



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI “FEDERICO II”**

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**

---

Analisi teorico/numerico-sperimentale del  
comportamento di resistenza a fatica di pannelli  
danneggiati e riparati mediante incollaggio di  
una patch in materiale composito

*Dott. Ing. Nicola Montefusco*

---

**DOTTORATO IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE, NAVALE E DELLA QUALITÀ  
XXI CICLO**

**SETTORE SCIENTIFICO DISCIPLINARE ING-IND/04:  
COSTRUZIONI E STRUTTURE AEROSPAZIALI**

**Tutor**

*Ch.mo Prof. Alberto Francesco Accardo*

*Ch.mo Prof. Fabrizio Ricci*

*Ch.mo Prof. Francesco Franco*

**Coordinatore del Dottorato**

*Ch.mo Prof. Antonio Moccia*

## SOMMARIO

CAPITOLO I.....	7
INTRODUZIONE.....	7
1.1 Prefazione.....	7
1.2 Background storico.....	8
1.3 Problematica della fatica in ambito Aeronautico.....	10
1.4 Problemi di invecchiamento per le strutture metalliche di un aereo.....	13
1.5 Classificazione delle strutture Aeronautiche per l'ispezione e la riparazione.....	14
1.5.1 Certificazione di strutture Aeronautiche.....	15
1.5.2 Safe-Life approach.....	19
1.5.3 Damage-Tolerant approach.....	19
1.5.4 Criterio Wide Spread Fatigue.....	21
1.5.5 Stress-Corrosion .....	22
1.6 Certificazione per una riparazione.....	23
1.6.1 Requisiti di una riparazione.....	23
1.6.2 Procedura per la riparazione.....	23
1.6.3 Adhesively bonded repairs.....	24
1.6.4 Patches in composito “versus” patches metalliche.....	26
1.6.5 Potenziali applicazioni per il composito bonding.....	28
1.7 Bibliografia.....	30
CAPITOLOII.....	32
MECCANICA DELLA FRATTURA - LA FATICA.....	32
2.1 Le Origini della Meccanica della Frattura.....	32
2.2 Elementi della Meccanica della Frattura.....	34
2.3 Modello di Inglis.....	36
2.4 Modello di Westergaard.....	38
2.4.1 La forma della zona plastica.....	43
2.4.2 C.O.D. – C.T.O.D. Spostamenti dei bordi del difetto.....	50
2.4.3 La dipendenza della tenacità dallo spessore.....	51
2.5 Trattazione energetica.....	53
2.6 Criterio energetico di Griffith.....	54
2.7 Energia disponibile.....	57
2.8 Propagazione di difetti in controllo di carico e spostamento.....	58
2.8.1 Processo a controllo di carico.....	58
2.8.2 Processo a controllo di spostamento.....	59
2.9 Relazione tra $K_{IC}$ e $G_{IC}$ .....	60
2.10 Curva a $R$ .....	61
2.11 Significato di $K_G$ e $K_C, G_C$ .....	62
2.12 La vita a fatica.....	64
2.13 La propagazione della cricca.....	65
2.13.1 Approccio ciclo per ciclo.....	69
2.13.2 Chiusura della cricca.....	70
2.13.3 Frattura statica o Apertura della Cricca.....	71
2.14 Bibliografia.....	73

CAPITOLO III.....	74
IMPLEMENTAZIONE AGLI ELEMENTI FINITI.....	74
3.1 Background.....	74
3.2 Elemento quarter-point.....	75
3.2.2 Sistema di riferimento locale e funzioni di forma.....	76
3.3 Crack tip meshing.....	79
3.4 Metodi per calcolare i parametri caratteristici della Meccanica della Frattura.....	80
3.4.1 Displacement Correlation Technique.....	80
3.4.2 Modified Crack Closure Integral.....	81
3.4.3 J-Integral.....	85
3.5 Metodo Numerico: MSC/Patran-Nastran.....	89
3.6 Metodo Numerico: FRANC2D/Layered.....	99
3.6.1 FRANC 2D.....	101
3.6.2 FRANC2D/L.....	104
3.7 Codice:AFGROW.....	108
3.8 Comparazione Analitica-Numerica del S.I.F.....	113
3.9 Bibliografia.....	115
CAPITOLO IV.....	116
PROVE SPERIMENTALI.....	116
4.1 Macchina di prova “METROCOM”.....	116
4.2 Le Prove Sperimentali.....	119
4.2.1 Descrizione del Tipo di Provino.....	119
4.2.2 Le Caratteristiche delle Patch.....	121
4.2.3 Le Caratteristiche degli Adesivi.....	125
4.2.4 Preparazione della superficie: <i>Trattamento Superficiale</i> .....	128
4.3 Posizionamento Estensimetri.....	130
4.3.1 Errori di misurazione legati al gradiente di deformazione.....	134
4.4 Risultati della Prove Sperimentali.....	136
4.4.1 Pannelli non riparati.....	136
4.4.2 Pannelli riparati mediante Patch.....	140
4.5 Propagazione della Cricca.....	147
4.6 Calcolo Analitico/Numerico del S.I.F. nel Pannello Riparato.....	149
4.6.1 Procedura Analitica: Modello di Rose.....	149
4.6.2 Procedura Numerica: Codice Franc2D/L.....	152
4.6.3 Confronto tra la Procedura Analitica e Numerica.....	156
4.7 I Vantaggi del Pannello Riparato.....	158
4.8 Lo Sforzo di Taglio nell’Adesivo.....	160
4.8.1 Effetto dello Spessore dell’Adesivo.....	163
4.9 Analisi del Trattamento Superficiale.....	164
4.10 Bibliografia.....	166
CAPITOLO V.....	167
OTTIMIZZAZIONE DELLA PATCH.....	167
5.1 Metodi Analitici per la Patch Design.....	167
5.2 Metodi Analitici per Carichi di tipo Meccanico.....	170

5.3 Dimensionamento di Patch per “ <i>bonded repairs</i> ” .....	174
5.3.1 Design Criteria per il pannello fratturato.....	175
5.3.2 Design Criteria per l’adesivo.....	180
5.3.3 Scelta dei Materiali.....	182
5.3.4 Dimensionamento per la Riparazione.....	184
5.4 Dimensionamento ottimale di Patch per la Riparazione.....	186
5.5 Efficacia della Riparazione.....	195
5.6 Bibliografia.....	212
CAPITOLO VI.....	214
CONCLUSIONI.....	214
6.1 Considerazioni Finali.....	214
6.2 Risultati Raggiunti.....	215
6.3 Protocollo di Riparazione.....	216

*Ai miei genitori*



*“Volendo progettare ali, occorre inserire una corda che deve contenere la trazione e aggiungerne una allentata, nello stesso punto, in modo che, qualora la prima si rompa sotto trazione, l’altra sia in posizione tale da poter svolgere lo stesso compito”*

(Leonardo da Vinci, 1500)

# CAPITOLO I

## INTRODUZIONE

### 1.1 Prefazione

Lo studio del comportamento a fatica delle strutture aeronautiche e dei suoi componenti è di fondamentale importanza, vista la certezza della presenza di difetti e dell'azione di carichi quasi sempre di tipo ciclico e per questo di seguito si introducono brevemente le principali caratteristiche del fenomeno e le relative tecniche di analisi e di prevenzione. Esso consiste in breve nella nascita e successiva crescita di microfratture in un qualsiasi materiale sottoposto a sollecitazioni ripetute nel tempo, fino alla rottura finale. I cedimenti strutturali dovuti a fatica risultano quelli più frequenti in ambito aeronautico, sia perché i carichi agenti su un velivolo sono principalmente di natura dinamica e sia perché i requisiti di leggerezza necessari al volo non permettono l'utilizzo di elementi strutturali sovradimensionati con elevati fattori di sicurezza. Oltre a ciò si aggiunge il fatto che la fatica è fenomeno complesso ma anche caratterizzato da una consistente variabilità, dovuta principalmente alla non esatta prevedibilità delle proprietà microscopiche del materiale e dei carichi a cui andrà soggetto il velivolo. Nel processo di progettazione e produzione di nuovi elementi strutturali aeronautici la ricerca di materiali e forme più performanti in termini di leggerezza, di riduzione di costi e di proprietà meccaniche ha portato l'ingegneria aeronautica a realizzare strutture in grado di superare sempre nuovi limiti per quanto riguarda dimensionamento, scelta dei materiali, tecniche di montaggio e manutenzione, etc...Ma ciò ha anche indotto l'ingegneria aeronautica a dover affrontare il problema della resistenza a fatica, fenomeno che è spesso possibile trascurare nella progettazione di altri mezzi di trasporto, terrestri e navali. Le strutture aeronautiche, infatti, sono soggette a continue variazioni di sollecitazione, ovvero veri e propri cicli di carichi diversi dovuti alle diverse fasi di volo, alle manovre e alle variazioni di quota, e se ciò si combina con eventuali concentrazioni di sforzi (in prossimità di rivetti, difetti strutturali etc...) si rischia non solo la degradazione delle proprietà meccaniche dell'elemento stesso, ma anche una rottura improvvisa a carichi molto inferiori di quelli ammissibili, con possibili conseguenze anche catastrofiche. Le concentrazioni di sforzi possono essere dovute a cause più diverse quali:

- errata progettazione dell'elemento in funzione delle sue proprietà meccaniche, della sua forma e della sua dimensione;
- difetti di fabbricazione dell'elemento (tensioni residue, difetti superficiali...);
- piccole fratture accidentali (urti, atterraggi violenti...);
- danni in fase di manutenzione o di montaggio;
- fenomeni di corrosione.

La progettazione della struttura deve essere fatta in previsione dell'esistenza di questi eventuali problemi e quindi è necessario tener conto di una vita a fatica massima dell'elemento e di un eventuale sostituzione del pezzo, con i conseguenti costi e tempi. I materiali utilizzati per le strutture aeronautiche sono soggetti a cicli di sollecitazioni notevolmente variabili unitamente a cicli termici dovuti alle notevoli differenze di temperatura tra il suolo e la quota di volo. E' inevitabile, quindi, la formazione di microcricche, che si innescano nei punti della struttura soggetti a maggiori

concentrazioni di tensione. La presenza di difetti nei materiali di elementi strutturali può portare alla rottura improvvisa dell'elemento stesso anche per valori di sollecitazione inferiori a quelli ammissibili. Pertanto il dimensionamento della struttura dovrà essere fatto in previsione dell'esistenza di questi difetti, inizialmente latenti ma che col tempo possono evolversi in maniera catastrofica. Quando il difetto viene rilevato il pezzo danneggiato va sostituito. Questa operazione fa lievitare enormemente i costi di gestione e manutenzione di un aereo che risultano essere almeno il doppio di quelli di acquisto. Da questa esigenza di mercato nasce l'idea di trovare delle soluzioni alternative alla sostituzione del pezzo danneggiato, che siano tuttavia di comprovata affidabilità, tenendo sempre presente che la rottura improvvisa di un elemento strutturale può rappresentare la perdita del mezzo e con esso di vite umane. La sostituzione, quindi, di un componente strutturale danneggiato generalmente può incidere molto sui costi di gestione e manutenzione di un aereo e da ciò è nata l'esigenza di ricercare tecniche alternative sempre più vantaggiose in termini di tempi e costi, ma comunque affidabili e in grado, quindi, di riportare le proprietà meccaniche del componente danneggiato entro un margine di sicurezza accettabile. Una tecnica è quella che prevede l'uso di patch metalliche, in genere di alluminio, saldate sulla superficie del componente difettoso o danneggiato. Questa tecnica consente di avere ottimi risultati dal punto di vista della resistenza statica del componente, ma presenta anche vari problemi, come la difficoltà di realizzazione di patch con forme particolari e difficoltà nel saldare o incollare tali patch alla struttura. Inoltre stesso le tecniche di fissaggio possono causare la nascita di nuove cricche o di zone più soggette a corrosione o intensificazione di stress.

Una soluzione, invece, più accreditata e già adottata con successo nel processo di manutenzione di velivoli militari, è quella di usare patch (toppa) in materiale composito per aumentare la vita a fatica dell'elemento danneggiato, rallentando i tempi di innesco e propagazione della cricca, e riducendo i tempi di riparazione. L'obiettivo del lavoro realizzato è quello di analizzare i vantaggi di una alternativa alla sostituzione dell'elemento danneggiato, ovvero la riparazione dell'elemento per mezzo di patch in materiale composito, e di verificare le proprietà meccaniche di pannelli riparati con questa tecnica per mezzo dei dati sperimentali ottenuti in laboratorio, di metodi numerici e metodi analitici. Inoltre di verificare un'ottimizzazione nella scelta del dimensionamento, della forma e dell'orientamento delle plies della patch ed infine l'ottimizzazione della scelta del tipo e del dimensionamento dell'adesivo al fine di poter proporre non solo un procedura di riparazione di strutture danneggiate mediante incollaggio, ma anche i materiali, come patch ed adesivi, più idonei da utilizzare.

## 1.2 Background storico

Nella prima metà dell'800 si iniziò a studiare il comportamento dei materiali sottoposti a sollecitazioni ripetute nel tempo e nel 1838 l'ingegnere tedesco Albert [1] pubblicò il primo lavoro sulla *fatica dei metalli*. In seguito un grave incidente ferroviario, che costò la vita a molte persone, e che avvenne a Versailles nel 1842, fu il pretesto per intensificare le ricerche in questo campo. Fondamentali risultarono gli studi sistematici condotti da Wöhler, che nel suo lavoro [2] presentato nel 1867 all'esposizione di Parigi introdusse i concetti di *sollecitazione limite di fatica* e di *curva sforzi-numero di cicli*, concetti che ancora oggi sono ampiamente utilizzati nella progettazione dei componenti meccanici. Contemporaneamente altri studiosi si interessarono ai problemi legati alla plasticizzazione dei materiali metallici, in particolare Tresca nel 1864 [3] pubblicò i risultati di alcuni suoi studi e la formulazione del suo criterio di snervamento e, qualche

anno dopo, nel 1870, Saint-Venant [4] e Levy [5] iniziarono quella che è diventata la moderna teoria della plasticità. Un altro importantissimo contributo venne dato da Bauschinger [6], che nel 1886 presentò i risultati delle osservazioni sperimentali sul comportamento ciclico dei metalli, quando cioè sono sottoposti a carichi variabili di ampiezza elevata. Una svolta importante agli studi sul comportamento dei materiali soggetti a carichi, ciclici e non, venne data nel '900 dall'uso del microscopio ottico. Numerosi studiosi si occuparono ancora di problemi inerenti la fatica, ricordiamo tra questi: Smith nel 1910 [7], Haigh nel 1915 [8], i cui famosi diagrammi sono ancora utilizzati, Miner [9] sui modelli di danneggiamento cumulativo nel 1945, Gough e Pollard [10] sulla fatica in stato di sforzo composto nel 1951. Von Mises, nel 1913, introdusse il suo criterio sullo snervamento dei materiali [11], Prandtl [12] e Hencky [13], rispettivamente nel 1924 e nel 1925, le equazioni sul flusso plastico. Decisivo per gli sviluppi successivi si rivelò, poi, il lavoro di Griffith [14], che nel 1920, pubblicò i suoi risultati sulla frattura nei materiali fragili che diedero l'avvio alla nuova disciplina chiamata *Meccanica della Frattura*. Nel 1946 Neuber [15] presentò i suoi studi sull'effetto degli intagli sul comportamento monotono e ciclico dei metalli. Nel 1954 Coffin [16] e Manson [17] pervennero separatamente agli stessi risultati e formularono le relazioni tra le ampiezze di deformazione e il numero di cicli di carico. Contemporaneamente l'uso del microscopio elettronico rivoluzionò l'approccio ai problemi legati ai meccanismi di danneggiamento dei materiali, permettendo uno studio locale dei fenomeni. Irwin [18] nel 1957 introdusse il concetto di *fattore di intensificazione degli sforzi*,  $K$ , e Rice [19] nel 1968 quello di *integrale  $J$* . La legge di Paris [20] del 1963 fornì il legame tra la velocità di propagazione dei difetti e il fattore di intensificazione degli sforzi. Negli anni '70 Elber [21] dalle sue osservazioni sulla propagazione dei difetti trovò che non sempre la legge di Paris ne calcolava adeguatamente la velocità e definì il fenomeno della *chiusura dei difetti*. Negli anni successivi molto sforzo vennero dedicati al problema della fatica in stato di sforzo composto; alcuni autori seguirono un approccio detto *energetico*, perché basato appunto su parametri energetici, come per esempio Ellyin [22], altri un approccio detto del *piano critico*, come Fatemi e Socie. Una radicale trasformazione nel modo di operare del progettista è, poi, imputabile all'enorme evoluzione degli elaboratori avvenuta negli ultimi decenni del '900. Infatti questa ha permesso un grande sviluppo e diffusione dei metodi di calcolo numerici, in particolare gli elementi finiti, che consentono di ottenere ormai in breve tempo soluzioni dettagliate di problemi non lineari, impensabili fino a poco tempo fa. Accanto all'approccio tradizionale basato sulla definizione di grandezze nominali il progettista può, ora, operare secondo un approccio basato sulla definizione di grandezze locali, la cui quantificazione viene fatta seguendo in dettaglio la storia di carico in un punto ben definito del componente che si sta considerando. La presenza di difetti negli elementi meccanici è tollerata purché ne sia controllata l'eventuale evoluzione. Il componente non è più progettato per una vita infinita, ma si segue un approccio detto *damage tolerant*, che, appunto, è basato sulla conoscenza della posizione e dimensione di difetti. Inoltre il grande impulso ricevuto dal settore tecnologico ha portato allo sviluppo di nuovi materiali, in particolare i compositi, che permettono di ottenere, variando sia il tipo sia la quantità della matrice o del rinforzo, materiali su misura per l'applicazione che si vuole realizzare. Il progettista deve, quindi, compiere un lavoro di sintesi su tutte le informazioni che gli arrivano dalle analisi numeriche e dalle indagini sperimentali sui materiali; inoltre, pur seguendo un approccio locale, che gli permette di conoscere e prevedere con grande precisione il comportamento del componente meccanico nelle zone dove vi sono concentrazioni di sforzi dovute a intagli o difetti, non deve perdere di vista l'insieme del componente stesso.

### 1.3 Problematica della Fatica in Ambito Aeronautico

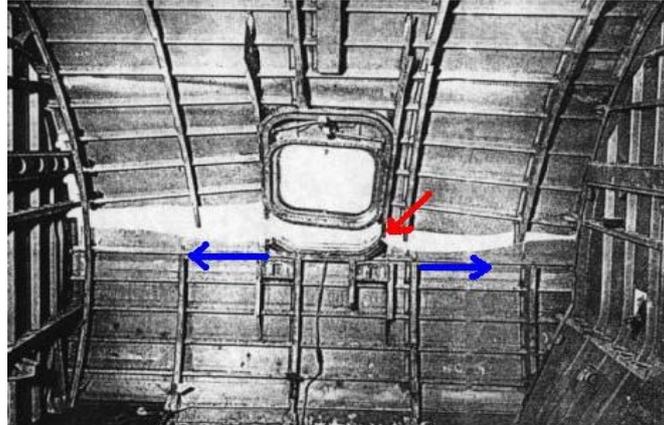
L'interesse nei confronti del problema del cedimento per fatica crebbe soprattutto nel periodo successivo alla seconda guerra mondiale, quando si ebbero numerosi cedimenti di strutture, in gran parte saldate: circa 140 delle 2500 navi di tipo Liberty costruite in quel periodo si ruppero in due e molte altre furono soggette a rotture irreparabili. Nel settore civile aeronautico il caso più eclatante di incidenti legati alla fatica fu sicuramente quello riguardante i De Havilland Comet (cedimenti a causa di cricche da fatica iniziate da fori per rivetti in vicinanza dei finestrini), di serbatoi in pressione, di ponti, etc. Anche in questi casi i cedimenti avvennero a livelli di tensione ben al di sotto di quelli di progetto. Prima degli anni '50 i parametri di progettazione e dimensionamento dei componenti strutturali aeronautici non tenevano conto dei limiti di resistenza dovuti alla fatica, finché per la prima volta, dall'analisi dei danni strutturali dei velivoli civili De Havilland modello Comet, figura 1.1, si dimostrò che carichi variabili nel tempo potevano indurre un processo di nucleazione e conseguente propagazione di cricche nella struttura.



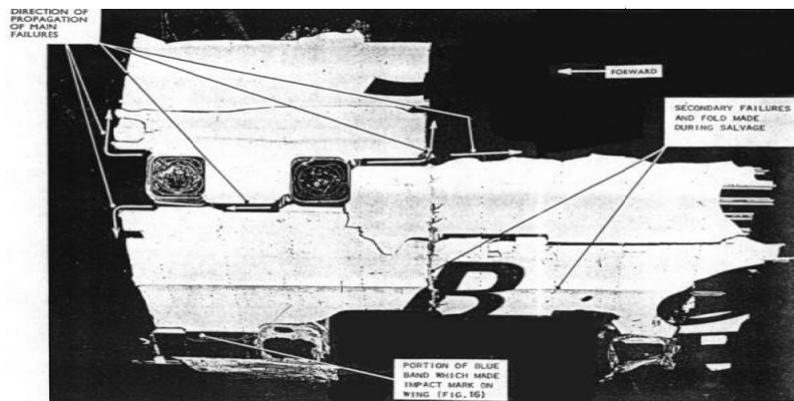
**Figura 1.1 - Immagine del De Havilland Comet**

I velivoli della serie Comet, progettati e costruiti in Gran Bretagna dalla De Havilland, entrarono in servizio nel 1952 e furono i primi jet a effettuare voli di linea. Il Comet, al contrario dei suoi predecessori a elica, poteva raggiungere quote alte dell'atmosfera ed evitare così la turbolenza di bassa quota. Le condizioni ambientali all'interno del velivolo erano garantite da un moderno sistema di pressurizzazione. Ad un anno di distanza si verificarono i primi incidenti: nel Marzo del 1953 un decollo non riuscito uccise 11 persone, due mesi dopo un Comet appena decollato da Calcutta incontrò un temporale (ritenuto erroneamente la causa del disastro) e si schiantò al suolo. Nel 1954 avvennero altri due incidenti, entrambi in cieli italiani: il 10 Gennaio un Comet della British Airways si disintegrò in volo e precipitò in mare nei pressi dell'isola d'Elba, l'8 Aprile lo stesso destino colpì un velivolo a nord di Stromboli. Il triste primato del Comet era dovuto al fatto che questo modello fu il primo velivolo civile ad essere pressurizzato per volare a quote più elevate. Proprio la continua variazione di quota nella vita operativa del velivolo causava dei cicli di pressurizzazione e depressurizzazione che rappresentavano una notevole sollecitazione a fatica per la fusoliera. Tale caratteristica si combinò con la presenza di finestrini rettangolari, i cui spigoli divennero sede di concentrazione degli sforzi, e la conseguente propagazione delle cricche furono fatali per l'integrità strutturale. Una larga porzione della struttura venne recuperata, figura 1.2 e 1.3, dove l'indagine tecnica compiuta sui resti del

velivolo dimostrò che l'origine della cricca di fatica che portò alla esplosione in volo era posizionata nell'angolo destro del finestrino posteriore destinato alla ubicazione della antenna ADF.

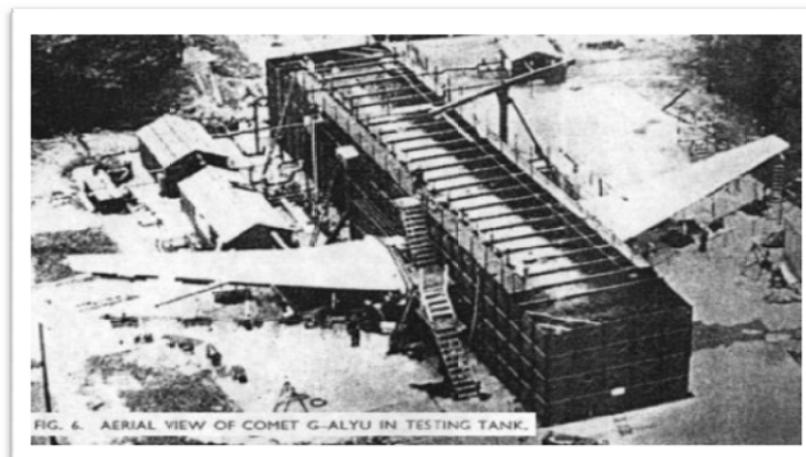


**Figura 1.2 - Propagazione delle cricche in finestrini rettangolari**



**Figura 1.3 - Propagazione delle cricche del Comet G-ALYP**

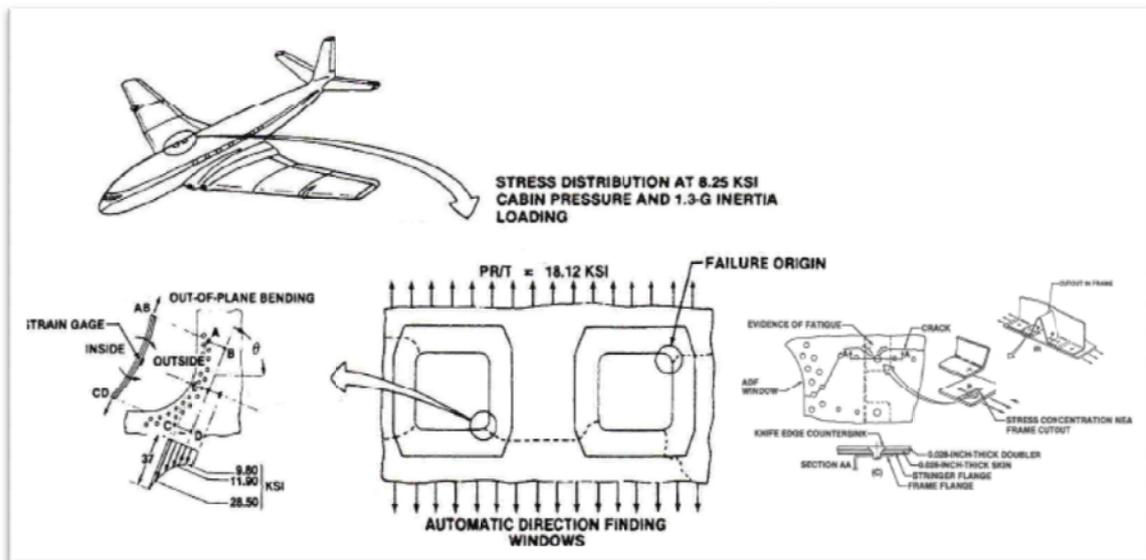
Dalle figure si nota come le cricche si siano sviluppate lungo la fusoliera a partire dalle estremità dei finestrini rettangolari. Tutti i Comet furono ritirati dal servizio e iniziò una delle più complesse prove di resistenza mai prima di allora effettuata per un aereo intero. Per comprendere a fondo le cause della perdita del Comet G-ALYP, un velivolo dello stesso tipo che aveva già compiuto 1231 voli pressurizzati venne sottoposto ad una prova di fatica in acqua, figura 1.4, per evitare possibili danni dovuti a decompressione esplosiva.



**Figura 1.3 - Prove a fatica in acqua del Comet**

Essa prevedeva una serie ripetuta di pressurizzazioni simulanti la salita fino a 11.600metri, seguite da depressurizzazioni simulanti la discesa fino al suolo, effettuate in una enorme vasca riempita d'acqua. Dopo un tempo simulato di 9000 ore di volo e 3000 cicli di pressurizzazione, la pressione interna alla fusoliera diminuì improvvisamente. La vasca fu svuotata e gli ingegneri constatarono che si era prodotta una fessura a uno degli angoli del finestrino posto sul dorso della fusoliera. Il finestrino era quadrato (così come quelli laterali a disposizione dei passeggeri) e la fessura partita da un angolo si era estesa per quasi due metri e mezzo, se la fusoliera non si fosse trovata nell'acqua sarebbe sicuramente esplosa. Vennero individuate le seguenti cause:

1. La distribuzione di tensioni nell'angolo sinistro del finestrino posteriore dell'antenna ADF, calcolata durante la prova mediante estensimetri, presentava un picco proprio in corrispondenza dello spigolo: tale distribuzione risentiva inoltre dell'effetto di flessione dovuto alla curvatura della fusoliera.
2. La cricca partì da un rivetto visibile nella sezione A-A, figura 1.5, e si propagò, in avanti, verso l'angolo del finestrino dove erano concentrate le tensioni più alte, e all'indietro, verso l'ordinata successiva, la cui resistenza era troppo bassa per sostenere il carico con la pelle della fusoliera fessurata.



**Figura 1.4 - Modi di rottura rivelati dalla prova**

Gli ingegneri britannici scoprirono che il problema era proprio nella forma dei finestrini e tale conclusione fu confermata parecchi mesi dopo con il ritrovamento della sezione dorsale della fusoliera del Comet precipitato all'Elba, e finita nelle reti di un pescatore. La frattura era iniziata proprio da quel finestrino e si era estesa a tutta la fusoliera. Gli ingegneri della De Havilland ridisegnarono il Comet da cima a fondo, ma il loro sforzo terminò troppo tardi e la sua reputazione era ormai irrimediabilmente compromessa. L'inarrestabile diffusione di due nuovi quadrireattori di linea, il B 707 della Boeing e il DC 8 della Douglas, relegò infine i Comet a voli su corte e medie rotte. Da quel momento in poi fu evidente a tutti che nella fase di progettazione e realizzazione di un nuovo velivolo non era più possibile prescindere dallo studio del suo comportamento a fatica.

## 1.4 Problemi di invecchiamento per le strutture metalliche di un aereo

In campo aeronautico per minimizzare il peso complessivo di un velivolo vengono utilizzate soprattutto leghe di alluminio ad alta resistenza. Quando la penalizzazione in termini di peso è accettabile, in presenza di particolari esigenze termiche e/o di resistenza meccanica, possono essere utilizzate leghe di acciaio e leghe di titanio. In ogni caso, le proprietà meccaniche di tutti i metalli degradano nel tempo per fenomeni dovuti a corrosione o frattura, in particolare quando non si è tenuto conto, sia in fase progettuale che in fase realizzativa, dell'ambiente in cui il velivolo avrebbe dovuto operare. In campo militare spesso i carichi che agiscono sulla struttura possono essere più elevati, in valore, di quanto prospettato ed il rischio di propagazione di frattura per fatica è più elevato. Per gli aerei più vecchi saranno invece i problemi legati alla corrosione a preoccupare maggiormente gli addetti alla manutenzione. Alla luce di quanto accennato, è chiaro che uno degli aspetti più importanti nella fase di progettazione di un aereo è rappresentato dalla stima del tempo di servizio del velivolo. Sia per gli aerei commerciali che per quelli militari l'età media di utilizzo è di circa venti anni e gli aeroplani vengono progettati con un "economic life" che tende ad uguagliare quella di servizio. La fine dell' "economic life" viene raggiunta quando non è più possibile mantenere in servizio il velivolo ad esempio:

- per la difficoltà di reperimento delle parti di ricambio;
- per gli alti costi di gestione;
- per motivi di inadeguatezza riconducibili alla configurazione avionica non più rispondente agli standards di sicurezza e di comunicazione imposti dalla normativa ICAO ( International Civil Aviation Organization );
- per l'impianto propulsivo non rispondente alla normativa ICAO anti-inquinamento acustico ( il transito su aeroporti civili da parte di velivoli privi della certificazione anti-rumore comporta il pagamento di ingenti sovrattasse di scalo ed è fortemente limitato nelle possibili finestre orarie di atterraggio e di decollo, se non del tutto vietato ).

In altri termini, quando i costi di manutenzione dell' aeromobile diventano più elevati dei ricavi e dei servizi derivanti dal suo utilizzo o, addirittura, risulta più conveniente comprarne uno nuovo allora, si è raggiunta la fine operativa dell' aeroplano. Nel caso dell'aviazione civile, la grande competitività impone ad ogni compagnia aerea il perseguimento di politiche di contenimento dei costi e conseguentemente del profitto per cui, da ogni aeromobile si cerca di ottenere il massimo in termini di "economic life" procrastinando nel tempo l' acquisto di nuovi velivoli. La liberalizzazione del mercato del trasporto aereo, dovuta all' emanazione dell'Air Deregulation Act sia negli Stati Uniti che in Europa, ha determinato un massiccio incremento delle piccole compagnie aeree ed un conseguente fenomeno di abbattimento delle tariffe senza precedenti. Le varie compagnie aeree, per conseguire l' obiettivo della competitività, hanno adottato politiche di taglio dei costi di tutto ciò che è stato considerato superfluo od accessorio ai fini del trasporto aereo, proponendo ai propri clienti, biglietti di viaggio a tariffe sempre

più basse. La concorrenza così spinta ha prodotto come risultato il fallimento di alcune grandi compagnie aeree, le quali, disponendo di strutture di costo considerevolmente alte e poco flessibili, non sono riuscite ad adattarsi alla nuova situazione di mercato. La pressione sulle compagnie aeree rimaste sul mercato però non si è mai allentata; infatti, il libero mercato invoglia nuovi competitori ad entrare nel settore, ristabilendo così la concorrenza. Tutto ciò ha imposto alle compagnie aeree la ricerca dettagliata di tutte le voci di costo riducibili se non eliminabili del tutto. La manutenzione di un moderno velivolo civile e commerciale assorbe circa il 20 ÷ 25% dell'intero costo operativo ed è quindi una voce molto significativa sul versante dei costi di gestione. D'altra parte, le attuali regolamentazioni salvaguardano adeguatamente la sicurezza e non permettono certamente nessuna sorta di taglio o risparmio sui costi di manutenzione. Le regole sono perentorie; infatti il loro mancato rispetto da parte della compagnia aerea o dell'azienda di manutenzione, può portare oltre alle sanzioni pecuniarie, anche alle sanzioni penali ed alla sospensione temporanea o definitiva delle relative licenze. E' chiaro però che il problema del costo della manutenzione è molto sentito dalle compagnie aeree, le quali hanno chiesto a gran voce alle case costruttrici dei velivoli in loro possesso, di studiare almeno delle soluzioni per poterne prolungare la vita operativa. Ad esempio, per i velivoli ATR-42 e 72, la casa costruttrice, sta attentamente valutando la possibilità di un prolungamento della loro vita operativa, dagli attuali 70.000 cicli ai 105.000 cicli. Per quanto riguarda l'aviazione militare il problema è in qualche modo differente; infatti, mentre da un lato il numero di missioni negli anni non sono diminuite dall'altro si deve tener conto di stanziamenti più contenuti, di bilanci limitati e di costi crescenti per la sostituzione dei velivoli più obsoleti. Per tale settore, la soluzione più concreta al problema è quella di estendere la durata della vita operativa dei mezzi a disposizione con il risultato che parecchi velivoli militari sono mantenuti in servizio ben al di là di quanto originariamente progettato; per esempio, l'aeronautica australiana ha programmato di mantenere in servizio gli F-111 fino al 2020 quando avranno oltre 50 anni di servizio; molti aeroplani della flotta dell' USAF, come i C-141 e B-52 hanno già accumulato oltre 30 anni di utilizzo e non si è fatto alcun piano per rimpiazzarli nei prossimi 10/20 anni. Proprio per i motivi precedentemente accennati, i fenomeni di degradazione e di usura per le strutture aeronautiche sono diventati, col passare del tempo, uno degli argomenti di maggiore attenzione per la risoluzione dei problemi economici ed operativi. In questa ottica si inserisce il lavoro realizzato, volto ad analizzare l'attuale manutenzione di strutture aeronautiche, in particolare focalizzando l'attenzione sul problema della propagazione della frattura; frattura che si sviluppa per i carichi ciclici che agiscono sul velivolo ( fatica ) o per corrosione sotto sforzo ( Stress Corrosion Cracking SCC ).

## 1.5 Classificazione delle strutture aeronautiche per l'ispezione e la riparazione

Le strutture aeronautiche sono classificate come segue:

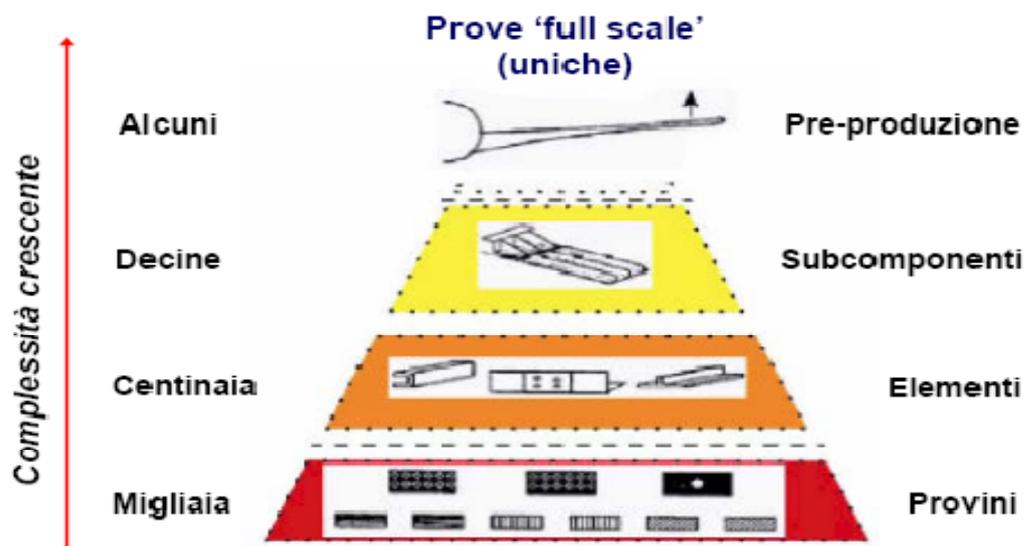
- **Primary structure:** una struttura che è critica per la sicurezza dell'aereo;
- **Secondary structure:** una struttura che, se dovesse collassare, potrebbe condizionare l'operatività dell'aeroplano ma non porta alla sua perdita;

- **Tertiary structure:** una struttura la cui rottura non influenza l'operatività dell'aeroplano;

L'ispezione, la valutazione del danno e i requisiti di riparazione differiscono significativamente tra le varie classi di componenti. Per una stessa componente la tipologia e la dimensione del danno ammissibile possono variare a seconda della criticità della regione interessata. Infatti, ogni componente è generalmente suddiviso in varie zone direttamente da chi realizza il manufatto OEM ( Original Equipment Manufacturer ) ed evidenziato nel manuale per le riparazioni strutturali SRM ( Structural Repair Manual ). Il SRM indica sostanzialmente come riparare una struttura non-primaria o una riparazione non-critica per una struttura primaria. Interventi che esulano dallo scopo e dalle indicazioni dell'SRM richiedono un accurato processo di ingegnerizzazione e l'approvazione dell'OEM o di un suo delegato. Vale sempre il principio, in caso di riparazioni, che ci si deve, innanzitutto, basare sulle indicazioni contenute negli appositi manuali di riparazione strutturale.

### 1.5.1 Certificazione di strutture aeronautiche

La certificazione di una struttura aeronautica è un processo principalmente analitico, supportato da diverse attività sperimentali di difficoltà crescente, che vanno dalle prove su provini di materiali, fino ad arrivare alle prove 'full scale', figura 1.6.



**Figura 1.5 - Building- Block Approach**

I requisiti che devono essere soddisfatti sono:

- Static Strength (Requisiti Statici):
- DLL Design Limit Load (carico limite) niente rottura o una deformazione non accettabile;
- DUL Design Ultimate Load (carico estremo) niente rottura, sebbene viene considerata accettabile la presenza di deformazioni permanenti;  $DUL = DLL \cdot 1.5$  (di solito).

- Fatigue Strength (Requisiti di Fatica):
  - Safe life approach ( vita sicura ) durante la vita operativa non si verifica nessuna frattura che possa causare un collasso catastrofico del velivolo; questo tipo di approccio è stato usato per la maggior parte dei più vecchi caccia militari, ed è tuttora utilizzato per gli aerei dell' US NAVY;
  - Damage Tolerance approach ( strutture che tollerano il danno ) si ipotizza la possibilità di una rottura sicura, ovvero controllabile; essa evidentemente deve essere individuabile e analizzabile in servizio;

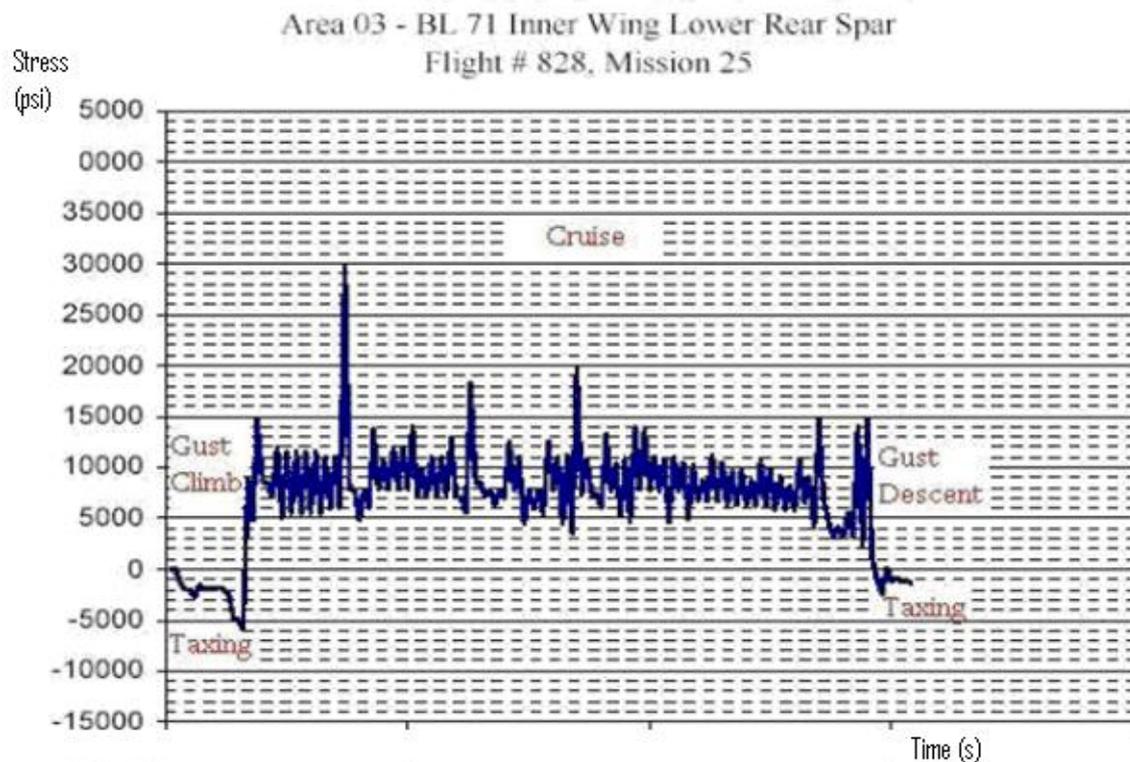
Prima di parlare della valutazione a fatica delle strutture aeronautiche, bisogna analizzare la differenza tra resistenza statica e resistenza dinamica (o a fatica) di una struttura. Per resistenza statica di una struttura, si intende la capacità della stessa di resistere a dei ben determinati livelli di carico statico. Questi ultimi sono rappresentati dal carico limite e dal carico ultimo. Il primo è rappresentato dal massimo carico verificabile durante un ciclo operativo del velivolo (decollo-crociera-atte­rraggio), moltiplicato per un fattore di sicurezza. Esso è diversificato a seconda della zona del velivolo (carico di manovra più quello di raffica per le ali; carico di atterraggio più contingenza per i carrelli, ecc.). La probabilità che una parte della struttura sia soggetta a carico limite è molto bassa e cioè pari a  $1 \cdot 10^{-6}$ /Ciclo (cioè un evento ogni milione di cicli). Una volta superato questo carico, la struttura è soggetta al fenomeno di instabilità dell'equilibrio elastico (fenomeno di buckling). Il secondo è invece un carico tipico da impatto, che danneggia in maniera irreparabile la struttura e mette a rischio la sicurezza dei passeggeri. Come tutti i fenomeni probabilistici, esso non può essere impossibile, ma solo altamente improbabile. Le norme aeronautiche impongono che tale probabilità deve essere pari ad  $1 \cdot 10^{-9}$ /Ciclo (cioè un evento ogni miliardo di cicli) e che le strutture siano in grado di accettare il carico ultimo, senza subire rotture evidenti, per almeno 3 secondi. Secondo la FAR 25.571, il legame che intercorre tra questi due carichi è dato da:  $L_{ULT.} = 1.5 \cdot L_{LIM.}$ . A sua volta il carico limite è dato dal prodotto del carico di esercizio, tenuto conto della contingenza massima, per il coefficiente di sicurezza pari ad 1.1:  $L_{LIM.} = 1.1 \cdot L_{ES.}$ . Il coefficiente di contingenza massima per un velivolo commerciale è pari a 2.5. Nella tabella 1.1, viene riportato il quadro riassuntivo di alcuni carichi statici tipici delle strutture di un aeromobile.

Tipo di carico statico	Struttura	Dettaglio del carico	Probabilità di evento/ciclo
Carico Limite	Semiali	(peso proprio + forze aerodin.) x 2,5 x 1,1	1x10 <sup>-6</sup> /CICLO
	Carrelli	( peso velivolo x fatt. contingenza x 1,1 )/( num. carrelli )	
	Fusoliera	(peso proprio + res. aerodinamica) x 2,5 x 1,1	
Carico Ultimo	Semiali	1,5 x ( carico limite semialare )	1x10 <sup>-9</sup> /CICLO ( per 3 secondi max )
	Carrelli	1,5 x ( carico limite carrelli )	
	Fusoliera	1,5 x ( carico limite fusoliera )	

**Tabella 1.1 - Configurazione di alcuni carichi statici per un velivolo commerciale**

La resistenza a fatica è invece la capacità della struttura di resistere ai carichi variabili ciclicamente nel tempo. La quasi totalità della struttura di un velivolo è dimensionata

secondo i criteri a fatica. I livelli di carico agenti su queste però non sono noti a priori, ma variano in maniera aleatoria. Il problema da risolvere è allora quello di creare uno spettro di carico quanto più rispondente a quello che il velivolo incontrerà durante la sua vita operativa. Per far ciò, si ricorre alla misurazione delle condizioni di carico incontrate durante le diverse fasi di volo, a bordo di un velivolo simile a quello di progetto. Nella figura 1.7, è riportato l'andamento qualitativo dello spettro di carico cui sono sottoposte le semiali di un velivolo, durante un ciclo completo decollo-crociera-atterraggio.



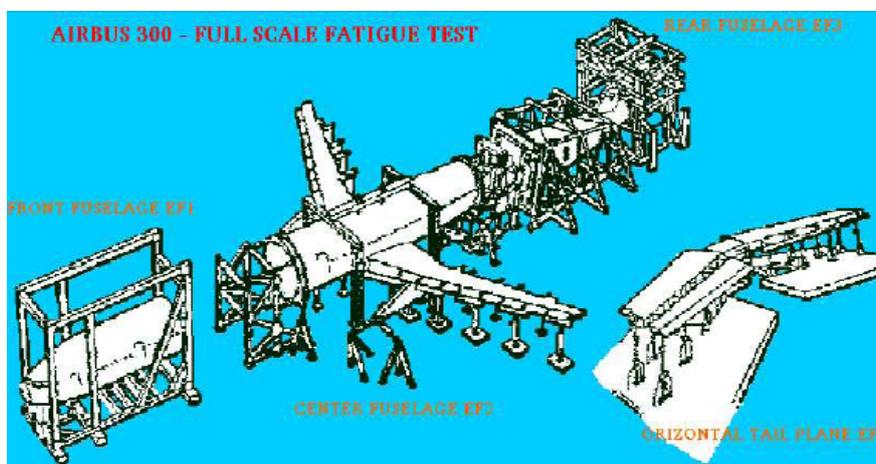
**Figura 1.6 - Andamento delle tensioni agenti sulla parte inferiore di una semiala del Lockheed Martin S-3B, durante una prova di volo**

Quando un componente meccanico o un'intera struttura vengono caricati con forze esterne ciclicamente o casualmente variabili ripetuti nel tempo, può avvenire una rottura a fatica, sebbene nessuno dei cicli di carico applicati possa apparentemente danneggiare il componente. Addirittura nella maggior parte dei casi, l'intensità delle sollecitazioni per cui si ha rottura a fatica è tale che la loro singola applicazione non solo non produce nessun danneggiamento apprezzabile, ma è possibile che rimanga nel campo elastico del materiale. Non è possibile definire con certezza il momento della transizione da una fase alla successiva, in quanto il numero di cicli necessari a completare ciascun passo del processo di danneggiamento ha un'alta dipendenza dal materiale, dalla geometria del pezzo, dalla modalità di carico e dalle condizioni ambientali di servizio. Pertanto, descrivere analiticamente il processo di danneggiamento a fatica è un'operazione molto complessa, da qui la necessità di un approccio probabilistico anziché deterministico. Tipologie di cicli di carico a fatica. E' necessario distinguere tra i seguenti processi:

- **low cycle fatigue** (LCF o fatica oligociclica) ad elevata deformazione;
- **high cycle fatigue** (HCF o fatica policiclica), in cui si rimane in campo elastico;

- le curve di resistenza a fatica devono perciò essere ottenute in condizioni di deformazione costante ( $\epsilon$ -N), nel primo caso, e di sforzo costante (S-N), nel secondo (metodo **stress-life**);
- **low cycle fatigue** > da 10 a 100'000 cicli;
- **high cycle fatigue** > oltre i 100'000 cicli;

Per tale motivo, molti costruttori, ma anche molte compagnie aeree, allo scopo di ricostruire le condizioni di carico normalmente incontrate dai propri velivoli durante la loro vita operativa, hanno creato una vera e propria banca dati delle grandezze aleatorie significative: accelerazione del baricentro, velocità, quote di volo, ecc.. E' chiaro che questi parametri andranno opportunamente adattati al nuovo velivolo, per tenere conto delle sue peculiarità di tipo aerodinamico, di tipo operativo e di tipo costruttivo. Una volta stabilito lo spettro di carico per il velivolo in esame, la casa costruttrice provvede ad applicarlo ripetutamente ad un prototipo in scala reale completo di ogni sottostruttura, figura 1.8.



**Figura 1.7 - Schematizzazione del Full Scale Fatigue Test di un Airbus 300**

Mediante questa prova, denominata Full Scale Fatigue Test, si possono simulare in tempi ridotti, le migliaia di cicli previsti per la vita operativa del velivolo e concentrarsi su alcuni aspetti importanti quali: decolli, atterraggi, manovre, rullaggio, ecc. Essa inoltre serve a verificare che la vita a fatica ipotizzata in fase di progetto per ogni singolo componente strutturale, corrisponda a quella reale. Se dopo questo Test, si riscontrano delle discrepanze, la casa costruttrice avrà due possibilità: riprogettare quei componenti che hanno dato luogo a cedimenti prematuri e sottoporli nuovamente al Test, oppure diminuire il numero dei cicli di servizio. Come è noto, una struttura soggetta a carichi variabili nel tempo, a causa di difetti insiti nel materiale o a causa di lavorazioni che intensificano il fattore di concentrazione degli sforzi, enuclea delle cricche di fatica. Queste cricche si propagano nel tempo, indebolendo la struttura stessa fino alla rottura di schianto. E' allora necessario stabilire dei criteri che permettano di garantire alla struttura la resistenza necessaria per sopportare i carichi di servizio per tutta la vita di progetto. Vengono a tale scopo adoperate varie filosofie di progetto. In campo aeronautico le norme fanno espressamente riferimento alle seguenti filosofie di progetto:

- Safe-Life;
- Damage-Tolerance;

Verranno allora esposte in seguito i principi fondamentali su cui si basano queste due filosofie di progetto.

### **1.5.2 Safe-Life approach**

Il requisito fondamentale di una struttura di tipo Safe-Life, è quello di garantire, per una assegnata vita di progetto, la capacità di resistere alle sollecitazioni di servizio, rimanendo libera dalle cricche di fatica. In pratica questa struttura possiede una “vita sicura”, e cioè un numero di cicli o di ore di funzionamento nettamente inferiori a quelle necessarie all’enucleazione delle cricche di fatica. Al termine della vita di progetto, la struttura viene scartata e sostituita con una nuova, a prescindere dalle sue reali condizioni di danneggiamento. Per ottenere la vita sicura di un componente strutturale, basta dividere il numero di cicli che portano a rottura il particolare per un fattore di incertezza (Scatter Factor). La ragione dello Scatter Factor è prudenziale. Infatti, la vita a fatica del componente strutturale viene dedotta dall’analisi delle prove sperimentali effettuate su dei prototipi in scala reale. Bisogna però tenere presente che in questa analisi vi sono dei fattori di incertezza:

- incertezza sullo spettro di carico riscontrabile in servizio;
- incertezza sulle proprietà fisico/chimiche del materiale;
- incertezza sulle misurazioni effettuate;

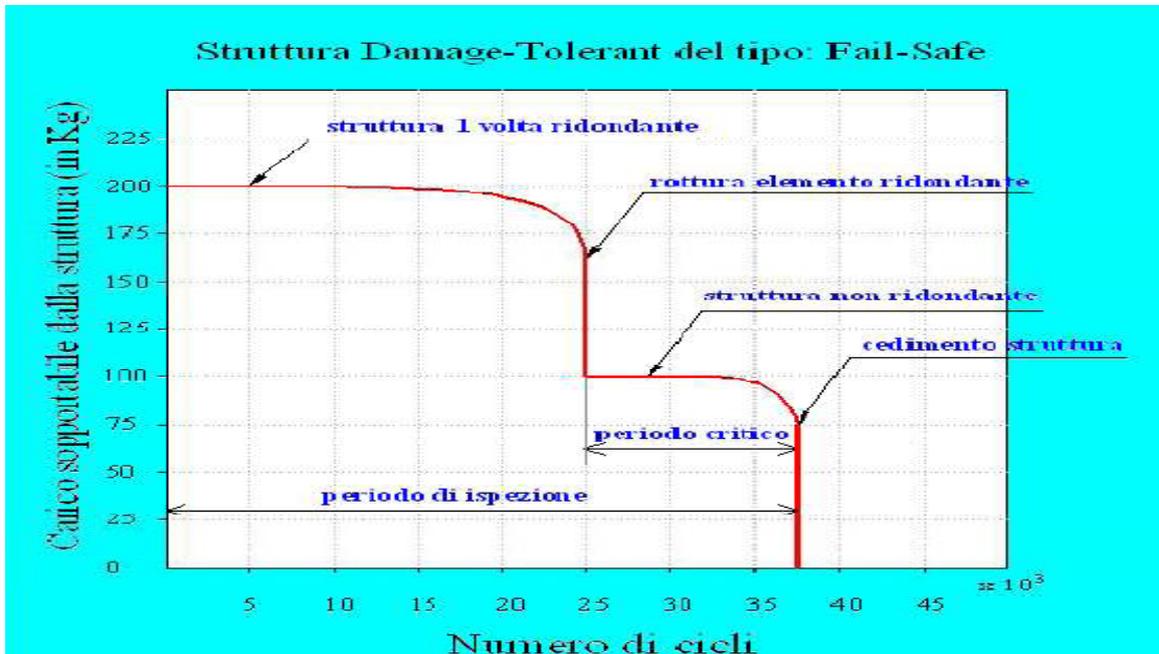
Per questo motivo vengono presi dei valori dello Scatter Factor abbastanza prudenziali: da 3 ad 8, ma in genere nel campo aeronautico non si scende mai al di sotto di 4. Le strutture aeronautiche che utilizzano questa filosofia di progetto, risultano molto pesanti ed anche costose, visto il basso sfruttamento imposto. Tuttavia, ancora oggi, questa rimane l’unica filosofia di progetto adottabile per alcuni particolari aeronautici quali i piloni di sostegno dei propulsori, i carrelli di atterraggio, le cerniere delle superfici mobili ed altri componenti difficilmente ispezionabili a vista o con tecniche non distruttive.

### **1.5.3 Damage-Tolerant approach**

Nella filosofia “Damage-Tolerance” si parte dal presupposto che in tutti i punti critici della struttura siano sempre presenti dei difetti che possono fungere da punti di innesco per le rotture a fatica. Questi difetti possono essere introdotti dalle lavorazioni durante il processo di fabbricazione ed assemblaggio, o possono generarsi durante la normale vita operativa. Il punto fondamentale è allora quello di studiare le curve di propagazione di tali cricche, in modo da intervenire prima che queste mettano a rischio la sicurezza delle strutture. Ad ogni modo, prima delle riparazioni, la struttura deve essere sempre in grado di sopportare i carichi limite imposti dalle norme, senza compromettere la sicurezza dell’aeromobile e dei passeggeri. Fanno parte di questa filosofia le due seguenti classi di strutture:

- strutture Fail-Safe;
- strutture Slow Crack Growth Rate;

Le prime sono delle strutture che possiedono degli elementi ridondanti. La rottura di un elemento, non ha effetti catastrofici, poiché il carico da esso sopportato, si ripartisce su quelli rimasti integri. E' indubbio però che la resistenza globale della struttura risulta diminuita, figura 1.9, e quindi bisogna intervenire prima che altri elementi cedano.



**Figura 1.8 - Diagramma di resistenza residua-cicli di una struttura Fail-Safe**

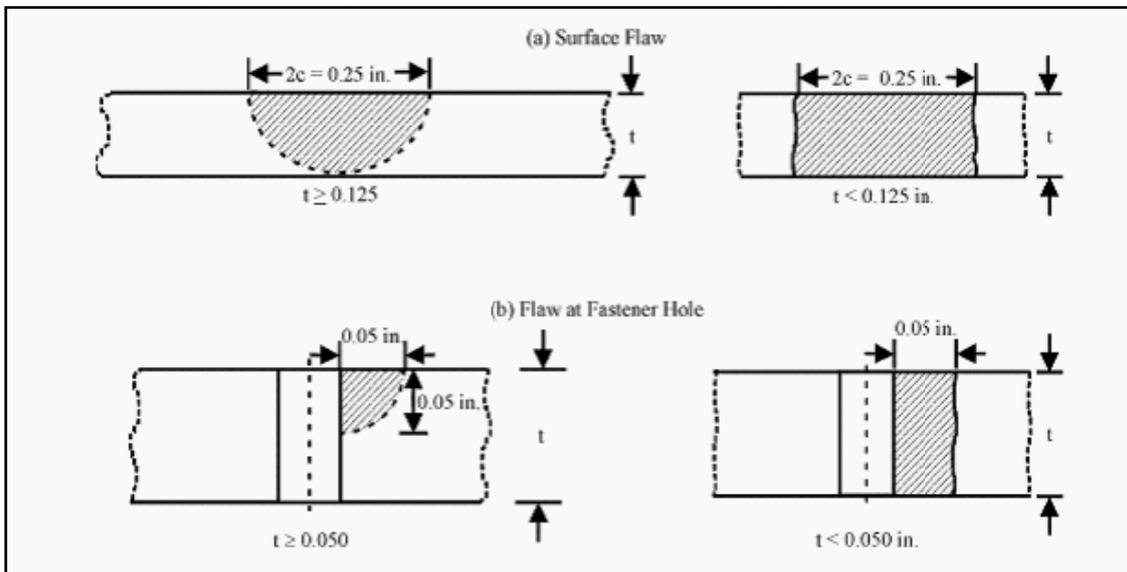
Le seconde, invece, sono strutture caratterizzate dal fatto di contenere degli elementi che presentano un periodo di propagazione delle cricche molto lento. Prevedendo degli interventi di ispezione prima che queste raggiungano una dimensione critica e riparando gli elementi danneggiati, si riesce ad avere delle strutture relativamente sicure. Il "relativamente sicure" è dovuto al fatto che vi sono sempre i problemi di incertezza evidenziati anche per le strutture Safe-Life e soprattutto si devono prevedere con accuratezza:

- la distribuzione dei difetti iniziali;
- le curve di propagazione dei difetti;
- il calcolo della vita residua dell'elemento;

Per questo motivo, anche per le strutture Damage-Tolerant, si ricorre all'utilizzo dello Scatter Factor, anche se di più modesta entità rispetto a quello previsto per le strutture Safe-Life; in genere questo valore si aggira intorno a 2. La filosofia di progetto Damage-Tolerance è quella che viene attualmente adottata per la stragrande maggioranza delle strutture aeronautiche, sia dei velivoli civili che di quelli militari. Le norme aeronautiche infatti impongono che i componenti di tipo Safe-Life siano ridotti al minimo e soltanto nei casi in cui non sia possibile ricorrere ai criteri di Damage-Tolerance. La progettazione Safe-Life, infatti, viene adoperata solo nei casi in cui vi sia:

- incertezza sul danneggiamento iniziale del componente strutturale;
- incertezza sulle curve di propagazione delle cricche;
- impossibilità di eseguire le ispezioni per la scarsa accessibilità del componente strutturale.

In tutti i casi differenti da quelli sopra citati quindi, dovrà adottarsi una progettazione secondo il criterio di Damage-Tolerance, figura 1.10.



**Figura 1.9 - Summary of Initial - Flaw Assumption for Intact Structure. Damage Tolerance >1.2 Design Limit Load**

### 1.5.4 Criterio Wide Spread Fatigue.

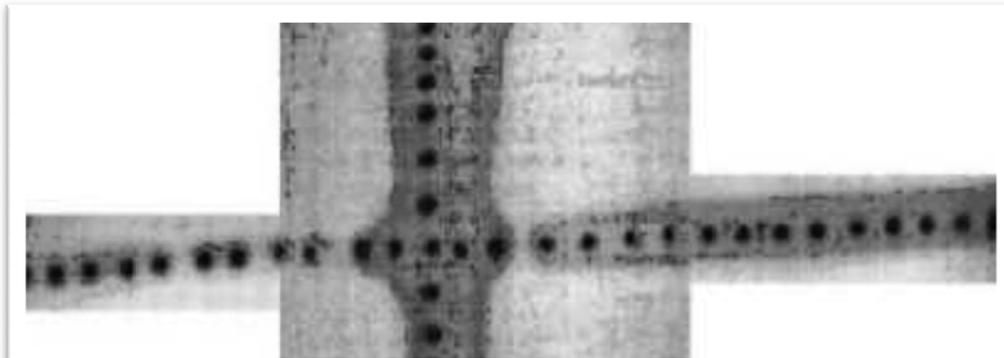
Il fenomeno della WSF Fatigue è balzato alle cronache in seguito ad un incidente occorso ad un B737 nel 1988 che perse un tratto della lunghezza di circa 6 metri del pannello superiore di fusoliera, in seguito alla rottura contemporanea longitudinale lungo la rivettatura tra pannello inferiore e superiore. Grazie all'abilità del pilota il velivolo atterrò senza ulteriori incidenti, figura 1.11.



**Figura 1.10 - Foto della parte danneggiata del velivolo B-737**

La causa dell'incidente è da ricondursi, oltre ad errori nella manutenzione, alla mutua interazione tra le microcricche presenti in ogni foro di rivettatura lungo la giunzione longitudinale di fusoliera, figura 1.12.

La WSF studia la mutua interazione tra cricche che, quando poste a distanza ravvicinata, generano velocità di propagazione decisamente superiori a quelle previste senza tener conto di questo fenomeno.



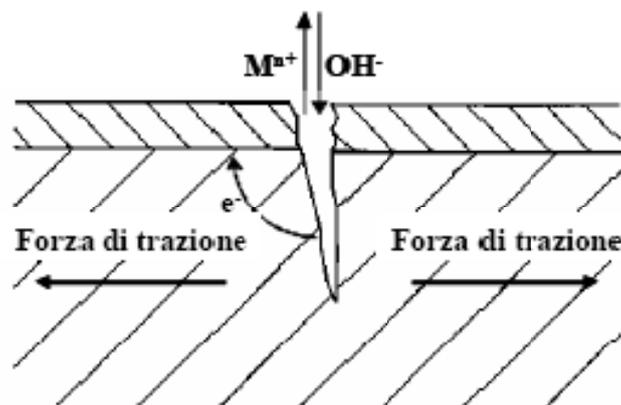
**Figura 1.11 - Immagine termografica della rivettatura della fusoliera causa dell'incidente**

Si può concludere quindi questa parentesi storica andando stabilire una cronologia, dal punto di vista normativo, delle filosofie di progetto a fatica:

- Prima del 1964 Filosofia Safe Life
- Dal 1964 Filosofia Fail Safe
- Dal 1978 Filosofia Damage Tolerance

### 1.5.5 Stress-Corrosion (Corrosione sotto sforzo)

La corrosione comporta costi di manutenzione molto elevati [23] dovute alle molte ore di lavoro impiegate per la analisi, il trattamento e la risoluzione del problema. Peraltro, anche se generalmente non è strutturalmente critica quanto la frattura, può diventare la voce più significativa nel bilancio di gestione per il velivolo. La corrosione sotto sforzo avviene a livello delle nicchie/imperfezioni superficiali che si producono su un materiale metallico sottoposto ad una tensione, in presenza di sostanze corrosive, figura 1.13.



**Figura 1.12 - Rappresentazione del processo di corrosione sotto sforzo**

Tali sostanze, in assenza di tensioni, sarebbero poco dannose. Purtroppo l'azione corrosiva progressiva rende sempre più profonde le nicchie, sino a provocare la rottura del pezzo. Ciò può avvenire anche sotto l'azione di sollecitazioni di entità molto inferiore a quelle che provocherebbero la rottura in assenza di corrosione. Pertanto, la corrosione in presenza di fenomeni di fatica meccanica risulta molto pericolosa, dato che i due meccanismi, combinandosi, amplificano l'effetto che produrrebbero separatamente.

## **1.6 Certificazione per una riparazione**

Per quanto riguarda la certificazione di una riparazione essa richiede [24,25] che il componente riparato sia idoneo al volo così come lo era la struttura originale; secondo le più recenti regolazioni civili, FAR 25.571, questa dimostrazione deve includere un comportamento damage-tolerant anche se la struttura era stata originariamente progettata, ad esempio, per un criterio safe-life.

### **1.6.1 Requisiti di una riparazione**

Quando viene riscontrato un significativo decadimento delle proprietà strutturali, deve essere presa una decisione rispetto al tipo di intervento richiesto:

- non è necessaria alcuna riparazione;
- sono necessari interventi superficiali per correggere danni di piccola entità;
- è necessaria una riparazione strutturale ( se possibile ), poiché la resistenza meccanica è al di sotto dei requisiti progettuali oppure è evidente la possibilità che possa rapidamente degradare con il proseguo dell' utilizzo;
- la riparazione non è economicamente sostenibile ed il componente va sostituito;

In genere, la metodologia di riparazione utilizzata per il ripristino funzionale dovrebbe essere la più semplice e la meno "invasiva" possibile; inoltre, non deve compromettere le altre funzioni del componente come la libertà dei movimenti o le eventuali proprietà aerodinamiche.

### **1.6.2 Procedura per la riparazione**

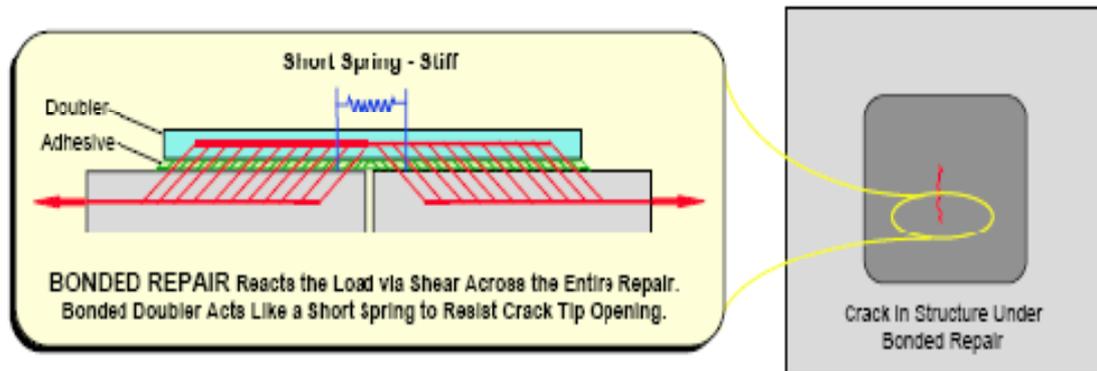
Le tipologie di riparazione sono suddivise sostanzialmente in due categorie:

- 1) procedure che non prevedono l'utilizzo di patch;
- 2) procedure che necessitano l'applicazione di patch /reinforcement laddove si devono ripristinare le capacità meccaniche strutturali;

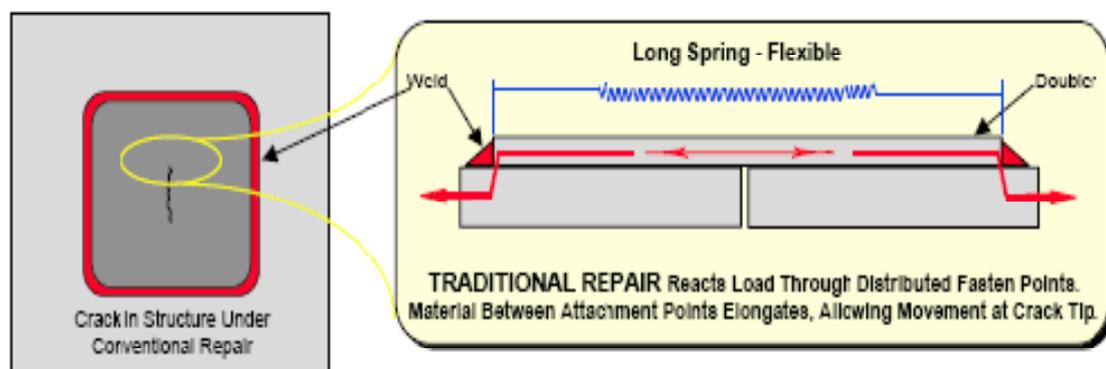
L'intervento con patch deve restituire lo stesso percorso di carico ( load path ) che era stato in qualche modo indebolito o addirittura rimosso dalla presenza del danno o della frattura. Reinforcements o doublers ( piastre ) hanno il compito di ripristinare la rigidezza e la resistenza meccanica, correggere e migliorare eventuali errori di progetto.

### 1.6.3 Adhesively bonded repairs

Una riparazione basata sull'utilizzo di patches metalliche meccanicamente fissate alla parte danneggiata è l'approccio raccomandato dal SRM. In genere, però, i collegamenti più efficienti si ottengono con le parti incollate, essendo questi collegamenti caratterizzati da relativa semplicità, economicità, basso peso e limitati fenomeni di concentrazione delle tensioni. Per illustrare l'efficienza di un collegamento meccanico rispetto ad uno incollato si può fare un semplice confronto tra due casi equivalenti come mostrato in figura 1.14.



**A. Joint Continuity of Bonded Doubler Reduces Stress Levels in Damaged Region**

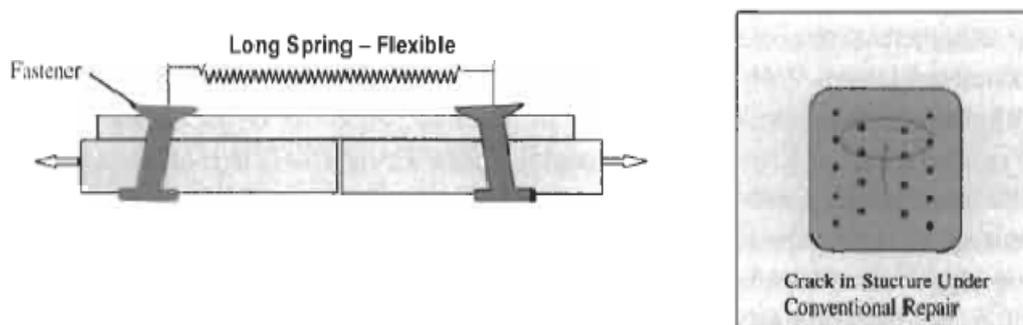


**B. Local Loading and Intermittent Connection Produced by Spaced Perimeter Welds**

**Figura 1.13 – Confronto tra un collegamento meccanico ed uno incollato**

In figura sono diagrammati i diversi tipi di collegamento per un pannello fratturato; il gap che separa le due parti rappresenta la frattura. Nel caso di collegamento meccanico il carico viene trasmesso attraverso elementi metallici (bulloni, rivetti, ecc.), con sforzi prevalentemente di compressione sugli elementi collegati e con la comparsa di elevate concentrazioni per le tensioni. Infatti, a differenza di quanto accade nei giunti incollati, nei giunti bullonati o rivettati la trasmissione del carico avviene essenzialmente attraverso regioni limitate degli elementi accoppiati che risultano soggette a sollecitazioni prevalentemente di compressione e taglio. Questo tipo di collegamento non si presenta particolarmente rigido per diverse ragioni:

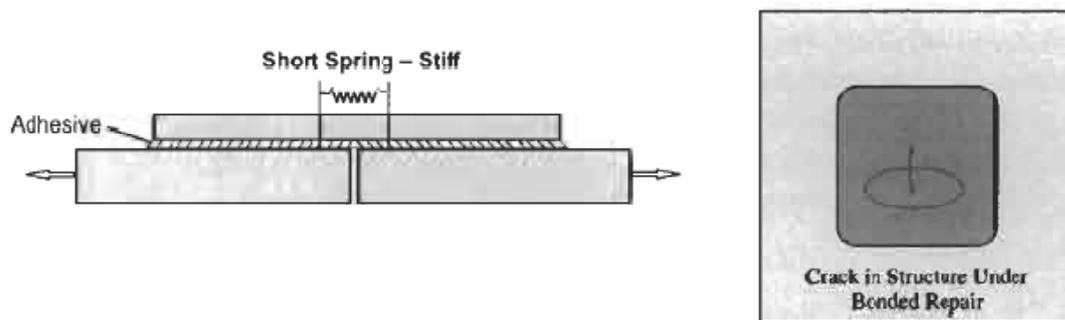
- concorre a determinare la resistenza di un giunto chiodato la disposizione dei ribattini che deve essere proporzionata in modo tale da non indebolire (a causa dei fori) eccessivamente le lamiera e deve consentire la presenza di un adeguato numero di elementi di collegamento (chiodi). Un giunto con troppi chiodi porterà allo strappamento della lamiera in corrispondenza dei fori; viceversa un giunto con pochi chiodi causerà la rottura a tranciamento degli steli dei chiodi. La risposta adeguata dipende dalle varie situazioni ed è un compromesso tra i due estremi sopraccitati;
- non vengono totalmente impediti eventuali spostamenti e rotazioni per gli elementi metallici di collegamento;
- le elevate concentrazioni di tensione implicano elevate deformazioni locali per i ribattini / bulloni e i fori;
- se si verifica una perdita della pressione di serraggio, il precarico può facilmente venire meno a seguito di vibrazioni e/o deformazioni flessionali del giunto o del bullone. Inoltre, sebbene l'eventuale serraggio dei bulloni può consentire la trasmissione di una parte del carico attraverso le forze di attrito queste ultime perdono di efficacia per l'azione dei carichi ciclici o per un effetto di lubrificazione che potrebbe essere causato da infiltrazioni d' acqua;



**Figura 1.14 – Collegamento meccanico mediante ribattini**

La bassa rigidezza complessiva e quindi l'efficacia di un collegamento meccanico è schematizzato dalla lunga molla in figura 1.15. Quale risultato della bassa efficienza meccanica delle riparazioni di questo tipo, i componenti danneggiati per frattura non saranno rinforzati adeguatamente. Inoltre, l'applicazione di nuovi fori può danneggiare gli impianti interni come ad esempio le linee dei circuiti idraulici o i cavi elettrici. Le riparazioni con elementi meccanici sono generalmente utilizzate solo per ripristinare la resistenza meccanica statica della struttura; Swift [26] dimostrò che questi interventi non effettuati in modo corretto possono ridurre significativamente la vita a fatica nonostante la riparazione effettuata. La maggiore preoccupazione è rappresentata dalla possibilità di una nuova propagazione della frattura in corrispondenza della foratura (solitamente in corrispondenza della prima fila di elementi dove le tensioni sono più elevate); la contemporanea presenza di concentrazione di tensioni e l'eventuale difetto nel ribattino / bullone o nella foratura sono tutti elementi che concorrono a rendere probabile una nuova frattura. E' da considerare anche l'effetto dovuto alla corrosione che potrebbe insorgere se non è stato effettuato un adeguato isolamento ambientale della parte da riparare. D' altra parte, per bonded joints il carico viene trasmesso attraverso la

superficie incollata degli elementi con sforzi prevalentemente di taglio sull'adesivo, lo sforzo di adesione è distribuito su tutta la superficie in modo uniforme senza necessità di bucare l'aderendo e poiché la distribuzione delle tensioni è uniforme, il giunto incollato ha maggiore rigidità di quello meccanico; tutto ciò nonostante la bassa rigidità dell'adesivo confrontata con quella dei fasteners. L'adesivo lega gli aderenti attraverso contatto superficiale mediante un'adesione, la cui funzione principale risiede nel permettere il trasferimento dello sforzo meccanico da un elemento all'altro. Le proprietà del collegamento mediante adesivo sono illustrate in figura 1.16 e vengono schematizzate dalla corta molla del diagramma. In conclusione, i bonded repairs assicurano un rinforzo molto rigido ed efficace e minimizzano l'apertura della frattura.



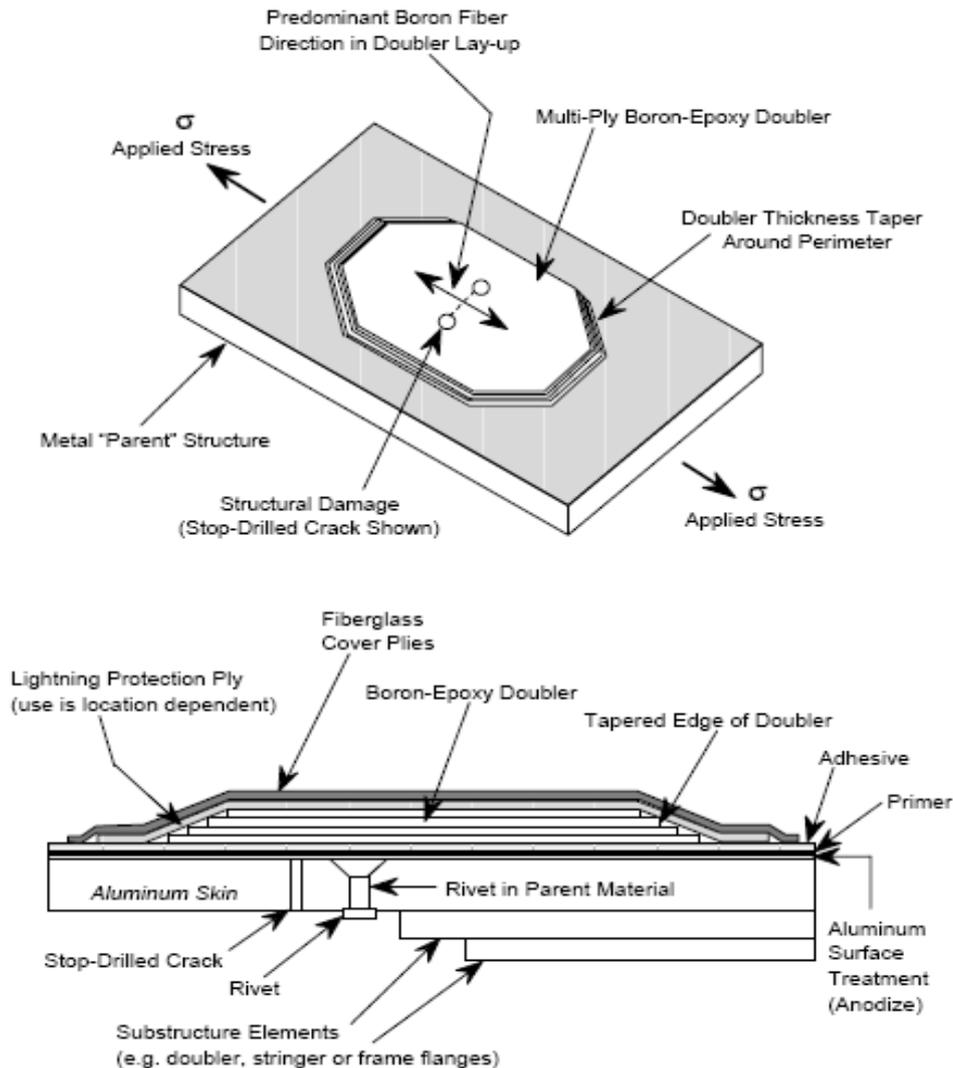
**Figura 1.15 – Collegamento mediante adesivo: “bonded repairs”**

#### **1.6.4 Patches in composito “versus” patches metalliche.**

I vantaggi nell' utilizzo di patches in materiale composito, in genere graphite/epoxy o boron/epoxy, rispetto a quelle realizzate in leghe metalliche sono molteplici:

- una elevata rigidità direzionale permette l'uso di patches sottili (fattore importante se la riparazione è esterna) che possono essere applicate nelle direzioni desiderate;
- una elevata deformazione a rottura e durata a fatica, che minimizza il rischio della rottura di patches anche nella eventualità di livelli di deformazioni critici nella componente metallica da riparare;
- bassa densità, parametro importante soprattutto laddove deve essere minimizzato lo sbilanciamento per le superfici di controllo;
- una eccellente lavorabilità che consente di modellare anche contorni complessi;

Nella maggior parte dei casi la scelta di patches unidirezionali (plies a  $0^\circ$ ) è una soluzione ottima poiché fornisce la più alta efficienza nella direzione di carico, e minimizza l'effetto indesiderato di avere una rigidità elevata in altre direzioni, figura 1.17. Nei casi in cui si hanno componenti di tensioni biassiali o quando c'è la possibilità che la direzione di propagazione della frattura possa cambiare, è consigliabile che il reinforcement possa fornire la necessaria rigidità anche in direzione trasversale e, se il caso, anche per la componente di taglio; in questa situazione le lamine per il materiale composito scelto avranno orientamento differente; infatti, a seconda del caso si avranno un certo numero di lamine orientate a  $\pm 45^\circ$  e a  $\pm 90^\circ$ .



**Figura 1.16 – Schema per il caso di applicazione per un Bonded Composite Doubler Repair**

Il principale svantaggio nell' utilizzare patches in composito è rappresentato dal mismatch per le proprietà termiche; infatti, i coefficienti di dilatazione termica del composito e del metallo sono molto differenti e la eventuale presenza di uno stato tensionale residuo può essere particolarmente critica .

Questa eventualità si presenta soprattutto quando le temperature di cura per l' adesivo sono molto alte onde consentire un adeguato legame tra le parti mentre le temperature di esercizio sono invece particolarmente basse, tipicamente  $-10^{\circ} / -50^{\circ} \text{C}$ . Nonostante ciò, ai fini della riparazione i compositi in gr/ep e b/ep offrono eccellenti proprietà meccaniche. Un rinforzo realizzato in b/ep possiede in genere prestazioni meccaniche migliori rispetto al sistema gr/ep:

- una superiore combinazione di resistenza e rigidità che significa una più alta efficienza per la riparazione;
- un coefficiente di dilatazione termica più elevato che riduce la gravità dell' eventuale problema rappresentato dalla presenza di uno stato pensionale residuo;
- una bassa conducibilità elettrica che elimina il problema di corrosione per effetto galvanico; problema che invece si presenta per la configurazione gr/ep;

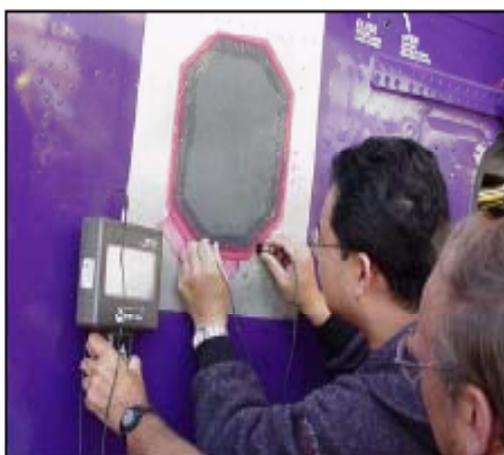
Per i casi in cui la geometria del problema presenta piccoli raggi di curvatura ( $< 30$  cm) e quando il costo è un requisito importante allora la scelta cade sul sistema gr/ep, più economico di un composito realizzato con fibre di boro.

### 1.6.5 Potenziali applicazioni per il composite bonding

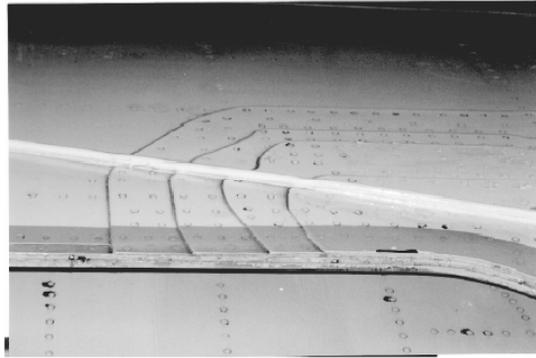
Il metodo del composite bonding può quindi essere considerato un tipo di intervento versatile. Esso rappresenta un metodo cost-effective per riparare, irrigidire e ripristinare meccanicamente strutture metalliche che hanno perso, per tutti i motivi precedentemente accennati, le loro proprietà. La riparazione e le applicazioni degli elementi in composito sono idealmente implementate in situ, con il vantaggio di evitare costosi processi di disassemblaggio. Le potenziali applicazioni possono essere sintetizzate in maniera seguente:

- Riduzione della intensità per le tensioni:
  - nelle regioni con rotture da fatica;
  - nelle regioni con rotture dovute a corrosione sotto tensione;
  - permette una propagazione lenta della frattura.
- Ripristino della resistenza e della rigidità;
- Riduzione dei problemi derivanti dalla concentrazione di tensione e di deformazione;
- Riduzione dei problemi derivanti dalla presenza di flessione;
- Riduzione delle vibrazioni;

Nelle seguenti figure 1.18 e 1.19 sono rappresentate diverse riparazioni.



**Figura 1.17 – Esempi di applicazione di Bonded Composite Doubler Repair**



**Figura 1.18 – Riparazione per giunti incollati**

La prima di queste tre figure della 1.19 mostra una riparazione per giunti incollati per la riparazione di una frattura che si è sviluppato in prossimità del portellone di accesso di un Lockheed L-1011 TriStar; mentre le altre due foto della serie mostrano il caso di una riparazione convenzionale con quattro pannelli metallici.

## 1.7 Bibliografia

1. Albert W.A.J. (1838) Über treibseile am Harz, *Archive für Mineralogie, Geognosie, Bergbau und Hüttenkunde* 10, pp. 215-234.
2. Wöhler A. (1867) Wöhler's Experiments on the Strength of Metals, *Engineering*, August 23, p. 160.
3. Tresca H. (1864) Sur l'écoulement des corps solides soumis s fortes pression, *Compt. Rend.*, 59, p. 754.
4. de Saint Venant B. (1870) Memoire sur l'établissement des équations différentielles des mouvements interieurs opérés dans les corps solides ductiles au delà des limites où l'elasticité pourrait les ramener à leur premier état, *Compt. Rend.*, 70, pp. 473-480.
5. Levy M. (1870) Memoire sur les équations générales des mouvements interieurs des corps solides ductiles au delà des limites où l'elasticité pourrait les ramener à leur premier état, *Compt. Rend.*, 70, pp. 1323-1325.
6. Bauschinger J. (1886) On the Change of the Position of the Elastic Limit of Iron and Steel under Cyclic Variations of Stress, *Mitt.Mech.-Tech.Lab.*, Munich, vol. 13, n. 1.
7. Smith J.H. (1910) Some Experiments on the Fatigue of Metals, *Journal of Iron and Steel Institute*, vol. 91, pp. 365-397.
8. Haigh B.P. (1915) Report on Alternating Stress Tests of a Sample of Mild Steel received from the British Association Stress Committee, *Report of the British Association*, 85. pp. 163-170.
9. Miner (1945) Cumulative Damage in Fatigue, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, vol. 67, p. A159.
10. Gough H.J., Pollard H.V. and Clenshaw W.J. (1951) Some Experiments on the Resistance of Metals under combined Stress, *Aeronautical Research Council Reportsand Memoranda n. 2522*, London: Ministry of Supply, His Majesty's Stationery Office.
11. von Mises R. (1913) *Mechanik der festen Koerper in plastisch deformablen Zustant*, *Goettinger Nachr., Math.-Phys. Kl.*, pp. 582-592.
12. Prandtl L. (1924) *Spannungsverteilung in plastischen Koerpern*, *Proceedings of the 1st International Congress on Applied Mechanics*, Delft, pp. 43-54.
13. Hencky H. (1924) *Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nebenspannungen*, *Proceedings of the 1st International Congress on Applied Mechanics*, Delft, pp. 312-317.
14. Griffith A.A. (1920) *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*, *Trans. Royal Society*, London, vol. A221, p. 163.
15. Neuber H. (1946) *Theory of Notches*, J.W. Edwards, Ann Arbor, Mi.
16. Coffin L.F. (1954) *A Study of the Effect of the Thermal Stresses on a Ductile Metal*, *Trans. ASME*, 76, 931-950.
17. Manson S.S.(1954) *Behavior of Material under Conditions of Thermal Stresses*, *National Advisory Commission on Aeronautics: Report 1170*, Cleveland, Lewis Flight Propulsion Laboratory.
18. Irwin G.R. (1957) *Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate*, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, vol. 24, p. 361.
19. Rice J.R. (1968) *A Path Indipendent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations by Notches and Cracks*, *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, pp. 379-386.
20. Paris P.C. and Erdogan F. (1963) *A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*, *Journal of Basic Engineering*, vol. 85, pp. 528-534.

21. Elber W. (1970) Fatigue Crack Closure under Cyclic Tension, Engineering Fracture Mechanics, vol. 2, pp. 37-45.
22. Ellyin F. and Golos K. (1988) Multiaxial Fatigue Damage Criterion, ASME Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 110, pp. 63-68.
23. Aging of US. Airforce Airacraf. Publication NMAB-488-2 National Academy Press, Washington D.C. 1997.
24. Baker, A.A. (1994). Bonded Composite Repair of Metallic Aircraft Components, Paper 1 in AGARD-CP-550 Composite Repair of Military Aircraft Structures.
25. Baker, A.A. (1997). On the certification of bonded composite repairs to primary aircraft structures. Proc. 11th Int. Conf on Comp. Mat. (ICCM-II), Gold Coast, Australia, volume 1, pp. 1-24.
26. Swift, T. (1990). Repairs to damage tolerant aircraft. Proc. Int. Symp. on Structural Integrity of Aging Airplanes, FAA-AIR-01.

## CAPITOLO II

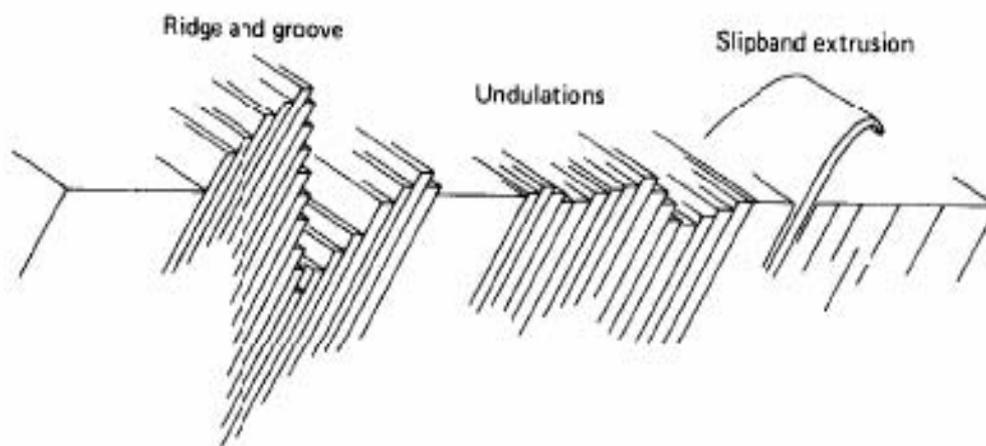
### MECCANICA DELLA FRATTURA – LA FATICA

#### 2.1 Le Origini della Meccanica della Frattura

Il cedimento a fatica nei materiali duttili mostra delle caratteristiche molto diverse da quelle riscontrabili nel caso in cui lo stesso sia dovuto a carichi statici o quasi-statici, sia nel modo in cui si manifesta sia nelle tracce che lascia. Sotto l'azione di un carico a trazione quasi-statico il cedimento è sempre preceduto da una considerevole deformazione plastica e la superficie di rottura si presenta con un aspetto fibroso, spesso inoltre la sezione di rottura si dispone con un angolo di  $45^\circ$  rispetto l'asse di sollecitazione. In una struttura sottoposta ad un carico ciclico il cedimento è causato invece dall'avanzamento progressivo di una cricca formatasi all'interno del materiale. Più in dettaglio la rottura a fatica si sviluppa in tre fasi:

- Innesco
- Propagazione
- Rottura finale

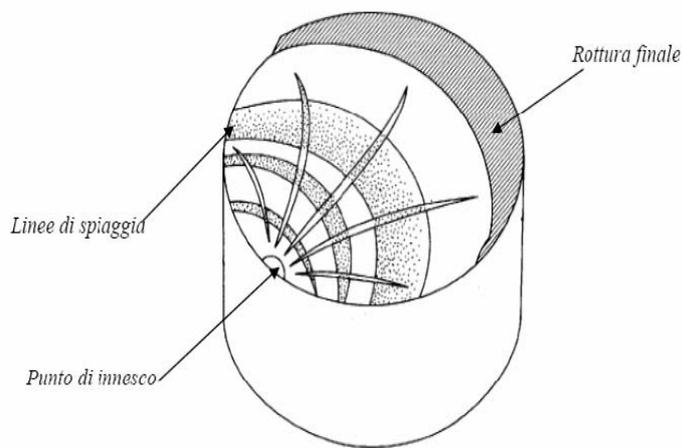
**La fase di innesco** occupa una porzione più o meno piccola della vita a fatica del materiale e generalmente essa ha luogo nel punto maggiormente sollecitato o sulla superficie del pezzo dove sono presenti difetti nella geometria (fori, filettatura, etc.) o nel materiale (inclusioni). Quando non sono presenti difetti, le sollecitazioni cicliche muovendo le dislocazioni all'interno producono delle *bande di scorrimento*, vedi figura 2.1, che fuoriescono dal materiale dando luogo a dei *microintagli*.



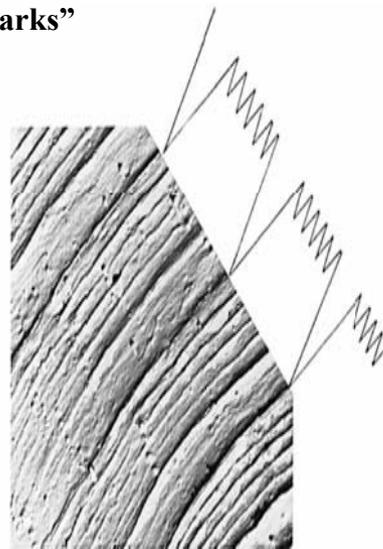
**Figura 2.1 - Dislocazioni e bande di scorrimento nei materiali**

**La fase di propagazione** è tra le tre quella preponderante, occupa in genere più del 90% dell'intera vita a fatica. I primi studi sul comportamento del materiale in questa fase coincisero con le nuove scoperte nella meccanica della frattura. Il pioniere di questa

disciplina fu **Griffith**, che propose per primo una relazione quantitativa tra la dimensione della cricca e la tensione che vi si concentra. Il suo approccio si applicava idealmente solo ai materiali fragili, ma nel 1948 **Irwin** e nel 1949 **Orovan** lo estesero ai materiali duttili ed è da allora applicato in molti studi sulla fatica. Nella fase di propagazione la tensione normale presente nelle vicinanze dell'apice della cricca ne provoca un progressivo allungamento in particolare durante la fase di trazione si assiste ad un apertura ed a un allungamento della cricca, nella fase di compressione invece la cricca si richiude ma non recupera l'allungamento che si era formato precedentemente; tale processo ciclico provoca così la propagazione nel tempo della fessura. La superficie, durante la fase di propagazione, è caratterizzata da ripetute striature dette linee di spiaggia o "*beach marks*" che testimoniano il progressivo propagarsi della cricca, così come illustrato in figura 2.2 e 2.3.



**Figura 2.2 – Superficie con striature “beach marks”**



**Figura 2.3 – Propagazione progressiva della cricca**

**La rottura finale** avviene molto rapidamente, essa sopraggiunge nel momento in cui la sezione resistente è troppo piccola per sopportare il livello di carico imposto. In verità questo meccanismo avviene di rado, nella maggior parte dei casi la rottura è prevalentemente fragile e si verifica quando all'apice della cricca il *fattore di intensità degli sforzi* (SIF – Stress Intensity Factor)  $K$  supera la *tenacità alla frattura*  $K_{IC}$ , così come suggerito dalla meccanica della frattura.

## 2.2 Elementi della Meccanica della Frattura

Le cricche, infatti, possono indebolire a tal punto una struttura metallica da provocarne il repentino cedimento anche per un valore della tensione ben al di sotto di quello di rottura. La meccanica della frattura è la scienza che definisce i metodi, sia teorici che sperimentali, con cui determinare gli effetti delle cricche su una struttura, in particolare fornisce gli strumenti mediante i quali definire sia le condizioni di stabilità sia la velocità di propagazione delle fratture. Uno dei concetti chiave della meccanica della frattura è appunto il SIF (*fattore di intensificazione degli sforzi*) normalmente indicato con la lettera  $K$ . Si tratta di un parametro adimensionale che dipende sostanzialmente dal modo in cui la struttura è caricata e dalla sua geometria. Ogni componente strutturale, nel momento in cui è posto in esercizio, possiede dei difetti considerati accettabili. Però, durante il periodo di funzionamento tali difetti possono aumentare a causa di meccanismi di degradazione legati alle condizioni di carico o alle proprietà chimico-fisiche dell'ambiente di lavoro (fatica, *tearing*, tensocorrosione, ecc). Nel momento in cui il difetto raggiunge la dimensione critica, viene compromessa la capacità di sostenere i carichi e si ha la rottura catastrofica dell'elemento strutturale. I carichi di esercizio ed ambienti aggressivi portano ad una crescita delle fessure presenti in un componente.

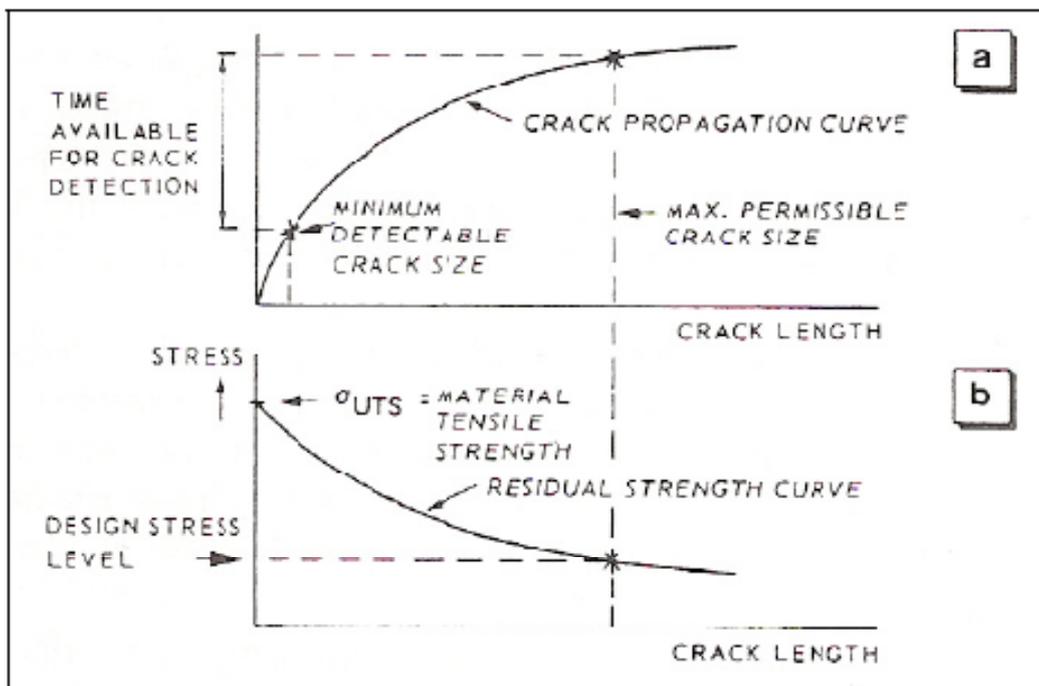


Figura 2.4 - Il problema della frattura per una struttura

Più grande è il difetto e più grande è la concentrazione delle tensioni all'apice di essa. Pertanto, la velocità di crescita di una cricca risulta una funzione crescente nel tempo e nei cicli di carico, figura 2.4(a). La resistenza di una struttura diminuisce con l'aumentare delle dimensioni di un difetto e può raggiungere un valore tale da non essere più in grado di sopportare i carichi massimi gravanti su di essa arrivando ad una rottura catastrofica. Tale possibilità diviene certezza se la resistenza assume un valore inferiore a quella necessaria per sopportare i carichi di esercizio, figura 2.4(b). Il problema del cedimento di schianto di un materiale sollecitato nominalmente in campo elastico, deve essere affrontato con uno studio macro e microscopico dei tre fattori che costituiscono il sistema:

- lo stato di sollecitazione;
- il materiale;
- l'ambiente.

Lo stato di sollecitazione deve essere noto e sarà in ogni caso considerato un problema di progetto. A livello microscopico interviene a modificarlo l'elemento base della meccanica della frattura: la cricca. Per cricca si intende una mancanza di materiale che nel caso più semplice sarà schematizzata con:

- una lunghezza ( $a$  nel caso di cricca affiorante in superficie,  $2 \times a$  nel caso di cricca interna) inferiore di molto alla dimensione del corpo in esame nella direzione da essa definita;
- una larghezza, in genere pari alla larghezza del corpo (cricca passante) nei modelli su cui si opera per definire i parametri fondamentali; nella realtà la larghezza della cricca sarà generalmente inferiore alla dimensione del corpo (cricca non passante);

uno spessore, del tutto trascurabile rispetto alle altre dimensioni, così che il raggio di curvatura  $\rho$  all'apice della cricca è prossimo a zero. La cricca opera una redistribuzione delle tensioni in funzione del suo orientamento rispetto alla sollecitazione applicata dall'esterno. Il primo approccio allo studio tensionale del corpo criccato sarà effettuato sommando alle tensioni del corpo privo di cricca l'effetto di sovrasollecitazione della stessa. Il materiale, in genere, viene considerato come un mezzo continuo, omogeneo, isotropo, ma il materiale reale, è sia disomogeneo sia anisotropo, dal punto di vista macroscopico e microscopico a causa di difetti quali inclusioni, bordi di grano, orientazione preferenziale dovuta alle tecniche di formatura, come la laminazione, lo stampaggio ecc. La meccanica della frattura lineare elastica (MFLE), vedi figura 2.5, si definisce quando il solido presenta un comportamento lineare elastico, con un legame lineare tra tensioni e deformazioni fino alla sollecitazione massima sopportabile e assenza di deformazioni plastiche anche su scala microscopica. Si definisce meccanica della frattura elasto-plastica (MFEP) il modello che tiene conto del comportamento plastico più o meno accentuato che si manifesta all'apice della cricca. Infine, l'ambiente in cui il materiale opera è un elemento inscindibile dagli altri due perché con essi interagisce sinergicamente e non additivamente.

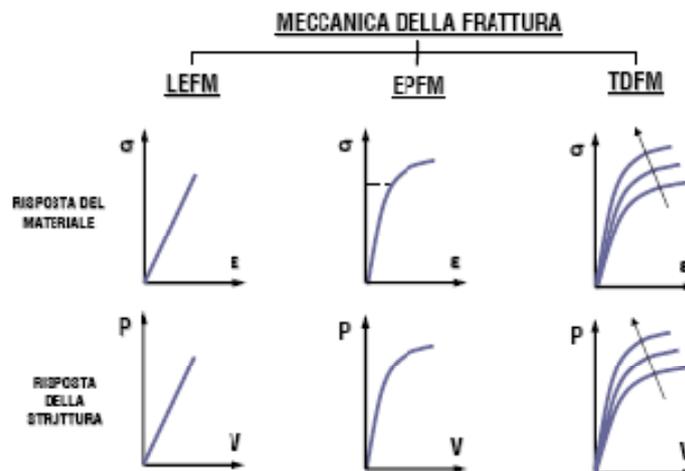
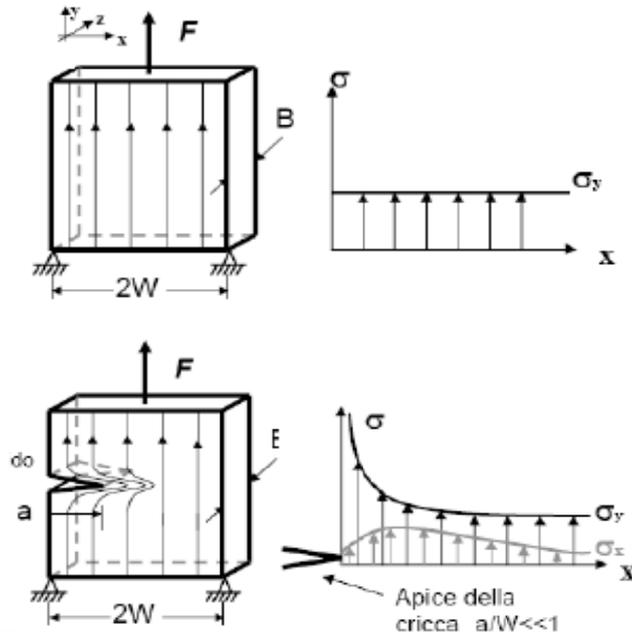


Figura 2.5 – Diversi aspetti della meccanica della frattura

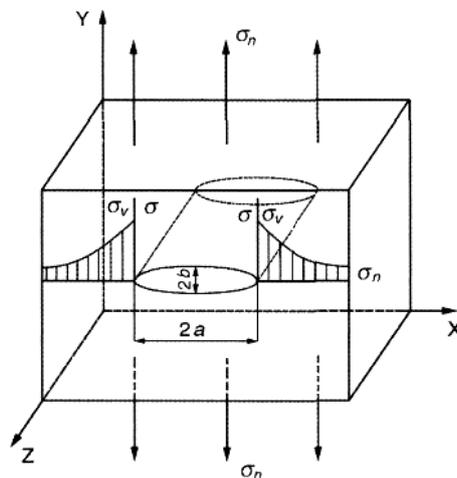
L'applicazione di un carico esterno  $F$  ad un corpo integro si traduce in una distribuzione di tensioni  $\sigma_y$  costante all'interno del corpo stesso. Le linee del flusso di carico sono rette equidistanti. L'applicazione dello stesso carico esterno  $F$  ad un corpo criccato si traduce in una perturbazione delle linee di flusso all'apice della cricca avvicinandole l'una all'altra e deformandole: linee più vicine significano più carico in un'area minore e cioè tensione  $\sigma_y$  più elevata. La deviazione delle direttrici di carico introduce una ulteriore componente di tensione lungo l'asse  $x$ ,  $\sigma_x$ , vedi figura 2.6.



**Figura 2.6 – Confronto della distribuzione di tensioni all'interno di un corpo integro con uno con presenza di frattura**

### 2.3 Modello di Inglis

Il modello di Inglis [1] permette di introdurre operativamente i concetti finora accennati e la simbologia di cui si farà uso in seguito. Il modello considera un corpo illimitato contenente un foro passante a sezione ellittica, sollecitato a trazione, figura 2.7.



**Figura 2.7 - Schema degli sforzi nella direzione verticale per una lastra piana illimitata con intaglio ellittico passante, sollecitata a trazione**

Essendo  $a$  il semiasse maggiore e  $b$  il semiasse minore, risulta:

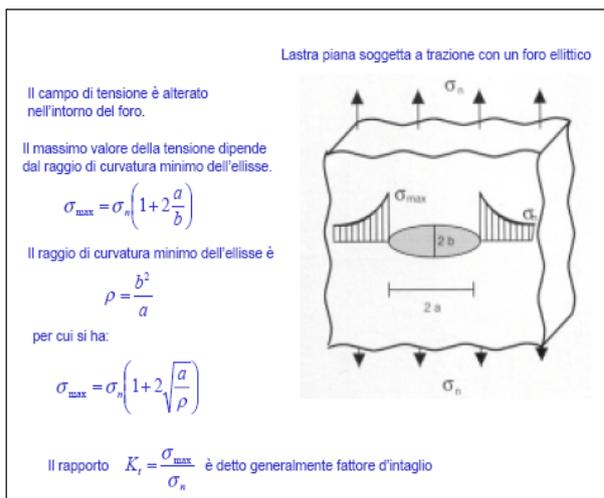
$$\rho = b^2/a \quad (2.1)$$

dove  $\rho$  rappresenta il raggio di curvatura in corrispondenza del vertice dell'ellissi.

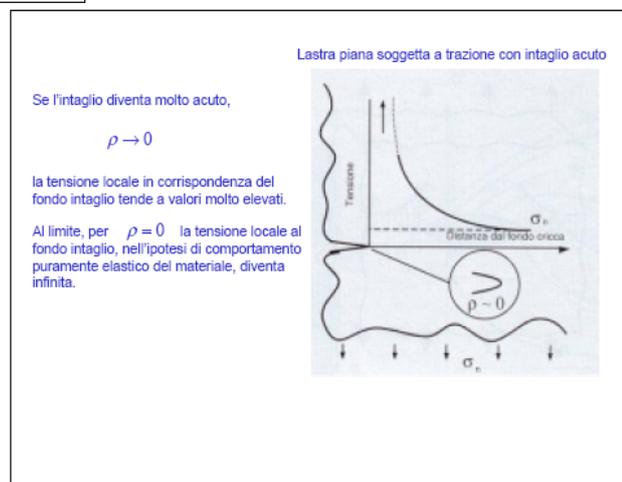
Lo sforzo di trazione in questo punto risulta amplificato e vale:

$$\sigma_v = \sigma_n(1 + 2\sqrt{a/\rho}) = \sigma_n(1 + 2a/b) \quad (2.2)$$

con  $\sigma_n$  sforzo normale. Si vede che all'aumentare di  $a/b$ , cioè man mano che il foro assume la forma di cricca il valore di  $\sigma_v$ , aumenta e, per  $\rho$  o  $b$  che tendono a zero, lo sforzo normale tende all'infinito. Il valore più basso della  $\sigma_v$  si presenta nel caso di foro a sezione circolare, per cui  $a = b$  e  $\sigma_v = 3\sigma_n$ . Dunque la tensione massima all'apice della cricca è tre volte più grande di quella applicata dall'esterno. Ciò significa che, in presenza di cricca, la resistenza di una lastra forata di dimensioni maggiori di quelle del foro, risulta ridotta a 1/3 rispetto alla resistenza della lastra integra. Il foro ellittico è stato introdotto come difetto geometrico; in realtà la cricca, che di tale difetto è un caso estremo, va considerata come una caratteristica ineliminabile nei materiali di interesse ingegneristico soprattutto su scala microscopica. Vedi figure 2.8 e 2.9.



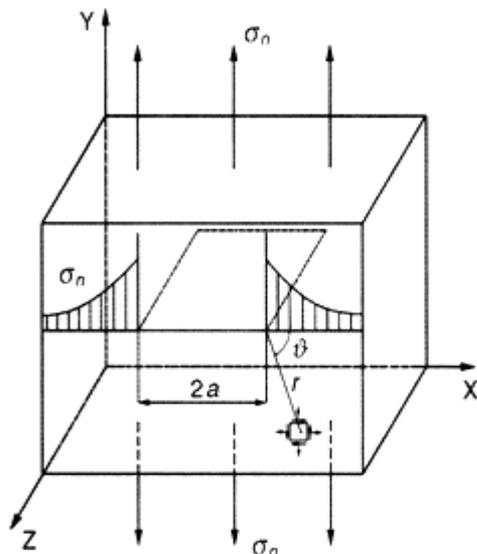
**Figura 2.8 - Tensione massima**



**Figura 2.9 - Effetto della variazione del raggio di curvatura**

## 2.4 Modello di Westergaard

Il modello di Westergaard [2] permette di calcolare le tensioni che si manifestano all'apice di una cricca passante di lunghezza  $2a$  su una lastra piana illimitata sollecitata a trazione e schematizzata nella figura 2.10.



**Figura 2.10 - Schema degli sforzi per una lastra piana illimitata con intaglio passante, sollecitata a trazione**

Westergaard notò che il campo tensionale all'estremità della fessura non era mai stato ben definito e che, anzi, presentava una zona plasticizzata, se pur piccolissima, anche nei materiali fragili. Si consideri un elementino individuato dalle coordinate  $r$  e  $\vartheta$  che è posto in un intorno della cricca, con  $r \ll a$  e  $a \neq 0$ . La cricca agisce sull'elementino come aspetto perturbatore e quindi si verrà a creare uno stato di sollecitazione, a corto raggio, non più uniforme. Questo stato di sollecitazione può essere definito dalle equazioni di Airy [2] :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \sigma_n \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\vartheta}{2}\right) + \dots\right] \\
 \sigma_{yy} &= \sigma_n \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\vartheta}{2}\right) + \dots\right] \\
 \sigma_{zz} &= \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\
 \tau_{yx} = \tau_{xy} &= \sigma_n \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\vartheta}{2}\right) \\
 \tau_{xz} = \tau_{yz} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

e quindi è possibile scrivere, omettendo per comodità il pedice  $n$  :

$$\sigma_{ij} = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f(r, \theta)
 \tag{2.4}$$

gli sforzi, dunque, sono calcolabili mediante una funzione  $f(r, \theta)$  solamente geometrica, moltiplicata per un parametro  $K$  così definito:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.5)$$

e in definitiva

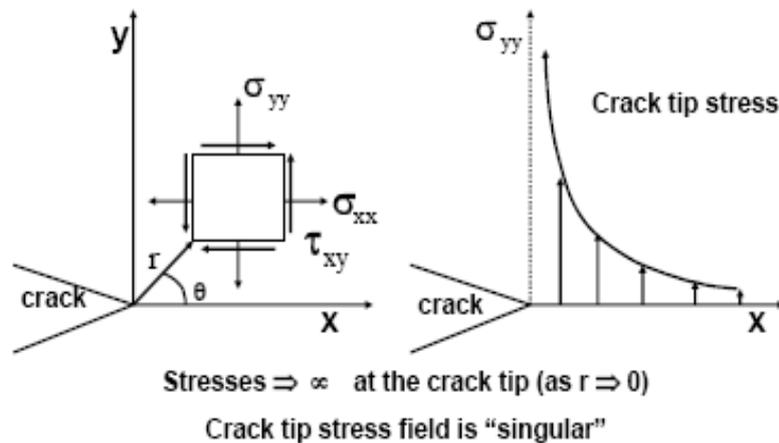
$$\sigma_{ij} = K \cdot f(r, \theta)$$

Tale parametro prende il nome di *fattore di intensità degli sforzi* (*Stress Intensity Factor*), e si misura in  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  o  $\text{Ksi}\sqrt{\text{in}}$  ( sistema inglese )

$$1\text{MPa}\sqrt{\text{m}} = 0.92 \text{Ksi}\sqrt{\text{in}} \quad 1\text{Ksi}\sqrt{\text{in}} = 1.09\text{MPa}\sqrt{\text{m}} \quad (2.6)$$

I Parametri  $r$  e  $\theta$  rappresentano le coordinate polari di un generico punto P, figura 2.11.

Fattore di Intensità degli sforzi (SIF)



CRACK TIP STRESS IN AN ELASTIC BODY

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \left( \frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{m/2} g_{ij}^m(\theta)$$

$i, j = 1, 2, 3$

$f_{ij}(\theta)$  and  $g_{ij}(\theta)$  are trig functions of  $\theta$  and finite

$k$  and  $A_m$  are constants

$r$  is measured from the crack tip

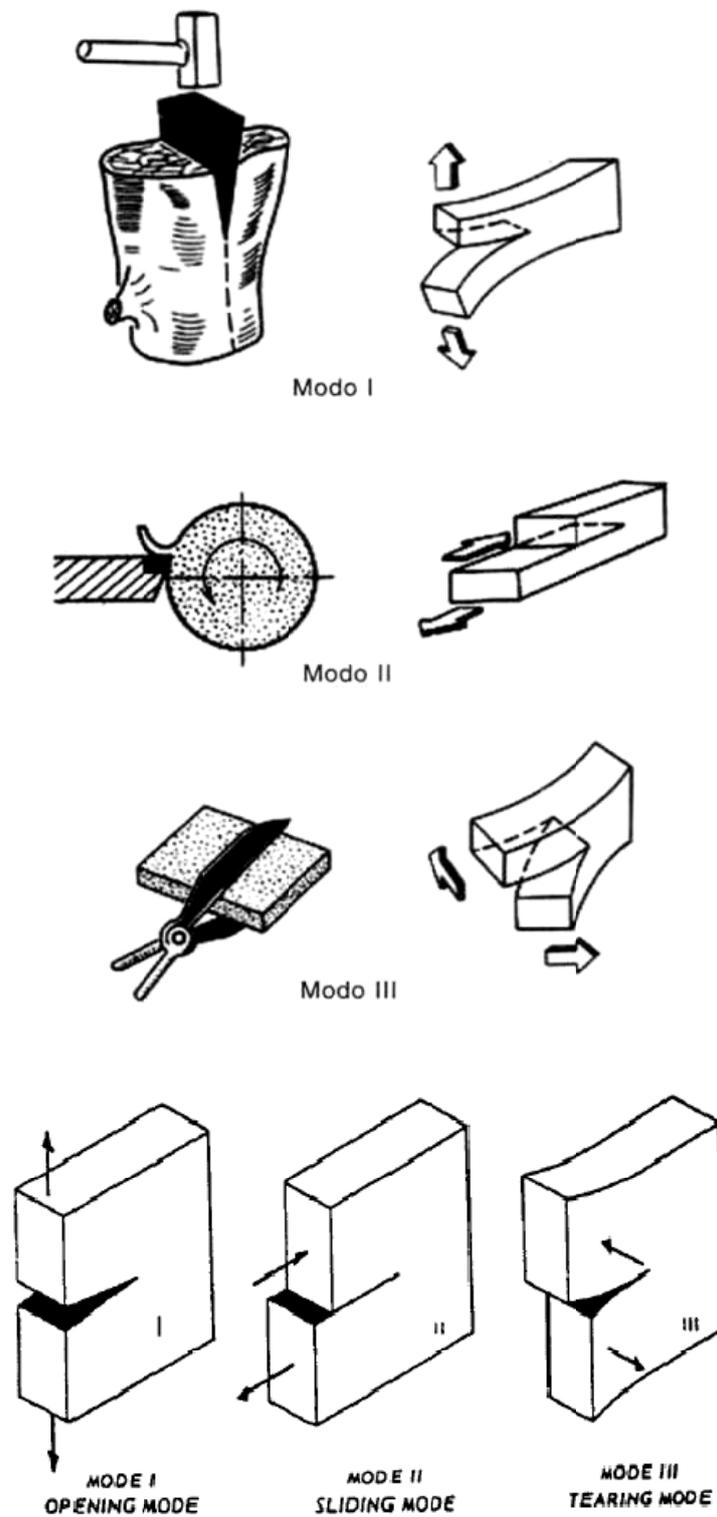
Term S  $\Rightarrow \infty$  as  $r \rightarrow 0$  (At Crack Tip) "Singular Term"

Term B  $\Rightarrow 0$  as  $r \rightarrow 0$  (At Crack Tip) "Bounded Term"

Figura 2.11 – Sistema di coordinate all'apice della cricca

Le equazioni 2.3 sono valide solo a piccola distanza dall'apice della cricca ( $r \leq 0.1a$ ), dove i termini di ordine superiore possono essere trascurati. A distanze molto grandi queste equazioni cessano di essere valide e i valori dei componenti del tensore degli sforzi si approssimano a quelli ottenibili ipotizzando che la cricca non sia presente. Il parametro  $K$  si riferisce ad uno schema molto semplice di sollecitazione e di

deformazione della cricca (apertura della cricca ortogonale al piano XZ, modo I). È possibile definire analoghi parametri per gli altri due casi, dove i modi di deformazione della cricca sono associati a stati di sforzo diversi (scorrimento e lacerazione).



**Figura 2.12 - Schemi di deformazione della cricca. Modo I ( apertura ).  
Modo II ( scorrimento ). Modo III ( lacerazione ).**

La trattazione della frattura più sviluppata è quella relativa al modo I e ad essa si farà riferimento in seguito, anche perché una grande parte dei casi pratici può essere affrontata con questo schema. Quando il fattore di intensità degli sforzi è valutato nel modo I di deformazione della cricca si indica con  $K_I$  così come  $K_{II}$  o  $K_{III}$  quando si fa riferimento agli altri due modi, per i quali è possibile scrivere, con riferimento alla figura 2.12:

$$K_{II} = \tau\sqrt{\pi a} \quad (2.7)$$

$$K_{III} = \tau\sqrt{\pi a} \quad (2.8)$$

e in analogia alle equazioni (2.3) si può scrivere per il modo II (scorrimento):

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\vartheta}{2}\right) + \dots\right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\vartheta}{2}\right) + \dots\right] \\ \sigma_{zz} &= \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\vartheta}{2}\right)\right] \\ \tau_{xz} &= \tau_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Per il modo III le tensioni all'apice della cricca sono soltanto tangenziali (lacerazione) e valgono:

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \\ \tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right) \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

L'espressione di  $K$  (eq. 2.5) assume valori diversi se applicata a geometrie reali. Infatti il fattore di intensificazione degli sforzi oltre che dal modo di apertura del difetto dipende anche dalla geometria del difetto e della struttura. L'espressione più generale sarà:

$$K = y\sigma_0\sqrt{\pi a} \quad (2.11)$$

dove:

$\sigma_0$  = sforzo di progetto;

$y$  = fattore di forma e dipende dalla geometria della fessura, dalla struttura e dalla condizione di carico;

$a$  = dimensione della cricca o la sua dimensione ricavata da un rilievo di controllo non distruttivo (raggi X, ultrasuoni, ecc.)

$$K = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K = 1.12 \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$a \ll W$$

$$K = \sqrt{\sec \frac{\pi \alpha}{W}} \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K = \frac{1.12}{\phi} \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$\phi = \frac{\pi}{8} \left( 3 + \frac{a^2}{c^2} \right)$$

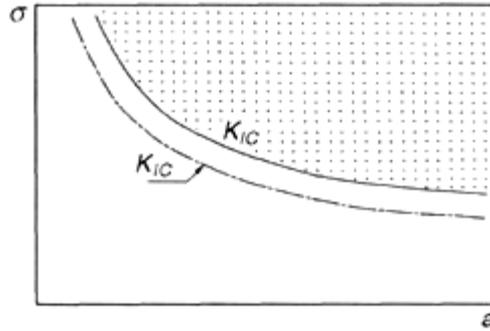
$$K = Y \rho \frac{r}{t} \sqrt{\pi a}$$

$$Y = \sqrt{1 + 1.255 \frac{a^2}{r \cdot t} - 0.0135 \frac{a^4}{r^2 t^2}}$$

**Tabella 2.1 – Valori di  $K$  in alcuni casi tipici.**

La tabella 2.1 illustra alcuni casi tipici. L'importanza di questo nuovo parametro, sta nel fatto che il  $K_I$  si è rivelato in grado non solo di caratterizzare il campo degli sforzi all'apice della cricca, ma anche di prevedere la resistenza alla frattura di un materiale. Infatti è possibile definire un valore critico di  $K$  tale che, non appena  $K > K_c$  il materiale si rompe mediante propagazione in modo instabile della cricca (rottura di schianto).

Risulta pertanto utile ragionare, nel seguito, non in termini di sforzi massimi sopportabili dal materiale ma in termini di  $K$  e di  $K_c$  ( $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$ ,  $K_{IIIc}$ ) anche se le dimensioni di questo parametro non permettono una visualizzazione immediata delle grandezze in gioco. La dipendenza tra  $a$ ,  $K$ ,  $\sigma$  permette di tracciare le curve illustrate nella figura 2.13, sono parametrizzate per diversi valori di  $K$ . Dati una cricca di lunghezza  $2a$  ed un valore  $K_c$  del materiale in esame è possibile definire una  $\sigma_{\max}$  applicabile all'elemento sollecitato, al di sotto della quale la cricca è stabile: tale valore diminuisce all'aumentare della lunghezza della cricca stessa.

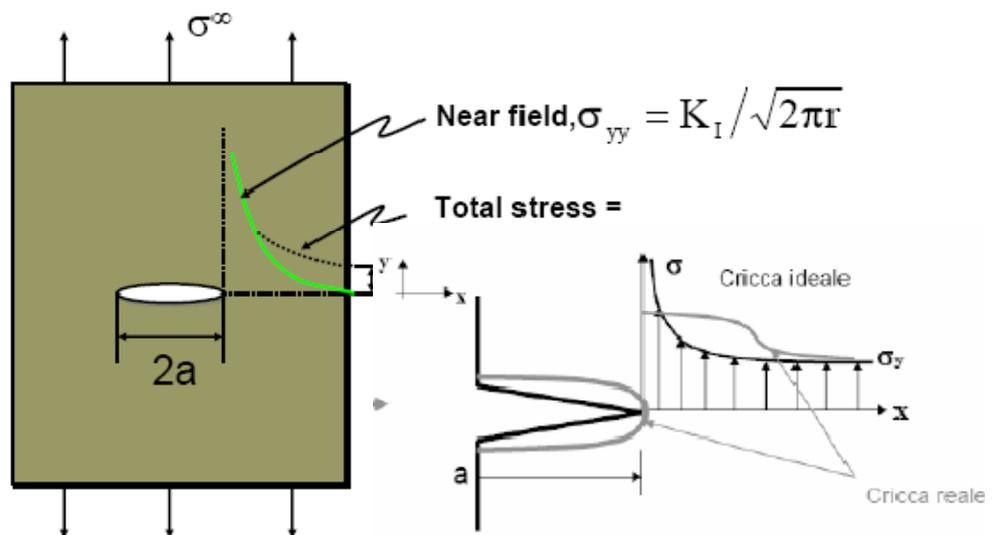


**Figura 2.13 – Rapporto tra  $a$   $K$   $\sigma$ .**

Dunque, il livello massimo di sollecitazione alla quale è possibile sottoporre una struttura, senza incorrere in fratture fragili di schianto, dipende unicamente dalla dimensione della sua cricca più lunga orientata perpendicolarmente alla direzione della sollecitazione di trazione (modo I) o parallelamente alle sollecitazioni di taglio (modi II e III). Il  $K_{IC}$  prende il nome di tenacità alla frattura.

### 2.4.1 La forma della zona plastica

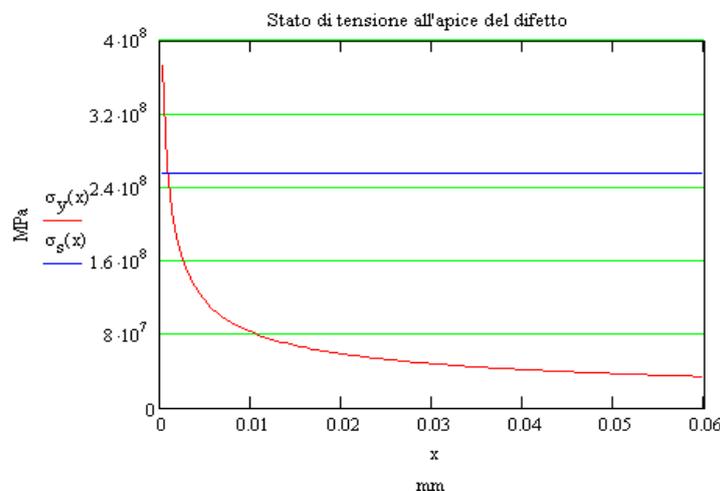
La presenza del termine  $\sqrt{2\pi r}$  al denominatore dell'equazioni 2.3 mostra la natura singolare della distribuzione degli stress attorno all'apice, il valore di  $\sigma$  tende ad infinito quando ci si avvicina alla punta della cricca con un andamento inversamente proporzionale alla radice quadrata della distanza  $r$ , figura 2.14. Naturalmente una tensione infinita non può esistere in una struttura reale, quindi il materiale può adattarsi alla presenza di una cricca inizialmente acuta in modo tale da ridurre il valore teorico di tensione infinita ad un valore finito.



**Figura 2.14 – Near Field Vs Total Stress.**

In prossimità dell'apice di un difetto è presente una singolarità nello stato di sollecitazione, quindi necessariamente esiste una zona plasticizzata. I risultati della

Meccanica della Frattura Lineare Elastica possono essere applicati anche in questo caso, purchè, come spesso si verifica, la dimensione della zona plasticizzata sia piccola rispetto alla dimensione del difetto. Si vedrà che la dimensione della zona plastica dipende dallo spessore del corpo e ciò giustifica la dipendenza dei parametri della meccanica della frattura dallo spessore del corpo in esame. Le soluzioni elastiche mostrano che esiste una singolarità dello sforzo alla punta della cricca. Questo fatto implica che il materiale localmente ha superato il limite di snervamento. Nella regione prossima alla punta della cricca vi è, quindi, deformazione plastica, perciò gli stress sono limitati dallo snervamento, e quindi non vi sono singolarità. Questa regione di plasticizzazione è detta zona plastica crack-tip. La dimensione della zona plastica è importante perché la maggior parte degli sviluppi della meccanica della frattura sono validi solo se la zona di plasticizzazione è piccola rispetto alla distanza tra la punta della cricca e il bordo del pannello più vicino.



**Figura 2.15 – Stato di tensione all’apice del difetto pannello in lega di Al6061-T6.**

E’ chiaro che questo fenomeno non si verifica per una struttura reale perché l’ipotesi di comportamento elastico-lineare cessa di essere valida in prossimità dell’apice laddove il materiale subisce una deformazione plastica la cui dimensione e forma può essere calcolata mediante la procedura descritta di seguito. Il criterio di Von Mises stabilisce che c’è deformazione plastica quando è verificata l’eguaglianza 2.12:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{ys}^2 \quad (2.12)$$

Dove  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$  sono le tensioni principali, e  $\sigma_{ys}$  è la tensione di snervamento:

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.13)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{tensione piana} \quad (2.14)$$

$$\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \quad \text{deformazione piana} \quad (2.15)$$

Sostituendo le equazioni di Westergaard (2.3) nelle equazioni (2.13), (2.14), (2.15) si ottengono le seguenti espressioni che consentono di calcolare le tensioni principali all’apice della cricca in funzione del fattore di intensificazione degli sforzi:

$$\sigma_1 = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.16)$$

$$\sigma_2 = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.17)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{tensione piana} \quad (2.18)$$

$$\sigma_3 = \frac{2\nu K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad \text{deformazione piana} \quad (2.19)$$

Sostituendo infine queste relazioni nella 2.12 si ricava:

$$\frac{K_I^2}{2\pi r} \frac{3}{2} \operatorname{sen}^2 \theta + h(1 + \cos \theta) = 2\sigma_{ys}^2 \quad (2.20)$$

Mediante l'equazione 2.20 è possibile ricavare il valore di r che definisce la forma e la dimensione della zona a deformazione plastica:

$$r = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 \left[\frac{3}{2} \operatorname{sen}^2 \theta + h(1 + \cos \theta)\right] \quad (2.21)$$

Dove:  $h = 1$  per tensione piana ( $\sigma_y = \sigma_{ys}$ )  
 $h = (1 - 2\nu)^2$  per deformazione piana ( $\sigma_y = 3\sigma_{ys}$ )

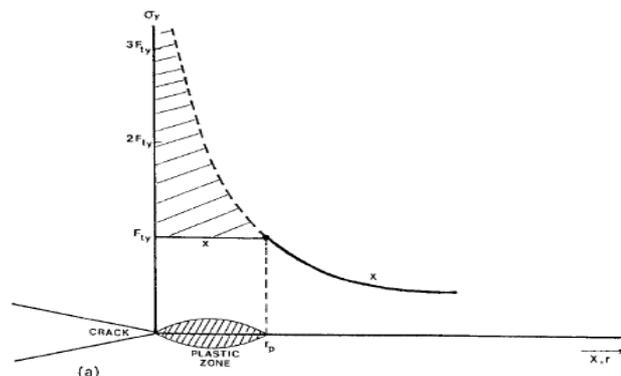
In tensione piana (plane stress):

$$r = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 \quad (2.22)$$

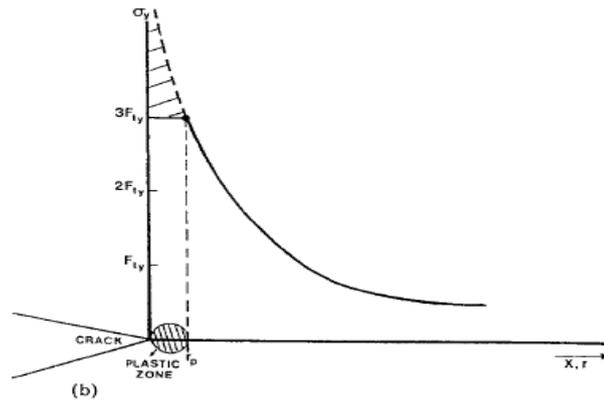
In deformazione piana (plane strain):

$$r = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 \quad (2.23)$$

La differenza fra i due casi di plane stress e di plane strain è mostrata nelle figure seguenti.

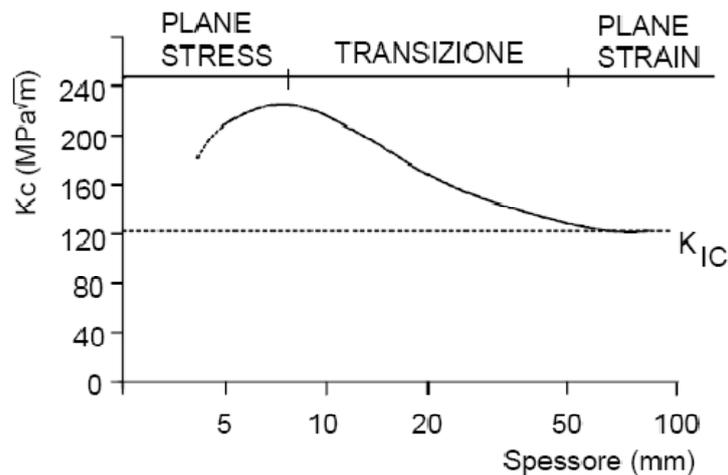


**Figura 2.16 – Plane Stress**



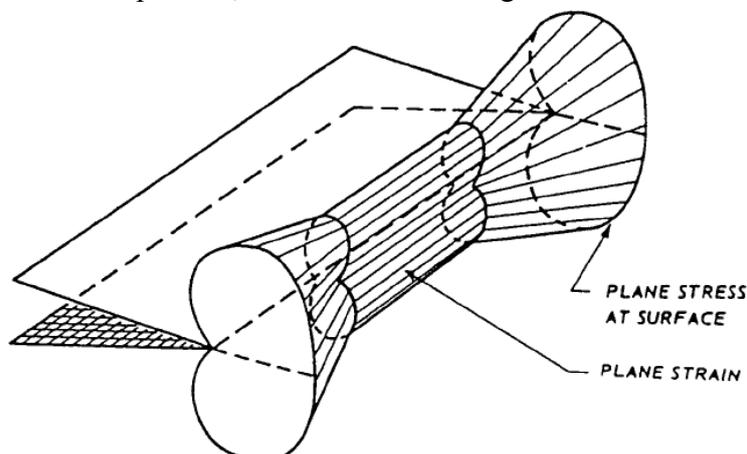
**Figura 2.17 – Plane Strain**

Tale differenza giustifica la diversa resistenza a frattura che si osserva in un materiale al variare dello spessore, come mostrato nella figura seguente.



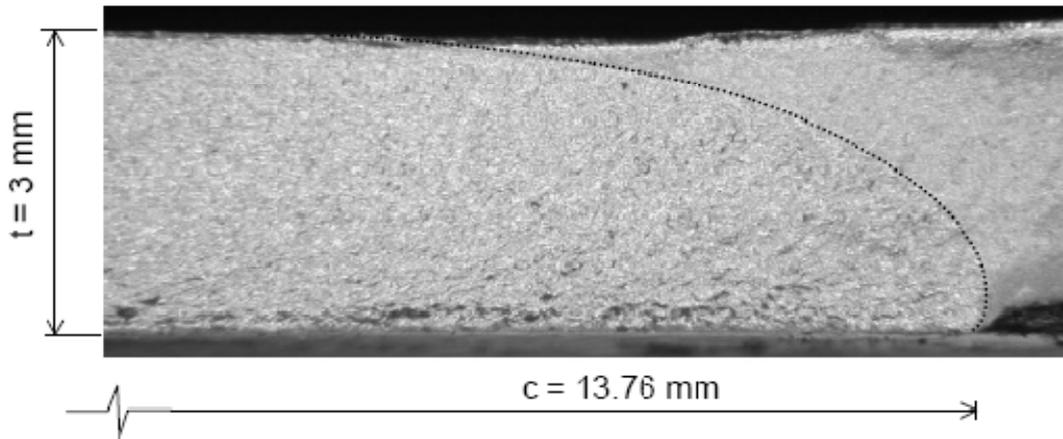
**Figura 2.18 – Variazione della tenacità con lo spessore**

Il modello di plane stress è applicabile ad una piastra di piccolo spessore, mentre il modello di plane strain è applicabile a forti spessori. Anche nel caso di plane strain, la superficie laterale del corpo è in stato piano di tensione, per cui la dimensione della zona plastica varia nello spessore, come mostrato in figura.



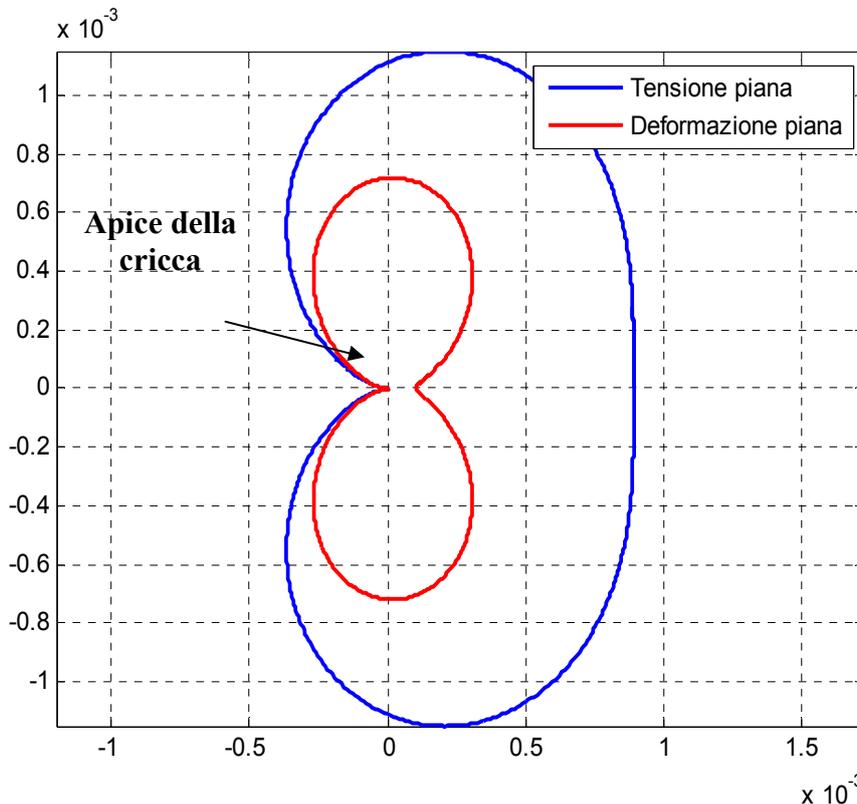
**Figura 2.19 – Variazione della zona plastica con lo spessore**

La maggior dimensione della zona plastica implica anche una minor velocità di propagazione. Ciò è osservabile sulle superfici di frattura come in figura 2.20.



**Figura 2.20 – Superfici di frattura**

L'analisi proposta è necessariamente approssimata, poiché avendo tolto la parte del diagramma eccedente lo snervamento, non si ha più l'equilibrio con il carico esterno. Un'ulteriore complicazione riguarda l'arrotondamento dell'apice della cricca per effetto della plasticizzazione; ciò implica l'annullamento della tensione normale al difetto, per cui di nuovo si trova la condizione di plane stress sulla superficie. Un'analisi più accurata mostra che la zona plastica ha una dimensione circa doppia rispetto a quella valutata con il modello di Irwin. La sua dimensione è comunque sempre proporzionale al rapporto  $(K_I/\sigma_{ys})^2$ . A scopo esemplificativo la figura 2.21 mostra la forma della zona plastica, sia per deformazione che per tensione piana, di una lastra in lega di alluminio 6061-T6 per un valore del fattore di intensificazione degli sforzi uguale a  $21.139 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ .



**Figura 2.21 - La forma della zona plastica all'apice della cricca**

Nel nostro caso essendo la piastra molto sottile con spessore 1.5mm possiamo considerare quasi nullo lo stato di deformazione piano e che la zona plastica sia quasi uniforme lungo il fronte della cricca di valore pari a quello corrispondente allo stato di tensione piano ossia un raggio plastico  $r_p=0.889\text{mm}$ . Per determinare l'espressione di Irwin, consideriamo prima la grandezza di  $\sigma_{yy}$  lungo l'asse  $x$ , in un sistema di riferimento polare che ha origine alla punta della cricca. Ponendo  $\sigma_{yy}=\sigma_{ys}$ , dove  $\sigma_{ys}$  è lo stress di snervamento del materiale, abbiamo:

$$\sigma_{yy} = \frac{\sqrt{a}}{2r_p^*} \sigma_0 = \sigma_{ys} \quad (2.24)$$

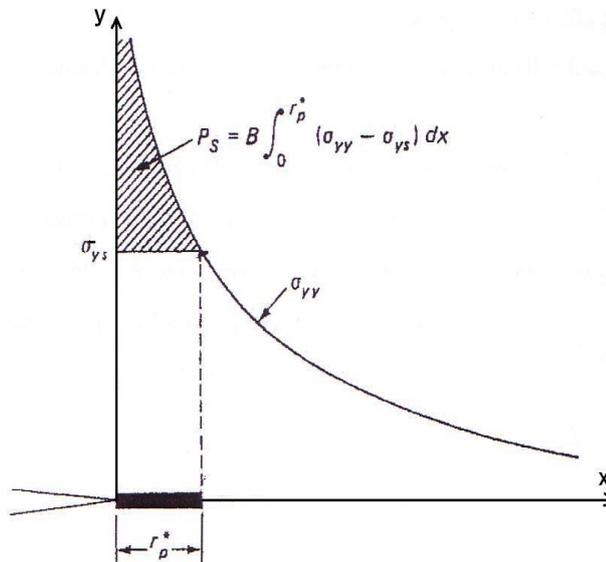
dove  $r_p^*$  è la distanza apparente lungo l'asse  $x$  nella zona plastica. Risolvendo l'equazione appena scritta otteniamo:

$$r_p^* = \frac{a}{2} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.25)$$

La distanza apparente  $r_p^*$  è mostrata in figura 2.22, dove è mostrata la distribuzione di  $\sigma_{yy}$  lungo l'asse  $x$ . La zona ombreggiata mostrata in figura 2.22, indica il carico  $P_s$  che si spande a causa dello snervamento:

$$P_s = B \int_0^{r_p^*} (\sigma_{yy} - \sigma_{ys}) dx \quad (2.26)$$

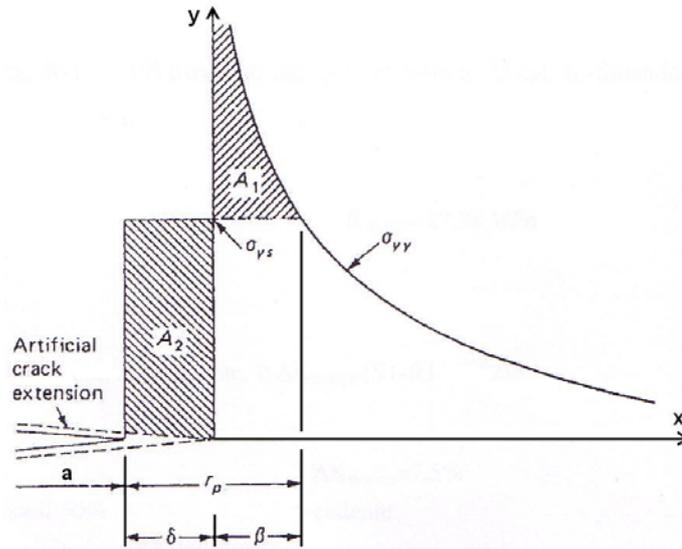
Il risultato dello spargimento del carico è di aumentare la dimensione della zona plastica perché il corpo deve comunque sopportare il carico  $P_s$ .



**Figura 2.22 – Zona di Plasticizzazione**

L'effetto della zona plastica è di estendere artificialmente la cricca di una quantità  $\delta$ , come mostrato in figura 2.23. Il sistema di riferimento viene traslato di una quantità  $\delta$  dalla punta della cricca estesa e gli stress elastici sono di nuovo limitati dallo stress di snervamento  $\sigma_{ys}$ . Le due aree,  $A_1$  e  $A_2$ , sono mostrate in figura 2.23. L'area  $A_1$  è legata

allo spargimento del carico; mentre l'area  $A_2$  è legata al carico perso per l'estensione della cricca. Per mantenere l'equilibrio, queste due aree devono essere uguali.



**Figura 2.23 – Correzione di Irwin**

Modificando l'equazione (2.11), per tener conto dei cambiamenti dovuti all'estensione artificiale della punta della cricca abbiamo:

$$\beta = \frac{a + \delta}{2} \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.27)$$

Per  $\delta \ll a$ , quest'ultima equazione ci dà  $\beta \approx r_p^*$ . Considerando l'equilibrio  $A_1=A_2$ , le espressioni di  $P_s$  e di  $\sigma_{yy}$ , integrando e semplificando, otteniamo che:

$$(r_p^* + \delta)^2 = 2(a + \delta)(r_p^*) \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.28)$$

Quando  $\delta$  è piccolo quando comparato con la lunghezza originaria della cricca  $a$ , si ottiene che:

$$r_p^* + \delta = 2r_p^* \quad \Rightarrow \quad r_p^* = \delta \quad (2.29)$$

e la vera lunghezza  $r_p$  della zona plastica dal fronte della cricca è:

$$r_p = \delta + \beta = 2r_p^* \quad (2.30)$$

La plasticità all'apice della cricca ha l'effetto di estenderne artificialmente la lunghezza di una quantità pari a  $r_p^*$ , comunemente nota come *fattore di correzione di Irwin*. Si parla pertanto di lunghezza della cricca virtuale effettiva  $a_{eff}$ :

$$a_{eff} = a + r_p^* \quad (2.31)$$

Tale fattore di correzione, normalmente utilizzato nell'ambito della LEFM, è valido quando la dimensione dell'area a deformazione plastica risulta essere trascurabile rispetto alla lunghezza della cricca. In tal caso l'espressione per determinare il SIF si presenta in questo modo:

$$K_I = y\sigma_0 \sqrt{\pi(a + r_p^*)} \quad (2.32)$$

Nonostante sia caratterizzato da diverse semplificazioni il modello sviluppato da Irwin si è rivelato molto efficace, le ipotesi che ne sono alla base sono le seguenti:

- la forma della zona plastica è circolare;
- e' presa in considerazione solo la distribuzione della tensione lungo l'asse x;
- il materiale ha un perfetto comportamento elasto-plastica, questo implica, ad esempio, l'assenza di fenomeni di incrudimento per deformazione;
- la struttura è in condizione di tensione piana;

Il fattore di intensificazione delle tensioni corretto introducendo il concetto di difetto equivalente di lunghezza pari a  $a_{\text{eff}} = a + r_p$  risulta essere dopo un processo di iterazione dal momento che il SIF dipende da  $r_p$  che a sua volta è funzione del SIF:  $K_I = 21.139 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

## 2.4.2 C.O.D. – C.T.O.D. Spostamento dei bordi del difetto

Per conoscere lo spostamento C.O.D. (Crack Opening Displacement) si applica la seguente espressione:

$$COD = 2v = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (2.33)$$

Al centro del difetto  $x=0$  il C.O.D. raggiunge il valore massimo:

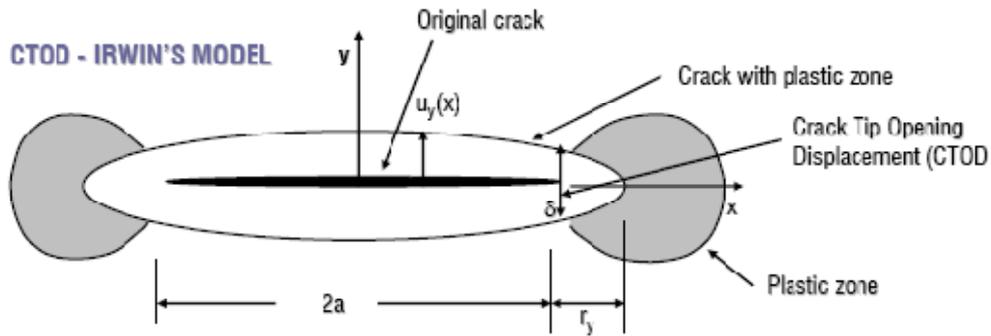
$$COD_{max} = \frac{4\sigma a}{E} \quad (2.34)$$

Il risultato fornito da tale espressione per  $x=a$  (C.O.D.=0) non è corretto in presenza di una zona plastica in quanto l'apertura del difetto fisico C.T.O.D.(Crack Tip Opening Displacement) è diversa da zero. Applicando la correzione plastica al C.O.D. si ottiene:

$$CTOD = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{(a + r_p^*)^2 - x^2} \quad (2.35)$$

e, per  $x=a$

$$CTOD = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{a^2 + r_p^{*2} + 2ar_p^* - a^2} = \frac{4\sigma}{E} \sqrt{2ar_p^*} = \frac{4K_I^2}{\pi E \sigma_s} \quad (2.36)$$



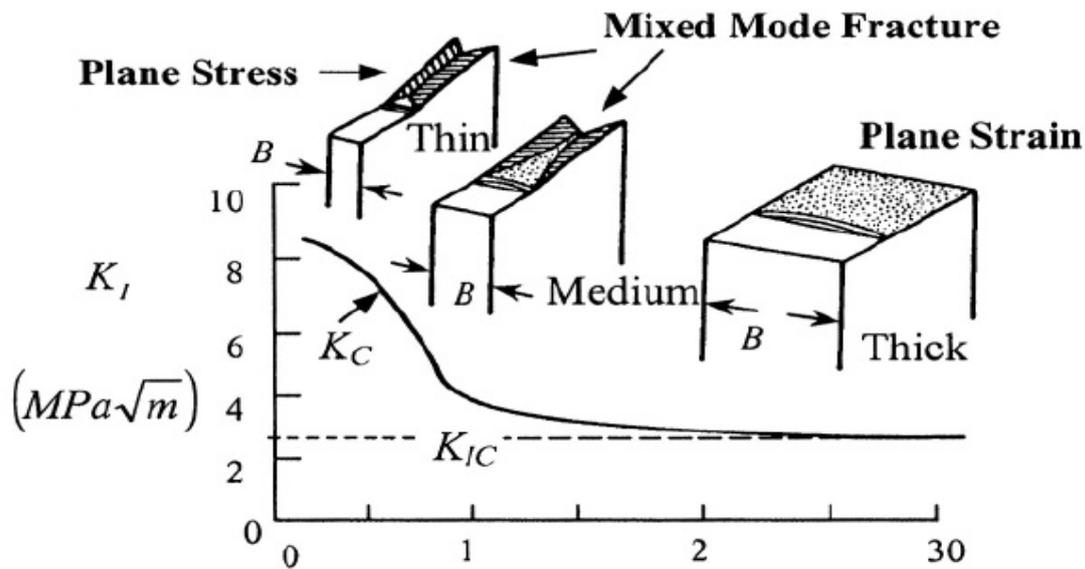
$$\delta = \frac{4}{\pi E} \frac{K_I^2}{\sigma_{YS}} \quad \text{for plane stress}$$

$$\delta = \frac{4(1-\nu^2)}{3\pi E} \frac{K_I^2}{\sigma_{YS}} \quad \text{for plane strain}$$

Figura 2.24 - Crack Tip Opening Displacement

### 2.4.3 La dipendenza della tenacità dallo spessore

È di fondamentale importanza stabilire se la struttura in esame possa essere considerata in condizione di deformazione piana, solo in questo caso infatti il valore della tenacità a frattura rappresenta una costante del materiale che prende il nome di *tenacità a frattura per deformazione piana*  $K_{IC}$ . Per una piastra sottile il fenomeno della frattura è governato dalla condizione di tensione piana ( $\sigma_z = 0$ ) perché la piastra non è in grado di sostenere una tensione diretta ortogonalmente al piano, in questo caso il valore del fattore di intensificazione degli sforzi che conduce all'instabilità è indicato con il simbolo  $K_C$ , esso dipende non solo dalle proprietà del metallo ma anche dal suo spessore. La figura 2.25 mostra che in condizioni di tensione piana o di deformazione piana e a parità del fattore di intensificazione degli sforzi la distribuzione della tensione non è la stessa. Di conseguenza, se in condizioni di deformazione piana l'instabilità si manifesta ad un determinato valore del fattore di intensificazione degli sforzi allora in condizioni di tensione piana essa si manifesterà ad un differente valore di  $K$  perché diversa è la distribuzione dello stato tensionale. Pertanto la definizione di un corretto criterio di instabilità richiede anche la conoscenza della configurazione geometrica della struttura. Si considerino due piastre di diverso spessore, se entrambe sono caratterizzate dal medesimo tipo di frattura e dallo stesso fattore di intensificazione degli sforzi, il valore della tensione all'apice della cricca sulla piastra sottile sarà più basso di quello sulla lastra più spessa. Per questo motivo quando il valore del fattore di intensificazione degli sforzi eguaglia  $K_{IC}$ , ossia la tenacità a frattura in condizione di deformazione piana del materiale, la piastra più spessa cederà, al contrario la piastra più sottile sarà in grado di sostenere un valore di  $K$  più grande. Il valore della tenacità a frattura di un materiale è quindi maggiore in condizioni di tensione piana che in condizioni di deformazione piana. Per le piastre di dimensioni intermedie lo stato tensionale varia gradualmente al crescere dello spessore da una condizione di tensione piana ad una di deformazione piana, allo stesso modo il valore della tenacità a frattura passa progressivamente dal valore più elevato al valore più basso (figura 2.25).



**Figura 2.25 – Variazione della tenacità a frattura con lo spessore del pannello**

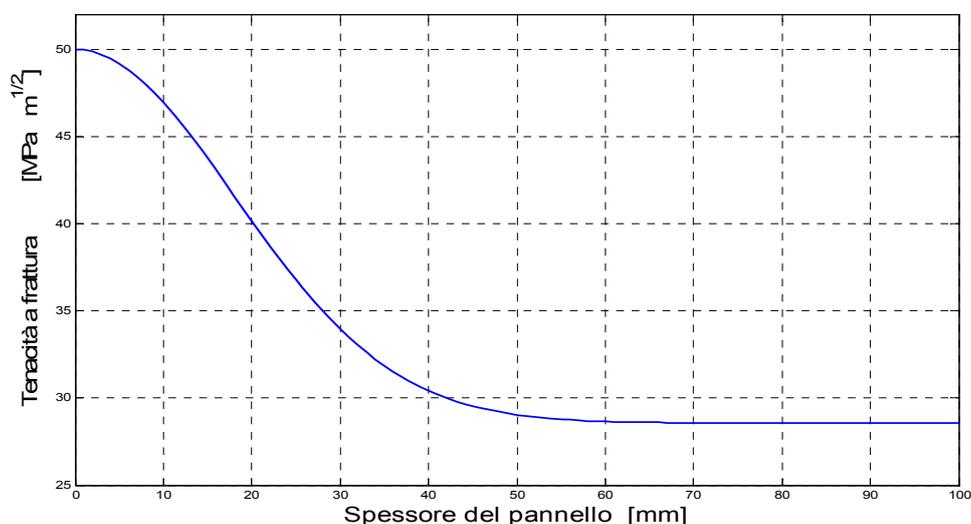
La seguente relazione descrive l'andamento del valore della tenacità a frattura in funzione dello spessore  $t$ :

$$\frac{K_c}{K_{Ic}} = 1 + B_k e^{-(A_k \cdot t / t_0)^2} \quad (2.37)$$

$A_k$  e  $B_k$  sono delle costanti che dipendono dal materiale utilizzato e  $t_0$  rappresenta uno spessore di riferimento a partire da quale è possibile ritenere valida la condizione di deformazione piana

$$t_0 = 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.38)$$

La figura 2.26 mostra l'andamento del valore della tenacità a frattura in funzione di  $t$  per un pannello in lega di alluminio 6061-T6.

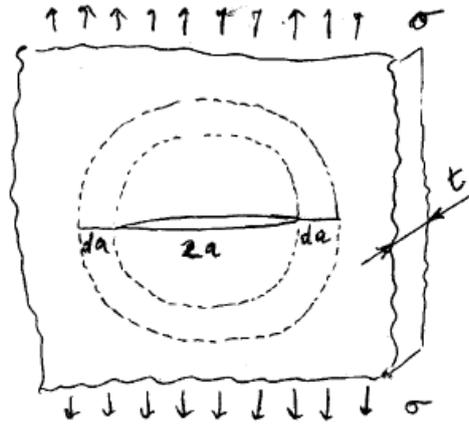


**Figura 2.26 - Valore della tenacità a frattura in funzione dello spessore per la lega di alluminio 6061-T6**

Il pannello oggetto di questo studio ha uno spessore di 1.5 mm al quale corrisponde un valore della tenacità a frattura di  $49.924 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ . In definitiva l'instabilità della frattura, e quindi la rottura di schianto del provino, si manifesta quando il fattore di intensificazione degli sforzi è maggiore o uguale alla tenacità a frattura, cioè quando  $K_I \geq K_{IC}$  in condizioni di deformazione piana o  $K_I \geq K_C$  in condizioni di tensione piana.

## 2.5 Trattazione energetica

La propagazione di una cricca richiede energia per la creazione delle nuove superfici di frattura; l'energia richiesta è proporzionale all'area delle nuove superfici e dipende dal materiale. Durante la propagazione c'è però una liberazione di energia dovuta al fatto che le zone immediatamente a monte e a valle della cricca sono scariche; nella propagazione man mano che la cricca avanza cresce la zona scarica per cui l'energia che in essa era immagazzinata si rende disponibile.



**Figura 2.27 – Geometria della propagazione di una cricca in una lastra infinita**

Dalla figura 2.27, esempio di una fessura passante in una lastra di spessore  $t$ , sottoposta ad una tensione  $\sigma$ , per effetto di un allungamento  $da$  da ciascuna delle due parti si ha un assorbimento di energia:

$$dU = 4Rt da \quad (2.39)$$

in cui  $R$  è l'energia necessaria per creare una superficie di area unitaria, per effetto della creazione di 4 nuove superfici, mentre si ha una liberazione di energia che si può grossolanamente stimare ipotizzando che la parte scaricata sia una corona circolare di raggio interno  $a$  e spessore  $da$  e che in essa ci fosse solo sforzo normale, quindi

$$dW = \frac{1}{2} \sigma \epsilon 2\pi t da = \frac{1}{2E} \sigma^2 2\pi t da \quad (2.40)$$

Se  $dW < dU$  un aumento istantaneo  $da$  della lunghezza della cricca, causato per esempio da un'azione esterna, sarebbe sfavorito energeticamente, per cui si richiuderebbe istantaneamente. Se invece  $dW > dU$  la crescita della frattura sarebbe favorita, per cui proseguirebbe fino alla divisione del pezzo in due parti. Quest'ultima condizione si scrive:

$$\sigma^2 a > cost \quad (2.41)$$

La costante che qui compare dipende solo dal materiale. Per ragioni storiche questa espressione viene scritta prendendo la radice quadrata di entrambi i membri e facendo comparire un fattore numerico

$$\sigma\sqrt{\pi a} > K_{IC} \quad (2.42)$$

La quantità a primo membro si chiama fattore di intensità degli sforzi  $K_I$  relativa all'organo considerato; essa si presenta, a parte fattori numerici, come il prodotto di una tensione caratteristica della situazione considerata per la radice di un fattore geometrico che è una dimensione caratteristica del pezzo.

## 2.6 Criterio energetico di Griffith

Un diverso approccio allo stesso schema della piastra sollecitata a trazione, perpendicolarmente alla cricca passante, può essere condotto con alcune considerazioni termodinamiche. Tale approccio giustifica, da un punto di vista teorico, l'esistenza di un valore critico del parametro  $K$  che caratterizza la resistenza di un materiale. Griffith [3], ingegnere meccanico impegnato nello studio dei materiali vetrosi, sentì l'esigenza di introdurre considerazioni energetiche, e non solo tensionali, per analizzare il fenomeno della frattura. Affermò che affinché una fessura si propaghi è necessario rispettare due condizioni: primo, che la propagazione sia energeticamente favorevole e secondo, che esista un meccanismo molecolare tramite il quale possa avvenire la trasformazione dell'energia. La prima condizione richiede che a ogni stadio della propagazione della fessura l'energia accumulata nel materiale diminuisca, in modo analogo a quanto avviene quando un'automobile, in folle, diminuisce la sua energia potenziale muovendosi lungo una discesa. Come esposto in precedenza, un materiale deformato contiene energia potenziale elastica che vorrebbe essere liberata, proprio come un peso sollevato contiene energia potenziale e "vorrebbe cadere". Naturalmente, se il materiale si frattura completamente, l'insieme di questa energia viene infine liberata.

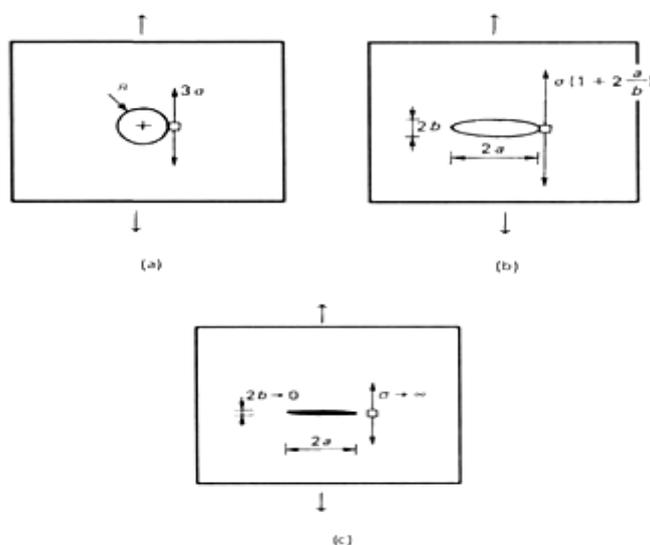
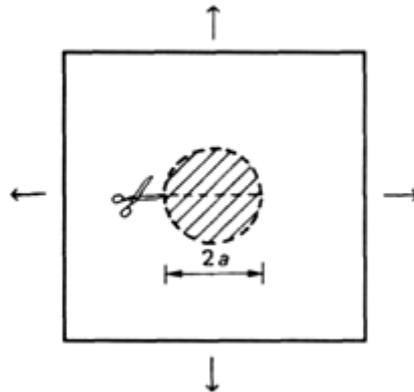


Figura. 2.28 – Concentrazione delle tensioni sul bordo di fori e dei difetti.

Si consideri però che cosa succede durante gli stadi intermedi della frattura. Quando in un materiale deformato appare una fessura, questa si allarga leggermente, in modo tale che i suoi bordi si separano. Ciò significa che il materiale posto immediatamente dietro la fessura si è snervato e che l'energia potenziale elastica di quella porzione è stata liberata. Dal modello di Inglis si ricava che la tensione massima sul bordo del foro con asse maggiore ortogonale alla forza esterna, risulta moltiplicata per il fattore  $(1 + 2a/b)$  (2.2). Il fattore di concentrazione delle tensioni aumenta all'aumentare dell'eccentricità dell'ellisse. Per  $a/b \rightarrow \infty$ , cioè quando l'ellisse è molto eccentrica, il fattore di concentrazione tende all'infinito, figura 2.28. Tale modello non si rivela quindi utile per descrivere la condizione di criticità di una fessura di lunghezza  $2a$  e larghezza iniziale  $2b$  tendente a zero. Bastano infatti tensioni esterne molto piccole per superare la resistenza a trazione all'estremità della fessura. Nella realtà, invece, i solidi fessurati possono resistere anche a sollecitazioni considerevoli. Griffith dimostrò che l'energia elastica di deformazione  $W_e$ , rilasciata da una lastra uniformemente tesa di spessore unitario, quando questa viene incisa da una fessura di lunghezza  $2a$ , risulta proporzionale all'energia contenuta nel cerchio di raggio  $a$ , prima dell'incisione, figura 2.29:

$$W_e = \pi a^2 \frac{\sigma^2}{E} \quad (2.43)$$

dove  $E$  è il modulo elastico del materiale.



**Figura 2.29 – Lastra uniformemente tesa con fessura di lunghezza  $2a$ .**

Per creare una fessura di lunghezza  $2a$ , è necessaria un'energia superficiale assorbita dal materiale pari a:

$$W_s = 4a\gamma \quad (2.44)$$

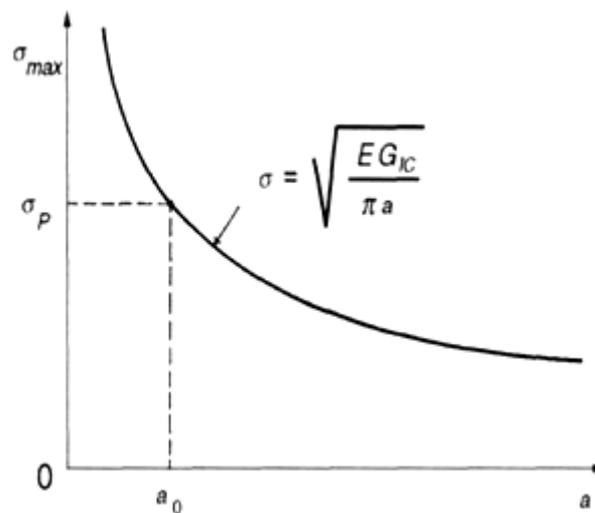
dove  $\gamma$  è l'energia riferita all'unità di superficie. Griffith suppose che, perché una fessura preesistente di lunghezza  $2a$  si estenda, l'energia elastica rilasciata in un'estensione virtuale debba risultare maggiore o uguale a quella richiesta dalla nuova porzione di superficie libera che si crea:

$$\frac{dW_e}{da} \geq \frac{dW_s}{da} \quad (2.45)$$

La condizione di instabilità è perciò la seguente:

$$2\pi a \frac{\sigma^2}{E} \geq 4\gamma \quad (2.46)$$

Una fessura profonda  $2\mu\text{m}$  ha un'energia superficiale doppia di una profonda  $1\mu\text{m}$ , ma libera un'energia potenziale elastica quattro volte maggiore. Le conseguenze sono abbastanza chiare: quando una fessura è molto piccola, per crescere consuma più energia, sotto forma di energia superficiale, di quanta non ne liberi sotto forma di energia potenziale elastica, e quindi le condizioni sono energeticamente sfavorevoli per la sua propagazione. Man mano che la fessura diventa più lunga, però, questa situazione si rovescia e al di là della “lunghezza critica di Griffith  $a_0$ ”, la fessura produce più energia di quanta non ne consumi e può quindi incominciare a propagarsi in maniera esplosiva. Ogni fessura ha una lunghezza critica di Griffith caratteristica per ogni livello di sforzo del materiale. In corrispondenza dello sforzo massimo teorico, la lunghezza critica della fessura  $a_0$ , è estremamente piccola e in assenza di sforzo è infinitamente grande. Le coppie di valori  $\sigma$  e  $a$  che cadono sotto la curva di figura 2.30 costituiscono casi stabili, mentre le coppie che cadono al di sopra riguardano casi instabili.



**Figura 2.30 – Tensione di instabilità in funzione della semilunghezza della fessura.**

Esplicitando la condizione (2.46) rispetto alla tensione applicata si ottiene, infatti:

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}} \quad (2.47)$$

Usualmente si indica con  $G_{Ic}$  l'energia di frattura cioè il doppio del valore dell'energia superficiale unitaria  $2\gamma$  per cui la (2.47) diviene:

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{G_{Ic} E}{\pi a}} \quad (2.48)$$

La curva illustrata nella figura 2.30 che indica la tensione di instabilità in funzione della semilunghezza della fessura, presenta due asintoti. Il ramo asintotico orizzontale rappresenta il decremento di resistenza della lastra all'aumentare della lunghezza della fessura. Allorché tale lunghezza tende all'infinito, la resistenza della lastra tende coerentemente a zero. Il ramo asintotico verticale rappresenta l'incremento di resistenza della lastra al diminuire della lunghezza della fessura. Per  $a \rightarrow 0$ , la resistenza risulta tendere all'infinito. Questo risultato non è peraltro coerente con la supposta esistenza di una resistenza intrinseca  $\sigma_P$  del materiale costituente la lastra. È possibile definire una lunghezza  $2a_0$  della fessura, di sotto della quale lo snervamento a trazione dell'intera lastra precede la propagazione instabile della fessura:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \frac{G_{IC} E}{\sigma_P^2} \quad (2.49)$$

La lunghezza  $2a_0$  rappresenta la lunghezza equivalente delle microfessure e dei difetti, preesistenti nel materiale della lastra.

## 2.7 Energia disponibile

Irwin nel 1956 [4] partendo da una formulazione più generale del criterio di Griffith e cioè:

$$dW + 4\gamma da = 0 \quad (2.50)$$

con

$dW =$  variazione dell'energia potenziale totale

e

$\gamma = G_{IC}/2 =$  energia superficiale specifica

ovvero energia necessaria per rompere i legami chimici che connettono due superfici, definì una nuova grandezza:

$$G_I = - \frac{dW}{dA} \quad \text{energia potenziale totale disponibile} \quad (2.51)$$

cioè energia rilasciata per un incremento dell'estensione dell'area della cricca  $dA$  ( $A =$  proiezione dell'area della cricca), quantità positiva rappresentando  $dW$ , in ogni caso, un decremento.  $G_I$  è definito anche *forza generalizzata di propagazione della fessura* o *strain energy release rate*. Quando l'energia disponibile è uguale a quella necessaria allora, si ha la propagazione:

$$G_I = G_{IC} = 2\gamma \quad (2.52)$$

La dimensione fisica dell'energia di frattura corrisponde a quella di un lavoro per unità di superficie prodotta  $J/m^2$ . Occorre però quantizzare l'energia che il sistema libera

durante la frattura. A questo scopo si considerano le due condizioni estreme di propagazione: a controllo di carico ( $F = \text{cost}$ ) e a controllo di spostamento ( $\delta = \text{cost}$ ).

## 2.8 Propagazione di difetti in controllo di carico e spostamento

### 2.8.1 Processo a controllo di carico

Si consideri un processo di carico a forza imposta su una lastra con fessura iniziale di lunghezza  $2a$ , figura 2.31a.

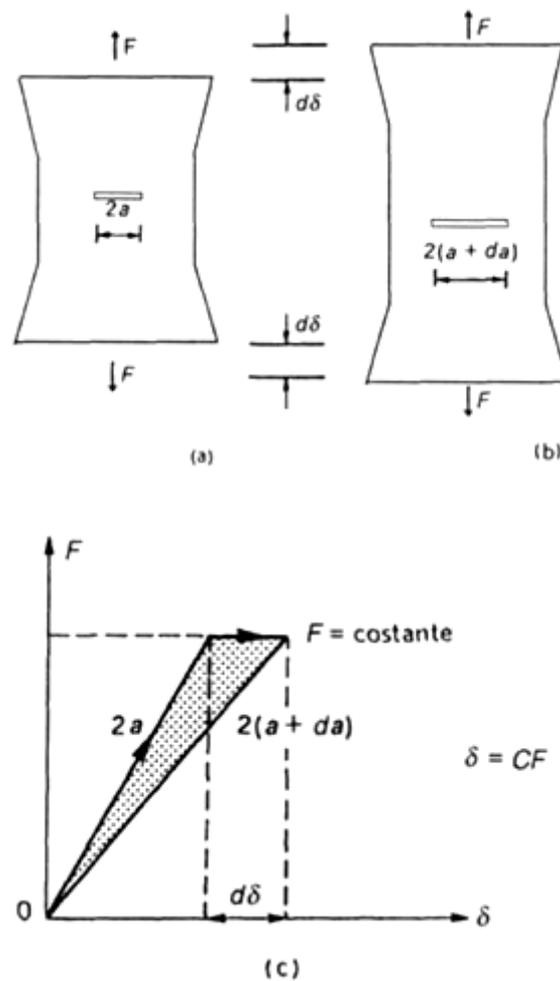


Figura 2.31 [a, b, c]. – Processo di carico a forza imposta

Per un certo valore critico della forza  $F$  si assume che la fessura si estenda della lunghezza  $2da$ , figura 2.31b, così da produrre un incremento di cedevolezza  $dC$  e quindi uno spostamento incrementale di ciascuna estremità della lastra pari a:

$$d\delta = FdC \quad (2.53)$$

dove per *cedevolezza* si intende una funzione della geometria del sistema e delle caratteristiche del materiale che aumenta all'aumentare delle dimensioni della cricca. La variazione dell'energia potenziale totale, dovuta alla propagazione infinitesima della fessura sarà:

$$dW = dL - 2Fd\delta \quad (2.54)$$

dove con  $dL$  si è indicata la *variazione dell'energia elastica di deformazione* e il secondo addendo rappresenta la *variazione dell'energia potenziale totale dei carichi esterni*. Per il teorema di Clapeyron e valutando graficamente l'area puntinata del triangolo di figura 2.31c, si ha:

$$dL = 2 \left( \frac{1}{2} Fd\delta \right) \quad (2.55)$$

e quindi, applicando la (2.53):

$$dL = F^2 dC \quad (2.56)$$

Si ottiene una diminuzione dell'energia potenziale totale:

$$dW = -F^2 dC \quad (2.57)$$

## 2.8.2 Processo a controllo di spostamento

Si consideri un processo di carico a spostamento imposto sulla lastra di figura 2.32. Per un certo valore critico dello spostamento  $\delta$  si assuma che la fessura si estenda della lunghezza  $2da$ , figura 2.32b, così da produrre un decremento di rigidezza  $dK$  e quindi un decremento della forza esterna, figura 2.32c, pari a:

$$dF = \delta dK \quad (2.58)$$

La variazione dell'energia potenziale totale, dovuta alla propagazione infinitesima della fessura, in questo secondo caso, risulta pari alla variazione dell'energia elastica di deformazione, poiché i carichi esterni, per ipotesi, non compiono lavoro incrementale:

$$dW = dL \quad (2.59)$$

Per il teorema di Clapeyron e valutando graficamente l'area puntinata del triangolo di figura 2.32c, si ha:

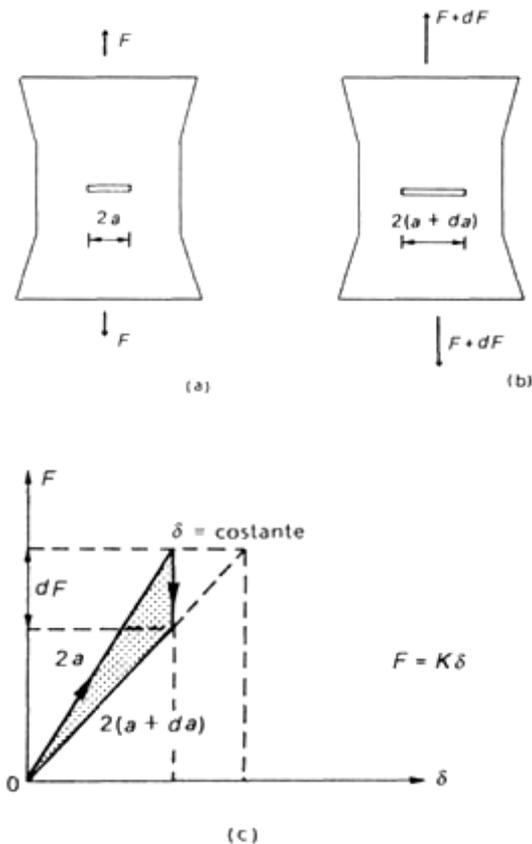
$$dW = 2 \left( \frac{1}{2} \delta dF \right) \quad (2.60)$$

e quindi, applicando la (2.58):

$$dW = \delta^2 dK \quad (2.61)$$

Poiché la rigidezza è l'inverso della cedevolezza, si ha:

$$dK = d\left(\frac{1}{C}\right) = -\frac{1}{C^2}dC \quad (2.62)$$



**Figura 2.32 [a, b, c]. – Processo di carico a spostamento imposto**

Inserendo la (2.61) nella (2.62), si ottiene:

$$dW = -\frac{\delta^2}{C^2}dC = -F^2dC \quad (2.63)$$

poiché:

$$\frac{\delta}{C} = F \quad (2.64)$$

Si potrà asserire che l'energia potenziale totale diminuisce sempre della stessa quantità  $F^2dC$ , in seguito a un'estensione infinitesima della fessura, indipendentemente dal controllo effettuato sul processo di carico.

## 2.9 Relazione tra $K_{Ic}$ e $G_{Ic}$

Dalla equazione 2.52 si ha che la propagazione fragile della fessura avviene realmente quando  $G_I$ , eguaglia il suo valore critico:

$$G_I = G_{Ic}$$

Poiché il campo tensionale nelle vicinanze dell'estremità della fessura è univocamente definito dal fattore  $K_I$  si assumerà che la propagazione instabile della fessura avviene quando esso raggiunge il suo valore critico:

$$K_I = K_{Ic}$$

Sebbene i due criteri di frattura, quello energetico e quello tensionale, hanno un'origine del tutto diversa, i due valori critici,  $G_{Ic}$  *variazione di energia potenziale totale* e  $K_{Ic}$  *fattore di intensificazione degli sforzi*, non sono tuttavia indipendenti ma legati da una relazione fondamentale. Per ottenere la relazione che lega  $G_{Ic}$  e  $K_{Ic}$ , si consideri il caso di una lastra fessurata infinita, caricata all'infinito da uno stato tensionale uniforme. Da quanto esposto in precedenza la condizione di instabilità, secondo Griffith, è fornita dalla (2.48):

$$\sigma = \sqrt{\frac{G_{Ic}E}{\pi a}} \quad (2.65)$$

mentre secondo Irwin essa è:

$$\sigma = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} \quad (2.66)$$

Poiché le due condizioni riguardano lo stesso problema fisico e presentano entrambe la semilunghezza  $a$  della fessura (elevata alla  $-1/2$ ), si ottiene:

$$K_{Ic} = \sqrt{G_{Ic}E} \quad (2.67)$$

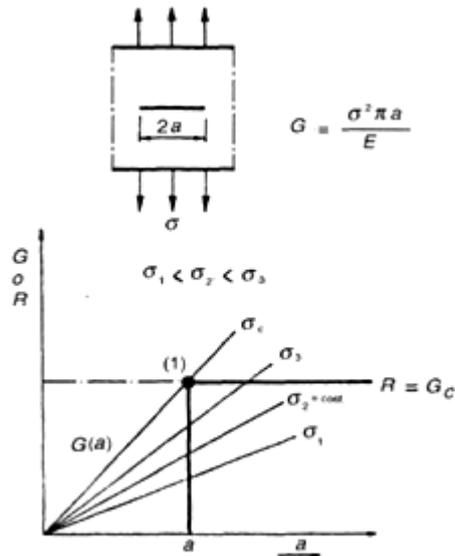
Quindi  $K_{Ic}$  e  $G_{Ic}$  sono in relazione tramite il modulo elastico  $E$  del materiale. La relazione (2.66) riguarda i valori critici del fattore di intensificazione degli sforzi e della forza generalizzata di propagazione della fessura. Essa fu estesa da Irwin ai valori generici di questi due parametri, per cui si ha:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad \text{stato tensionale piano} \quad (2.68)$$

$$G_I = \frac{K_I^2}{E}(1 - \nu^2) \quad \text{stato deformativo piano} \quad (2.69)$$

## 2.10 Curva $a R$

La condizione di instabilità di un corpo criccato si può rappresentare graficamente mediante le cosiddette curve  $a R$  illustrate nella figura 2.33.



**Figura 2.33 – Curva  $a R$  di un materiale in condizioni MFLE.**

Riportando, nello stesso grafico, in funzione di  $a$  le curve:

- $G$  strain energy release rate (variazione dell'energia liberata dal materiale);
- $R$  crack resistance force (variazione dell'energia assorbita dal materiale).

Dalla definizione di  $K_I$  si può scrivere:

$$G_I = \alpha \sigma^2 a \quad (2.70)$$

L'equazione individua nello spazio di figura 2.33 al variare di  $a$ , un fascio di rette passanti per l'origine. La condizione di instabilità è rappresentata dalla retta parallela all'asse delle ascisse:

$$G_I = G_{IC} = R \quad (2.71)$$

Se ad un corpo con cricca di lunghezza  $a_0$  applichiamo una sollecitazione crescente da zero secondo il modo I, l'intersezione della retta  $G_I$  con l'ascissa  $a_0$  rappresenta una condizione di stabilità del sistema finché  $G_I < R$ ; non appena  $G_I = R$ , il sistema diventa instabile e la cricca si propaga. La curva  $R$  per una cricca di lunghezza  $a_0$  è pertanto rappresentata dalla spezzata evidenziata nel disegno. Questa curva piatta è tipica dei materiali fragili.

## 2.11 Significato di $K$ , $G$ e $K_C$ , $G_C$

Finora si è parlato di  $G$  e  $K$  e di  $G_C$  e  $K_C$  nei casi di condizione di criticità. Si vuole in questo paragrafo riassumere, per maggiore chiarezza, i significati intrinseci di questi parametri. La lettera “c”, accanto ai simboli  $K$  e  $G$ , sta infatti a indicare condizioni che determinano l'innescò della propagazione instabile della frattura. Tuttavia, la differenza tra  $K$  e  $K_c$ ,  $G$  e  $G_c$  è sostanziale: infatti  $K$  definisce il campo di sforzi applicato dalle forze esterne a un materiale all'apice di una cricca e  $G$  la diminuzione di energia potenziale totale elastica di deformazione di un materiale, contenente una cricca, per effetto di una crescita infinitesima della cricca preesistente, in assenza di lavoro delle forze esterne.  $K_c$  rappresenta il valore massimo del campo di sforzi sopportabile dal materiale e  $G_c$  rappresenta la diminuzione di energia potenziale elastica di deformazione di un materiale contenente una cricca per un'effettiva propagazione infinitesima della cricca stessa, propagazione che può avvenire solo quando il “ $G$ ” applicato uguaglia “ $R$ ” ovvero la resistenza del materiale alla propagazione della frattura. In sostanza  $K_c$  e  $G_c$  esprimono il campo di sforzo e l'energia potenziale elastica di deformazione (per unità di superficie di frattura) che si libera al propagarsi della cricca, capaci cioè di innescare il processo di frattura e pertanto critici e caratteristici di ogni dato materiale. Al contrario  $K$  e  $G$  non sono caratteristici del materiale, ma definiscono stati tensionali o energetici dipendenti dalle forze esterne applicate e dalla geometria del corpo. In definitiva si può affermare che tra  $K$  e  $K_c$  (o  $G$  e  $G_c$ ) vi è la stessa differenza che esiste tra sollecitazione di un materiale e la sua resistenza alla rottura misurata in una prova di trazione. Si è trattato di  $K$  e di  $G$  critici come di valori caratteristici di un materiale (indipendenti cioè dalla geometria e dimensione del provino); ebbene questo è vero solo nel caso di rottura in condizioni di deformazione piana. Non altrettanto si ha in condizioni di sollecitazione piana, dove questi parametri non sono più caratteristiche intrinseche del materiale. Pertanto per distinguere gli uni dagli altri si indica nel primo caso  $K$  e  $G$  con  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$ , mentre si lascia semplicemente  $K_C$  e  $G_C$  nel secondo per indicare soltanto condizioni di criticità alla frattura. Si deve però rilevare che  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$  sono i valori minimi assunti dai parametri critici  $K_c$  e  $G_c$  al variare delle condizioni di sollecitazione rimanendo costante il modo di apertura della cricca, e inoltre sono minori dei valori di  $K$  e di  $G$  corrispondenti al modo di apertura II e al modo III della cricca. Tali grandezze sono pertanto utili nella progettazione. La tenacità alla frattura di un materiale, come affermato, si esprime spesso con  $K_{IC}$  o  $G_{IC}$ . Per i materiali nei quali la rottura avviene in campo elastico  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$  sono grandezze direttamente utilizzabili. Per esempio, poiché:

$$K_{IC} = \gamma\sigma\sqrt{a}$$

si può, dalla conoscenza di  $K_{IC}$  ricavare immediatamente lo sforzo critico  $\sigma_c$  di propagazione catastrofica della cricca di data semiampiezza  $a$ , o, viceversa valutare la semiampiezza critica  $a_c$  noto lo sforzo nominale  $\sigma$ . Come si vedrà nei capitoli successivi, nei materiali duttili, invece, la rottura avviene in generale in campo plastico; pertanto l'energia messa in gioco dal fenomeno plastico (e conseguente incrudimento del materiale) può costituire la parte predominante dell'energia globale necessaria alla frattura. In questo caso non si possono più applicare direttamente i risultati della teoria elastica; infatti la frattura si manifesta in presenza di una zona plasticizzata all'apice della cricca dove sono più elevati gli sforzi locali.

## 2.12 La vita a fatica

Uno degli aspetti chiave di questo lavoro è il calcolo della vita residua di pannelli danneggiati soggetti a carichi ciclici. Quando un metallo è sottoposto a dei cicli di sollecitazione ripetuti nel tempo subisce delle modificazioni microstrutturali che ne provocano un complessivo danneggiamento per fatica. Le prove di fatica più semplici consistono nell'imporre ai provini degli sforzi periodici dall'andamento sinusoidale mediante l'applicazione di un carico assiale. Ogni ciclo è caratterizzato da diversi parametri (*figura 2.34*), innanzitutto l'ampiezza della tensione nominale,  $\Delta\sigma$ , ossia la differenza tra la tensione massima e quella minima:

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (2.72)$$

Il valor medio e l'ampiezza della tensione si ottengono con le equazioni:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.73)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.74)$$

Il rapporto di tensione  $R$  è invece uguale a:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.75)$$

In base ai valori di questi parametri si distinguono prove in:

- Alterni simmetriche se  $\sigma_{min} = -\sigma_{max}$  e quindi  $\sigma_m = 0$  e  $R = -1$ ;
- Alterni asimmetriche se  $\sigma_{min} \neq -\sigma_{max}$ ; in questo caso si ha  $-1 < R < 0$  se il carico prevalente è di trazione e  $R < -1$  se il carico prevalente è di compressione;
- Dallo zero se  $\sigma_{min} = 0$  e quindi  $R = 0$ ;
- Pulsanti se  $\sigma_{min}$  e  $\sigma_{max}$  hanno lo stesso segno; si ha che  $0 < R < 1$  se sono di trazione e  $R > 1$  se sono di compressione.

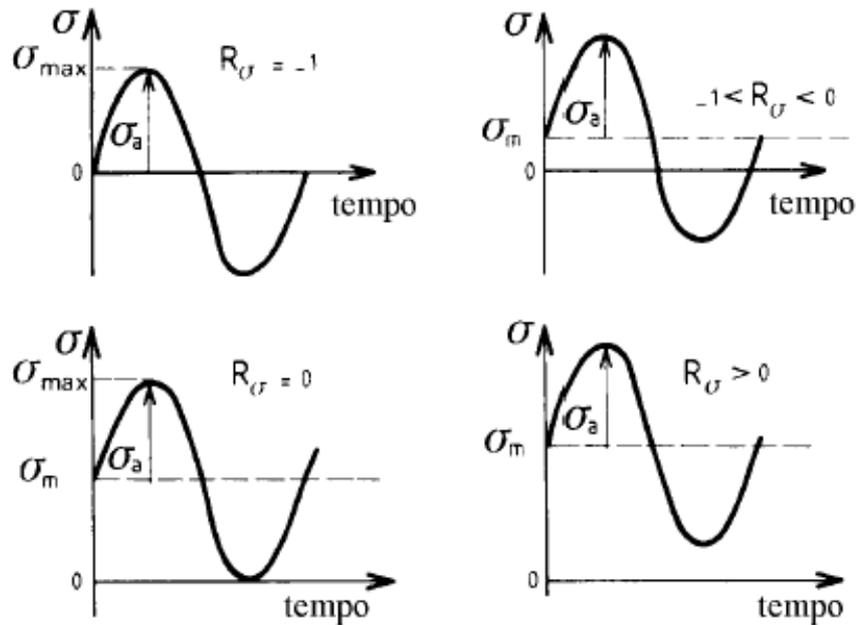


Figura 2.34 – Diverse tipologie di sollecitazione

La propagazione di una cricca di fatica procede secondo tre stadi successivi:

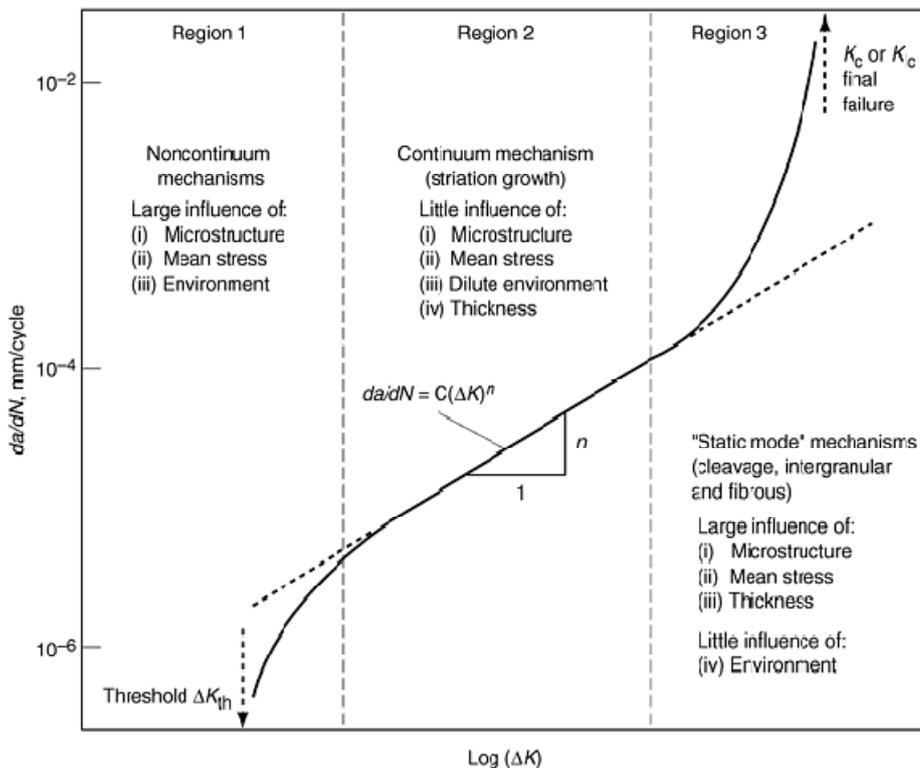
- Stadio I: innesco della cricca
- Stadio 2: propagazione lenta della cricca
- Stadio 3: propagazione rapida e frattura repentina

Nell'ambito di questo studio è stata fatta l'ipotesi che il difetto strutturale sia già presente pertanto l'interesse è rivolto esclusivamente alle fasi II e III per la valutazione della vita residua del pezzo. L'idea è quella di calcolare il numero di cicli necessario affinché la cricca iniziale, soggetta ad una sollecitazione a frequenza e rapporto di carico costanti, si propaghi fino ad una dimensione critica che provochi la rottura del provino. L'applicazione di questo metodo richiede la conoscenza sia del fattore di intensificazione degli sforzi all'apice della cricca, argomento affrontato nel capitolo precedente, sia della legge di propagazione della frattura. Sia le prove numeriche che quelle sperimentali sono state fatte utilizzando un carico di sola trazione allo scopo di evitare la compressione e quindi il fenomeno del buckling sul pannello che avrebbe profondamente modificato l'andamento della crescita della cricca.

## 2.13 La Propagazione della cricca

Questo tipo di analisi è importante, perché la vita rimanente dopo l'iniziazione potrebbe essere significativa o addirittura dominante rispetto alla vita totale. Inoltre, per le attività di manutenzione, la vita rimanente del componente, su cui è stata rilevata la presenza della cricca, deve essere determinata così che decisioni riguardanti la manutenzione possano essere supportate da stime attendibili di vita. Per situazioni con sforzi bassi (campo elastico), la crescita delle cricche di fatica occupa buona parte della vita utile, portando alla filosofia di progettazione *damage tolerance*. Essa prevede accertamenti ed ispezioni regolari. In condizioni di servizio il carico ciclico è quasi sempre di tipo

casuale e l'ambiente operativo è, nella maggior parte dei casi, di natura aggressiva o corrosiva. La diagnosi o le stime di vita possono essere effettuate in uno dei seguenti modi: test di laboratorio sotto condizioni di servizio accuratamente simulate (geometria, carichi e ambiente operativo), o stime della vita tramite modelli quantitativi dei processi di crescita della cricca. I test di laboratorio sono molto costosi e molto lunghi come tempi di esecuzione, in quanto essi non possono essere accelerati per la dipendenza temporale degli effetti corrosivi che influenzano la vita a fatica. Costruita sulla base di molteplici dati sperimentali la *figura 2.35* mostra, in scala logaritmica, un tipico andamento della velocità di crescita della cricca  $da/dN$  in funzione della variazione ciclica del fattore di intensificazione degli sforzi  $\Delta K$ .



**Figura 2.35 – Rappresentazione schematica dell'andamento della velocità di crescita della cricca**

- $da$  è la crescita della cricca dopo  $dN$  cicli
- $\Delta K = K_{max} - K_{min}$  (2.76)

Nella regione I, la velocità di crescita è estremamente bassa, l'asintoto  $\Delta K_{th}$  rappresenta il valore di soglia di  $\Delta K$  al di sotto del quale non c'è avanzamento della cricca. Convenzionalmente, per molti materiali il valore di  $\Delta K_{th}$  è quello a cui corrisponde ad una velocità di avanzamento di  $10^{-10}$  m/ciclo. Nella regione III la velocità di crescita della cricca accelera in maniera significativa, questo perché il valore massimo del fattore di intensificazione degli sforzi  $K_{max}$  si avvicina a quello della tenacità a frattura del materiale,  $K_c$ . Nella regione II la curva mostra un andamento approssimativamente lineare descritto dalla legge di Paris [5] (equazione 2.77) che per primo la utilizzò nello studio dei fenomeni della meccanica della frattura a partire dai primi anni '60.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.77)$$

C e m sono costanti che dipendono dal materiale. Lo stato tensionale in prossimità di un difetto con raggio di curvatura nullo è caratterizzato dal solo fattore di intensificazione delle tensioni dato dalla:

$$K = \beta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.78)$$

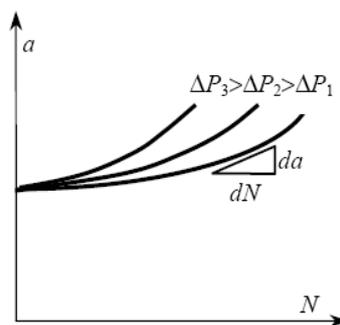
Nella maggior parte dei casi la dimensione dei difetti iniziali in un elemento strutturale non è tale da rendere l'elemento stesso inutilizzabile per il livello di tensione esistente, cioè si ha  $K < K_c$ , tuttavia in presenza di carichi applicati in modo ciclico possono verificarsi le condizioni per le quali il difetto si propaga sino al raggiungimento delle condizioni critiche. Nel caso in cui la tensione  $\sigma$  varia tra due valori di riferimento  $\sigma_{\min}$  e  $\sigma_{\max}$ , lo stato di sollecitazione può essere caratterizzato mediante la variazione del fattore di intensificazione data da:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\beta\sqrt{\pi a} = \Delta\sigma\beta\sqrt{\pi a} \quad (2.79)$$

È importante notare che poiché gli sforzi di compressione non provocano propagazione della frattura, cicli aventi la stessa  $\sigma_{\max}$ , ma differente  $\sigma_{\min}$  negativa, hanno lo stesso effetto. Al contrario, a parità di  $\Delta\sigma$ , la presenza di una  $\sigma_{\min} > 0$  accelera la propagazione. Tipicamente questo effetto si mette in relazione al parametro  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ : il caso critico è quello del carico pulsante nel quale si ha  $\sigma_{\min} = 0$  ed  $R = 0$  (caso oggetto di studio della tesi), mentre per  $\sigma_{\min} > 0$  si ha  $0 < R < 1$ . Nei test di laboratorio il  $\Delta K$  viene espresso in modo conveniente rispetto al carico  $P$  come segue:

$$\Delta K = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{A} \beta\sqrt{\pi a} = \frac{\Delta P}{A} \beta\sqrt{\pi a} \quad (2.80)$$

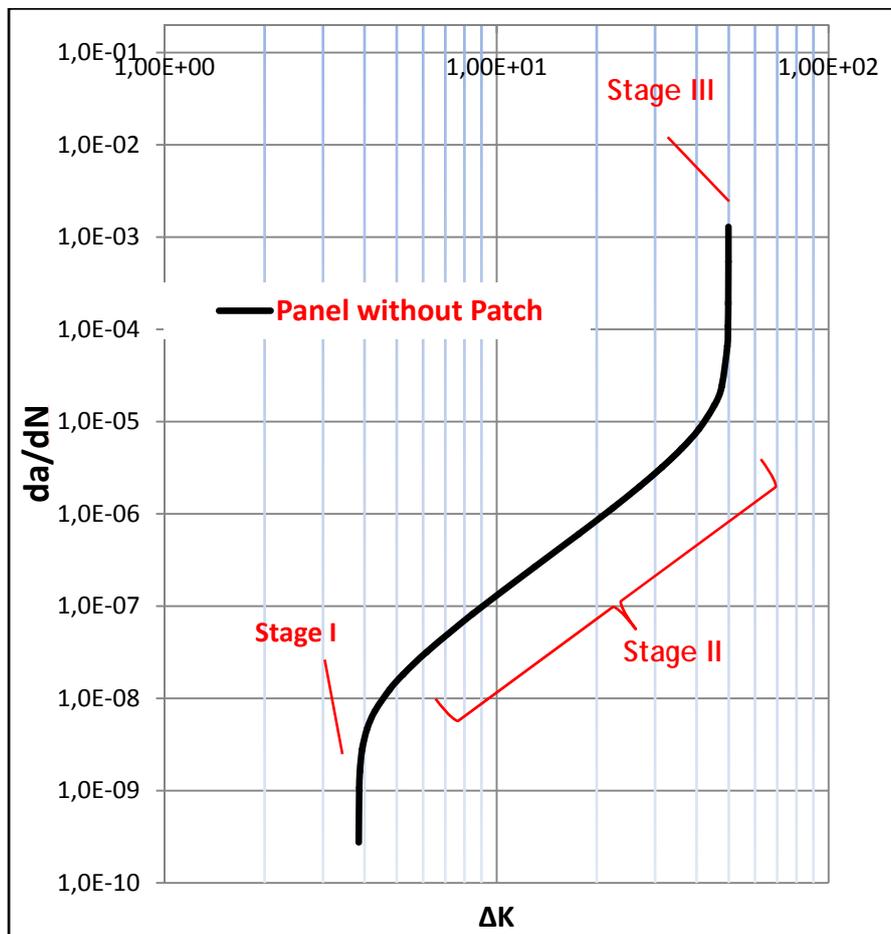
essendo  $A$  l'area della sezione del provino.



**Figura 2.36 - Lunghezza del difetto in elementi soggetti a diversi valori di  $\Delta P$  al crescere del numero di cicli applicati**

In figura 2.36 sono riportate le curve  $a(N)$  che rappresentano la dimensione di  $a$  del difetto in tre provini uguali ciascuno dei quali è sottoposto a cicli di carico di ampiezza  $\Delta P_i$  costante, diversa per i tre, al crescere del numero di cicli stessi. La pendenza delle curve  $da/dN$  è la *velocità di propagazione del difetto* che è il parametro fondamentale nella determinazione della vita a fatica di elementi in presenza di frattura. Si nota che la velocità di propagazione risulta maggiore per  $\Delta P$  maggiori, come è logico aspettarsi, e che, nel corso della prova, aumenta all'aumentare della dimensione del difetto stesso.

Ciò è dovuto al fatto che, al crescere di  $a$ , aumenta anche  $\Delta K$ . Si noti che nella (2.78) varia anche  $\beta$ , poiché, tipicamente, può essere considerato costante solo per piccoli intervalli della lunghezza di frattura, cioè  $\beta=\beta(a)$ .



**Figura 2.37 - Velocità di propagazione del difetto al variare di  $\Delta K$  per l'Al 6061-T6**

In figura 2.37 è mostrato il caso di una lastra tipo quelle che andremo a studiare, avente larghezza  $w=180\text{mm}$ , spessore  $t=1.5\text{mm}$ , altezza  $h=180\text{mm}$ , sottoposta ad un carico  $\Delta P=22072\text{N}$  con  $R=0$ , difetto iniziale centrato di lunghezza iniziale  $a=40\text{mm}$  in alluminio 6061-T6. Le prove effettuate si sono svolte imponendo cicli di carico compresi tra i valori  $P_{\min}=0$  e  $P_{\max}=0$ , misurando  $a$  e calcolando il valore di  $\Delta K$ , i risultati sperimentali riportati in un grafico con  $\text{Log } \Delta K$  in ascissa e  $\text{Log } (da/dN)$  in ordinata (figura 2.37), si osserva un valore di soglia  $\Delta K_{\text{th}}$  al di sotto del quale la cricca non si propaga e si possono distinguere tre diverse modalità di propagazione in funzione di  $\Delta K$ :

- **stage I:**  $\Delta K < \Delta K_{\text{th}}$  il difetto non si estende, soglia di non propagazione;
- **stage II:**  $\Delta K_{\text{th}} < \Delta K < \Delta K_c$  velocità di propagazione crescente con legge lineare (legge di Paris);
- **stage III:**  $\Delta K \leq \Delta K_c$  propagazione rapida, fino al raggiungimento del  $K_c$ : rottura di schianto.

### 2.13.1 Approccio ciclo per ciclo

L'approccio adottato per la determinazione della crescita della cricca è del tipo "ciclo per ciclo", mediante l'equazione 2.77 viene dapprima calcolato il termine  $\Delta a$ , ossia l'avanzamento della cricca per ciascun ciclo di carico, il valore ottenuto è quindi aggiunto alla dimensione precedente della cricca. La crescita stabile della cricca prosegue fino al raggiungimento della condizione di instabilità predetta dalla meccanica della frattura, dopo di che si ha la rottura di schianto. Ad ogni ciclo di calcolo il valore di  $\Delta K$  varia perché l'avanzamento della cricca determina la trasformazione dello stato tensionale all'apice dell'intaglio. Il carico considerato nell'ambito di questo studio è caratterizzato da:

$$\sigma_{min} = 0 \text{ e } R = 0$$

$\Delta K$  è quindi uguale semplicemente a  $K_{max}$ , cioè al valore del fattore di intensificazione degli sforzi corrispondente al carico massimo che viene applicato sul pannello. Il valore di  $\Delta K$  ottenuto mediante i vari modi di calcolo della meccanica della frattura, rappresenta la *variazione del fattore di intensificazione degli sforzi apparente* ( $\Delta K_{app}$ ), esso viene successivamente corretto in modo da includere i seguenti due fenomeni che sono in grado di modificare la velocità di avanzamento della cricca [6]:

1. La chiusura della cricca
2. La frattura statica o apertura della cricca

Il valore di  $\Delta K$  così ottenuto prende il nome di *variazione del fattore di intensificazione degli sforzi effettiva*,  $\Delta K_{eff}$ . In questo modo la legge di Paris diviene:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m \quad (2.81)$$

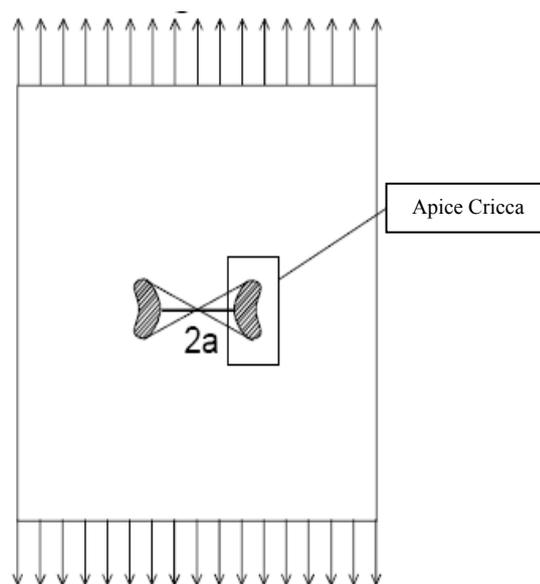
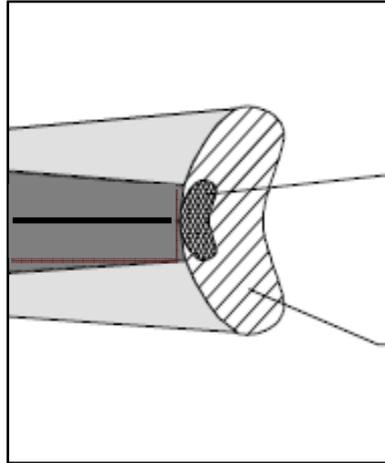


Figura 2.38 – Rappresentazione schematica del fenomeno agli apici della cricca

### 2.13.2 Chiusura della cricca

Poiché una cricca non può crescere quando è chiusa, definito  $K_{cl}$  il valore del fattore di intensificazione degli sforzi per il quale si manifesta il fenomeno della chiusura, nell'ipotesi che tale valore sia superiore a  $K_{min}$ , la variazione del fattore di intensificazione degli sforzi  $\Delta K$  diventa:

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{cl} \quad (2.82)$$



**Figura 2.39 – Chiusura della Cricca**

Se  $K_{max}$  diminuisce così tanto da eguagliare  $K_{cl}$  la variazione del fattore di intensificazione degli sforzi effettivo si annulla e la cricca smette di crescere, al contrario il  $\Delta K_{app}$  non si annulla ma diviene uguale al valore di soglia  $\Delta K_{th}$ . Applicando la logica secondo la quale a questo valore di soglia (velocità di crescita nulla) il  $\Delta K_{eff}$  è uguale a zero, il livello di chiusura complessivo può essere ottenuto con:

$$K_{cl} = \frac{\Delta K_{th}}{(1 - R)} \quad (2.83)$$

Dalla precedente relazione si deduce che il rapporto delle tensioni  $R$  riveste una notevole rilevanza sul comportamento a fatica dei materiali in particolar modo quando la velocità di avanzamento della cricca è modesta, cioè quando il valore di  $\Delta K$  è prossimo a quello di soglia  $\Delta K_{th}$ . A più alti valori di  $R$  (più alti valori dello stress medio) corrispondono più bassi valori di  $\Delta K_{th}$ , è stato trovato infatti, da una serie di misure sperimentali, che questa relazione può essere definita nel modo seguente:

$$\Delta K_{th} = D_0 - \frac{(D_0 - D_1)R}{R_{crit}} \quad (2.84)$$

Dove:

$D_0$  è il valore di soglia di  $\Delta K$  per  $R=0$

$D_1$  è il valore di soglia di  $\Delta K$  per  $R \rightarrow 1$

$R$  è rapporto di tensione per il  $\Delta K_{th}$  in questione

$R_{crit}$  valore di  $R$  al di sopra del quale  $\Delta K_{th}$  è costante e uguale a  $D_1$

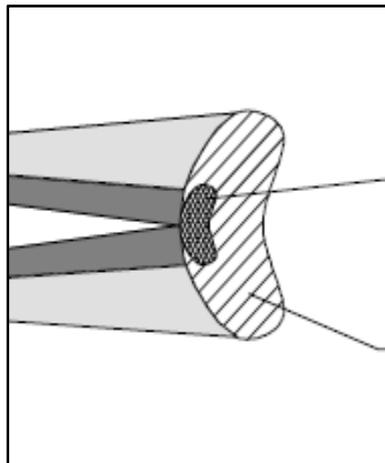
### 2.13.3 Frattura statica o Apertura della Cricca

La velocità con cui cresce la cricca aumenta con il crescere delle sue dimensioni poiché il valore di  $\Delta K$  dipende da  $\sqrt{a}$ . Quando però ci si avvicina alla condizione critica di frattura, tale velocità aumenta ancora più rapidamente a causa del contributo della frattura statica. Per modellare questo fenomeno, il termine  $K_{fs}$  è stato sommato al valore massimo del fattore di intensificazione degli sforzi così da incrementare il  $\Delta K_{eff}$ . In formule:

$$\Delta K_{eff} = K_{maxeff} - K_{mineff} \quad (2.85)$$

$$K_{maxeff} = K_{max} + K_{fs} \quad (2.86)$$

$$K_{fs} = \frac{K_{max}}{K_C - K_{max}} \quad (2.87)$$



**Figura 2.40 – Apertura della Cricca**

Dove:

$\Delta K_{eff} = \Delta K$  effettivo

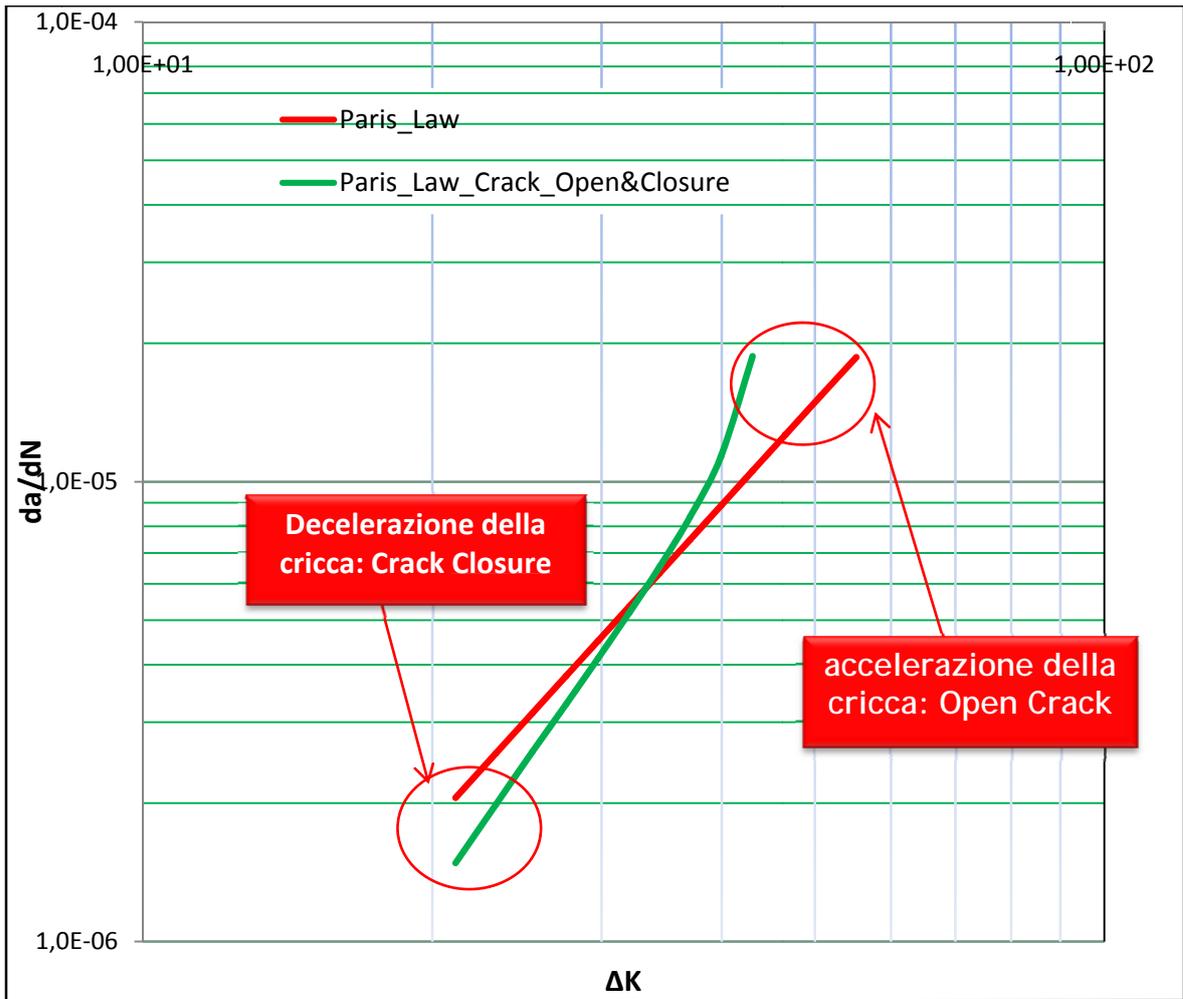
$K_{maxeff} = K$  massimo effettivo in un ciclo

$K_{mineff} = K$  minimo effettivo in un ciclo

$K_{fs}$  = termine addizionale legato al fenomeno della frattura statica

$K_{max}$  =  $K$  massimo apparente in un ciclo

$K_C$  = tenacità a frattura del materiale



**Figura 2.41 – Rappresentazione schematica dell'andamento della velocità di crescita della cricca con la correzione della chiusura ed apertura della cricca**

## 2.14 Bibliografia

1. Inglis, C.E., "Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners." Transactions of the Institute of Naval Architects, Vol. 55, 1913. pp. 219-241.
2. Gugliotta, A., "Introduzione alla meccanica della frattura lineare elastica".
3. Griffith, A.A., "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids." Philosophical Transactions, Series A, Vol.221, 1920, pp. 163-198.
4. Irwin, G.R., "Fracture Dynamics." Fracturing of Metals, American Society for Metals, Cleveland, 1948, pp. 147-166.
5. Paris P.C. and Erdogan F. (1963) A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, Journal of Basic Engineering, vol. 85, pp. 528-534.
6. Elber W. (1970) Fatigue Crack Closure under Cyclic Tension, Engineering Fracture Mechanics, vol. 2, pp. 37-45.

# CAPITOLO III

## IMPLEMENTAZIONE AGLI ELEMENTI FINITI

### 3.1 Background

La principale difficoltà nell'analisi agli elementi finiti per i problemi di meccanica della frattura è quella di ottenere una soluzione attendibile in prossimità dell'apice di una fessura. Il metodo degli elementi finiti è stato largamente usato per analizzare problemi strutturali ed in particolare, per lo studio di strutture che presentino delle fratture. La complessità nell'applicazione del metodo è rappresentata da come debba essere correttamente generata la mesh. La mesh in questa zona deve essere opportunamente modellata in maniera tale da approssimare con sufficiente accuratezza le singolarità ivi presenti sulle tensioni e le deformazioni. Oggi giorno, pur essendo disponibili diversi algoritmi automatici per la generazione di mesh per modelli bidimensionali e tridimensionali, l'analisi di un elemento con frattura impone forti restrizioni. Infatti, è prassi modellare la punta della cricca con elementi le cui dimensioni sono due ordini di grandezza inferiori rispetto a quelli utilizzati per l'analisi della struttura considerata, e gli algoritmi devono pertanto essere capaci di modellare la transizione da una zona all'altra.

Sono stati concepiti molti metodi per ottenere una buona approssimazione ma, comunque, il metodo più diffusamente usato nelle modellazioni agli elementi finiti è il cosiddetto "*1/4 point node technique*", ovvero quello che utilizza elementi "speciali" o di singolarità [1]. Questi elementi sono stati appositamente introdotti per modellare i fenomeni caratteristici della frattura:

- per un'analisi lineare-elastica saranno utilizzati elementi triangolari quarter-point, formati da una rosetta di elementi con angoli di  $45^\circ$ ,  $40^\circ$ , o  $30^\circ$ ;
- per una analisi elasto-plastica saranno utilizzati elementi Q8 collassati.

Mentre per stimare i parametri della frattura analizzeremo le seguenti procedure numeriche sia in campo lineare-elastico che in campo elasto-plastico:

- Displacement Correlation Technique [2];
- Modified Crack Closure Method [3];
- J-integral che è valutato mediante Equivalent Domain Integrals [4] (metodo del dominio di integrazione).

Una volta introdotte le strategie di analisi focalizzeremo la nostra attenzione sulla scelta del pacchetto software più adatto alle nostre esigenze.

## 3.2 Elemento quarter-point

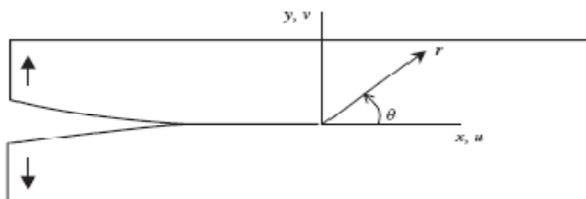
Nella meccanica della frattura modellare la discontinuità nel vertice della frattura, laddove la tensione tende a divergere in valore, rappresenta un grosso problema numerico. Qualora si scelga di utilizzare degli elementi convenzionali, la soluzione numerica da un risultato con un alto livello di approssimazione a meno che, non si adotti un tipo di mesh molto fitta per le aree in prossimità della frattura. Questo tipo di soluzione presenta dei notevoli svantaggi qualora i computers a disposizione hanno capacità di calcolo ridotte. Quindi, proprio per risolvere questo problema, si è pensato di modellare il fenomeno con elementi non-convenzionali chiamati crack tip elements ovvero singularity elements, riducendo in questa maniera i tempi di calcolo ed i requisiti “informatici”; tali elementi furono introdotti più o meno nello stesso tempo da Henshell e Shaw [ 1975 ] e da Barsoum [ 1976, 1977 ]. Dalla teoria della meccanica della frattura lineare elastica, la tensione in prossimità della punta della cricca, come già evidenziato nel capitolo II, è caratterizzata dal fattore di intensificazione degli sforzi  $K_I$ , nel Modo I:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin \theta/2 \sin^3 \theta/2 \\ \sin \theta/2 \sin^3 \theta/2 \\ 1 + \sin \theta/2 \sin^3 \theta/2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

e l'espressione per le componenti dello spostamento è la seguente:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{K_I \sqrt{r}}{2G\sqrt{2\pi}} \begin{bmatrix} \cos \theta/2 (k - 1 + 2\sin^2 \theta/2) \\ \sin \theta/2 (k + 1 - 2\cos^2 \theta/2) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

con  $G$  modulo di elasticità tangenziale, e con  $k=3-4\nu$  (caso di stato piano di deformazione) o  $k=(3-4\nu)/(1+\nu)$  (caso di stato piano di tensione). Il modo I rappresenta il modo d'apertura per la frattura ed  $r$  e  $\theta$  rappresentano le coordinate del sistema di riferimento polare in figura 3.1. Dalle equazioni (3.1) e (3.2) si evince come la tensione sia funzione del reciproco della radice quadrata del raggio ( $1/\sqrt{r}$ ) mentre lo spostamento sia proporzionale alla radice quadrata del raggio ( $\sqrt{r}$ ). E' quindi evidente come la tensione diverga al diminuire del raggio  $r$  e proprio per approssimare in maniera coerente quanto formulato dalla teoria della Meccanica lineare elastica, viene introdotto un elemento speciale isoparametrico quadratico a otto nodi, come mostrato in figura 3.2. Questo elemento è uguale in tutto e per tutto ad un usuale elemento Q8 ad eccezione del fatto che il nodo centrale, rispetto alla posizione della cricca, è avvicinato alla cricca stessa di un quarto della lunghezza del lato su cui si trova. Questa apparente semplice modifica è ciò che consentirà di ottenere un modello numerico conforme alla MFLE.



**Figura 3.1 – Deformazione per il modo I di propagazione della frattura**

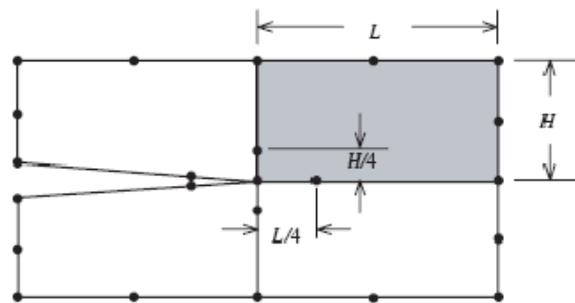


Figura 3.2 – Cricca modellata con elementi quarter points

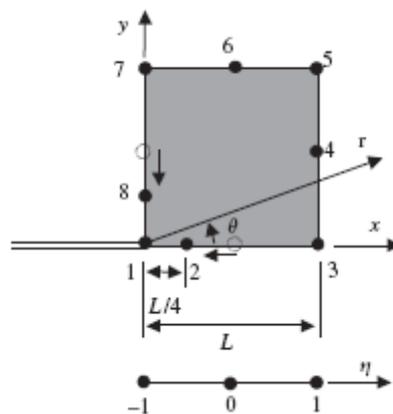


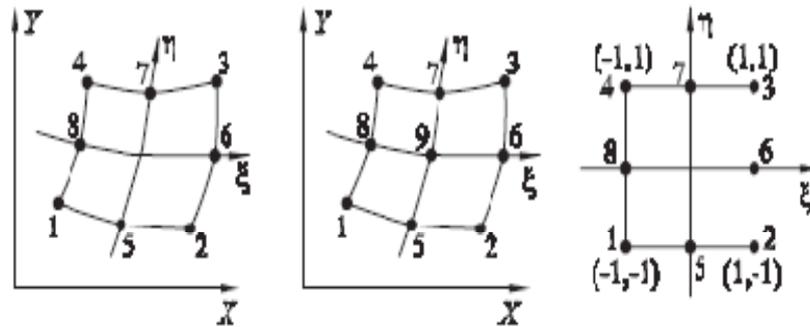
Figura 3.3 – Elemento quarter point isoparametrico, quadratico, a 8 elementi

### 3.2.2 Sistema di riferimento locale e funzioni di forma

Per semplificare la caratterizzazione di elementi di forma geometrica complessa si introduce il concetto di elemento di riferimento, di forma geometrica semplice, definito in uno spazio naturale e adimensionale. La formulazione sulla creazione di una corrispondenza biunivoca tra un elemento di forma qualsiasi nel sistema cartesiano (  $x$  ,  $y$  ,  $z$  ) e un elemento di forma semplice nel sistema naturale, o locale, (  $\xi$  ,  $\eta$  ,  $\zeta$  ) nei casi mono-, bi- e tri-dimensionale si hanno rispettivamente le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
 x &= \sum_{i=1}^n n_i(\xi) x_i \\
 y &= \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta) y_i \\
 z &= \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) z_i
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 x &= \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \\
 y &= \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \\
 z &= \sum_{i=1}^n n_i(\xi, \eta, \zeta) z_i
 \end{aligned}
 \qquad
 (3.3)$$

dove  $x_i, y_i, z_i$  ( $i=1, n$ ) sono le coordinate cartesiane degli  $n$  nodi dell'elemento,  $n_i$  sono le funzioni di trasformazione o funzioni di forma definite nel sistema di coordinate naturale  $(\xi, \eta, \zeta)$  dell'elemento. Le funzioni di forma  $n_i$  sono in numero pari ai nodi dell'elemento e variano tra 0 e 1; esse assumono valore 1 in corrispondenza del nodo  $i$  di coordinate  $(x_i, y_i, z_i)$  e valore nullo in corrispondenza degli altri nodi dell'elemento.



**Figura 3.4 – Sistema di riferimento naturale per elementi quadrangolari Parabolici**

La figura 3.4 illustra due elementi quadrangolari a lati curvi, entrambi con tre nodi per lato; il primo elemento è detto elemento Serendipity; il secondo, avente un nodo anche nel baricentro geometrico, è detto elemento Lagrange. Le leggi dello spostamento sono definite, così come per le coordinate, nel sistema di riferimento naturale; nei casi mono-, bi- e tri-dimensionale si ha, rispettivamente:

$$\begin{aligned}
 u &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi) u_i & u &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi, \eta) u_i & u &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi, \eta, \zeta) u_i \\
 v &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi) v_i & v &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi, \eta) v_i & v &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi, \eta, \zeta) v_i \\
 w &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi) w_i & & & w &= \sum_{i=1}^m n_i(\xi, \eta, \zeta) w_i
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

dove  $u_i, v_i, w_i$  ( $i=1, m$ ) sono gli spostamenti nodali dell'elemento,  $n_i$  sono le funzioni di forma definite nel sistema di coordinate naturali  $(\xi, \eta, \zeta)$  dell'elemento. È da notare che le leggi per definire gli spostamenti possono essere diverse da quelle utilizzate per definire la geometria dell'elemento; nelle espressioni degli spostamenti la sommatoria è estesa all'indice  $m$ , mentre nelle espressioni della geometria la sommatoria è estesa all'indice  $n$ . È tuttavia utilizzata la formulazione isoparametrica, nella quale è utilizzato lo stesso numero di parametri ( $n = m$ ) per definire sia la geometria sia gli spostamenti. Prendiamo in considerazione la configurazione in figura 3.3; in particolare, per il lato contenente i nodi 1, 2 e 3 l'espressione della coordinata  $x$  e della componente dello spostamento  $u$  per i punti del bordo dell'elemento, sono espresse in funzione delle seguenti funzioni interpolatrici:

$$x = -0.5\eta(1 - \eta)x_1 + (1 + \eta)(1 - \eta)x_2 + 0.5\eta(1 + \eta)x_3 \tag{3.5}$$

$$u = -0.5\eta(1 - \eta)u_1 + (1 + \eta)(1 - \eta)u_2 + 0.5\eta(1 + \eta)u_3 \tag{3.6}$$

il nodo 1 sia l'origine del sistema di riferimento locale. Per un lato di lunghezza L si hanno le seguenti sostituzioni ( si noti che si stanno riferendo gli spostamenti dei punti dell'elemento rispetto il vertice della cricca, quindi  $u_1$  avrà valore nullo )

$$x_1=0, \quad x_2=L/4, \quad x_3=L \quad u_1=0$$

che applicate alle equazioni (3.5) e (3.6) diventano,

$$x = 0.25\eta(1 + \eta)(1 - \eta)L + 0.5\eta(1 + \eta)L \quad (3.7)$$

$$u = (1 + \eta)(1 - \eta)u_2 + 0.5\eta(1 + \eta)u_3 \quad (3.8)$$

adottando le adeguate semplificazioni otteniamo

$$x = 0.25(1 + \eta)^2L \quad (3.9)$$

$$u = (1 + \eta)[(1 - \eta)u_2 + 0.5\eta u_3] \quad (3.10)$$

Per i punti che appartengono all' asse delle x vale la seguente banale sostituzione,  $x=r$ .  
Pertanto,

$$r = 0.25(1 + \eta)^2L$$

ovvero

$$(1 + \eta) = 2\sqrt{\frac{r}{L}} \quad (3.11)$$

ottenuta la (3.11) possiamo risolvere per la componente dello spostamento u ; infatti, applicando l'ultima espressione all' equazione (3.10) abbiamo che:

$$u = 2(\sqrt{r}/\sqrt{L})[(1 - \eta)u_2 + 0.5\eta u_3] \quad (3.12)$$

Si può immediatamente notare come lo spostamento del nodo di mezzeria come conseguenza ha portato ad avere una espressione per lo spostamento u che è proporzionale alla radice quadrata di r,  $\sqrt{r}$ . L'espressione per il campo degli spostamenti permette di chiudere il problema e determinare l' espressione per le ultime incognite rappresentate dal campo di deformazione e di tensione. Cominciamo con l'espressione per la deformazione, la dilatazione lungo l'asse x è data dalla seguente formula:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (3.13)$$

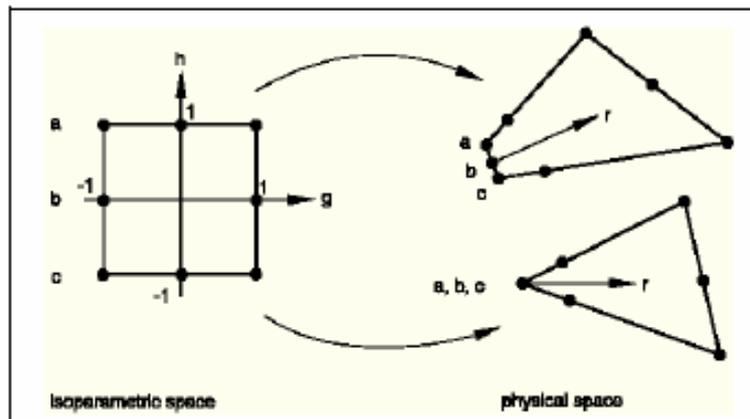
e sfruttando le formule (3.7) e (3.11)

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = 0.5(1 + \eta)L = \sqrt{r}\sqrt{L} \quad (3.14)$$

e raggruppando tutti i termini noti si può scrivere che  $\varepsilon_x$  ha la seguente forma

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{r}} \frac{1}{\sqrt{L}} \left[ -2\eta u_2 + \left( \frac{1}{2} + \eta \right) u_3 \right] \quad (3.15)$$

Ecco che compare, per la dilatazione lungo x la dipendenza proporzionale con il reciproco della radice quadrata di r ,  $1/\sqrt{r}$ , e poiché la tensione è direttamente proporzionale alla deformazione, si ottiene l' espressione cercata anche per le sigma. Proprio come era stato accennato all' inizio di questo paragrafo, l' idea di spostare il nodo centrale ha portato ad una espressione per la tensione coerente e conforme con la teoria. Nei prossimi paragrafi si mostrerà come implementare questo tipo di elemento nelle diverse procedure numeriche disponibili in letteratura.



**Figura 3.5 – Esempi di elementi QPs; elementi QP triangolari sono ottenuti collassando un lato di un elemento QP quadrangolare.**

### 3.3 Crack tip meshing

In due dimensioni, le singolarità possono essere costruite agli elementi finiti usando elementi isoparametrici quadrilateri collassati all'apice a formare una specie di anello intorno alla fessura. Uno spigolo dell'elemento isoparametrico ad 8 nodi sarà collassato in maniera che tutti i suoi tre nodi -a,b,c- abbiano la stessa posizione geometrica all'apice mentre in nodi in mezziera sugli spigoli connessi all'apice devono essere mossi ad 1/4 verso lo spigolo, figura 3.5. Una rosetta di elementi avvolge la punta della cricca, la rosetta standard è formata da 8 elementi ognuna con un angolo di 45° usualmente allineata con la direzione di propagazione della frattura ( Figura 3.6 ). La rosetta può essere composta da elementi triangolari convenzionali (T6), elementi singolari quarter-point, o elementi collassati Q8; in figura 3.6 sono rappresentate cinque differenti configurazioni:

- T6 elementi non singolari (Figura 3.6 (a));
- elementi Q8 collassati (Figura 3.6 (a));

- elementi singolari Quartet-Point (QP45 Figura 3.6 (a));
- elementi singolari Quartet-Point con un angolo di 40° (QP40 Figura 3.6 (b));
- elementi singolari Quartet-Point con un angolo di 30° (QP30 Figura 3.6 (c)).

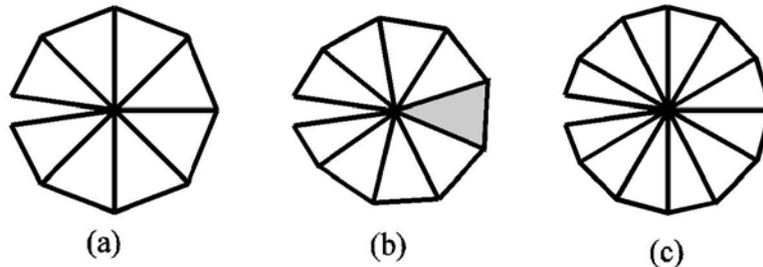


Figura 3.6 [a, b, c] – Rosetta di elementi finiti. (a) Rosetta Standard (T6, QP, Q8C); (b) Rosetta con QP elementi a 40°; (c) Rosetta con elementi QP a 30°.

### 3.4 Metodi per calcolare i parametri caratteristici della meccanica della frattura.

Verranno descritti tre metodi per calcolare i parametri caratteristici della frattura:

- Displacement Correlation Technique;
- Modified Crack Closure Method;
- J-integral;

L' elemento fratturato è bidimensionale e sarà considerato il solo modo I per la propagazione della frattura. Vedremo come il K ( fattore di intensificazione degli sforzi) sia espresso a seconda dell' approccio scelto in funzione degli spostamenti, della energia di deformazione elastica o dell' integrale J.

#### 3.4.1 Displacement Correlation Technique (Metodo di sostituzione degli Spostamenti )

Questa tecnica non fa altro che correlare gli spostamenti nodali risultanti da un' analisi agli elementi finiti con la soluzione analitica [5] dello stesso tipo di problema. Per il Modo I , l'espressione analitica per lo spostamento d' avanzamento della frattura  $\delta(r)$  per un elemento sul bordo del difetto, posto ad una distanza r dalla punta della cricca, è:

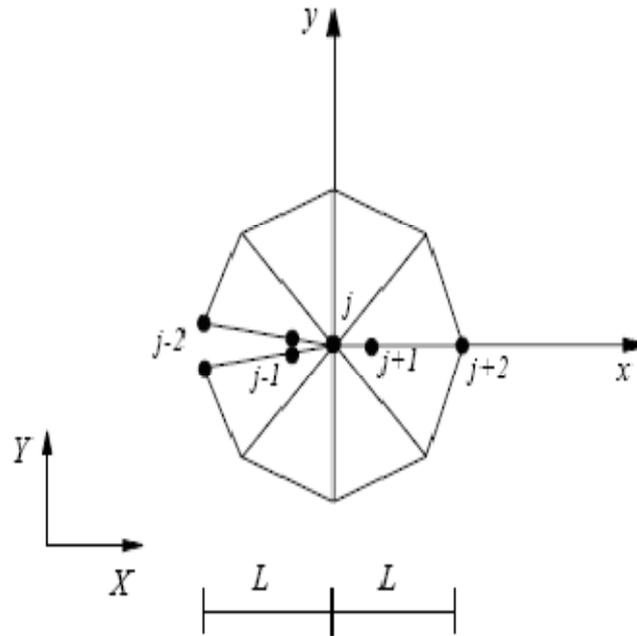
$$\delta(r) = K_I \left( \frac{k+1}{\mu} \right) \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (3.16)$$

con  $\mu$  modulo di Poisson, e con  $k=3-4\nu$  ( caso di stato piano di deformazione ) o  $k=(3-4\nu)/(1+\nu)$  ( caso di stato piano di tensione ). L' espressione per delta può anche essere

formulata in termini di un'espansione di serie di Taylor funzione degli spostamenti nodali, trascurando i termini di ordini superiore si ottiene la seguente relazione,

$$\delta(r) = (4v_{j-1} - v_{j-2})\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (3.17)$$

con  $v_{j-1}$  e  $v_{j-2}$  che rappresentano gli spostamenti relativi nella direzione  $y$ , ai nodi  $j-1$  e  $j-2$  e  $L$  è la lunghezza dell'elemento considerato ( figura 3.7 ).



**Figura 3.7 – Geometria del problema.**

Dalle equazioni 3.16 e 3.17 risolvendo per  $K$  il problema è chiuso, per il caso in esame  $K_I$  è uguale a:

$$K_I = \left(\frac{\mu}{k+1}\right)\sqrt{\frac{2\pi}{L}}(4v_{j-1} - v_{j-2}) \quad (3.18)$$

### **3.4.2 Modified Crack Closure Integral ( Metodo virtuale del Lavoro di Chiusura della Cricca )**

Tale tecnica, valida nell' ipotesi di comportamento elastico lineare del materiale e basata sul lavoro svolto da Irwin, calcola il fattore di intensità delle tensioni, in corrispondenza dell' apice della frattura, facendo un bilancio tra l' energia necessaria per l' avanzamento della frattura di un tratto  $\delta a$  e l' energia disponibile ( strain-energy release rate ) per l' incremento della frattura del medesimo tratto, figura 3.8. In questo

caso l'energia potenziale totale disponibile è ottenuta per il Modo I dalla seguente espressione:

$$G_I = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \int_0^{\delta a} v(r) \sigma_y(r) dr \quad (3.19)$$

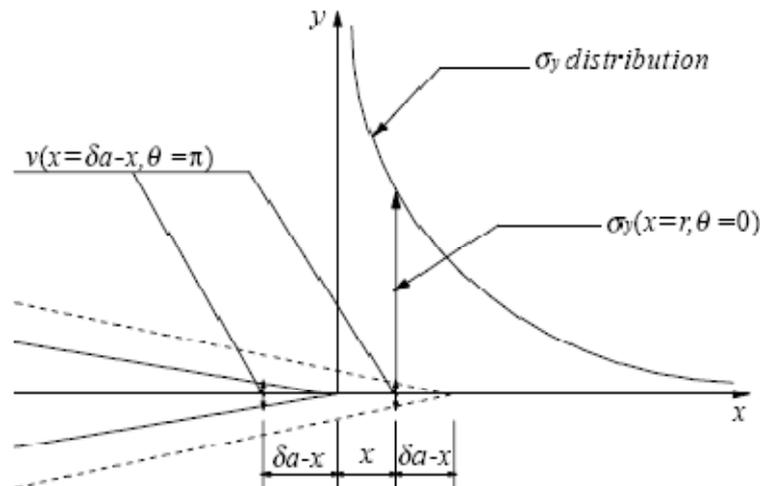


Figura 3.8 – Schema per il metodo del lavoro di chiusura della frattura.

$\delta a$  rappresenta l'incremento virtuale;  $\sigma_x$  è la tensione nella direzione  $x$  e  $v(r)$  è lo spostamento di apertura di un punto la cui posizione è riferita rispetto a quella assunta dal vertice della cricca. Per una frattura di semilunghezza  $a+\delta a$ , figura 3.9, l'energia  $W$  necessaria per l'avanzamento della frattura del tratto  $\delta a$ , passando da una semilunghezza  $a$  ad una semilunghezza  $a+\delta a$ , figura 3.9, è pari al lavoro speso dalle forze nodali, che agiscono sui nodi  $l$  e  $l^*$ , per chiudere il tratto  $\delta a$  della frattura, riportando i nodi  $l$  e  $l^*$  a coincidere tra loro.

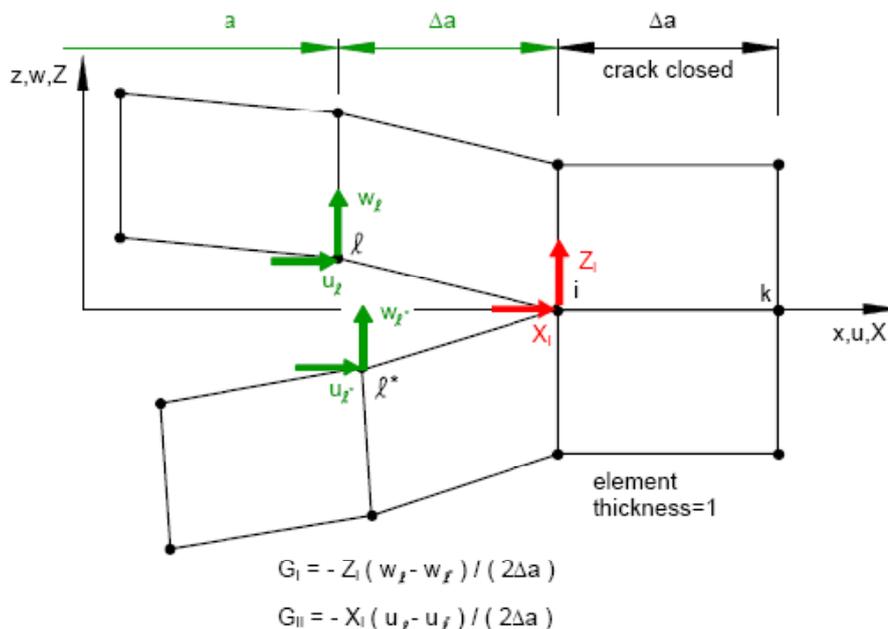
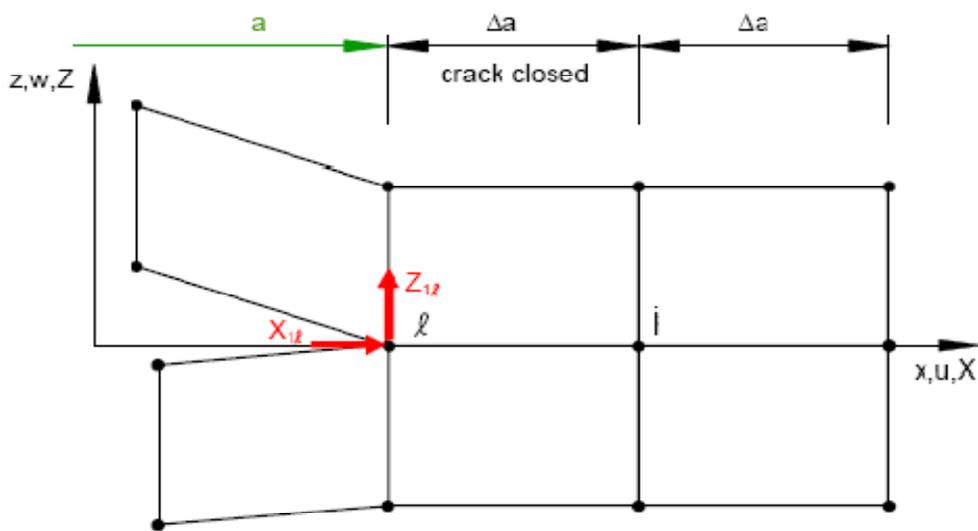


Figura 3.9 – Frattura con elementi a 4 nodi.

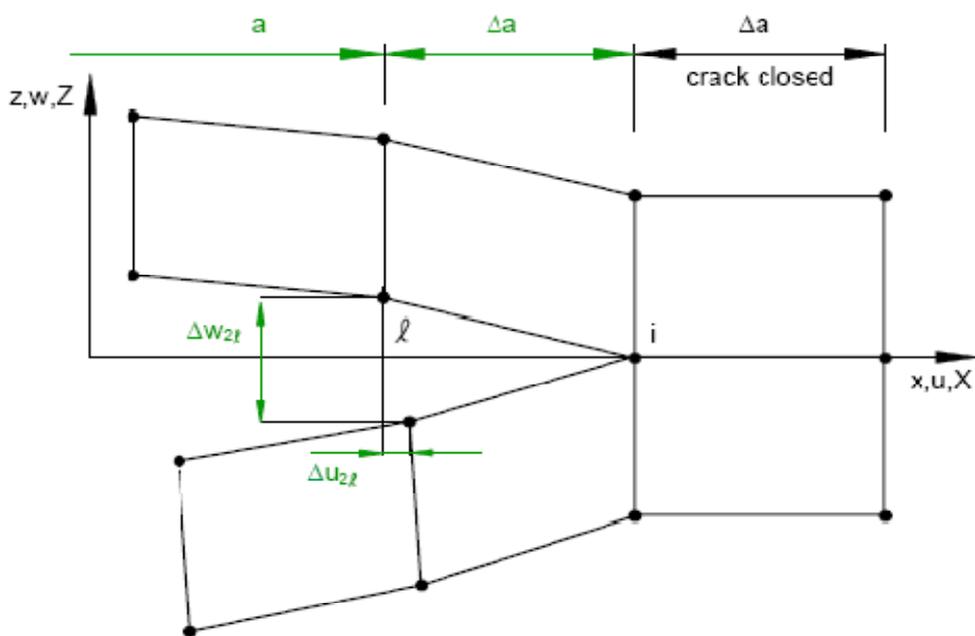
Per il bilancio tra le energie in gioco si ha che:

$$W = G = -\frac{1}{2\Delta a} z_i (w_l - w_{l^*}) \quad (3.20)$$

uguaglianza tra lavoro ed energia di deformazione ovvero si sta considerando il Principio di conservazione dell' energia. Il metodo virtuale del lavoro di chiusura trae origine dal Crack Closure Method che calcola il fattore di intensità delle tensioni in corrispondenza del nodo  $i$ , coincidente con l'apice di una frattura di semilunghezza  $a$  mediante due cicli di calcolo, la procedura è diagrammata in figura 3.10.



(a). First Step - Crack closed



(b). Second Step - Crack extended

**Figura 3.10 – Crack Closure Method ( Two step VCCT ).**

Il primo ciclo di calcolo viene raffigurato su un modello che presenta i nodi  $l$  e  $l^*$  connessi tra loro ed ha lo scopo di calcolare le forze nodali agenti sui nodi  $l$  e  $l^*$ . Il secondo ciclo di calcolo viene effettuato su un modello che presenta i nodi  $l$  e  $l^*$  sconnessi tra loro ed ha lo scopo di calcolare gli spostamenti  $w_l$  e  $w_{l^*}$  dei nodi  $l$  e  $l^*$ . Sfruttando i risultati ottenuti dal metodo di propagazione della frattura descritto nel Capitolo II si ha che  $G$  è legata al  $K$  dalle relazioni 2.68 e 2.69 a seconda che stiamo considerando uno stato tensionale piano o uno stato di deformazione piano:

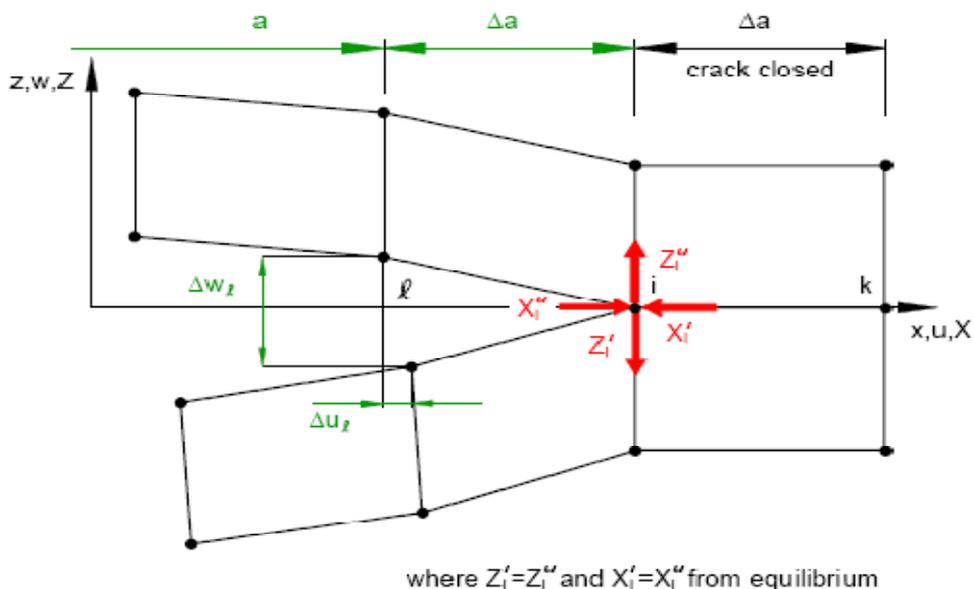
$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad (\text{stato tensionale piano}) \quad (2.68)$$

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (\text{stato di deformazione piano}) \quad (2.69)$$

Risolvendo per  $K_I$  è chiuso il problema rappresentato dal determinare i parametri per la meccanica della frattura. Quindi nella forma originale per il VCCT sono previste due analisi:

- la prima per una frattura di semilunghezza  $a$ ;
- la seconda per una semilunghezza  $a+\delta a$ .

Rubicki e Kanninen [6] furono i primi a utilizzare un approccio con una unica analisi FEM da effettuare; in seguito poi Raju [3] estese questo metodo per gli elementi non singolari e singolari di ogni ordine. Il Modified Crack Closure Method è basato sulle stesse ipotesi della propagazione energetica della frattura del VCCT ( $W=G$ ) ed in più assume che data la piccola distanza tra il nodo  $i$  ed i nodi  $l$  e  $l^*$  ( figura 3.9 ), nodi in cui dovrebbero calcolarsi le forze nodali, l'errore commesso nella valutazione delle forze nodali può ritenersi minimo. Pertanto, tale metodo differisce dal precedente perché valuta le forze nodali in corrispondenza del nodo coincidente con l'apice della frattura, riducendo così i cicli necessari per il calcolo del fattore di intensità delle tensioni ad uno soltanto, figura 3.11.

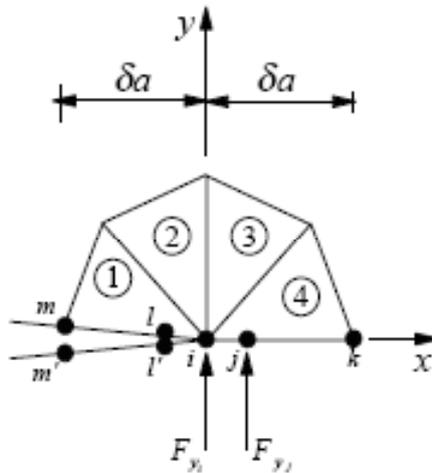


**Figura 3-11 – Modified Crack Closure Method ( One step VCCT ).**

Per gli elementi singolari, Raju propose per il Modo I la seguente espressione per l'energia totale disponibile:

$$G_I = -\frac{1}{2\delta a} [F_{yi}\{t_{11}(v_m - v_{m'}) + t_{12}(v_l - v_{l'})\} + F_{yj}\{t_{21}(v_m - v_{m'}) + t_{22}(v_l - v_{l'})\}] \quad (3.21)$$

con  $t_{11}=6-3\pi/2$ ;  $t_{12}=6\pi-20$ ;  $t_{21}=1/2$ ;  $t_{22}=1$ .  $F_{xi}$ ,  $F_{xj}$ ,  $F_{yi}$ ,  $F_{yj}$ , sono le forze nodali agenti sui nodi  $i$  e  $j$  nelle direzioni  $x$  e  $y$ ;  $u$  e  $v$  sono gli spostamenti nodali ai nodi  $m$ ,  $m'$ ,  $l$  e  $l'$  rispettivamente nelle direzioni  $x$  e  $y$ , figura 3.12.



**Figura 3.12 – Modello agli elementi finiti per elementi QP singolari.**

Le forze nodali  $F_{xi}$  e  $F_{xj}$  sono calcolate dagli elementi 1, 2, 3 e 4 ma le forze  $F_{yi}$  e le forze  $F_{yj}$  sono calcolate per il solo elemento 4. Per una analisi lineare elastica il  $K$  è legato all'energia potenziale totale disponibile dalla seguente espressione:

$$G_I = \frac{k+1}{8\mu} K_I^2 \quad (3.22)$$

con  $\mu$  modulo di Poisson, e con  $k = 3 - 4\nu$  ( caso di stato piano di deformazione ) o  $k = (3 - 4\nu)/(1 + \nu)$  ( caso di stato piano di tensione ).

### 3.4.3 J-Integral

L'energia potenziale disponibile di deformazione in materiali a comportamento non lineare può essere univocamente identificato da un integrale di linea lungo un percorso qualsiasi che racchiude l'apice di una fessura. Rice [7] fu il primo ad applicare il metodo di integrazione su un contorno a problemi di meccanica della frattura e giunse a dimostrare che quell' integrale, chiamato  $J$ , era per l'appunto, l' energia di deformazione elastica liberata per l' avanzamento del difetto (in condizioni di elasticità non lineare). Come vedremo in seguito, il  $J$  è anche un parametro che caratterizza univocamente lo

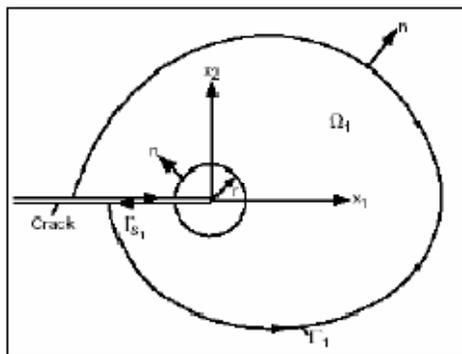
stato di tensione e deformazione, comportandosi come il parametro di concentrazione delle tensioni. Consideriamo il seguente integrale:

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (3.23)$$

essendo:

- $\Gamma$  una curva chiusa percorsa in senso antiorario che racchiude l'apice della cricca (figura 3.1 );
- $T_i = \sigma_{ij}n_j$  la componente *i-esima* del tensore degli sforzi diretto secondo la normale esterna al contorno;
- $u_i$  la componente *i-esima* del vettore spostamento;
- $ds$  un elemento infinitesimo del tracciato  $\Gamma$ ;
- $W = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$  l'energia di deformazione per unità di volume.

Rice arrivò a dimostrare che il valore del *J integral* è indipendente dal tracciato di integrazione scelto attorno all'apice, basandosi sulla proprietà di *J* di essere nullo per ogni contorno chiuso  $\Gamma$ .



**Figura 3.13 – Integrale curvilineo utilizzato per la valutazione di J.**

Nel caso di materiale a comportamento lineare elastico, il *J integral* può essere valutato considerando la soluzione elastica del campo di tensione all'apice della fessura. Rice dimostrò che il suddetto integrale è uguale all' energia potenziale totale disponibile *G*.

Il significato dell'integrale può essere meglio compreso se si osserva che il primo termine rappresenta una energia di deformazione e il secondo è invece uguale al prodotto di una forza per uno spostamento, ossia ad un lavoro. Tale integrale è quindi una diretta conseguenza del principio di conservazione dell'energia. L'integrale *J* possiede due caratteristiche che lo rendono particolarmente interessante per lo studio della dinamica della frattura:

- è indipendente dal percorso di integrazione;
- il suo valore è lo stesso sia se il percorso di integrazione giace all'interno della zona a comportamento elastico sia se giace all'interno di quella a comportamento plastico del materiale.

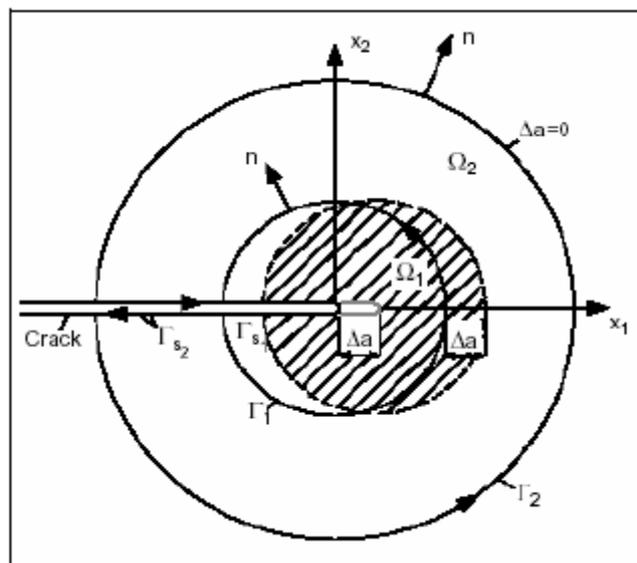
Data l'arbitrarietà del percorso di integrazione, la sua scelta va fatta sulla base dei vantaggi computazionali che ne derivano. E' preferibile quindi che si trovi ad una

distanza sufficientemente lontana dalla punta della cricca, laddove il materiale esibisce un comportamento elastico-lineare. La formulazione classica del *J-Integral* proposta da Rice rappresenta un integrale curvilineo indipendente dal percorso di integrazione ed è equivalente, in materiali a comportamento lineare elastico, come sopra menzionato, a  $G$ . In due dimensioni è così definito (figura 3.13):

$$J = \int_{\Gamma} \left( (W + T)n_1 - \sigma_{ij}n_i \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) d\Gamma \quad (3.24)$$

dove,  $W$  è la densità di energia di deformazione,  $T$  è la densità di energia cinetica,  $\sigma_{ij}$  è il tensore delle tensioni e  $u_j$  è il vettore spostamento. Una formulazione estesa del *J-Integral* è stata proposta da vari autori, in particolare Kishimoto e DeLorenzi, con lo scopo di includere nell'espressione classica alcuni effetti come la deformazione plastica, le forze di volume, i carichi termici, le forze inerziali, gli spostamenti e le deformazioni macroscopiche. La tipica espressione estesa dell'integrale  $J$  è la seguente [8,9] (figura 3.14):

$$J = \int_{\Gamma_p} \left( Wn_1 - t_i \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) da - \int_{\Gamma_{s_1}} t_i \frac{\partial u_j}{\partial x_1} da - \int_{\Omega_1} \left( (t_i - \rho \ddot{u}_i) \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^0}{\partial x_1} \right) dv \quad (3.25)$$



**Figura 3.14 – Valutazione numerica per l'integrale J ( Virtual crack advance ).**

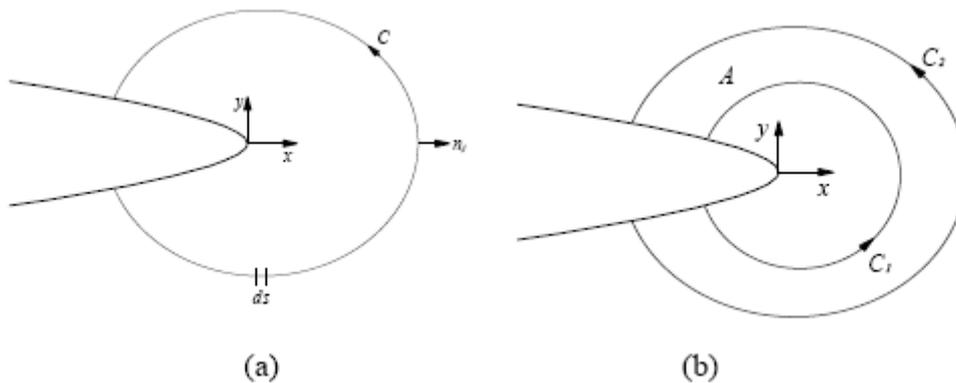
La valutazione di questo integrale  $J$  è basata sul metodo del dominio di integrazione. Una valutazione diretta dell'equazione (3.26) non è affatto semplice in un'analisi agli elementi finiti per le difficoltà nel definire il tracciato  $\Gamma$  di integrazione. Nel metodo del dominio di integrazione, caso bidimensionale, l'integrale di linea è convertito in un integrale superficiale sull'area racchiusa dal tracciato. In due dimensioni, la formulazione del *J-Integral* assumerà la seguente forma:

- per la formulazione classica,

$$J = -\frac{1}{\Delta a} \int_{\Omega} \frac{\partial \delta x_l}{\partial x_j} \left( W \delta_{lj} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_l} \right) dv \quad (3.26)$$

- per la formulazione estesa,

$$J = -\int_{\Omega} \frac{1}{\Delta a} \frac{\partial \delta x_l}{\partial x_j} \left( W \delta_{lj} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_l} \right) dv - \int_{\Omega} \frac{\partial x_l}{\Delta a} \left( (f_i - \rho \ddot{u}_i) \frac{\partial u_j}{\partial x_l} - \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^0}{\partial x_l} \right) dv - \int_{\Gamma_s} \frac{\partial x_l}{\Delta a} t_i \frac{\partial u_j}{\partial x_l} da \quad (3.27)$$



**Figura 3.15 – Integrale di linea arbitrario attorno alla fessura (a); Area utilizzata per la valutazione di J mediante metodo del dominio di integrazione.**

Il fattore di intensificazione degli sforzi si ottiene dalle relazioni esistenti tra l' integrale J ed il K stesso; queste relazioni sono:

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{k+1}{8\mu} (K_I^2 + K_{II}^2) \\ J_2 &= -\frac{k+1}{4\mu} K_I K_{II} \end{aligned} \quad (3.28)$$

con  $\mu$  modulo di Poisson, e con  $k = 3 - 4\nu$  ( caso di stato piano di deformazione ) o  $k = (3 - 4\nu)/(1 + \nu)$  ( caso di stato piano di tensione ). Quindi risolvendo per K si hanno le formule ricercate:

$$\begin{aligned} K_I &= 0.5 \sqrt{\frac{8\mu}{k+1}} (\sqrt{J_1 - J_2} + \sqrt{J_1 + J_2}) \\ K_{II} &= 0.5 \sqrt{\frac{8\mu}{k+1}} (\sqrt{J_1 - J_2} - \sqrt{J_1 + J_2}) \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.5 Metodo Numerico: MSC/Patran-Nastan

Il primo tipo di pannello oggetto di questo studio ha una forma quadrata le cui dimensioni sono 180x180x1.5 mm, è in lega di alluminio 6061T6 e presenta un intaglio centrale della lunghezza di 40 mm disposto ortogonalmente alla direzione del carico.

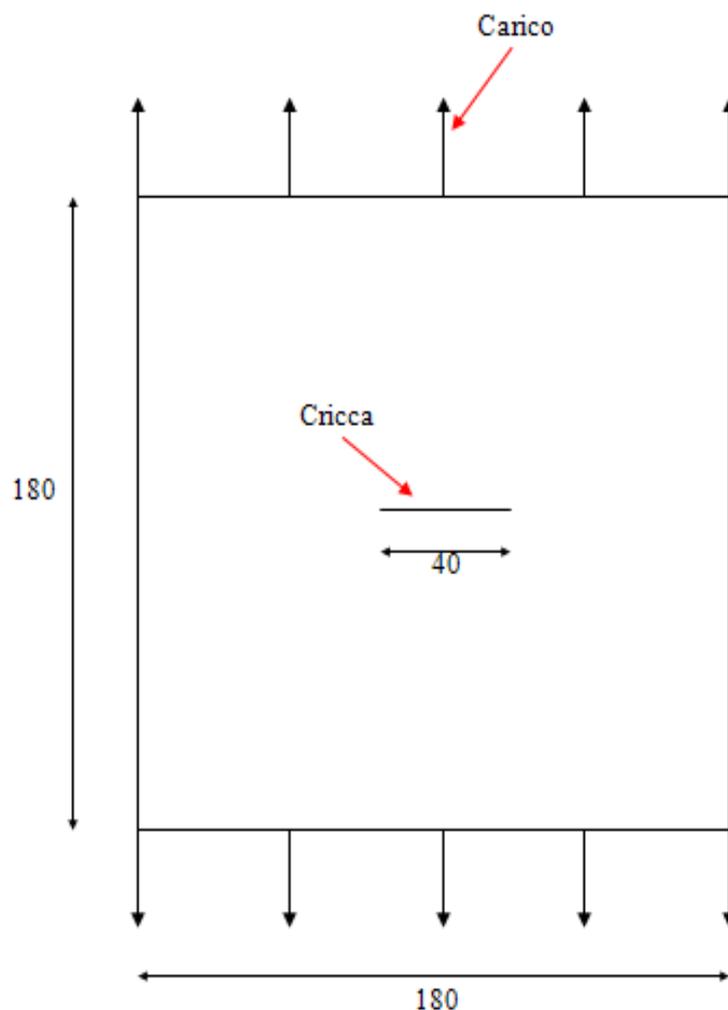
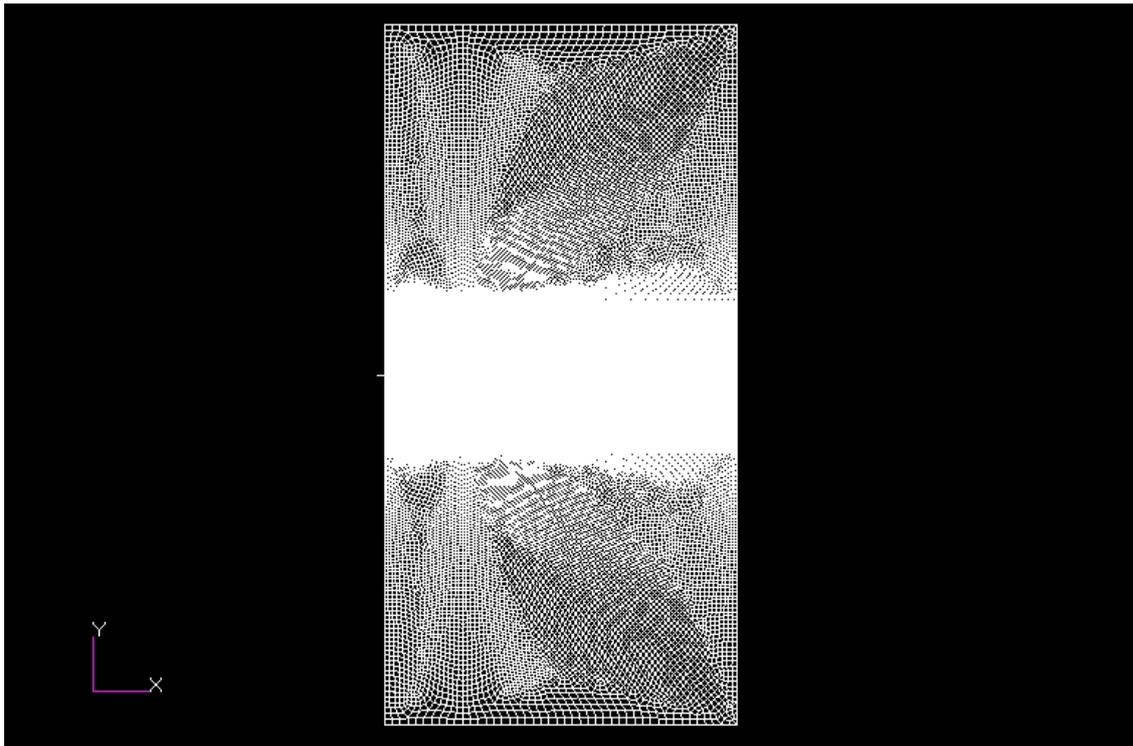


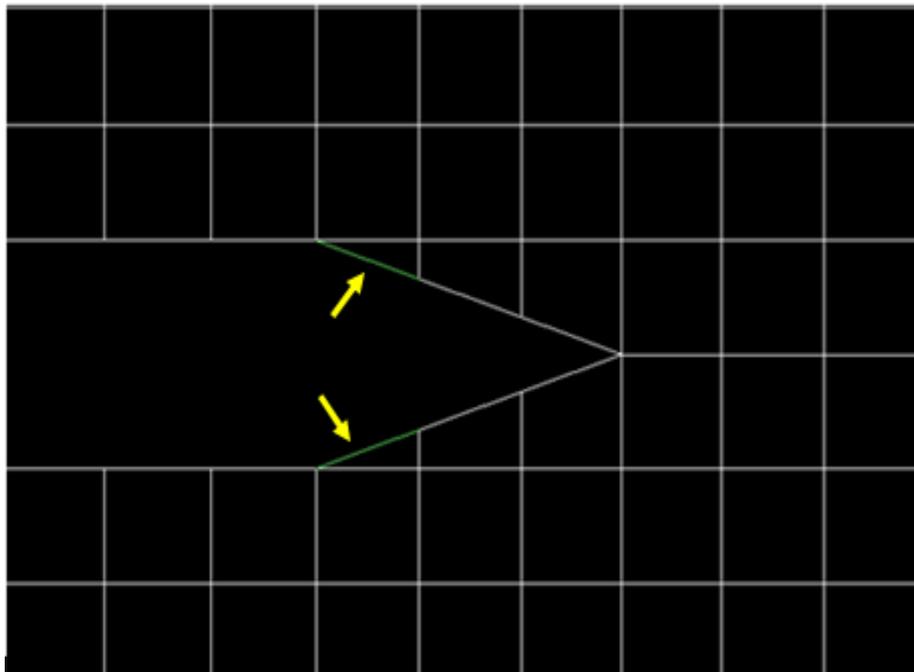
Figura 3.16 – Rappresentazione schematica del pannello intagliato

Il modello geometrico ed il calcolo agli elementi finiti sono stati portati a termine mediante il software commerciale MSC Patran/Nastran [10,11]. Sono stati utilizzati elementi piani a 4 nodi e, solo in prossimità dell'apice della cricca, anche i due elementi triangolari indicati dalle frecce in *figura 3.18*. Per ridurre i tempi di calcolo dell'elaboratore è stata modellata solamente una metà del pannello in virtù della sua simmetria (*figura 3.17*), inoltre il numero di elementi finiti nella zona centrale, cioè in prossimità dell'intaglio, è notevolmente superiore al fine di ottenere una soluzione più precisa. Il pannello è soggetto ad un carico di sola trazione il cui valore è pari a 2250 kg (22065 Newton) corrispondente ad una tensione nominale di 81.75MPa.



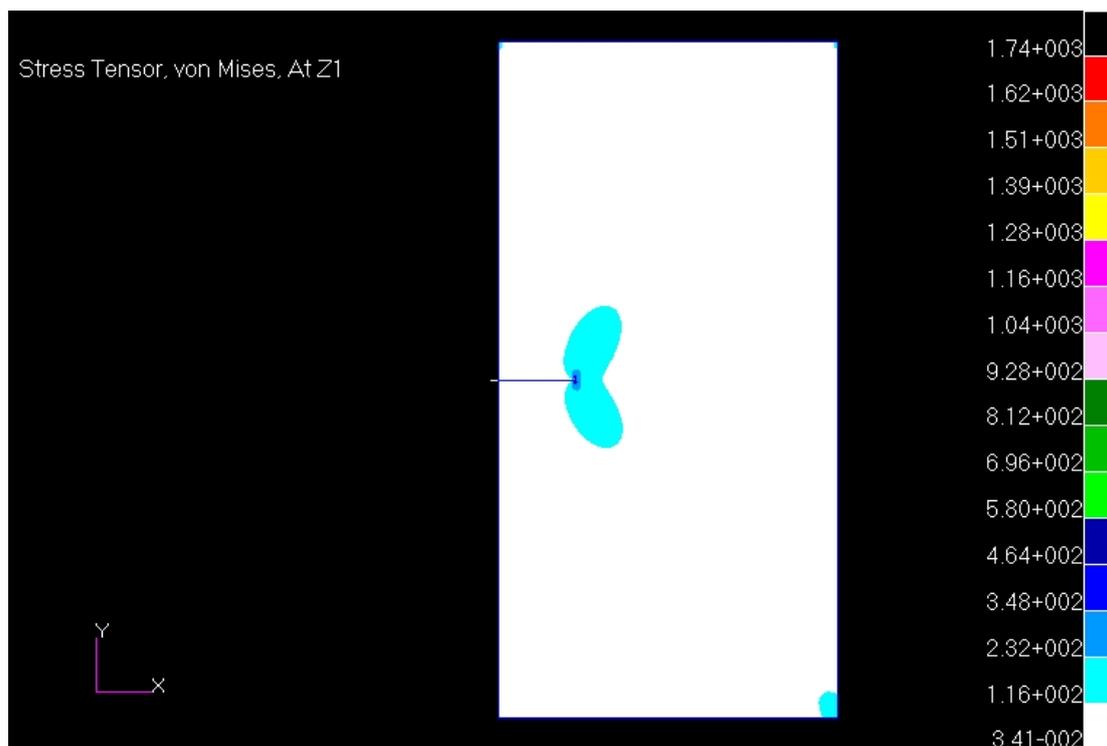
**Figura 3.17 – Modello agli elementi finiti del pannello intagliato**

La seguente figura mostra il tipo di elementi finiti utilizzati all'apice della cricca, come spiegato nel capitolo precedente gli elementi quadrati o rettangolari hanno consentito la scelta di un percorso di integrazione per il calcolo di  $J$  composto da soli tratti rettilinei, in questo modo è stata ottenuta una notevole semplificazione del calcolo.

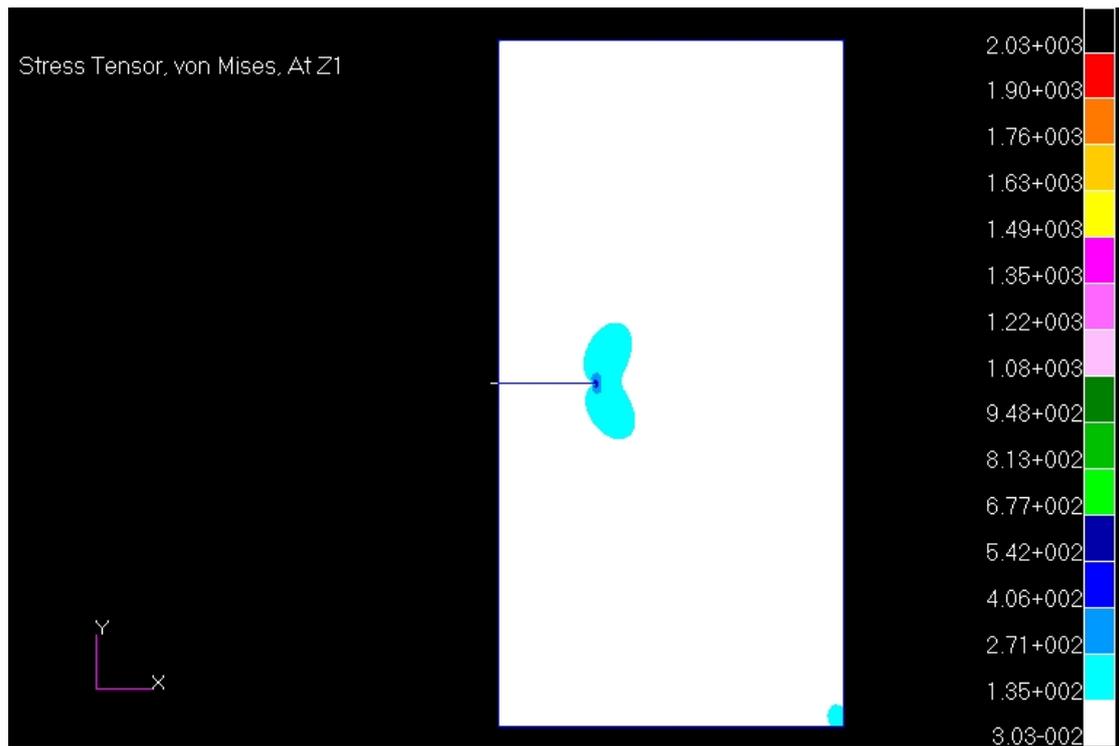


**Figura 3.18 – Modello agli elementi finiti del pannello intagliato (particolare dell'apice della cricca)**

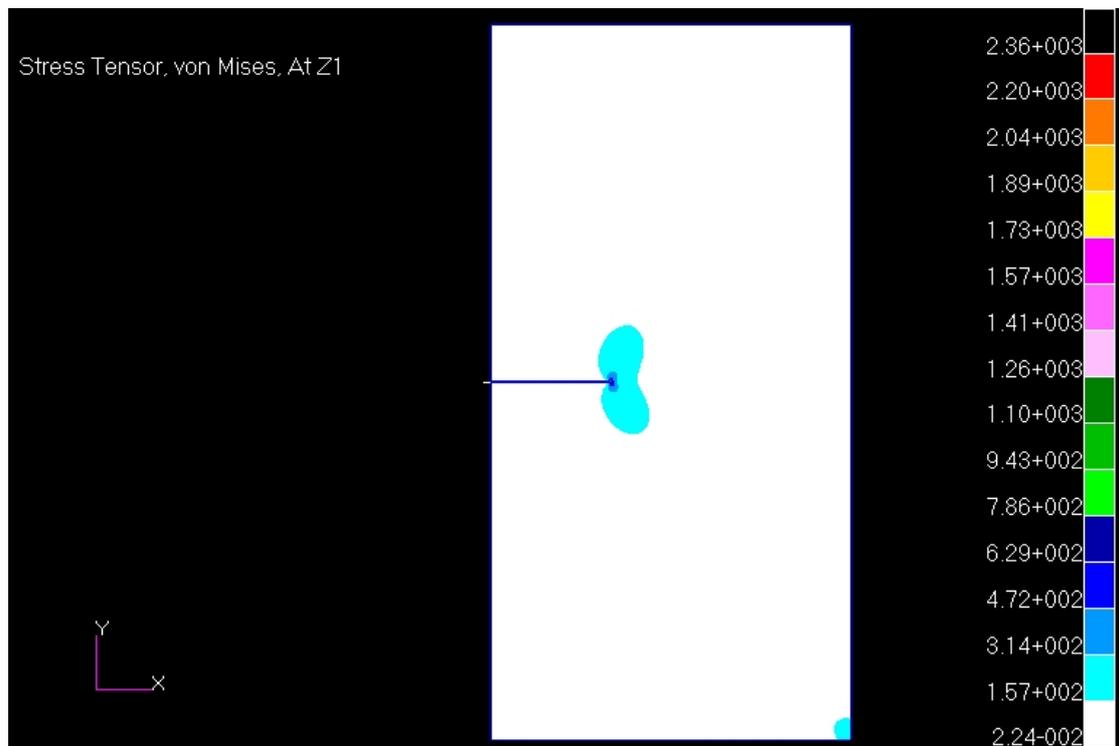
Scopo essenziale di questo lavoro è la determinazione della evoluzione della cricca a fatica per effetto di un carico ciclico sul pannello, per questo motivo si è resa necessaria la conoscenza del fattore di intensificazione degli sforzi per diversi valori della lunghezza della cricca. A tal fine sono stati realizzati sei diversi modelli agli elementi finiti del pannello di *figura 3.17*, essi sono caratterizzati dai seguenti valori della semilunghezza della cricca centrale: 20, 25, 30, 35, 45 e 60 mm. Si è fatta inoltre l'ipotesi che il materiale abbia un comportamento elastico-lineare e che valga la condizione di tensione piana. La soluzione del calcolo agli elementi finiti sembra confermare le aspettative, la *figura 3.19* mostra una crescita piuttosto marcata del valore della tensione in prossimità dell'apice della cricca, il valore è uguale a 1740MPa. E' bene ricordare però che questo risultato non ha un significato fisico reale perché l'effetto della deformazione plastica, che in questo modello non è stata presa in considerazione, è quello di attenuare il valore dello tensione. E' comunque importante constatare il sensibile aumento della tensione al crescere della dimensione della cricca, il valore massimo raggiunto è pari a 4840MPa come si può verificare dalla *figura 3.24*.



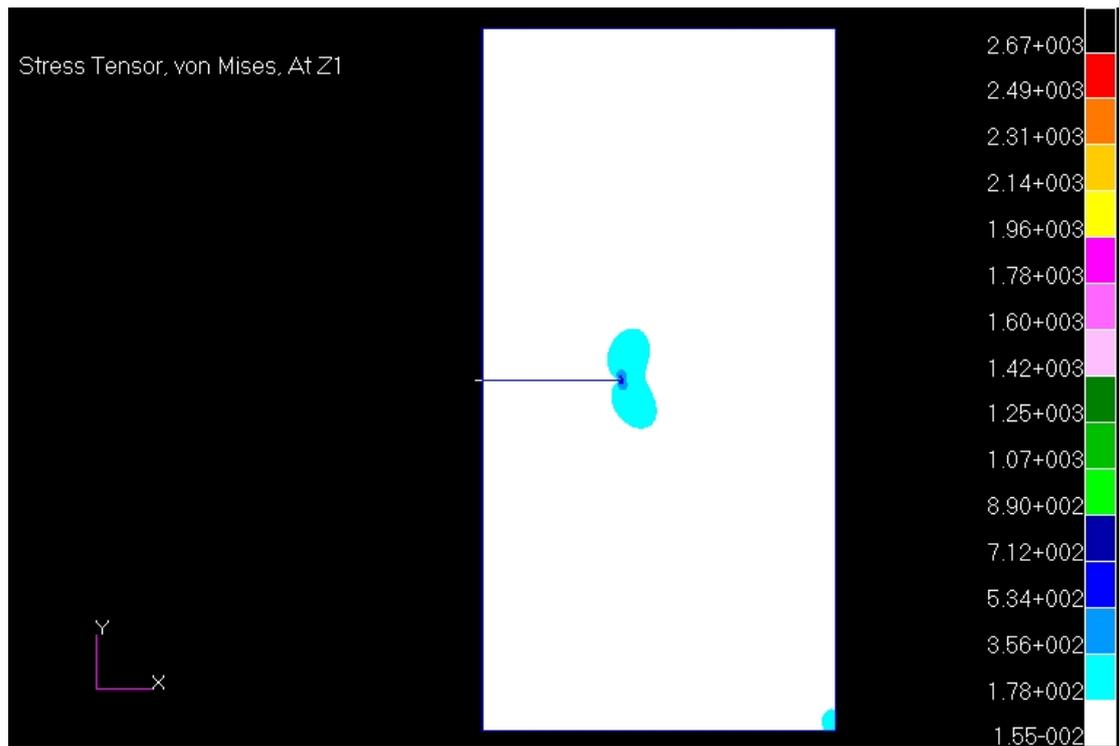
**Figura 3.19-Distribuzione della tensione sul pannello Carico=2250 kg a=20 mm**



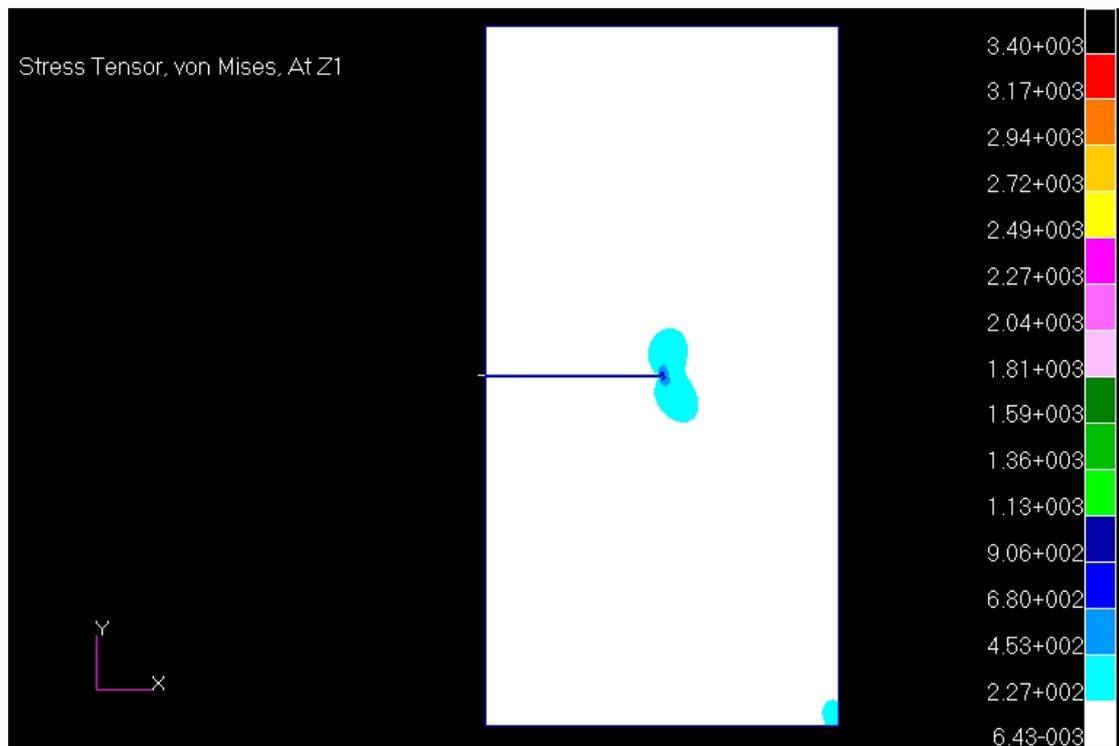
**Figura 3.20–Distribuzione della tensione sul pannello Carico=2250 kg a=25 mm**



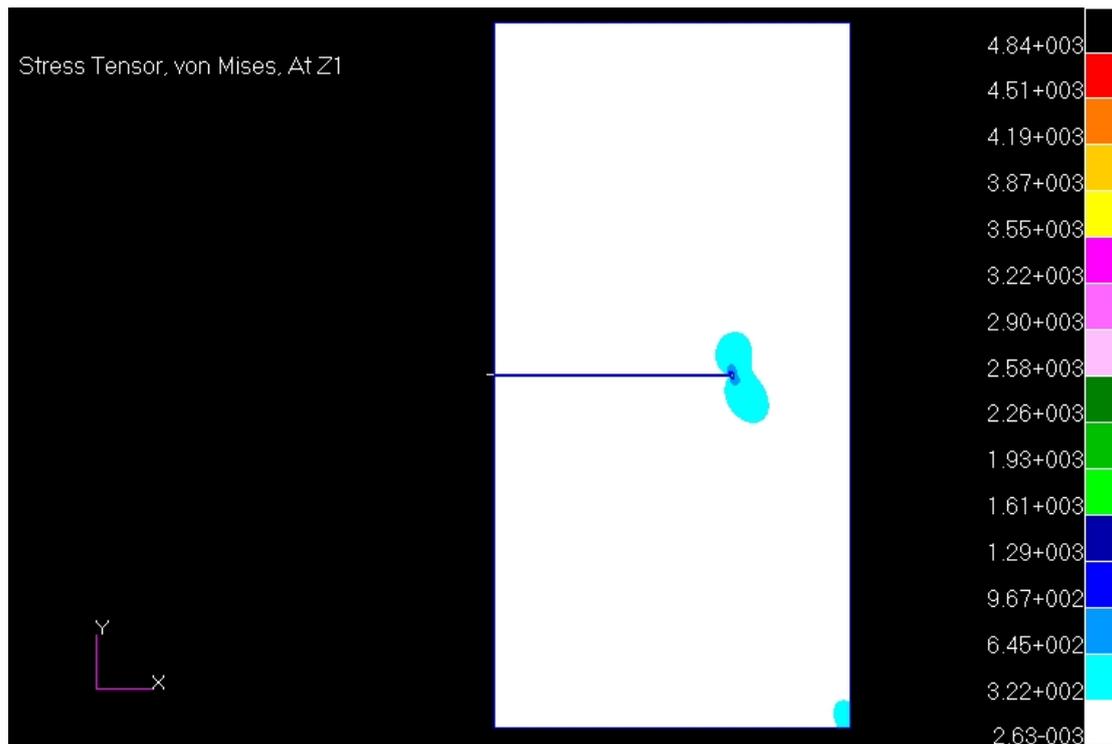
**Figura 3.21–Distribuzione della tensione sul pannello Carico=2250 kg a=30 mm**



**Figura 3.22–Distribuzione della tensione sul pannello Carico=2250 kg a=35 mm**

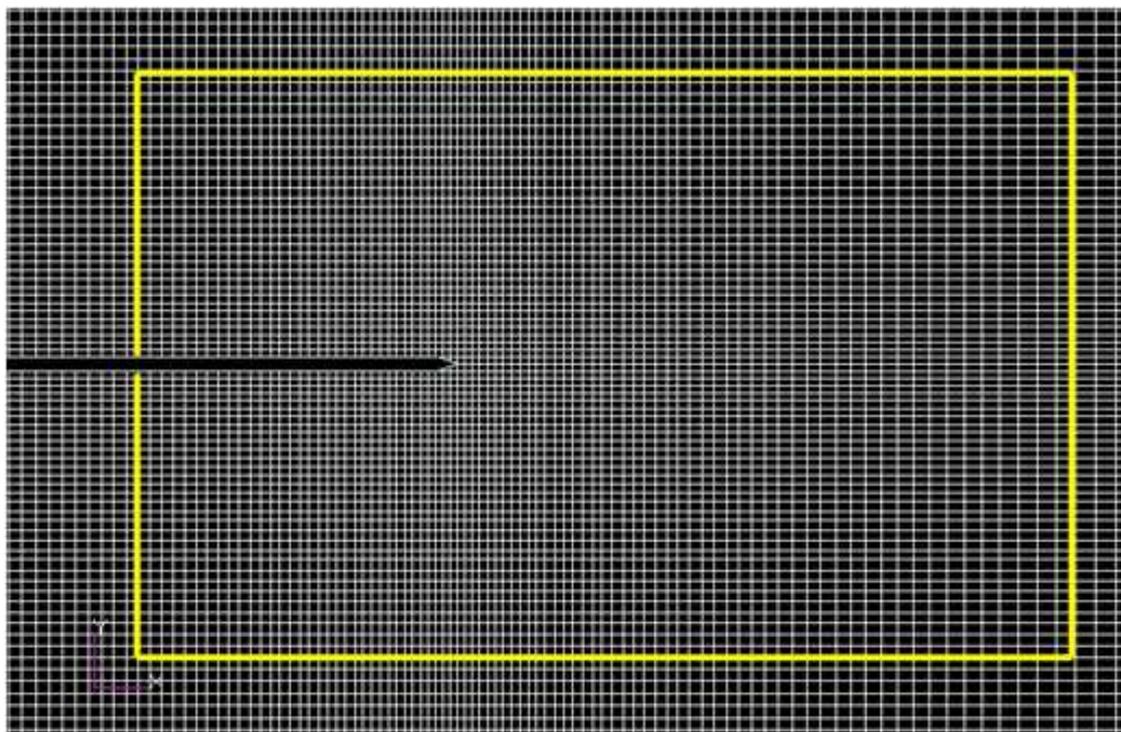


**Figura 3.23–Distribuzione della tensione sul pannello Carico=2250 kg a=45 mm**



**Figura 3.24–Distribuzione della tensione sul pannello Carico=2250 kg a=60 mm**

Nota la distribuzione della tensione è stato calcolato il valore dell'integrale  $J$  mediante la procedura descritta nel secondo capitolo. Di seguito è raffigurato un tipico percorso di integrazione, esso è stato scelto ad una distanza sufficientemente lontana dall'apice della cricca per evitare problemi di singolarità.



**Figura 3.25 – Tipico percorso di integrazione dell'integrale J**

Il fattore di intensificazione degli sforzi è stato infine calcolato mediante l'equazione 3.30:

$$K_I = \sqrt{J E} \quad (3.30)$$

Di seguito sono riportati in forma tabellare i risultati ottenuti per i diversi valori della semilunghezza della cricca:

a [mm]	20	25	30	35	45	60
$K_I$ [MPa $\sqrt{m}$ ]	20.940	23.916	27.588	29.205	36.282	50.299

**Tabella 3.1 – valori del SIF per il pannello privo di riparazione**

Per questa particolare geometria sono disponibili in letteratura [12] anche diverse soluzioni analitiche del fattore di intensificazione degli sforzi, nell'ambito di questo studio sono state utilizzate quelle proposte da Irwin, Feddersen e Tada.

Ricordando la definizione di  $K$  :

$$K = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot \beta \quad (3.31)$$

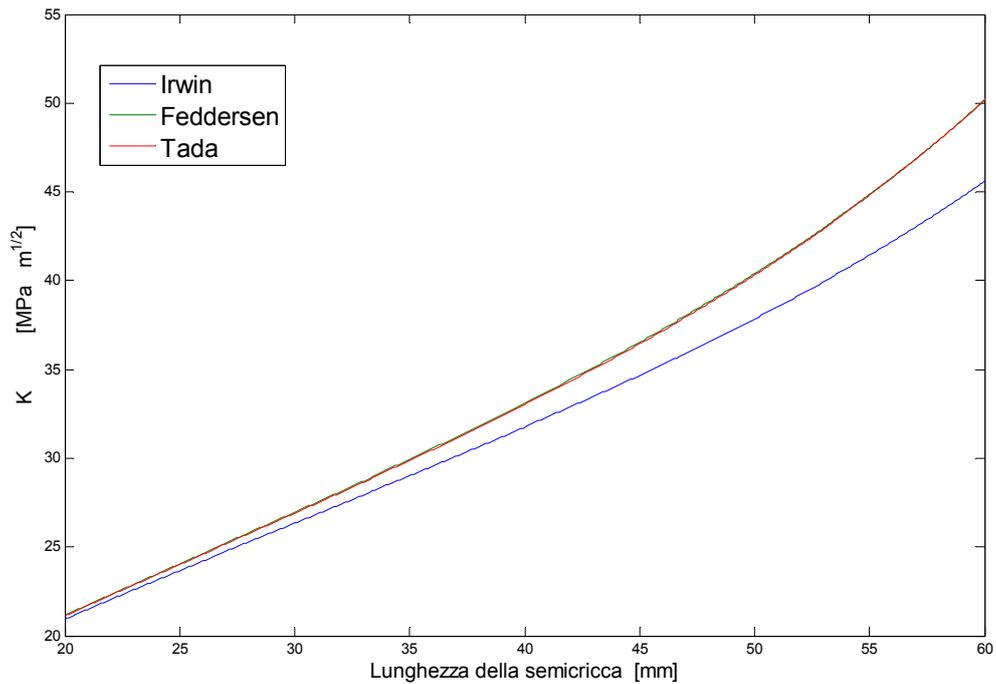
La funzione di forma  $\beta$  è stata determinata mediante le seguenti equazioni:

$$\text{Irwin} \quad \beta = \sqrt{\frac{2w}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2w}} \quad \text{Precisione } \pm 5\% \quad \text{per } \frac{a}{w} \leq 0.5 \quad (3.32)$$

$$\text{Feddersen} \quad \beta = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2w}} \quad \text{Precisione } \pm 0.3\% \quad \text{per } \frac{a}{w} \leq 0.7 \quad (3.33)$$

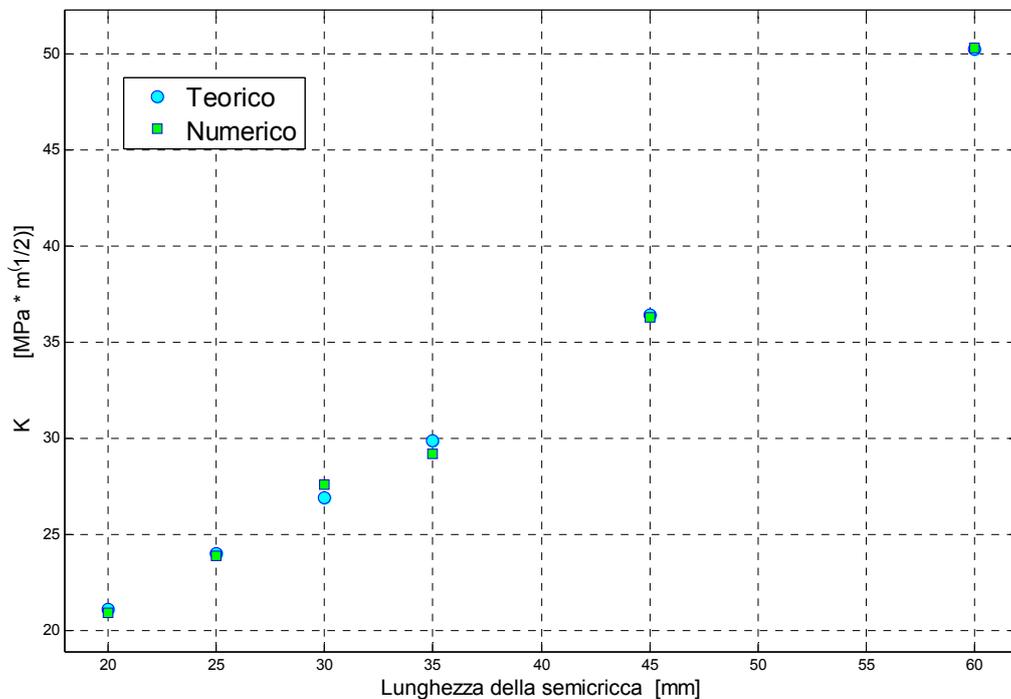
$$\text{Tada} \quad \beta = \left[ 1 - 0.025 \left( \frac{a}{w} \right)^2 + 0.06 \left( \frac{a}{w} \right)^4 \right] \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2w}} \quad \text{Prec. } \pm 0.1\% \quad \text{per } \frac{a}{w} \text{ qual.} \quad (3.34)$$

In *figura 3.26* è riportato l'andamento del fattore di intensificazione degli sforzi in funzione della dimensione della cricca per un pannello soggetto ad un carico di 2250 kg, l'equazione di Irwin tende a sottostimarne il valore, al contrario le curve ottenute con le formule di Feddersen e Tada mostrano un andamento pressoché coincidente.



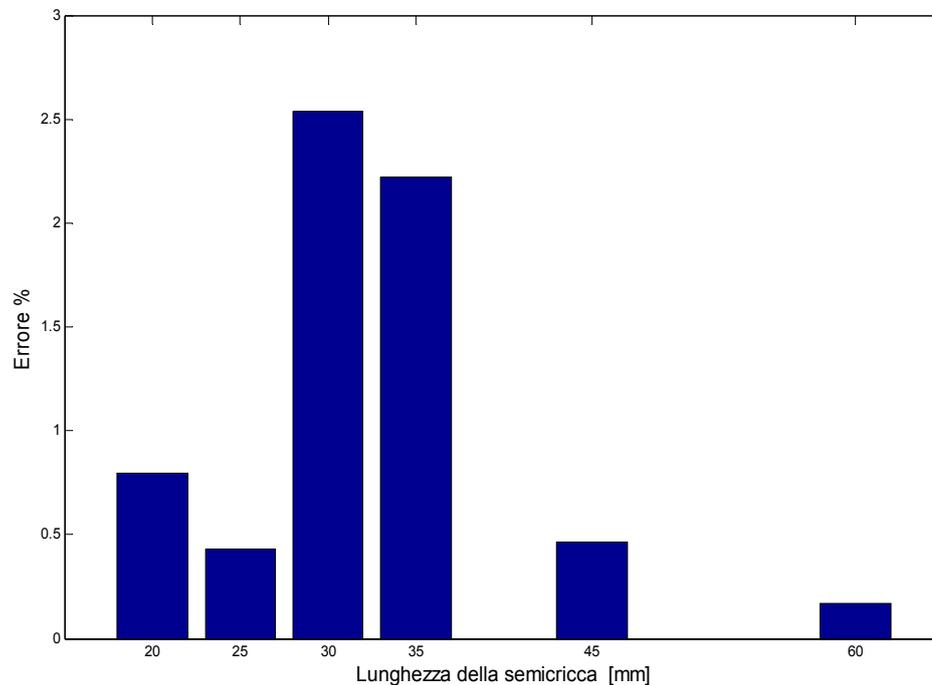
**Figura 3.26 - Valore teorico del fattore di intensificazione degli sforzi sul pannello privo di riparazione Carico = 2250 kg**

Nella *figura 3.27* sono invece mostrati i valori del fattore di intensificazione degli sforzi calcolati con il metodo agli elementi finiti e quelli ottenuti con la formula di Tada, la più precisa tra quelle proposte.



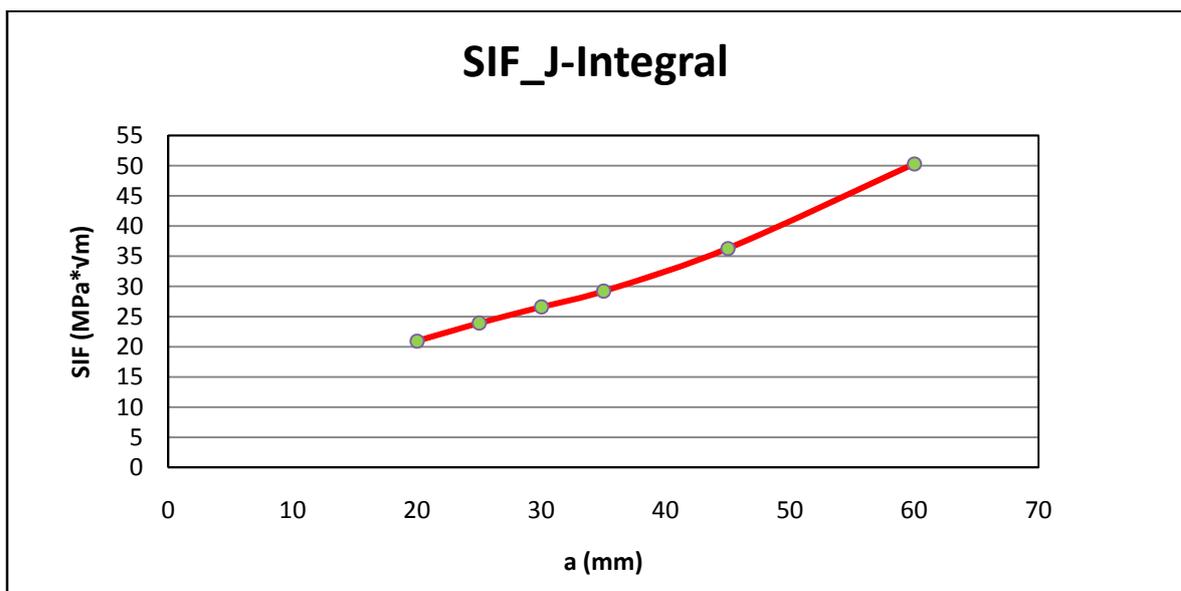
**Figura 3.27 – Confronto tra i risultati numerici e quelli teorici del fattore di intensificazione degli sforzi per un pannello privo di riparazione Carico = 2250 kg**

Il confronto tra i risultati numerici e quelli analitici mostra la notevole precisione ottenuta nel calcolo del fattore di intensificazione degli sforzi mediante il calcolo dell'integrale  $J$ . L'errore massimo, come mostrato in *figura 3.28*, è circa uguale al 2.5%, ma in 4 casi su 6 è addirittura inferiore al 1%.



**Figura 3.28 – Errore percentuale del valore del fattore di intensificazione degli sforzi calcolato con l'integrale J**

La figura seguente mostra la curva spline con la quale sono stati interpolati i valori del fattore di intensificazione degli sforzi della *tabella 3.1* per poter esser utilizzati nella legge di Paris.



**Figura 3.29 – Interpolazione dei valori del SIF del pannello privo di riparazione mediante una curva spline**

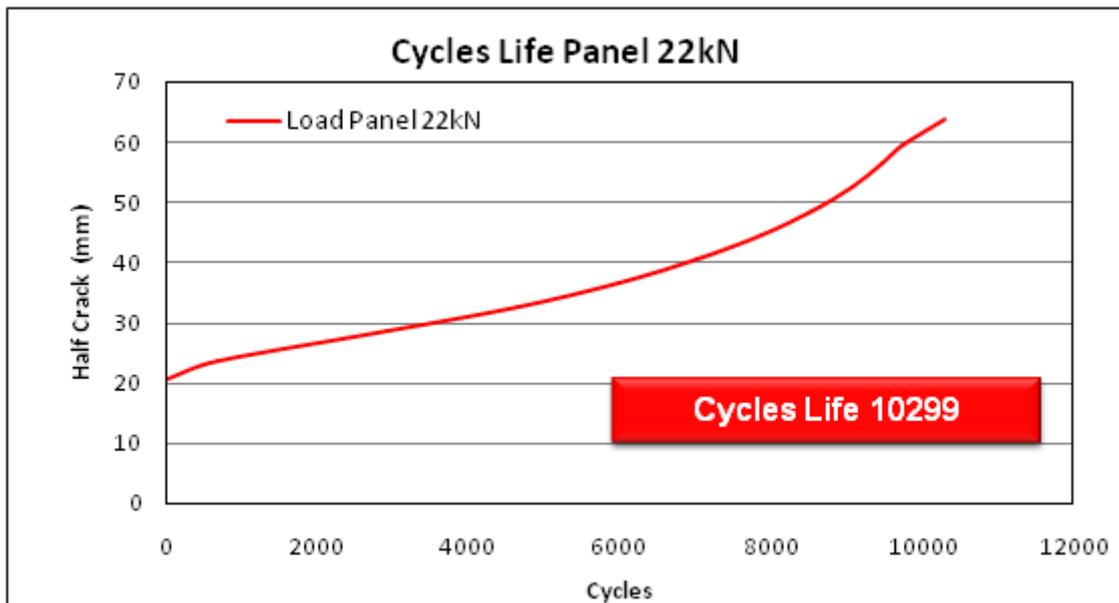
Mediante l'approccio descritto nei *capitolo 2* i valori del *SIF* sono aggiornati ad ogni ciclo per tener conto dei seguenti effetti:

- plasticità, a causa della quale la lunghezza della cricca viene estesa artificialmente del fattore di correzione di Irwin;
- chiusura della cricca;
- frattura statica o apertura della cricca;
- instabilità a  $K_I=K_c$ .

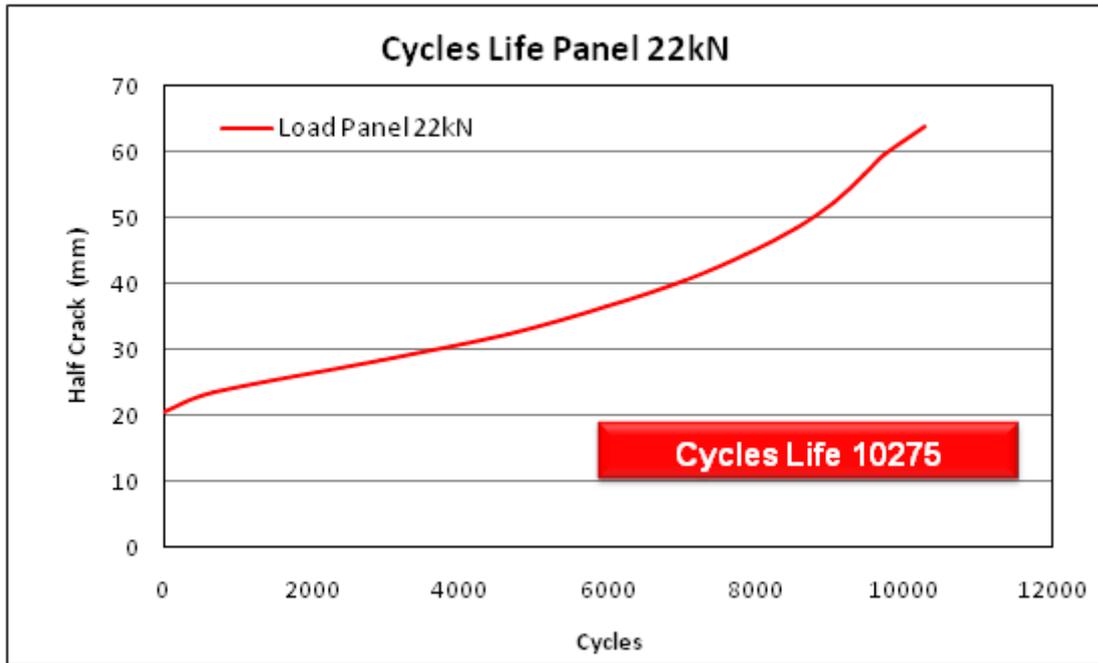
La condizione di frattura è verificata quando il  $K$  massimo effettivo eguaglia il valore della tenacità a rottura del materiale:

$$K_{maxeff} = K_c \quad (3.35)$$

Le *figure 3.30 e 3.31* mostrano infine l'avanzamento della cricca, in funzione del numero di cicli, calcolato sia con i valori numerici del *SIF* sia con quelli analitici mediante la formula di Tada, come si vede i risultati sono pressoché gli stessi.



**Figura 3.30 – Crescita della cricca per il pannello privo di riparazione, valori del *SIF* calcolati mediante la formula di Tada Carico 2250 kg**



**Figura 3.31 – Crescita della cricca per il pannello privo di riparazione, valori del SIF calcolati numericamente Carico 2250 kg**

La relazione utilizzata per il calcolo dei cicli è data dalla seguente espressione, ottenuta andando ad integrare la legge di Paris (2.81) in cui però è stato sottratto al  $\Delta K_{eff}$  il valore della tensione soglia  $\Delta K_{th} = 3.846 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , mentre al  $K_c = 49.996 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  il valore di  $\Delta K_{eff}$ , in modo tale da poter descrivere il fenomeno della propagazione della cricca considerando l'intera curva ( $da/dN$  in funzione di  $\Delta K_{eff}$ ).

$$N_f - N_i = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{\frac{C(\Delta K_{eff} - \Delta K_{th})^n}{(1 - R)(K_c - \Delta K_{eff})}} \quad (3.36)$$

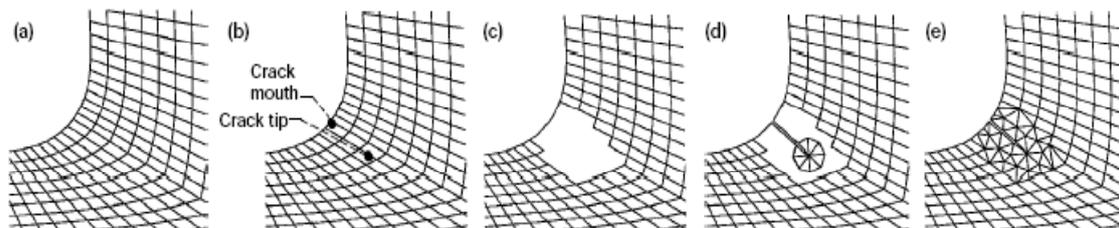
### 3.6 Metodo Numerico: FRANC2D/Layered

Le procedure numeriche definite nel precedente paragrafo vengono implementate nei vari codici agli elementi finiti disponibili. Il metodo degli elementi finiti consente di determinare la soluzione numerica approssimata di un sistema di equazioni differenziali mediante, la risoluzione di un sistema di equazioni algebriche, solitamente lineari, equivalenti. Il metodo rappresenta un potente strumento di analisi strutturale che consente lo studio di strutture complesse comunque vincolate e caricate. Nel caso di un mezzo elastico, che occupa un determinato dominio, le incognite sono rappresentate dalle componenti di spostamento del generico punto del continuo, le quali devono soddisfare opportune equazioni differenziali all'interno del dominio (equazioni di equilibrio indefinite, equazioni di congruenza, legame costitutivo) e sul contorno (condizioni al contorno sugli spostamenti o sulle tensioni). Il dominio è suddiviso in un numero finito di sottodomini detti elementi finiti. Gli spostamenti incogniti sono calcolati in alcuni punti degli elementi (nodi) e approssimati in tutti gli altri mediante prefissate funzioni (di interpolazione o di forma). Il codice consente di effettuare varie tipologie di analisi, dalle più semplici (di tipo statico in campo elastico-lineare) alle più

complesse (transitori dinamici non lineari, analisi di scambio termico o analisi accoppiate termo-meccaniche). La tipica procedura da seguire per compiere un'analisi strutturale è la seguente:

- costruzione del modello solido;
- applicazione dei carichi, esecuzione del calcolo e ottenimento della soluzione;
- analisi dei risultati.

Nel presente lavoro di tesi, l'analisi agli elementi finiti è stata condotta con il codice di calcolo *FRANC2D/L* (*FRacture ANalysis Code 2-D/Layered*) che presenta tutte e tre le procedure numeriche precedentemente descritte. Il *FRANC2D/L* è un software agli elementi finiti per strutture bi-dimensionali, caratterizzato da una interfaccia interattiva che consente l'analisi di strutture multilayers. Questa ultima proprietà, permette di modellare strutture collegate meccanicamente o incollate sia in caso di materiale lineare elastico che nel caso di un materiale a comportamento elasto-plastico. Il codice scelto è una estensione del *FRANC2D* (1987), che era stato scritto originalmente per l'analisi della propagazione della frattura da Paul Wawrzynek ricercatore del Cornell Fracture Group (Cornell University Ithaca, New York, U.S.). *FRANC2D*, *FRacture ANalysis Code* [13], è un simulatore per la propagazione di cricche per modelli piani e assialsimmetrici. Esso è basato sul metodo agli elementi finiti ed utilizza i criteri della meccanica della frattura per calcolare il parametro di intensificazione degli sforzi SIF. La caratteristica interessante di questo programma è la capacità di ridefinire la mesh locale vicino all'apice della cricca in maniera automatica, in funzione della modalità di propagazione scelta. Il programma *FRANC2D* è anche in grado di calcolare automaticamente la direzione di propagazione utilizzando teorie consolidate ( "sigma theta max theory"[Erdogan and Sih, 1963], "G theta max theory" [Hussain et al., 1974], e " S theta min theory "[Sih, 1974] ) , lasciando all'utente la sola definizione della lunghezza di avanzamento per ogni passo (figura 3.32). Infatti, in aggiunta alle usuali potenzialità dei codici ad elementi finiti, quali lo studio di materiali sia omogenei ed isotropi, sia ortotropi, è possibile studiare la propagazione della frattura secondo i criteri classici della Meccanica della Frattura Lineare Elastica nelle condizioni di tensione piana, deformazione piana ed assialsimmetria. Ad ogni incremento della lunghezza della fessura, il programma provvede ad un aggiornamento automatico della geometria, permettendo così all'utente di concentrarsi sul problema ingegneristico da risolvere. E' inoltre possibile verificare sia la stabilità od instabilità della propagazione della fessura sia calcolare i fattori di intensificazione degli sforzi ad ogni passo. Va inoltre evidenziata la possibilità di inserire elementi di interfaccia i cui legami costitutivi possono essere specificati dall'utente.



**Figura 3.32 – Schema per la propagazione della frattura per il codice FRANC2D/L. (a) configurazione iniziale per uncracked mesh. (b) Posizione iniziale per la frattura definita dall'utente. (c) Attorno al vertice della cricca vengono cancellati tutti gli elementi della mesh. (d) Configurazione per cracked mesh si utilizza una rosetta di elementi triangolari QP. (e) Configurazione finale per la frattura.**

Il programma consente, inoltre, lo studio del comportamento a fatica di un pezzo meccanico, soggetto a carichi ripetuti in modo ciclico, secondo la ben nota legge di Paris. Ad ogni passo di propagazione della frattura, l'interfaccia grafica altamente interattiva permette all'utente di visualizzare la deformata della struttura e le tensioni in ogni punto della mesh. Successivamente, la NASA, per il suo "Aging Aircraft Program", commissionò al dipartimento di Meccanica della frattura presso il Kansas State University lo sviluppo di un codice di calcolo adatto alle struttura multilayers. Anche nella sua versione estesa il codice ha mantenuto tutte le caratteristiche di quello originale. Nel paragrafo successivo, verrà fornito una breve descrizione dei diversi codici mentre, nel capitolo successivo si porrà l'attenzione al FRANCD2D/L applicato per l'analisi delle prove effettuate sui pannelli riparati presso il Laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale.

### 3.6.1 FRANC 2D

La geometria di una struttura bidimensionale viene realizzata con l'ausilio di un programma esterno CASCA, un generatore di mesh, mentre il materiale e le condizioni al contorno vengono assegnate all'interno del codice Franc2D [13]. Realizzata la geometria desiderata ed effettuata la mesh della struttura è possibile salvare un file .inp che costituisce l'input di Franc2D. La schermata iniziale di Franc2D si presenta come quella riportata in figura 3.33 in cui viene visualizzata la geometria della struttura bidimensionale ed il menù dei comandi.

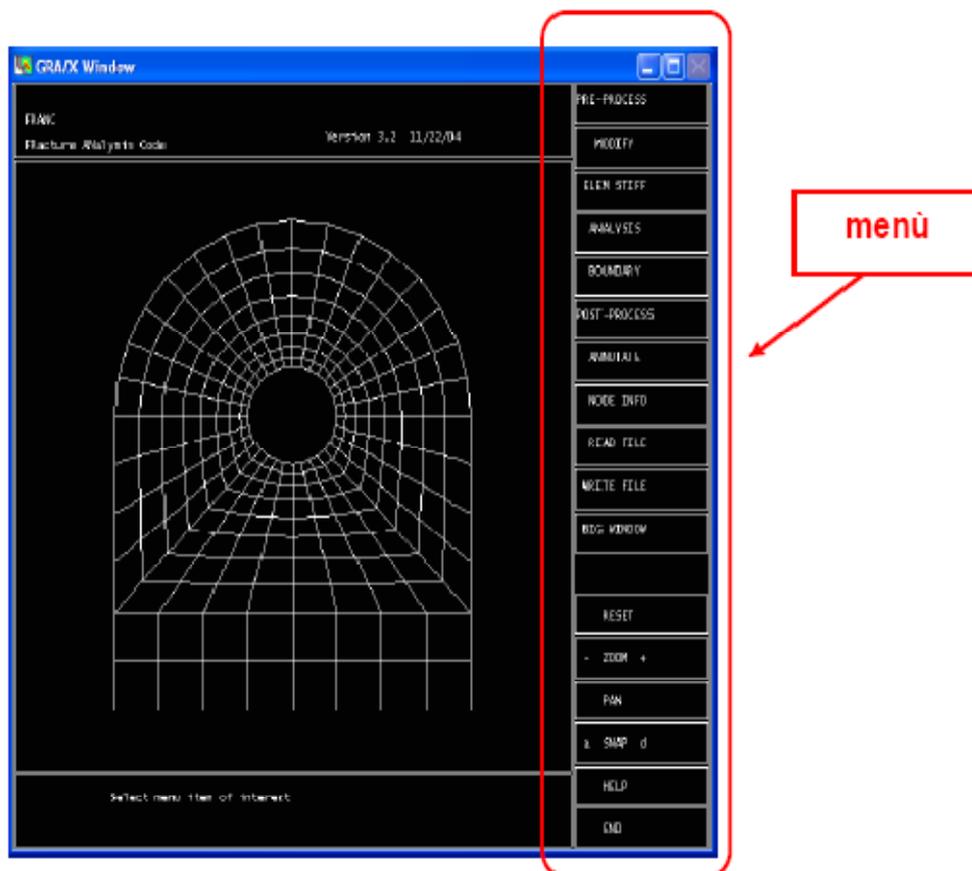
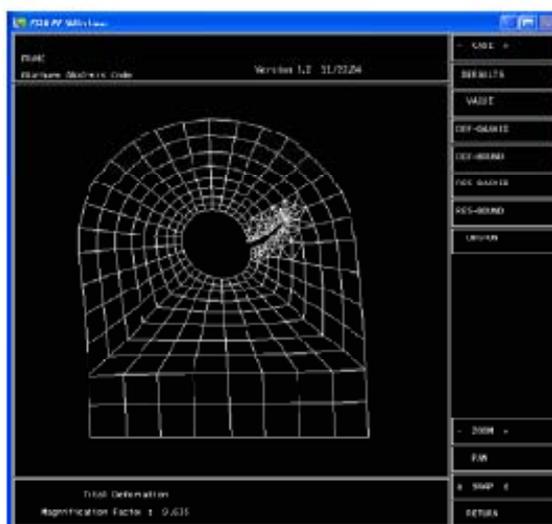


Figura 3.33 – Schermata iniziale del FRANC2D.



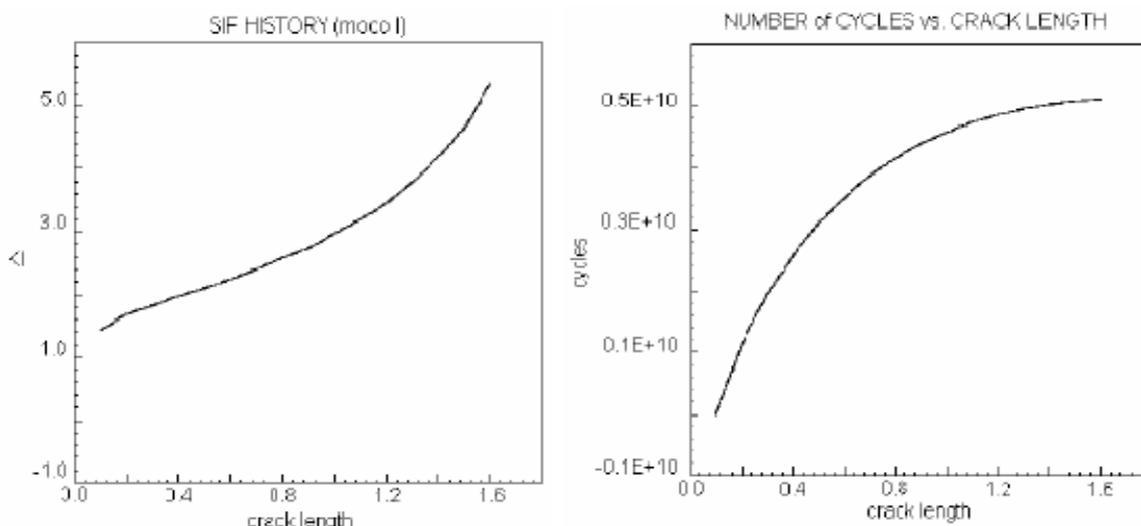
La propagazione del difetto procede per step: per ogni lunghezza di cricca si effettua l'analisi in modo da valutare la direzione di propagazione, mentre il valore dell'estensione viene fissato dall'utente. Ad ogni step si ha il remeshing della struttura che può essere manuale o automatico. L'analisi termina quando si raggiunge il numero di step desiderato.

Al termine dell'analisi è possibile visualizzare la deformata e valutare il campo di tensione e deformazione, il fattore di intensificazione degli sforzi ed il numero di cicli a fatica corrispondente alla lunghezza di cricca raggiunta. In figura 3.36 è mostrata la deformata della struttura al termine della propagazione (per evidenziare la presenza della cricca è stato introdotto un opportuno fattore di amplificazione).



**Figura 3.36 – Deformata del modello con difetto.**

I valori del fattore di intensificazione degli sforzi e dei cicli a fatica vengono graficati come riportato nelle figure seguenti.



**Figura 3.37 – Fattore d' intensificazione degli sforzi e cicli di fatica.**

Il numero di cicli viene valutato con il modello di Paris, ( $da/dN=c(\Delta K)^m$ ), in cui le costanti  $c$  e  $m$  vengono inserite dall'utente.

### 3.6.2 FRANC2D/L

Il modo di procedere in Franc2D/L [14] è uguale a quello di Franc2D sopra descritto: i singoli layer vengono realizzati separatamente con il generatore di mesh CASCA, figure 3.38 (a) e 3.38 (b), e uniti con adesivo o rivetti all'interno del programma Franc2D/L a costituire la struttura bidimensionale multilayers da analizzare (figura 3.39).

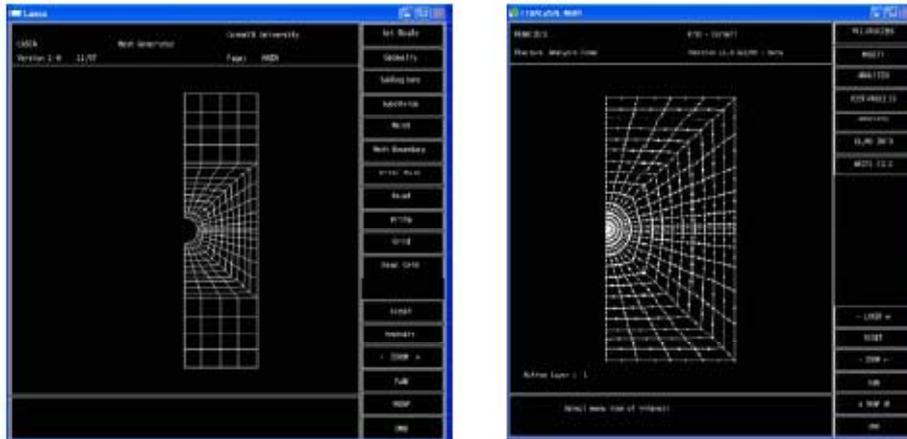


Figura 3.38 – (a) figura a destra mesh per il pannello; (b) figura a sinistra mesh per il reinforcement ( patch ).

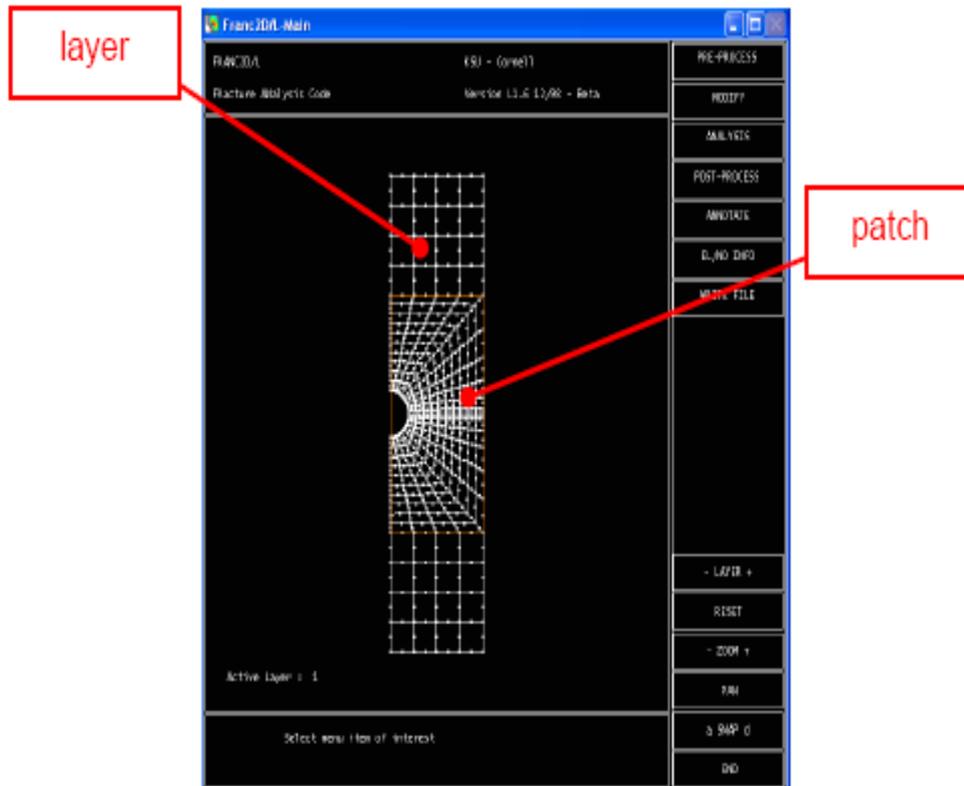
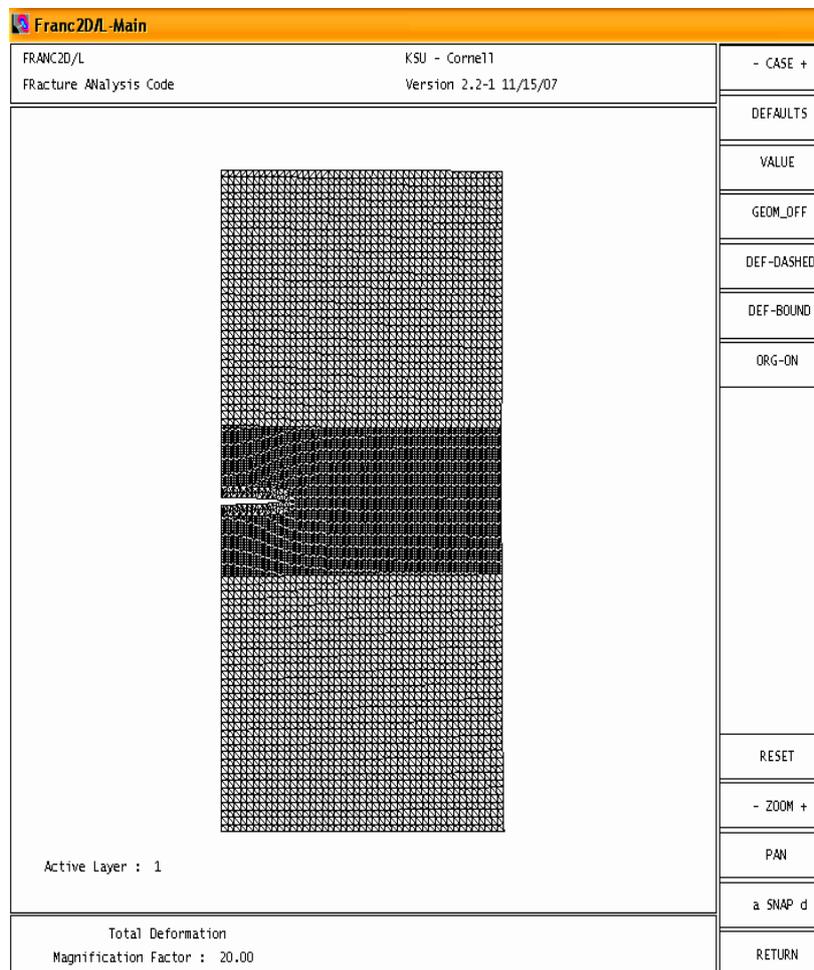


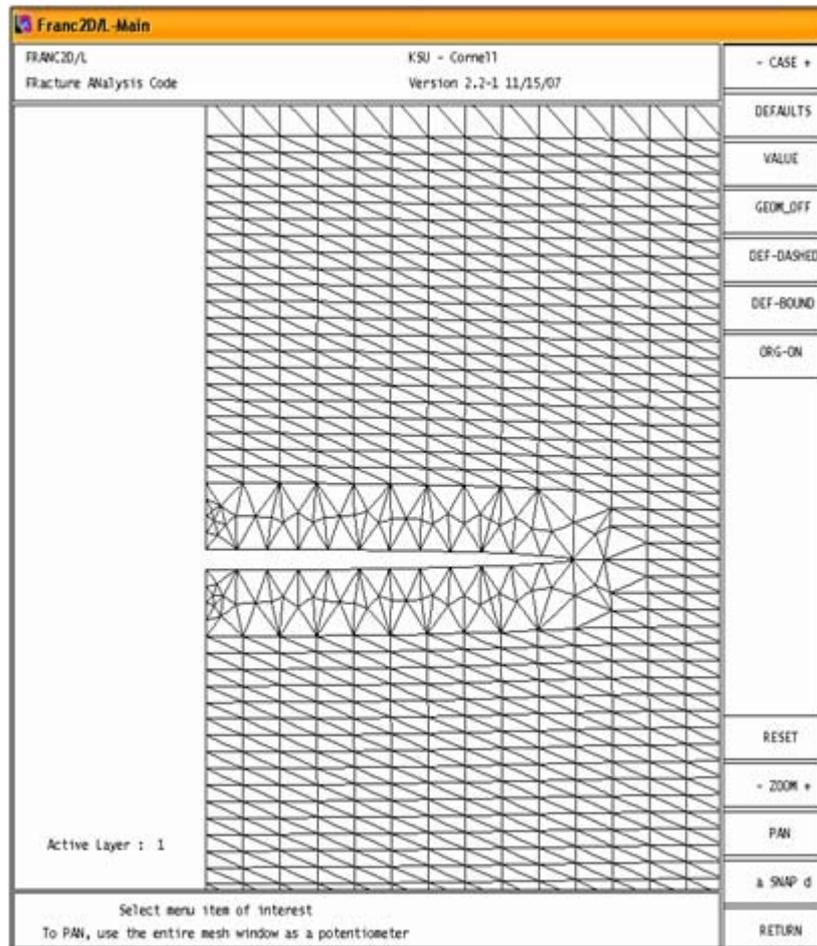
Figura 3.39 – Configurazione multilayers.

In conclusione, date le elevate potenzialità e versatilità di utilizzo, questo codice di calcolo è consigliato sia per eseguire calcoli ingegneristici e di ricerca, sia per introdurre

gli studenti alle tematiche trattate nei corsi di Meccanica della Frattura. Per la semplicità del pannello, si è deciso di non realizzare la geometria in Patran ma di utilizzare direttamente il CASCA (Version 3.2) [14] pre-processor realizzato dalla stesso gruppo di ricerca che ha sviluppato il FRANC2D/L. Sono stati utilizzati elementi piani del tipo Q8 a 8 nodi (29373 nodi e 14578 elementi, figura 3.40) e solo in prossimità dell'apice della cricca, 8 elementi triangolari del tipo T6 a 6 nodi (figura 3.41). Per ridurre i tempi di calcolo dell'elaboratore è stata modellata solamente una metà del pannello in virtù della sua simmetria: sulla faccia laterale è stato imposto un vincolo di simmetria. L'area di afferraggio inferiore è stata incastrata mentre quella superiore è libera di scorrere solo nella direzione del carico. Inoltre il numero di elementi finiti nella zona centrale, cioè in prossimità dell'intaglio, è notevolmente superiore al fine di ottenere una soluzione più precisa. Il pannello è soggetto ad un carico di sola trazione il cui valore è pari a 2250 kg (22065 Newton) corrispondente ad una tensione nominale di 81.75MPa.



**Figura 3.40 – Mesh del pannello con cricca.**



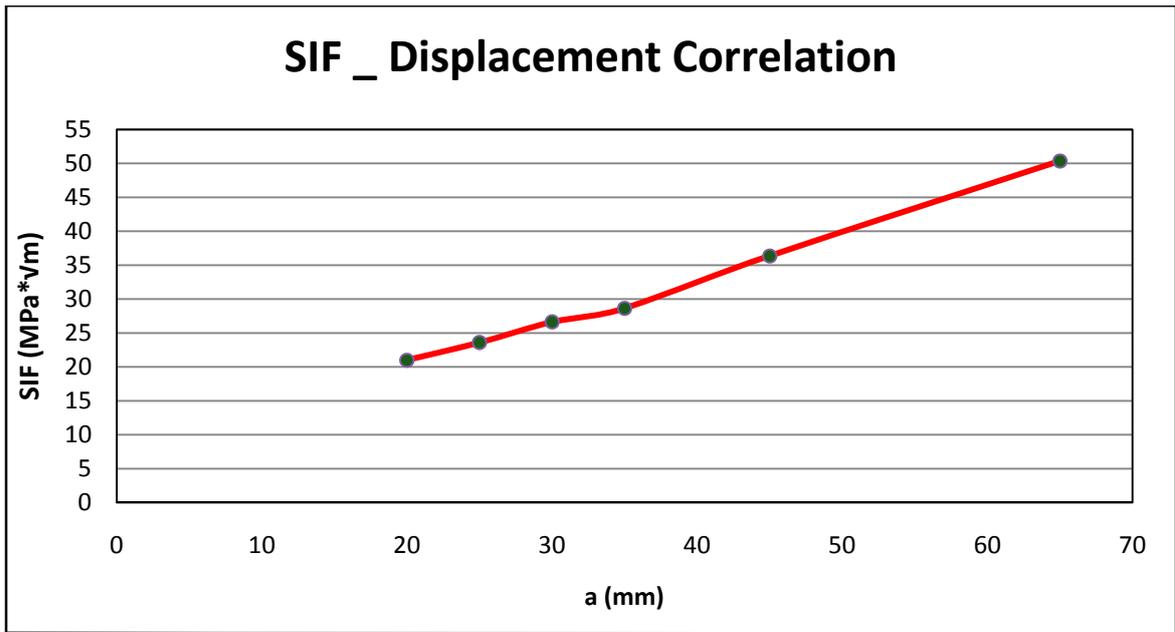
**Figura 3.41 – Mesch dell’apice della cricca. Configurazione con una rosetta di elementi quarter point T6.**

Si è verificato che la scelta di utilizzare elementi quarter points, ha semplificato di molto il problema di modellazione per la frattura, rispetto al software MSC/Patran. Per simulare la propagazione del difetto è stata inserita nel modello una cricca passante con fronte dritto e semilunghezza  $a=20\text{mm}$ , posta sul piano di simmetria trasversale del pannello (figura 3.41). Fatto propagare il difetto, sono stati ricavati i valori del fattore di concentrazione  $K_I$ . Di seguito sono riportati in forma tabellare i risultati ottenuti per i diversi valori della semilunghezza della cricca:

a [mm]	20	25	30	35	45	60
$K_I [\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$	21.110	24.100	26.740	29.690	36.370	50.272

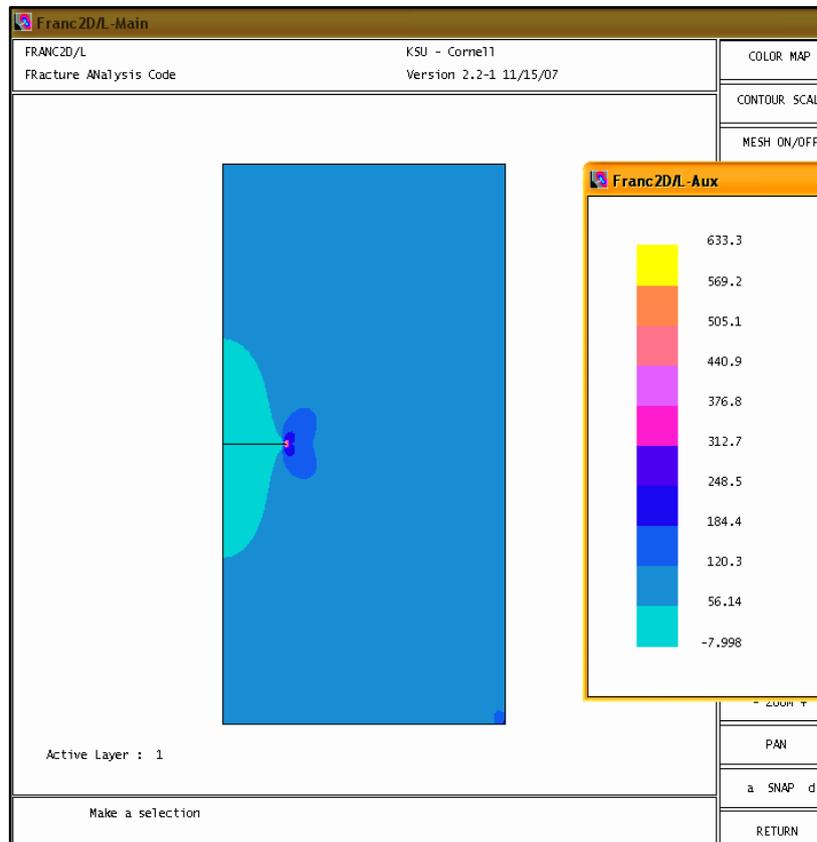
**Tabella 3.2 – valori del SIF per il pannello privo di riparazione**

La figura seguente mostra la curva spline con la quale sono stati interpolati i valori del fattore di intensificazione degli sforzi della *tabella 3.2* per poter esser utilizzati nella legge di Paris.



**Figura 3.42 – Interpolazione dei valori del SIF del pannello privo di riparazione mediante una curva spline**

La soluzione del calcolo agli elementi finiti anche in tal caso sembra confermare le aspettative, la *figura 3.43* mostra una crescita piuttosto marcata del valore della tensione in prossimità dell'apice della cricca, il valore della tensione è uguale a  $\sigma_y=633\text{MPa}$ .



**Figura 3.43-Distribuzione della tensione sul pannello: a=20 mm**

### 3.7 Codice: AFGROW

Il software utilizzato per la previsione del comportamento del pannello sollecitato a fatica è AFGROW [15] (Air Force Grow: software di analisi dello sviluppo della meccanica della frattura e della rottura per fatica). E' software che permette l'analisi dell'inizio della crepa dello sviluppo della rottura per fatica della frattura e permette di valutare la durata delle strutture metalliche di tipo aeronautiche. AFGROW è oggi uno degli attrezzi di previsione di durata della crepa più veloci e più efficienti che si ha disponibile. Principalmente è usato per le applicazioni aerospaziali; tuttavia può essere applicato a qualunque tipo di struttura metallica soggette a fatica. AFGROW offre cinque modelli differenti (equazione di Forman, equazione di Walker, valori tabellati, il metodo di Harter-T e equazione di NASGRO) per determinare lo sviluppo della crepa soggetta a carichi ciclici.

Questo programma è dotato di una interfaccia grafica suddivisa in tre finestre: main frame, animation frame ed output frame.

Nel main frame sono specificate le scelte operate o da operare riguardanti il modello geometrico, la legge di propagazione, il materiale, lo spettro di carico e il modello di ritardo. Quando uno di questi parametri non è ancora stato scelto, la voce corrispondente allo stesso lampeggia. Non è possibile effettuare la prova fino a che tutti i parametri non sono stati scelti. L'animation frame è la finestra posizionata nella parte centrale dello schermo in cui è rappresentata la sezione trasversale del modello analizzato. In essa è possibile visualizzare l'evoluzione della frattura. Infine l'output frame è la finestra posizionata nella parte inferiore dello schermo in cui vengono visualizzati i risultati dell'analisi, in particolare il numero di cicli necessari ad accrescere la cricca di una certa quantità. La prima scelta da effettuare consiste nella legge di propagazione. Nel nostro caso si è optato per l'utilizzo delle NASGRO Equation (Equazione di NASGRO). Gli elementi dell'equazione di tasso di accrescimento della crepa di NASGRO sono stati sviluppati da Forman e da Newman alla NASA.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(1-f)^n \Delta K^n \left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^p}{(1-R)^n \left(1 - \frac{\Delta K}{(1-R)K_c}\right)^q} \quad (3.37)$$

Dove C, n, p e q sono delle costanti empiriche. La funzione f, che incorpora gli effetti del rapporto di tensione R, è così definita:

$$f = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3) & \text{se } R \geq 0 \\ A_0 + A_1 R & \text{se } -2 \leq R < 0 \end{cases} \quad (3.38)$$

I coefficienti sono così calcolati:

$$A_0 = (0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2) \left[ \cos\left(\frac{\pi S_{max}}{2\sigma_0}\right) \right]^{1/\alpha} \quad (3.39)$$

$$A_1 = (0.415 - 0.071\alpha) \frac{S_{max}}{\sigma_0} \quad (3.40)$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \quad (3.41)$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \quad (3.42)$$

I valori per di tale equazione sono forniti dai dati delle caratteristiche del materiale scelto. Scelta la legge di propagazione, il software richiede l'inserimento delle caratteristiche del materiale, che può essere scelto da un database o può essere inserito manualmente. Il passo successivo prevede la scelta del tipo di modello da utilizzare; anche in questo caso si può scegliere di utilizzarne uno presente nel database, o definirne uno nuovo. L'ultimo passo consiste nell'inserimento del carico da utilizzare; in particolare sono richiesti la  $\sigma_{max}$ , la  $\sigma_{min}$  ed N. Talvolta può essere utile prevedere un modello che tenga in conto dell'*effetto ritardo*, cioè del fenomeno che si verifica quando tra due sequenze di carico ad ampiezza costante e non molto elevate, è presente una breve sequenza di carico di ampiezza maggiore. In tal caso si ha un aumento della vita a fatica del pezzo. Un ulteriore comando, disponibile solo quando il modello geometrico è definito dall'utente, è il *Beta Correction*. AFGROW include una capacità di valutare i fattori di intensità di sforzo per i in maniera esatta; impiegando un metodo gaussiano di integrazione, che usa la soluzione di Tada e Irwin del fattore di intensità dello sforzo moltiplicata per il beta correttivo. Determinato il rapporto del campo di sforzo di interesse per i vari intervalli di lunghezza della crepa; per un massimo di 25 punti che possono essere inseriti in AFGROW per descrivere la distribuzione di sforzo. Gli intervalli dovrebbero essere selezionati tali che l'interpolazione lineare fornirebbe una curva ragionevole misura fra i punti. Questi intervalli non devono essere uniforme, ma ci non dovrebbe essere un grande cambiamento nel pendio per gli intervalli adiacenti. AFGROW usa uno schema di interpolazione di Newton per determinare i punti gaussiani di integrazione. Se il cambiamento del pendio fra gli intervalli è grande, il codice può generare i punti errati di integrazione. AFGROW fornirà un messaggio d'avvertimento se un grande cambiamento del pendio è rilevato. I valori di sforzo sono normalizzati dividendo ogni rapporto di sforzo dal rapporto di sforzo all'origine della crepa. Ciò fornisce un riferimento per lo sforzo reale all'origine della crepa. Di conseguenza, il valore del fattore di moltiplicazione di spettro ha moltiplicato dai valori di sforzo di spettro (o carico) deve ora essere il valore adatto all'origine della crepa. Il metodo gaussiano di integrazione per determinare un beta fattore moltiplicativo di correzione per correggere l'intensità di sforzo dalla soluzione titolata è indicato qui sotto: Il beta fattore di correzione è determinato dividendo l'intensità di sforzo determinata integrando il campo di sforzo dell'input dall'intensità di sforzo determinata a partire da una distribuzione di sforzo dell'unità ad ogni incremento di lunghezza della crepa. Ovviamente, questo metodo non è esatto, ma è ragionevolmente buono in particolare per le lunghezze più corte della crepa. AFGROW moltiplica il beta fattore risultante di correzione dal beta fattore per il modello selezionato utente ad una data lunghezza della crepa.

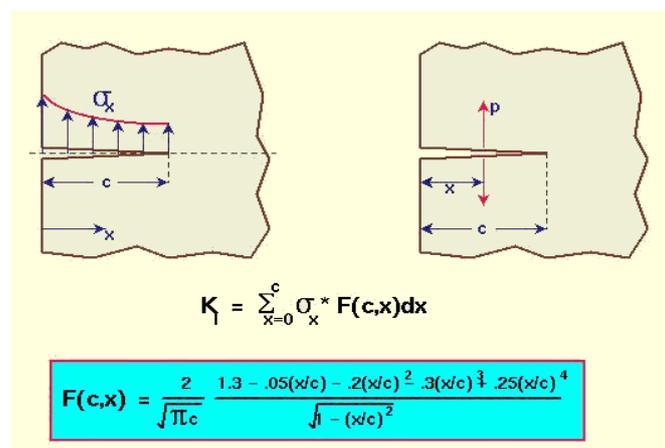
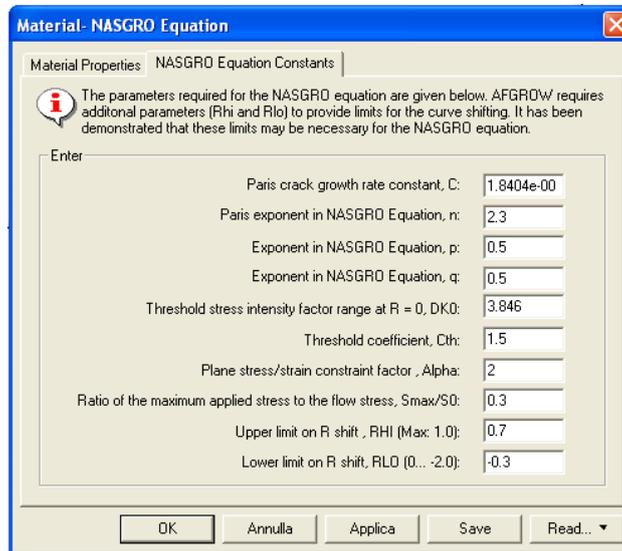


Figura 3.44-Calcolo del SIF mediante Afgrow

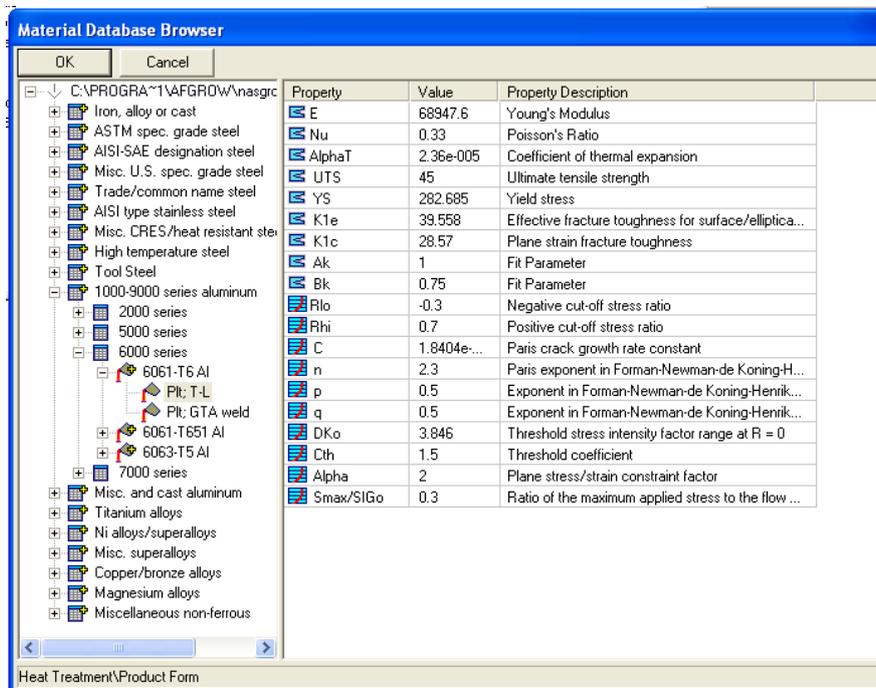
Mediante questo software è possibile simulare la rottura del pannello ad un determinato numero di cicli. Le scelte fatte sono le seguenti:

-NASGRO Equation (L'applicazione del modello del software di calcolatore di NASGRO utilizza è stato applicato per predire lo sviluppo della rottura per fatica di leghe di alluminio sotto caricamento costante e variabile di ampiezza).



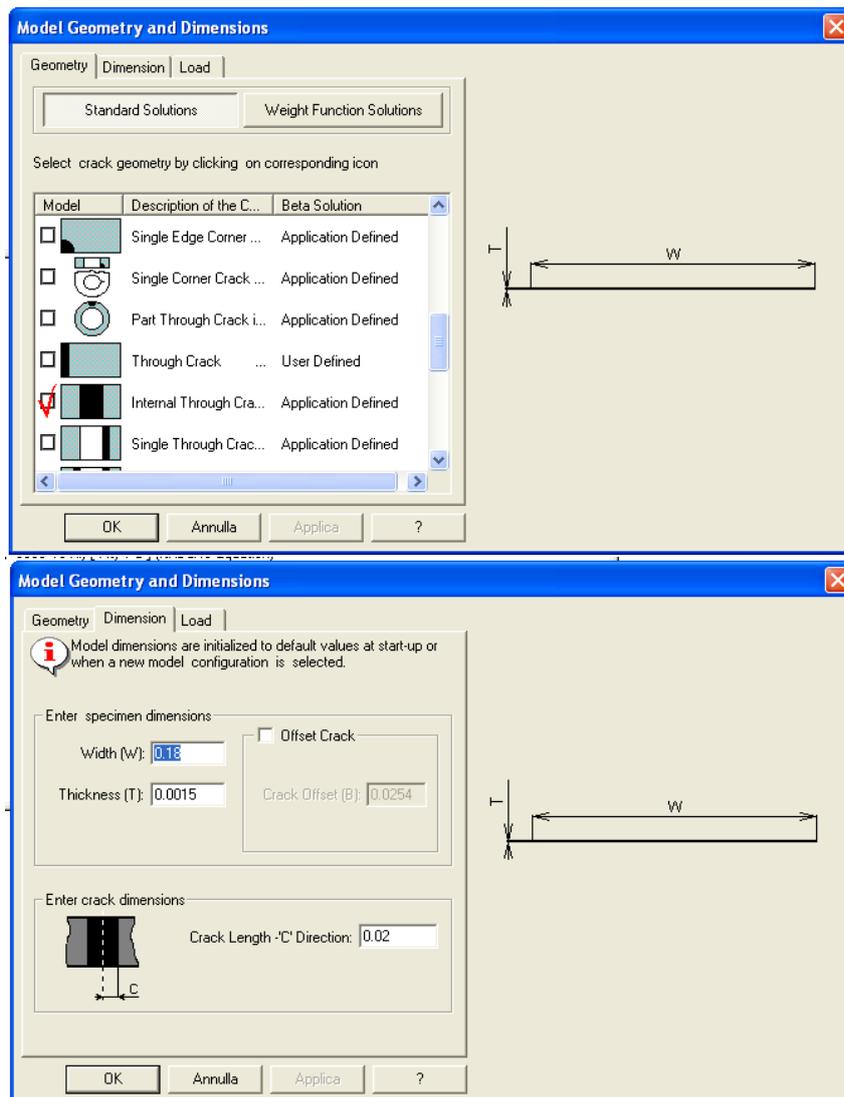
**Figura 3.45-Parametri dell'Eq.di Nasgro**

-Alluminio 6061-T6 (da database) che presenta le seguenti caratteristiche:



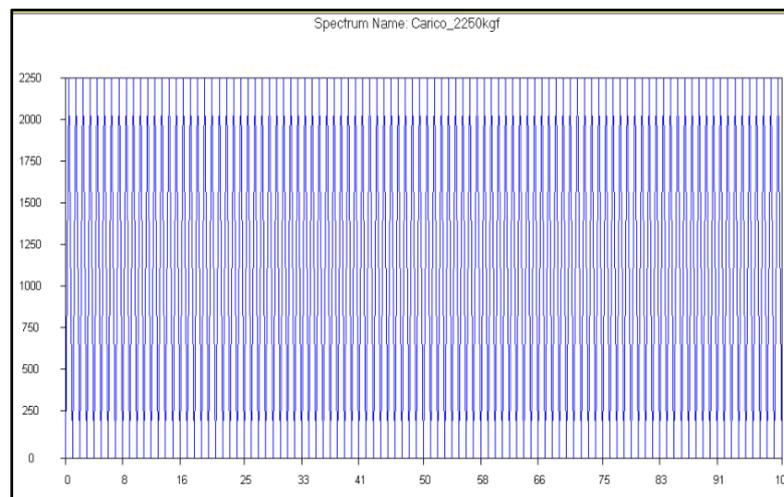
**Figura 3.46-Caratteristiche dell'alluminio 6061-T6**

- scelta del modello geometrico con cricca centrale "Internal Through Crack":



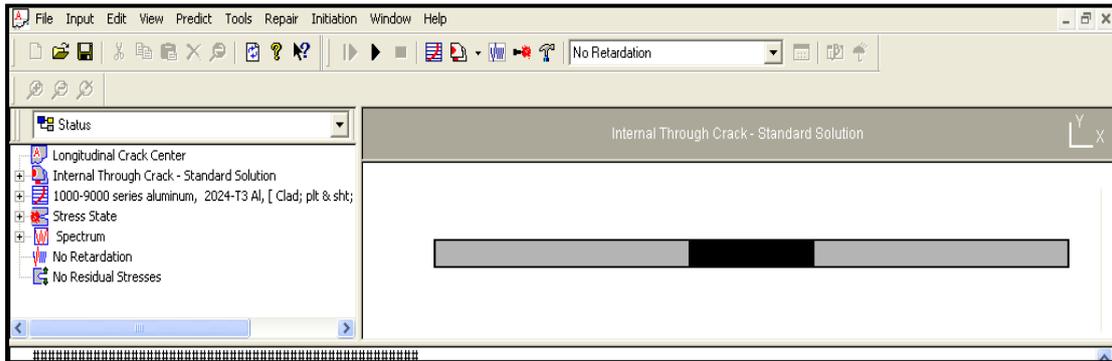
**Figura 3.47-Scelta del Modello Geometrico e Dimensionamento**

- applicazione dello spettro di carico:  $F_{max}=2250Kgf$  e  $F_{min}=0Kgf$ .



**Figura 3.48 - Spettro di Carico**

Fatto propagare il difetto, sono stati ricavati i valori del fattore di concentrazione  $K_I$  in funzione della propagazione della cricca.



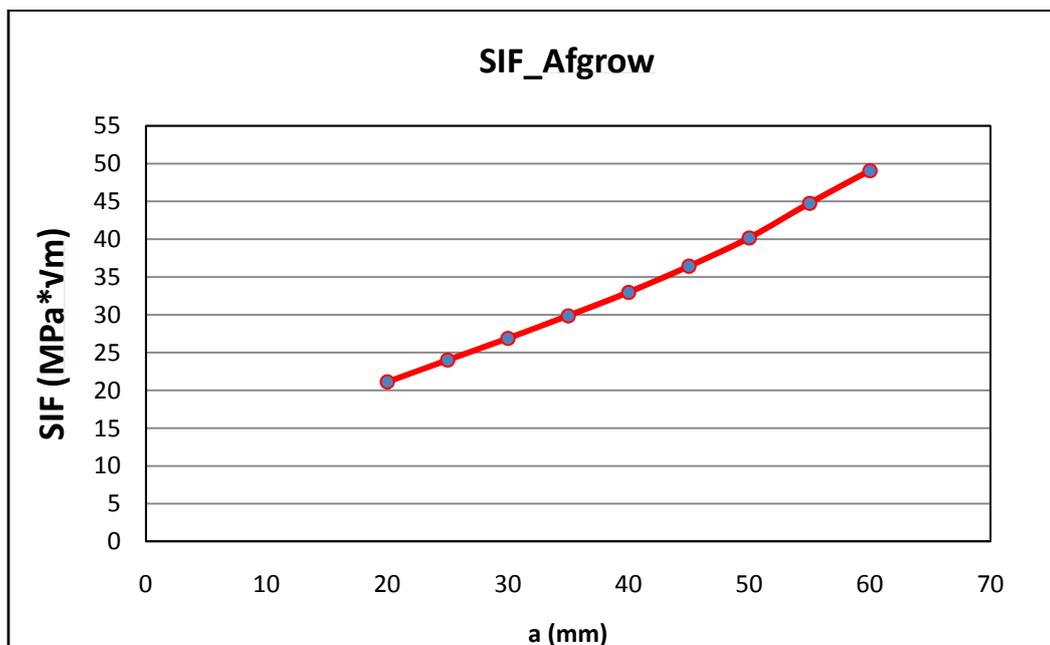
**Figura 3.48 – Propagazione della Cricca**

Di seguito sono riportati in forma tabellare i risultati ottenuti per i diversi valori della semilunghezza della cricca:

a [mm]	20	25	30	35	45	60
$K_I$ [MPa $\sqrt{m}$ ]	21.120	24.020	26.890	29.880	36.430	49.070

**Tabella 3.3 – valori del SIF per il pannello privo di riparazione**

La figura seguente mostra la curva spline con la quale sono stati interpolati i valori del fattore di intensificazione degli sforzi della *tabella 3.3* per poter esser utilizzati nella legge di Paris.



**Figura 3.49 – Interpolazione dei valori del SIF del pannello privo di riparazione mediante una curva spline**

### 3.8 Comparazione Analitica-Numerica del S.I.F

E' possibile ora poter confrontare i vari codici utilizzati per questa analisi. Si nota dalla tabella seguente, l'errore percentuale è in media inferiore al 1% per tutta la propagazione della cricca, indipendentemente dal metodo utilizzato.

Test ( $\sigma = 81.75\text{MPa}$ )	a (mm)	20	25	30	35	45	60
<u>Metodo Analitico</u>	$K_I$ ( $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ )	21.139	24.065	26.969	29.951	36.553	50.194
<u>MSC/Patran Nastran</u>	$K_I$ ( $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ )	20.940	23.916	26.588	29.205	36,282	50.299
<u>Franc2D/L</u>	$K_I$ ( $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ )	21.110	24.100	26.740	29.690	36.370	50.272
<u>Afgrow</u>	$K_I$ ( $\text{MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ )	21.120	24.020	26.890	29.880	36.430	49.070

Tabella 3.4 – Confronto analitico-numerico del SIF con i vari metodi

Nella figura seguente è invece possibile vedere la bassa percentuale di errore che intercorre tra i vari i metodi utilizzati lungo la propagazione della cricca.

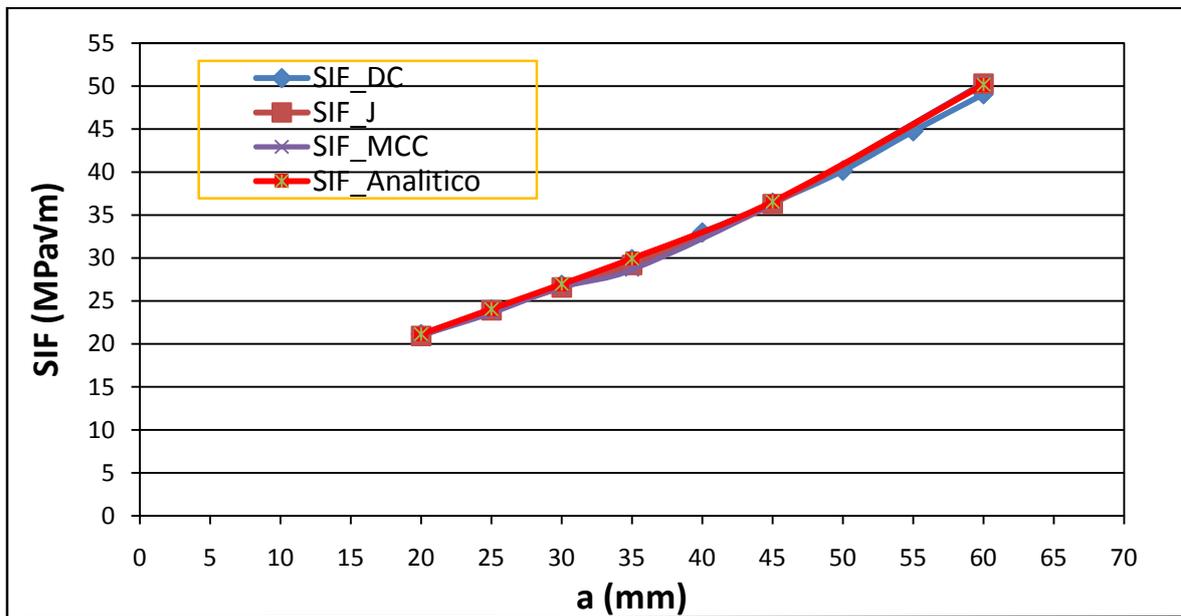


Figura 3.50 – Interpolazione dei valori del SIF del pannello privo di riparazione per i vari metodi utilizzati

Pertanto il metodo analitico con la correzione di Irwin, per poter estendere la teoria lineare della MFEL anche al campo plastico, risulta essere efficace; mentre i codici numerici anch'essi forniscono risultati soddisfacenti ma caratterizzati da impegno e modalità di applicazioni diverse. Il codice MSC/Patran non utilizzando la teoria del  $\frac{1}{4}$  di nodo, non è adatto a fornire dei valori del SIF diversi da quelli valutati con i metodi energetici; il che vuol dire che ad ogni step di propagazione bisogna valutare lo stato di tensione all'apice della cricca in termini di tensione e deformazione per ogni nodo

coinvolto per poi determinare mediante la conoscenza dell'integrale J o dell'energia di deformazione G, il valore del SIF. Quindi in metodo sia pur corretto ma che si presenta molto laborioso per casi più complessi. Di notevole efficacia è invece il codice Franc2d/L che consente non solo di modellare diversi tipi di strutture ma anche di poter simulare eventuali riparazioni, come vedremo inseguito. Questo codice risulta essere quello più adatto ad essere impiegato in quanto permette di realizzare in modo automatico la mesh all'apice della cricca rispettando la teoria del  $\frac{1}{4}$  di nodo e quindi permette di avere un maggior riscontro con la MFEL. Infine permette di valutare il SIF non solo in termini MFEL ma anche in termini energetici e quindi in MFEP. Il codice di Afgrow, risulta essere molto rapido ed efficace nel fornire una immediata valutazione dello stato di tensione all'apice della cricca e di previsione di durata della crepa, ma risulta essere limitato solo ai casi presenti nel suo database.

### 3.9 Bibliografia

1. Liu G. R., Quek S. S., "The finite element method – A practical course".
2. C.F. Shih, H.G. De Lorenzi and M.D. German, "Crack extension modeling with singular quadratic isoparametric elements", *Int. J. Frac.*, 12, 647-651 (1976).
3. I.S. Raju, "Calculation of strain-energy release rates with higher order and singular finite elements", *Engn Frac. Mech.*, 28, 251-274 (1987).
4. G.P. Nikishkov and S.N. Atluri, "Calculation of fracture mechanics parameters for an arbitrary three-dimensional crack, by the 'equivalent domain integral' method", *Int. J. Num. Meth. Engr*, 24, 1801-1821 (1987).
5. T.L. Anderson, *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, CRC Press, Inc., Florida (1991).
6. E.F. Rybicki, and M.F. Kanninen, "A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral", *Engng Frac. Mech.*, 9, 931-938 (1977).
7. Rice J.R. (1968) A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations by Notches and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, pp. 379-386.
8. Lei Y., Neale B. K., J-integral function for a centre-cracked tensile specimen in « *International Journal of Pressure Vessels and Piping* », 71, 1997, pp. 129-138
9. May G. B., Kobayashi A. S., Plane stress stable crack growth and J-integral/HRR field in « *International Journal of Solids and Structures* », 32, 1995, pp. 857-881
10. MSC.Patran : *User's Guide*, Version 2005.
11. MSC.Marc : *User's Guide*, Version 2001.
12. A.Gugliotta, *Introduzione alla meccanica della frattura lineare elastica*, Levrotto&Bella, Torino,2002
13. FRANC2D : a two dimensional crack propagation simulator. User's Guide, Version 3.1.
14. FRANC2D/1 : a crack propagation simulator for plane layered structures. User's Guide, Version 1.5.
15. AFGROW : *Technical Manual and Users Guide*, Version 4.

# CAPITOLO IV

## PROVE SPERIMENTALI

### 4.1 Macchina di prova “METROCOM”

La macchina utilizzata per le prova è la *Metrocom*, una macchina servoidraulica, per la presenza di servocontrolli che rappresentano un elemento di automazione per l’attrezzatura (vedi figura 4.1). La generazione del carico, avviene attraverso un sistema *closed loop* con retroazione. Il sistema è assemblato in modo da non precludere la possibilità di generare carichi di trazione e compressione ciclici. La macchina a funzionamento idraulico, in cui il controllo è realizzato regolando il flusso di olio in entrata ed uscita dal cilindro.

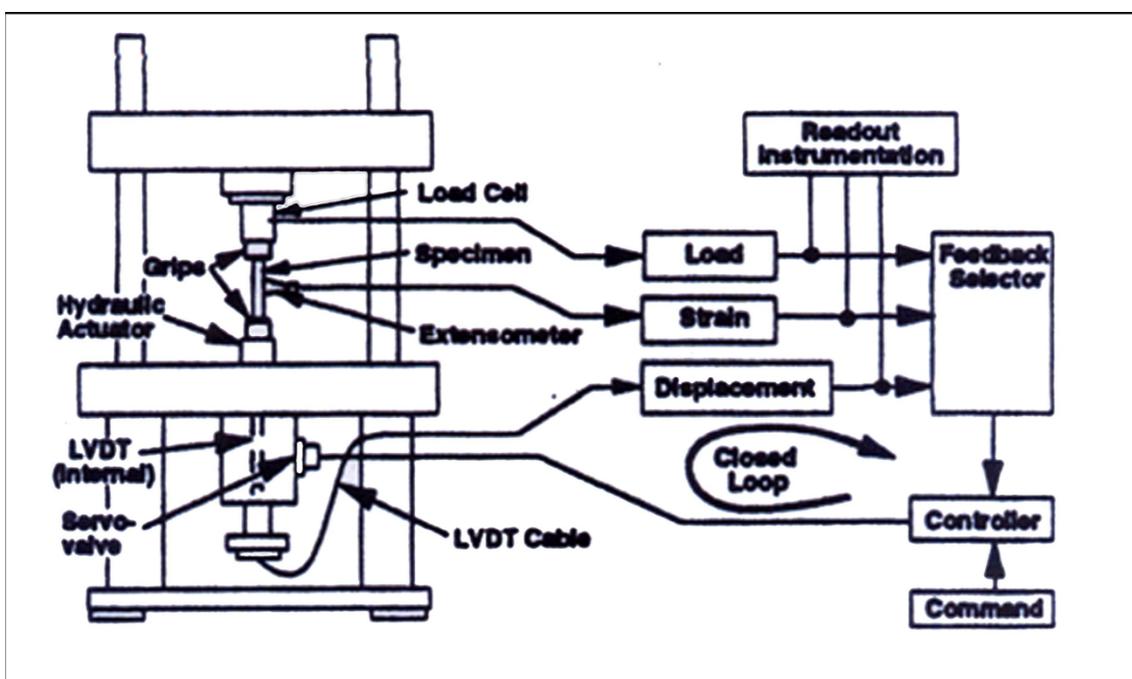
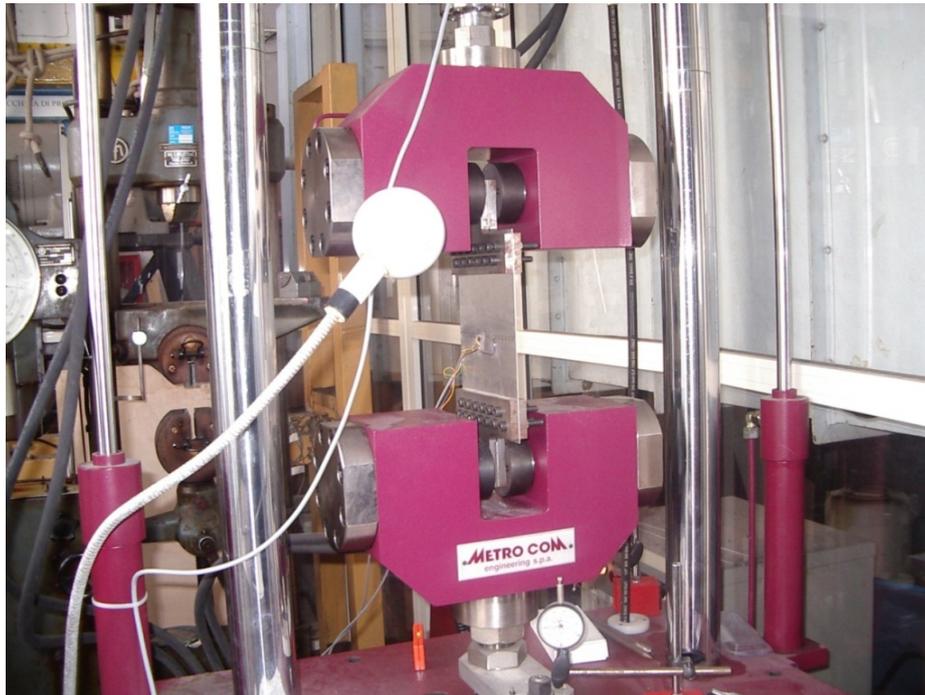


Figura 4.1 - Schema di una macchina servoidraulica per prove strutturali

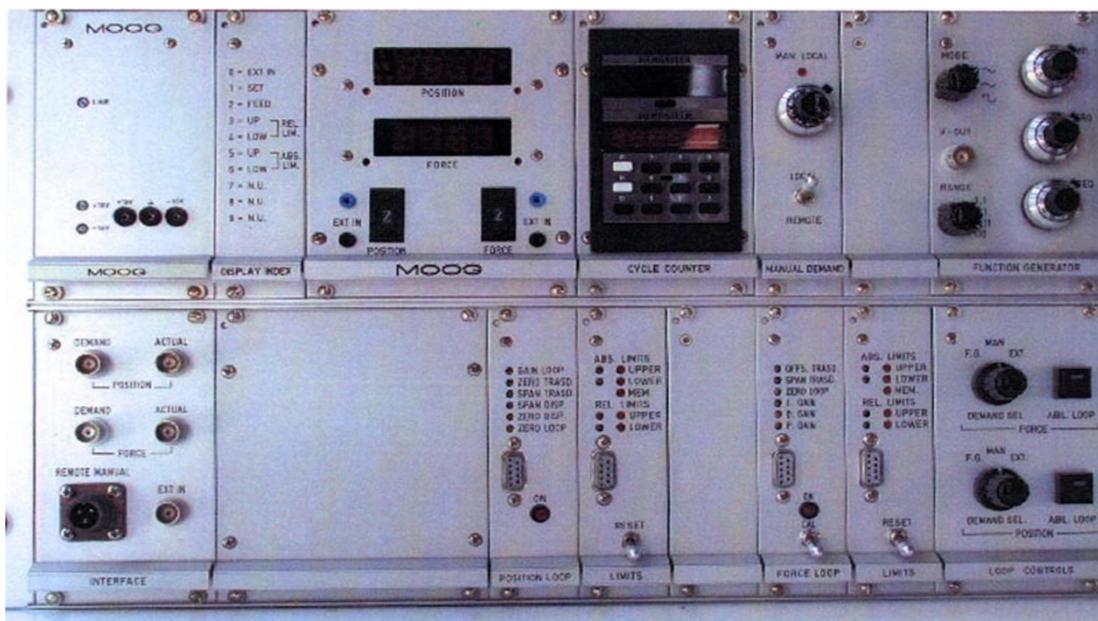
In una macchina di tale concezione il cilindro è progettato per realizzare sia la compressione che la trazione, il sistema è inoltre equipaggiato con 59 sensori di spostamento (usualmente LVDT) in modo da misurare lo spostamento dell’attuatore. Sono disponibili controlli in retroazione in modo che il carico applicato e la deformazione del provino possano essere misurati con esattezza e usati come parte del sistema di controllo. La traversina può essere spostata manualmente o idraulicamente, la pompa idraulica ( non mostrata in figura ) può essere allocata nella parte inferiore della macchina di prova oppure esternamente in modo da ridurre il rumore e consentire un accesso più facile ad essa. La macchina per prove METROCOM utilizzata è costituita da 2 colonne per la traslazione della traversa superiore con una distanza massima disponibile tra il piano della traversa superiore e la testa dell’attuatore di 900 mm ed una distanza minima di 205 mm. La luce libera tra le due colonne è di 540 mm. La traslazione della traversa mobile superiore è comandata idraulicamente. Il peso della struttura è di circa 1600 kg ed ha un poligono di base di 1000x600 mm con altezza di

2.5 mm. La macchina è inoltre equipaggiata con celle di carico e trasduttori di spostamento.



**Figura 4.2 – Macchina MetroCom utilizzata per le prove**

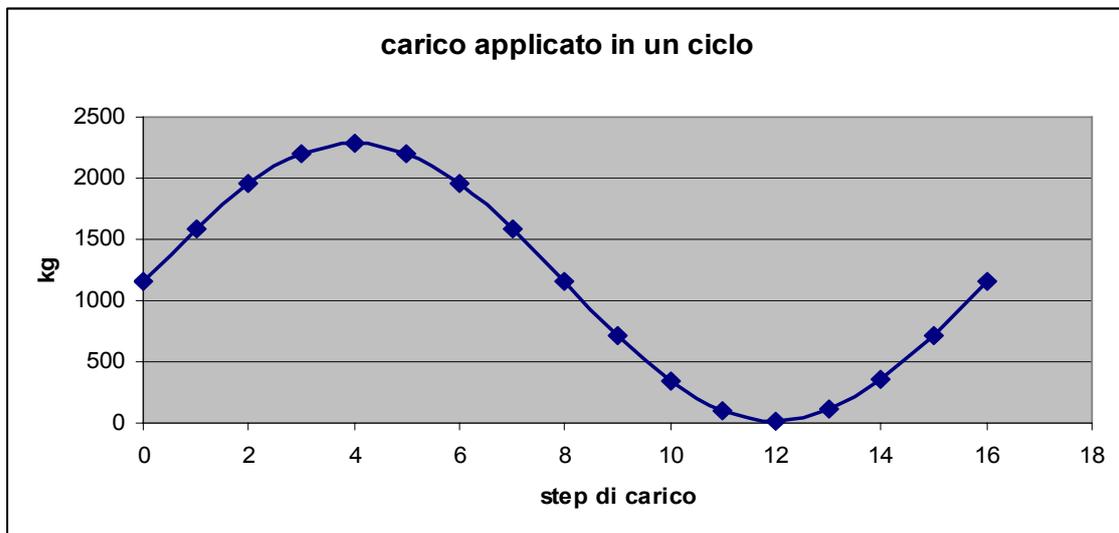
Un vano chiuso alla base della struttura contiene la servovalvola, l'attuatore idraulico e il sensore LVDT. La cella di carico è invece situata sopra la traversa superiore. L'afferraggio del provino è garantito da due coppie di ganasce la cui presa è anch'essa a funzionamento idraulico, garantito da una pompa supplementare. E' inoltre possibile aumentare o diminuire la presa sul provino e sono disponibili vari tipi di ganasce per scegliere quella che meglio si adatta alla forma del provino. Il controllo della macchina avviene per mezzo di un sistema detto MOOG che permette la calibrazione della prova e invia il segnale di controllo imposto dal computer.



**Figura-4.3 – Sistema MOOG**

La scheda di acquisizione installata è il modello PCI-MIO-16E-4 della National Instruments e appartiene alla categoria di dispositivi detti DAQ(Digital AcQuisition) che riceve i segnali estensimetrici e i segnali di carico della macchina di prova, e ne invia i valori sul computer, dove un software di controllo e acquisizione traduce i segnali in valori numerici e li salva. Il software utilizzato è stato realizzato in ambiente LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) e ha la doppia funzione di generazione e acquisizione:

- il controllo elettronico della macchina di prova permette di impostare numericamente i vari carichi applicati sul provino su un ciclo. Nel caso delle prove eseguite in laboratorio, per esempio, la variazione ciclica è stata resa simile ad una sinusoide, impostando 16 step (valori di carico) per ogni ciclo e ottenendo una lettura del carico applicato nel tempo del tipo:



**Figura 4.4 – Variazione Ciclica del Carico applicato ai Provini**

- i dati raccolti sono tabellati in formato txt e ad ogni colonna corrisponde un segnale estensimetrico o del carico imposto. Nel caso delle prove effettuate il computer è stato impostato in modo da dare risultati direttamente in microstrain.



**Figura 4.5 – Macchina MetroCom con computer per il controllo**

## 4.2 Le Prove Sperimentali

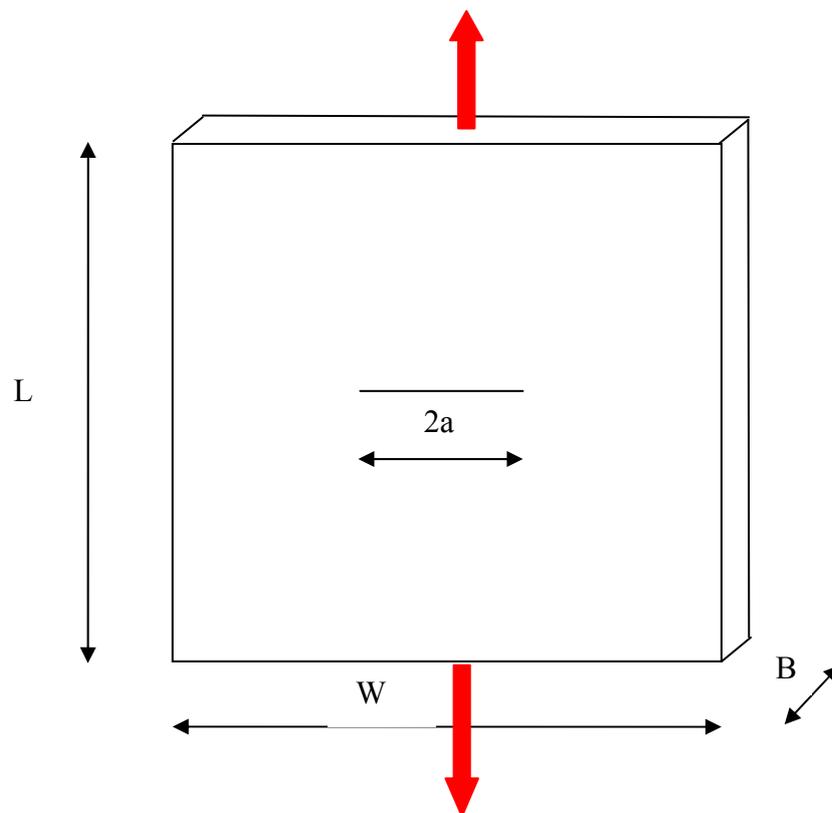
Le prove di propagazione sono state eseguite su provini in lega di alluminio 6061T6 mediante la macchina *MetroCom*. Le patch in carboresina è stata applicata da un solo lato perché questo rappresenta il metodo più comunemente utilizzato in ambito aeronautico, ma anche per poter rispettare la filosofia di questo lavoro che vede come priorità assoluta, senza però ledere la sicurezza, il risparmio economico delle riparazioni attraverso la possibilità di effettuare riparazioni in loco senza dover smontare i pannelli. Pertanto questo si traduce in riparazioni *one-side*, ossia applicazione della patch ad un solo lato del pannello. Le prove, effettuate a temperatura ambiente, sono state eseguite sottoponendo il pannello ad un carico di trazione sinusoidale la cui frequenza è di 1Hz e il cui valore massimo è di 2250 kg, il rapporto di tensione R è invece uguale a zero. Durante il test, che termina con la rottura di schianto del provino, sono stati registrati sia il numero di cicli che la lunghezza della cricca corrispondente. Relativamente al campo di validità dei test di laboratorio sono state fatte le seguenti ipotesi:

- nessun effetto della temperatura. I risultati si ritengono validi all'interno di un intervallo di temperatura compresa tra:
  1. una temperatura "bassa" alla quale corrisponde una sensibile riduzione della duttilità del materiale di prova;
  2. una temperatura "alta" alla quale può manifestarsi anche il fenomeno del *creep* – o scorrimento viscoso - a causa del quale il materiale subisce una deformazione crescente nel tempo anche a tensione costante. Il valore di questa temperatura è approssimativamente uguale a 80 °C-100 °C per le leghe di alluminio.
- nessuna interazione corrosione-fatica: assenza di corrosione provocata da un ambiente chimicamente aggressivo in grado di deteriorare i campioni testati.
- nessun effetto della frequenza della sollecitazione: l'assenza di fenomeni quali il creep e la corrosione rende i risultati ottenuti indipendenti dalla frequenza del carico applicato sul provino.

### 4.2.1 Descrizione del Tipo di Provino

Per lo studio della propagazione della cricca, la scelta ideale del provino è quella del pannello che presenta un intaglio al centro. L'intaglio deve essere il più sottile possibile per poter simulare al meglio una cricca presente nel pannello che cresce sotto l'azione del carico ciclico. La tecnica con cui è stata effettuata la cricca passante è detta *Electrical Discharge Machining (EDM)*, ossia si tratta di una scarica elettrica che mediante erosione, esporta materiale dalla zona voluta creando un taglio netto nel pannello e riducendo al minimo le sbavature. Con questo tipo di provino, CCSP (Central Cracked Square Plate) ossia pannello quadrato con cricca centrale, si ha in effetti una fase d'iniziazione della cricca, come avviene in tutti i problemi di fatica. Questa però è di durata molto ridotta perché, a causa del piccolo raggio di curvatura della punta dell'intaglio, si ha una grande concentrazione degli sforzi e di conseguenza grandi deformazioni plastiche. Presso il Laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale sono state eseguite delle prove sperimentali su questo tipo di provino sia non riparato per poter valutare la propagazione della cricca sia con riparazione con una

patch in composito per poter valutare l'efficacia di tale riparazione nel rallentare la propagazione della cricca. Esse ci hanno permesso, quindi, di valutare la velocità di crescita della cricca, le sue proprietà meccaniche di frattura nonché la resistenza offerta dalla riparazione fatta mediante la patch. Le prove a fatica svolte in Laboratorio si sono svolte su pannelli di lega di alluminio 6061-T6 [1](lega dotata di resistenza relativamente alta, buona facilità di lavorazione, alta resistenza alla corrosione). **Alluminio - magnesio - silicio (6xxx)**. Questo sistema costituisce la classe principale di leghe per i pezzi lavorati a caldo e per quelli ricavati da fusione. Esse riescono a combinare alcune caratteristiche favorevoli: resistenze meccaniche medie, autotemperanti (per spessori ridotti), buona saldabilità, resistenza alla corrosione e insensibili a problemi di SCC (Stress Corrosion Cracking). Mentre con T6 si indica il tipo di trattamento termico: tempra e invecchiamento artificiale. La geometria del pannello:



**Figura 4.6 – Schematizzazione del Pannello con Cricca**

<b>Caratteristiche Geometriche</b>	
Lunghezza	$L=180\text{mm}=180\cdot 10^{-3}\text{m}$
Larghezza	$W=180\text{mm}=180\cdot 10^{-3}\text{m}$
Spessore	$B=1.5\text{mm}=1,5\cdot 10^{-3}\text{m}$
Semicricca	$a=20\text{mm}=20\cdot 10^{-3}\text{m}$

**Tabella 4.1 – Caratteristiche Geometriche del Pannello**

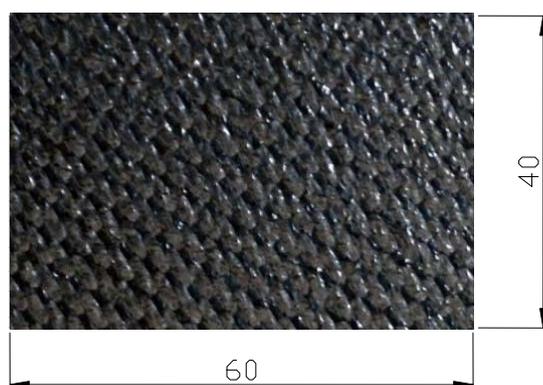
Le caratteristiche meccaniche del materiale scelto sono:

Caratteristiche Meccaniche	
Modulo di Young	$E=68947.6 \text{ N/mm}^2 \text{ (MPa)}$
Modulo di Poisson	$\nu=0.33$
Modulo di Elasticità Tangenziale	$G=26200 \text{ N/mm}^2$
Tensione Ultima	290 MPa
Tensione di Snervamento	255 MPa
Densità	2.7 g/cc
Costante della Legge di Paris	$C=1.8404 \cdot 10^{-9}$
Esponente della Legge di Paris	$n=2.3$
Tenacità alla Frattura	$K_c=28.57 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$
Valore di Soglia	$K_{th}=3.846 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

**Tabella 4.2 – Caratteristiche Meccaniche del Pannello**

#### 4.2.2 Le Caratteristiche delle Patch

La scelta del materiale con cui costruire la patch è stata fin dall'inizio orientata verso i laminati in fibra di carbonio [2], la decisione è andata a vertere in questa direzione nell'intento di mantenere una sorta di coerenza con gli obiettivi preposti quali, la facilità di esecuzione, la convenienza e in peso e in termini di costo. Infatti, essendo uno dei target preposti, il basso costo dell'operazione, è evidente come l'uso di procedure che possano essere quanto più "campali" possibile, è la premessa fondamentale per raggiungere tale obiettivo. Operando secondo tale filosofia, si riducono i costi in termini di personale ed attrezzature, e si evitano onerosi fermi macchina. Pertanto si sono fatte due tipi di scelte: la prima ha riguardato la realizzazione di patch con ply unidirezionali, mentre per la seconda si è optato per il tessuto in matrice epossidica. Le riparazioni con ply in tessuto sono state eseguite dalla ditta "L.M.C." (Lavorazioni Materiali Compositi) e la costituzione delle patch impiegate consta di un ply con sequenza di laminazione a  $45^\circ$  (per uno spessore complessivo di circa 0.3 mm) per formare un laminato carbonio-epossidica (CFRP) ossia un "Fabric" di materiale: 950-42%-3KHS-5H-283-1000, di tipo ortotropo bidimensionale. Il risultato è una lamina avente le seguenti caratteristiche geometriche e meccaniche. Per quanto riguarda il dimensionamento geometrico della patch si è effettuato considerando l'estinzione di essa, al di fuori dell'effetto di intensificazione del campo tensionale. Si sono ottenute perciò tali dimensioni: una larghezza, nella direzione del difetto di 60mm, una altezza lungo la direzione ortogonale al difetto di 40mm.



**Figura 4.7 – Patch tipo Fabric dell' LMC**

Le caratteristiche meccaniche della Patch scelto sono:

<b>Proprietà della lamina o ply</b>	
$E_L$	52000 MPa
$E_T$	52000 MPa
$G_{LT}$	3600 MPa
$\nu$	0.05
$t_1$	0.3 mm

<b>Proprietà della patch tipo 1 spessore 0.3mm</b>		
<b>Numero lamine</b>		1
<b>Orientamento lamina rispetto alla direzione del carico</b>		45°
$E_x$		12700 MPa
$E_y$		12700 MPa
$G_{xy}$		24800 MPa
$\nu$		0.768
$t_r$		0.3 mm

<b>Matrici di membrana, flessione e accoppiamento</b>					
$9.29 \cdot 10^3$	$7.13 \cdot 10^3$	0	0	0	0
$7.13 \cdot 10^3$	$9.29 \cdot 10^3$	0	0	0	0
0	0	$7.43 \cdot 10^3$	0	0	0
0	0	0	$6.97 \cdot 10$	$5.35 \cdot 10$	0
0	0	0	$5.35 \cdot 10$	$6.97 \cdot 10$	0
0	0	0	0	0	$5.57 \cdot 10$

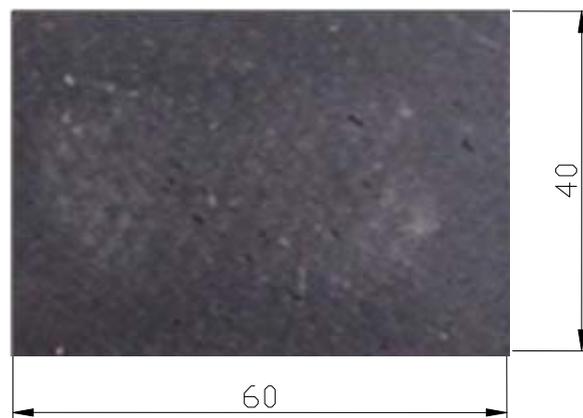
**Tabella 4.3 – Caratteristiche della Patch tipo 1 spessore di 0.3mm**

La tecniche usate per applicare le patch ai pannelli danneggiati sono quella della "meccanica di compressione". Di seguito sono riportati i passi fondamentali per la preparazione e l'applicazione della patch:

- tagliare 1 ply formato "Fabric" partendo dalla dimensione nominale di  $60 \cdot 40 \text{ mm}^2$ ;
- scartavetrare, leggermente, la superficie metallica con carta abrasiva fine e pulirla, accuratamente, con MEK o acetone, avendo, poi, cura di non toccare con le mani le parti trattate e di proteggerle da polvere e umidità;
- preparare la resina, seguendo le indicazioni del fornitore;
- stendere una quantità sufficiente di resina, direttamente, sulla superficie metallica e disporre, poi, la ply;

- impregnare la ply, utilizzando una spatola o un rullo;
- coprire la patch con il materiale per il sacco e far fuoriuscire l'aria e la resina in eccesso;
- applicare una pressione sufficiente per una buona compattazione, un sistema di piastre e pesi;
- curare secondo le indicazioni del fornitore della resina, mantenendo la pressione durante tutto il periodo di cura;
- ultimata la cura, rimuovere il materiale per il sacco e scartavetrare per rimuovere la resina in eccesso;

E' stata necessaria l'interposizione tra essa ed il pannello di adesivo. Le riparazioni con ply unidirezionali sono state eseguite dalla "Piaggio Aero Industries", e le patch impiegate per effettuare le riparazioni sono costituite da un insieme di lamine sovrapposte per formare un laminato carbonio-epossidica (CFRP), in cui le fibre di carbonio "Torayca Style 498", aventi modulo di Young  $E_f=230E+09$  Pa, fungono da elemento di rinforzo di una matrice epossidica "Loctite Hysol EA 956", avente modulo di Young  $E_m=2,5E+09$  Pa. Inoltre la struttura della trama delle fibre consente di ottenere un comportamento quasi isotropo della patch. Le dimensioni geometriche della patch sono le seguenti:



**Figura 4.8 – Patch di 2ply a  $\pm 45^\circ$  della Piaggio Aero Industries**

Le patch utilizzate hanno le seguenti caratteristiche:

<b>Proprietà della lamina o ply</b>	
$E_L$	134800 MPa
$E_T$	9430 MPa
$G_{LT}$	5100 MPa
$\nu$	0.3
$t_l$	0.15 mm

<b>Proprietà della patch tipo 2 spessore di 0.3mm</b>	
Numero lamine	2
Orientamento lamine rispetto alla direzione del carico	$\pm 45^\circ$
$E_x$	18000 MPa
$E_y$	18000 MPa
$G_{xy}$	34900 MPa
$\nu$	0.762
$t_r$	0.3 mm

<b>Matrici di membrana, flessione e accoppiamento</b>					
$1.28 \cdot 10^4$	$9.78 \cdot 10^3$	0	0	0	$-7.1 \cdot 10^2$
$9.78 \cdot 10^3$	$1.28 \cdot 10^4$	0	0	0	$-7.1 \cdot 10^2$
0	0	$1.05 \cdot 10^4$	$-7.1 \cdot 10^2$	$-7.1 \cdot 10^2$	0
0	0	$-7.1 \cdot 10^2$	$9.63 \cdot 10$	$7.34 \cdot 10$	$-1.2 \cdot 10^{-6}$
0	0	$-7.1 \cdot 10^2$	$7.34 \cdot 10$	$9.63 \cdot 10$	$-1.2 \cdot 10^{-6}$
$-7.1 \cdot 10^2$	$-7.1 \cdot 10^2$	0	$-1.2 \cdot 10^{-6}$	$-1.2 \cdot 10^{-6}$	$7.84 \cdot 10$

**Tabella 4.4 – Caratteristiche della Patch tipo 2 spessore di 0.3mm**

<b>Proprietà della lamina o ply</b>	
$E_L$	134800 MPa
$E_T$	9430 MPa
$G_{LT}$	5100 MPa
$\nu$	0.3
$t_l$	0.3 mm

<b>Proprietà della patch tipo 2 spessore 0.6mm</b>	
Numero lamine	2
Orientamento lamine rispetto alla direzione del carico	$\pm 45^\circ$
$E_x$	18000 MPa
$E_y$	18000 MPa
$G_{xy}$	3490 MPa
$\nu$	0.762
$t_r$	0.6 mm

<b>Matrici di membrana, flessione e accoppiamento</b>					
$2.57 \cdot 10^4$	$1.96 \cdot 10^4$	0	0	0	$-2.8 \cdot 10^3$
$1.96 \cdot 10^4$	$2.57 \cdot 10^4$	0	0	0	$-2.8 \cdot 10^3$
0	0	$2.09 \cdot 10^4$	$-2.8 \cdot 10^3$	$-2.8 \cdot 10^3$	0
0	0	$-2.8 \cdot 10^3$	$7.71 \cdot 10^2$	$5.87 \cdot 10^2$	0
0	0	$-2.8 \cdot 10^3$	$5.87 \cdot 10^2$	$7.71 \cdot 10^2$	0
$-2.8 \cdot 10^3$	$-2.8 \cdot 10^3$	0	0	0	$6.28 \cdot 10^2$

**Tabella 4.5 – Caratteristiche della Patch tipo 2 spessore di 0.6mm**

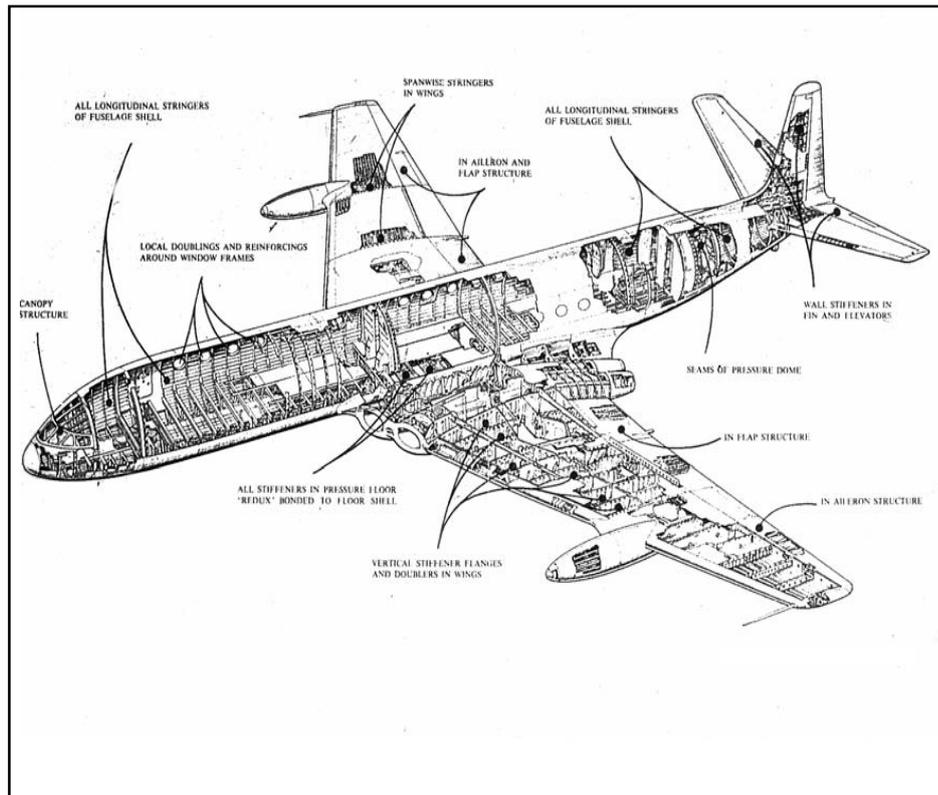
Le due tecniche usate per incollare le patch ai pannelli danneggiati sono quella della "meccanica di compressione" e quella del "vacuum bag". Di seguito sono riportati i passi fondamentali per la preparazione e l'applicazione della patch:

- tagliare 2 ply partendo dalla dimensione nominale di 60·40 mm<sup>2</sup>;
- scartavetrare, leggermente, la superficie metallica con carta abrasiva fine e pulirla, accuratamente, con MEK o acetone, avendo, poi, cura di non toccare con le mani le parti trattate e di proteggerle da polvere e umidità;
- preparare la resina EA956, seguendo le indicazioni del fornitore;
- stendere una quantità sufficiente di resina, direttamente, sulla superficie metallica e disporre, poi, le ply;
- impregnare le ply una per una, utilizzando una spatola o un rullo;
- coprire la patch con il materiale per il sacco e far fuoriuscire l'aria e la resina in eccesso;
- applicare una pressione sufficiente per una buona compattazione, utilizzando il vuoto spinto (vacuum bag) o un sistema di piastre e pesi;
- curare secondo le indicazioni del fornitore della resina, mantenendo la pressione durante tutto il periodo di cura;
- ultimata la cura, rimuovere il materiale per il sacco e scartavetrare per rimuovere la resina in eccesso;

Non è stata necessaria l'interposizione tra essa ed il pannello di adesivo, in quanto la giunzione tra i due elementi avviene all'atto stesso della polimerizzazione della resina.

### **4.2.3 Le Caratteristiche degli Adesivi**

Attualmente gli adesivi vengono utilizzati estensivamente nell'industria aeronautica, aerospaziale, meccanica e delle telecomunicazioni, svolgendo funzioni che vanno al di là del semplice collegamento di elementi; infatti, ad esempio, gli adesivi possono garantire la tenuta contro la fuoriuscita di liquidi, diventando un'importante mezzo di collegamento per impieghi strutturali. Oltre che in base all'utilizzo finale, un adesivo può essere classificato secondo le caratteristiche fisiche, la composizione chimica, il metodo di applicazione, le modalità di polimerizzazione, l'adattabilità a particolari condizioni di lavoro. Gli adesivi possono venire classificati in base al metodo di applicazione dell'adesivo stesso. Abbiamo pertanto gli adesivi sensibili alla pressione, quelli modellabili a caldo, altri attivati chimicamente, e così via. Poiché la temperatura richiesta dall'adesivo per stabilire un legame è considerata una caratteristica fondamentale, è in base ad essa che gli adesivi possono essere classificati.



**Figura 4.9 – Alcune Applicazioni delle Unioni Incollate in Campo Aeronautico**

Si distinguono così una attivazione a freddo per temperature al di sotto dei 20°C, a temperatura ambiente tra i 20° e i 30°C, a temperatura intermedia tra i 30° e i 100°C e a caldo per temperature al di sopra dei 100°C; infine, una classificazione molto efficace ai nostri fini separa gli adesivi strutturali dagli adesivi non strutturali. Tale classificazione è in parte arbitraria in quanto non esiste una specifica definizione di “strutturale”. Normalmente è definito adesivo strutturale quello che viene utilizzato dove i giunti o gli assemblati sono sottoposti ad elevate sollecitazioni. Gli adesivi non strutturali non possono sopportare carichi elevati e sono essenzialmente impiegati per fissare in una posizione i componenti di un assemblaggio o per realizzare un'adesione temporanea. La classificazione di gran lunga più utilizzata si basa sulla divisione degli adesivi nelle tre categorie:

- termoindurenti;
- termoplastici;

Le resine termoindurenti sono composti organici sintetici che possono essere convertiti con una reazione chimica nella forma di un elemento solido insolubile, praticamente non fusibile. Dal punto di vista meccanico gli adesivi termoindurenti forniscono buona resistenza al taglio e allo scorrimento viscoso, ma bassa resistenza alla pelatura. Per quanto riguarda le resine termoplastiche, esse sono spesso impiegate negli incollaggi che coinvolgono metalli oppure plastiche, non si prestano ad essere usate per resistere a grandi valori di carico, specie se ad elevate temperature, si ammorbidiscono se vengono scaldate e raramente resistono oltre i 90°C ma in compenso la resistenza alla pelatura è discreta. Una particolarità degli adesivi termoplastici è che spesso vengono usati in combinazione con i termoindurenti per ottenere adesivi dalle proprietà migliori. In

ambito aeronautico gli adesivi strutturali più utilizzati sono quelli termoindurenti e in particolare gli adesivi epossidici.

*Vantaggi degli Epossidici:*

- Incollano quasi tutti i substrati;
- Buon riempimento di giochi;
- Resistenze a taglio e trazione molto elevate;
- Buona resistenza ai solventi ed alle sostanze chimiche;
- Sebbene siano materiali dielettrici ed isolanti termici, possono esser modificati in modo da condurre elettricità e calore. Sono aggiunti riempitivi e cariche per migliorare alcune caratteristiche meccaniche (fibra di vetro) o diminuirne la densità (microsfere piene d'aria);
- Resistono a temperature sino a 180°C ed oltre.

*Svantaggi degli Epossidici:*

- Problemi di assorbimento interno e diffusione dell'umidità;
- Sistemi a due componenti ad alte prestazioni che richiedono calore, almeno nello stadio di post-polimerizzazione;
- Problemi con i tempi di polimerizzazione.

Un adesivo può definirsi una sostanza applicata tra le superfici di due materiali, identici o diversi, allo scopo di ottenere un giunto resistente alla separazione e, soprattutto, allo scorrimento. Supponendo sufficientemente resistenti i substrati da unire tramite l'adesivo, l'efficacia del collegamento dipende da due fattori principali:

- adesione, ovvero la resistenza di incollaggio dell'adesivo sul substrato;
- coesione, ovvero la resistenza interna dell'adesivo.

Gli adesivi utilizzati in questo lavoro di tesi, pertanto sono stati scelti tenendo presente le considerazioni finora fatte, ossia si sono scelti adesivi strutturali ed epossidici come:

- L'adesivo *AF 163-2k* della *Scotch-Weld* [3]; anche in questo caso delle esistenti con questa sigla si è pensato di utilizzare quella con un peso superficiale di 0.060 Lb/ft<sup>2</sup> caratterizzata da un colore rosso e da uno spessore nominale di 0.1 mm. Le principali caratteristiche meccaniche, a temperatura ambiente, sono:
  - $E=1110\text{MPa}$ ;
  - $G=414\text{MPa}$ ;
  - $\nu=0.34$ .
- L'adesivo *FM 73* della *Cytec Engineered Materials*[4]; in particolare delle esistenti con questa sigla si è utilizzata la colla con un peso superficiale di 0.060 Lb/ft<sup>2</sup> caratterizzata da un colore giallo e da uno spessore nominale di 0.1 mm. Le principali caratteristiche meccaniche, a temperatura ambiente, sono:
  - $E=1430\text{MPa}$ ;
  - $G=530\text{MPa}$ ;
  - $\nu=0.35$ .

- L'adesivo *EA956* della *Loctite Hysol* [5]; in particolare delle tre esistenti con questa sigla si è utilizzata la colla con un peso superficiale di 0.060 Lb/ft<sup>2</sup> caratterizzata da un colore giallo e da uno spessore nominale di 0.1 mm. Le principali caratteristiche meccaniche, a temperatura ambiente, sono:
  - $E=2480\text{MPa}$ ;
  - $G=905\text{MPa}$ ;
  - $\nu=0.37$ .

#### 4.2.4 Preparazione della superficie: *Trattamento Superficiale*

Alle ottime caratteristiche meccaniche cui associa una bassa densità ed un peso ridotto, l'alluminio contrappone l'alta tendenza all'ossidazione che lo rende uno dei metalli più difficili da trattare in campo industriale. La densa spessa ed immediata patina di ossido che, spontaneamente forma, rende particolarmente onerose operazioni come la saldatura, la brasatura ecc...Nel nostro caso si vuole andare a connettere mediante incollaggio una toppa in laminato composito, su un pannello di alluminio, risulterà quindi d'uopo operare un metodo di pre-trattamento tale da avere come obiettivo la formazione di uno strato di ossido che abbia due fondamentali requisiti:

- stabilità chimica, qualità che si traduce in resistenza alla corrosione;
- formazione di una superficie con caratteristiche adatte a ricevere un adesivo.

Come spesso avviene in campo ingegneristico, è il compromesso, la via da intraprendere; vedremo infatti come andando a migliorare il primo dei due requisiti si tende ad un peggioramento del secondo e viceversa. I pannelli riparati che sono stati testati sono caratterizzati tutti da una pulizia o sgrassatura che elimina i residui di lubrificanti usati per le operazioni di formatura, è un preliminare obbligatorio a qualsiasi altro trattamento e puoi successivamente da trattamenti superficiali differenti:

- trattati con un decapaggio solfocromomico; come per tanti altri metalli, i trattamenti superficiali migliorano le proprietà funzionali ed estetiche delle leghe di alluminio. Il decapaggio chimico favorisce l'adesione e la tenuta nel tempo delle colle e delle vernici.
- trattati con una abrasione; abrasione meccanica del pezzo a mezzo utensile da tornio e tela abrasiva.



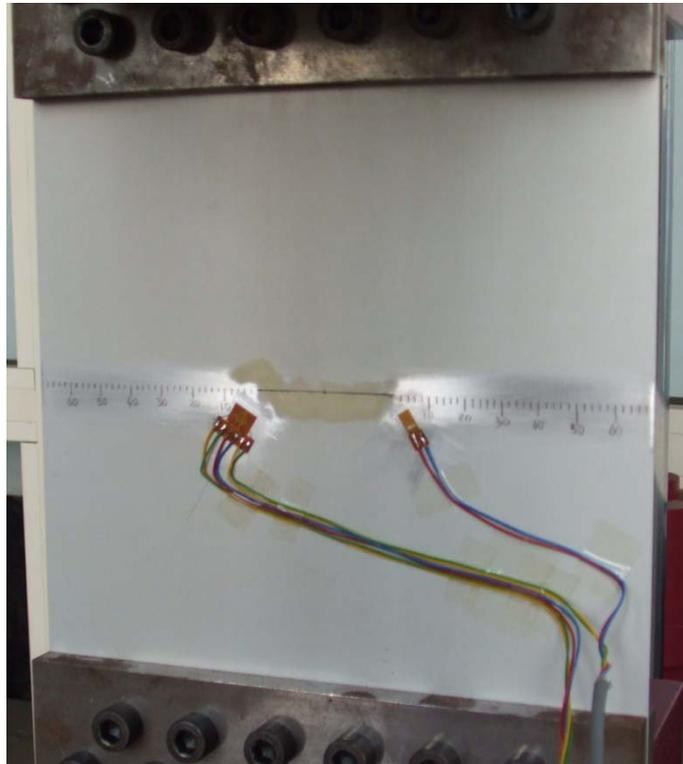
**Figura 4.10 – Decapaggio Solfocromomico del Pannello**

## **Decapaggio Solfocromico:**

1. **In Generale:** un metallo immerso in una opportuna soluzione può reagire chimicamente per dar luogo a prodotti di reazione insolubili. In tutti i processi di conversione superficiale il prodotto di reazione insolubile si deposita sulla superficie del metallo substrato con la funzione di film protettivo. A differenza da una verniciatura od una elettrodeposizione galvanica, il metallo base partecipando alla reazione chimica è componente diretto dello strato superficiale. Affinchè il trattamento sia efficiente, è necessaria una opportuna preparazione della superficie come è descritto di seguito.
2. **Decapaggio delle superfici:** bagno con acido( acido fosforico 26-34%, acido nitrico 18-24%, tensioattivi 1-3% inibitori di corrosione 1-3% acqua a 100%) del pannello di alluminio per una rimozione completa per via chimica di tutti gli ossidi naturali, dei sali dovuti a residui di lavorazione, nonché eventuali impurezze varie. Possibilità di decapaggio elettrochimico per via anodica.
3. **Sgrassatura chimica:** e' un bagno caldo ( $t > 30^{\circ}\text{C}$ ) che contiene una soluzione alcalina specifica per alluminio e leghe allo scopo di eliminare completamente la componente organica dalla superficie del substrato. La sostanza grassa che per sua natura è un isolante agisce da inquinante del processo di conversione poiché inibisce il contatto tra reagente e substrato. Il decapaggio (e' un bagno caldo a base di soda caustica e carbonati) ha lo scopo di eliminare la presenza di ossidi superficiali misti di natura inorganica mettendo a nudo la superficie del substrato. Temperatura di lavoro  $> 30^{\circ}\text{C}$  il tempo richiesto per il decapaggio e' di circa 15 minuti per la maggior parte dei campioni. La lavorazione manuale permette un accurato esame visivo delle superficie tra le differenti fasi del trattamento.
4. **Lavaggio:** il pezzo una volta trattato va lavato allo scopo di rendere neutro il ph superficiale tra un bagno e l'altro; questo per rendere più incisivo il trattamento ed impedire un inquinamento tra vasche a diversa natura chimica. L'operazione di lavaggio si effettua in acqua corrente con aria insufflata per un periodo di un minuto.
5. **Cromatazione:** il processo di cromatazione è la reazione di conversione della superficie in sali misti di cromo ed alluminio presenti in diversa percentuale. Avviene per immersione in vasca a base di acido cromico e sali di Cromo per un tempo variabile a discrezione dell'operatore. In accordo con le norme - UNI EN 2334:1998 - Serie aerospaziale - Decapaggio solfocromico dell'alluminio e delle leghe di alluminio. La temperatura del bagno deve essere garantita superiore a  $30^{\circ}\text{C}$ . Appena formato il rivestimento si presenta come uno strato gelatinoso è pertanto necessario fare una essiccazione disidratante che ne migliora le caratteristiche. Tale trattamento è preferito per le caratteristiche di isolante elettrico, per la capacità di legarsi tenacemente alla superficie metallica, di avere una determinata porosità che la rende ideale come strato protettivo e di avere ottime proprietà anticorrosive (resiste agli agenti chimici quali Acido nitrico concentrato).

### 4.3 Posizionamento Estensimetri

Per la misurazione delle microdeformazioni del materiale i pannelli sono stati equipaggiati con due estensimetri (figura 4.11), il primo è monoassiale il secondo è triassiale (*rosetta estensimetrica*).

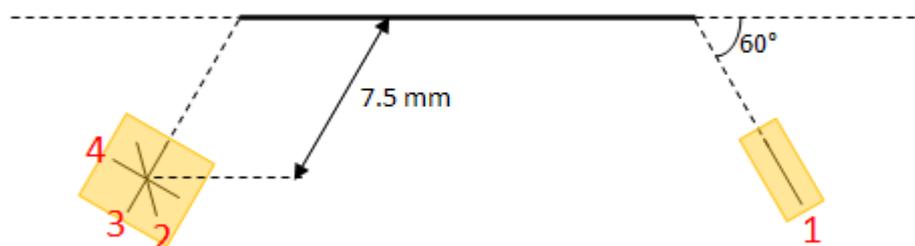


**Figura 4.11 - Pannello con Estensimetri**

I due estensimetri sono stati così distribuiti:

- 1-estensimetro monocomponente S1, avente una griglia di lunghezza 1,5mm (con resistenza griglia di  $120.0 \pm 0.6\%$  Ohm con fattore di calibrazione a  $24^\circ\text{C}$  di  $2.125 \pm 0.5\%$ );
- 1-estensimetri triassiali R1 costituito da 3 estensimetri aventi griglia di lunghezza 3mm (con resistenza griglia di  $120.0 \pm 0.5\%$  Ohm con fattore di calibrazione a  $24^\circ\text{C}$  di 2.13).

L'orientamento degli estensimetri rispetto alla direzione caratteristica della frattura è quello evidenziato in Figura 4.17.



Numero estensimetro	Angolazione
1	60°
2	105°
3	60°
4	150°

**Figura 4.12- Posizione ed orientamento degli estensimetri**

La presenza di un intaglio in un pannello soggetto a sforzi di trazione e compressione diventa sede di una concentrazione degli sforzi. Tale fenomeno viene misurato per mezzo del fattore di concentrazione degli stress, funzione della geometria dell'intaglio o del rapporto tra stress nominale e stress locale:

$$K = \frac{\sigma_y}{\sigma_0} = 1 + \frac{2a}{b} \quad (4.1)$$

Per la determinazione del fattore di intensificazione degli stress può essere necessario risolvere il sistema in tre incognite (4.2). Lo stato di deformazione può essere rappresentato mediante tre termini:

$$\begin{cases} E\varepsilon_{xx} = A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ (1-\nu) - (1+\nu) \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + 2B_0 + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ (1-\nu) + (1+\nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ E\varepsilon_{yy} = A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ (1-\nu) + (1+\nu) \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - 2\nu B_0 + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ (1-\nu) - (1+\nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \\ 2\mu\gamma_{xy} = A_0 r^{-1/2} \left[ \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2} \right] - A_1 r^{1/2} \left[ \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (4.2)$$

dove

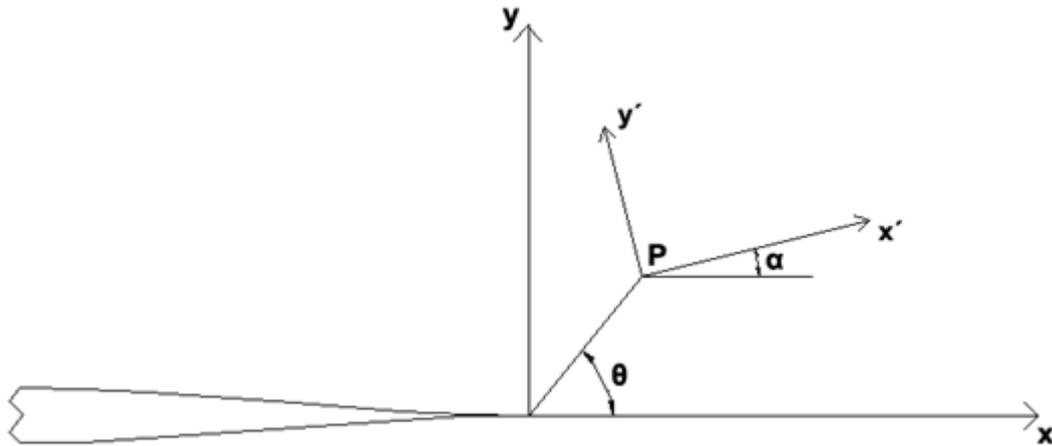
$\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\gamma_{xy}$  = componenti dello stato di deformazione,  
 $E$  = modulo di elasticità normale o di Young,  
 $\nu$  = coefficiente di Poisson,  
 $\mu$  = modulo di elasticità tangenziale,  
 $r$ ,  $\theta$  = coordinate polari misurate a partire dell'apice della frattura,  
 $A_0$ ,  $B_0$ ,  $A_1$  = coefficienti incogniti, che dipendono dalla geometria del provino e dal carico.

In particolare,  $A_0$  ed il fattore di intensificazione delle tensioni  $K$  sono legati dalla seguente relazione:

$$A_0 = \frac{K}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.3)$$

Qualora tre o più estensimetri (misuratori di deformazione) vengano opportunamente posizionati nella regione prossima all'apice della frattura, le (4.2) possono essere impiegate per determinare i coefficienti incogniti  $A_0$ ,  $B_0$  e  $A_1$ . Tuttavia, il numero di

estensimetri necessari per la valutazione di  $A_0$  e, quindi, di  $K$  può ridursi ad uno, considerando un unico misuratore posizionato lungo una data direzione  $x'$ , come illustrato in Figura 4.18.



**Figura 4.13 – Posizione dell'estensimetro all'apice della cricca**

Nel sistema di coordinate ruotato  $P(x',y')$  la deformazione  $\varepsilon_{x'x'}$  è ricavabile dalla seguente relazione:

$$2\mu\varepsilon_{x'x'} = A_0 r^{-1/2} \left[ \lambda \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2} \sin 2\alpha \right] + \quad (4.4)$$

$$+ B_0 (\lambda + \cos 2\alpha) + A_1 r^{1/2} \left[ \lambda + \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \sin \theta \sin 2\alpha \right]$$

dove

$$\lambda = \frac{1 - \nu}{1 + \nu}$$

Nella (4.4) il coefficiente del termine  $B_0$  può essere eliminato, selezionando l'angolo  $\alpha$  tale che risulti:

$$\cos 2\alpha = -\lambda = -\frac{1 - \nu}{1 + \nu} \quad (4.5)$$

Inoltre, il coefficiente di  $A_1$  svanisce, se l'angolo  $\theta$  viene scelto in maniera che risulti:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = -\operatorname{cotg} 2\alpha \quad (4.6)$$

Pertanto, attraverso il posizionamento appropriato di un singolo estensimetro, con angoli  $\alpha$  e  $\theta$  tali da soddisfare la (4.5) e la (4.6), è possibile porre in relazione la deformazione  $\varepsilon_{x'x'}$  direttamente con lo stress intensity factor K:

$$2\mu\varepsilon_{x'x'} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \lambda \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2} \sin 2\alpha \right] \quad (4.7)$$

Dall'analisi delle relazioni (4.5) e (4.6) si evince che i valori di  $\alpha$  e  $\theta$  ricercati dipendono esclusivamente dal modulo di Poisson  $\nu$ . Nel nostro caso in esame, in cui la lastra è costituita da alluminio, risulta:

$$\nu = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \theta = 60^\circ$$

e, quindi, la (4.7) si riduce a:

$$K = E \sqrt{\frac{8}{3}\pi r} \varepsilon_g \quad (4.8)$$

dove

$\varepsilon_g = \varepsilon_{x'x'}$  = deformazione indicata dal singolo misuratore.

In realtà, sarebbe stato sufficiente il solo estensimetro S1, ma si è preferito di utilizzare un numero sovrabbondante di estensimetri, ossia anche la rosetta, per i seguenti motivi:

- Possibilità di risalire alla deformazione lungo una direzione qualsiasi a partire dalla conoscenza delle deformazioni lungo le tre direzioni di ciascuna rosetta (essendo lo stato di deformazione piano). Infatti, in generale, dette  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_c$  le rilevazioni estensimetriche eseguite con una generica rosetta a tre griglie, disposte in modo da formare rispettivamente angoli  $\theta_a$ ,  $\theta_b$ ,  $\theta_c$  con l'asse x di una terna di riferimento (x, y, z), si determinano i valori di  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$ , mediante le relazioni:

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_a + \varepsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a \\ \varepsilon_b &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_b + \varepsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b \\ \varepsilon_c &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_c + \varepsilon_y \sin^2 \theta_c + \gamma_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c \end{aligned} \quad (4.9)$$

- Possibilità di analizzare l'andamento delle deformazioni e, quindi, delle tensioni man mano che ci allontaniamo dall'apice della cricca.

### 4.3.1 Errori di misurazione legati al gradiente di deformazione

Nella valutazione dello SIF mediante l'impiego di misuratori di deformazione, bisogna però tener conto di un errore introdotto dall'effetto del gradiente di deformazione.

A tal proposito, si riprenda la (4.7), in cui si ponga

$$\nu = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \theta = 60^\circ$$

ottenendo così

$$\varepsilon_{x'x'} = qr^{-1/2} \quad (4.10)$$

dove

$$q = \frac{K}{E\sqrt{\frac{8}{3}}\pi} \quad (4.11)$$

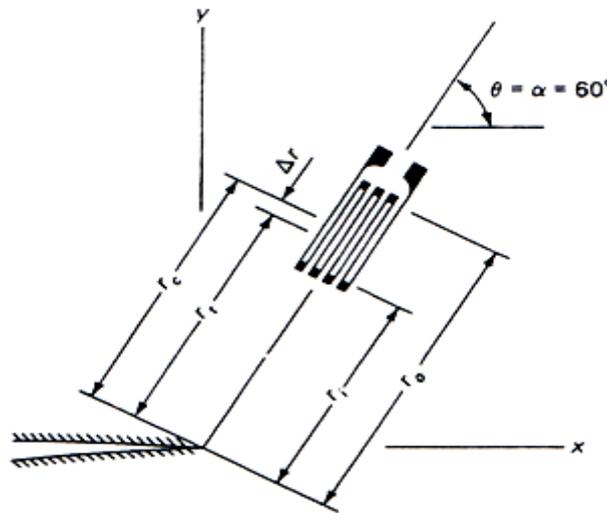


Figura 4.14 – Schematizzazione dell'estensimetro

Il segnale riportato dal misuratore rappresenta la deformazione media sulla sua lunghezza, ovvero per la (4.10) la quantità

$$(\varepsilon_{x'x'})_{med} = \frac{q}{r_0 - r_i} \int_{r_i}^{r_0} r^{-1/2} dr \quad (4.12)$$

dove  $r_0$  e  $r_i$  sono le posizioni radiali definenti gli estremi della griglia dell'estensimetro, così come illustrato in Figura 4.14. Mediante integrazione, poi, dalla (4.12) si passa a:

$$(\varepsilon_{x'x'})_{med} = \frac{2q}{\sqrt{r_0} + \sqrt{r_i}} \quad (4.13)$$

Pertanto, la risposta dell'estensimetro  $(\epsilon_{x'x'})_{\text{med}}$  corrisponde alla deformazione vera  $\epsilon_{x'x'}$  in uno specifico punto lungo la lunghezza del misuratore individuato dal raggio posizione  $r_t$ , la cui espressione è, facilmente, ricavabile mediante la (4.10) e la (4.13):

$$r_t = \frac{1}{4} \left( \sqrt{r_0} + \sqrt{r_i} \right)^2 \quad (4.14)$$

Il centro del misuratore è, invece, individuato dalla posizione radiale  $r_c$ :

$$r_c = \frac{1}{2} (r_0 + r_i) \quad (4.15)$$

Per cui, definendo  $\Delta r = r_c - r_t$ , si ha:

$$\Delta r = \frac{1}{4} \left( r_0 - 2\sqrt{r_0}\sqrt{r_i} + r_i \right) \quad (4.16)$$

Inoltre, la lunghezza  $L$  dell'estensimetro è esprimibile come:

$$L = r_0 - r_i \quad (4.17)$$

In conclusione, quindi, combinando le equazioni (4.14), (4.15) e (4.16), l'errore adimensionalizzato  $\Delta r / r_c$  che si commette durante la misurazione è:

$$\frac{\Delta r}{r_c} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{L}{2r_c} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (4.18)$$

dove  $r_c > L/2$ , affinché l'estensimetro sia completamente posizionato oltre l'apice della cricca. In molte applicazioni, tuttavia, la differenza tra  $r_c$  e  $r_t$  risulta trascurabile. Ad esempio, considerando un misuratore con  $L = 1 \text{ mm}$  posizionato a  $r_c = 5L$ , si ottiene  $\Delta r / r_c = 0.0025$  e, quindi, una correzione  $\Delta r = 0.0125 \text{ mm}$ , che è molto più piccola dell'accuratezza che può essere raggiunta nella misurazione di  $r_c$ . Qualora, però, una correzione venga richiesta, si procede determinando  $r_t$  dalla (4.14) e sostituendo il valore ottenuto nell'espressione di  $K$ ; si ottiene, così, il valore effettivo di  $K$ , depurato dall'errore connesso al gradiente di deformazione. Nel caso in esame l'errore connesso al gradiente di deformazione, siccome, risulta:

$$\begin{aligned} L &= 1.5 \text{ mm} \\ r_c &= 7.5 \text{ mm} \end{aligned}$$

quindi

$$\Delta r = 1.9 \text{E}^{-2} \text{ mm}$$

Che è molto piccolo dell'accuratezza che può essere raggiunta nella misurazione di  $r_c$ , per cui non vi è necessità di nessuna correzione ai valori rilevati.

## 4.4 Risultati delle Prove Sperimentali

E' opportuno innanzitutto ricordare che, fondamentalmente, la crescita della cricca a fatica è un fenomeno *random*, in particolare la disomogeneità del materiale lungo il percorso della cricca può essere considerata la fonte principale di variabilità del processo di crescita. L'influenza della disomogeneità del materiale è stata studiata sperimentalmente mediante numerosi test su campioni analoghi sollecitati dagli stessi carichi ciclici ad ampiezza costante. Questi esperimenti dimostrano che l'ipotesi che il materiale possa essere considerato un *continuum* omogeneo - approccio molto soddisfacente da un punto di vista macroscopico - fallisce quando applicato alla dinamica di crescita della cricca. La non uniformità del materiale rappresenta quindi la causa principale, ma non certamente l'unica, dei differenti risultati ottenuti nei test a fatica, per questo motivo è necessario compiere più di un esperimento nelle stesse condizioni di carico e su campioni analoghi per avere una stima attendibile della caratteristiche di crescita della cricca. Le prime prove effettuate sono state svolte su pannelli non riparati, ossia danneggiati ma privi della riparazione in carboresina. Tali pannelli sono stati soggetti ad una trazione ciclica massima di 1500kg, con rapporto di tensione  $R=0$ . Con lo scopo capire il comportamento della propagazione della cricca in un pannello non riparato. Successivamente è stata svolta una campagna di prove su sei pannelli danneggiati e riparati alcuni con patch di tipo 1 ed altri con patch di tipo 2 soggetti ad una trazione ciclica massima di 2250kg, con rapporto di tensione  $R=0$ .

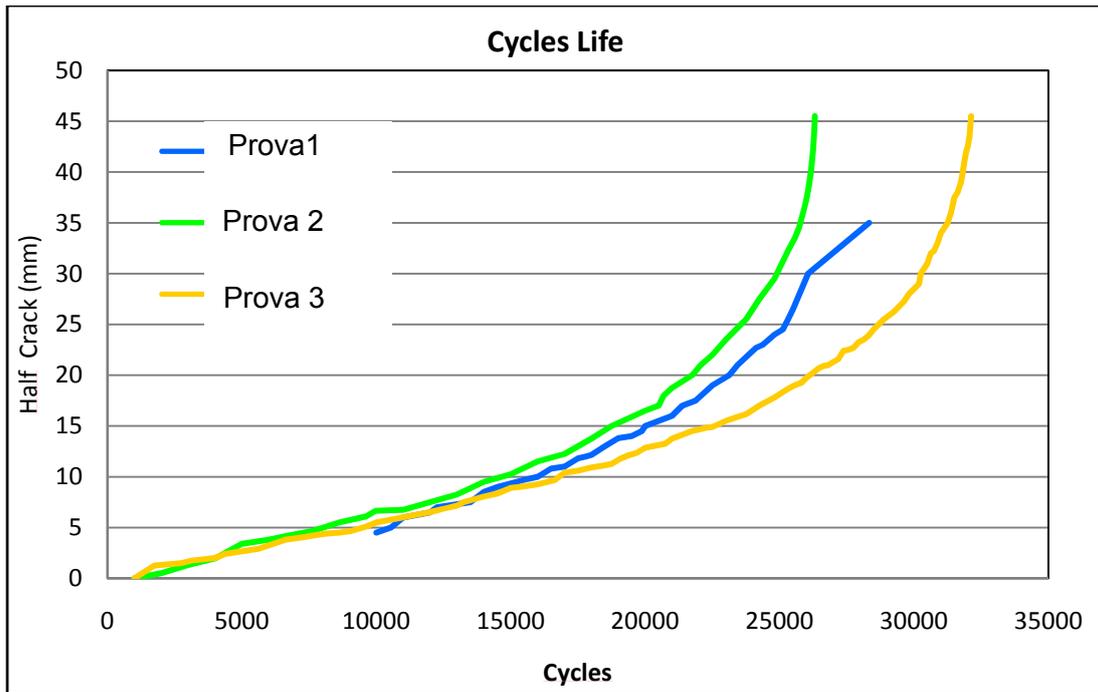
### 4.4.1 Pannelli non riparati

Le prove dei pannelli danneggiati e non riparati, ossia privi della riparazione mediante patch in carboresina, sono state eseguite su tre pannelli aventi le caratteristiche geometriche e meccaniche come indicato nella tabella 4.1 e 4.2. Tutti e tre pannelli sono stati sottoposti a dei cicli di carico il cui valore di trazione massimo era di 1500kg, con una tensione longitudinale di  $\sigma_y=54.4\text{MPa}$  e sempre con un rapporto di stress  $R=0$ . Per queste prove è stato calcolato sperimentalmente il valore dello stress intensità factor che in media è risultato per tutti è tre casi pari a  $K_I=10.38\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  e la rottura si è avuta per una vita a fatica compresa tra i 26000 e i 32000 cicli. Nella tabella seguente possiamo vedere in dettaglio il comportamento a fatica dei tre pannelli testati.

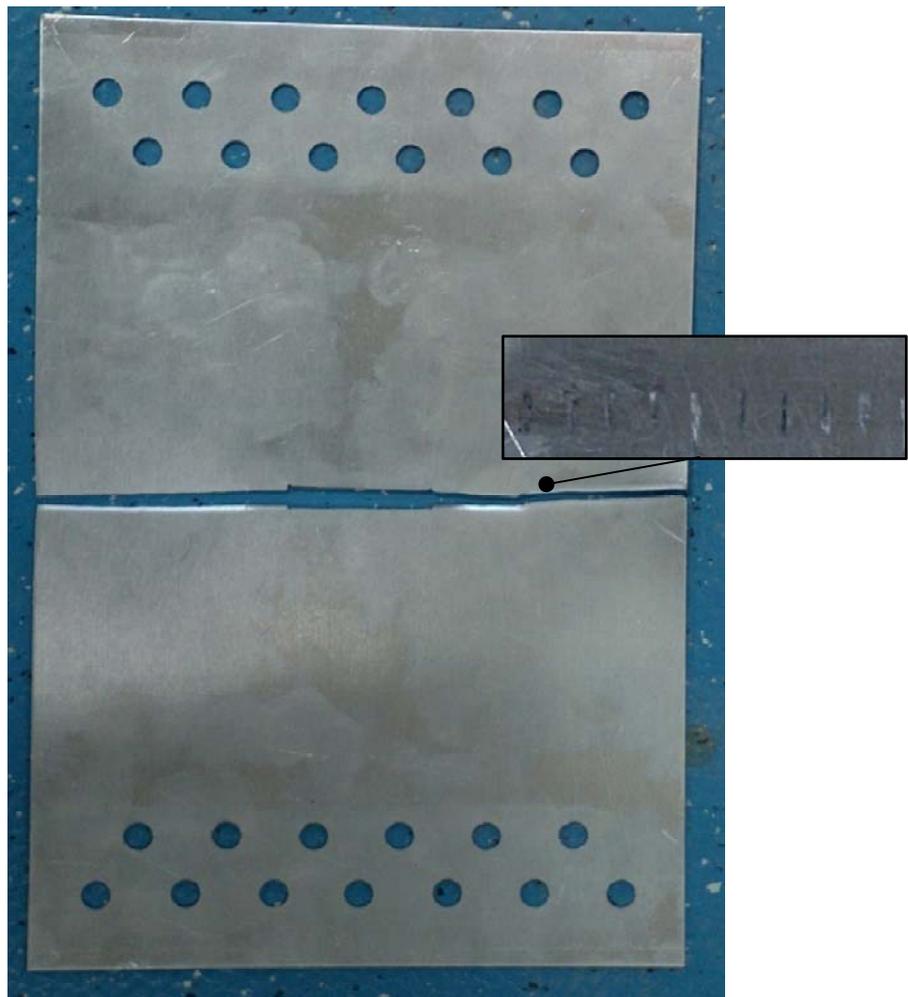
Pannello (Al 6061-T6)	Carico (kN)	Cricca Centrale (mm)	Cycles Life
Prova 1	14.7	40	26312
Prova 2	14.7	40	28330
Prova 3	14.7	40	32125

**Tabella 4.6 – Numero di Cicli a Fatica dei Pannelli testati senza Patch**

Inoltre è stato possibile durante lo svolgere delle prove valutare visivamente l'avanzamento della cricca per entrambi gli apici di essa. Affinchè si potesse facilitare la lettura della propagazione lungo il pannello è stata realizzata una scala millimetrica mediante una serie di tacche in modo tale da facilitare la lettura, vedi figura 4.16. Con i valori così letti ad intervalli regolari di cicli è stato possibile graficare l'avanzamento della cricca in funzione del numero di cicli ottenendo il seguente risultato.



**Figura 4.15 – Cicli a fatica dei Pannelli Testati**



**Figura 4.16 – Pannello Testato senza Riparazione**

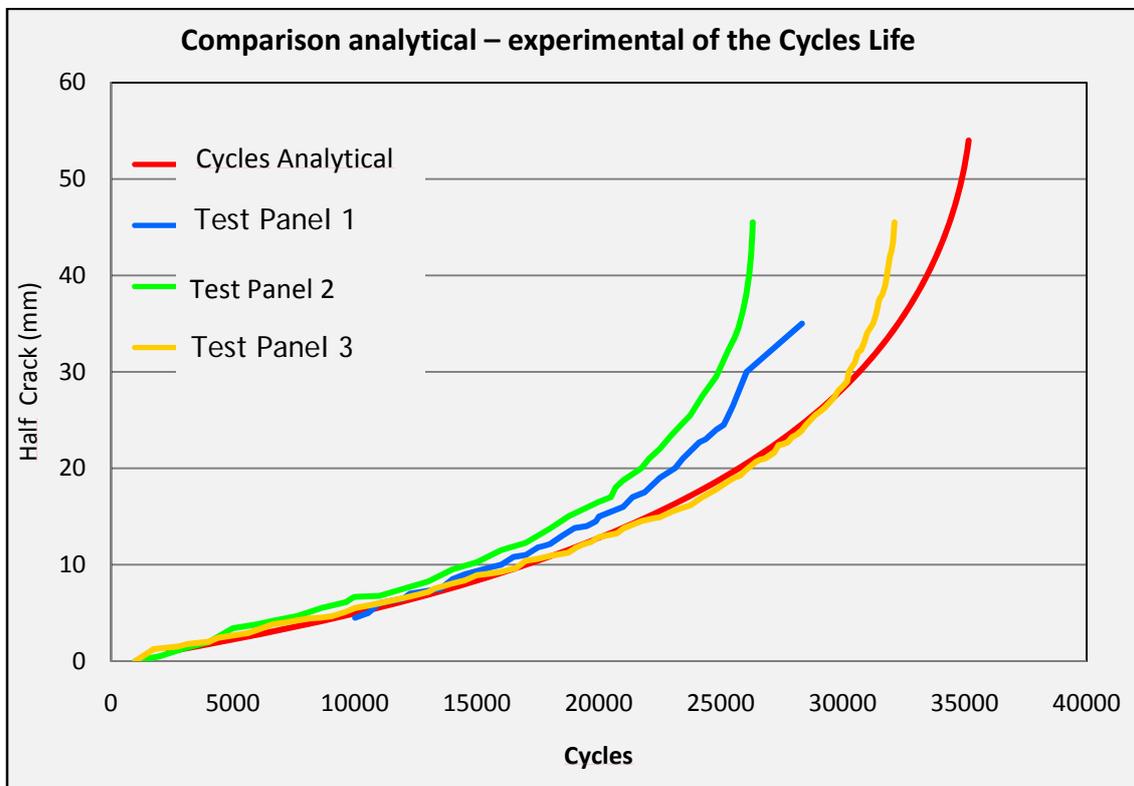
Per mezzo di un calcolo analitico funzione della sola geometria del pannello con l'espressione di Tada per il fattore geometrico, il fattore correttivo di Irwin, la condizione di chiusura ed apertura della cricca e quella del K critico, oltre il quale la cricca diventa instabile, come riferimento di arresto del nostro calcolo è stato possibile definire una vita a fatica anche per queste nuove condizioni di carico, come già descritta nel Capitolo II. I valori del *SIF* (calcolati analiticamente) sono aggiornati ad ogni ciclo per tener conto dei seguenti effetti:

- fattore di correzione di Irwin;
- chiusura e aperture della cricca;
- instabilità a  $K_I=K_c$ .

Richiamando la (3.37) è possibile determinare analiticamente la vita a fatica mediante questa relazione:

$$N_f - N_i = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{\frac{C(\Delta K_{eff} - \Delta K_{th})^n}{(1-R)(K_c - \Delta K_{eff})}}$$

I risultati ottenuti con questa procedura sono stati soddisfacenti, infatti come si vede dalla figura è stato possibile descrivere con un'ottima accuratezza analiticamente l'andamento a fatica di un pannello danneggiato corrispondente alla vita a fatica effettivamente ottenuta delle prove sperimentali per le medesime condizioni del pannello analizzato.



**Figura 4.17 – Confronto Analitico-Sperimentale della vita a fatica dei Pannelli danneggiati**

Non avendo a disposizione dati sperimentali di prove su pannelli non riparati soggetti ad un carico massimo di 2250 kg e quindi con una tensione longitudinale di  $\sigma_y=81.75\text{MPa}$  e sempre con un rapporto di stress  $R=0$ . Ritenendo valido il calcolo analitico precedentemente effettuato per un carico di 1500kg è stato possibile ottenere la vita a fatica anche per il medesimo pannello ma con carico maggiorato.

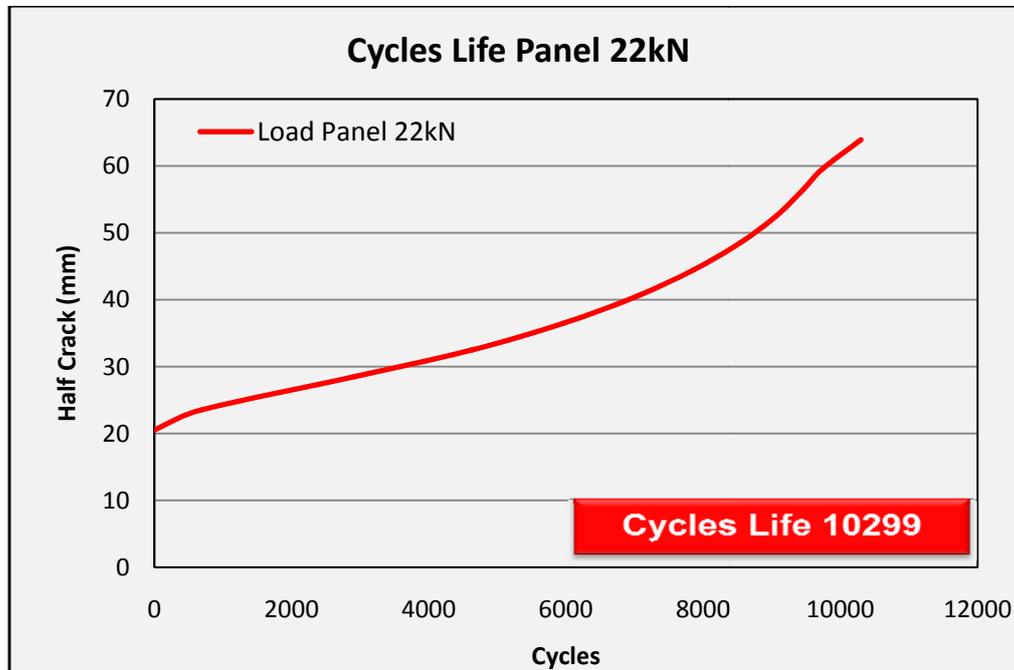


Figura 4.18 – Vita a fatica del Pannello con cricca e Caricato a 22.07kN

## 4.4.2 Pannelli riparati mediante Patch

Le stesse prove sono state effettuate su pannelli riparati [6,7] con sia con la tecnica delle Patch dell'LMC che sia con quella della Piaggio. In entrambi i casi i pannelli sono stati soggetti ad una trazione ciclica massima di 2250kg, con una tensione longitudinale di  $\sigma_y=54.4\text{MPa}$  e sempre con un rapporto di stress  $R=0$ . Si riporta di seguito i pannelli riparati con i vari modi in cui sono stati poi testati.

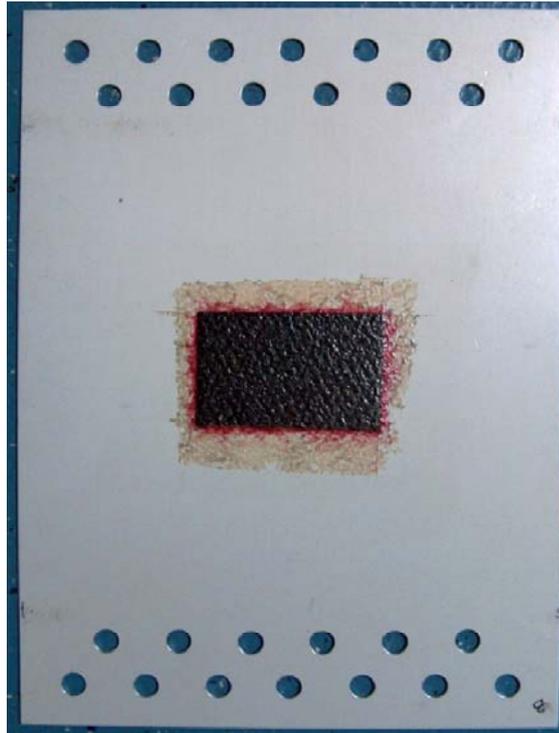
- *Pannello 1 – patch tipo 1 con adesivo FM73 con trattamento di decapaggio solfocromico -*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di decapaggio solfocromico (Norma - UNI EN 2334:1998 - Serie aerospaziale - Decapaggio solfocromico dell'alluminio e delle leghe di alluminio) per aumentare la porosità superficiale mediante un aumento dell'ossidazione. Deposizione mediante, adesivo FM73 di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di una ply di grafite tipo *fabric* con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.3. Verniciatura epossidica di protezione all'ossido di alluminio. Applicazione meccanica di compressione della patch.
  
- *Pannello 2 – patch tipo 1 con adesivo AF163-2K con trattamento di decapaggio solfocromico -*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di decapaggio solfocromico (Norma - UNI EN 2334:1998 - Serie aerospaziale - Decapaggio solfocromico dell'alluminio e delle leghe di alluminio) per aumentare la porosità superficiale mediante un aumento dell'ossidazione. Deposizione mediante, adesivo AF163-2K di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di una ply di grafite tipo *fabric* con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.3. Verniciatura epossidica di protezione all'ossido di alluminio. Applicazione meccanica di compressione della patch.
  
- *Pannello 3 – patch tipo 1 con adesivo AF163-2K con trattamento di abrasione meccanica -*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di abrasione meccanica per aumentare la rugosità superficiale. Deposizione mediante, adesivo AF163-2K di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di una ply di grafite tipo *fabric* con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.3. Applicazione meccanica di compressione della patch.
  
- *Pannello 4 – patch tipo 1 con adesivo FM73 con trattamento di abrasione meccanica -*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di abrasione meccanica per aumentare la rugosità superficiale. Deposizione mediante, adesivo FM73 di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di due ply di grafite a  $\pm 45^\circ$  con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.3. Applicazione meccanica di compressione della patch.

- *Pannello 5 – patch tipo 2 senza adesivo con trattamento di abrasione meccanica-*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di abrasione meccanica per aumentare la rugosità superficiale. Deposizione mediante, sfruttando come adesivo l'eccesso di resina della patch di tipo EA956 di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di due ply di grafite a  $\pm 45^\circ$  con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.6. Applicazione meccanica di compressione della patch.
- *Pannello 6 – patch tipo 2 senza adesivo con trattamento di abrasione meccanica-*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di abrasione meccanica per aumentare la rugosità superficiale. Deposizione mediante, sfruttando come adesivo l'eccesso di resina della patch di tipo EA956 di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di due ply di grafite a  $\pm 45^\circ$  con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.5. Applicazione di vacuum bag della patch.
- *Pannello 7 – patch tipo 2 senza adesivo con trattamento di abrasione meccanica-*  
La superficie del provino ha subito un trattamento di abrasione meccanica per aumentare la rugosità superficiale. Deposizione mediante, sfruttando come adesivo l'eccesso di resina della patch di tipo EA956 di spessore stimato di circa 0.1mm, su un lato del pannello di due ply di grafite a  $\pm 45^\circ$  con caratteristiche meccaniche della patch come da tabella 4.5. Applicazione meccanica di compressione della patch.

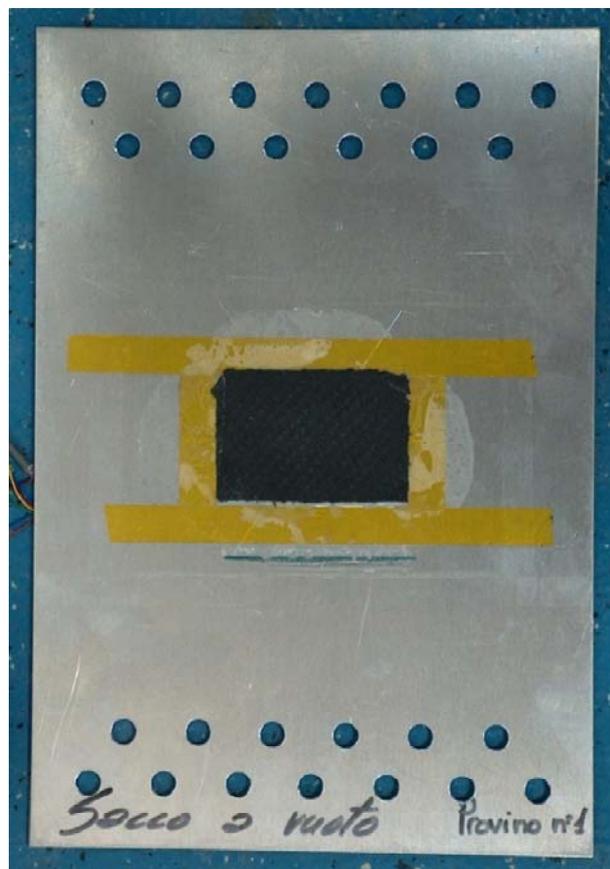
Nelle figure seguenti sono riportati alcuni pannelli riparati nei vari modi prima esposti.



**Figura 4.19 – Pannello 1 con patch tipo 1 adesivo FM73 e decapaggio solfocromico**



**Figura 4.20 – Pannello 2 con patch tipo 1 adesivo AF163-2K e decapaggio solfocromico**



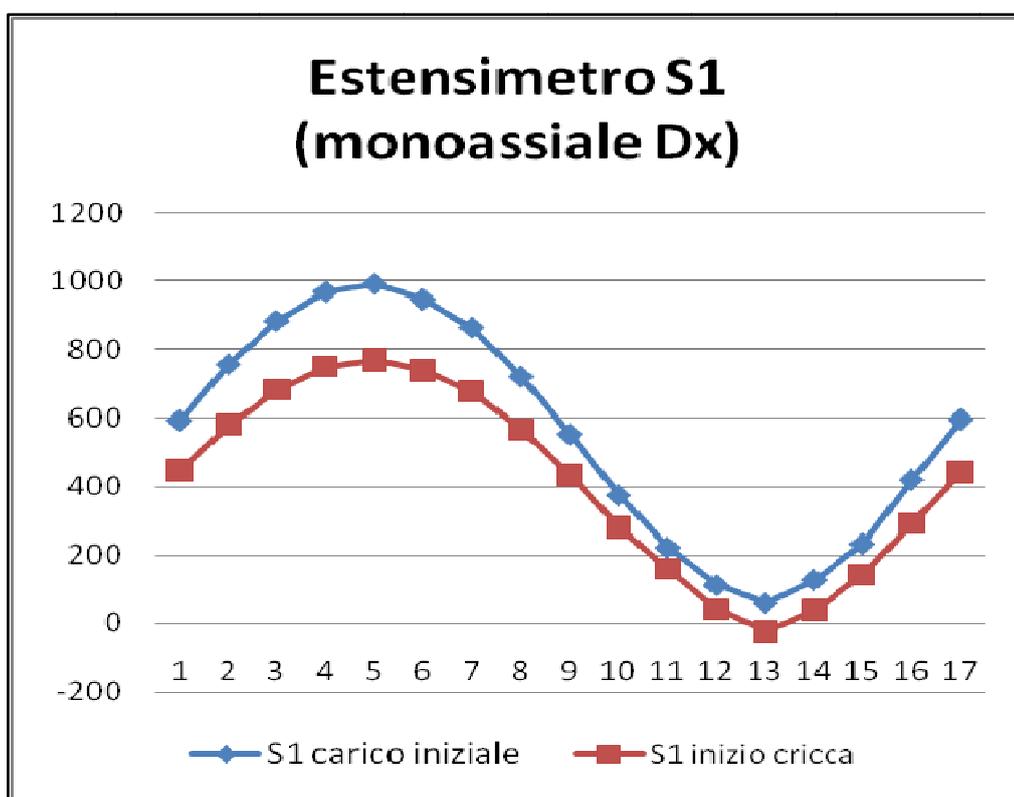
**Figura 4.21 – Pannello 6 con patch tipo 2 adesivo EA956 con applicazione mediante *vacuum bag***

I pannelli testati ci hanno permesso di valutare sia la Stress Intensity Factor ( SIF ) sperimentale sia la vita a fatica di ciascuno pannello riparato. Infatti mediante l'applicazione di un estensimetro monoassiale a destra e di una rosetta estensimetrica a sinistra della cricca si è potuto valutare lo stress intensity factor sperimentale attraverso l'andamento dei grafici che mostrano l'andamento dei valori massimi e minimi delle misure estensimetriche sui pannelli testati in laboratorio. Questi dati, che si riferiscono ai primi mille cicli di carico, danno una indicazione delle diverse condizioni iniziali in cui sono stati effettuati i test. Sono presentati inoltre i valori del fattore di intensificazione degli sforzi calcolati mediante l'equazione 4.2 e 4.8 considerando una distanza r uguale a 7.5 mm, per questo motivo i dati sono relativi ai primi 100 cicli di carico prima che la cricca avanzi in maniera significativa. La tabella 4.7 mostrano invece il valore del K ricavato dall'estensimetro monoassiale a destra e quello ricavato dalla rosetta estensimetrica a sinistra della cricca.

Tipo di Pannello	SIF_mon. (MPa·√m)	SIF_ros. (MPa·√m)
Pannello 1	16.769	6.280n.a.
Pannello 2	17.587	18.165
Pannello 3	15.106	13.770
Pannello 4	14.200	14.845
Pannello 5	10.353	13.614
Pannello 6	13.227	15.502
Pannello 7	14.756	15.754

**Tabella 4.7 – Stress Intensity Factor ( SIF ) dei Pannelli testati con Patch**

Alcuni andamenti estensimetrici valutati durante le prove sperimentali per poter valutare il SIF.



**Figura 4.22 - Rilevamento deformazione dal monoassiale (estensimetro posto a dx)**

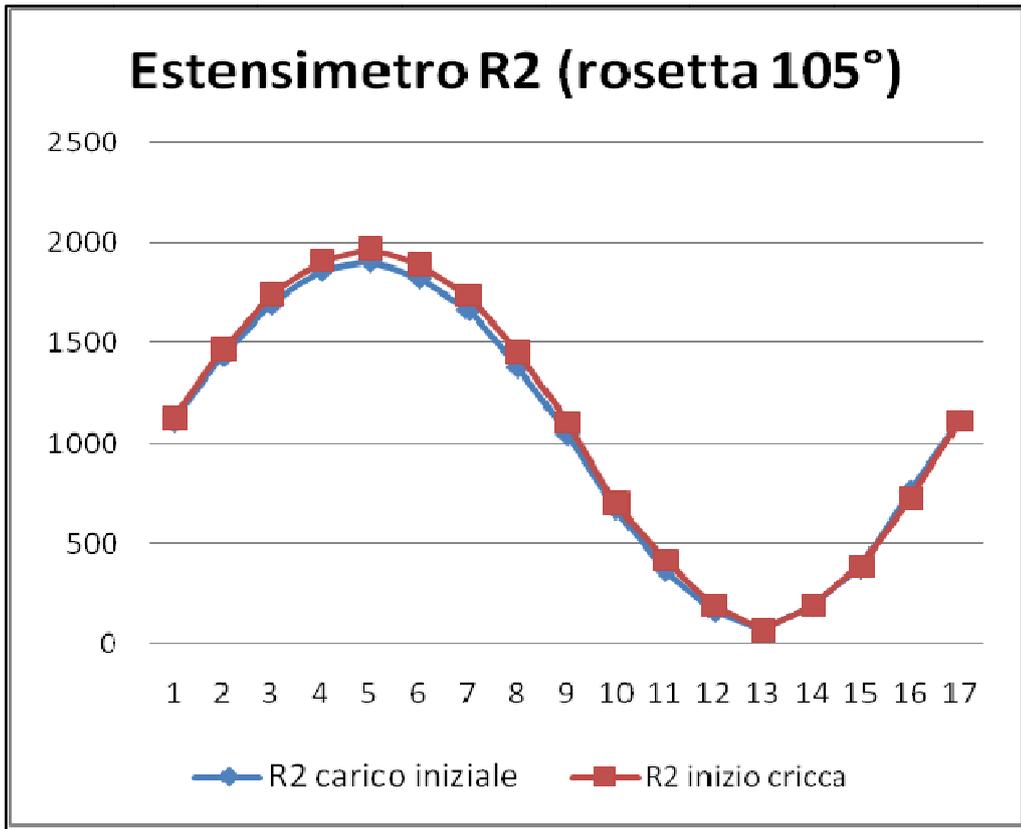


Figura 4.23 - Rilevamento deformazione dalla rosetta ( II estensimetro posto a sx)

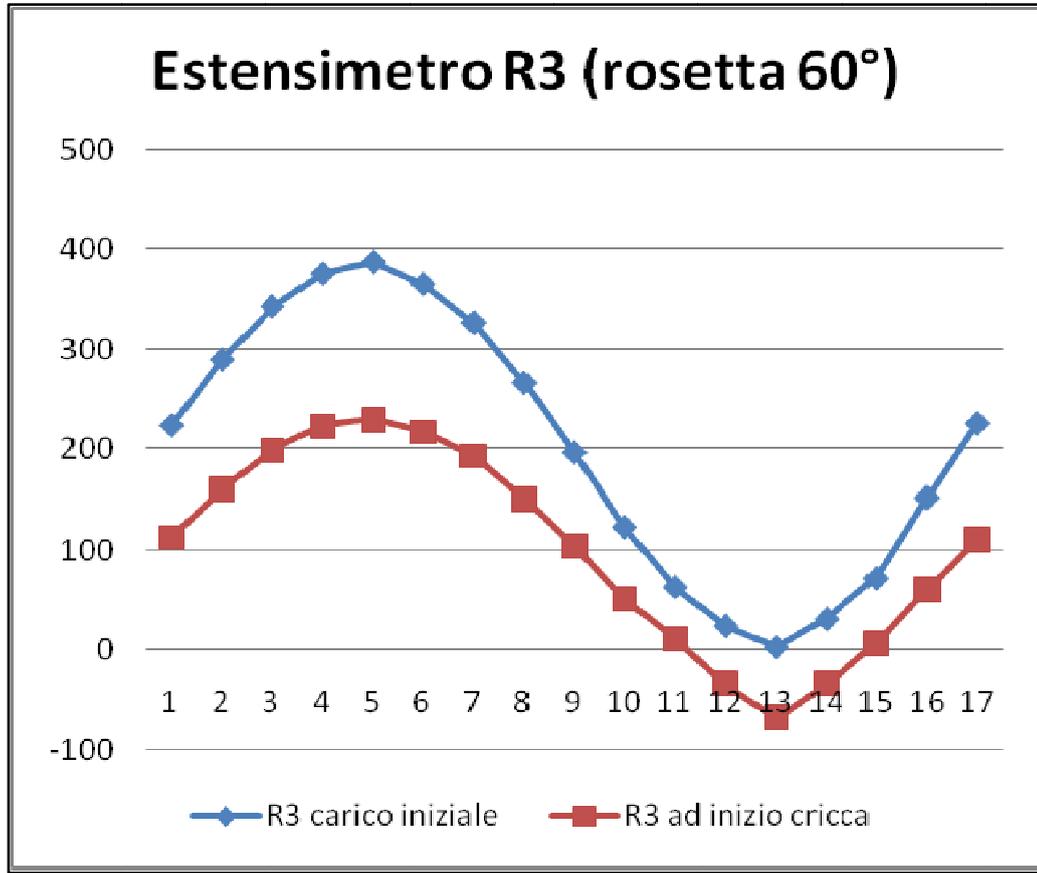
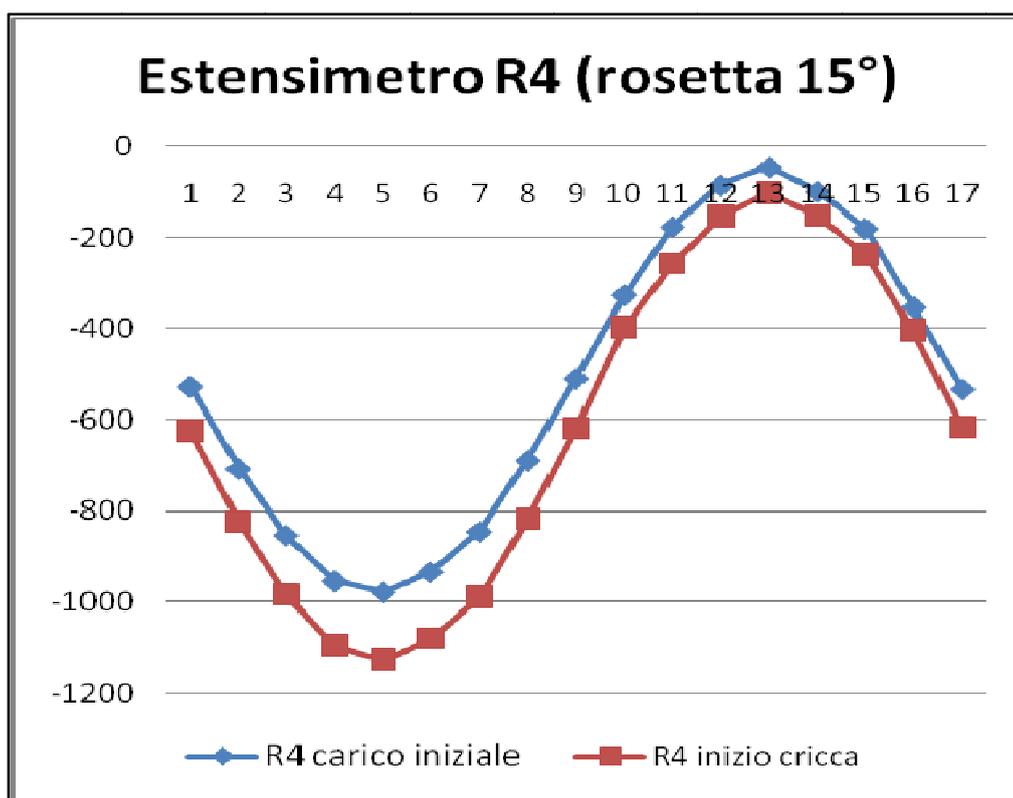


Figura 4.24 - Rilevamento deformazione dalla rosetta ( I estensimetro posto a sx)



**Figura 4.25 - Rilevamento deformazione dalla rosetta ( III estensimetro posto a sx)**

L'aver ottenuto valori assai diversi tra i due tipi di estensimetri applicati, può essere dovuto non solo alla complessità del fenomeno fisico di rottura a fatica, ma anche ad altre cause come:

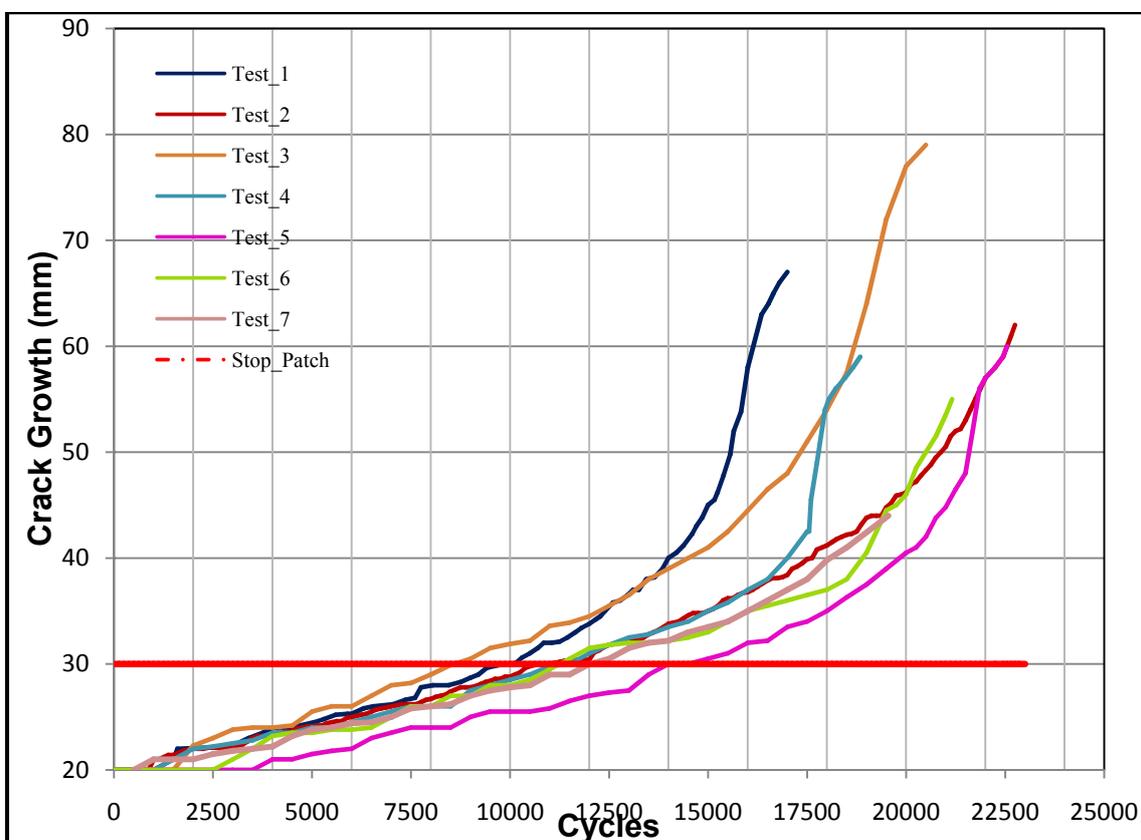
- errata applicazione o calibrazione degli estensimetri;
- difetti del materiale o differenze dell'intaglio;
- errori del sistema di acquisizione;
- posizionamento non esattamente verticale del pannello.

Comunque per avere una stima più accurata del SIF nei confronti con risultati numerici e sperimentali delle prove a fatica si sono usati i dati della rosetta estensimetrica. Inoltre è stato possibile durante lo svolgere delle prove valutare visivamente l'avanzamento della cricca per entrambi gli apici, mediante la lettura di una scala millimetrica posta sul pannello. I valori così letti ad intervalli regolari di cicli ci hanno permesso di graficare l'avanzamento della cricca in funzione del numero di cicli ottenendo i seguenti risultati:

<b>Tipo di Pannello</b>	<b>Cicles Life</b>
Pannello 1	17220
Pannello 2	22750
Pannello 3	20500
Pannello 4	18843
Pannello 5	22550
Pannello 6	21162
Pannello 7	19553

**Tabella 4.8 – Cycles Life dei Pannelli testati con Patch**

Inoltre è stato possibile graficare l'avanzamento delle due semicricche a partire dal lato destro e sinistro dell'intaglio dimostrando la quasi simmetria della propagazione. Pertanto nelle figure seguenti sarà riportata un solo avanzamento della cricca e per comodità si è scelto quello di sinistra.



**Figura 4.26 - Confronto tra i risultati sperimentali della crescita della semicricca del pannello riparato mediante la patch**

L'analisi dei risultati sperimentali mette in luce la correlazione esistente tra la velocità di avanzamento della cricca, la vita a rottura del pannello e le misurazioni estensimetriche: a valori iniziali del fattore di intensificazione degli sforzi più bassi corrisponde una maggiore durata del campione esaminato e viceversa. Ad esempio: il primo pannello, non viene preso in considerazione poiché una cattiva applicazione dell'estensimetro rosetta non ci ha permesso di valutare in maniera corretta il SIF corrispondente. Mentre per il secondo pannello pur essendo caratterizzato dai valori del SIF non tanto bassi (tabella 4.7), ha una vita a fatica elevata (22750 cicli), ciò è dovuto sia all'ottimo trattamento superficiale di decapaggio solfocromico che all'adesivo AF163-2K che non ha fatto slittare la patch durante le fasi finali di propagazione della cricca. Invece il terzo pannello presenta corrisponde in pieno alla considerazione che ad un basso SIF corrisponde una più alta vita a fatica (20500 cicli), questo sicuramente grazie anche all'ottimo adesivo strutturale dell'AF163-2K che ha tenuto la patch incollata fino alla fine dei cicli. Viceversa, il quarto pannello, caratterizzati dai più alti valori del fattore di intensificazione degli sforzi (tabella 4.7) si contraddistinguono per la minore durata (18843 cicli), ciò dovuto presumibilmente all'adesivo che non ha tenuto la patch fino alla fine facendola slittare. Il quinto pannello caratterizzato da una patch di maggior spessore è stato caratterizzato da un SIF più basso e da una vita a fatica maggiore. Invece con il sesto e settimo pannello si è voluto confrontare i diversi modi di applicare la patch ossia mediante la tecnica della compressione meccanica e quella del

*vacuum bag* ed il risultato è stato a favore di quest'ultima avendo una maggior vita a fatica. La *figura 4.26* evidenzia anche un altro aspetto, quanto più rapida è la velocità iniziale di avanzamento della cricca tanto prima avverrà la rottura del campione. In sintesi, il confronto tra tutti i risultati in nostro possesso, siano essi analitici, numerici o sperimentali evidenzia due aspetti significativi: innanzitutto è possibile affermare che gli estensimetri pur non fornendo dati per un calcolo sufficientemente preciso di  $K$  ne consentono almeno una misura “qualitativa” che può esser messa in relazione alla vita a fatica del campione, in secondo luogo appare evidente che sia l'avanzamento della cricca che la rottura del materiale sono fortemente dipendenti dalle condizioni iniziali in cui sono state svolte le prove di laboratorio. Lo scopo principale di questo studio era la determinazione dell'efficacia delle patch in carboresina per la riparazione di pannelli aeronautici, i risultati ottenuti consentono di dedurre le seguenti conclusioni:

- il fattore di intensificazione degli sforzi viene notevolmente ridotto dalla presenza della patch;
- l'efficacia della patch è tale da raddoppiare la vita a fatica del pannello rispetto al caso in cui questa non è presente.

Inoltre nelle prove la patch ha dimostrato di sopportare il carico rallentando la propagazione della cricca fino a quando non si è avuto il superamento della stessa con una conseguente propagazione della frattura molto più rapida.

## 4.5 Propagazione della Cricca

Dall'analisi numerica per mezzo delle formule del Paris, è anche possibile confrontare la velocità di propagazione ottenuta sperimentalmente per la zona riparata e non, e confrontarla con il valore ottenuto numericamente per pannelli non riparati:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (4.19)$$

Dalla pendenza dei grafici della *figura 4.26* si nota la tendenza della frattura a svilupparsi più lentamente nella zona su cui è incollata la patch e ad aumentare notevolmente la velocità una volta superata la patch, dove il comportamento torna identico a quello di pannelli non riparati. Per verificare ciò è necessario calcolare la velocità di propagazione della cricca e confrontarla con i risultati ottenuti utilizzando la legge di Paris, che descrive la relazione tra la dimensione della cricca, il numero di cicli.

$$V = \frac{da}{dN} \quad (4.20)$$

Dove “a” indica la misura della cricca ed “N” il numero di cicli. Se ne ricavano i seguenti valori di velocità di propagazione per i pannelli esaminati:

da/dN (mm/cicli) Pannello 1	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch (≈5mm)	5/5450=9.18·10 <sup>-4</sup>	5/6550=7.63·10 <sup>-4</sup>
Oltre la Patch (≈15mm)	15/12400=1.21·10 <sup>-3</sup>	15/13250=1.13·10 <sup>-3</sup>

da/dN (mm/cicli) Pannello 2	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch ( $\approx 5\text{mm}$ )	$5/6000=8.33\cdot 10^{-4}$	$5/6000=8.33\cdot 10^{-4}$
Oltre la Patch ( $\approx 15\text{mm}$ )	$15/15000=1\cdot 10^{-3}$	$15/14000=1.07\cdot 10^{-3}$

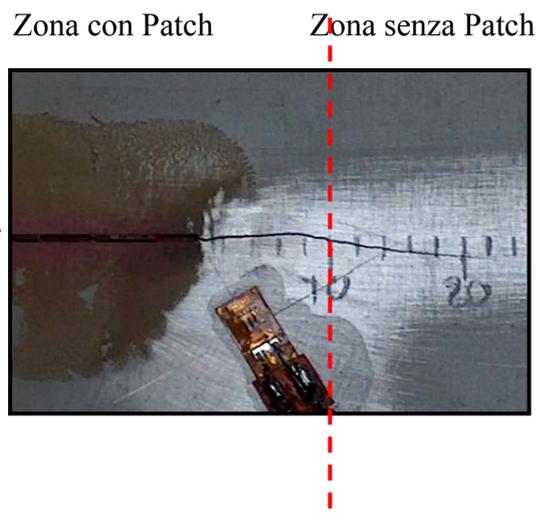
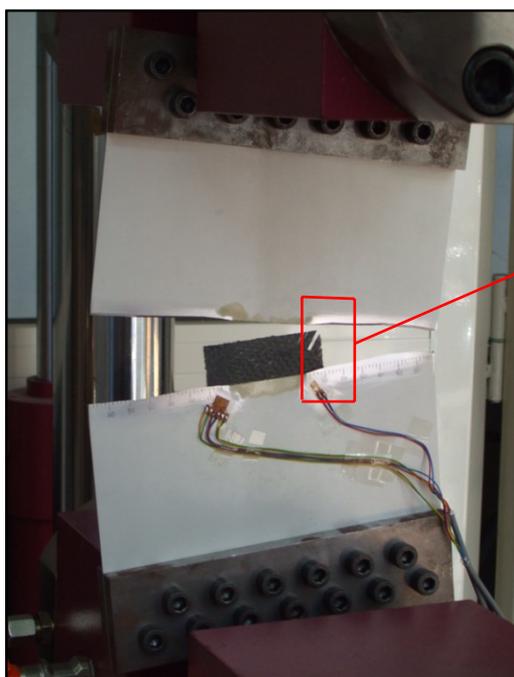
da/dN (mm/cicli) Pannello 3	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch ( $\approx 5\text{mm}$ )	$5/9000=5.55\cdot 10^{-4}$	$5/9000=5.55\cdot 10^{-4}$
Oltre la Patch ( $\approx 15\text{mm}$ )	$15/18200=8.24\cdot 10^{-4}$	$15/18000=8.33\cdot 10^{-4}$

da/dN (mm/cicli) Pannello 4	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch ( $\approx 5\text{mm}$ )	$5/8300=6.03\cdot 10^{-4}$	$5/7000=7.14\cdot 10^{-4}$
Oltre la Patch ( $\approx 15\text{mm}$ )	$15/17000=8.82\cdot 10^{-4}$	$15/16000=9.37\cdot 10^{-4}$

da/dN (mm/cicli) Pannello 5	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch ( $\approx 5\text{mm}$ )	$5/6500=7.69\cdot 10^{-4}$	$5/6500=7.69\cdot 10^{-4}$
Oltre la Patch ( $\approx 15\text{mm}$ )	$15/15000=1\cdot 10^{-3}$	$15/15000=1\cdot 10^{-3}$

da/dN (mm/cicli) Pannello 6	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch ( $\approx 5\text{mm}$ )	$5/8500=5.88\cdot 10^{-4}$	$5/7000=7.14\cdot 10^{-4}$
Oltre la Patch ( $\approx 15\text{mm}$ )	$15/17000=8.82\cdot 10^{-4}$	$15/16000=9.37\cdot 10^{-4}$

da/dN (mm/cicli) Pannello 7	Rosetta apice sx	Monoassiale apice dx
Influenza della Patch ( $\approx 5\text{mm}$ )	$5/7000=7.14\cdot 10^{-4}$	$5/7000=7.14\cdot 10^{-4}$
Oltre la Patch ( $\approx 15\text{mm}$ )	$15/16000=9.37\cdot 10^{-4}$	$15/15000=1\cdot 10^{-3}$



**Figura 4.27 - Confronto tra la velocità della propagazione della cricca tra le zone coperte da patch e non coperta da essa.**

Tale risultato ci indica un comportamento quasi omogeneo per ogni prova, finchè la riparazione ha collaborato alla resistenza a fatica. Dopo i 20 mm il comportamento dei pannelli è cambiato notevolmente. Per analizzare meglio questo fenomeno si è deciso, appunto, di calcolare la velocità della propagazione della cricca nelle zone coperte dalla patch e quelle subito dopo il bordo della patch. Confrontando la legge di Paris del pannello non riparato con quella di uno dei pannelli riparati si ha che il pannello riparato mediante patch ha un comportamento ha fatica equivalente a quello di un pannello non riparato ma con una semicricca iniziale di solo 9mm, vedi figura 4.28.

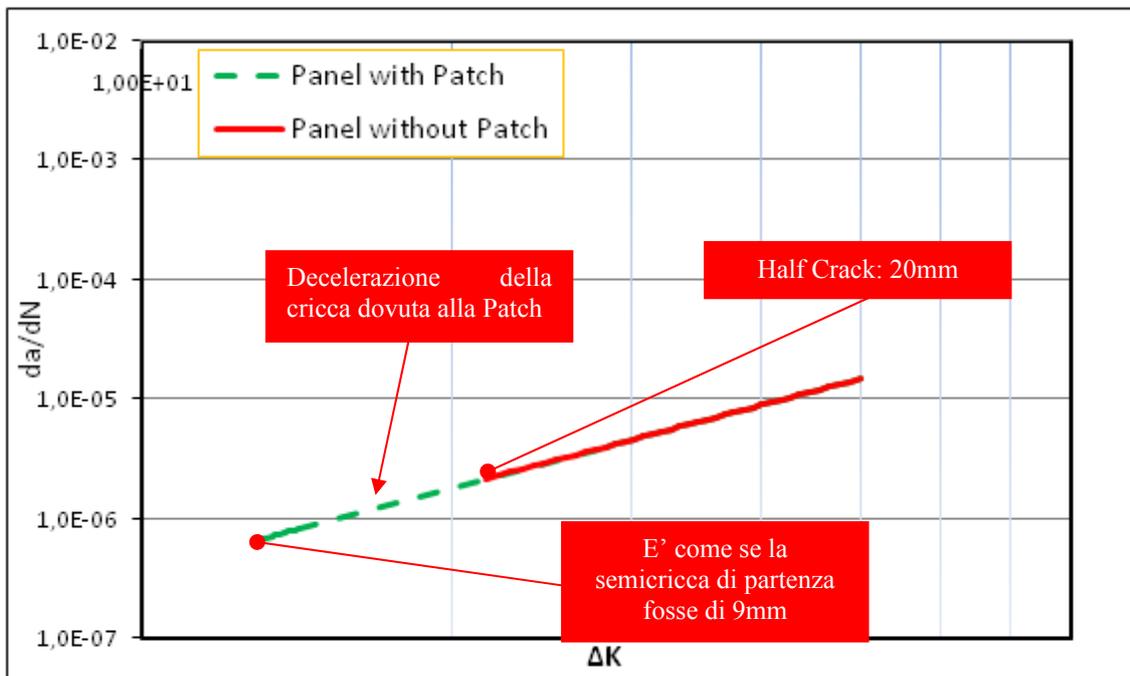


Figura 4.28 - Confronto tra la legge di Paris di un pannello riparato con patch ed uno non riparato.

## 4.6 Calcolo Analitico/Numerico del S.I.F. nel Pannello Riparato

Per il calcolo del SIF e quindi della vita a fatica dei pannelli riparati si è proceduto sia per via analitica applicando la teoria di Rose che per via numerica utilizzando il codice del Franc2D/L. Al fine di poter determinare una procedura che permettesse di poter fornire un andamento sia quantitativo sia qualitativo del tipo di riparazione che si presume voler realizzare.

### 4.6.1 Procedura Analitica: Modello di Rose

In questo lavoro si è usato il modello di Rose [8,9] per calcolare il SIF nel pannello riparato. Questo risulta essere un modo efficiente ed economico per la verifica dei risultati sperimentali. L'espressione principale della teoria di Rose per il calcolo del SIF nel pannello riparato è:

$$K_R = Y \cdot \sigma_0 / \sqrt{k} \quad (4.21)$$

Dove  $Y$  è un fattore geometrico e lo si può assumere anche uguale a  $Y=1$  nel caso di pannelli riparati con cricca centrale, mentre con  $\sigma_0$  di denota lo stress esistente nel pannello non danneggiato prima, infine  $k$  rappresenta una costante data dall'espressione seguenti:

$$\sigma_0 = \frac{\Delta\sigma}{1+S} \quad (4.22)$$

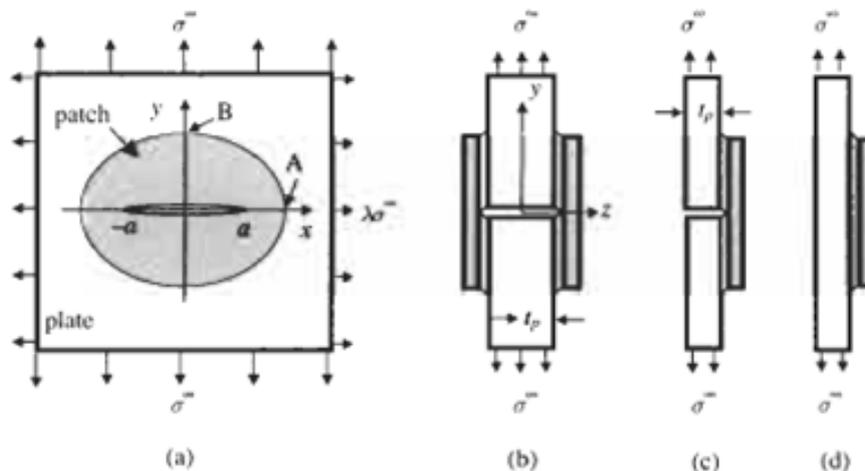
dove  $S=E_r t_r / E_p t_p$ , e  $k$  è dato da:

$$k = \frac{\beta S}{(1+S)(1-\nu_p)} \quad (4.23)$$

dove  $\beta$  è la lunghezza di trasferimento dello sforzo di taglio tra i due componenti in gioco:

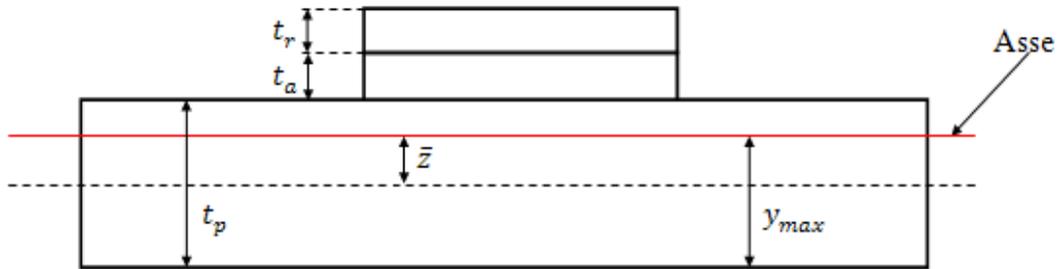
$$\beta = \left[ \frac{G_a}{t_a} \left( \frac{1}{E_p t_p} + \frac{1}{E_r t_r} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.24)$$

Nel caso in cui il pannello è caratterizzato da una riparazione *one-sided*, dalla teoria di Ratwani [10] per tener conto della flessione del pannello il valore del SIF ottenuto dalla (4.21) va corretto mediante un fattore. Infatti da semplici considerazioni geometriche è evidente che le riparazioni *two-sided* non danno luogo a fenomeni asimmetrici come le riparazioni *one-sided*. Inoltre la doppia riparazione risulta essere più sicura e permette sicuramente di essere effettuata con patch di spessore inferiore ottenendo per notevoli riduzioni tensionali e quindi una maggior vita a fatica del pannello. Ma per contro questo tipo di riparazione comporta che ogni volta la possibilità di poter accedere ad entrambi i lati del pannello da riparare. Una soluzione questa non sempre possibile il che comporta il dover smontare il pannello. Operazione quest'ultima che va sicuramente in direzione opposta alla nostra filosofia di lavoro, ossia quella di effettuare riparazioni che permettono oltre ad avere un notevole vantaggio in termini di vita a fatica del pannello anche in termini facile ed immediata applicazione della riparazione il che si traduce in riduzione dei tempi di riparazione e quindi dei tempi.



**Figure 4.29 – Schema di riparazione: two-side (b) e one-side (c-d)**

Come evidente dalle *figura 4.29 e 4.30* l'asse neutro della sezione costituita da pannello, adesivo e patch differisce da quello della sezione del solo pannello.



**Figura 4.30 – Sezione del pannello riparato**

Poiché la risultante delle forze applicate non passa per il piano neutro della sezione il pannello si flette riducendo l'efficienza della riparazione. La metodologia precedentemente descritta considera uno stato tensionale piano e pertanto non tiene conto degli effetti di questa flessione, per questo motivo il valore del fattore di intensificazione degli sforzi calcolato con la (4.21) viene moltiplicato per il termine correttivo  $BC$ . Sia  $K_r$  il fattore di intensificazione degli sforzi riparato - ottenuto senza tener conto della flessione e calcolato lungo il piano medio del pannello - il fattore di intensificazione degli sforzi effettivo del riparo che tiene conto della flessione,  $K_r^*$ , è stato calcolato mediante l'equazione 4.25:

$$K_r^* = (1 + 2BC)K_r \quad (4.25)$$

dove  $BC$  è:

$$BC = ay_{max} \left(1 - \frac{K_r}{K_I}\right) (t_p + t_r) \frac{1}{I} \quad (4.26)$$

dove  $I$  è il momento di inerzia del pannello riparato:

$$I = I_p + nI_r \quad e \quad n = \frac{E_r}{E_p} \quad (4.27)$$

dove  $I_p$  è il momento di inerzia del pannello:

$$I_p = w_p \frac{t_p^3}{12} + w_p t_p Z^2 \quad (4.28)$$

dove  $I_r$  è il momento di inerzia della patch:

$$I_r = w_r \frac{t_r^3}{12} + w_r t_r \frac{\left[\frac{t_r}{2} + t_a + \left(\frac{t_p}{2} - Z\right)\right]^2}{4} \quad (4.29)$$

$K_I$  è il valore del fattore di intensificazione degli sforzi su un pannello analogo ma privo della patch,  $t_p$  e  $t_r$  sono rispettivamente lo spessore del pannello e della patch,  $y_{max}$  è la distanza della superficie inferiore del pannello dall'asse neutro della sezione riparata,  $I$  è il momento d'inerzia della sezione e  $a$  è la lunghezza della semicricca. Supponendo valide le ipotesi della teoria classica della flessione delle lastre - ad esempio che anche dopo la deformazione del pannello sia soddisfatta la condizione che le sezioni piane rimangano tali - la posizione dell'asse neutro rispetto al piano medio del pannello è uguale a:

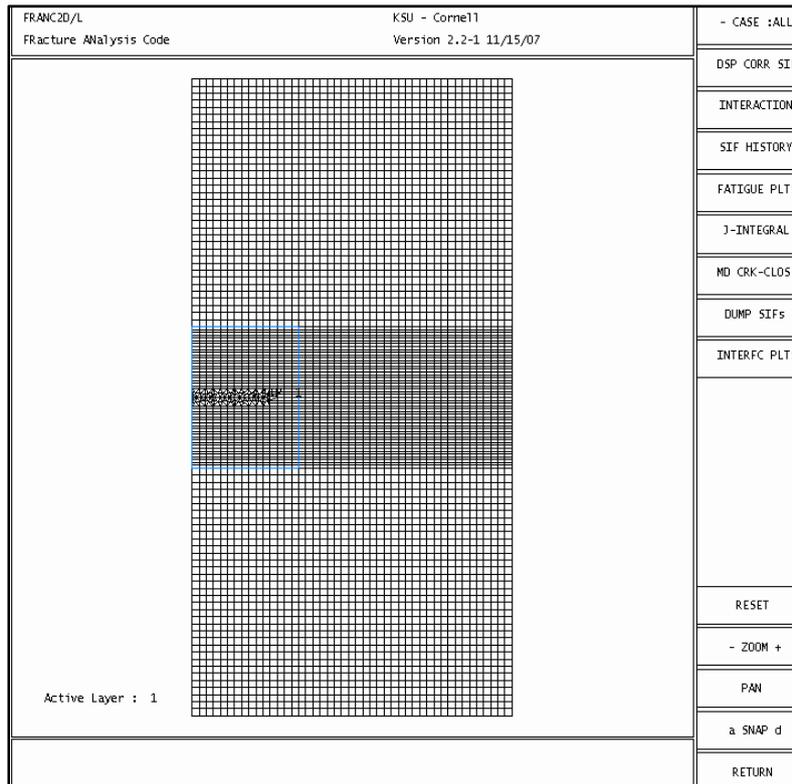
$$\bar{z} = S \frac{(t_p + t_r + 2t_a)}{2(1 + S)} \quad (4.30)$$

$S$  è invece un importante parametro adimensionale che caratterizza una riparazione, rappresenta il rapporto tra la rigidità della patch e quella del pannello:

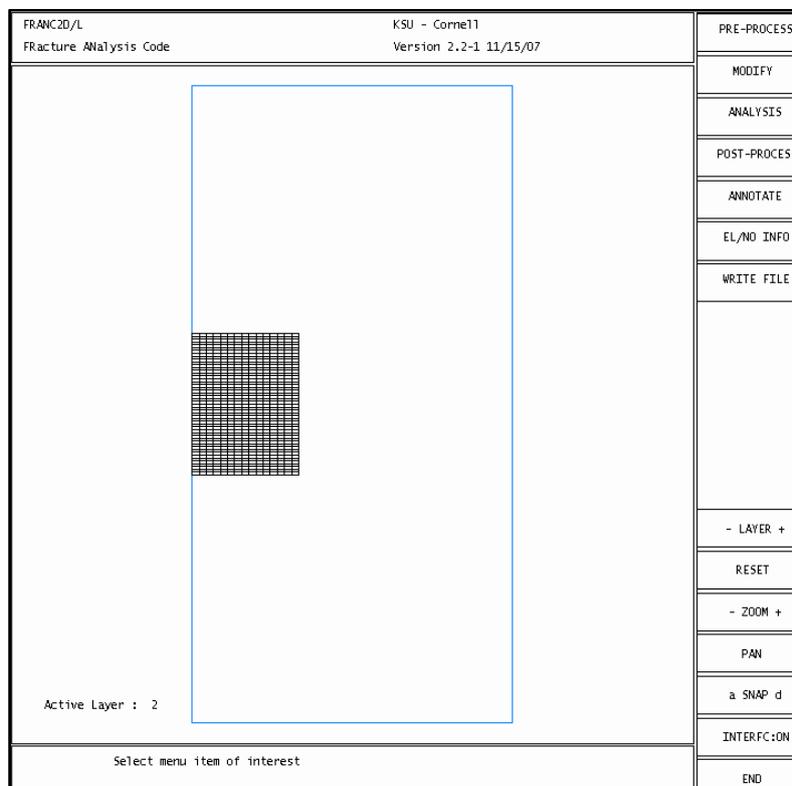
$$S = \frac{E_r t_r}{E_p t_p} \quad (4.31)$$

#### 4.6.2 Procedura Numerica: Codice Franc2D/L

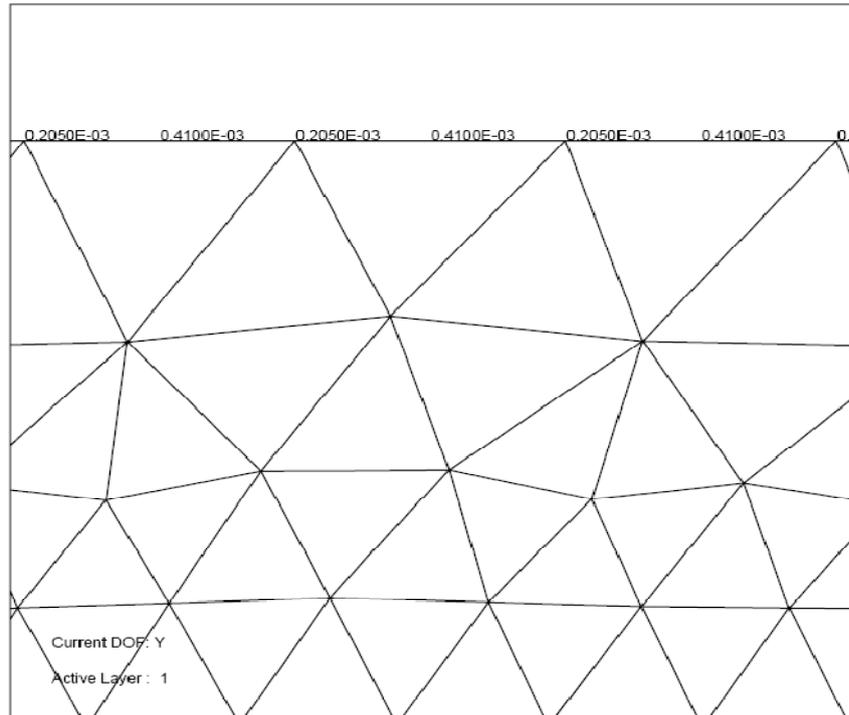
Dopo aver illustrato nel capitolo precedente il software FRANC2D/L e gli aspetti essenziali delle diverse procedure numeriche utilizzate per determinare i parametri caratteristici della meccanica della frattura, si è passato ad analizzare i pannelli riparati oggetto del presente studio. Realizzato il modello, è stato simulato il processo di propagazione della cricca per le differenti configurazioni delle prove realizzate in laboratorio. Con le proprietà del tipo di patch e del tipo di adesivo che sono descritte nelle tabelle precedenti. Descrizione del modello: per la semplicità del pannello, si è deciso di non realizzare la geometria in Patran ma di utilizzare direttamente il CASCA (Version 3.2) [11,12] pre-processor realizzato dalla stesso gruppo di ricerca che ha sviluppato il FRANC2D/L. Sfruttando la simmetria assiale della struttura, è stato sufficiente analizzare solo metà pannello: sulla faccia laterale è stato imposto un vincolo di simmetria. In caso di geometrie più complesse è in ogni caso possibile importare modelli realizzati con i più comuni software in commercio ANSYS, ABAQUS, PATRAN e NASTRAN. Realizzati i modelli sia per il pannello che per la patch, i 2 file *.inp* sono generati separatamente; poiché, per il pannello di nostro interesse, si ha una unica struttura con due layers sovrapposti, i due schemi dovranno essere salvati in una nuova configurazione che preveda i due layers sovrapposti. Per l'operazione di "merging" si utilizza un codice scritto in C il cui output è una struttura a 2 layers (figura 4.31). La struttura è stata sottoposta ad una trazione di 81.75MPa ed è applicato un carico di trazione sulla faccia superiore del pannello evidenziata in figura 4.33. L'area d'afferraggio inferiore è stata incastrata mentre quella superiore è libera di scorrere solo nella direzione del carico.



**Figura 4.31 – Modello del pannello con patch**

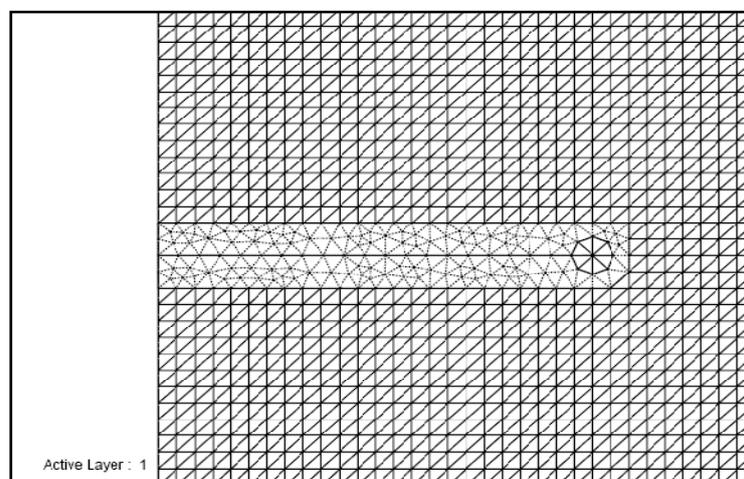


**Figura 4.32 – Modello della patch**

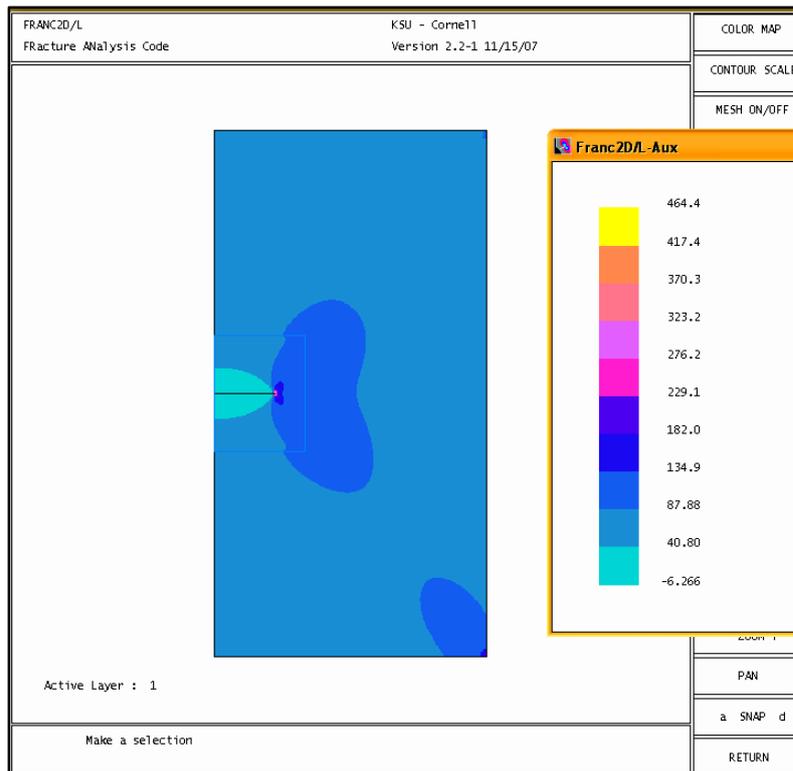


**Figura 4.33 – Bordo di applicazione del carico.**

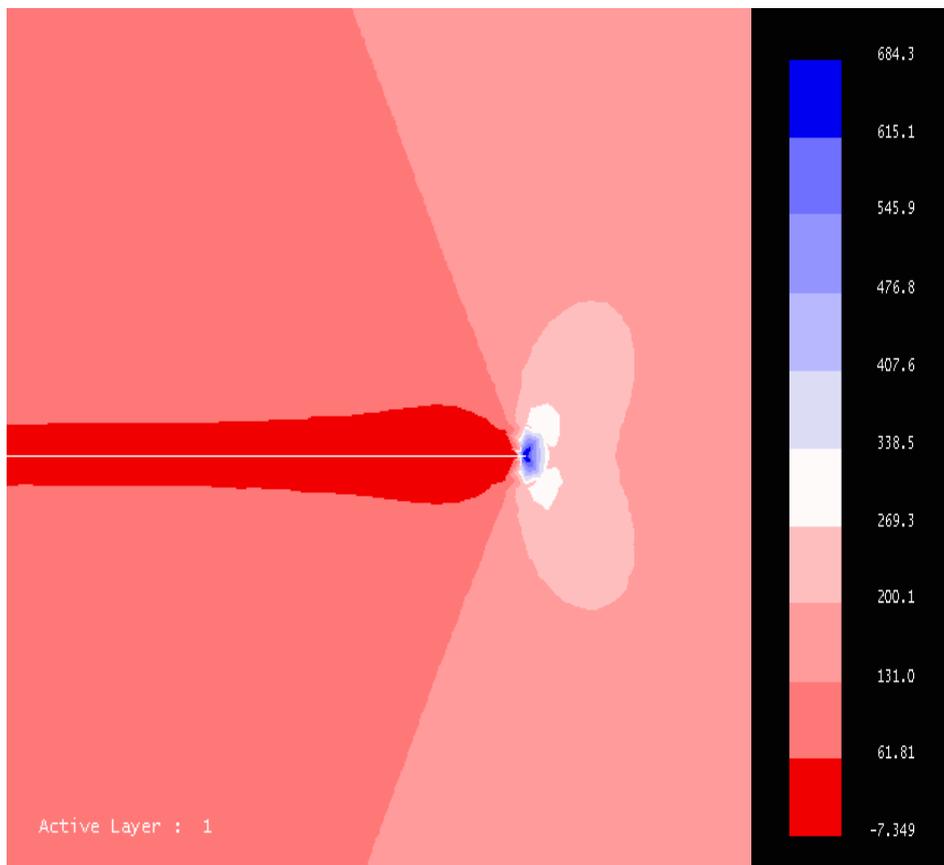
Anche se il carico è di sola trazione, date le particolari condizioni di vincolo, bisogna tener conto, nella scelta del tipo di soluzione, degli inevitabili effetti dovuti alla flessione. Implementata nel Franc2D/L vi è la possibilità di includere gli effetti di *bending*, l'unico requisito e vincolo per questa procedura di calcolo è rappresentata dal tipo di elementi che devono essere utilizzati per realizzare la discretizzazione; infatti, si devono utilizzare solamente elementi triangolari quarter point a 6 nodi. Prima di introdurre la cricca è stata eseguita un'analisi lineare per la configurazione *uncracked* in maniera da verificare che tutti i parametri di inizializzazione non implicino errori computazionali. Per simulare la propagazione del difetto è stata inserita nel modello una cricca passante con fronte dritto e semilunghezza  $a = 20\text{mm}$ , posta sul piano di simmetria trasversale del pannello (figura 4.34). Fatto propagare il difetto, sono stati ricavati i valori del fattore di concentrazione  $K_I$ .



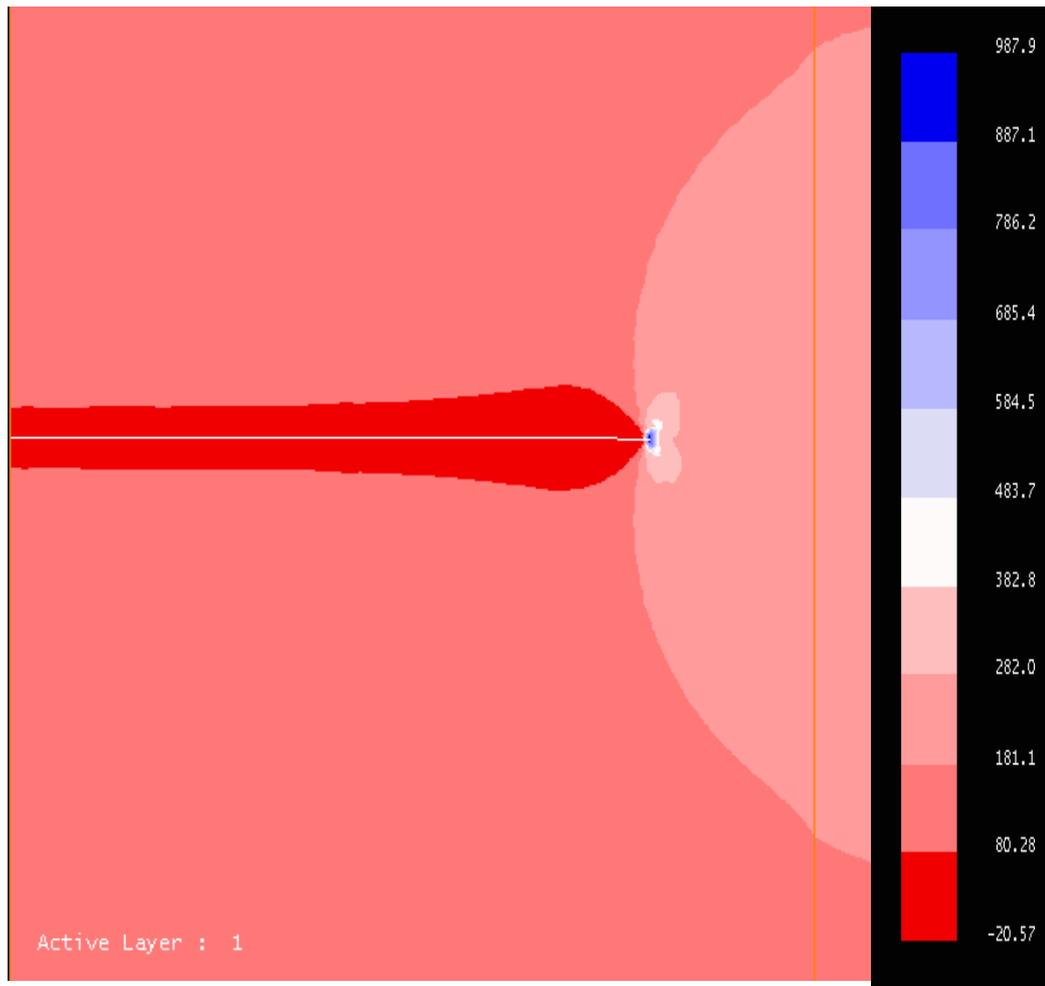
**Figura 4.34 – Configurazione della cricca con una rosetta di elementi quarter point T6.**



**Figura 4.35 – Stato tensionale del pannello con patch**



**Figura 4.36 – Diagramma di contorno della  $\sigma_y$  per una cricca di semilunghezza 20mm ( I dati sono relativi alla Prova 1:  $\sigma_y=684.3\text{N/m}^2$  all' apice della cricca )**

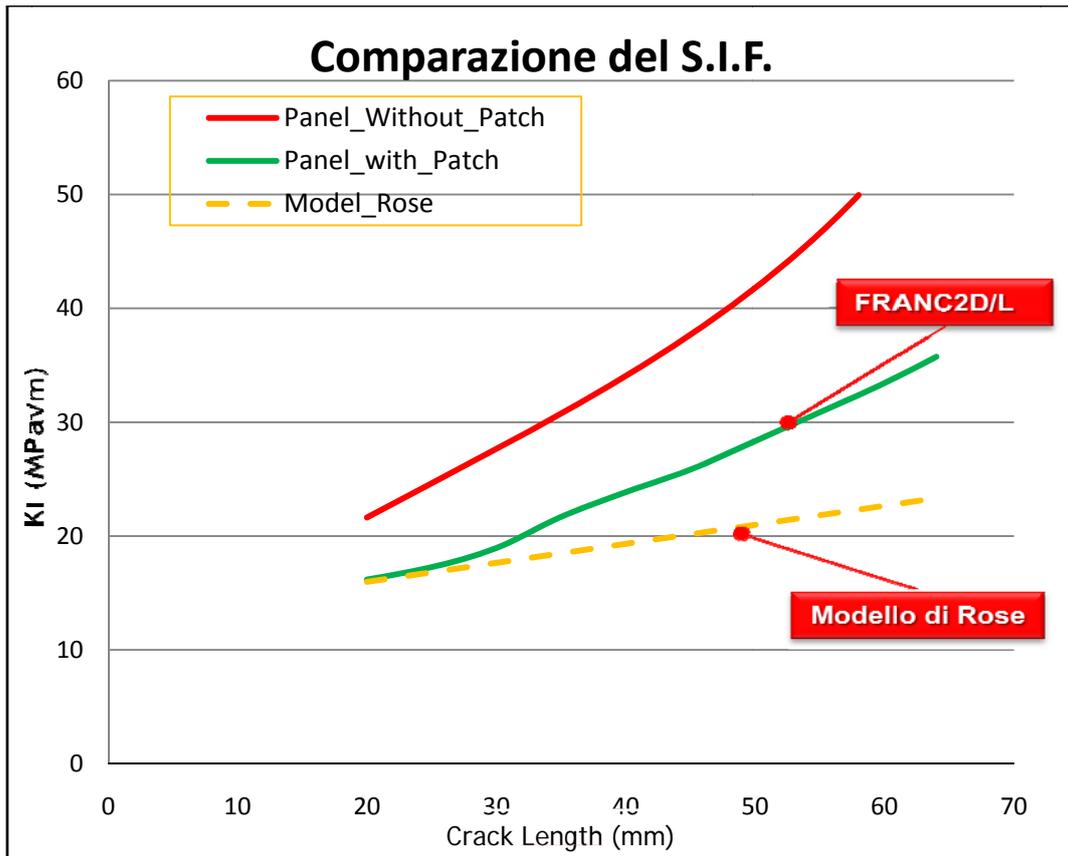


**Figura 4.37 – Diagramma di contorno della  $\sigma_y$  per una cricca di semilunghezza  $a=18\text{mm}$ . ( I dati sono relativi alla Prova 1.  $\sigma_y=987.9\text{N/m}^2$  all' apice della cricca )**

I valori del  $K_I$  sono stati valutati per ogni fronte di cricca in corrispondenza dei punti appartenenti al patch di propagazione. Verificato che la scelta di utilizzare elementi quarter points, ha semplificato di molto il problema di modellazione per la frattura, un ulteriore sviluppo potrebbe essere, rappresentato dall' utilizzo di altri tipi di software come l'MD NASTRAN o l'ABAQUS. Infatti, anche in questi software sono stati implementati gli elementi quarter points.

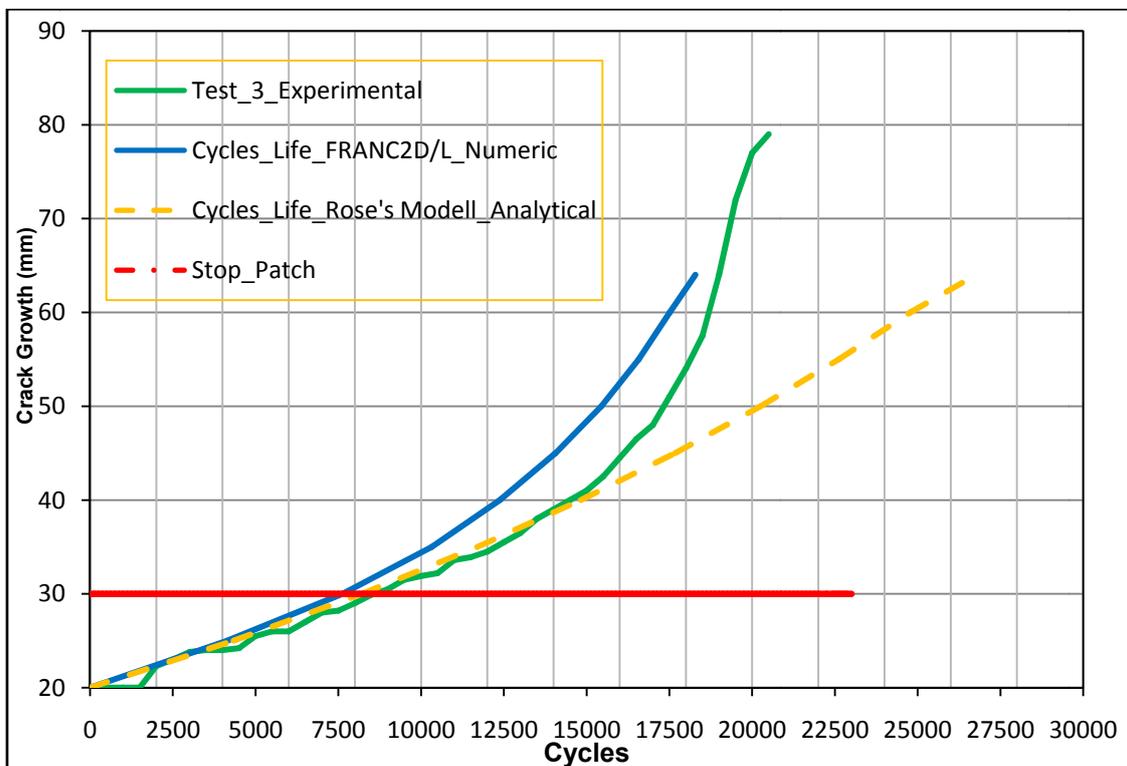
### 4.6.3 Confronto tra la Procedura Analitica e Numerica

Si può ora procedere al confronto tra la procedura analitica, mediante il modello di Rose e quella numerica in cui si è utilizzato come codice il Franc2D/L per poter determinare un procedura che permettesse di poter fornire un andamento sia quantitativo sia qualitativo del tipo di riparazione che si presume voler realizzare. Una procedura come ovvio che permette sia di verificare le prove sperimentali che se ben realizzata di sostituirle definitivamente e di procedere nella valutazione della riparazione migliore da effettuare in base ai problemi che si presentano solo analiticamente e/o numericamente con un notevole risparmio economico. Nella figura 4.38 saranno confrontati i valori del SIF ottenuti da una delle prove sperimentali realizzate (pannello 3) con quelli ricavati con le procedura indicate per la medesima condizione di prova.



**Figura 4.38 – Diagramma di comparazione tra SIF**

Nella figura che seguente invece il confronto si riferisce alla vita a fatica valutata mediante la legge di Paris con i SIF ottenuti dalle procedure suddette.



**Figura 4.39 – Diagramma di comparazione della Vita a Fatica**

Le conclusioni di queste comparazione portano alle seguenti considerazioni, che il Modello di Rose non descrive bene il valore del SIF oltre la Patch, questo è dovuto al fatto che la procedura analitica considera sempre la presenza di essa lungo tutta l'apertura della cricca. Pertanto bisognerebbe distinguere nei calcoli la zona in cui è presente la patch da quella in cui non è presente. Ma l'inconveniente è però dovuto nella fase di raccordo che dà luogo ad una discontinuità della curva. Viceversa il codice Franc2D/L è molto più accurato fornendo dei valori coerenti con quelli sperimentali. Tutto ciò si riflette in maniera analoga anche sul calcolo della vita a fatica dei pannelli riparati con la curva di Rose coerente con quella sperimentale solo nella zona in cui è presente la Patch, mentre il Franc2D/L è coerente con quella sperimentale sia nella zona della patch che oltre.

## 4.7 I Vantaggi del Pannello Riparato

Si può ora procedere ad analizzare i vantaggi della riparazione di un pannello mediante patch in carboresina rispetto ad un analogo pannello danneggiato ma senza riparazione. Confrontando i risultati dei sette pannelli riparati e testati sperimentalmente con quello non riparato, possiamo immediatamente vedere i vantaggi in termini percentuale sia per lo stato tensionale all'apice della cricca mediante il confronto del SIF sia quelli della vita a fatica, vedi tabella 4.9.

Pannelli	Carico	SIF_mon. (MPa·√m)	SIF_ros. (MPa·√m)	Cycles Life	Vantaggi della Patch
Pannello1	P=2250kg R=0 f=1Hz	16.769	6.280n.a.	17220	<b>Monoas.=28.65%</b> <b>Rosetta=72.53%</b> <b>Cycle=40.19%</b>
Pannello2	P=2250kg R=0 f=1Hz	17.587	18.165	22750	<b>Monoas.=22.54%</b> <b>Rosetta=26.70%</b> <b>Cycle=54.72%</b>
Pannello3	P=2250kg R=0 f=1Hz	15.106	13.770	20500	<b>Monoas.=28.46%</b> <b>Rosetta=35.39%</b> <b>Cycle=49.76%</b>
Pannello4	P=2250kg R=0 f=1Hz	14.200	14.845	18843	<b>Monoas.=40.81%</b> <b>Rosetta=37.99%</b> <b>Cycle=45.34%</b>
Pannello5	P=2250kg R=0 f=1Hz	10.353	13.614	22550	<b>Monoas.=58.78%</b> <b>Rosetta=45.80%</b> <b>Cycle=54.32%</b>
Pannello6	P=2250kg R=0 f=1Hz	13.227	16.502	21162	<b>Monoas.=44.50%</b> <b>Rosetta=30.76%</b> <b>Cycle=51.33%</b>
Pannello7	P=2250kg R=0 f=1Hz	14.756	15.754	19553	<b>Monoas.=43.25%</b> <b>Rosetta=34.18%</b> <b>Cycle=47.32%</b>

**Tabella 4.9 – Comparazione Percentuale del SIF e della Vita a Fatica tra il pannello riparato e non**

Come si può apprezzare dalla tabella 4.9, in termini percentuali si è avuto una riduzione dello stato tensionale all'apice della cricca, grazie alla presenza della patch, di notevole entità. Infatti, rispetto al valore del SIF, per pannello non riparato di  $21.139 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , si è avuto una riduzione che in media per i vari pannelli testati è stato di  $14.380 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  con una riduzione percentuale, quindi del 47% della tensione nell'intorno della cricca. Confrontando uno dei casi sperimentali, ad esempio, il pannello 3 opportunamente riparato con il pannello non riparato si possono analizzare i vantaggi prima esposti.

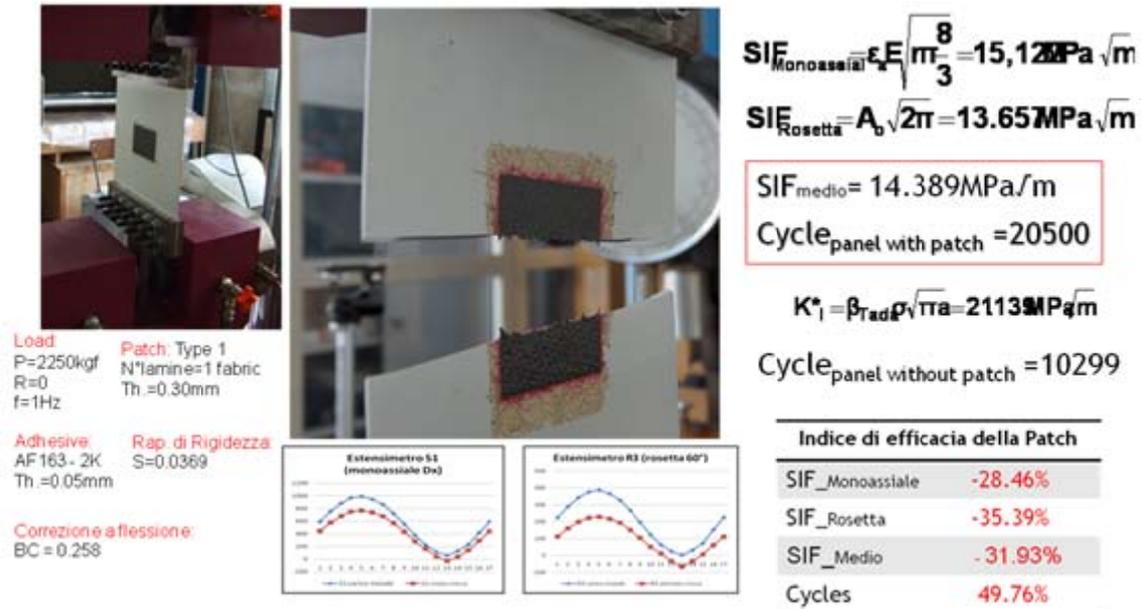


Figura 4.40 – Comparazione tra il pannello 3 riparato e quello non riparato

Si nota quindi, vedi figura 4.41, un riduzione del SIF di oltre il 35% quasi per tutto il tratto coperto dalla patch per poi incrementare addirittura anche oltre la copertura della patch a testimonianza che la sua influenza va a condizionare tutta la propagazione della cricca.

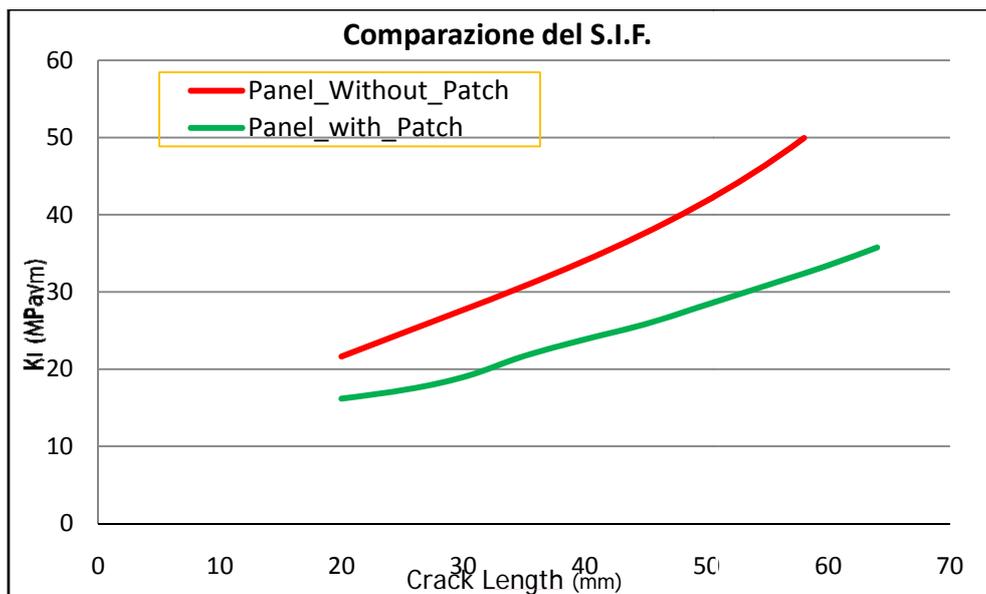
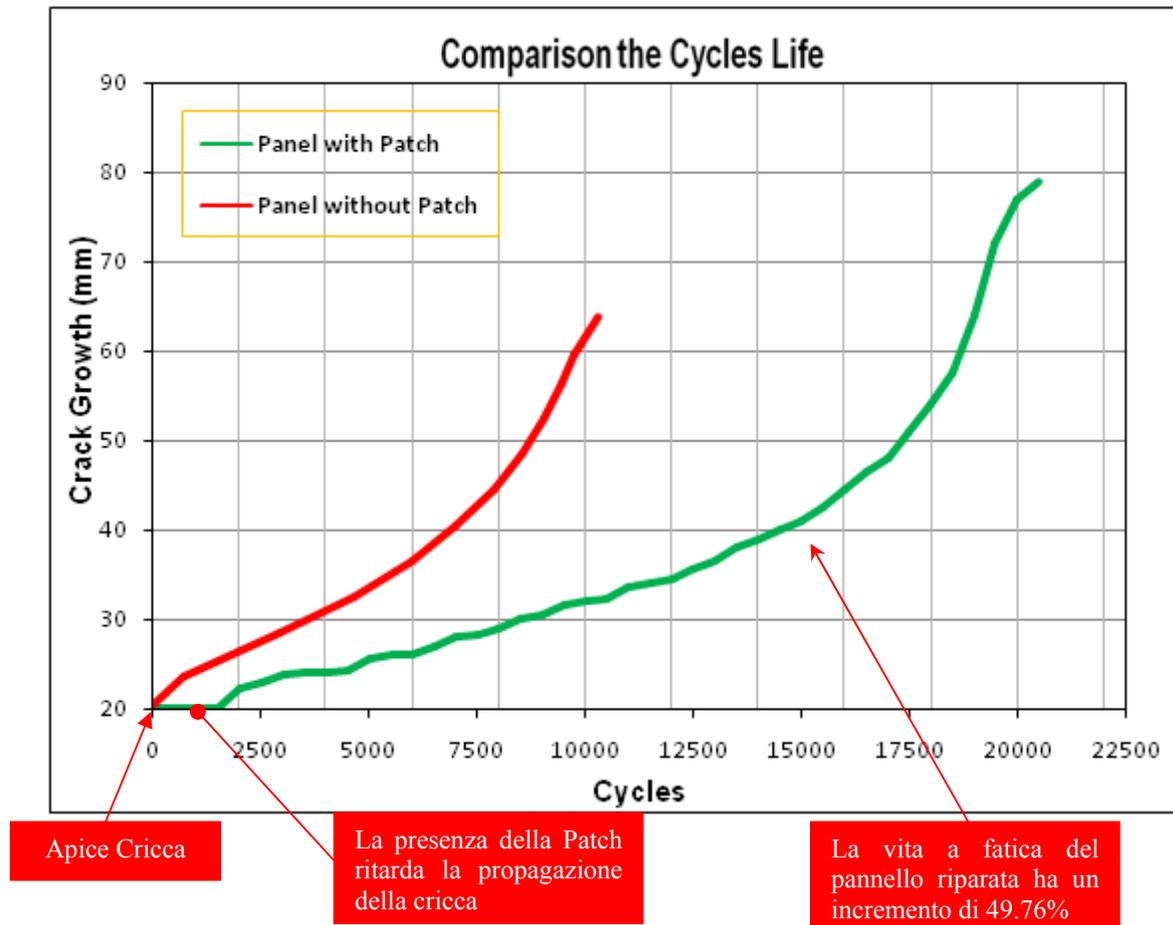


Figura 4.41 – Comparazione del SIF tra il pannello riparato e non

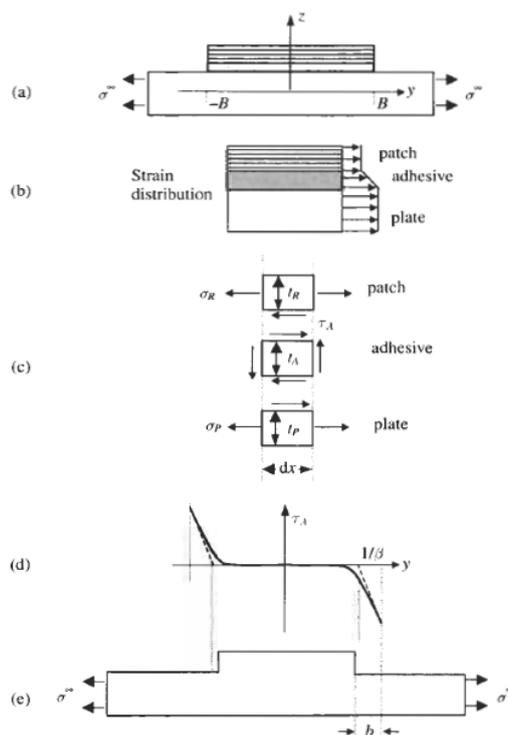
Anche in termini di vita a fatica, vedi figura 4.42, naturalmente tutto ciò ha comporta dei notevoli vantaggi. Infatti, sia è avuto in media un aumento della vita a fatica del pannello riparato di oltre il 45%, ossia grazie alla presenza della patch si riesce a posticipare il collasso di un pannello danneggiato ma opportunamente riparato di quasi il doppio rispetto ad un analogo pannello danneggiato ma non riparato. Inoltre la presenza la patch ritarda notevolmente l'inizio della propagazione della cricca come si può ben notare dal grafico.



**Figura 4.42 – Comparazione della Vita a Fatica tra il pannello riparato e non**

## 4.8 Lo Sforzo di Taglio nell'Adesivo

Come discusso nei capitoli precedenti, la riparazione mediante l'utilizzo di patch possono essere applicati sia come rinforzo per una struttura non danneggiata sia come riparazione nel caso in cui l'elemento presenti una frattura. La presenza di tre layers con proprietà meccaniche molto differenti tra loro fa sì che, anche per la configurazione più semplice, lo stato tensionale che si genera è molto complesso. Poiché il trasferimento delle forze tra pannello e patch avviene in due regioni relativamente piccole, se confrontate con le dimensioni caratteristiche del problema, è preferibile utilizzare un approccio analitico (Boundary Layer Approach). Le due regioni in cui vi è questa interazione meccanica sono una in prossimità del bordo con la patch e l'altra in corrispondenza della frattura del pannello (figura 4.43).



**Figura 4.43 – Lunghezza per il trasferimento delle forze (a) sezione trasversale bonded repair. (b) distribuzione per lo sforzo di taglio nell’ adesivo. (c) configurazione equivalente per un’ adesione rigida. (d - e) trasferimento di forze tra pannello e patch.**

Per facilitare l’analisi del nostro problema, dobbiamo ora esaminare in primo luogo la semplice applicazione della patch come in configurazione mostrata nella figura 4.43 (a), in cui una patch della lunghezza  $2B$  e spessore  $t_r$  è legata al pannello mediante a striscia di adesivo di spessore  $t_a$ ; entrambe le strisce sono sotto uno stress piano di condizione  $\varepsilon_x=0$ . Le sollecitazioni e gli spostamenti di questa striscia di rinforzo possono essere calcolato utilizzando esplicitamente la teoria convenzionale 1D dei giunti incollati [13,14], che si basa sulle seguenti ipotesi.

1. Ogni adesivo è considerata come un elastico continuo sotto una condizione di deformazione piana specificata da uno spostamento longitudinale “u” e da uno sforzo di trazione longitudinale, vedi Figura 4.43 (b). Il problema della deformazione flessionale sarà esaminata in un secondo momento. Pertanto la tensione nel pannello e quella nella patch possono essere determinate delle seguenti relazioni:

$$\sigma_p = \frac{E_p}{1 - \nu_p^2} \varepsilon_p \equiv \frac{E_p}{1 - \nu_p^2} \frac{du_p}{dy} \quad \sigma_r = \frac{E_r}{1 - \nu_r^2} \varepsilon_r \equiv \frac{E_r}{1 - \nu_r^2} \frac{du_r}{dy} \quad (4.32)$$

2. Lo strato di adesivo è caratterizzato da uno sforzo di taglio, dato dalla seguente relazione:

$$\tau_A = \mu_A \gamma_A \equiv \mu_A \frac{u_r - u_p}{t_A} \quad (4.33)$$

3. Il modulo di taglio dell'adesivo sul pannello e sulla patch possono essere espresse in modo equivalente mediante le seguenti tensioni  $X_P$  e  $X_R$  rispettivamente, vale a dire:

$$X_p = \frac{\tau_A}{t_p} \quad X_r = -\frac{\tau_A}{t_r} \quad (4.34)$$

Nel caso specifico, la condizione di equilibrio tra il pannello e la patch, è dato da queste condizioni:

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial x} + X_p = 0 \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial x} + X_r = 0 \quad (4.35)$$

che portano alla seguente espressione:

$$\frac{d^2 u_r}{dx^2} - \frac{d^2 u_p}{dx^2} = \tau_A \left[ \frac{1 - \nu_p^2}{E_p t_p} + \frac{1 - \nu_r^2}{E_r t_r} \right] \quad (4.36)$$

che può essere riscritta come:

$$\frac{d^2 \tau_A}{dx^2} - \beta^2 \tau_A = 0 \quad (4.37)$$

dove

$$\beta^2 = \frac{\mu_A}{t_A} \left[ \frac{1 - \nu_p^2}{E_p t_p} + \frac{1 - \nu_r^2}{E_r t_r} \right] \quad (4.38)$$

La soluzione generale dello sforzo di taglio dell'adesivo è dato da:

$$\tau_A = C_1 \sinh \beta y + C_2 \cosh \beta y \quad (4.39)$$

dove  $C_1$  e  $C_2$  sono due costanti di integrazione che vanno determinate dalle condizioni al contorno. Nel caso in esame si ricava:

$$\tau_A = -\sigma^\infty \frac{(1 - \nu_p^2) \mu_A}{\beta t_A E_p \cosh \beta B} \sinh \beta y \quad (4.40)$$

L'importante caratteristica di questo risultato è che lo sforzo di taglio dell'adesivo, decadimento esponenzialmente in prossimità del bordo con la patch così come si vede dalla figura 4.43 (d); vale a dire il trasferimento di carico effettivamente si verifica su una lunghezza di ordine  $\beta^{-1}$  alle estremità della sovrapposizione. Applicando la seguente analisi, appena esposta agli adesivi utilizzati in questo lavoro, si nota dalla figura 4.44, che tutti e tre gli adesivi hanno avuto un decadimento solo in corrispondenza del bordo tra pannello e patch riuscendo a fornire uno sforzo di taglio quasi nullo per tutto

l'interfaccia pannello-patch. Inoltre possiamo vedere che tra gli adesivi utilizzati l'EA956 ha avuto una maggior adesione anche al bordo pannello-patch.

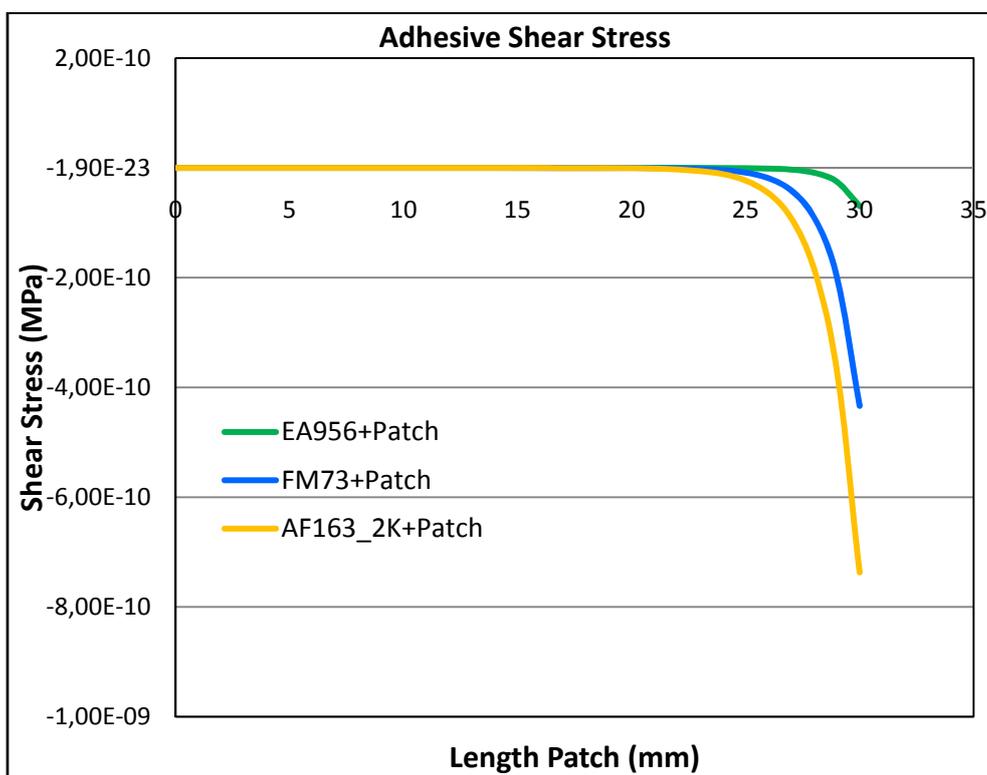
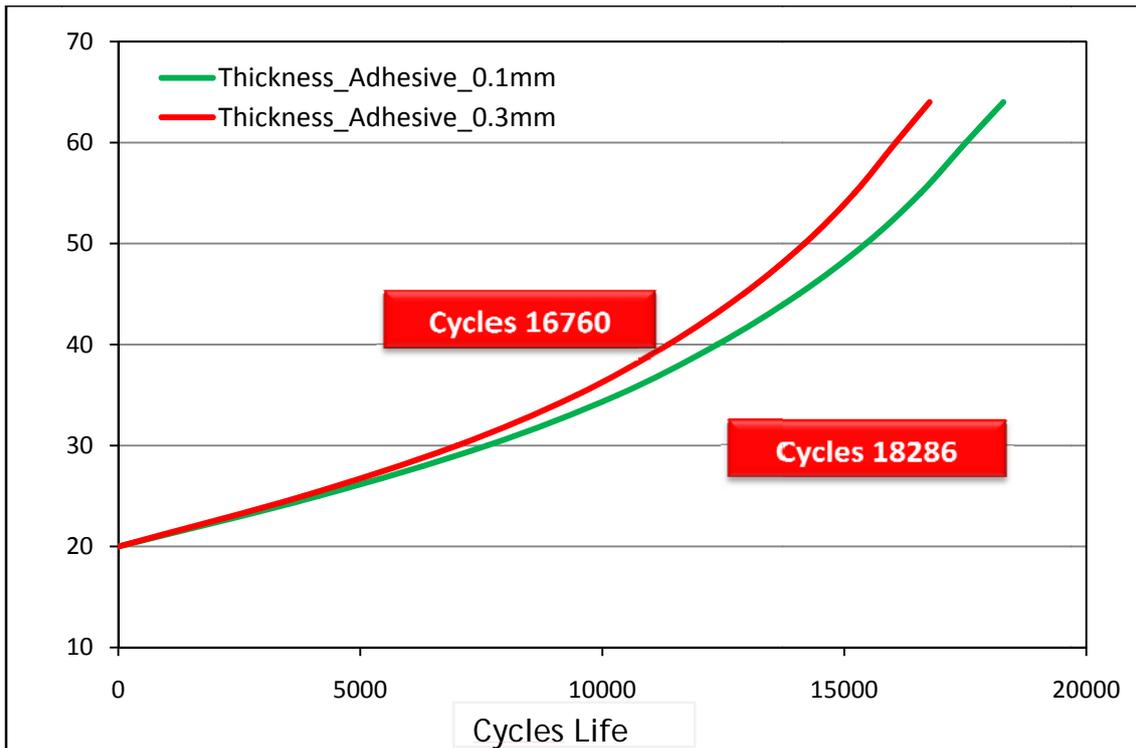


Figura 4.44 – Distribuzione dello sforzo di taglio dell'adesivo tra pannello e patch

#### 4.8.1 Effetto dello Spessore dell'Adesivo

Le proprietà dell'adesivo influenzano profondamente l'efficienza della riparazione perché il carico è trasferito dal pannello alla patch proprio tramite lo strato di adesivo. E' importante tener presente che dei buoni incollaggi possono essere prodotti solamente all'interno di un piccolo intervallo di spessori, tipicamente tra 0.1 e 0.25 mm, perché colle più spesse tendono a diventare porose e si indeboliscono, incollaggi più sottili sono troppo rigidi e fragili, per questo motivo lo spessore dello strato di adesivo rappresenta un parametro di valutazione molto importante nella progettazione di una patch. La *figure 4.45* mostrano che una riduzione dello spessore dello strato di adesivo comporta una diminuzione del fattore di intensificazione degli sforzi e quindi un miglioramento dell'efficienza della riparazione. Quando lo spessore di adesivo è uguale a 0.3 mm la vita a fatica del pannello è di 16760 cicli, un valore più basso se confrontato con i 18286 cicli ottenuti con uno spessore di 0.1 mm. In ogni caso, la scelta dello spessore dell'adesivo deve essere attentamente ponderata. Maggiori spessori, infatti, se da un lato rinforzano l'adesione dall'altro attenuano il trasferimento del carico verso la patch riducendo gli effetti benefici della riparazione. Al contrario con spessori inferiori si migliora il trasferimento di carico verso la patch ma cresce il rischio che lo strato di adesivo si spacchi.



**Figura 4.45 – Confronto tra i valori della vita di pannello riparato con la patch mediante adesivo di diverso spessore**

## 4.9 Analisi del Trattamento Superficiale

Analizzando le fotografie effettuate durante le prove è possibile fare ulteriori osservazioni sul processo di rottura a fatica.



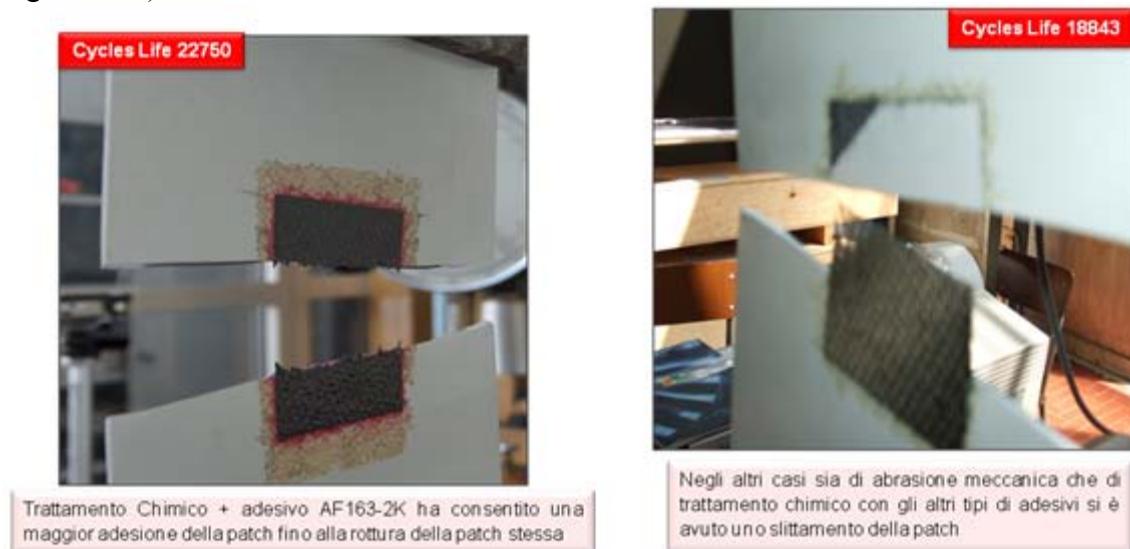
**Figura 4.46 – Inizio del distacco della patch dal pannello**

Nella figura 4.46 si nota una striscia chiara all'altezza dell'intaglio dovuta al graduale distacco del collante per il propagarsi della cricca.



**Figura 4.47 – Slittamento della Patch**

L'immagine 4.47 è stata scattata negli ultimissimi istanti della prova, nella fase in cui una cricca ha già raggiunto il bordo esterno e tutto lo stress è concentrato nella cricca a sinistra, dove aumenta ulteriormente la velocità di propagazione. In alcune prove effettuate si è avuto uno scollamento ed in altre invece la rottura della patch (vedi Figura 4.48).



**Figura 4.48 – Rottura della Patch (a) - Slittamento della Patch (b)**

La condizione di rottura della patch si verificata in tutte le prove in cui il pannello è stato sottoposto al trattamento di decapaggio solfocromo, ma anche in un caso di solo abrasione meccanica ma con adesivo AF163-2K si è avuto la rottura della patch. In tutti gli altri casi analizzati invece si è sempre verificato lo slittamento della patch. Da ciò si può affermare l'ottimo binomio: trattamento di decapaggio solfocromo con l'adesivo AF163-2K. Inoltre emerge quanto sia importante conoscere non solo le proprietà della patch, ma anche le proprietà del collante e delle tecniche utilizzate per il fissaggio per poter fare una corretta stima della vita a fatica del pannello.

## 4.10 Bibliografia

1. ESDU 83007 Fatigue crack propagation rates and Threshold stress intensity factor ranges for aluminium alloy sheet.
2. Jones, Robert M., *Mechanics of Composite Materials*, 2th edition, Taylor & Francis, c1999.
3. 3M Scotch-Weld, Structural Adhesive Film, AF 163-2 – Technical Data –Nov, 2004.
4. FM 73, Toughened Epoxy Film – Technical Datasheet.
5. Hysol EA956, Loctite Aerospace.
6. A. Baker, F. Rose, R. Jones, *Advances in the Bonded Composite Repair of Metallic Aircraft Structure*, vol. 1-2, Elsevier Science, Oxford, 2002
7. Wang. C.H. and Rose, L.F.R. (1998). Bonded repair of cracks under mixed mode loading. *Int. J. of Solids and Structures*, 35, pp. 2749-2773.
8. Rose L.R.F., An application of the inclusion analogy for bonded reinforcements. *Int. J. Solid Struct.* 17 (1981), pp. 827–838
9. Rose LRF, A cracked plate repaired with bonded reinforcements, *Int. Journal of Fracture* 1982;18:135-44.
10. Ratwani M.M., Analysis of Cracked, Adhesively Bonded Laminated Structures. *AIAA Journal* 17 (9), 988-994 (1979).
11. CASCA. User's Guide", Version 3.2.
12. FRANC2D/l : a crack propagation simulator for plane layered structures. User's Guide", Version 1.5.
13. Goland, M. and Reissner, E. (1944). The stresses in cemented joints. *J. Appl. Mech*, 11, pp. A17-A27.
14. Hart-Smith, L.J. (1982). Induced peel stresses in adhesively bonded joints, Douglas Aircraft Company, MDC J9422A.

# CAPITOLO V

## OTTIMIZZAZIONE DELLA PATCH

### 5.1 Metodi Analitici per la Patch Design

In questo paragrafo verranno brevemente richiamate le nozioni e le formule necessarie nelle fasi preliminari di dimensionamento per il *crack patching*. Sarà quindi utilizzata la teoria di Rose per la stima dei parametri che interessano il design:

- stato tensionale per pannello e patch;
- stato di deformazione a taglio per lo strato di adesivo;
- fattore di intensificazione degli sforzi per il pannello riparato.

Il metodo è applicato al caso di patch ellittica realizzata con un materiale isotropo caratterizzato dallo stesso coefficiente di Poisson del pannello danneggiato (figura 5.1), condizione ottimale per ridurre lo sforzo di taglio dell'adesivo all'interfaccia. La soluzione verrà poi sviluppata per tenere conto:

- della scelta di patch ortotrope;
- degli effetti della flessione;
- degli effetti dovuti a peel stress.

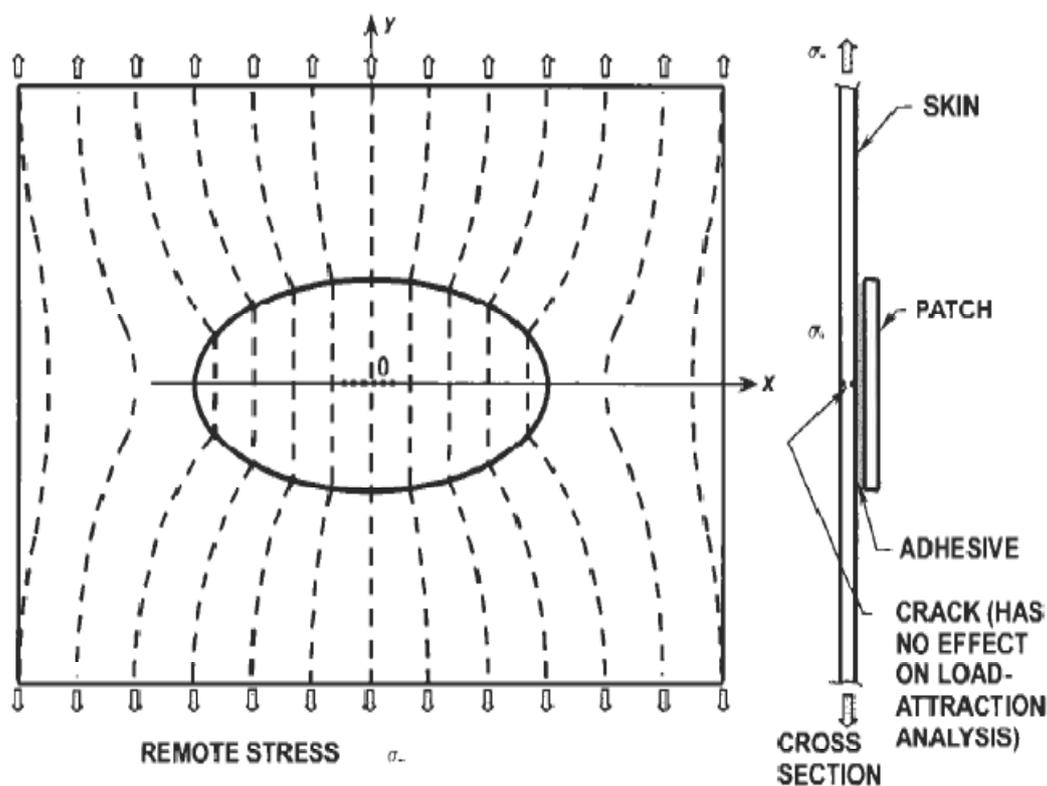
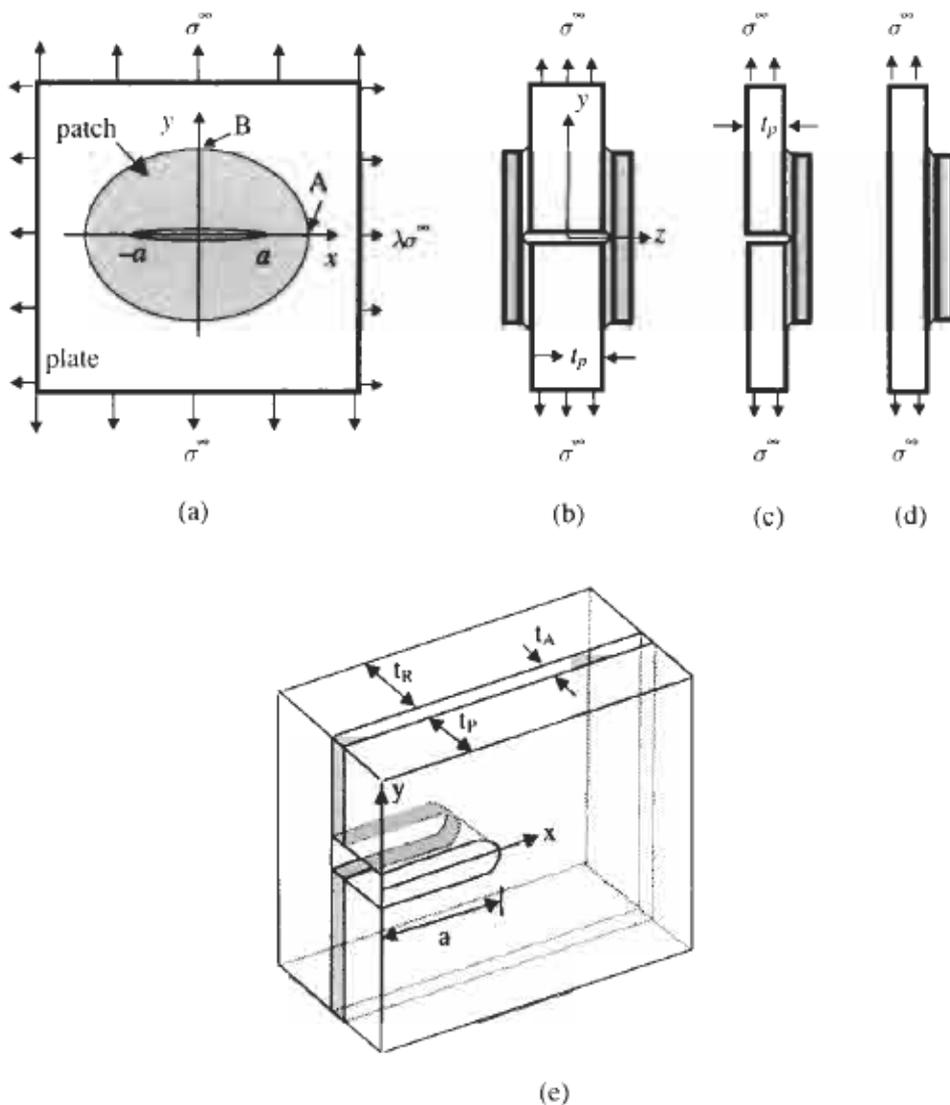


Figura 5.1 – Pannello riparato con Patch Ellittica

Consideriamo per la riparazione una geometria relativamente semplice ma, allo stesso tempo, rappresentativa delle problematiche tipiche per un pannello danneggiato, una cricca passante riparata con patch di forma ellittica (figura 5.2). Supponiamo che per la struttura riparata non vi siano presenti flessioni. Si sta ipotizzando che i bordi longitudinali del pannello siano incastrati (ovvero siano incapaci di traslare lungo l'asse  $x$  e di ruotare) o che il pannello presenti due patch identiche su entrambi i lati. I pannelli a disposizione durante la fase di test presentano un estremo libero e la flessione diventa un effetto non più trascurabile a tal punto che si è dovuto analizzare anche le correzioni necessarie per le particolari condizioni in cui sono state realizzate le prove sperimentali. E' importante ricordare che la funzione primaria per una riparazione con adesione è quella di ridurre il fattore di intensificazione degli sforzi in maniera che la resistenza meccanica residua sia ripristinata ad un livello accettabile, e che la velocità di avanzamento della cricca sia rallentata in modo tale da consentire un adeguato intervallo di ispezione.



**Figura 5.2 – Geometria per la riparazione. (a) vista in pianta. (b) sezione trasversale lungo la linea centrale ( $x=0$ ) non c'è flessione, two-sided repair . (c) sezione trasversale per one-sided repair lungo la linea centrale. (d) sezione trasversale per one-sided repair per  $x \rightarrow \infty$ . (e) crack region**

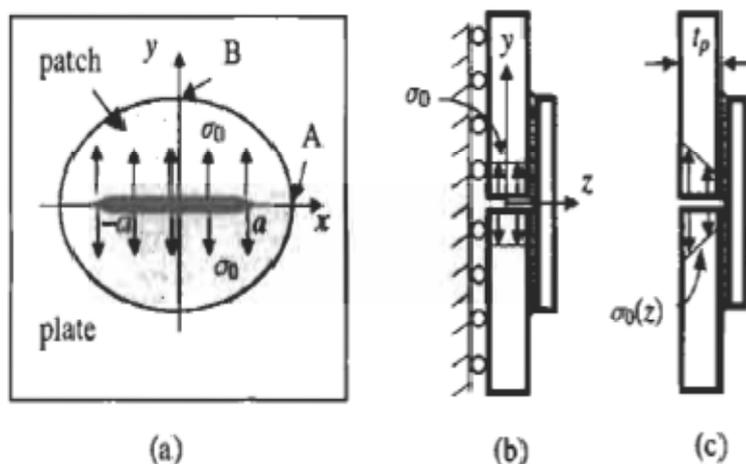
Uno dei concetti più importanti per l'analisi di *crack patching* per un *bonded repair* è rappresentato dal “*two-stage approach*” che fu per primo utilizzato da Rose [1,2,3]:

- *Stage I*: la prima parte mira a determinare il trasferimento di forze tra pannello e patch (*load attraction*), ovvero la distribuzione delle tensioni in un pannello uncracked dovuto alla sola presenza di patch; si assume che l'adesione tra pannello e patch sia rigida.

Questa ipotesi è appropriata perché, come già accennato, le lunghezze caratteristiche del trasferimento di forze in prossimità dei bordi per il rinforzo sono molto piccole se confrontate con le dimensioni caratteristiche di patch.

- *Stage II*: la seconda fase determina il fattore di intensificazione degli sforzi per l'apice della cricca, lo stato tensionale per patch e strato di adesivo. Infatti, noto lo stato tensionale  $\sigma_0$ , si può procedere alla seconda fase tagliando il pannello in corrispondenza della frattura  $|x| \leq a, y=0$ , e come risultato del taglio, internamente alla facce della frattura, è applicata una pressione uguale a  $\sigma_0$ ; sulle facce derivanti dal taglio si sostituiscono le  $\sigma_0$  equilibrate (*Principio di Sezionamento*), figura (5.3 c).

Quindi, visto che il trasferimento di forze tra pannello e patch avviene nelle immediate vicinanze della frattura, la patch può essere considerato di dimensioni infinite (figura 5.3), il problema si riduce quindi alla determinazione del fattore di intensificazione degli sforzi  $K_R$  (dove il pedice  $R$  indica la configurazione per il pannello riparato).



**Figura 5.3 – Configurazione per la fase II di Crack Patch**

Vediamo adesso come calcolare il fattore di intensificazione degli sforzi per il pannello riparato, le tensioni per la patch e lo strato di adesivo, in determinate condizioni di carico meccanico o termico.

## 5.2 Metodi Analitici per Carichi di tipo Meccanico

Nella prima fase della procedura di Rose la patch aderisce rigidamente al pannello *uncracked*. Lo stato tensionale per il pannello in prossimità dei bordi di patch, e nella restante zona in cui vi è adesione tra i due elementi sono dati dalle seguenti espressioni: (tensione nel pannello in corrispondenza del bordo di patch  $\sigma_y|_{y=B^+} = \sigma_{tip}$ )

$$k_t = \frac{\sigma_y|_{y=B^+}}{\sigma_\infty} = \left\{ 1 + \frac{S}{D} \left[ 1 + 2(1+S)\frac{B}{A}(1-\nu\Sigma) + (1+S-\nu S)(\Sigma-\nu) \right] \right\} \quad (5.1)$$

con,

$$D = 3(1+S)^2 + 2(1+S) \left[ \frac{B}{A} + \frac{A}{B} + \nu S \right] + 1 - \nu^2 S^2 \quad (5.2)$$

(tensione per la restante area di adesione tra pannello e patch  $\sigma_{y\infty} = \sigma_\infty$ )

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}} = \frac{k_t}{(1+S)} \quad (5.3)$$

I vari parametri che compaiono nelle (5.1), (5.2) e (5.3) sono  $\sigma_0$  lo stato tensionale presente nel pannello *uncracked* in seguito all'applicazione della patch,  $S$  che rappresenta il rapporto tra le rigidezze della patch e del pannello  $S = \frac{E_r t_r}{E_p t_p} = \frac{E_r t_r}{E_p t_p}$  con  $E_{r,p} = \frac{E_{r,p}}{1-\nu_{r,p}^2}$ , che per  $\nu$  uguali è pari a  $S = \frac{E_r t_r}{E_p t_p}$ .  $A$  e  $B$  sono gli assi dell'ellisse con l'asse  $B$  parallelo alla direzione di applicazione del carico,  $\nu_{r,p}$  è il coefficiente di Poisson,  $\Sigma = \frac{\sigma_{x\infty}}{\sigma_{y\infty}}$  è il rapporto tra le componenti di tensioni asintotiche;  $k_t$  è il fattore di concentrazione delle tensioni per il bordo della patch. Per una riparazione a forma ellittica lo stato tensionale che si instaura nei punti del pannello a contatto con il rinforzo è uniforme. Ovvero, per tutti i punti che sono lontani dal sottile *transfer load zone*, il campo delle tensioni è indipendente dalla posizione del punto che stiamo considerando e dalle dimensioni della patch [4,5]. Inoltre, poiché il rinforzo è più rigido del pannello, dalle equazioni (5.1) e (5.3) si può osservare che lo sforzo al bordo di patch  $\sigma_y|_{y=B^+} = \sigma_{tip}$  è sempre più grande dello sforzo indisturbato  $\sigma_{y\infty} = \sigma_\infty$ . Quindi vi è un fattore di concentrazione per le tensioni nel pannello in corrispondenza del bordo della patch; poiché è più conveniente utilizzare come parametro di progetto  $k_t$  piuttosto che  $\sigma_{tip}$  l'equazione 5.1, può essere riscritta in questa maniera:

$$k_t = \frac{\sigma^{tip}}{\sigma_\infty} = (1+S) \frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} \quad (5.4)$$

Per questo tipo di patch la componente di sforzo nella direzione  $y$  è anch'essa uniforme e pari a:

$$\sigma_p^{Stage I} = \sigma_0 \frac{E_r}{E_p} \quad (5.5)$$

Nella seconda fase della soluzione di Rose, il pannello presenta una frattura e sulle facce della frattura vi è una pressione  $\sigma_0$  e si suppone che la patch sia di dimensioni infinite. Come già detto lo scopo di questa soluzione è quello di determinare  $K_I$ , la massima deformazione a taglio per lo strato di adesivo e la componente di tensione che sarà presente nella patch in corrispondenza delle superfici di frattura. Questo sforzo va a sovrapporsi a quello determinato nella fase I ed è dovuto proprio al fatto che il pannello danneggiato dalla frattura ha perso la capacità di sopportare il carico. Se si sfrutta la simmetria del problema il pannello è considerato di dimensione semi-infinita. La stima del fattore di intensificazione degli sforzi per un pannello semi infinito è rappresentata da un valore asintotico,  $K_{I\infty}$  (figura 5.4), ottenuto, nell' ipotesi che l'adesivo rimanga elastico, derivando l'energia di deformazione elastica liberata [6];

$$K_{I\infty} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda}} \quad (5.6)$$

con

$$\lambda = \frac{\beta_A S}{(1+S)(1-\nu_S^2)} \quad (5.7)$$

dove  $1/\beta_A$  che rappresenta la lunghezza di trasferimento per la sollecitazione di taglio con  $\beta_A$ :

$$\beta_A = \sqrt{\frac{G_A}{t_A} \left( \frac{1}{E'_p t_p} + \frac{1}{E'_r t_r} \right)} \quad (5.8)$$

$G_A$  e  $t_A$  sono il modulo di elasticità tangenziale e lo spessore dell'adesivo,  $S$  è di nuovo il rapporto di rigidezza tra patch e pannello. Questa soluzione, che è stata validata sia da test che da analisi FEM [7] fa sì la velocità di avanzamento della frattura sia molto piccola se non nulla. A meno che una frattura non si propaghi ai lati del rinforzo, ogni ulteriore avanzamento della cricca avviene ad una velocità costante molto piccola. Quindi, il grande vantaggio di un *bonded repair* è che  $K_{I\infty}$  non cresce oltre un valore limite laddove, invece, se indichiamo con  $K_{I0}$ , il SIF di un pannello *cracked* ma non riparato, questo valore cresce indefinitamente con l'aumentare della semilunghezza della cricca. Osserviamo ancora che  $K_{I\infty}$  deve essere minore o uguale al corrispondente fattore di intensità degli sforzi per un pannello *uncracked*,  $K_{I\infty} \leq \sqrt{\pi a}$ , dove con  $\sigma_0 \sqrt{\pi a}$  [8] indichiamo il SIF per una cricca centrale di lunghezza  $2a$  in un pannello infinito, figura 5.4.

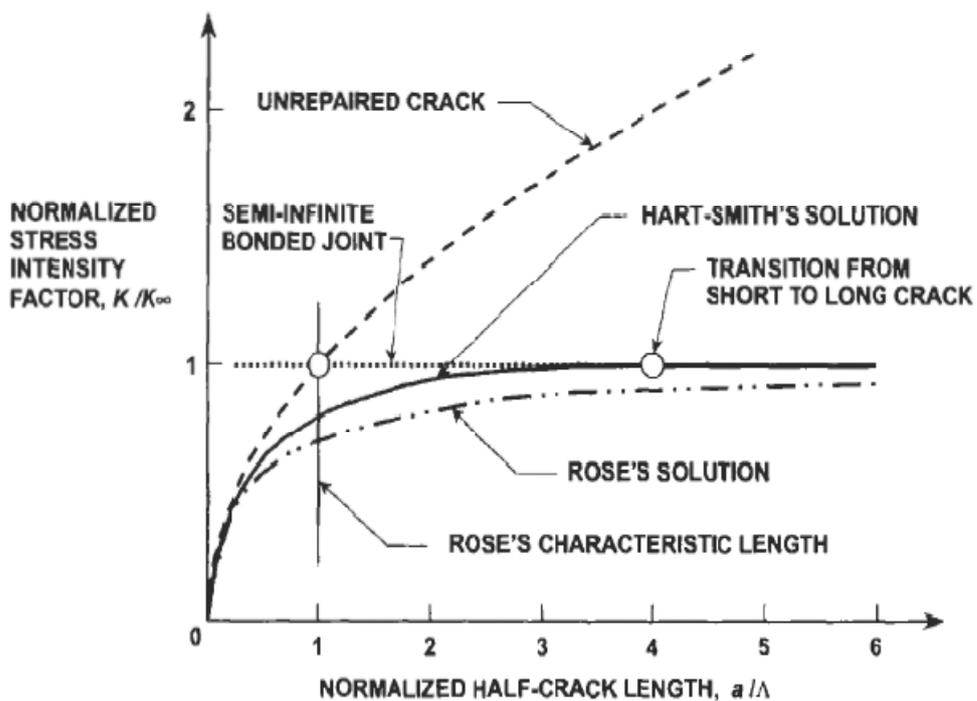


Figura 5.4 – Correzione dovuta ad Hart-Smith della soluzione di Rose per il fattore di intensificazione degli sforzi calcolato all'apice della cricca

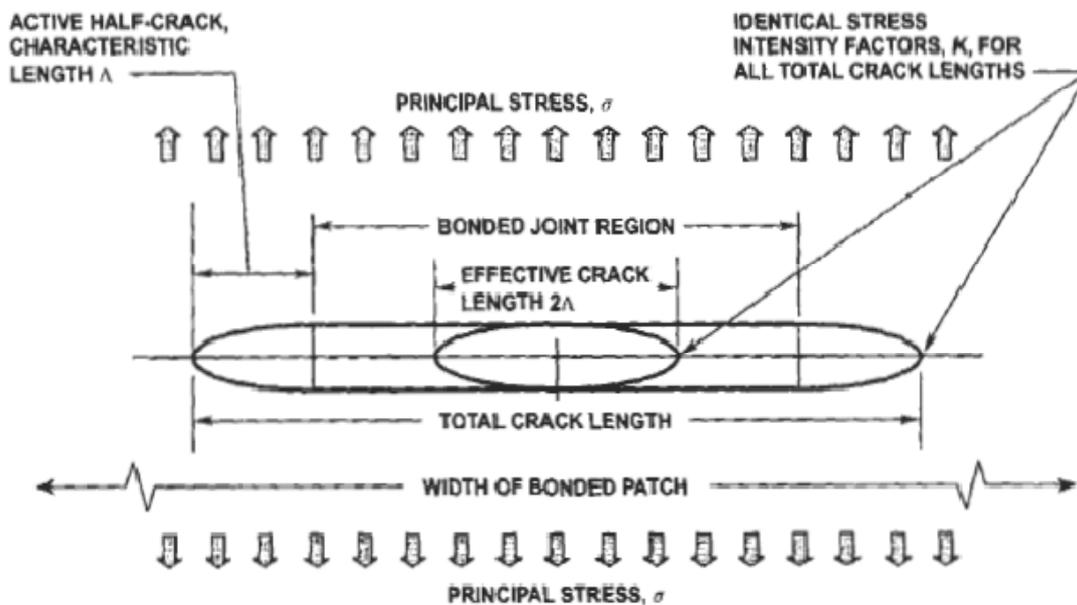


Figura 5.5 – Significato fisico per la lunghezza caratteristica di Rose: quando una cricca in un pannello è ricoperta da patch incollata, la semilunghezza effettiva della frattura è uguale alla lunghezza caratteristica di Rose ovvero due cricche molto piccole separate da una lunghezza d'adesione ( *bonded joint region* ) che rallenta la propagazione della frattura.

La dilatazione nell'adesivo e la tensione nella patch dovuta alla presenza della cricca nel pannello sono stimate utilizzando una soluzione mono-dimensionale (figura 5.1) [9,10] che è basata sulle seguenti ipotesi:

- ogni aderendo è trattato come un continuo elastico per cui sussiste uno stato piano di deformazione;
- lo strato di adesivo si comporta come una molla a taglio, e la componente di tensione a taglio nell'adesivo è data da,  $\tau_A = \mu_A \gamma_A \equiv \mu_A \frac{u_r - u_p}{t_A}$ .

La deformazione a taglio nell'adesivo è massima in prossimità del bordo di patch e sulle facce della frattura. In realtà, la massima deformazione si verifica sulle superfici della cricca poiché la maggior parte dei casi presenta un contorno rastremato per diminuire gli effetti di bordo. Quando  $1/\beta_A$  è piccola rispetto alle dimensioni di patch, il valore per le dilatazioni decade rapidamente a zero ad una distanza molto prossima alla cricca stessa.

$$\gamma_A^{max} = \frac{u_p(x=0) - u_r(x=0)}{t_A} = \frac{\sigma_0 t_p \beta_A}{G_A} \quad (5.9)$$

dove  $u$  rappresenta la componente longitudinale per gli spostamenti (figura 5.1) e  $\beta_A$  è la (5.8). Per chiudere il problema determiniamo la tensione nel rinforzo dovuta alla cricca nel pannello:

$$\sigma_p^{stage II} = \frac{\sigma_0 t_p}{t_r} \quad (5.10)$$

Quindi per il rinforzo in composito lo stato tensionale finale sarà somma delle espressioni (5.5) e (5.10):

$$\sigma_p = \sigma_0 \frac{E_r}{E_p} + \frac{\sigma_0 t_p}{t_r} \quad (5.11)$$

Infine estendiamo i risultati ottenuti anche al caso di adesivo elasto-plastico. Infatti, fino ad ora tutti i risultati sono stati ottenuti facendo l'ipotesi che l'adesivo si comporti come un continuo lineare elastico ma, può succedere che l'adesivo venga sollecitato oltre il suo limite elastico; il collante viene modellato come un materiale elastico perfettamente plastico (figura 5.6) e le formule per la dilatazione massima e per  $K_{I\infty}$  vanno cambiate nelle seguenti:

$$\gamma_A^{max} = \frac{u_p(x=0) - u_r(x=0)}{t_A} = \frac{\sigma_0 t_p \beta_A}{G_A} \quad \text{per} \quad \frac{\sigma_0 t_p \beta_A}{G_A} < \tau_Y^{(A)}$$

$$\gamma_A^{max} = \frac{\tau_Y^{(A)}}{G_A} \left( 1 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{0Y}} \right)^2 \right) \quad \text{per tutti gli altri casi}$$

$$K_{I\infty} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda}} \quad \text{per} \quad \frac{\sigma_0 t_p \beta_A}{G_A} < \tau_Y^{(A)}$$

$$K_{I\infty} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda}} \left[ \frac{\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{0Y}}\right)^3 + 3\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{0Y}}\right) - 1}{3\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{0Y}}\right)^2} \right]^{1/2} \quad \text{per tutti gli altri casi} \quad (5.12)$$

dove  $\sigma_{0Y} = \tau_Y^{(A)} / \beta_A t_p$  e  $G_A = \tau_Y^{(A)} / \gamma_Y^{(A)}$ , con  $\gamma_Y^{(A)}$  limite elastico di taglio e  $\tau_Y^{(A)}$  tensione di snervamento di taglio dell'adesivo.

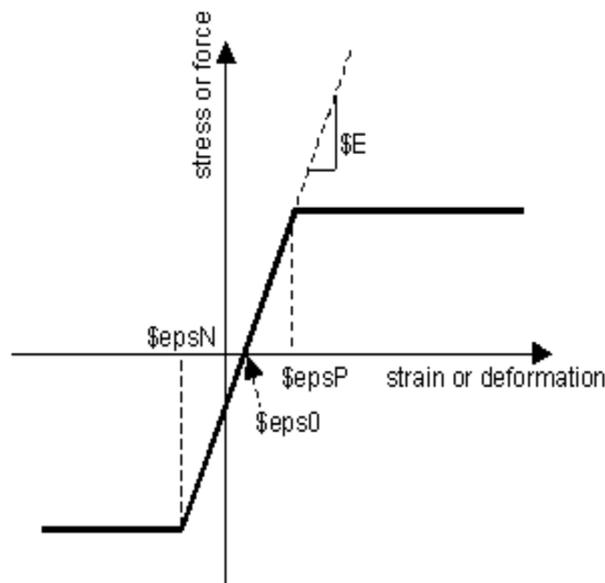


Figura 5.6 – Materiale elastico perfettamente plastico

### 5.3 Dimensionamento di Patch per “bonded repairs”

La realizzazione di patch efficaci richiede che il reinforcement possa sopportare una parte del carico applicato senza che si verifichino fratture o distacco tra gli aderenti. Per il patch design le linee guida sono state sviluppate in diverse pubblicazioni, programmi di enti militari e di ricerca:

- Composite Repair of Aircraft Structures, sviluppato da Boeing Company (CRAS Program) [11].
- Composite Repair to Metallic Structures guidelines (CRMS) [12]
- Royal Australian Air Forces Engineering Standard C0533 [13]
- Warnin-Robin Air Logistic Center (WR-ALC)

Lo scopo di tutte queste pubblicazioni è quello di elaborare un "design process" che fornisca gli strumenti e le modalità per:

- i vari criteri di dimensionamento;
- la scelta di patch;
- la scelta del tipo di adesivo;
- lo sviluppo del design iniziale;
- la valutazione e la validazione del manufatto mediante analisi dettagliata e/o test.

### 5.3.1 Design Criteria per il pannello fratturato

In ogni pannello danneggiato la riparazione ha due effetti:

- *il primo*: è quello di irrigidire localmente l'elemento danneggiato;
- *il secondo*: è quello di attrarre parte del carico applicato nella regione riparata.

Questa concentrazione di tensione ai bordi del rinforzo può a sua volta creare una nuova cricca. Proprio per evitare quest'effetto, il primo criterio individuato dal WR-ALC stabilisce che il valore per lo stato tensionale nel pannello ai bordi di patch, nella direzione del carico di trazione, deve essere limitato e pari a circa il 115/130 % del valore dello sforzo applicato. Pertanto, coerentemente con il limite individuato, il fattore di concentrazione degli sforzi per il pannello ai lati della patch, dovuto all'applicazione del carico estremo (DUL), assume valori minori di 1.3 quando il rapporto tra il carico di rottura e lo sforzo  $\sigma_{\infty at DUL}$  è tale che  $F_{tu} / \sigma_{\infty at DUL} > 1.3$ ,  $F_{tu}$  è il carico di rottura per il pannello.

### 5.3.2 Design Criteria per patch

Riprendiamo un parametro introdotto precedentemente, il rapporto tra le rigidezze  $S = E_r t_r / E_p t_p$  con  $E_{r,p} = E_r / (1 - \nu_{r,p}^2)$ , una riparazione efficace ripristina la rigidezza meccanica al suo stato originale, quindi, i valori per S devono essere sempre più grandi di 1. Nel *Composite Repair to Metallic Structures guidelines* si raccomanda un valore massimo pari a 1.5; in un'altra campagna di tests compiuta congiuntamente dal *Warnin-Robin Air Logistic Center e dal Southwest Research Institute* si sono realizzate patch con valori per S compresi tra 1.1 e 1.6; il range di valori utilizzato è stato giudicato ragionevole ai fini di una riparazione efficiente [14].

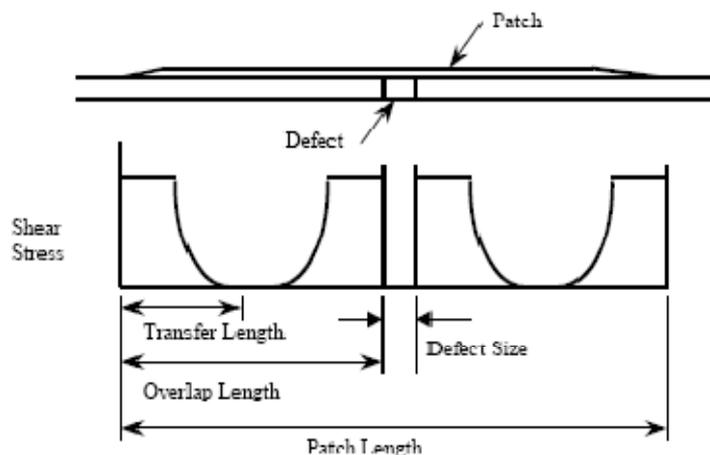
Il valore limite superiore per S è stato fissato dal programma *CRAS* ed è pari a 2.0; questo limite tiene conto anche degli effetti dovuti alla presenza di deformazioni non dovute all'applicazione di tensioni (come nel caso di una dilatazione termica). Pertanto, in fase di design bisogna utilizzare patch tali che:

$$1 \leq S \leq 2 \quad (5.13)$$

Per quanto riguarda invece le dimensioni minime per le patch i *design criteria* fisseranno:

- la minima lunghezza ( direzione parallela al carico applicato ) che dipende dal trasferimento delle forze applicate attraverso lo spessore dell' adesivo;
- la minima larghezza per patch ( direzione ortogonale a quella del carico applicato ) che deve circondare completamente la frattura;
- gli effetti di rastremazione al bordo di patch.

La minima lunghezza è fissata studiando come varia nell' adesivo la  $\tau$  da taglio. Ricordiamo che la lunghezza caratteristica per il trasferimento delle forze tra pannello e patch  $1/\beta_A$ , è definita come la lunghezza necessaria affinché lo sforzo di taglio decresca da  $\tau_{MAX}^{(A)}$  o  $\tau_Y^{(A)}$  fino ad assumere un valore quasi nullo (figura 5.7).



**Figura 5.7 – Sforzo di taglio nell' adesivo**

Dalla figura osserviamo come lo scambio di forze al bordo di patch e sulla superficie della frattura è rappresentato da due zone a deformazione plastica a partire dalle quali il valore  $\tau_Y^{(A)}$ , tensione limite di snervamento a taglio, decresce fino ad assumere valori quasi nulli. Ci saranno da definire due lunghezze [15]:

- $l_p$  *plastic transfer length*, se le regioni caratterizzate da deformazioni plastiche sono in grado di trasferire tutte le forze da un aderendo all'altro, allora:

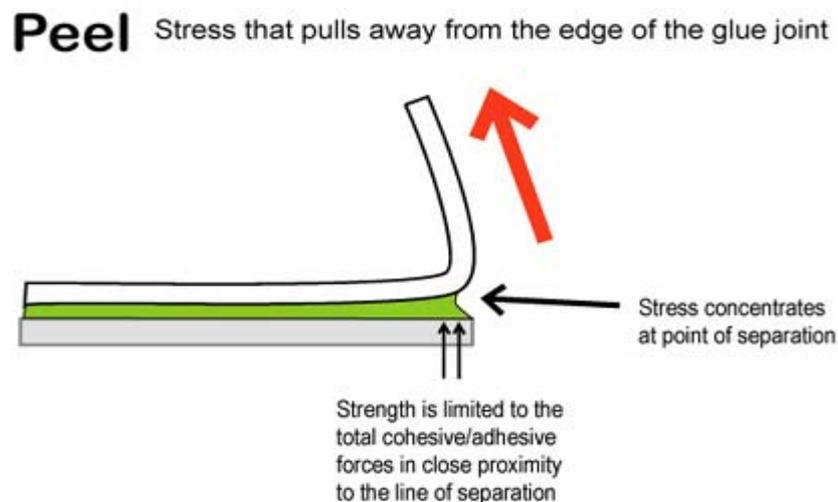
$$l_p = \frac{F_{tu} t_p}{N \tau_Y^{(A)}} \quad (5.14)$$

con  $N$  numero di *Transfer Zone* (2 per single-sided e 4 per double-sided ) e  $t_p$  che rappresenta lo spessore del pannello;

- $l_e$  *elastic transfer length*, perchè si possa prevenire lo scorrimento tra gli aderenti si deve assicurare che l'adesione sia sufficientemente lunga così da sviluppare un'area caratterizzata da un valore di tensione molto basso:

$$l_e = 5/\beta_A \quad (5.15)$$

Quindi l'*overlap length*  $L$ , uguale alla somma delle espressioni (5.14) e (5.15), è la distanza compresa tra il bordo di patch ed il difetto. La minima lunghezza per patch sarà uguale a due volte l'*overlap length* più la lunghezza della cricca e la lunghezza di rastremazione. Caratterizziamo gli ultimi parametri necessari per chiudere il problema per la lunghezza minima di patch. Se la frattura è ortogonale alla direzione di applicazione della forza di trazione, ovvero si sta considerando il caso del Modo I di apertura, allora la cricca non ha dimensione in questa direzione ed il suo contributo,  $l_d$ , al calcolo della lunghezza minima è nullo,  $l_d = 0$ . Per ogni riparazione one-sided si perde la simmetria della configurazione two-sided e si verifica uno spostamento dell'asse neutro. Tale fenomeno aumenta l'effetto degli sforzi da pelatura (*peel stress*), figura 5.8; queste tensioni sono determinate dalla combinazione degli spostamenti verticali dei punti del pannello e della deflessione non più trascurabile.



**Figura 5.8 – Peel stress**

Analiticamente il *peel stress* è massimo nell'adesivo e nell'aderendo ed è pari a:

$$\sigma_{Cmax} = \tau_r \left[ \frac{3E't_r(1 - \nu_a^2)}{E_r t_a} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.16)$$

con

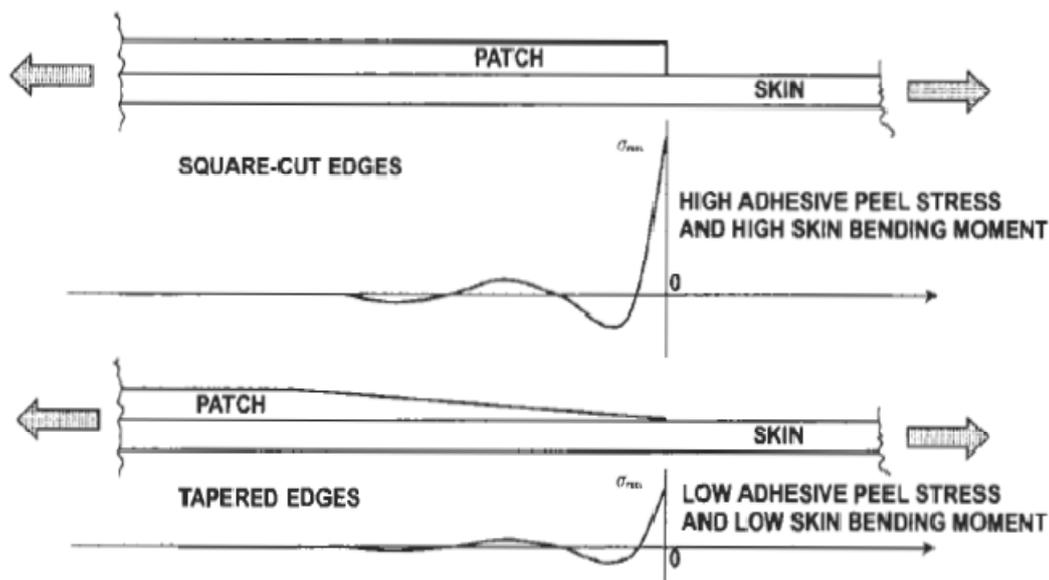
$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E_a} + \frac{2}{E_p} + \frac{4}{E_r} \quad (5.17)$$

con a = adesivo, p = pannello e r = patch.

Rastremare i bordi riduce lo spessore delle diverse lamine del composito utilizzato e l'effetto è quello di assicurare un graduale assorbimento delle forze da parte della riparazione (figura 5.9). La riduzione in termini di tensione può essere stimata dalla seguente relazione:

$$\frac{(\sigma_{cmax})_{tapered}}{(\sigma_{cmax})_{uniform}} = \sqrt{\frac{2}{1 + \left(\frac{t_0}{t_e}\right)^3}} \quad (5.18)$$

con  $t_0$  e  $t_e$  che rappresentano rispettivamente lo spessore per una riparazione uniforme e lo spessore dell'ultimo layer della rastremazione,  $\sigma_{Cmax}$  massimo valore per il *peel stress*.



**Figura 5.9 – Effetto del Tapering**

I massimi ammissibili per il *peel stress* sono [13]:

- per adesivi duttili ( *Cytec FM 73, AF 163-2K, Cytec FM 300, Cytec FM 330-2*): maximum allowable peel stress è 68.9MPa;
- per adesivi fragili (*AF 130-1, AF 131*): maximum allowable peel stress è 41.4MPa;
- per i materiali compositi uno stato tensionale di pelatura può causare delaminazione, dovuta alla nascita e la propagazione di difetti interlaminari: maximum allowable peel stress è 41.4MPa.

Fissati gli ammissibili per lo stato tensionale di pelatura, per ridurre gli effetti di questo fenomeno si sceglie di realizzare la prima lamina in maniera tale che alla lunghezza di overlap si aggiunga un termine  $x_1$  pari a:

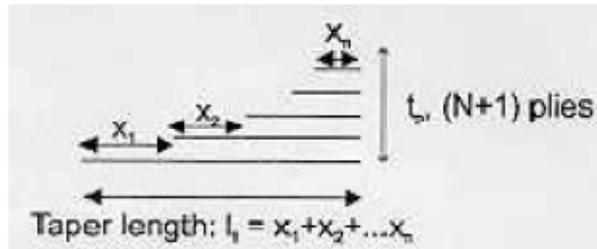
$$x_1 = \frac{5}{\beta_A} \quad (5.19)$$

La lunghezza per gli steps successivi è indicata nella seguente formula ed è schematizzata alla figura 5.10.

$$x_2 = \frac{x_1}{2} \quad \text{e per il passo ennesimo } x_n = \frac{x_{n-1}}{n} \quad (5.20)$$

La lunghezza di rastremazione totale è data dalla somma di tutti gli incrementi:

$$l_T = \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.21)$$



**Figura 5.10 – Schema per determinare il taper length**

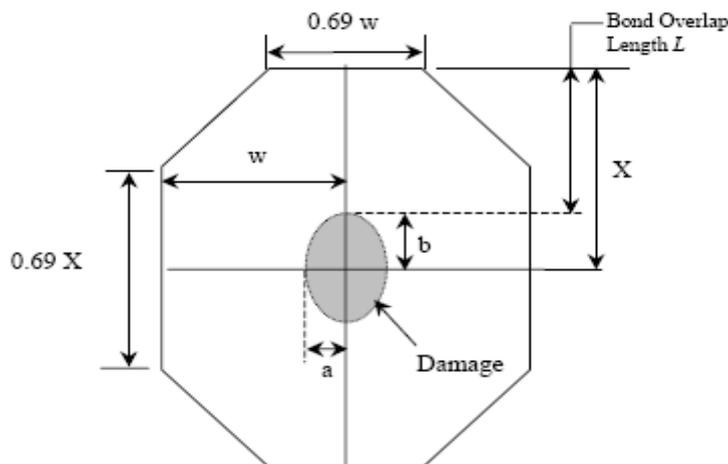
Definite tutte le lunghezze in gioco la lunghezza minima  $L_p$  è espressa dalla seguente condizione:

$$L_p \geq 2(l_p + l_e + l_t) \quad [12] \quad \text{o} \quad L_p \geq 4(l_p + l_e) + 2l_t \quad [13] \quad (5.22)$$

La minima semi-larghezza per la riparazione  $W_p$ , deve soddisfare le seguenti condizioni (figura 5.11):

$$W_p \geq a + (25/2)mm \quad \text{e} \quad W_p \geq 2a \quad [13] \quad (5.22b)$$

con  $a$  pari alla semi larghezza della frattura e  $L$  pari a *Bond Overlap Length* (vedi figura 5.11),  $B=L_p$  e  $A=2W_p$ .  $A$  e  $B$  sono gli assi di un rinforzo ellittico, (in figura 5.11),  $b$  e  $a$  rappresentano i semiassi.



**Figura 5.11 – Configurazione per patch**

L'ultimo parametro per il patch design da calcolare è rappresentato dal massimo ammissibile per la tensione nelle condizioni di DUL (carico estremo); il margine di sicurezza fissato è 0.2 (*MOS*):

$$MOS = \frac{\sigma_{ult}}{\sigma_{p(DUL)}} - 1 \quad (5.23)$$

### 5.3.3 Design Criteria per l'adesivo

Il trasferimento di forze tra pannello e patch, che avviene attraverso l'adesivo, è confinato nelle immediate vicinanze di ogni discontinuità che le linee flusso incontrano sul loro percorso, soprattutto sulle facce della cricca e sui bordi del rinforzo. Le forze che agiscono sullo strato di adesivo sono:

- forze di taglio parallele alla superficie di adesione: le forze tra gli aderendi sono trasferite dalla struttura danneggiata al reinforcement tramite sforzi di taglio nell' adesivo.
- La forza di trazione tende a propagare la frattura ed il compito della riparazione è quello di impedire tale movimento. Pertanto, lo sforzo di taglio sarà massimo nei punti di discontinuità tra patch e pannello, ovvero ai bordi di patch, laddove sono anche più intense le tensioni nel pannello per l'effetto del *Load Attraction* esercitato dal reinforcement, e sulla superficie della cricca.
- forze normali alla superficie di adesione (*Peel Stress*):
- nel caso *two-sided* patch queste forze sono dovute agli spostamenti verticali dei punti del pannello;
- nel caso *one-sided* patch. si devono anche considerare gli spostamenti verticali per flessione.

In assenza di qualsiasi *patch-tapering*, lo stato tensionale che si desta nell' adesivo è molto intenso. Quindi è essenziale considerare una rastremazione ai bordi di patch per ridurre le discontinuità ed i fenomeni connessi. Un'altro fattore importante per l' efficienza della adesione è rappresentato dallo spessore dell' adesivo. Infatti, per una superficie di adesione più spessa si fa affidamento sulle forze di coesione dell' adesivo mentre per una superficie sottile saranno predominanti le forze interfacciali di adesione.

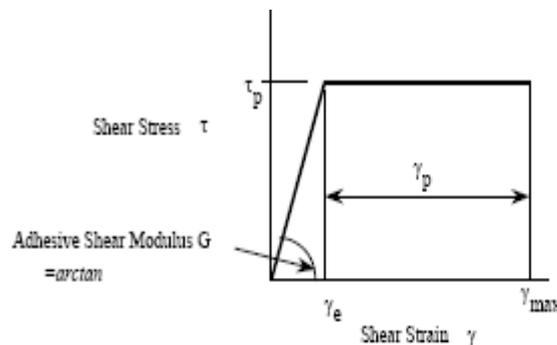


Figura 5.12 – Curva Stress-Strain per l'adesivo

Fissati i punti essenziali del comportamento meccanico dell'adesivo, supponendo che l'adesivo sia un materiale elastico perfettamente plastico (figura 5.12), possiamo a specificare quale sono i parametri necessari al design:

- $P_{joint}$  (Potential load capability of the adesive): la capacità di carico potenziale per l'adesivo  $P_{joint}$  è data dal più piccolo dei valori ottenuti dalle seguenti formule:

$$P_{joint} = \phi + \left[ 2\eta\tau_p(0.5\gamma_e + \gamma_p) \right] E_i t_i \left( 1 + \frac{E_i t_i}{E_o t_o} \right)$$

where

$$\phi = \left[ (\alpha_i - \alpha_{diff})(23.9 - T_{care}) + (\alpha_o - \alpha_i)(T_{oper} - 23.9) \right] E_i t_i$$

or

$$P_{joint} = \theta + \left[ 2\eta\tau_p(0.5\gamma_e + \gamma_p) \right] E_o t_o \left( 1 + \frac{E_o t_o}{E_i t_i} \right)$$

where

$$\theta = \left[ (\alpha_{diff} - \alpha_o)(23.9 - T_{care}) + (\alpha_i - \alpha_o)(T_{oper} - 23.9) \right] E_o t_o.$$

con  $\eta$  che rappresenta lo spessore dell' adesivo,  $\tau_p$  carico di rottura a taglio dell' adesivo,  $\gamma_e$  distorsione limite elastica,  $\gamma_p$  distorsione limite plastica, con il pedice  $o$  si indicano le proprietà di patch, con il pedice  $i$  si indicano le proprietà per il pannello e con  $\alpha$  si indicano i coefficienti di dilatazione termica. Il manuale *RAAF* suggerisce che se meno del 30% del pannello/struttura è sottoposto al trattamento di cura si deve tenere conto degli effetti termici. Una volta determinato  $P_{joint}$  deve sussistere la seguente condizione:

$$P_{joint} > P_{metal} \quad (5.24)$$

con

$$P_{metal} = 1.3\sigma_u t_i \quad (5.25)$$

che è conservativamente assunto essere il massimo valore della tensione presente nel pannello pari a 1.3 volte la tensione di rottura ( $\sigma_u$ ) del materiale. La riparazione deve essere in grado di sopportare il massimo carico atteso per il pannello anche se la frattura si è propagata fino ai bordi di patch.

- $\gamma_{max}$  (*maximum adesive shear strain*): la massima distorsione per DUL deve essere minore dell' 80% della massima distorsione ammissibile con  $\gamma_{max}$  (5.9)

$$\gamma_{max} < 0.8(\gamma_e + \gamma_p) \quad (5.26)$$

Nel prossimo paragrafo seguirà una breve descrizione sulle caratteristiche dei materiali maggiormente utilizzati per i bonded repairs.

### 5.3.4 Scelta dei materiali

Nel selezionare patch in composito le più importanti proprietà fisiche sono la resistenza meccanica (carico di rottura per il materiale) e la rigidità (modulo di Young). Come già evidenziato nei capitoli precedenti, i vantaggi nell'utilizzo di patch in materiale composito, in genere *graphite/epoxy* o *boron/epoxy*, rispetto a quelle realizzate in leghe metalliche sono molteplici:

- una elevata rigidità direzionale permette l'uso di patch sottili (fattore importante se la riparazione è esterna) che possono essere applicate nelle direzioni desiderate;
- una elevata deformazione a rottura e durata a fatica, che minimizza il rischio della rottura di patch anche nella eventualità di livelli di deformazioni critici nella componente metallica da riparare;
- bassa densità, parametro importante soprattutto laddove deve essere minimizzato lo sbilanciamento per le superfici di controllo;
- una eccellente lavorabilità che consente di modellare anche contorni complessi;

Bisogna fare attenzione che non vengano realizzate patch troppo rigide. Infatti, quanto più è rigido il rinforzo tanto più "velocemente" il carico verrà attratto verso il rinforzo, ciò creerà delle zone in cui l'interazione tra patch e pannello sarà molto intensa favorendo una concentrazione delle tensioni che potrebbe portare a raggiungere e superare il carico di rottura per il pannello. In tabella 5.1 sono raggruppati i valori di riferimento per alcuni dei più comuni materiali compositi utilizzati per *bonded repairs*.

Patch Material	$E_L/E_T$ (Gpa)	Poisson Ratio	CTE, $\alpha_L$ ( $10^{-6}/^\circ\text{C}$ )	Strength (MPa)
2024-T3	72.4/72.4	.33	22.7	324
Boron/Epoxy	210/25	.168	4.5	1590
GLARE 2	65.6/50.7	.33	17.9	390
Graphite/Epoxy	138/14.5	.20	-1	1447
Glass/Epoxy	50/14.5	.3	6.1	1130

**Tabella 5.1 – Proprietà riassuntive per i più comuni materiali compositi utilizzati in campo aeronautico**

Per quanto riguarda la scelta del tipo di adesivo, le proprietà da considerare sono:

- modulo di elasticità tangenziale: un valore elevato di  $G$  riduce l'intensità degli stati tensionali nelle regioni di interazione tra patch e pannello;
- temperatura di cura: se gli adesivi caratterizzati da basse temperature permettono una più facile e controllabile riparazione è anche vero che questi stessi adesivi per temperatura operative elevate possono portare al distacco del reinforcement; per temperature di cura elevate bisogna tenere conto del fatto che lega metallica, adesivo e patch hanno coefficienti di dilatazioni termici molto differenti tra loro;
- poco sensibile a condizioni ambientali sfavorevoli: sole battente, vento secco, temperature elevate ecc..

I tipi di adesivi utilizzati sono di tre forme differenti:

- schiuma: espandono durante la cura e sono utilizzati per la riparazione di grosse fratture;
- pasta: vengono forniti di solito in forma di due componenti che devono essere opportunamente mischiati, sono facilmente curabili a temperatura ambiente e non necessitano di essere conservati a basse temperature. I principali svantaggi sono rappresentati dalla difficoltà a realizzare il giusto mix tra le due parti e dall'aria che rimane intrappolata nell'impasto; infatti, nell'applicazione dello strato queste particelle di aria si frappongono tra le superfici a contatto formando delle fastidiose porosità;
- pellicola (*film*): è il miglior tipo di adesivo; questa classe di adesivi fornisce un'ottima adesione (non si hanno porosità) inoltre, poiché viene conservata in ambienti freddi richiede elevate temperature di cura (bisogna fare attenzione all'inevitabile CTE mismatch).

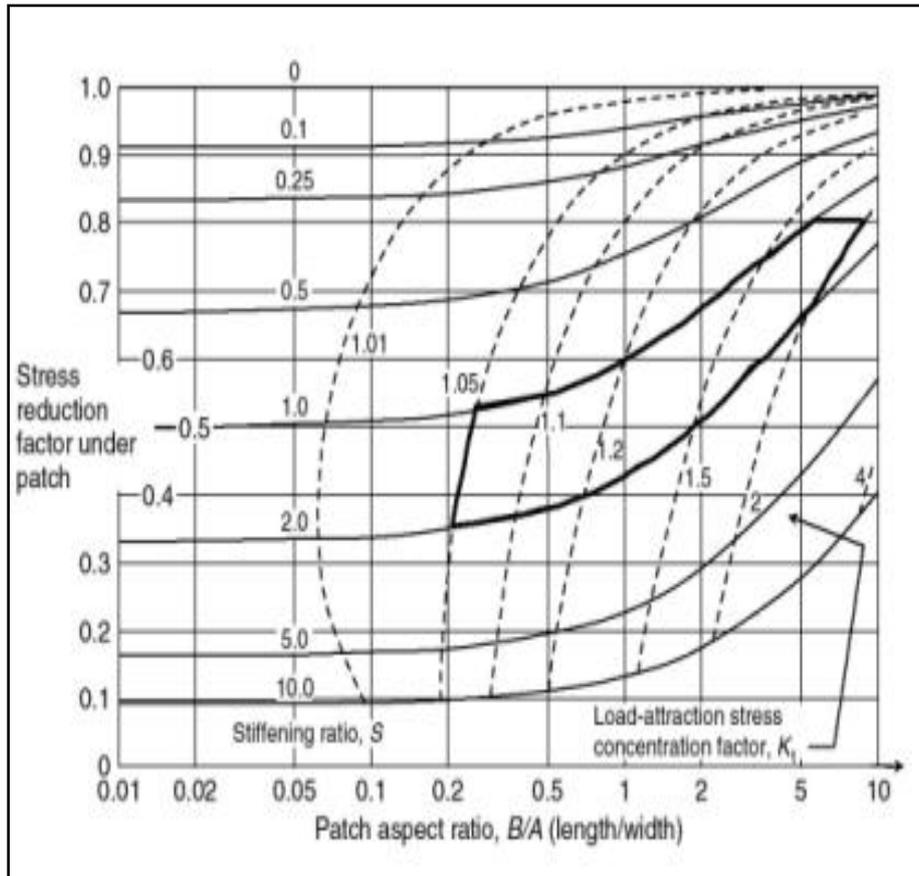
La tabella 5.2 fornisce un quadro riassuntivo delle caratteristiche di alcuni tipi di adesivi utilizzati in campo aeronautico.

Adhesive	Adhesive Type	Cure Time/Temp	Storage	Supplier
FM-39	Foam	1 hr/121°C	6 months @ -18°C	American Cyanamid
EC-1386	Paste (one part)	1 hr/177°C	4.5°C or below	3M
EA-9309	Paste (two part)	3 days/room temp or 1 hr/66°C	12 months @ room temp	Dextor Corp/Hysol
FM-73	Film	1hr/121°C	6 months @ -18°C	American Cyanamid
AF163-2M	Film	1hr/121°C	6 months @ -18°C	3M

**Tabella 5.2 – Proprietà per differenti tipi di adesivi**

### 5.3.5 Dimensionamento per la Riparazione

La soluzione analitica proposta da Rose permette di realizzare studi parametrici per le variabili di progetto  $\sigma_0$  e  $k_t$ ; infatti, il team di sviluppo del CRAS ha realizzato un diagramma per il design preliminare che lega  $\sigma_0$  e  $k_t$  al rapporto di Rigidezza  $S$ , all' *Aspect Ratio*  $B/A$  e al fattore di riduzione delle tensioni per il pannello (figura 5.13). Analizzando questo diagramma è più facile capire gli effetti di  $S$  e dell'  $B/A$  per patch ellittiche. Come si può intuire non esisterà una unica configurazione che possa soddisfare tutti i criteri definiti nei precedenti paragrafi, ma è chiaro che un eccessivo rapporto di rigidezza è da evitare perché si avrebbe un sbilanciamento eccessivo per la patch con valori elevati per  $k_t$ ; patch troppo lunghi sono da evitare per lo stesso motivo. Inoltre, *Aspect Ratio* troppo elevati si sono dimostrati meno efficaci nel ridurre il valore delle tensioni nel pannello, nelle regioni di concentrazione dello sforzo, rispetto a configurazioni caratterizzate da un rapporto più piccolo ( $A > B$ ). Gli studi condotti dal team di ricerca del CRAS hanno stabilito che tutti i possibili valori accettabili per il patch design sono confinati in una regione del grafico racchiusa entro i seguenti limiti,  $1 \leq S \leq 2$  e  $1/5 \leq B/A \leq 7$ .



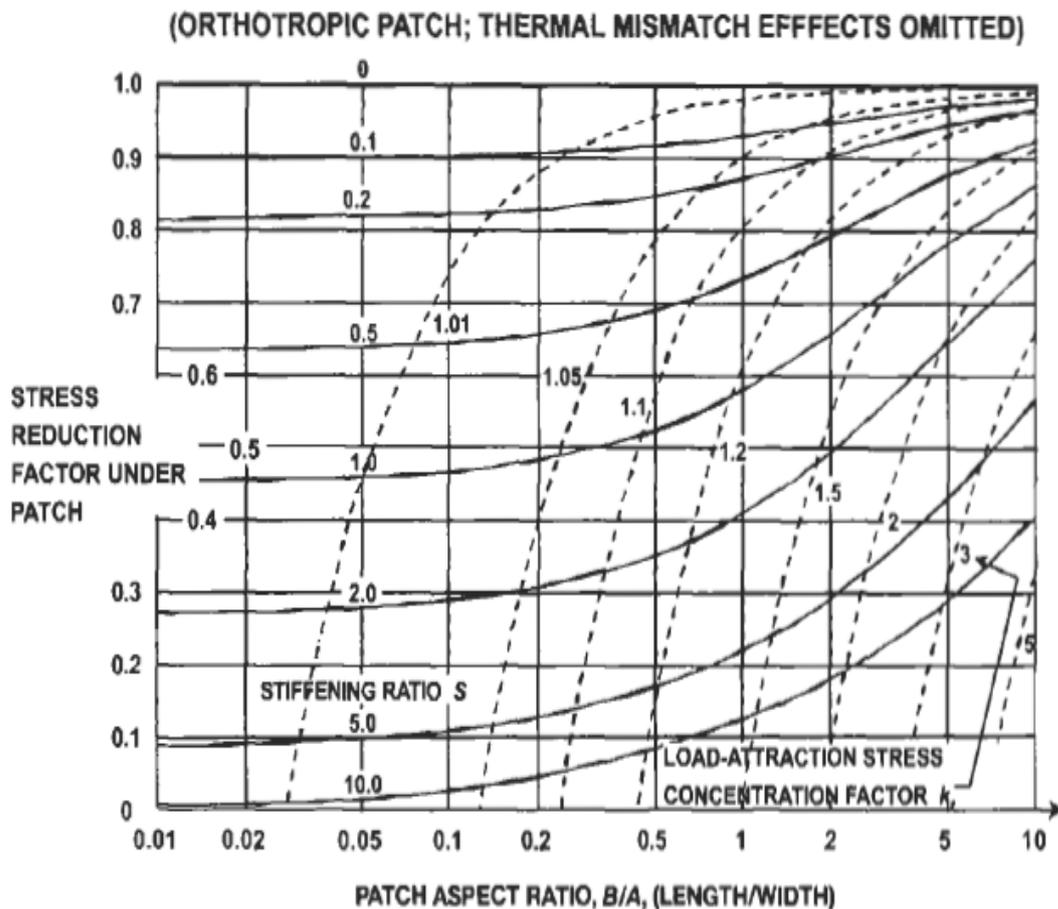
**Figura 5.13 – Patch design chart per patch isotrope per il caso semplificato di solo carico di trazione**

Le soluzioni del grafico sono ristrette a sole patch isotrope per le quali non vengono nemmeno prese in considerazioni gli effetti dovuti ai differenti coefficienti di dilatazione termici. Visti i limiti di questo tipo di diagramma una più moderna applicazione della procedura analitica di Rose dovuta ad Hart Smith[16] lo ha esteso alle condizioni di carico biassiale, ai casi in cui si utilizzano patch ortotrope, tenendo

anche conto dei mismatches termici (figura 5.14). Per il caso speciale di patch in composito unidirezionale, è ragionevole ipotizzare che la rigidezza trasversale  $S_x$  sia molto piccola, al limite trascurabile, ovvero  $S_y \approx S_x$ , ipotizzando che le fibre siano allineate lungo l'asse  $y$ . Per carico assiale perpendicolare alla frattura e parallelo alla fibre la soluzione di Rose (5.3) è sostituita dalla seguente espressione:

$$\frac{\sigma_{y0}}{\sigma_{y\infty}} = \frac{(1 - \nu^2)}{D} \left\{ \left[ 1 + 2 \left( \frac{A}{B} \right) \right] \left[ \left[ 1 + 2 \left( \frac{B}{A} \right) \right] (1 - \nu^2) + \nu(1 - \nu) S_y \right] - (1 - \nu^2) - 2\nu \left( \frac{A}{B} \right) S_y \right\} \quad (5.3b)$$

e per  $k_t$  non varrà la relazione semplificata (5.4) ma sarà determinato sommando i contributi delle forze presenti nel pannello e nel rinforzo lungo la direzione  $y$ . Il risultato di questo stato tensionale risultante è diagrammato in figura 5.14.



**Figura 5.14 – Design chart per patch ortotrope caratterizzate da un valore nullo della rigidezza trasversale e per condizioni di carico uniassiale**

E' evidente dal confronto dei due diagrammi che non vi sia una grande differenza di comportamento tra patch isotrope e ortotrope; in entrambi i grafici sono omessi gli effetti termici. Se si considerano le caratteristiche di tutte le prove effettuate presso il laboratorio, alla luce di queste nuove e specifiche considerazioni sul *bonded repairs design* si osserva che:

- tutte le patch utilizzate nelle prove sperimentali hanno un rapporto di rigidità molto basso ( $0.0368 \leq S \leq 0.7832$ );
- il rinforzo non ha i bordi rastremati;
- le dimensioni della patch sono più piccole di quelle minime per un valore di cricca iniziale di lunghezza 40mm.

A valle del lavoro di tesi fin qui svolto, utilizzando sia le nuove nozioni acquisite per il *bonded repair design* sia il database dei materiali a disposizione del dipartimento, procediamo al dimensionamento secondo i nuovi *design criteria* definiti.

## 5.4 Dimensionamento ottimale di Patch per la Riparazione

Il pannello utilizzato per le prove di laboratorio è realizzato in lega di alluminio 6061-T6, (vedi tabella 4.2). I tipi di patch in *graphite/epoxy* a disposizione sono raccolti nelle tabelle (4.3),(4.4),(4.5). Piuttosto che utilizzare una struttura del tipo tessuto (*fabric*), che riduce il grado di anisotropia del composito, si è preferito realizzare un composito ortotropo le cui fibre saranno poste in direzione ortogonale a quella della cricca; le proprietà di lamina selezionata sono le seguenti (tabella 5.3)

Reinforcement	Graphite/Epoxy
ErX (MPa)	9480
ErY (MPa)	134800
Gr (MPa)	5100
Poisson's ratio	0,3
tr lamina (m)	0,00015
tr eff (m)	0,0015
mean UTSr (MPa)	1447

**Tabella 5.3 – Caratteristiche meccanica per la lamina in *graphite/epoxy***

Mentre la scelta del tipo di adesivo tra quelli disponibili è caduta sul *Cytec FM 73* adesivo di tipo pellicola che ha le seguenti proprietà meccaniche tabella 5.4 [13]:

Adhesive FM 73		
EaX (MPa)	1430	
EaY (MPa)	1430	
Ga (MPa)	530	± 88
$\nu_a$	0,35	
Spessore (m)	0,0001	
Elastic strain limit $\gamma_e$	0,0804	± 0,0151
Plastic strain limit $\gamma_p$	0,497	± 0,0468
Shear yield strength $\tau_p$ (MPa)	41,52	± 0,97

**Tabella 5.4 – Cytec FM 73**

Individuati i materiali per realizzare la riparazione prima di passare al vero e proprio dimensionamento, ricordiamo che la configurazione scelta è del tipo *one-sided repair*. Iniziamo con il calcolare lo spessore per la riparazione in composito. Si noti che la lamina in composito scelta e la lega di alluminio hanno grosso modo lo stesso coefficiente di Poisson, quindi si può utilizzare l'espressione semplificata per *S stiffness ratio*,  $S = E_r t_r / E_p t_p = E_r t_r / E_p t_p$ , lo spessore risultante  $t_r$ , fissato per *S* valore unitario, è pari a **0.767221mm**, all'incirca uguale ad un rinforzo composto da 5 strati della lamina in *gr/ep* scelta per la riparazione. Adesso che lo spessore è noto, chiudiamo con la configurazione geometrica per il reinforcement determinando la lunghezza e la larghezza di patch; si utilizza il *Royal Australian Air Forces Engineering Standard C0533* [13] definito dalla seconda delle (5.22) e delle (5.22b). Si è scelto come step iniziale un *Aspect Ratio* unitario, e come step successivo il *tapering* sul bordo di patch (5.21):

$$l_p = 5.23844 \text{ mm}$$

$$l_e = 11.065 \text{ mm}$$

$$x_1 = 18.441231 \text{ mm}$$

$$x_2 = 9 \text{ mm}$$

$$x_3 = 3 \text{ mm}$$

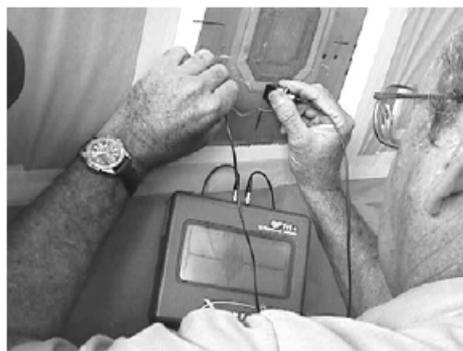
$$x_4 = 0.75 \text{ mm}$$

indicati con  $x_i$  gli incrementi in lunghezza delle singole lamine che compongono il rinforzo in tabella sono raccolte le dimensioni delle singole plies (tabella 5.5):

LPly1 (m)	0.1415
LPly2 (m)	0.1055
LPly3 (m)	0.0875
LPly4 (m)	0.0815
LPly5 (m)	0.08

**Tabella 5.5 – Lunghezza delle singole plies che costituiscono la Patch**

Sono quindi fissate le dimensioni per il rinforzo in composito caratterizzato da un *Aspect Ratio* pari a  $=1$ . La forma geometrica per le singole plies è ottagonale (figura 5.17); infatti, poiché la soluzione in forma chiusa determinata da Rose era ristretta a patch di tipo ellittico, la gran parte di patch usate attualmente (figura 5.15) sono ottagonali, forma geometrica che permette la migliore correlazione possibile con i risultati analitici. Infatti il CRAS team ha determinato la procedura per ottenere forme ottagonali equivalenti a quelle ellittiche, figura 5.16 [17].



**Figura 5.15 – Ispezione ultrasonica per una riparazione con patch in composito**

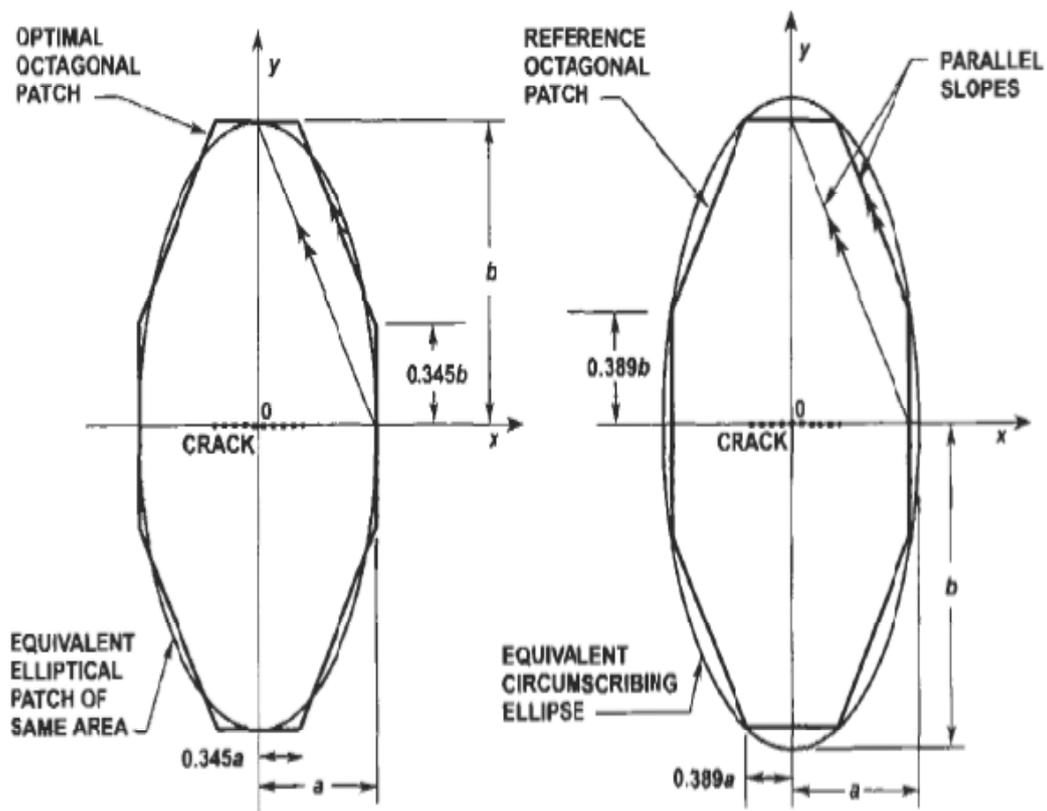


Figura 5.16 – Equivalenza tra patch ellittiche e ottagonali.

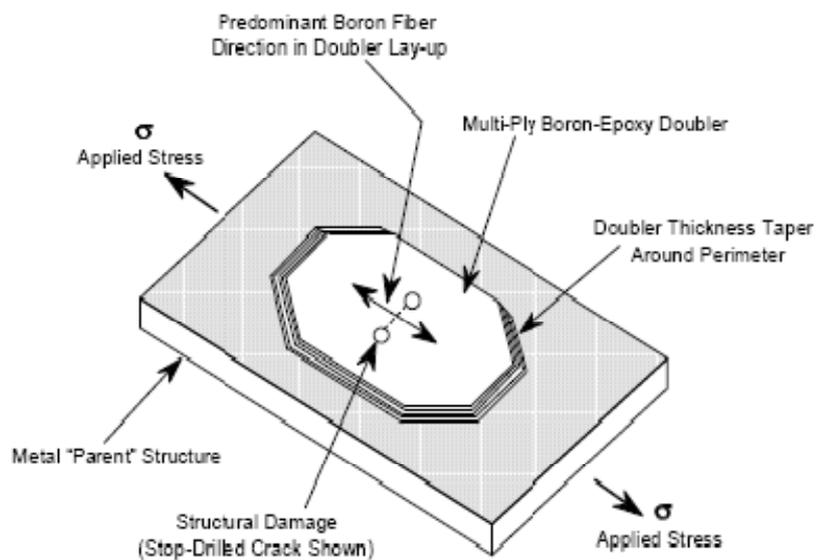


Figura 5.17 – Geometria Wedding Cake per la riparazione.

Per le prove di laboratorio, il carico massimo agente è rappresentato da quello che la macchina esercita sul pannello; la tensione al carico limite sarà 82MPa,  $\sigma_{DLL}=82\text{MPa}$ . Dal valore più piccolo delle (5.25) valutiamo la capacità dell' adesivo di sostenere il carico anche quando la frattura si propaga fino ai bordi di patch ovvero la condizione  $P_{\text{joint}} > P_{\text{metal}}$ .

$$P_{\text{joint}}=0.96057632\text{MPa}\cdot\text{m}, \quad \text{mentre} \quad P_{\text{metal}}=0.5655\text{MPa}\cdot\text{m}$$

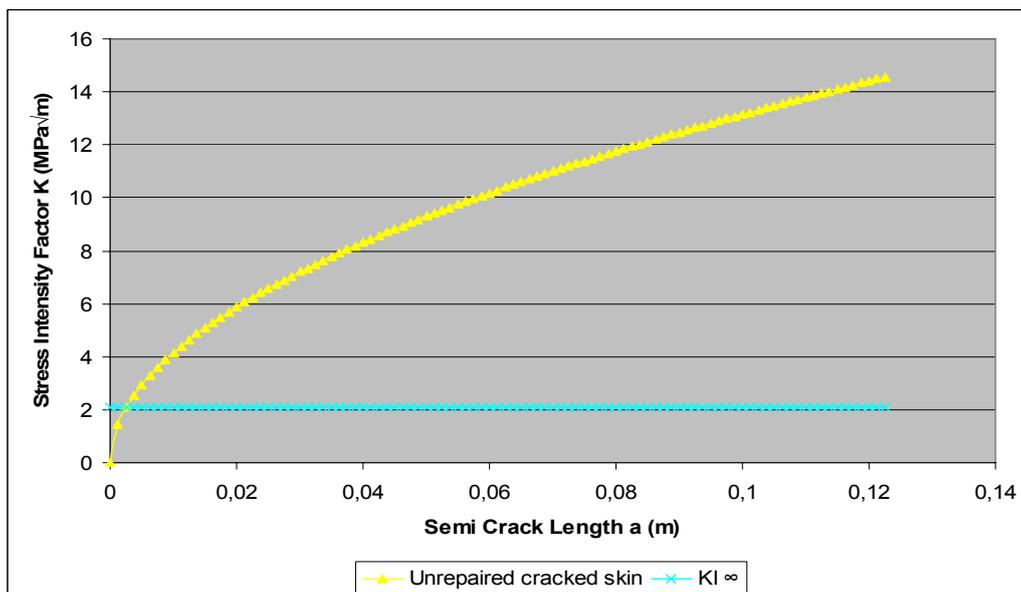
Inoltre, per l' Aspect Ratio assegnato il fattore di concentrazioni degli sforzi è 1.18, vedi tabella 5.6 [13] e figura (5.14), la condizione  $F_{II}/\sigma_{\infty}atDUL > 1.3$  è rispettata ed il pannello è in grado di sopportare il carico estremo atteso.

S	1	3/2	3/1	4/1
1	1.18	1.2	1.22	1.23
1.2	1.2	1.22	1.25	1.26
1.4	1.22	1.24	1.27	1.28
1.6	1.24	1.27	1.29	1.30

**Tabella 5.6 – Tabella per  $k_t$  per un pannello infinito ottenuto con FRANC2D/L**

Verificato che il massimo valore per la distorsione non solo non supera il limite ammissibile (5.26) ma è anche minore del limite elastico, ciò vuole dire che l'adesivo si comporta come un continuo perfettamente elastico. Infine, il campo tensionale uniforme  $\sigma_0$  è  $23.46\text{N/m}^2$ , si è utilizzata la (5.3b), mentre il fattore di intensificazione (5.6) degli sforzi raggiungerà il valore asintotico  $K_{I\infty} = K_{I\infty} = 2.074\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , sostituendo nella (5.6). Se confrontiamo, figura 5.18, l'espressione di  $K_0$  per un pannello senza rinforzo (5.27) [18] con il SIF per il pannello riparato si può immediatamente osservare l'effetto della riparazione; avremo, infatti, il  $K_0$  che cresce indefinitamente mentre il fattore di intensificazione degli sforzi tende ad un valore asintotico.

$$K_0 = \sigma_0\sqrt{\pi a} \tag{5.27}$$



**Figura 5.18 – Confronto tra il  $K_0$  e  $K_{I\infty}$**

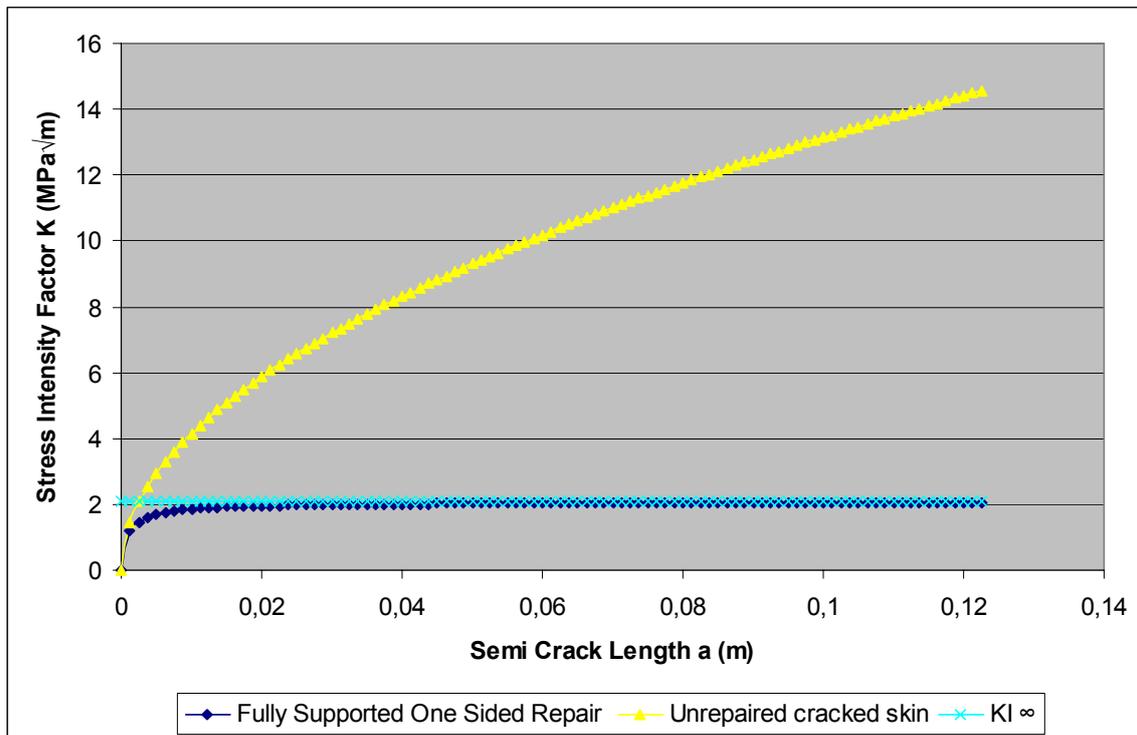
Keer [19,20] fornì la formula di interpolazione per descrivere come varia il SIF al propagarsi della cricca nel pannello riparato:

$$K_R = F\sigma_0\sqrt{\pi a} \quad (5.28)$$

con  $F$  che rappresenta la riduzione per il fattore di intensificazione degli sforzi per effetto della riparazione, dopo un intenso studio parametrico e sperimentale per  $F$  è stata data la seguente espressione [18]:

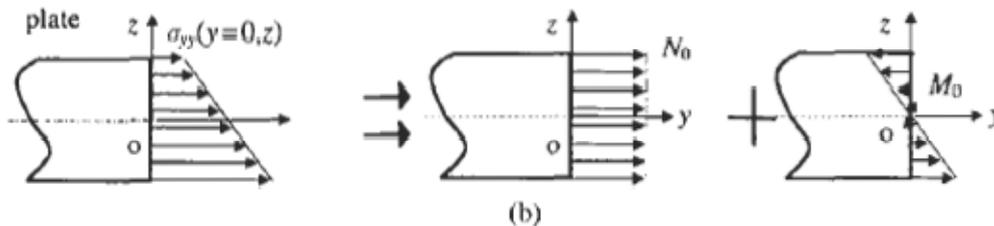
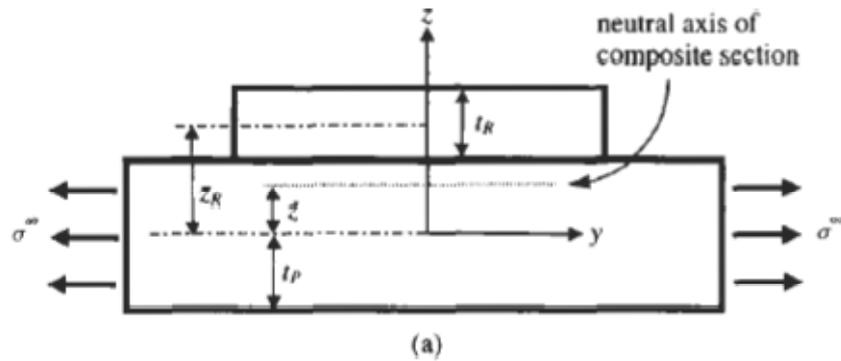
$$F(ka) = \left[ \frac{1}{\pi ka} \tanh\left(\frac{\pi ka}{1 + B\pi ka}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.29)$$

con  $k$  parametro che coincide con  $\lambda$ , parametro definito dalla (5.7), e  $B$  che rappresenta un fattore di correzione che varia tra  $0.3$  per riparazioni bilanciate,  $S=1$ , e  $B=0.1$  per patch infinitamente rigide,  $S \rightarrow \infty$ .



**Figura 5.19 – K repaired in funzione del semilunghezza della cricca**

Si osservi come il  $K$  cresca molto lentamente, la riparazione sta rallentando di molto la propagazione della cricca. I dati ottenuti sono però relativi al caso di un pannello fully-supported, ma siamo lontani dalla configurazione delle prove di laboratorio, infatti,  $c'$  è da tenere presente la flessione e quindi un inevitabile peggioramento degli effetti della riparazione. Anche per il caso di una riparazione one-sided viene applicata la soluzione analitica di Rose; la differenza principale tra le due soluzioni è rappresentata dal fatto che la distribuzione delle tensioni lungo lo spessore varia, figura 5.20 [21].



**Figura 5.20 – Stato tensionale per un pannello rinforzato con patch ; (a) patch soggetta a solo carico mono assiale; (b) distribuzione delle tensioni nel pannello**

Pertanto, per le deflessioni dovute alla eccentricità del carico, lo stato tensionale indotto è più grande di quello corrispondente al caso fully-supported (figura 5.21). Consideriamo inizialmente applicato un rinforzo sulla superficie di un pannello uncracked, caricato da una forza di trazione (figura 5.20). Per dimensioni di patch molto più grandi della lunghezza di trasferimento per lo sforzo di taglio, supponiamo che patch e pannello realizzino un legame rigido. La posizione del piano neutro per la struttura composta dal pannello e dal rinforzo è indicata con  $\bar{z}$ , riferendoci alla figura 5.20:

$$\bar{z} = S \frac{(t_p + t_r + 2t_a)}{2(1 + S)} \quad (5.30)$$

Il momento di Inerzia per patch  $I_t$ :

$$I_t = I_p + I_r \frac{E_r'}{E_p'} \quad (5.31)$$

con  $E'$  che rappresenta il modulo di Young per uno stato di deformazione piano, e i restanti termini:

$$I_p = \frac{t_p^3}{12} + t_p \bar{z}^2 \quad (5.34)$$

$$I_r = \frac{t_r^3}{12} + t_r \frac{\left[ \frac{t_r}{2} + \left( \frac{t_p}{2} - \bar{z} \right) \right]^2}{4} \quad (5.35)$$

La distribuzione dello sforzo normale lungo lo spessore della struttura patched si assume variare linearmente ed è espressa in funzione delle caratteristiche della sollecitazione  $N_0$  e  $M_0$  (figura 5.22). Le espressioni per le caratteristiche della sollecitazione sono:

$$N_0 = \int_{-t_p/2}^{t_p/2} \sigma_{yy}(y=0, z) dz \equiv \frac{\sigma^\infty t_p}{1+S} + \frac{\sigma^\infty t_p^2 \bar{z}^2}{I_t} \quad (5.36)$$

$$M_0 = - \int_{-t_p/2}^{t_p/2} \sigma_{yy}(y=0, z) z dz \equiv \frac{\sigma^\infty t_p^4 \bar{z}^2}{12I_t} \quad (5.37)$$

Confrontando la (5.36) con la (5.4), si può notare come il pannello per una riparazione one-sided si trovi a sopportare tensioni più elevate rispetto al caso two-sided. A complicare le cose c'è anche il momento flettente. La soluzione analitica produce l'espressione di un fattore di intensificazione degli sforzi che varia linearmente lungo lo spessore data dalla seguente relazione:

$$K_I(z) = K_{mean} + K_b \frac{2z}{t_p} \quad (5.38)$$

con  $K_{mean}$  e  $K_b$  che denotano rispettivamente il SIF per la sollecitazione di sforzo normale e per il momento flettente. In questo caso l'energia di deformazione elastica liberata sarà la combinazione dei contributi delle due componenti di forza agenti:

$$G_\infty^* = \frac{1}{t_p} [c_{11} N_0^2 + (c_{12} + c_{21}) N_0 M_0 + c_{22} M_0^2] \quad (5.39)$$

con

$$c_{11} = \frac{t_p(t_p + t_r)}{4kD_R} + \left[ \frac{1}{E'_r t_r} + \frac{1}{E'_p t_p} + \frac{t_r(t_r + t_p)}{4D_R} \right] \left[ \frac{1}{2\beta} - \frac{\mu_a t_p}{16k^2 \beta t_a} \left( \frac{t_r}{D_r} - \frac{t_p}{D_p} \right) \right] \quad (5.40)$$

$$c_{12} = \frac{t_p}{2kD_R} \left( 1 + \frac{D_r}{D_p} \right) + \left( \frac{t_r}{2D_r} - \frac{t_p}{2D_p} \right) \left( \frac{1}{2\beta} - \frac{\mu_a t_p}{16k^2 \beta t_a} \left( \frac{t_r}{D_r} - \frac{t_p}{D_p} \right) \right) \quad (5.41)$$

$$c_{21} = \frac{t_r + t_p}{2kD_R} - \frac{\mu_a}{8k^2 \beta t_a} \left( \frac{t_r}{D_r} - \frac{t_p}{D_p} \right) \left( \frac{1}{E'_r t_r} + \frac{1}{E'_p t_p} + \frac{t_r(t_r + t_p)}{4D_R} \right) \quad (5.42)$$

$$c_{22} = \frac{1}{kD_R} \left( 1 + \frac{D_r}{D_p} \right) - \frac{\mu_a}{16k^2 \beta t_a} \left( \frac{t_r}{D_r} - \frac{t_p}{D_p} \right)^2 \quad (5.43)$$

$$D_p = \frac{E'_p t_p^3}{12} \quad (5.44)$$

$$D_r = \frac{E'_r t_r^3}{12} \quad (5.45)$$

$$k^4 = \frac{E'_a}{4t_a} \left[ \frac{1}{D_p} + \frac{1}{D_r} \right] \quad (5.46)$$

La (5.39) viene semplificata nella seguente:

$$G_\infty^* = \frac{(\sigma^\infty)^2 \omega^2}{(1+S)^2 k} \quad (5.47)$$

con  $\omega$  fattore di correzione per la flessione, e  $k$  pari alla (5.7):

$$\begin{aligned} \omega^2 = 2 + \frac{3t_p}{2t_r} + \frac{3\beta t_p}{kt_r} \left(1 + \frac{t_p}{t_r}\right) (1-Q) + (1+S) \left(2 + \frac{3t_p}{2t_r}\right) \left(\frac{\Delta t}{t_p}\right)^2 \frac{t_p^3}{I_t} + (1-Q) \\ + (1+S) \frac{\beta}{k} \left(1 + \frac{t_p}{t_r}\right) \frac{t_p}{t_r} \frac{\Delta t}{t_p} \frac{t_p^3}{I_t} \left(\frac{3\bar{z}}{t_p} - 1\right) \end{aligned} \quad (5.48)$$

$$k \equiv \lambda = \frac{\beta_A S}{(1+S)(1-\nu_S^2)} \quad (5.7)$$

Poiché nella espressione per  $G$  compare un  $K_{mean}$ , l'energia di deformazione elastica liberata viene più convenientemente espressa in termini del valore efficace  $K_{rms}$ .

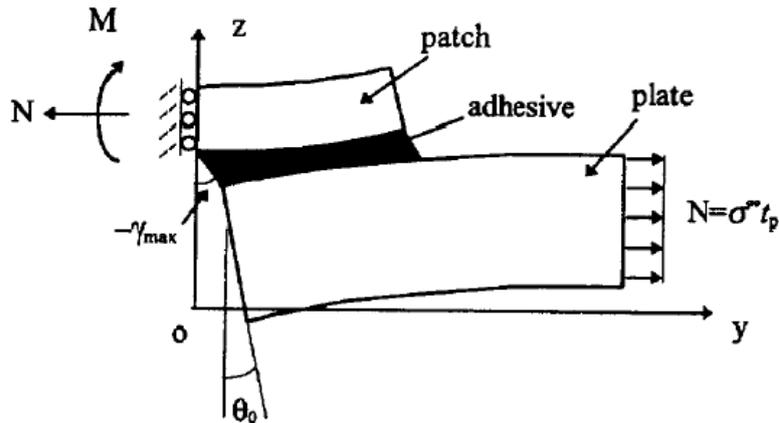
$$G = \frac{K_{rms}^2}{E_p} \quad (5.49)$$

con

$$K_{rms} = \left( \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} K^2(z) dz \right)^{1/2} \quad (5.50)$$

e per una distribuzione lineare di  $\sigma$  è uguale a:

$$K_{rms}^2 = K_{mean}^2 + \frac{1}{3} K_b^2 \equiv \frac{1}{3} (K_{min}^2 + K_{min} K_{max} + K_{max}^2) \quad (5.51)$$



**Figura 5.21 – Propagazione dovuta alla deformazione dell’adesivo e della deformazione del pannello**

Wang, Rose e Callinan [21], dimostrarono che anche per il caso di una riparazione one-sided, il fattore di intensificazione degli sforzi converge ad un valore asintotico  $K_{\infty,rms}$ ; ovvero,  $K$  non cresce indefinitamente (figura 5.22) e tale valore limite fornisce un parametro che può essere utilizzato in fase di patch design, per valutare l’efficacia della riparazione. Per  $K_{\infty,rms}$  vale la seguente espressione:

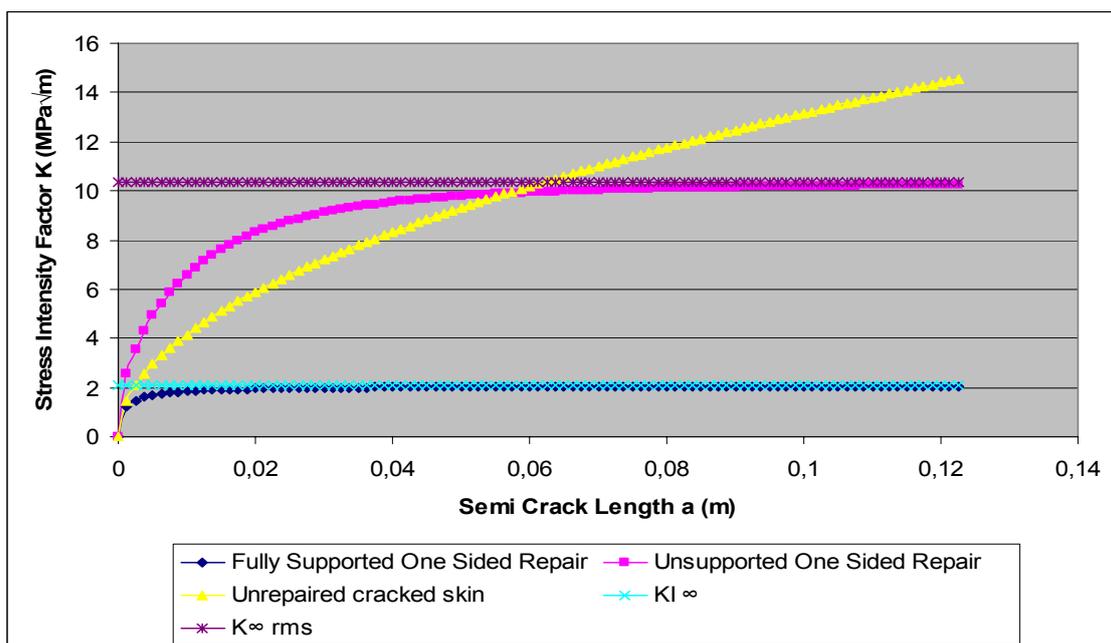
$$K_{\infty,rms} = \frac{\sigma^{\infty}}{1+S} \frac{\omega}{\sqrt{k}} \quad (5.52)$$

mentre la formula di interpolazione è:

$$K_{rms}(a) = \frac{\sigma^{\infty}}{1+S} \sqrt{\pi a} F_1(k^* a) \quad (5.53)$$

con

$$F' \equiv F \quad (5.29) \quad \text{e} \quad k^* = \frac{k}{\omega^2}$$



**Figura 5.22 – Correzione per il K per la flessione**

## 5.5 Efficacia della Riparazione

Per via analitica si è ottenuto un rinforzo molto differente rispetto a quelle finora utilizzate in Laboratorio ed in questo paragrafo si valuterà l'efficacia della riparazione confrontandola con i casi oggetto delle prove sperimentali. Nelle figure (5.23) e (5.24) sono rappresentati rispettivamente lo stato tensionale per il pannello e della patch nella configurazione uncracked della prova 4 (vedi tabella (4.9)) le cui caratteristiche principali sono  $S = 0.0369$ , l'Aspect Ratio  $B/A = 2/3$  e che il rinforzo è isotropo.

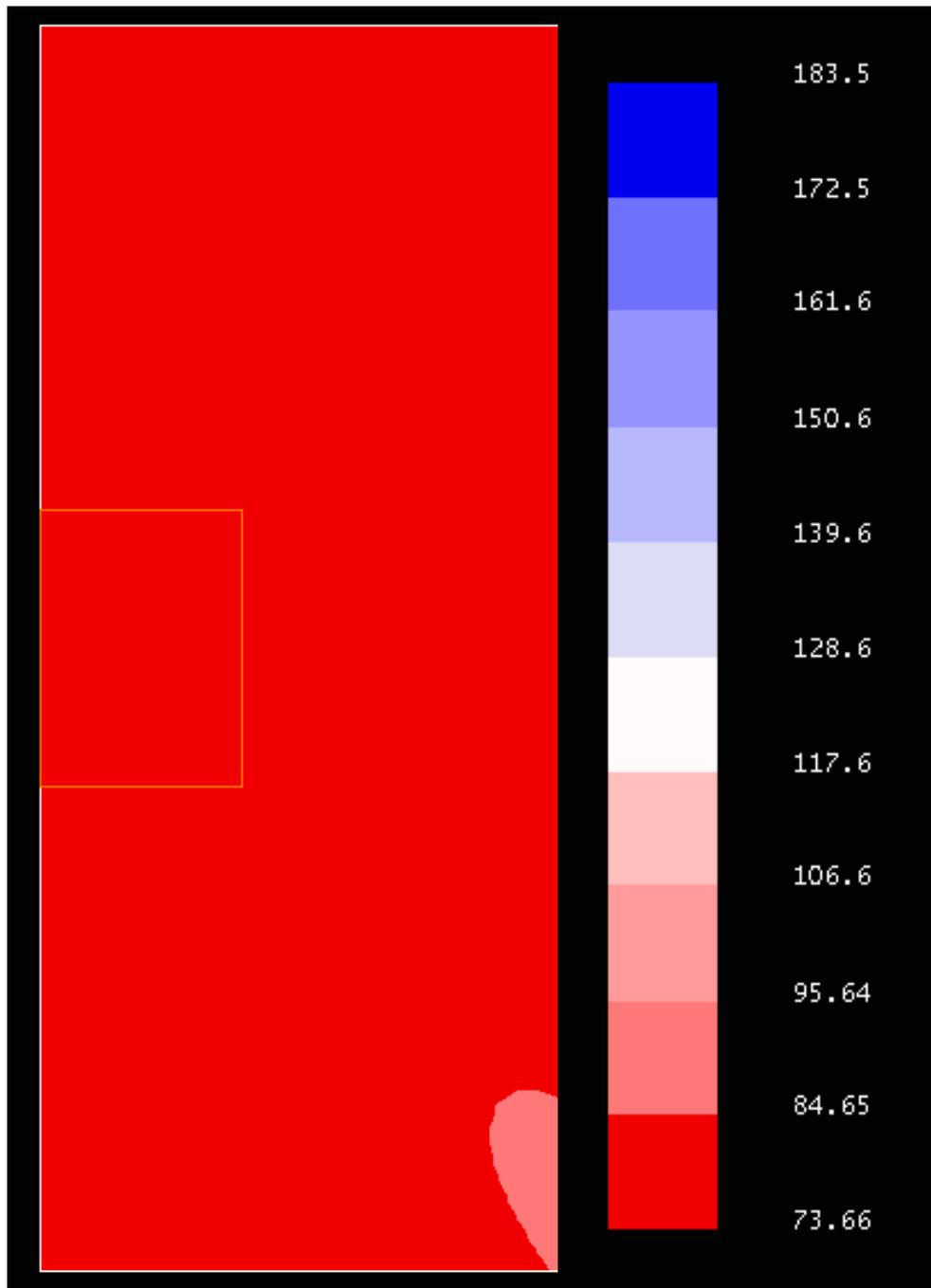
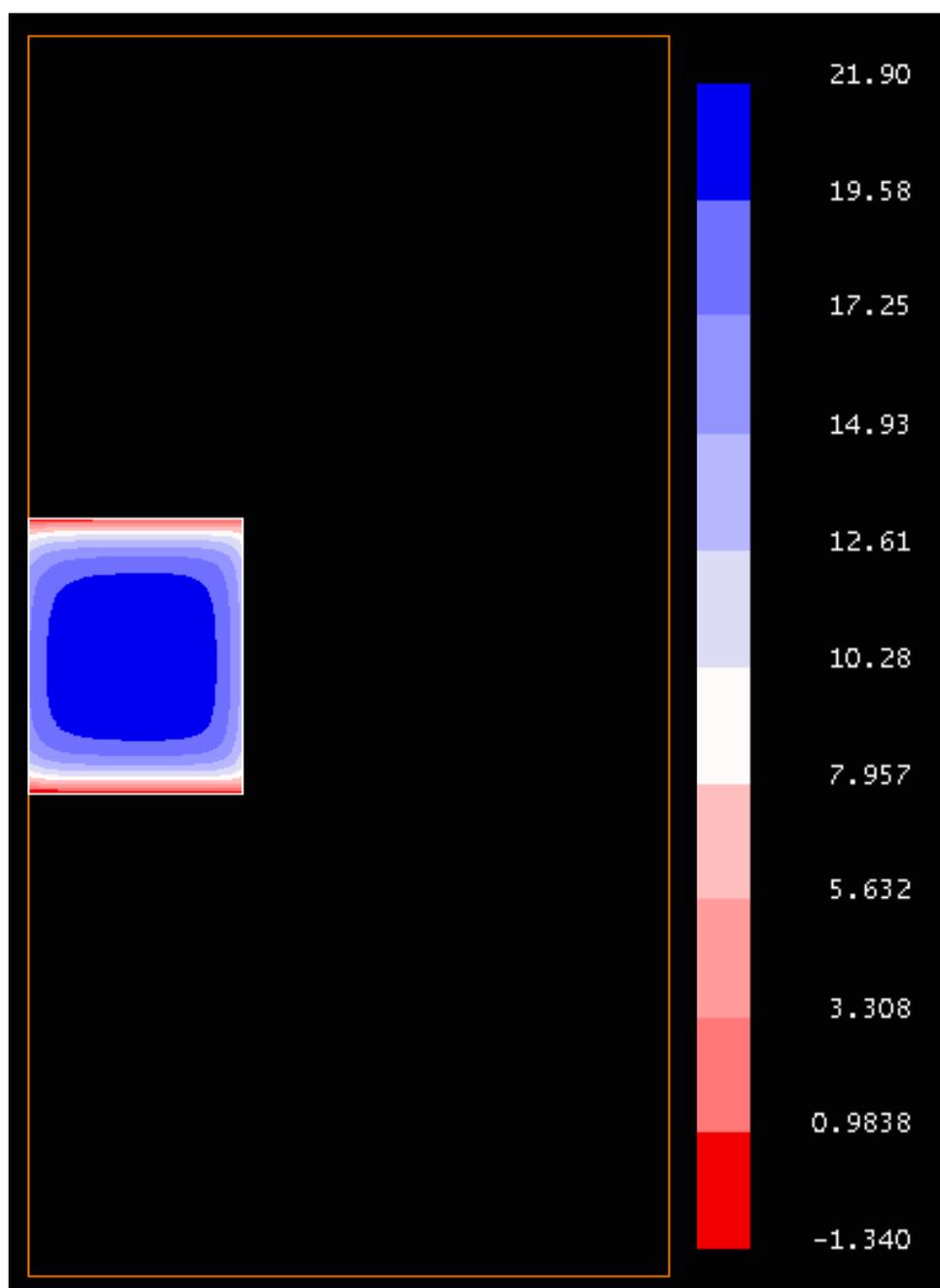
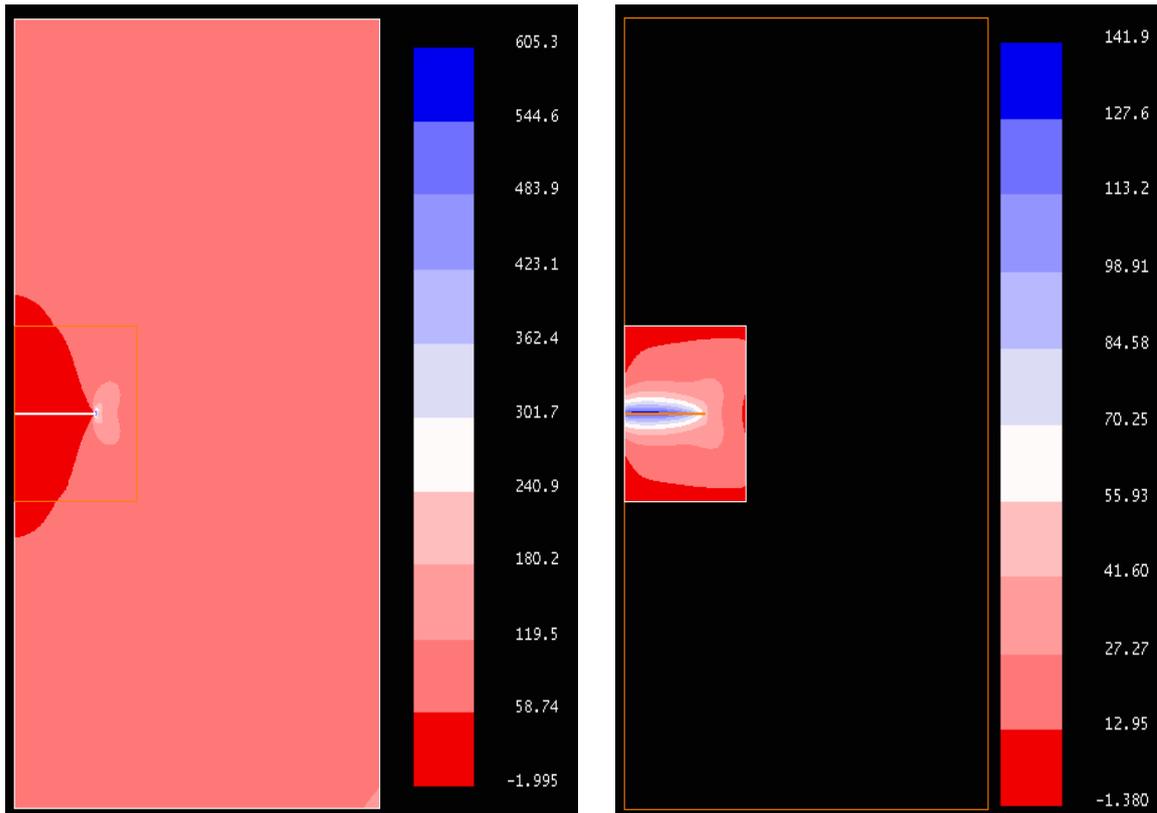


Figura 5.23 – *Stress Distribution* per il pannello *uncracked* nella configurazione della Prova 4



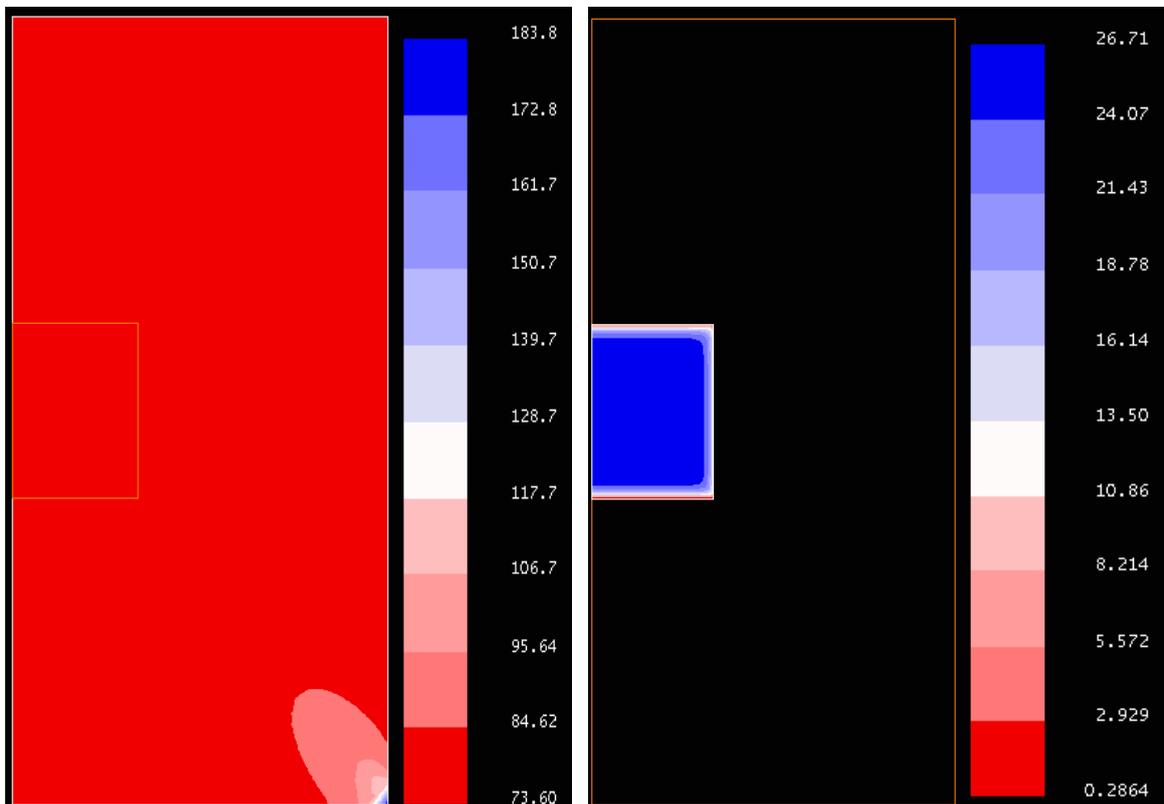
**Figura 5.24 – *Stress Distribution* per *Uncracked Patch* nella configurazione di Prova 4**

Si può subito osservare come il pannello non “*senta*” quasi la presenza della lamina di composito ad esso sovrapposta. Infatti, la tensione è distribuita uniformemente per il pannello e per la patch, ma a lavorare maggiormente è soprattutto il pannello; basta confrontare i valori di tensione massima per i due elementi. Passando ad analizzare cosa accade in presenza della frattura, la situazione peggiora ulteriormente, figure 5.25 (a, b). Infatti, tranne che nelle regioni in prossimità della superficie della frattura, lo stato tensionale per la patch è mediamente meno intenso di quello del pannello.



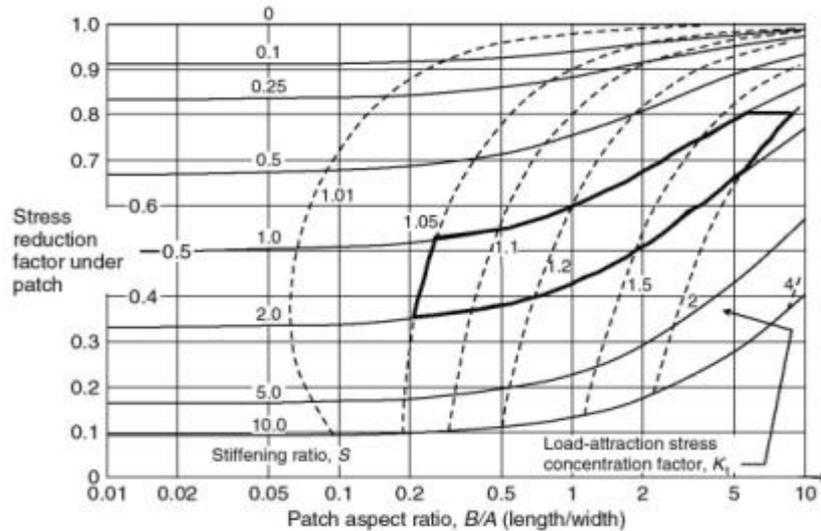
**Figura 5.25 – Stress contour per la componente di tensione parallela alla direzione del carico,  $\sigma_y$  (a) [destra] pannello e (b) [sinistra] patch**

La situazione non cambia di molto anche se si trascurano gli effetti della flessione (vedi figura 5.26).



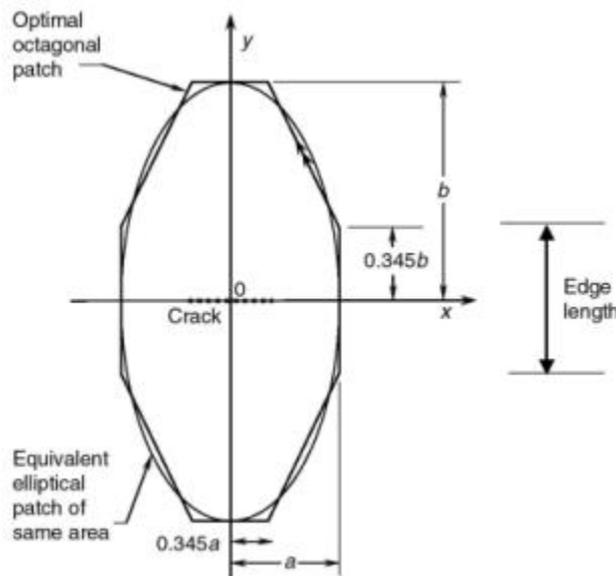
**Figura 5.26 – Stress Contour  $\sigma_y$  per sollecitazione di sola trazione**

D'altronde, questo tipo di comportamento è coerente con il diagramma di figura 5.13; infatti, possiamo subito notare che per tale tipo di patch, lo *Stress Reduction Factor under patch* è molto grande, ovvero la riduzione di stress nel pannello nelle zone a contatto con il rinforzo è molto piccola.



**Figura 5.13 – Patch design chart per patch isotrope per il caso semplificato di solo carico di trazione**

Passiamo ad esaminare invece il tipo di patch risultante dal processo di dimensionamento ottimale di patch. La forma ideale per il reinforcement è ellittica ma, come già detto precedentemente, dato che è difficile realizzare tali tipi di geometrie, in genere si utilizzano patch ottagonali; è stato infatti sviluppato un metodo per convertire patch ellittiche in patch ottagonali [17]. Secondo questo metodo, l'area del poligono dovrebbe essere la stessa di quella ellittica e i lati paralleli agli assi dell'ellisse devono essere il 34.5% delle lunghezze dei rispettivi assi coniugati (figura 5.27). E' interessante notare che vale l'equivalenza formale tra i campi di tensioni per i due tipi di rinforzo, ovvero anche per il secondo tipo di geometria, le tensioni sono distribuite più o meno uniformemente; per i poligoni equivalenti, bisogna in ogni caso tenere conto di eventuali anomalie e singolarità esistenti sulla superficie di contorno.



**Figura 5.27 – Equivalenza tra patch ellittica e patch ottagonale**

La riparazione ideale di forma ellittica è costituita da 5 plies le cui dimensioni sono sintetizzate in tabella 5.7, il rapporto di rigidità è unitario così da minimizzare il fattore di intensificazione delle tensioni ai bordi.

LPly1 (m)	0.1415
LPly2 (m)	0.1055
LPly3 (m)	0.0875
LPly4 (m)	0.0815
LPly5 (m)	0.08

**Tabella 5.7 Dimensioni per le Plies**

Si è applicata la procedura di conversione per patch ottagonali ed i lati dell'ottagono equivalente avranno le seguenti dimensioni, tabella 5.8:

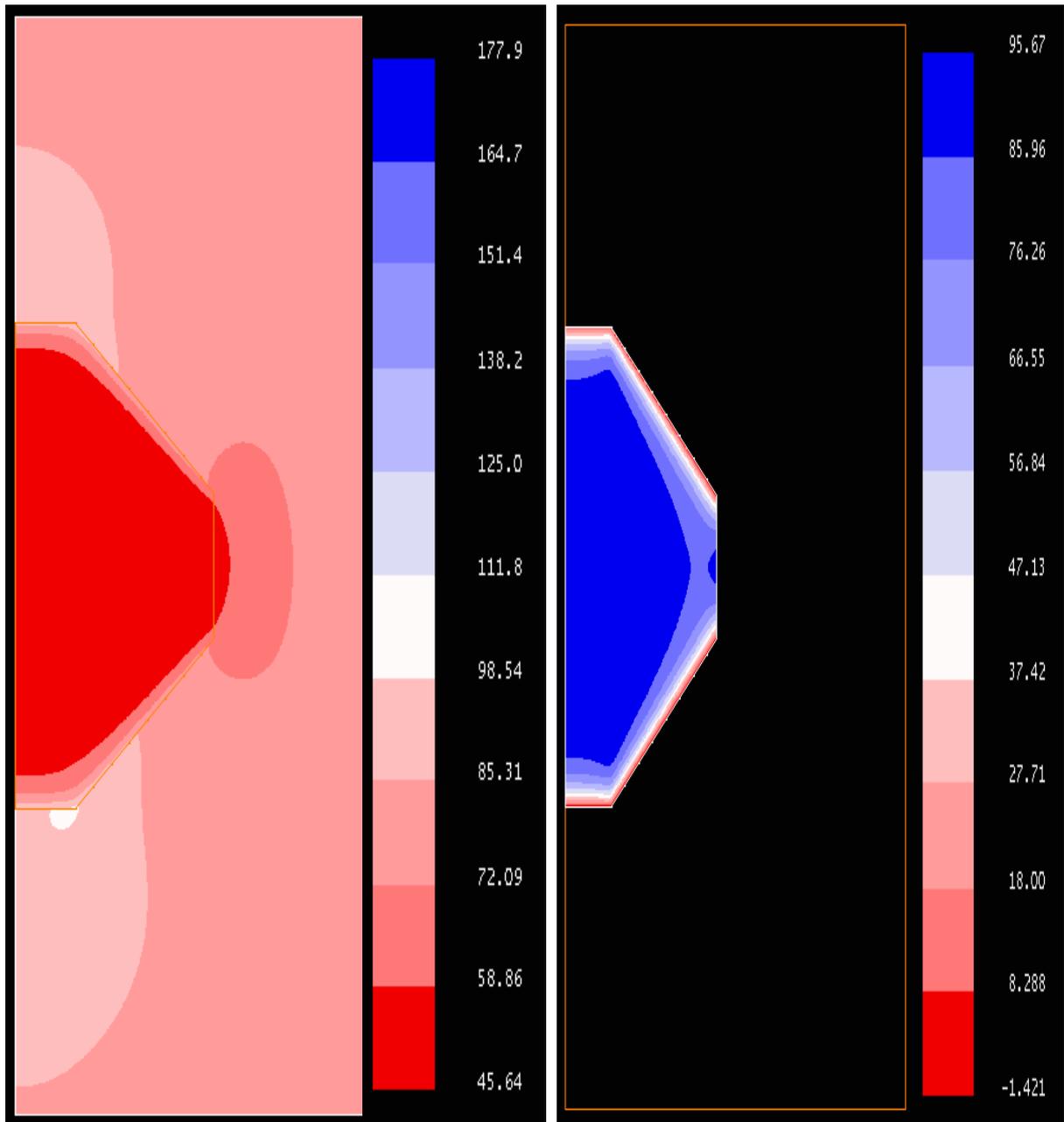
LPly1 (m)	0.05
LPly2 (m)	0.04
LPly3 (m)	0.036
LPly4 (m)	0.032
LPly5 (m)	0.024

**Tabella 5.8 – Dimensioni effettive patch equivalente ottagonale.**

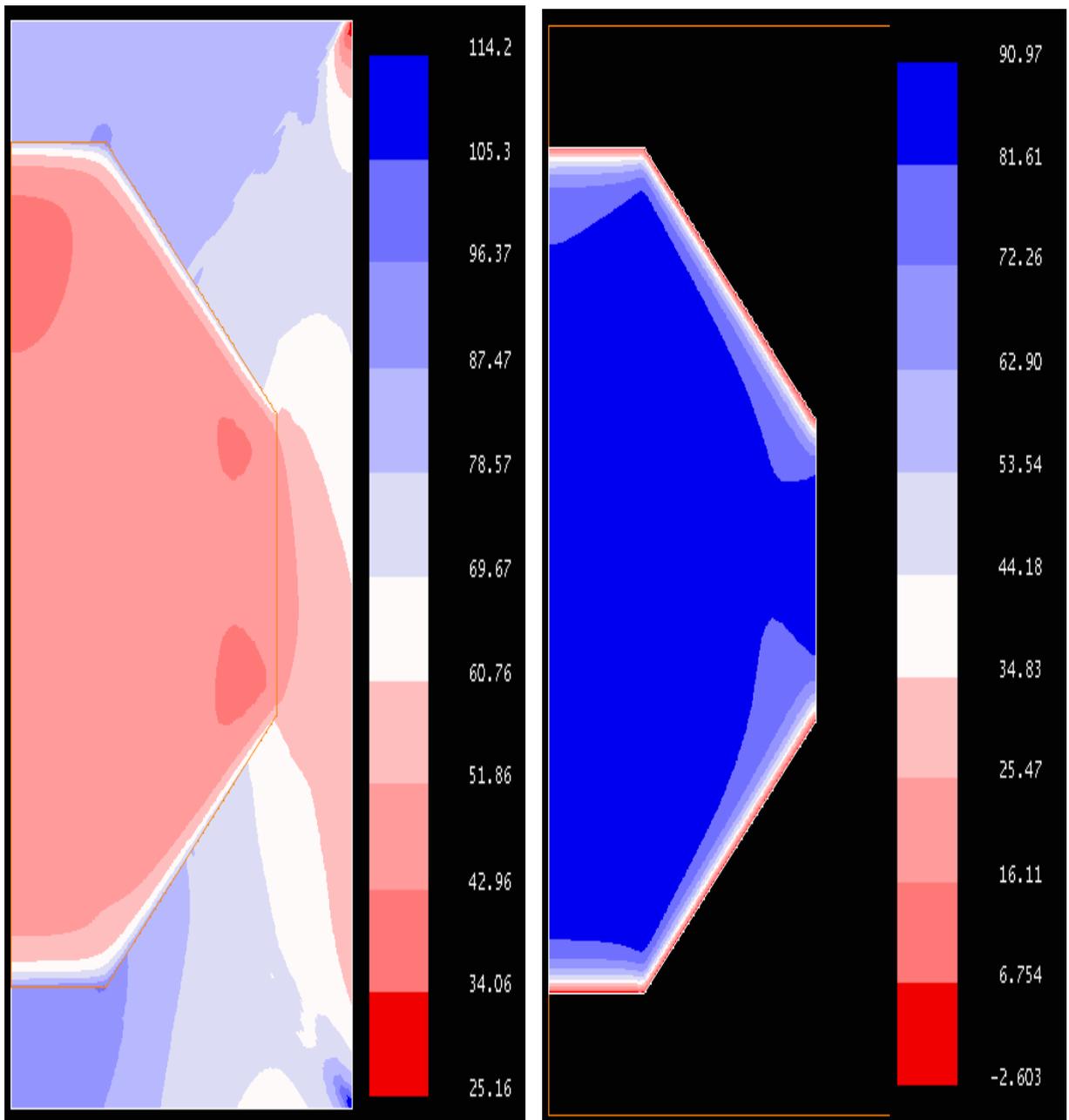
A questo punto si è proseguito analizzando il nuovo rinforzo mediante il Franc2D/L. Affronteremo prima il caso uncracked, poi il caso cracked ed infine vedremo le correzioni che si devono apportare perché si possano considerare gli effetti della flessione. In particolare considereremo tre casi limite:

1. patch ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente alla patch ellittica di dimensioni minori, la quinta ply nella sequenza per il rinforzo (ultima riga tabella 5.8), per cui non effettuiamo alcuna rastremazione: *no tapering*;
2. patch ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente alla patch ellittica di dimensioni maggiori, la prima ply per il rinforzo (prima riga tabella 5.8), *no tapering*;
3. patch ottagonale effettiva in cui si adotterà la sequenza di tabella 5.8 e si valuteranno gli effetti della rastremazione.

Alle figure 5.28, 5.29 e 5.32 è diagrammato il contorno della distribuzione della tensione per la  $\sigma_y$  per pannello riparato uncracked nei casi 1, 2 e 3.



**Figura 5.28 – Tensione per il pannello e patch ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente alla lamina di dimensioni minori, no tapering (ultima lamina della sequenza per il reinforcement ply5 ); *uncracked***



**Figura 5.29 – Tensione per il pannello e patch ottagonale di spessore 0.75mm equivalente alla lamina di dimensioni maggiori, no tapering ( prima lamina della sequenza per il reinforcement ply1); *uncracked***

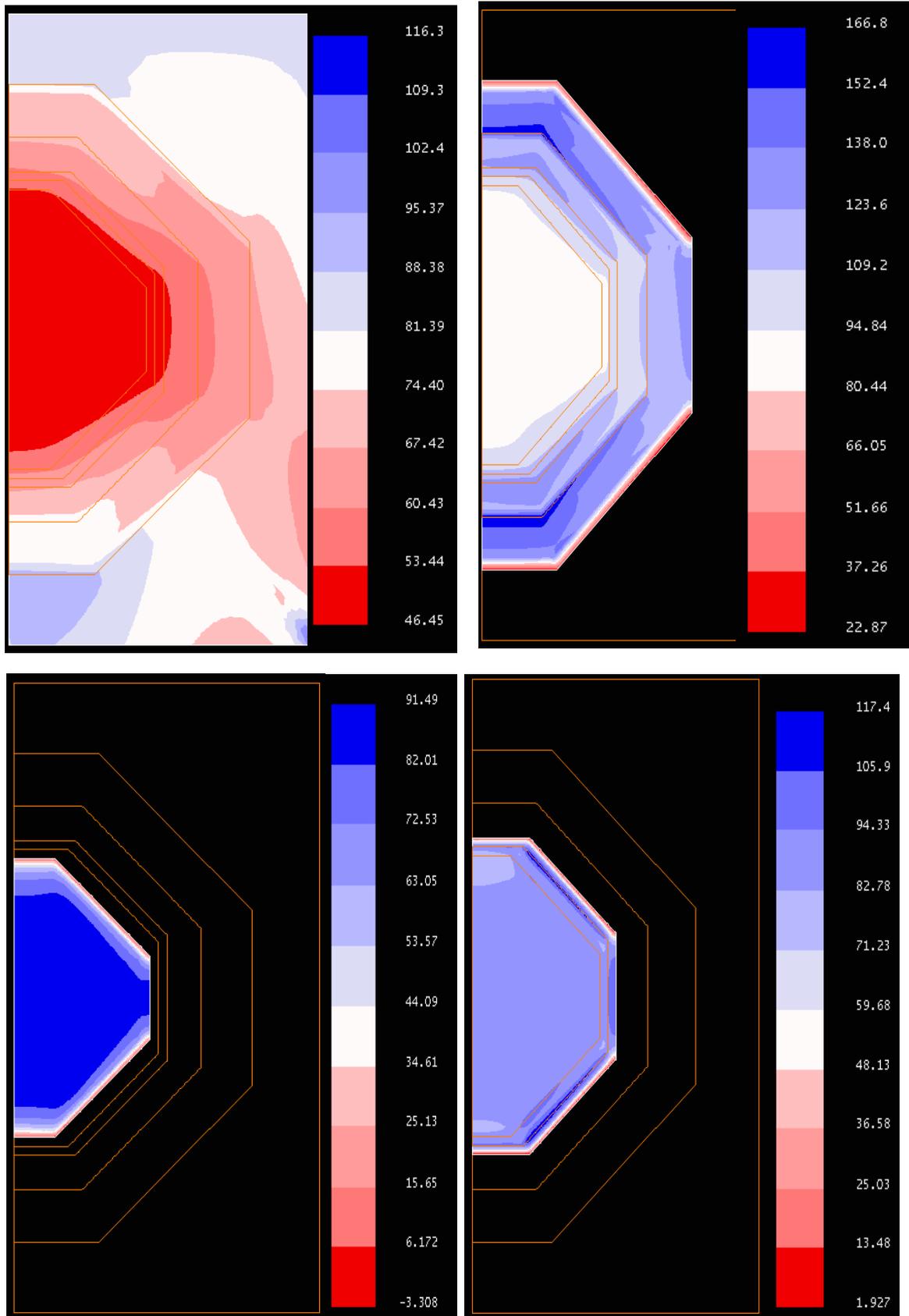
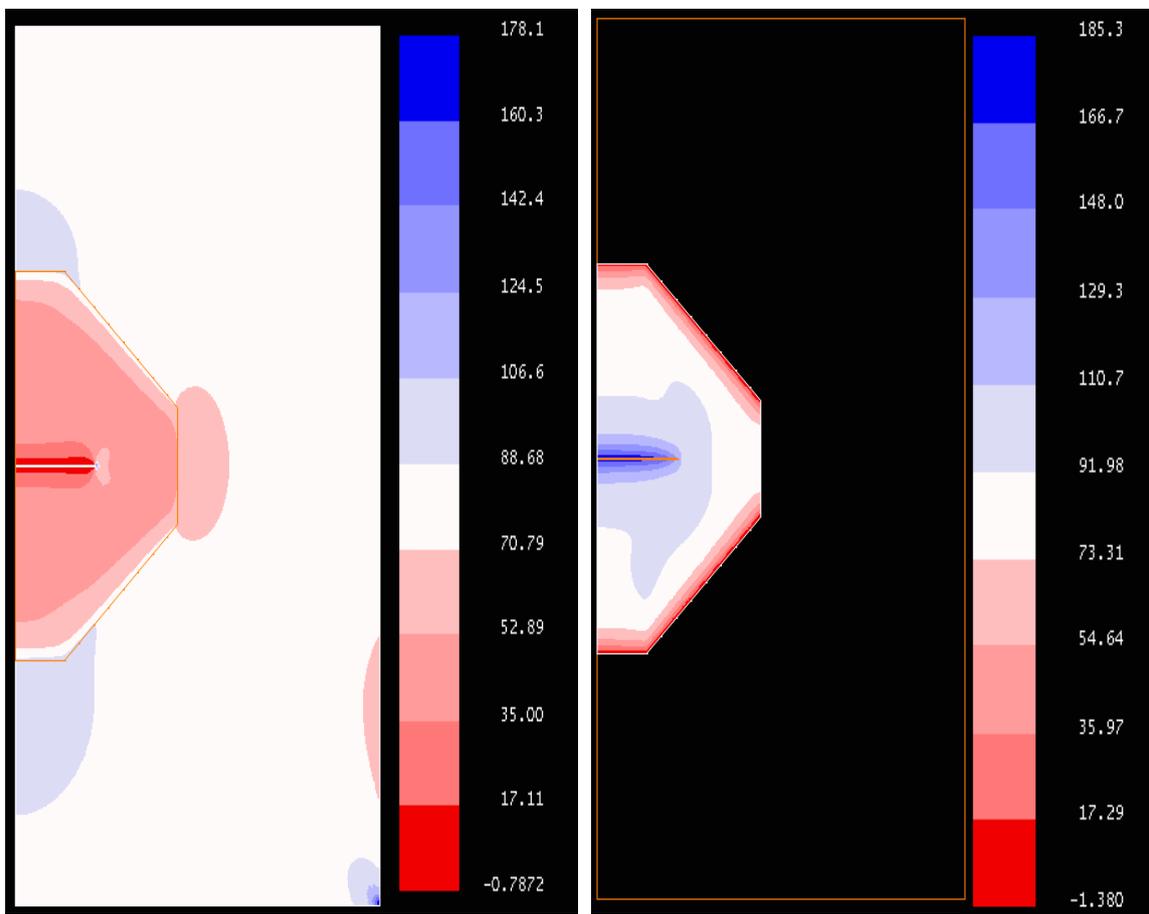


Figura 5.30 – Tensione per il pannello e patch ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente a patch ellittico rastremato (in senso orario partendo dalla prima figura in alto a sinistra pannello, ply1, ply3 e ply5 ; per incollare le varie patch si è utilizzato lo stesso tipo di adesivo utilizzato per realizzare l'adesione tra pannello e ply1, il Cytec FM73); *uncracked*

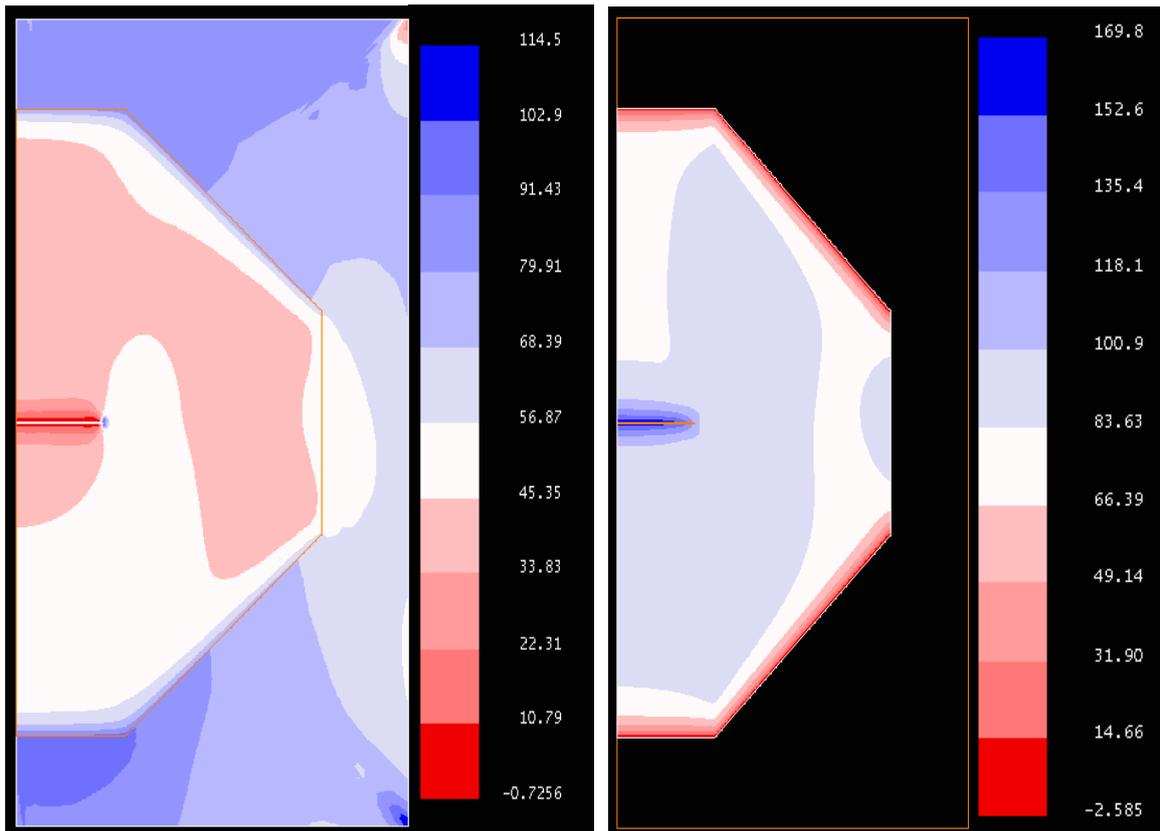
Analizzando le figure 5.28, 5.29 e 5.30 vi sono vari aspetti comuni:

- $\sigma_{y0}$  è poco variabile, quasi uniforme, per tutte le configurazioni;
- l'aver scelto S unitario consente al pannello di lavorare con una sollecitazione più piccola se confrontata con quella presente nelle lamine di composito;
- la deformazione dell'adesivo e quindi il valore dello sforzo di taglio è massimo ai bordi di patch, laddove è massima l'interazione tra pannello e patch;
- lo stato tensionale che si desta nel pannello, nelle zone sovrapposte al rinforzo, non varia di molto in modulo tra le differenti configurazioni; questo andamento è spiegabile col fatto di aver utilizzato patch con lo stesso *Aspect Ratio* ed uguale rapporto di rigidezza;
- lo stato tensionale uniforme  $\sigma_0$  per le patch ottagonali considerate è differente da quello determinato per via analitica, permangono gli effetti di forma.

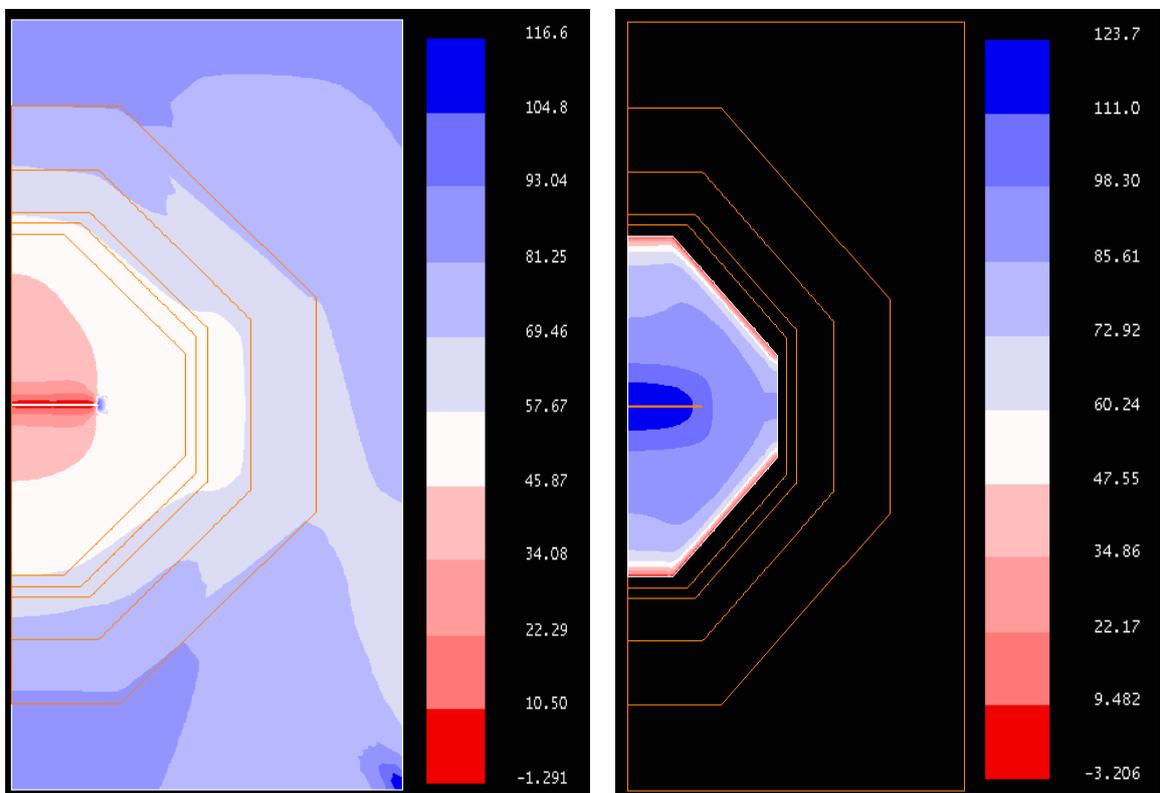
Passiamo alla configurazione *cracked* per i pannelli riparati, focalizzando nuovamente l'attenzione sul contorno della distribuzione della tensione per la  $\sigma_y$  nei casi 1, 2 e 3.



**Figura 5.31 – Tensione per il pannello e patch ottagonale di spessore 0.75mm equivalente alla lamina di dimensioni minori, no tapering ( ultima lamina della sequenza per il reinforcement, ply5 ); semicricca lunga 20mm**

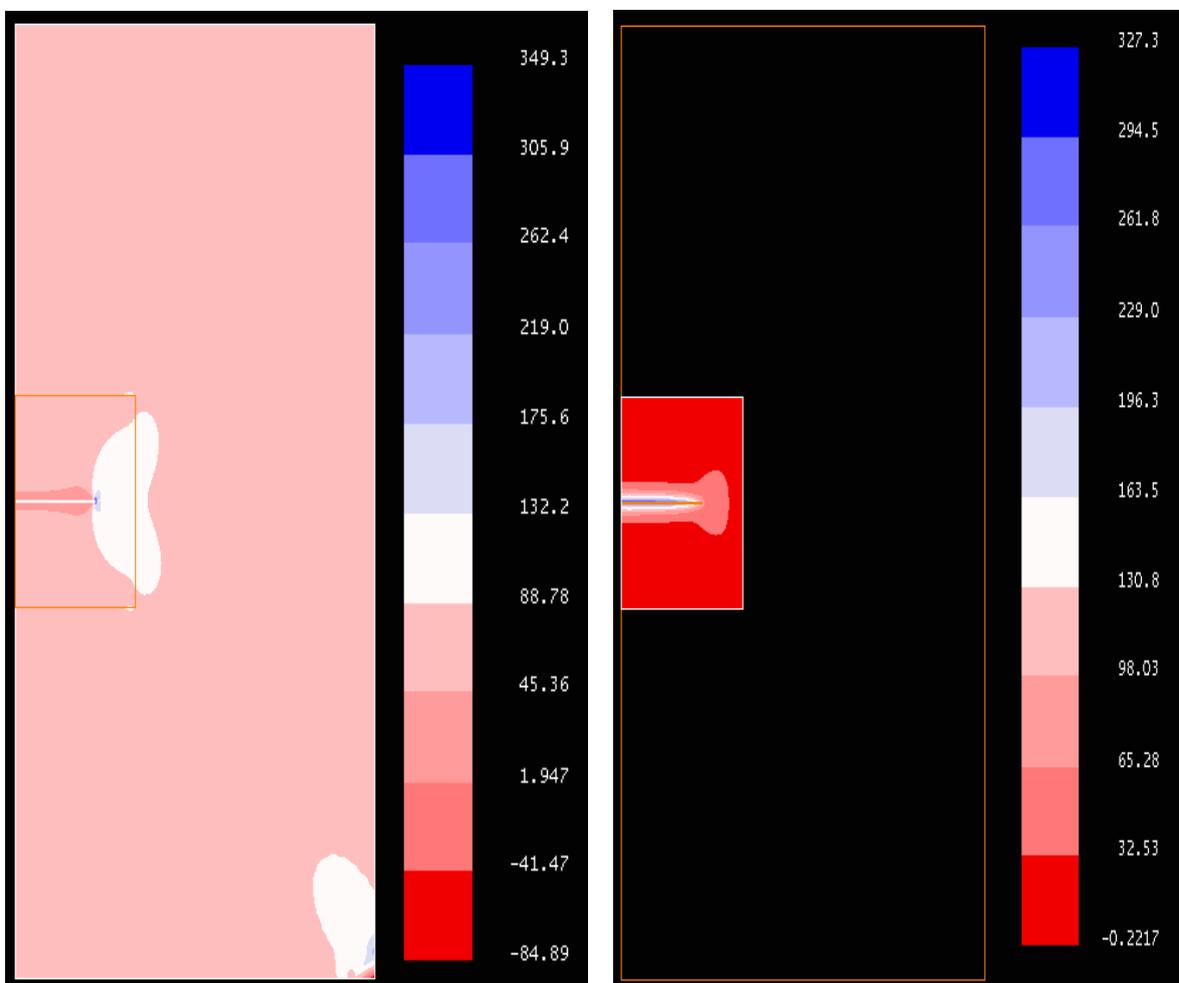


**Figura 5.32 – Tensione per il pannello e patch ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente alla lamina di dimensioni maggiori, no tapering ( prima lamina della sequenza per il reinforcement, ply1); semicricca lunga  $20mm$**



**Figura 5.33 –Tensione per il pannello e patch ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente a patch ellittico rastremato (a sinistra, il pannello e a destra ply5); semicricca lunga  $20mm$**

Se confrontiamo i diversi casi ( figure 5.31, 5.32 e 5.33 ) con i risultati che si ottengono utilizzando lo stesso pannello della prova 4, supponendo di trascurare gli effetti della flessione, possiamo notare immediatamente che per una riparazione caratterizzata da un basso rapporto di rigidezza, il reinforcement interagisce poco con il pannello danneggiato.



**Figura 5.34– Tensione per il pannello cracked utilizzato per la prova 4, nell’ipotesi che siamo trascurabili gli effetti della flessione; semicricca lunga 20mm**

Per quanto riguarda invece le configurazioni con patch ottagonali, analizzando i valori della tensione misurata ( figure 5.31, 5.32 e 5.33 ), risulta chiaro che utilizzare una patch più larga consente di realizzare un minore stato tensionale per il pannello e per il rinforzo. Inoltre, apparentemente, non vi è una grossa differenza tra il pannello *tapered* e *no-tapered* ( figure 5.32 e 5.33 ), almeno per lo stato tensionale nello pannello potrebbe apparire inutile la scelta di realizzare patch rastremate. Se andiamo però ad analizzare le distorsioni che si realizzano nell’adesivo salta fuori la convenienza a realizzare la rastremazione. In figura 5.36 e 5.37 sono diagrammati rispettivamente gli spostamenti dei punti del pannello e dei punti del rinforzo che si trovano sul bordo di patch (figura 5.34). Dalla differenza tra le componenti dello spostamento  $v$  determiniamo lo stato di deformazione per l’adesivo:

$$\gamma_A = \frac{v_P - v_r}{t_A} \quad (5.54)$$

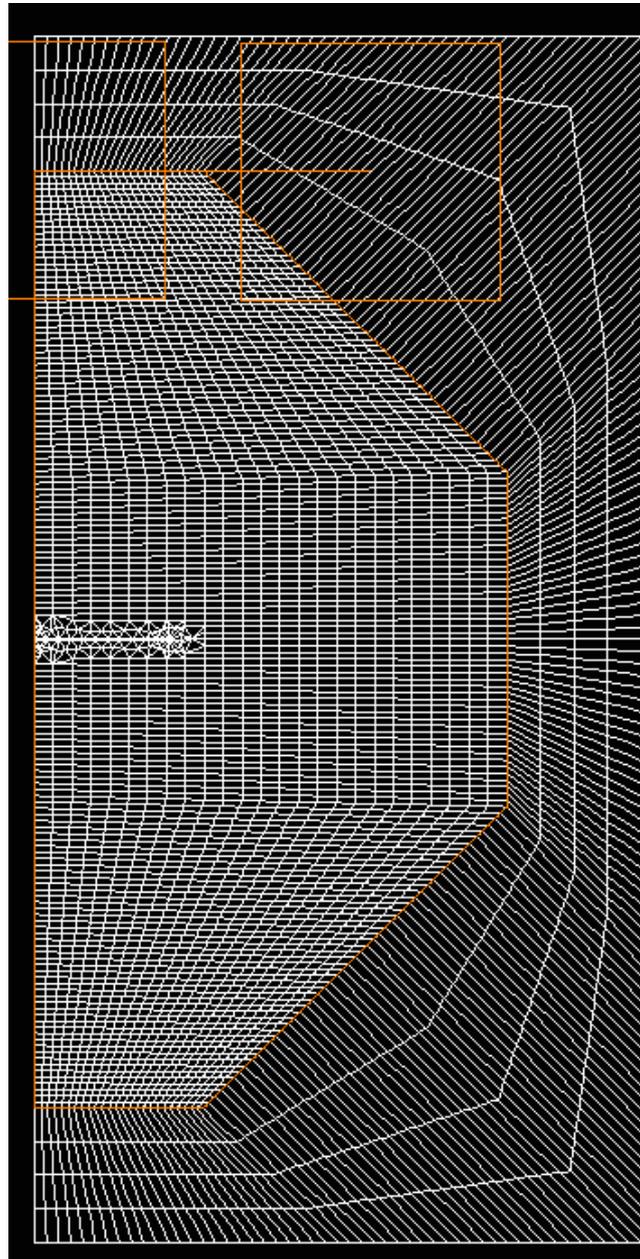
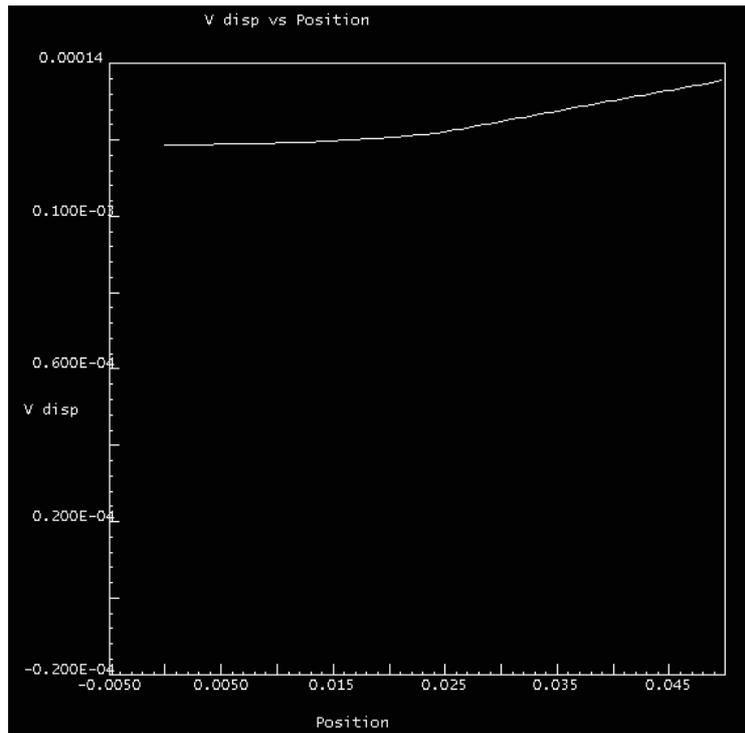
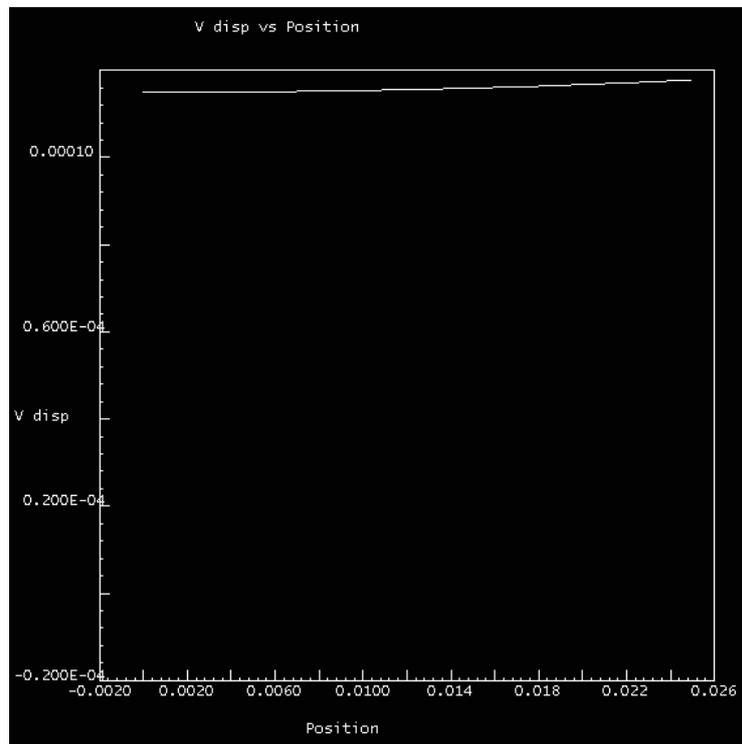


Figura 5.35 – Linea del bordo di patch lungo il quale calcoliamo gli spostamenti  $v$ ; pannello e rinforzo ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente alla lamina di dimensioni maggiori, *no tapering* (prima lamina della sequenza per il reinforcement, ply1); semicricca lunga  $20mm$



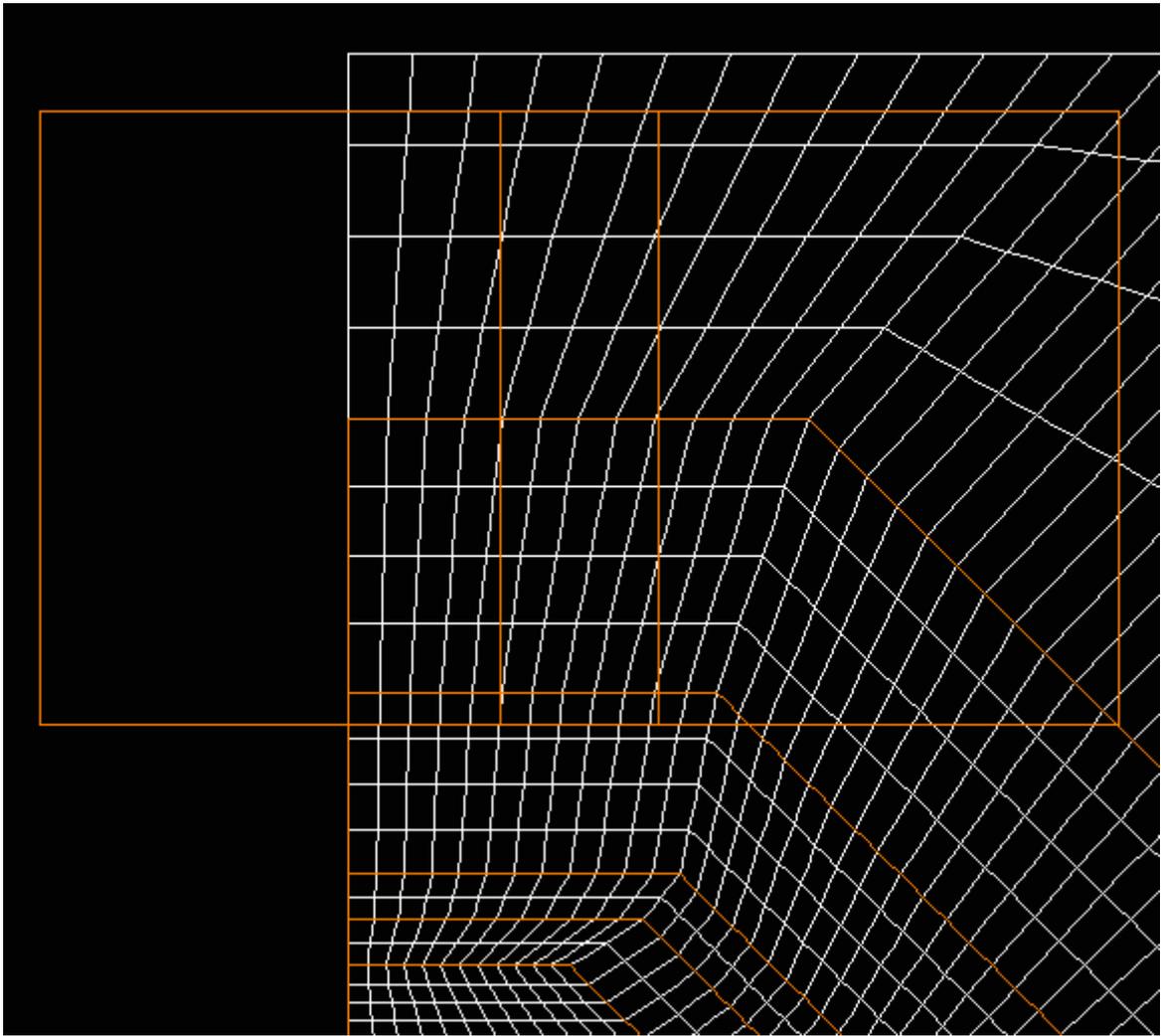
**Figura 5.36 – Componenti dello spostamento  $v$  dei punti del pannello appartenenti alla linea indicata in figura 5.35 (lunghezze misurate in m).**



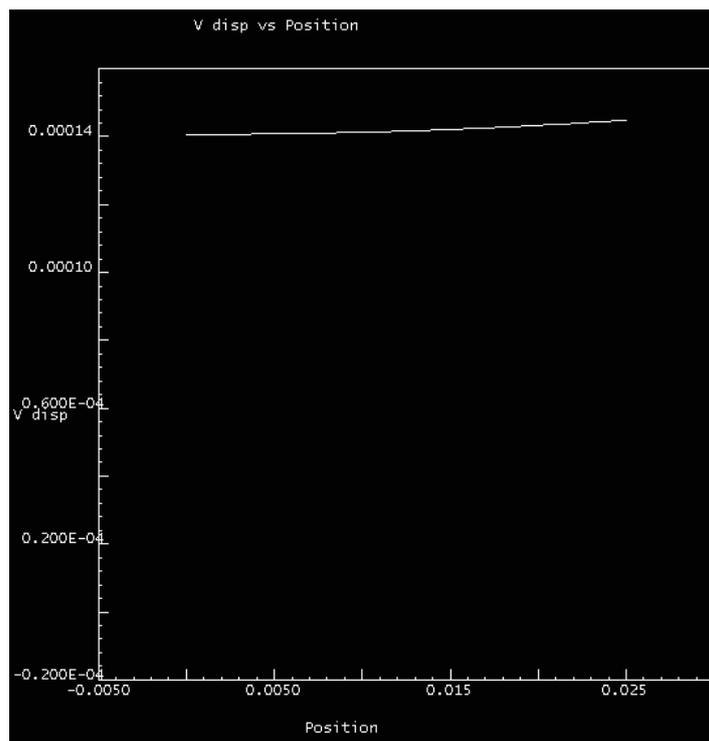
**Figura 5.37 – Componenti dello spostamento  $v$  dei punti di patch appartenenti alla linea indicata in figura 5.35 (lunghezze misurate in m).**

$$\gamma_A^{no Taper} = \frac{v_P - v_r}{t_A} = \frac{0.000122 - 0.000118}{0.0001} = 0.04 \quad (5.55)$$

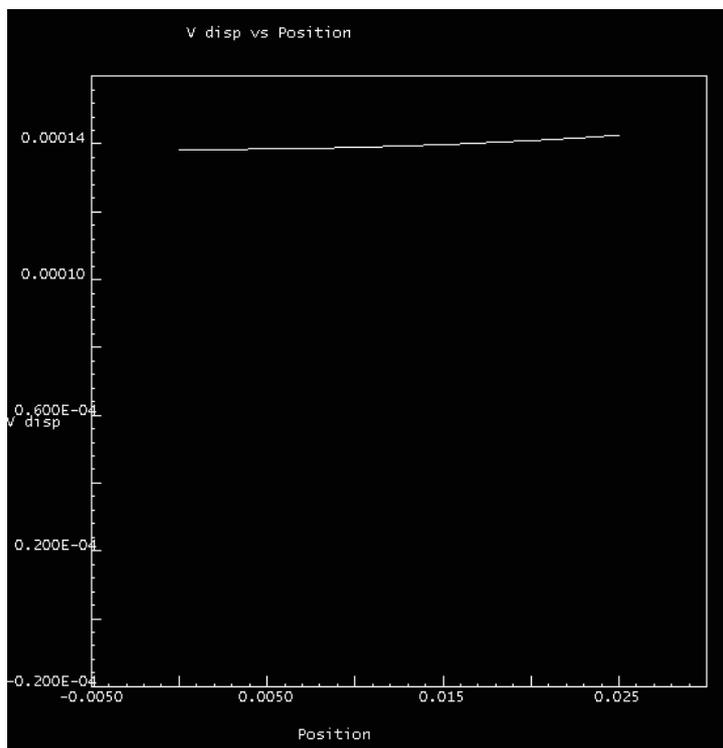
In figura 5.39 e 5.40 sono diagrammati gli spostamenti dei punti del pannello e dei punti del rinforzo che si trovano sul bordo di patch (figura 5.38).



**Figura 5.38 –** Linea del bordo di patch lungo il quale calcoliamo gli spostamenti  $v$ ; pannello e rinforzo ottagonale di spessore  $0.75mm$  equivalente a patch ellittico rastremato; semicricca lunga  $20mm$ .



**Figura 5.39 – Componenti dello spostamento  $v$  dei punti del pannello appartenenti alla linea indicata in figura 5.38 (lunghezze misurate in m).**



**Figura 5.40 – Componenti dello spostamento  $v$  dei punti del pannello appartenenti alla linea indicata in figura 5.38 (lunghezze misurate in m)**

$$\gamma_A^{Taper} = \frac{v_P - v_r}{t_A} = \frac{0.000143 - 0.0001419}{0.0001} = 0.011 \quad (5.56)$$

Confrontando la (5.55) e la (5.56), si nota come le deformazioni per l'adesivo nel pannello tapered sono molto più piccole rispetto a quelle misurate per il pannello no-tapered, la configurazione finale sarà pertanto quella con la rastremazione del bordo di patch. Infine, c'è da considerare l'effetto della flessione. Poiché il Franc2D/L per patch ortotropa non prevede tale soluzione, adatteremo una formulazione, che mediante l'uso di un fattore correttivo, consente di stimare la propagazione della frattura a partire dai risultati ottenuti in Franc2D/L, per la soluzione con la sola trazione. Il fattore correttivo  $\omega$  è espresso dalla (5.48), valore efficace per il SIF  $K_{R,rms}$ . La formula di interpolazione utilizzata è la seguente [18],

$$K_R = \sigma_0 \left[ \frac{\pi a \Lambda}{a + \Lambda} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.57)$$

con

$$\Lambda = \frac{1}{\pi} \left[ E_p t_p \left( \frac{t_A}{G_A} \right) \beta \right] = \frac{1}{\pi} \left( 1 + \frac{1}{S} \right) \beta^{-1} \quad (5.58)$$

che rappresenta la lunghezza caratteristica di Rose (figure 5.4 e 5.5). Questa formula di interpolazione tiene conto dello stato tensionale che è presente nel pannello uncracked  $\sigma_0$ ; tale tensione sarà calcolata con un'analisi FEM con il Franc2D/L e l'espressione finale per il SIF è la seguente, diagrammata in figura (5.41):

$$K_R = \omega \sigma_0 \left[ \frac{\pi a \Lambda}{a + \Lambda} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.59)$$

a è la semilunghezza della cricca, gli altri parametri sono stati già definiti precedentemente.

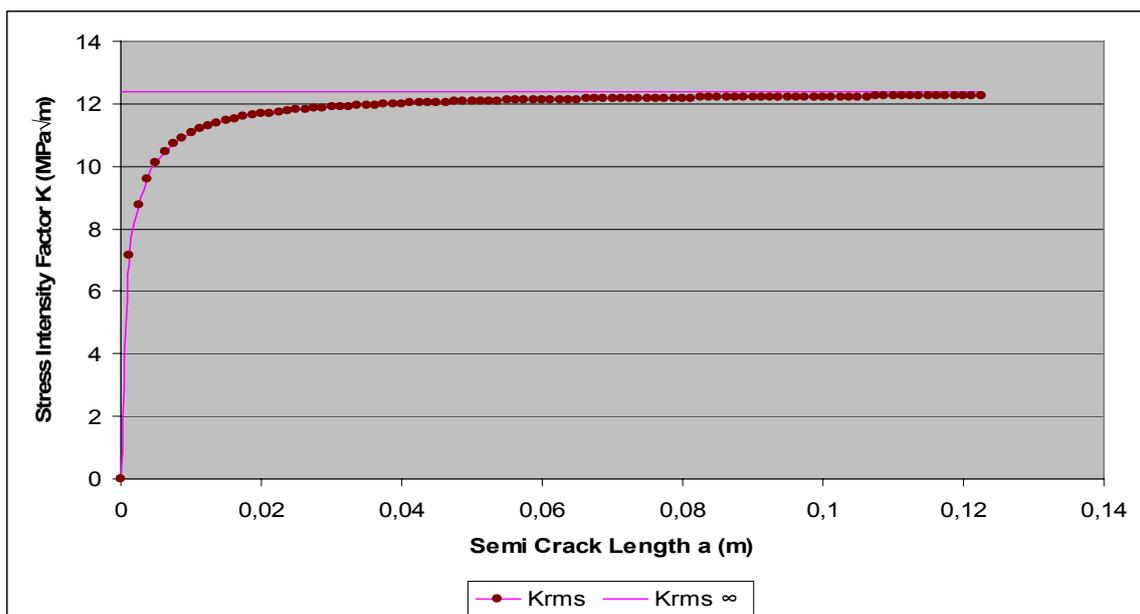


Figura 5.41 – One Sided Repair con correzione per la flessione

Se confrontiamo la stima ottenuta per il valore del SIF misurato all' apice della semicricca di lunghezza 20mm con quello della prova di laboratorio, vediamo come con il patch ottagonale si può realizzare un tipo di riparazione più efficace, che faccia lavorare meno il pannello e permetta una migliore interazione con il reinforcement, così da prolungare la vita operativa della struttura,  $K_{R,rms} = 11.67061 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  mentre il SIF per il pannello della prova 4 è uguale a  $K_R = 14.845 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

## 5.6 Bibliografia

- 1 Rose, L. R. F. (1981), An application of the inclusion analogy. *International Journal of Solids and Structures*, 17, 827-838.
- 2 Rose, L. R. F. (1982), A cracked plate repaired by bonded reinforcements. *International Journal of Fracture*, 18,135-144.
- 3 Rose, L. R. F. (1988), Theoretical analysis of crack patching. In *bonded Repair of Aircraft Structure*, A.A.Baker and R. Jones (eds). Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 77-106
- 4 Eshelby, J.D. (1957) The Detyermination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceeding of Royal Society (London)* A241, 376-396
- 5 Mura, T. (1998) *Micromechanics of Defects in Solids*, 2nd edition. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht
- 6 Lawn, B.R. and Wilshaw, T.R. (1975). *Fracture of Breittle Solids*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- 7 Hart-Smith, L.J. (1999). On the relative effectiveness of bonded composite and riveted patches over cracks in metallic structures. Boeing Paper MDC 99k0097, Proc. 1999 USAF Aircraft Structural Integrity Program Conf, San Antonio, Texas, 30 November-2 December.
- 8 Broek, D (1987) *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Martinus Nijhoff Publisher, Dordrecht.
- 9 Goland, M. and Reissner, E. (1944). The stresses in cemented joints, *J. Appl. Mech*, pp.A17-A27.
- 10 Hart-Smith, L.J. (1982). Induced peel stresses in adhesively bonded joints, Douglas Aircraft Company, MDC J9422A.
- 11 *Composite Repair of Aircraft Structures (CRAS) (20003) Design Manual (2003) Cooperative AGREEMENT Final Report, Addendum 2*. Submitted to US Air Force Research Laboratory, Wright Patterson, OG
- 12 *CMRS-Guidelines for Composite Repair to Metallic Structure (1998)*. AFRL-WP-TR-1998-4113
- 13 Davvis, M.J. (1995) *Composite Materials and Adhesive Bonded Repairs*. RAAF Standard Engineering C5033
- 14 Spigel, B.S., Buckingham, J., and Wieland, R. D. (1998) *Composite Doubler Design Optimization (cddo) and thermally Compatible Repair Material (trcm)*. Final Report, Sw RI Project No. 06-8311, Southwest Research Institute
- 15 Hart-Smith, L.j. (2001) Recent expansions in the capabilities of Rose's closed-form analyses for bonded crack patching. 9th Australian International Aerospace Congress, Canberra, Australia
- 16 Hart-Smith, L.J. (2001). Extension of the Rose bonded crack-patching analysis to orthotropic composite patches, also accounting for residual thermal stresses, Boeing Paper MDC 00K0102, to be presented to 5th Aging Aircraft Conference, Kissimme, Florida, 10-13 September, 2001.
- 17 Hart-Smith. L.J. (1999). Nonlinear closed-form analyses of stresses and deflections in bonded one-sided splices and patches. Boeing Paper MDC 99K0069, Proc. Of the 3rd Joint FAA/DoD/NASA Conf. on Aging Aircraft, Albuquerque, New Mexico, 20-23 September.
- 18 A. Baker, F. Rose, R .Jones, *Advances in the Bonded Composite Repair of Metallic Aircraft Structure*, vol. 1-2, Elsevier Science, Oxford, 2002

- 19 Wang, C.H. and Rose, L.F.R. (1998). Bonded repair of cracks under mixed mode loading. *Int. J. of Solids and Structures*, 35, pp. 2749-2773.
- 20 Keer, L.M, Lin, C.T. and Mura, T . (1976). Fracture analysis of adhesively bonded sheets, *J. of Applied Mechanics*, 98(4), pp. 652-656.
- 21 C.H.Wang, L.R.F. Rose and R. Callinan, Analysis of out-of-plane bending in one-sided bonded repair, AERONAUTICAL AND Maritime Research Laboratory, Airframes and Engines Division, Defence Science and Technology Organisation, Melbourne, Australia

# CAPITOLO VI

## CONCLUSIONI

### 6.1 Considerazioni Finali

Lo scopo di questo lavoro di tesi è stato di approfondire e sviluppare lo studio che il Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale sta svolgendo per la propagazione della cricca in pannelli riparati con patch in composito. Allo scopo di migliorare le prestazioni della riparazione si sono evidenziati quali sono i *modelli teorici* ed i *design criteria* per ottenere riparazioni che possano estendere la vita operativa di un velivolo mediante interventi, ogni qual volta si evidenziano fratture, fenomeni di corrosione, ammaccature. La tecnica *quarter-point*, implementata nel software Franc2D/L, si è rivelata per lo studio della propagazione della frattura una ottima alternativa strumentale ai metodi energetici. Infatti, ha permesso un calcolo accurato degli sforzi e delle deformazioni proprio in quelle zone dove è necessario una analisi precisa, ovvero in prossimità della cricca. I risultati ottenuti hanno dato delle buone indicazioni sulla modellazione e sulla procedura di analisi da utilizzare, per ricavare dalle prove simulate, risultati quanto più aderenti alla realtà. Sono stati individuati i *Design Criteria* utili per comprendere meglio il funzionamento ed ottimizzare una riparazione con patch in composito. Si è quindi proseguito alla ricerca di un dimensionamento preliminare di un *reinforcement* attraverso un approccio alla riparazione nel rispetto delle seguenti caratteristiche:

- ❑ Patch di forma ottagonale, forma geometrica equivalente a quella ideale ellittica individuata dal metodo di Rose;
- ❑ *Tapered patch*, per ridurre l'intensità delle deformazioni nell'adesivo;
- ❑ *Reinforcements* con un *Aspect Ratio*  $(B/A) \leq 1$ , in quanto patch lunghe e sottili ( $B/A > 1$ ) sono da evitare poiché caricano eccessivamente il pannello lungo i bordi;
- ❑ Rapporto di rigidezza  $S \geq 1$ , perché la riparazione deve ripristinare la rigidezza del pannello danneggiato.

Il codice Franc2D/L si è dimostrato uno strumento utile per l'analisi di strutture multilayers, questa proprietà ha permesso di modellare strutture incollate e simulare il problema della propagazione della frattura per calcolare il fattore di intensificazione degli sforzi. La caratteristica interessante di questo programma è la capacità di ridefinire la mesh locale vicino all'apice della cricca in maniera automatica, in funzione della modalità di propagazione scelta. I risultati raggiunti suggeriscono la sperimentazione di anche altri tipi di software che implementano la tecnica *quarter-point* (MD-NASTRAN e ABAQUS), per l'analisi di componenti aeronautici più complessi.

## 6.2 Risultati Raggiunti

In breve possiamo fare una sintesi di questo lavoro riportando i principali risultati raggiunti grazie alle varie considerazioni scaturiti dalle sinergie delle prove sperimentali affiancate dalle molteplici simulazioni FEM e della teoria della Meccanica della Frattura che mi hanno permesso di giungere ad una serie di risultati soddisfacenti per il *bonded repairs*.

- ❑ La patch in carboresina incollata ha più che raddoppiato la vita a fatica del pannello in lega di alluminio oggetto delle prove di laboratorio:
  - riduzione del fattore di intensificazione degli sforzi di oltre il 30%
  - riduzione della velocità di propagazione
  - incremento della vita a fatica di oltre il 45%
  
- ❑ Il codice del FRActure ANalysis Code 2D/Layer, si presta molto bene a simulare i pannelli riparati e non.
  
- ❑ L'adesivo strutturale AF163-2K e il Cytec FM73 presentano elevate capacità di adesione della Patch; inoltre emerge che tipicamente lo spessore di un buon incollaggio è compreso tra 0.1 e 0.3mm.
  
- ❑ Emerge che la Patch di forma ottagonale, (forma geometrica equivalente a quella ideale ellittica) con un Aspect Ratio  $B/A=1$  e rapporto di rigidezza  $S=1$  fornisce la migliore prestazione in termini di riparazione:
  - distribuzione uniforme della tensione nel sistema Pannello-Patch
  - riduzione degli effetti flessionali
  - ripristino della rigidezza del pannello danneggiato
  
- ❑ Emerge che la progettazione di Patch con il *tapering* ed il *modulo di Poisson* uguale tra pannello e patch, permette di riduzione dello sforzo di taglio all'interfaccia.
  
- ❑ La dislocazione delle plies secondo l'orientamento [90 90 90 90 90] nel caso di carico unidirezionale risulta essere la migliore, mentre nelle riparazioni con carico biassiale la condizione migliore risulta data dalla sequenza [90 +45 0 -45 90].
  
- ❑ In fine la Patch Ottagonale ha fornito in media una riduzione del SIF quasi del 60%, ed un incremento della vita a fatica è stato valutato quasi del 70% rispetto al pannello non riparato.

## 6.3 Protocollo di Riparazione

L'analisi svolta durante il lavoro di tesi ha portato alle seguenti considerazioni al fine di poter definire un protocollo da rispettare nell'eseguire riparazioni con patch:

- ❑ *Analisi della tipologia del crack*: in base al tipo di cricca presente sul pannello svolgere un'attenta analisi analitica e numerica ai fini di poter definire lo stato di tensione (SIF) nell'intorno della cricca ed il life fatigue corrispondente.
- ❑ *Tipo di trattamento superficiale*: definire il tipo di trattamento più idoneo al fine di un ottimo incremento di rugosità che favorisca l'adesione.
- ❑ *Scelta della patch idonea*: sfruttando i *Design Criteria* ai fini di poter determinare lo spessore, il numero di plies e le dimensioni geometriche dell'ottagono che risultino quelle ottimali al caso che si presenti.
- ❑ *Scelta del tipo della patch idonea*: è possibile mediante optare per una riparazione effettuata con patch in composito, del tipo di quelle descritte nei precedenti capitoli, che consentono di ridurre il valore dello stress intensity factor in alcuni casi anche del 40% come quelle di boro ma a costi nettamente inferiori.
- ❑ *Scelta dell'adesivo*: la scelta di adesivi strutturali permette sempre di ottenere un'ottima adesione con applicazione in film di spessore 0.1-0.3mm. Grazie all'utilizzo dell'incollaggio, si crea una interfaccia impermeabile tra la patch ed il pezzo che contribuisce anche alla prevenzione della corrosione.
- ❑ *Ridurre i tempi necessari per la riparazione*: qualora si vogliono ridurre i tempi della riparazione poiché l'accesso ad entrambi i lati di un pannello è di difficile raggiungimento si può procedere anche a riparazioni *one-sided* purché si tiene in conto di tutti i fattori correttivi del caso, come dimostrato in questo lavoro di tesi basato esclusivamente sulle riparazioni *one-sided*.