m/s

Lettere greche

α	angolo di scorrimento	0
β	angolo al centro	0
γ	gradiente di velocità	s ⁻¹
ΔP	perdita di carico attraverso il letto	mbar
δ_1	angolo di attrito dinamico	0
δ_2	angolo di attrito statico	0
3	grado di vuoto	-
€ _{mb}	grado di vuoto in corrispondenza del minimo bubling	-
€ _{mf}	grado di vuoto di minima fluidizzazione	-
λ	coefficiente di ripartizione	-
ξ	parametro equazione 1.11	-
ν	rapporto adimensionale di velocità	-
Φ	fattore di sfericità delle particelle	-

ρ	densità	kg/m ³
$ ho_g$	densità del gas	kg/m ³
$ ho_p$	densità del solido	kg/m ³
σ^2	varianza	_2
τ	tensione	N/m ²
μ_w	coefficiente di attrito dinamico	kg/m·s
ν	viscosità cinematica	m ² /s
μ	viscosità dinamica del gas	kg/m s
θ	angolo di attrito interno	0
ω	velocità di rotazione	rpm

Bibliografia

Apicella E., D'Amore M., Tardos G., Mauri R., "Onset of Instability in Sheared Gas Fluidized Beds", *AiChe J.*, 43-5, pp. 1362-1365, 1997.

Avidan A.A., Edwards M., Owen H., "Fluid catalytic cracking – past and future challenges", *Review in Chemical Engineering*, 6,pp. 1-71, 1990.

Aranson I.S., Tsimring L.S., "Continuum theory of partially fluidized granular flows", *Physical Review E*, 65, 61303 pp.1-19, 2002.

Aranson I.S., Tsimring L.S., Volfson D., "Partially Fluidized Shear granular flows: Continuum theory and molecular dynamics simulations", *Physical Review E*, 68, 21301 pp.1-15, 2003.

Bagnold, R.A., "Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear", *Proceedings of the Royal Society A*, 225, pp. 49-63, 1954.

Bagnold, R.A., "The shearing and dilatation of dry sand and the "singing" mechanism", *Proceedings of the Royal Society A*, 295, pp. 219-232, 1966.

Bi H.T., Ellis N., Abba I.A., Grace J.R., "A state of the art review of gas-solid turbulent fluidization", 1999.

Bi H.T., Fan L.S., "Existence of turbulent regime in gas-solid fluidization", 1992.

Blumberg W., "Selektive Konvektions und Kontakttrocknung im Drehrohr", *Fortschrittsbericht*, 384, 1995

Bonnecaze R.T., Huppert H.E., Lister J.R., "Particle-driven gravity currents.", *J. Fluid Mech.*, 250, pp. 339-369, 1993.

Bonnecaze R.T., Lister J.R., "Particle-driven gravity currents", J. Fluid Mech., 390, pp. 75-91, 1999.

Campbell C.S., "Rapid Granular flows", *Annual Review of Fuid Mechanics*, 22, pp.57-92, 1990.

Campbell C.S., "Granular flows and gas-fluidization", *Fluidization XI*, pp. 21-35, 2004.

Campbell C.S., "Granular material flows-An overview", *Powder Technology*, 162, pp. 208-229, 2006.

Castellanos A., Valverde J.M., Perez A.T., Ramos A., Watson P.K., "Flow Regimes in fine cohesive powders", *Physical Review Letters*, 82, pp.1156-1159, 1999.

Castellanos A., Valverde J.M., Quintanilla M.A.s., "The memory of granular materials", *Contemporary Physics*, 44, pp.389-399, 2003.

Castellanos A., Valverde J.M., Ramos A., Watson P.K., "Avalanches in fine, cohesive powders", *Physical Review E*, 62, pp.6851-6860, 2000.

Castellanos A., Valverde J.M., Quintanilla M.A.S. "Correlation between bulk stresses and interparticle contact forces in fine powders", *Physical Review Letters*, 64, 31301 pp.1-9, 2001.

Castellanos A., Valverde J.M., Perez A.T., Ramos A., Watson P.K., "An automated apparatus for measuring the tensile strength and compressibility of fine cohesive powders", *Review of Scientific Instruments*, 71, pp.2791-2795, 2000.

Castellanos A., Valverde J.M., Quintanilla M.A.S., "Self diffusion in a gasfluidized bed of fine powder", *Physical Review Letters*, 86, pp.3020-3023, 2001.

Castellanos A., Valverde J.M., Quintanilla M.A.S., "Aggregation and sedimentation in gas-fluidized beds of cohesive powders", *Physical Review E*, 64, 41304 pp.1-7, 2001.

Castellanos A., Valverde J.M., Quintanilla M.A.S., "Fine cohesive powders in rotating drums: Transition from rigid-plastic flow to gas fluidized regime", *Physical Review E*, 65, 61301 pp.1-7, 2002.

Couderc J.P., "Incipient fluidization and particulate systems", *Fluidization*, Academic Press, Londra, 1985

Craigh K., Domoto G., 1986 "An experimental study on the rapid flow of dry cohesionless powders", *J. Appl. Mech.* 53, p. 935-942

Cross M., "The transverse motion of solids moving through rotary kilns", *Powder Technology*, 22, pp.187-190, 1979.

Davidson J.F., Clift R. and Harrison D., FLUIDIZATION 2nd Ed., Academic Press, London, p. 357, 1985.

Davis E.W., "Fine Crushing ball-mills", Trans.A.I.M.M.E., 61, pp.250-296, 1919.

Ding Y.L., Forster R., Seville J.P.K., Parker D.J., "Granular motion in rotating drums: bed turnover time and slumping-rolling transition", *Powder Technology*, 124, pp.18-27, 2002.

Dobran F., Neri A., Macedonio G., "Numerical simulation of collapsing volcanic columns", *J.Geophys. Res.*, 49, pp. 285-311, 1993.

Donisi, D., A. Marzocchella, P. Salatino, V. Di Pastena, L. Lirer, 1999 "Fluidization Behaviour of Beds of Dissimilar Materials", "*The fourth Italian Conference on Chemical and Process Engineering*", Florence (Italy) pp. 535-538, 2-5 May, 1999.

Druitt T.H., Bruni G., Lettieri P., Yates J.G., "The fluidization behaviour of ignimbrite at high temperature and with mechanical agitation", *Geophysical Research Letters*, VOL. 31, 2004.

Ergun S., Chem. Engng. Prog., 48 (2), p. 89, 1952.

Esposti Ongaro T., Neri A., Todesco M., Macedonio G., 2002 "Pyroclastic flow hazard assessment at Vesuvius (Italy) by using numerical modeling. II. Analysis of flow variables .", *Bull Volcanol.* 64, p. 178-191;

Geldart, D., "Types of gas fluidization", *Powder technology*, 7, pp. 285-292, 1973.

Gray J.M.N.T., "Granular flow in partially filled slowly rotating drums", *J.Fluid Mech.*, 441, pp.1-29, 2001.

Groupement De Recherche Milieux Divisés, "On dense granular flows", *Eur. Phys. J. E*, 14, pp.341-365, 2004

Gutfraind R. e Pouliquen O., "Stress fluctuations and shear zones in quasi static granular chute flows", *Physical Reviews E*, 53, pp.552-561, 1996.

Haider, A. e O. Levenspiel, "Drag Coefficient and Terminal Velocity of Spherical and Nonspherical Particles", *Powder Technology.*, 58, pp. 63-70, 1989.

Henein H., Brimacombe J.K., Watkinson A.P., "Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns", *Metall. Trans.* B 14B, pp191-220, 1983

Hermann, H. J., "Granular matter", Physica A313, 188-210, 2002.

Iverson R.M., Denlinger R.P., Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 1. Coulomb mixture theory", *Journal of Geopysical Research*, 106, pp.537-552, 2001.

Jackson R., "Some mathematical and physical aspects of continuum models for the motion of granular materials". In: Theory of Dispersed Multiphase Flow, (Ed. By R.E. Meyer), *Academy Press*, New York, pp. 291-337, 1983.

Jaeger H.M., Nagel S.R, Behringer R.P., "Granular solids, liquids and gases", *Reviews of Modern Physics*, 68, pp1259-1271, 1996

Jenike A.W. e Shield R.T., "On the plastic flow of Coulomb solids beyond failure", J. Appl. Mech., 26, pp. 599-602, 1959.

Kunii D., Levenspield O., *Fluidization Engineering*, second edition, Butterworth-Heinemann, 1991

Leva, A., Fluidization, McGraw-Hill, New York, 1959.

Liu X.Y., Specht E., Mellmann J., "Slumping-rolling transition of granular solids in rotary kilns", *Chemical Engineering Science*, 60, pp.3629-3636, 2005.

Massimilla L., Donsì G. e Zucchini C., "The structure of Bubble-Free gas Fluidized Beds of Fine Fluid Cracking Catalyst Particles", *Chem. Eng. Sci.*, 27, p. 2005, 1972.

Mellmann J., "The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behavior", *Powder Technology*, 118, pp.251-270, 2001.

Mutsers S.M.P. e Rietema K., "The effect of inter-particle forces on the expansion of a homogeneous gas-fluidized bed", *Powder Technology*, 18, pp. 239-248, 1977.

Neri A., Macedonio G., "Numerical simulation of collapsing volcanics columns with particle of two size", *J.Geophys. Res.*, 101,pp. 8153-8174, 1996.

Nezzal A., Large J. F., Guigon P., "Fluidization behaviour of very cohesive powders under mechanical agitation", *Fluidization VIII*, pp. 77-81, 1998.

Ogawa S., "Multitemperature theory of granular materials", *Proc. Sem. on Continuum-Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials*, 208, 1978. **Pouliquen O.**, "Scaling laws in granular flows down rough inclined planes", *Physics of Fluids*, 11, pp. 542-548, 1999.

Pouliquen O. e Renaut N., "Onset of granular flows on an inclined rough bed : dilatancy effects ", *Journal de Physique II*, 6, pp. 923-935, 1996.

Richardson J.F. e Da St. Jeronimo M.A., Chemical Engineering Science, 34, pp. 1419-1422, 1979.

Richardson J. F. e Zaki W. N., Trans. Inst. Chem. Eng., 32, pp.35-50, 1954.

Rietema K. e Piepers H.W., "The effect of interparticle forces on the stability of gas-fluidized beds-I. Experimental evidence", *Chemical Engineering Science*, 45, pp. 1627-1639, 1990.

Rietema K., "The effect of interpaticle forces on the expansion of a homogeneous gas-fluidized bed", *Chemical Engineering Science*, 28, pp.1493-1497, 1973.

Salatino P., "Assessment of motion-induced fluidization of dense pyroclastic gravity currents", *Annals of Geophysics*, vol. 48, pp. 843-852, 2005.

Santomaso A.C. e Canu P., "Transition to movement in granular chute flows", *Chemical Engineering Science*, 56, pp. 3563-3573, 2001.

Savage S. B., "Granular flow at high shear rates". In: R.E. Meyer (Ed.), Theory of dispersed multiphase flow, *New York: Academy Press*, pp. 339-358, 1983.

Savage S. B. e Jeffrey D.J., "The stress tensor in a granular flow at high shear rates", *J. Fluid Mech.*, 110, pp. 255-272, 1981.

Schaefer D. G., "Instability in the evolution equations describing incompressible granular flow ", J. Differ. Equ. 66, 19 – 50, 1987.

Twoomy R.D., Johnstone H.F., Chem. Eng. Progress, 48 220, 1952.

Yerushalmi J., "High velocity fluidised beds", in *Gas Fluidization Technology*, curato da D.Geldart, Pergamon Press, 1986.

Yerushalmi J. e Avidan A., "High-Velocity Fluidization", in *Fluidization*, 2nd *Ed.*, pp. 225-291, 1985

Weir G., Krouse D., McGavina P., "The maximum thickness of upper shear layers of granular materials in rotating cylinders", Chemical Engineering Science, 60, pp.2027-2035, 2005.

Wen C.Y., Yu Y.H., Chem. Eng. Prog. Symp., 62, pp.100-111, 1966.

Woods A.W. e Bursik I.B., "A laboratory study of ash flow", *J.Geophys. Res.*, 99, pp. 4375-4394, 1994.

Zengler R., "Modellversuche über den Materialtransport in Drehrohrofen Dissertation", *TU Clausthal*, 1974