

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II



Facoltà di Ingegneria

Dottorato in Ingegneria
Aerospaziale, Navale e della Qualità
XXI ciclo

Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Dottorato

Analisi numerica delle forze aerodinamiche su configurazioni aeronautiche

Tutor

prof. Renato Tognaccini
prof. Carlo de Nicola

Candidato

Francesco Petrosino

ANNO ACCADEMICO 2008

Una volta tanto...
dedicato a Me.

...la cosa strana della libertà di scegliere
sembra essere il fatto che nessuno sa cosa farne
e alla fine la delega agli altri...solo quando
gli altri avranno la stessa libertà che noi ci siamo
dedicati a sperperare, solo allora capiremo finalmente
che cosa avremmo dovuto fare con la nostra.

tratto da: "Indecision", di Benjamin Kunkel

Indice

Introduzione	1
1 Previsione numerica di campi aerodinamici	3
1.1 La fluidodinamica computazionale4
1.1.1 Metodi DNS4
1.1.2 Metodi RANS6
1.1.3 Metodi LES7
1.1.4 Metodi DES8
1.2 Il caso degli angoli d'assetto di crociera9
1.3 Condizioni critiche: alta portanza10
2 Le equazioni di Navier-Stokes	12
2.1 Il modello matematico13
2.2 Equazioni RANS15
2.2.1 La media di Favre16
2.2.2 Equazioni di continuità e della quantità di moto16
2.2.3 Equazione dell'energia17
2.3 Equazioni adimensionali18
2.4 Il modello numerico20
2.4.1 Schema di integrazione del tempo22
2.5 Modellazione della turbolenza24
2.6 Modello per flussi instazionari26

3	Campi di moto con metodi CFD	28
3.1	La scelta RANS/URANS29
3.2	Strumenti utilizzati30
3.2.1	Il metodo DIAS30
3.2.2	Il metodo DLR31
3.3	Profilo a singolo componente: NACA 001233
3.4	Profilo con flap: NLR 730148
3.5	Profilo supercritico62
3.6	Ala ellittica69
4	La resistenza aerodinamica	73
4.1	Importanza della stima della resistenza nella progettazione74
4.2	Il ruolo della CFD nella previsione della resistenza78
4.3	Decomposizione della resistenza in diverse forme80
4.3.1	Approccio <i>near-field</i>82
4.3.2	Approccio <i>far-field</i>84
4.4	La resistenza indotta87
4.4.1	Formula di Maskell88
5	Il metodo di campo lontano	91
5.1	Un metodo per il calcolo e decomposizione della resistenza92
5.2	Applicazione del metodo al caso 2D93
5.2.1	Resistenza di Entropia95
5.3	Applicazione del metodo al caso 3D96
5.4	Decomposizione della resistenza97
5.4.1	Selezione della zona d'urto100
5.4.2	Selezione della zona viscosa102
5.4.3	Calcolo della resistenza indotta105
5.5	Il codice DRAGCUT107
5.5.1	File di INPUT107
5.5.2	File di OUTPUT111

6 Applicazione del metodo di Campo Lontano	117
6.1 Analisi di soluzioni ottenute118
6.2 Profilo a singolo componente118
6.3 Profilo con flap: NLR 7301121
6.4 Profilo supercritico126
6.5 Ala ellittica127
Conclusioni	134
Bibliografia	137

Introduzione

Il calcolo delle forze aerodinamiche di superfici, portanti e non, di velivoli in moto in un fluido riveste un enorme interesse per il progettista aeronautico essendone grande l'impatto sui costi operativi. Tra le forze aerodinamiche, particolare importanza riveste il ruolo della previsione della resistenza aerodinamica, che è quella che presenta maggiori implicazioni: infatti una variazione del coefficiente di resistenza aerodinamica anche solo dell'ordine del count (10^{-4}) porta ad una notevole variazione dei costi e quindi alla necessità di reintervenire in fase di progettazione. Per il progettista inoltre è molto utile avere conoscenza dell'entità della resistenza nelle sue diverse forme: la componente viscosa, prodotta nello strato limite e nella scia, la resistenza dovuta alle onde d'urto e quella indotta dalla portanza; in tal modo il progettista è agevolato nell'adottare tecniche mirate alla riduzione di ciascuna componente. Il ruolo della fluidodinamica computazionale è ormai cresciuto molto in tale senso offrendo la possibilità di stimare in maniera sempre più accurata il valore delle forze aerodinamiche. Tuttavia, nonostante i progressi in termini di potenza di calcolo raggiunti finora, è ancora difficile ottenere una soluzione accurata soprattutto in tempi brevi. L'analisi aerodinamica con metodi numerici segue un iter ormai noto: una prima fase di pre-processing con ottimizzazione della geometria, una fase di creazione della griglia di calcolo, la fase vera e propria di simulazione del campo aerodinamico, per terminare poi con una fase di post-processing della soluzione ottenuta. Negli ultimi anni si è aggiunta una ulteriore fase, a valle di tutte le altre, di analisi delle forze agenti.

Il presente lavoro di dottorato si inserisce nelle fasi di simulazione del campo aerodinamico ed analisi delle forze agenti, proponendosi di ottenere delle soluzioni di campi di moto con metodi numerici accurate, ed inoltre decomporre la resistenza nelle sue componenti “fisiche”.

Nella prima parte del lavoro sono stati ottenuti campi di moto tramite un solutore numerico che risolve le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds in condizioni complesse. Ormai le tecniche numeriche danno ottimi risultati quando si applicano a campi di moto in condizioni di crociera o poco fuori crociera. Ma quando si indagano situazioni di stallo e post-stallo, la previsione con metodi numerici diventa un problema, tuttora irrisolto. Le difficoltà di simulare situazioni simili risiedono nella modellistica della turbolenza, nella rilevanza degli effetti 3D, nell’influenza della transizione ed eventuali instazionarietà del flusso. Sostanzialmente per le stesse difficoltà, anche la simulazione sperimentale di determinate condizioni è difficile. Dall’analisi dello stato dell’arte si è visto che i risultati migliori si ottengono con modelli numerici complessi e costosi in termini di potenza richiesta. Come mostrato nei capitoli seguenti, un metodo basato sulla soluzione delle equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds può dare ottimi risultati in tali condizioni di simulazione, garantendo una maggiore velocità di esecuzione. Nella seconda parte del lavoro, si è applicato un metodo di post-processing alle soluzioni ottenute per poter analizzare e decomporre le forze aerodinamiche. Obiettivo di studio è stata la messa a punto di un metodo di analisi del campo di moto numerico, partendo dalle soluzioni già sviluppate nel Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, attraverso l’integrazione di differenti tecniche di calcolo e la creazione di un software integrato che sia di semplice esecuzione e robusto in relazione ai possibili casi di applicabilità. In particolare il software è stato applicato a casi bidimensionali e tridimensionali, in condizioni di alta portanza ed in flusso transonico. Come si mostrerà nei capitoli successivi, il metodo presentato ha mantenuto fede alle potenzialità stimate permettendo di raggiungere ottimi risultati in relazione ai dati sperimentali presi come riferimento.

Previsione numerica di campi aerodinamici

1.1 La fluidodinamica computazionale

Da un punto di vista ingegneristico, le grandezze di maggior interesse in uno studio fluidodinamico sono le forze che il fluido esercita sul corpo, sia localmente che integrate su tutta la struttura. Le equazioni che governano il moto degli oggetti immersi in un fluido sono le note equazioni di Navier-Stokes, equazioni differenziali risolvibili per via analitica solo sotto opportune condizioni, che non corrispondono purtroppo a quelle che si indagano durante il progetto di un velivolo. Vi è la possibilità invece di risolverle per via numerica, con metodi che sono andati via via diventando più efficaci con l'aumentare della potenza di calcolo dei computer.

Quando si vuole simulare numericamente il moto di un fluido reale diventa cruciale simulare i termini non lineari delle equazioni del moto, che rappresentano il fenomeno della turbolenza ed il trasferimento di energia da scale del moto grandi verso scale via via più piccole [7]. Si parla di “cascata di energia”, in quanto l'energia viene trasportata dalle scale più grandi, dette inerziali, a quelle più piccole, responsabili della dissipazione dell'energia del flusso, e dette perciò dissipative [1]. Per i flussi in cui il numero di Reynolds, ovvero il rapporto tra effetti inerziali e viscosi, diventa elevato la differenza di dimensioni esistente tra le scale più grandi e quelle più piccole diventa esorbitante ed in qualche punto della cascata di energia bisogna necessariamente operare un taglio al di là del quale utilizzare un modello; la differenza esistente tra le varie tecniche di calcolo consiste proprio nella posizione del “taglio” nella cascata o, in altre parole, quali scale di moto si è disposti a calcolare e quali modellare.

1.1.1 Metodi DNS

La tecnica più ovvia è quella di non applicare nessun taglio alle scale del moto e simularle tutte fino alla scala di Kolmogorov[2] η , cioè le scale più piccole utilizzate nella descrizione di un flusso turbolento. Nella sua teoria del 1941, A. N. Kolmogorov introdusse l'idea che le scale più piccole a cui

si può descrivere la turbolenza fossero universali, simili cioè per ogni fluido turbolento, e dipendenti solo dai due parametri ϵ e ν , dove ϵ è la quantità media di energia dissipata per unità di massa e ν è la viscosità cinematica del fluido. Poiché normalmente le scale di moto contenenti la maggior parte dell'energia e con dinamica non omogenea hanno dimensioni L di una frazione di quella del corpo, in questa analisi ci limitiamo a quantificare solo il rapporto L/η . Per la turbolenza omogenea ed isotropa [8], dalle relazioni date da Kolmogorov e dalle definizioni dei numeri adimensionali [25] si ottiene:

$$\frac{L}{\eta} = Re^{3/4} \quad \frac{U}{u_\eta} = Re^{1/4} \quad \frac{T}{t_\eta} = Re^{1/2} \quad (1.1)$$

in cui U è la velocità di riferimento per le scale di dimensione L , $T = L/U$ è la scala dei tempi dei moti a grande scala, Re è il numero adimensionale di Reynolds, u_η è la velocità e t_η la scala dei tempi delle scale di dimensione η . La prima di queste relazioni ci dice che per ogni lunghezza L vi sono $Re^{3/4}$ strutture di dimensioni η ed ognuna di queste deve essere adeguatamente rappresentata per simulare il flusso senza alcun modello. Se la simulazione avviene mediante una griglia di calcolo ciò implica che per ogni lunghezza L ci devono essere un numero di nodi $N \approx Re^{3/4}$ e quindi per un cubo di volume L^3 sono necessari $N_{tot} = N^3 \approx Re^{9/4}$ punti di calcolo. La stima appena data non è completa, infatti, siccome l'integrazione delle equazioni deve essere eseguita con un passo temporale Δt discreto, questo deve essere commisurato alla dinamica del flusso. In particolare la simulazione numerica deve essere portata avanti per un tempo lungo abbastanza da consentire la valutazione delle statistiche delle strutture più grandi (e quindi più lente) il che significa che la durata della simulazione deve essere dell'ordine di T . D'altra parte, il passo temporale non può essere più grande di t_η in quanto anche la dinamica delle scale di dimensione η deve essere catturata. Osservando quindi che risulta $T/t_\eta = Re^{1/2}$ si ha che il numero di gradi di libertà spazio-temporali è proporzionale a $Re^{11/4}$. Come regola pratica, la simulazione diretta di un flusso ad un numero di Reynolds di qualche migliaio già costituisce una sfida per i moderni supercalcolatori anche limitandosi ad una geometria semplificata. Se poi si aggiungono le complessità geometriche

delle applicazioni industriali, e le disomogeneità del flusso, si arriva alla conclusione che la simulazione diretta della turbolenza, ossia la soluzione delle equazioni di Navier-Stokes senza alcun modello, non costituisce ancora una possibilità di indagine di problemi pratici.

1.1.2 Metodi RANS

Una filosofia completamente opposta alla simulazione diretta è quella dei metodi RANS; questo acronimo Reynolds-Averaged-Navier-Stokes (equations) ossia equazioni di Navier-Stokes mediate secondo Reynolds implica la soluzione delle equazioni in cui il tensore di Reynolds che individua le fluttuazioni della variabile velocità $\langle u'u' \rangle$ viene parametrizzato con un modello di turbolenza [22]. Lasciando alla bibliografia [20],[21], [6] l'esposizione dei possibili modelli di turbolenza impiegabili, per comprendere le potenzialità dei modelli RANS riferiamoci ai modelli di tipo $K - \epsilon$ [10]. In questi modelli, l'energia cinetica turbolenta K e la sua velocità di dissipazione ϵ vengono utilizzate per creare, mediante considerazioni dimensionali, una scala di lunghezze e di tempo, $l = K^{3/2}/\epsilon$ e $T = K/\epsilon$. Con queste quantità è possibile costruire una viscosità turbolenta

$$\eta_T = C_v \frac{l^2}{T} = C_v \frac{K^2}{\epsilon} \quad (1.2)$$

con C_v una costante da determinare empiricamente. Per determinare le distribuzioni spaziali di K ed ϵ bisogna risolvere delle equazioni di evoluzione, che contengono al loro interno dei termini dipendenti da un certo numero di costanti determinate empiricamente, modificate a seconda del problema che si cerca di modellare. L'estrema specificità della modellistica RANS risulta facilmente comprensibile quando si noti che con questo approccio si tende a simulare esplicitamente solo la componente media, o al più quella lentamente variabile, di un flusso mentre tutte le fluttuazioni sono modellate come turbolenza. Abbiamo visto che le scale del moto più grandi $O(L)$ sono quelle meno omogenee e più dipendenti dal problema in quanto sono posizionate solo all'inizio del processo di cascata dell'energia ed ancora non hanno assunto una dinamica "universale". D'altra parte le grandi scale del moto hanno deboli

gradienti spaziali $O(U/L)$ ed una dinamica lenta $O(L/U)$, permettendone la simulazione con una griglia di calcolo la cui spaziatura è essenzialmente indipendente dal numero di Reynolds e con un passo temporale che è una frazione della scala temporale imposta dalla geometria del problema (e quindi di nuovo indipendente dal numero di Reynolds). Attualmente, questo tipo di modellistica è quello standard a livello industriale in quanto consente di simulare flussi in “scala 1 : 1” con un costo computazionale accettabile e con risultati sufficientemente accurati.

1.1.3 Metodi LES

Un terzo tipo di approccio, intermedio tra la DNS ed i RANS, è la tecnica LES o Large-Eddy-Simulation, in cui tutte le strutture più grandi vengono esplicitamente simulate con una griglia adeguatamente fitta mentre le scale del moto più piccole della griglia (o scale di sottogriglia) vengono parametrizzate con un modello. Questo approccio sembra molto simile alle RANS ed effettivamente la differenza è che in questo caso il “taglio” tra ciò che viene simulato e ciò che viene modellato non dipende sola dalla geometria ma anche dal campo di moto. Il vantaggio fondamentale è che le scale del moto più grandi, quelle inerziali, vengono simulate ed è quindi possibile derivare un unico modello di turbolenza che vada bene per qualunque tipologia di flusso e debba essere tarato una sola volta per tutte. La derivazione delle equazioni per la modellistica LES è effettuata in modo molto simile alle equazioni di Reynolds [1]. Definendo una funzione di filtraggio:

$$\bar{u}(x, t) = \int u(y, t)G(x - y, t)dy$$

è possibile dividere il campo di velocità in parte filtrata e parte di sottogriglia

$$u(x, t) = \bar{u}(x, t) + u'(x, t)$$

dove $G(x - y, t)$ è il filtro.

Con questo metodo si separa una parte degli sforzi di deformazione, che sono gli sforzi di sottogriglia, analogamente a quanto accade agli sforzi di Reynolds nelle equazioni RANS. Questi sforzi vengono modellati con un'ipotesi

di “gradiente diffusivo” e la loro parte deviatorica viene parametrizzata con una viscosità turbolenta. Vista la struttura del tutto identica tra la modellistica LES e quella RANS è lecito domandarsi perché la prima sia preferibile alla seconda, anche in considerazione del fatto che dovendo simulare le scale del moto fino al range inerziale il costo computazionale per una simulazione LES è notevolmente più elevato di una RANS. La risposta sta nel fatto che nel range inerziale avviene essenzialmente un trasferimento di energia verso le scale dissipative e questo trasferimento ha un carattere universale.

1.1.4 Metodi DES

La potenza computazionale richiesta dalle simulazioni LES, sebbene ormai alla portata di molti, ha suggerito l'utilizzo di un metodo *ibrido* tra RANS e LES, denominato DES: detached-eddy simulation, simulazione delle scale di vorticità separate [31].

Nelle zone di flusso vicino alle pareti il metodo funziona nel modo RANS, ovvero gli sforzi turbolenti vengono modellati con un modello di turbolenza, mentre nelle zone lontane viene attivato il modo LES, dove è possibile risolvere direttamente la gran parte delle scale di griglia. Questa tecnica permette di non avere una griglia tridimensionale con spaziatura uguale nelle tre direzioni vicino alle pareti, come necessita il metodo LES, ma una griglia con un numero di celle minore, tipico dei metodi RANS. Questo tipo di approccio si basa sulla separazione del dominio computazionale in due zone, a seconda di quale metodo utilizzare. Per quanto detto prima, uno dei possibili filtri è quello che si basa sulla distanza dalla parete. In pratica si sceglie quale distanza da utilizzare nelle equazioni del moto il minimo tra la distanza dalla parete e una “distanza di scala” dipendente da una opportuna costante

$$\tilde{d} = \min(d; C_{DES} \cdot \Delta) \quad \Delta = \max(\Delta x; \Delta y; \Delta z)$$

L'approccio RANS viene utilizzato per distanze dalla parete $d < \Delta$. Per quanto esposto, flussi che è possibile risolvere con questa tecnica sono quelli fortemente separati, dove ci sono regioni estese con forti gradienti delle

variabili del moto, e il flusso alla parete non presenta grosse particolarità. I vantaggi di questo metodo sono nel minor costo computazionale rispetto alle tecniche LES ed una migliore previsione di flussi complessi rispetto alle tecniche RANS.

1.2 Il caso degli angoli d'assetto di crociera

In fase di progettazione di un velivolo da trasporto per aviazione civile riveste un punto cruciale la stima delle prestazioni, sia in fase di decollo che in fase di crociera. Nel lavoro di Van Dam [41] viene mostrato che l'incremento di 1 count del coefficiente di resistenza aerodinamica ($\Delta C_D = 0.0001$) in condizioni di crociera, per un aereo da trasporto grande a lungo raggio, corrisponde ad una riduzione del carico pagante di 1000 lb. Si fa presente che 1 count per un velivolo del genere corrisponde allo 0.4% della resistenza aerodinamica totale. Si comprende dunque l'importanza che riveste la previsione delle caratteristiche aerodinamiche anche in condizioni "semplici" quali sono quelle degli angoli di assetto di crociera. Diversi sono i metodi numerici utilizzabili con ottimi risultati in queste situazioni, si pensi ad esempio ai metodi Interactive Boundary Layer (IBL) [28], noti per la loro grande velocità. Nella fase di progetto aerodinamico la velocità nell'ottenere la stima delle forze aerodinamica quando si fa una modifica alla geometria in esame è uno degli aspetti fondamentali, insieme ovviamente all'accuratezza della stima stessa. L'utilizzo di un metodo IBL sembra la scelta migliore, ma in questi metodi la viscosità del flusso viene aggiunta come una correzione del campo di moto, non viene calcolata. Utilizzare una tecnica LES o DNS non è conveniente per il loro alto costo computazionale. In tutte le situazioni di assetti non elevati ma che necessitano di una adeguata simulazione della viscosità del flusso, le tecniche RANS sono ancora un punto di riferimento. Casi in cui è imprescindibile una adeguata simulazione della viscosità anche per angoli di assetto non elevati sono quelli in cui sono presenti particolarità del campo di moto quali bolle laminari o onde d'urto che interagiscono con lo strato limite. I fenomeni elencati sono facilmente riscontrabili in regimi di

moto transonici, ovvero i regimi di moto tipici dei velivoli da trasporto. Una previsione accurata delle forze aerodinamiche agenti in fase di avanprogetto può portare incrementi prestazionali importanti ai fini dello sviluppo di un velivolo.

1.3 Condizioni critiche: alta portanza

Ancora nel lavoro di Van Dam [41] viene indicato che in fase di decollo, l'incremento dell'efficienza aerodinamica (il rapporto tra portanza e resistenza aerodinamica) dell'1% corrisponde ad un aumento del carico pagante di 2800 lb, che corrispondono a circa 14 passeggeri. Nelle condizioni di alti angoli d'assetto il campo di moto possiede elevate zone di separazione del flusso e risulta complesso da simulare per diversi motivi:

- difficoltà nella modellistica della turbolenza per flussi fortemente separati
- rilevanza degli effetti tridimensionali
- influenza della transizione da flussi laminari a turbolenti
- presenza di eventuali instazionarietà nel flusso

I motivi elencati rendono difficili anche le prove sperimentali. Una review delle possibilità dei metodi CFD è presentata da Rumsey & Ying [27]. I metodi RANS in casi applicativi sono ancora un punto di riferimento, data la troppa potenza computazionale richiesta dai più accurati metodi LES e DES. Molti autori hanno avanzato dubbi sull'applicabilità delle tecniche RANS/URANS nella simulazione di campi di moto con estese zone di flusso separato. Come spiega Wilcox [7], esistono due scale temporali, una piccola associata alle fluttuazioni della turbolenza risolta dal modello di turbolenza applicato, una grande risolta dallo schema numerico stesso. Quando si ha a che fare con flussi separati a valle di oggetti tozzi o profili stallati non vi è la possibilità di separare in modo netto queste due scale. Alcuni limiti dei

modelli 2D RANS sono stati investigati ad esempio in [29], [30], dove tra i diversi test-case, è stato fatto un confronto tra soluzioni DES e URANS attorno al profilo NACA0012 a 45° e 60° di incidenza. Più recentemente [12], lo stesso team di ricerca ha studiato il profilo NACA 0012 a 90° con metodi DES e 3D URANS per valutare l'influenza degli effetti tridimensionali: il risultato è stata una maggiore accuratezza utilizzando un solutore DES, ma a causa del costo computazionale richiesto il numero di Reynolds delle loro simulazioni è stato solo $\approx 10^5$. In [31] è stata analizzata la soluzione numerica attorno ad una lastra piana ad incidenza 18° e Reynolds $2 \cdot 10^4$ con tecniche: LES, DES, URANS e RANS. Le simulazioni LES e DES evidenziano la presenza una scia vorticoso asimmetrica di vortici con numero di Strouhal pari a 0.19, in accordo con gli esperimenti. Le simulazioni URANS non ottengono altrettanto, convergendo ad una soluzione stazionaria. Ma la discussione sulle potenzialità dei metodi RANS è ancora aperta. Le indagini sulle possibilità di ottenere soluzioni allo stallo e al post-stallo, oppure simulare instazionarietà del flusso, sono uno degli argomenti di base del presente lavoro di dottorato.

Le equazioni di Navier-Stokes

2.1 Il modello matematico

In generale un problema fluidodinamico viene descritto attraverso un sistema di leggi di bilancio: conservazione della massa, bilancio della quantità di moto e dell'energia totale [25], [26], [23],[22]. Nel seguito si farà implicito riferimento a casi bidimensionali. Pensando alle variabili dipendenti fondamentali del flusso come a delle componenti di un vettore \mathbf{W} , in coordinate cartesiane esso si definisce come

$$\mathbf{W} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E)^T = (w_1, w_2, w_3, w_4)^T, \quad (2.1)$$

dove ρ è la densità, u, v , le componenti del vettore velocità \underline{V} , e è l'energia interna ed $E = e + V^2/2$ l'energia totale per unità di massa. La funzione \mathbf{W} viene chiamata vettore delle *variabili conservative*.

Si consideri un volume di controllo fisso $\Omega \subset \mathfrak{R}^2$, avente come frontiera la linea chiusa $\partial\Omega$. Detto $\vec{\mathbf{F}}$ il flusso di \mathbf{W} ed $\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j}$ il versore normale a $\partial\Omega$, orientato positivamente nel verso uscente da Ω , per le variabili conservative si può scrivere il seguente sistema di leggi di conservazione in forma integrale

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega = - \oint_{\partial\Omega} \vec{\mathbf{F}} \cdot \hat{n} ds, \quad (2.2)$$

avendo trascurato le forze di massa e gli effetti termici radiativi. Nelle regioni in cui \mathbf{W} è una funzione continua, si passa dalla (2.2), per il teorema della divergenza, alla formulazione differenziale equivalente:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{F}} = 0. \quad (2.3)$$

Se con

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\tau}} \quad (2.4)$$

si indica il tensore degli sforzi, essendo $\underline{\underline{\tau}}$ la parte dissipativa di $\underline{\underline{\sigma}}$, p la pressione ed $\underline{\underline{I}}$ il tensore unitario, la (2.3) si scrive in forma estesa come

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho V \\ \rho E \end{bmatrix} + \vec{\nabla} \cdot \begin{bmatrix} (\rho V)^T \\ \rho V V + p\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{\tau}} \\ (\rho H V - \underline{\underline{\tau}} \cdot \underline{V} + \underline{q})^T \end{bmatrix} = 0, \quad (2.5)$$

con $H = E + p/\rho = h_0$ l'entalpia totale per unità di massa o entalpia di ristagno e \underline{q} il vettore flusso termico diffusivo.

Il modello scelto per la descrizione termodinamica del sistema a composizione costante sarà d'ora in avanti quello di gas *caloricamente perfetto*. Siano R , i calori specifici c_p e c_v ed il rapporto $\gamma = c_p/c_v$ delle costanti del gas. Il modello termodinamico si identifica con le seguenti equazioni di stato

$$T = p/(\rho R) \quad , \quad h = c_p T \quad , \quad p = (\gamma - 1)\rho \left(E - \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \quad , \quad (2.6)$$

dove $T = e/c_v = (E - V^2/2)/c_v$ è la temperatura (in gradi Kelvin) ed $h = e + p/\rho$ l'entalpia per unità di massa. La *relazione di Meyer*, $R = c_p - c_v$, permette poi di esprimere qualsiasi variabile termodinamica in funzione delle altre. Ad esempio per l'entalpia si ha

$$h = \gamma \quad e = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}.$$

Assumendo per il fluido un comportamento newtoniano, il tensore degli sforzi dissipativi si esprime come

$$\underline{\tau} = 2\mu \left\{ \frac{1}{2} \left[\underline{\nabla V} + (\underline{\nabla V})^T \right] \right\} + \lambda (\underline{\nabla} \cdot \underline{V}) \underline{I}, \quad (2.7)$$

dove μ e λ sono, rispettivamente, il primo ed il secondo coefficiente di viscosità. Risulta consistente con il modello di gas scelto assumere che essi siano funzione della sola temperatura. Il Secondo Principio della Termodinamica impone la condizione: $3\lambda + 2\mu \geq 0$ (con $\mu \geq 0$). Nelle applicazioni viene in genere accettata la validità della *relazione di Stokes*: $3\lambda + 2\mu = 0$. Inoltre il primo coefficiente di viscosità viene valutato in base alla legge di Sutherland

$$\mu = \mu_r \frac{1 + 0.4}{(T/T_r) + 0.4} \left(\frac{T}{T_r} \right)^{3/2},$$

con T_r e μ_r valori di riferimento.

Per la descrizione dello scambio di energia nel modo calore, che avviene tra una generica particella macroscopica e l'ambiente circostante, si assume valida la legge di Fourier. Ciò è coerente con l'ipotesi di fluido newtoniano. Il flusso termico diffusivo si esprime dunque come

$$\underline{q} = -k \underline{\nabla} T = -\frac{\mu\gamma}{Pr} \underline{\nabla} e = \frac{\mu}{Pr} \underline{\nabla} h \quad , \quad (2.8)$$

dove k è il coefficiente di conducibilità termica e $Pr = c_p \mu / k$ il numero di Prandtl, praticamente costante per temperature al di sotto dei 1000°K .

Le (2.5) sono indicate nella letteratura scientifica con il nome di *Equazioni di Navier-Stokes*. Esse valgono in generale per flussi comprimibili e viscosi. L'ipertensore flusso $\vec{\mathbf{F}}(\mathbf{W})$ che compare nelle formule compatte (2.2), (2.3) si esprime come un vettore dello spazio (x, y) avente per componenti delle funzioni a valori in \Re^4 . In coordinate cartesiane si scrive

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{F}\hat{i} + \mathbf{G}\hat{j} \quad . \quad (2.9)$$

Inoltre esso viene scomposto come segue:

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_E - \vec{\mathbf{F}}_V = \begin{bmatrix} (\rho\underline{V})^T \\ \rho\underline{V}\underline{V} + p\underline{I} \\ (\rho H\underline{V})^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{\underline{\tau}} \\ (\underline{\underline{\tau}} \cdot \underline{V} - \underline{q})^T \end{bmatrix} \quad , \quad (2.10)$$

cioè di un contributo *euleriano* (E) e di un contributo *viscoso* (V). In coordinate cartesiane si ha

$$\vec{\mathbf{F}} = (\vec{\mathbf{F}}_E - \vec{\mathbf{F}}_V) \vec{i} + (\vec{\mathbf{G}}_E - \vec{\mathbf{G}}_V) \vec{j} \quad , \quad (2.11)$$

con

$$\mathbf{F}_E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{G}_E = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix} \quad , \quad (2.12)$$

$$\mathbf{F}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v - q_x \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{G}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v - q_y \end{pmatrix} \quad . \quad (2.13)$$

2.2 Equazioni RANS

Nello studio di flussi turbolenti in regime comprimibile, in problemi di interesse industriale e di design, l'approccio più comune rimane quello della

soluzione delle equazioni di Navier-Stokes mediate. L'operazione di media in questo caso non è quella temporale classica ma una media pesata sulla densità o *media di Favre*. In letteratura tali equazioni sono note con l'acronimo RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) [20], [21], [25].

2.2.1 La media di Favre

Data una generica grandezza f , la media classica \bar{f} è data dalla:

$$\bar{f}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{T} \int_0^T f(\mathbf{x}, t + \tau) \quad , \quad (2.14)$$

dove T è un tempo sufficientemente più grande del tempo caratteristico delle fluttuazioni turbolente. La fluttuazione $f' = f - \bar{f}$ della grandezza considerata rispetto al suo valor medio è tale che $\bar{f}' = 0$.

La media di Favre di f si indica con \tilde{f} ed è data dalla:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad . \quad (2.15)$$

In tal caso la fluttuazione $f'' = f - \tilde{f}$ rispetto al valore mediato sulla densità non ha un valor medio nullo, $\overline{f''} \neq 0$. Inoltre, è facile ricavare le seguenti identità: $\overline{\rho f''} = 0$, $\overline{\tilde{f}} = \tilde{f}$.

2.2.2 Equazioni di continuità e della quantità di moto

Se tra le due possibili scomposizioni

$$f = \bar{f} + f' = \tilde{f} + f'' \quad , \quad (2.16)$$

si utilizza quella di Favre per le componenti del vettore velocità e quella classica per tutte le altre grandezze che compaiono nelle equazioni della continuità e della quantità di moto, si ottiene

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\bar{\rho} \underline{\tilde{V}}) = 0 \quad , \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \underline{\tilde{V}}) + \underline{\nabla} \cdot (\bar{\rho} \underline{\tilde{V}} \underline{\tilde{V}} + \bar{p} \underline{I} - \underline{\tau}^v - \underline{\tau}^R) = 0 \quad . \quad (2.18)$$

La prima equazione è formalmente identica all'equazione di continuità non mediata. Nella seconda equazione compare il tensore mediato nel tempo degli sforzi viscosi

$$\underline{\underline{\tau}}^v = \underline{\underline{\tau}} = -p\underline{\underline{I}} + \mu\underline{\underline{S}} \approx -p\underline{\underline{I}} + \mu\underline{\underline{\tilde{S}}} \quad , \quad (2.19)$$

con $\underline{\underline{S}}$ il tensore di deformazione, di componenti cartesiane

$$S_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij} \sum_k \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \quad ,$$

e μ una funzione di $\bar{\rho}$, \widetilde{V} ed E . Infine, nella (2.18) compare la correlazione

$$\underline{\underline{\tau}}^R = -\overline{\rho V'' V''} \quad . \quad (2.20)$$

Il tensore $\underline{\underline{\tau}}^R$ è chiamato tensore degli *sforzi di Reynolds* ed ha componenti cartesiane $-\overline{\rho V_i'' V_j''}$.

2.2.3 Equazione dell'energia

Dall'espressione della media alla Favre dell'energia totale $E = e + V^2/2$, si ricava

$$\tilde{E} = \frac{\overline{\rho(e + \underline{V} \cdot \underline{V}/2)}}{\bar{\rho}} = \tilde{e} + \frac{1}{2} \widetilde{\underline{V} \cdot \underline{V}} \quad ,$$

e dalle proprietà dell'operatore di media si ottiene l'espressione:

$$\frac{1}{2} \widetilde{\underline{V} \cdot \underline{V}} = \frac{1}{2} \tilde{\underline{V}} \cdot \tilde{\underline{V}} + \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho \underline{V}'' \cdot \underline{V}''}}{\bar{\rho}} \quad .$$

Definendo una energia cinetica per unità di massa \tilde{k} del *flusso medio*

$$\tilde{k} \equiv \frac{1}{2} \tilde{\underline{V}} \cdot \tilde{\underline{V}} \quad (2.21)$$

ed una *energia cinetica turbolenta* k , come media di Favre dell'energia cinetica delle fluttuazioni,

$$k \equiv \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho \underline{V}'' \cdot \underline{V}''}}{\bar{\rho}} = \frac{1}{2} \widetilde{\underline{V}'' \cdot \underline{V}''} \equiv \tilde{k}'' \quad , \quad (2.22)$$

si scrive

$$\tilde{E} = \tilde{e} + \tilde{k} + k \equiv \hat{E} + k \quad , \quad (2.23)$$

con $\hat{E} = \tilde{e} + \tilde{k}$ l'energia totale del flusso medio. Analogamente, per l'entalpia totale si ha

$$\tilde{H} = \tilde{E} + \bar{p}/\bar{\rho} = \tilde{h} + \tilde{k} + k \equiv \hat{H} + k \quad . \quad (2.24)$$

Infine le fluttuazioni turbolente di queste grandezze termiche vengono espresse come:

$$E'' = e'' + \tilde{V} \cdot \underline{V}'' + k'' - k \quad , \quad (2.25)$$

$$H'' = h'' + \tilde{V} \cdot \underline{V}'' + k'' - k \quad . \quad (2.26)$$

Una forma conservativa mediata dell'equazione dell'energia è la seguente:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{E}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{H} \tilde{V}) = \nabla \cdot \left(-\bar{q} + \overline{\underline{V} \cdot \underline{\tau}} - \overline{\rho H'' V''} \right) \quad , \quad (2.27)$$

e si vede come l'influenza delle fluttuazioni turbolente sul bilancio dell'energia totale sia riconducibile, in media, ad un vettore *flusso termico turbolento*: $\overline{\rho H'' V''}$.

L'ultima equazione può essere scritta in un'altra forma, come equazione di evoluzione dell'energia totale del flusso medio:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \hat{E}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \hat{H} \tilde{V}) = \nabla \cdot \left(-\bar{q} + \tilde{V} \cdot \underline{\tau}^{Tot} - \overline{\rho h'' V''} \right) \quad , \quad (2.28)$$

dove

$$\underline{\tau}^{Tot} = \underline{\tau}^v + \underline{\tau}^R \quad . \quad (2.29)$$

Analogamente, si definisce un vettore flusso termico totale \underline{q}^{Tot} come:

$$\underline{q}^{Tot} = \bar{q} + \overline{\rho h'' V''} \quad . \quad (2.30)$$

2.3 Equazioni adimensionali

Il sistema (2.2) può essere scritto in forma adimensionale scegliendo le seguenti grandezze di riferimento

$$\begin{aligned} x_r = y_r = L \quad , \quad u_r = v_r = \sqrt{p_\infty / \rho_\infty} \quad , \quad t_r = L / u_r \quad , \\ \rho_r = \rho_\infty \quad , \quad p_r = p_\infty \quad , \quad T_r = T_\infty \quad , \\ E_r = H_r = u_r^2 \quad , \quad \mu_r = p_r u_r L / T_r \quad , \quad k_r = k_\infty = \frac{c_p \mu_\infty}{Pr} \quad , \end{aligned} \quad (2.31)$$

dove L è una lunghezza caratteristica di un dato problema (nel caso specifico la corda del profilo) ed il pedice $(\cdot)_\infty$ indica, tipicamente in fluidodinamica esterna, le condizioni della corrente asintotica. Per problemi di fluidodinamica interna è più consueto assumere che le condizioni di riferimento siano quelle di ristagno.

Nelle espressioni che saranno date in questo paragrafo si supporrà che la generica grandezza f sia adimensionale. Il suo valore dimensionale f_d sarà dato da $f_d = f \cdot f_r$.

Dalla (2.2), tenendo conto delle (2.31), si ottiene il sistema

$$\frac{d}{dt} \int_{\partial\Omega} \mathbf{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\mathbf{F}_E n_x + \mathbf{G}_E n_y) ds = \frac{1}{Re_r} \oint_{\partial\Omega} (\mathbf{F}_V n_x + \mathbf{G}_V n_y) ds \quad , \quad (2.32)$$

dove $Re_r = \rho_\infty u_r L / \mu_\infty$ è il numero di Reynolds basato sulle grandezze di riferimento. Le velocità adimensionali che compaiono nei termini delle equazioni (2.32) rappresentano, a meno di un fattore $\sqrt{\gamma}$, dei numeri di Mach locali cioè misurano l'energia cinetica della generica particella fluida rispetto alla sua energia termica di riferimento. Se si pensa di simulare numericamente un dato flusso e si assegna lo stato termodinamico di riferimento ed i numeri Re_∞ e M_∞ , che di solito vengono forniti negli esperimenti, il numero di Reynolds che tipicamente compare nei termini viscosi delle equazioni di Navier-Stokes deve essere adeguato alla scelta della velocità di riferimento. Esso è dato dalla espressione seguente

$$Re_r = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_\infty} \frac{\sqrt{\gamma p_\infty / \rho_\infty}}{\sqrt{\gamma} V_\infty} = \frac{Re_\infty}{\sqrt{\gamma} M_\infty} \quad . \quad (2.33)$$

Per bassi numeri di Mach, cioè quando la velocità del suono asintotica è molto più grande di V_∞ , secondo la (2.33) il numero di Reynolds di riferimento è molto più alto di quello basato sulla velocità asintotica della corrente.

Le espressioni dei flussi convettivi \mathbf{F}_E e \mathbf{G}_E sono analoghe a quelle date dalle

(2.12). I flussi viscosi adimensionali sono dati invece dalle

$$\mathbf{F}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v - \beta q_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v - \beta q_y \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

dove

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (2.35)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (2.36)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (2.37)$$

$$q_x = -\beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right), \quad (2.38)$$

$$q_y = -\beta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} \right). \quad (2.39)$$

Nelle espressioni adimensionali delle componenti del flusso termico, in cui $k = \mu$, compare il termine

$$\beta = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mu}{Pr}, \quad (2.40)$$

funzione della temperatura adimensionale locale

$$T = \frac{p}{\rho}. \quad (2.41)$$

2.4 Il modello numerico

La struttura matematica delle leggi integrali del bilancio gode della proprietà additiva. Quindi è sufficiente verificare la conservazione per un insieme $\{\Omega_J\}$ (con $J = 1 \dots N$) di N volumi, elementari ma *finiti*, tali che $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset$ per $I \neq J$ e che $\Omega = \bigcup_J \Omega_j$. La conservazione locale implica quella globale [4], [5], [6], [7], [18], [19].

La cosiddetta formulazione *semidiscretizzata* corrispondente alla (2.2) è data dalla

$$\nu_J \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{W}}_J + \oint_{\partial\Omega_J} \vec{\mathbf{F}}(\mathbf{W}(\vec{x}_B, t)) \cdot \vec{n} ds = 0 \quad , \quad (2.42)$$

dove $\vec{x}_B \in \partial\Omega_J$, mentre

$$\nu_J \equiv m(\Omega_J) = \int_{\Omega_J} d\Omega \quad (2.43)$$

è la misura del J -mo volume finito ed infine

$$\tilde{\mathbf{W}}_J = \frac{1}{\nu_J} \int_{\Omega_J} \mathbf{W} d\Omega \quad (2.44)$$

è il valor medio del vettore delle variabili conservative sulla regione elementare considerata. Le (2.42) sono scritte per delle regioni Ω_J invarianti nel tempo. Dalla (2.42) si ottiene

$$\nu_{i,j} \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{W}}_{i,j} + \mathcal{D} \tilde{\mathbf{W}}_{i,j} = 0 \quad , \quad (2.45)$$

dove \mathcal{D} è un operatore di discretizzazione spaziale dato dalla somma di tre operatori

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_C + \mathcal{D}_A + \mathcal{D}_V \quad , \quad (2.46)$$

convettivo (C), di dissipazione artificiale (A) e diffusivo (V).

La cella (i, j) è individuata dai punti ABCD della figura 2.1. Se si denota con $\ell = (\ell_1, \dots, \ell_4)$ l'insieme dei dati AB, BC, CD, DA, il secondo termine a primo membro della (2.45) si può descrivere come

$$\mathcal{D} \tilde{\mathbf{W}}_{i,j} = \sum_{k=1}^4 \left(\vec{\mathbf{H}}_E - \vec{\mathbf{H}}_V \right) \Big|_{\ell_k} \cdot \vec{n}_{\ell_k} \quad , \quad (2.47)$$

dove con $\vec{\mathbf{H}}_{E(V)}$ si indica usualmente una funzione flusso numerico che approssima il flusso euleriano (viscoso) $\vec{\mathbf{F}}_{E(V)}$.

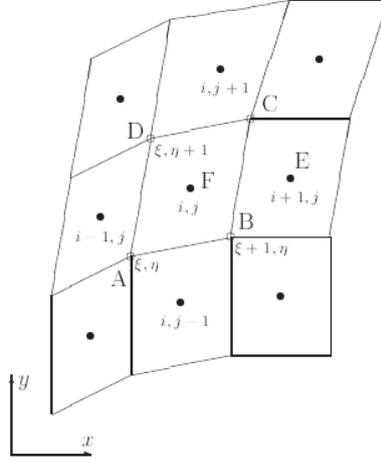


Figura 2.1: Griglia strutturata bidimensionale

I vettori \vec{n}_{ℓ_k} hanno per modulo la lunghezza del lato ℓ_k e sono dati da

$$\vec{n}_{\ell_k} = (\Delta y)_{\ell_k} \vec{i} + (\Delta x)_{\ell_k} \vec{j} \quad . \quad (2.48)$$

Con dei segni opportuni per le differenze di coordinate $(\Delta y)_{\ell_k}$ ed $(\Delta x)_{\ell_k}$, essi sono diretti normalmente alla faccia della cella ed orientati nel verso uscente.

Ad esempio, per il lato AB si ha

$$(\Delta y)_{AB} = y_B - y_A \quad ; \quad (\Delta x)_{CD} = -(x_B - x_A) \quad .$$

L'area $\nu_{i,j}$ viene calcolata secondo la formula

$$\nu_{i,j} = \frac{1}{2} |(x_C - x_A)(y_D - y_B) - (y_C - y_A)(x_D - x_B)| \quad , \quad (2.49)$$

che mostra come l'area di un quadrilatero possa ricavarsi dal modulo del prodotto vettoriale di una coppia di vettori che connettono vertici opposti.

2.4.1 Schema di integrazione del tempo

Per problemi in cui le celle non cambiano nel tempo, il sistema di equazioni differenziali ordinarie associato alla (2.45) diventa

$$\frac{d}{dt} \mathbf{W}_{i,j} + R \mathbf{W}_{i,j} = 0 \quad (2.50)$$

con $i = 1, \dots, N_i$, $j = 1, \dots, N_j$ e dove $R\mathbf{W}_{i,j}$ è la funzione *residuo* definita dalla

$$R\mathbf{W}_{i,j} = \frac{1}{V_{i,j}} [\mathcal{D}_c + \mathcal{D}_A + \mathcal{D}_V] \mathbf{W}_{i,j} \quad (2.51)$$

Per l'avanzamento nel tempo della soluzione è possibile utilizzare una varietà di metodi di integrazione [16]. I metodi del tipo *Runge-Kutta* (RK), cioè multistadio ad un sol passo, sono particolarmente adatti per la soluzione numerica del sistema (2.50) perché richiedono una limitata quantità di memoria destinata all'immagazzinamento dei dati e sono facili da codificare se combinati con delle tecniche di accelerazione della convergenza a griglie multiple. Per esempio, se si usa uno schema *standard*, di RK a quattro stadi, che ha una accuratezza del quarto ordine nel tempo, si può scrivere

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{(0)} &= \mathbf{W}^n \\ \mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{W}^{(0)} - \frac{\Delta t}{2} R^{(0)} \\ \mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{W}^{(0)} - \frac{\Delta t}{2} R^{(1)} \\ \mathbf{W}^{(3)} &= \mathbf{W}^{(0)} - \Delta t R^{(2)} \\ \mathbf{W}^{(4)} &= \mathbf{W}^{(0)} - \frac{\Delta t}{6} \{R^{(0)} + 2R^{(1)} + 2R^{(2)} + R^{(3)}\} \\ \mathbf{W}^{n+1} &= \mathbf{W}^{(4)} \end{aligned}$$

dove i pedici $(\cdot)_{i,j}$ sono stati omessi per comodità e gli apici $(\cdot)^n$, $(\cdot)^{n+1}$ si riferiscono, rispettivamente, al livello di tempo attuale, $t_n = n\Delta t$, ed al livello di tempo successivo, $t_{n+1} = (n+1)\Delta t$.

Se interessa la simulazione di un flusso stazionario si può ancora considerare la soluzione numerica delle equazioni *time dependent*. In un approccio cosiddetto *time marching* un problema fluidodinamico stazionario si formula come un problema *pseudo*-stazionario in cui il tempo viene considerato come una coordinata di evoluzione. In tal modo una strategia *time marching* equivale ad un processo iterativo la cui convergenza corrisponde all'esistenza di uno stato stazionario. Del resto, l'impiego di metodi iterativi è inevitabile nella soluzione di problemi non lineari come quelli retti dalle equazioni di Navier-Stokes.

Gli schemi del tipo RK hanno il pregio ulteriore di poter essere convenientemente progettati per l'ottenimento di una soluzione stazionaria. In tal caso l'accuratezza temporale non è significativa e questo permette di definire delle classi di schemi con buone proprietà di stabilità e di smorzamento dell'errore numerico, adatti per processi risolutivi ad alta velocità di convergenza.

2.5 Modellazione della turbolenza

Il sistema di equazioni mediate (2.17)-(2.18)-(2.28) è formalmente equivalente al sistema di equazioni di Navier-Stokes, valide in generale. Esso presenta come termini aggiuntivi delle correlazioni del tipo $\overline{f''g''}$, introdotte dall'operazione di media e non può essere risolto senza delle informazioni addizionali sulle nuove incognite. È necessario introdurre un *modello di turbolenza* che specifichi le relazioni che esistono fra le incognite aggiuntive $\underline{\tau}_R$ e $\overline{\rho h''V''}$ in funzione delle variabili dipendenti mediate [7], [6]. Queste relazioni sono in genere modellate sulla base di considerazioni teoriche ed, inevitabilmente, avvalendosi di informazioni di carattere empirico. Il modello di turbolenza deve essere accoppiato alle equazioni di Navier-Stokes mediate.

Una importante assunzione che viene sempre fatta nel trattamento dei flussi turbolenti riguarda l'influenza delle fluttuazioni della densità sul modello di turbolenza. Secondo questa assunzione, nota come *ipotesi di Morkovin*, le fluttuazioni ρ' non influenzano significativamente la struttura delle fluttuazioni turbolente delle altre grandezze per numeri di Mach locali non troppo elevati. Per strati limite e scie questa ipotesi vale per $M < 5$, mentre per i getti la limitazione è $M < 1.5$.

Questo significa che i modelli di turbolenza basati su dati empirici forniti da esperimenti su flussi incomprimibili sono ugualmente utilizzabili per le quantità mediate che compaiono nelle RANS scritte per flussi comprimibili, in assenza di *effetti delle alte temperature*.

Nei procedimenti di chiusura delle equazioni RANS detti *del primo ordine*, gli sforzi di Reynolds sono espressi in termini delle velocità mediate, in una forma analoga ai corrispondenti sforzi viscosi medi. Secondo la classica *as-*

sunzione di Boussinesq, si introduce una *viscosità turbolenta* μ_T , detta anche *eddy viscosity*, tale che

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho V_i'' V_j''} = \mu_T \left[\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\underline{\nabla} \cdot \tilde{\underline{V}}) \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad . \quad (2.52)$$

L'ultimo termine nella (2.52) deve essere introdotto per consistenza poiché la traccia del tensore degli sforzi di Reynolds

$$\sum_i \tau_{i,i}^R = \sum_i -\overline{\rho V_i'' V_j''} = -2\bar{\rho}k$$

deve essere pari al doppio dell'energia cinetica turbolenta.

Analogamente viene modellato il flusso termico turbolento definendo un coefficiente di *conducibilità termica turbolenta* k_T tale che

$$\overline{\rho h'' \underline{V}''} = -k_T \underline{\nabla} \bar{T} = -\gamma \frac{\mu_T}{Pr_T} \underline{\nabla} \tilde{e} \quad (2.53)$$

dove Pr_T è il *numero di Prandtl turbolento*.

Se si introducono queste espressioni nelle RANS si ottengono delle equazioni formalmente identiche a quelle di Navier-Stokes. Al posto di μ e k compaiono rispettivamente

$$\mu^{Tot} = \mu + \mu_T \quad \text{e} \quad k^{Tot} = k + k_T \quad .$$

Inoltre l'ultimo termine della (2.52), contributo della energia cinetica turbolenta media al bilancio della quantità di moto, compare al fianco della pressione termodinamica:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \tilde{\underline{V}} \\ \bar{\rho} \tilde{\underline{E}} \end{bmatrix} + \underline{\nabla} \cdot \begin{bmatrix} (\bar{\rho} \tilde{\underline{V}})^T \\ \bar{\rho} \tilde{\underline{V}} \tilde{\underline{V}} + \bar{\mathcal{P}} \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{\tau}}^{Tot} \\ (\bar{\rho} \tilde{H} \tilde{\underline{V}} - \tilde{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{\tau}}^{Tot} - \underline{\underline{q}}^{Tot})^T \end{bmatrix} = 0 \quad , \quad (2.54)$$

dove

$$\bar{\mathcal{P}} = \bar{p} + \frac{2}{3} (\bar{\rho}k) \quad , \quad (2.55)$$

$$\tau_{ij}^{Tot} = \mu^{Tot} \left[\frac{\partial \tilde{V}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\underline{\nabla} \cdot \tilde{\underline{V}}) \delta_{ij} \right] \quad , \quad (2.56)$$

$$\underline{q}^{Tot} = -k^{Tot} \underline{\nabla} \bar{T} \quad . \quad (2.57)$$

Questo è l'approccio più semplice alle equazioni di Navier-Stokes per i flussi turbolenti ed i vari modelli di turbolenza vengono in questo caso distinti a seconda del modo in cui tentano di stimare i “coefficienti turbolenti” introdotti.

L'ordine di un particolare modello di turbolenza corrisponde al numero di equazioni di trasporto addizionali che vanno utilizzate per la stima di μ_T e di k_T . In base a questa classificazione possiamo distinguere:

- modelli a 0 equazioni. Sono i modelli algebrici, come quello di Baldwin-Lomax [9], in cui non viene risolta nessuna equazione di evoluzione per le variabili turbolente, ma vengono direttamente calcolate tramite formule empiriche.
- modelli a 1 equazione. Sono i modelli che introducono una equazione di trasporto di una variabile turbolenta, come il modello di Spalart-Allmaras [11] o quello di Spalart-Allmaras con la correzione di Shur per la curvatura delle superfici [13].
- modelli a 2 equazioni. Sono i modelli che utilizzano due equazioni di trasporto di grandezze turbolente, come il modello $K - \omega$ [10] nel quale vengono considerati il bilancio di energia cinetica turbolenta k e di dissipazione specifica ω .

2.6 Modello per flussi instazionari

Nel caso si debbano simulare dei flussi instazionari, si ha la possibilità di usare algoritmi di tipo implicito o esplicito. Usando un algoritmo esplicito si è soggetti dal punto di vista numerico a molte restrizioni: occorrono step temporali piccoli, non possono essere applicate tecniche di accelerazione della convergenza, non può essere implementato un algoritmo multigrid. Una discretizzazione implicita supera le limitazioni degli schemi espliciti.

Jameson[3] ha sviluppato un approccio multigrid per la soluzione delle equazioni di Eulero detto “dual-time stepping”. Si basa su uno schema alle differenze centrali nello spazio ed uno schema implicito multistep nel tempo, le equazioni non-lineari così discretizzate sono risolte in uno “pseudo-tempo” cercando di ottenere la soluzione stazionaria con un algoritmo multigrid per ogni step temporale fisico. Seguendo quanto scritto da Jameson, si possono esprimere le equazioni 2.50 come una derivata temporale di tipo *backward* al secondo ordine

$$\frac{3\mathbf{W}^{n+1}}{2\Delta t} - \frac{2\mathbf{W}^n}{\Delta t} + \frac{\mathbf{W}^{n-1}}{2\Delta t} + R(\mathbf{W}^{n+1}) = 0 \quad (2.58)$$

Questa equazione è non lineare a causa del termine $R(\mathbf{W}^{n+1})$ e non può essere risolta direttamente. Jameson la risolve iterativamente modificandola, ovvero la integra su un tempo fittizio

$$\frac{d}{d\tau}\mathbf{W} + R^\tau(\mathbf{W}) = 0 \quad (2.59)$$

con il residuo *alterato*:

$$R^\tau(\mathbf{W}^\nu) = \frac{3\mathbf{W}^\nu}{2\Delta t} - \frac{2\mathbf{W}^n}{\Delta t} + \frac{\mathbf{W}^{n-1}}{2\Delta t} + R(\mathbf{W}^\nu) = 0 \quad (2.60)$$

L’integrazione del sistema 2.58 per ogni passo temporale fisico può essere condotta con le stesse tecniche numeriche utilizzate per le simulazioni stazionarie. Eseguendo un numero di sotto-iterazioni, con indice ν , si raggiunge uno pseudo-stato stazionario:

$$\tau \rightarrow \infty \implies \frac{d}{d\tau}\mathbf{W} \rightarrow 0 \implies \mathbf{W}^\nu \rightarrow \mathbf{W}^{n+1} \quad (2.61)$$

Tutte le tecniche per accelerare la convergenza possono essere usate per lo pseudo-stato stazionario.

Campi di moto con metodi CFD

3.1 La scelta RANS/URANS

Come evidenziato nel capitolo 1, la previsione con metodi CFD di flussi intorno a configurazioni di interesse aeronautico è una parte fondamentale della progettazione aeronautica. Le caratteristiche principali che si cercano in una simulazione numerica sono essenzialmente due: rapidità di calcolo, accuratezza della soluzione. Quando si ha a che fare con condizioni di moto di crociera, diversi metodi numerici possono essere adoperati, si pensi ad esempio ai metodi a pannelli, che coniugano bassa richiesta di potenza di calcolo e buoni risultati. Quando invece ci spingiamo nella risoluzione di campi di moto in alta portanza, il problema si complica notevolmente [27]. I problemi inerenti agli effetti tridimensionali, influenza della transizione e dell'instazionarietà del flusso, rendono difficile ottenere un accordo con i dati sperimentali, che, d'altra parte e per le stesse ragioni, sono difficili da controllare. Le difficoltà aumentano quando si è interessati alla simulazione di condizioni di post-stallo con ampie zone del flusso fortemente separate. Recenti lavori sull'argomento [29], [30], [12], hanno mostrato le possibilità dei modelli più avanzati, in particolare la tecnica Detached Eddy Simulation (DES), nella simulazione di un flusso incomprimibile intorno ad un profilo alare ad elevatissime incidenze (45° e 90°). In queste condizioni sono stati messi in luce i limiti dei modelli Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) ed Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes (URANS) a causa dell'elevata tridimensionalità ed instazionarietà del flusso. Forse ancora più difficili da simulare con gli attuali strumenti sono le condizioni di stallo ed immediato post-stallo, in quanto la previsione del/dei punti di separazione sul corpo diventa, in queste condizioni, cruciale. La separazione, in particolare quella laminare, è fortemente influenzata a sua volta dalla previsione della transizione a regime turbolento. Un'ulteriore problema è dato dalla difficoltà, in queste condizioni, di ottenere effettive soluzioni numeriche con residuo nullo delle equazioni che modellano il flusso. Questa garanzia richiede inoltre di verificare, con onerose simulazioni, la convergenza per il passo spaziale $h \rightarrow 0$ e passo temporale $\Delta t \rightarrow 0$.

Lo scopo di questo lavoro è quello verificare la possibilità di ottenere simu-

lazioni numeriche accurate dello stallo e post-stallo “bidimensionale” di un profilo alare con metodi RANS/URANS standard. In particolare, si è indagato circa la possibilità di ottenere simulazioni numeriche convergenti per $h \rightarrow 0$ e $\Delta t \rightarrow 0$. Per testare ulteriormente i metodi RANS si è cercata la soluzione di campi di moto attorno ad un profilo con flap, ad un profilo transonico e ad un’ala tridimensionale, sempre con particolare attenzione all’accuratezza del calcolo ed alla convergenza numerica.

3.2 Strumenti utilizzati

Le simulazioni numeriche sono state effettuate tramite l’applicazione di un metodo numerico sviluppato presso il Dipartimento di Progettazione Aerospaziale a partire dal 1993, implementato in un programma di calcolo generale, scritto in FORTRAN 77 ANSI, denominato *Flosim* [16]. D’ora in avanti indicheremo questo metodo con la sigla DIAS (dipartimento di Ingegneria Aerospaziale).

Le soluzioni analizzate in questo lavoro sono state ottenute oltre che con il metodo DIAS, anche con il codice FLOWer, sviluppato al DLR (Centro Ricerche Aerospaziali Tedesco) a partire dal 2000, nell’ambito del progetto MEGAFLOW. Questo solutore è in nostro possesso in virtù di una collaborazione in atto tra DLR e DIAS. Il codice FLOWer è utilizzato sia in ambito di ricerca che in ambito industriale, quindi è stato un ottimo strumento di verifica delle soluzioni ottenute con Flosim.

3.2.1 Il metodo DIAS

Il metodo DIAS permette la simulazione numerica di flussi bidimensionali, subsonici, transonici e supersonici, intorno a geometrie complesse. Lo schema numerico adottato è quello classico di Jameson, Schmidt e Turkel (JST), centrale con viscosità artificiale adattiva ed esplicito [4]. La discretizzazione temporale è ottenuta con uno schema Runge-Kutta esplicito del quinto ordine, per i calcoli instazionari si adotta la tecnica *dual time stepping*. Nella

risoluzione dei campi di moto attorno a geometrie complesse, una delle maggiori difficoltà è la costruzione di una griglia di calcolo opportuna attraverso la quale discretizzare ed integrare le equazioni del moto. In generale risulta difficile, se non impossibile, riuscire a generare una griglia computazionale intorno a geometrie arbitrarie e topologicamente multiconnesse. Per superare questa difficoltà è adottato un approccio risolutivo basato sulla tecnica di decomposizione in blocchi computazionali del dominio di calcolo: tecnica *Multiblock*. L'idea di base è quella di ripartire la regione di interesse in N sottodomini, in ciascuno dei quali viene generata indipendentemente una griglia computazionale e vengono risolte separatamente le equazioni del moto. Ulteriore tecnica numerica adottata è l'algoritmo *Multigrid*. In pratica dalla griglia computazionale di partenza si ottengono delle sotto-griglie dividendo il numero di punti presenti su ogni lato della griglia per un fattore 2. La soluzione viene calcolata sulla griglia più *coarse*, con meno punti, con una maggiore velocità. La soluzione così ottenuta viene poi interpolata sulle griglie più fitte, fino ad arrivare a quella iniziale, sulla quale si effettua il successivo step temporale, e si ripete il ciclo di interpolazioni della nuova soluzione sulle griglie meno fitte. Il metodo DIAS risolve le equazioni di Eulero e di Navier-Stokes, con la possibilità di scegliere diversi modelli di turbolenza per la chiusura delle stesse: Baldwin-Lomax, $K - \Omega$ SST, Spalart-Allmaras e Spalart-Allmaras con la correzione di Shur. Le equazioni di tutti i modelli di turbolenza sono risolte con una formulazione ai volumi finiti, disaccoppiate dalle Navier-Stokes, con un metodo di integrazione nel tempo, esplicito di tipo Eulero. Le equazioni sono risolte, per ogni livello di griglia, solo sul livello corrente senza effettuare le "discese" sui livelli più *coarse*. Il metodo DIAS è stato ampiamente validato negli anni con numerose tesi di laurea e pubblicazioni.

3.2.2 Il metodo DLR

FLOWer risolve le equazioni di Eulero e diversi modelli viscosi delle equazioni di Navier-Stokes, con metodi ai volumi finiti e schema numerico sia

cell-centered che *cell-vertex*, su griglie strutturate 2D e 3D a blocchi. La chiusura delle equazioni di Navier-Stokes per la turbolenza è possibile con diversi modelli: 2 algebrici (Baldwin-Lomax ed una variante), 3 ad una equazione (Spalart-Allmaras e due varianti) e 4 a due equazioni ($k - \omega$ e tre varianti). Come per il metodo DIAS, la discretizzazione temporale è ottenuta con uno schema Runge-Kutta esplicito del quinto ordine, per calcoli instazionari si può adottare anche la tecnica *dual time stepping*. La discretizzazione spaziale è ottenuta sia con schemi centrali che upwind. Lo schema centrale, ricavato dallo schema di Jameson, prevede una dissipazione artificiale di tipo scalare con coefficienti di peso differenziati a seconda delle direzioni, ma si può ottenere anche una dissipazione di tipo matriciale. Lo schema upwind è ricavato dallo schema AUSM [18], ma è dotato di un sensore basato sulla pressione, che permette di passare ad uno schema di tipo Van Leer nei pressi di un'onda d'urto. Questo metodo è affermato sia in ambito accademico che aziendale, risultando ormai affidabile.

3.3 Profilo a singolo componente: NACA 0012

Al fine di ottenere uno stallo bidimensionale numerico, si è scelto come test-case il profilo NACA 0012, di cui si conoscono i risultati di simulazioni sperimentali di Harris (1981) [14]. La griglia computazionale è formata da un blocco singolo, del tipo a C, con 196608 celle di cui 512 sono disposte lungo il profilo. Possiamo vedere la griglia in figura 3.1; per come è stata concepita, possiamo ottenere a partire da questa griglia altri 2 livelli dimezzando il numero di celle nelle direzioni i e j , in modo da poter sfruttare l'algoritmo multigrid di accelerazione della convergenza presente nei codici utilizzati, ed inoltre in questo modo possiamo valutare la convergenza al variare della dimensione caratteristica del mesh. In base ai dati sperimentali, le condizioni delle simulazioni sono $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$ e $M_\infty = 0.3$. Con il metodo DIAS abbiamo scelto di utilizzare il modello di turbolenza di Spalart-Allmaras con la correzione di curvatura di Shur. Le simulazioni condotte non prevedono l'utilizzo di modelli di transizione da flusso laminare a turbolento, sono *fully turbulent*. La robustezza del modello scelto permette di variare il valore di viscosità turbolenta $\mu_{T\infty}/\mu_\infty$ presente nel flusso, in modo da variare la posizione della transizione *naturale* del flusso da laminare a turbolento. Fissando l'angolo d'attacco pari a 0° , il primo set di simulazioni è servito a posizionare la transizione del flusso al 5% della corda, così come avviene nei risultati di Harris. Fissato questo valore di viscosità asintotica, si è mantenuto costante variando invece l'assetto del profilo. Per gli angoli d'attacco bassi e medi si sono ottenute soluzioni RANS stazionarie convergenti. Nella figura 3.2 si vede la storia di convergenza per il residuo dell'equazione della quantità di moto e per il coefficiente di portanza ad $\alpha = 10^\circ$. Nella figura si notano la variazione delle curve in corrispondenza del cambiamento di livello di griglia (dal meno fitto al più fitto), il residuo della continuità diminuisce di circa 4 ordini di grandezza. Anche con il metodo DLR si ottengono soluzioni stazionarie RANS convergenti, come evidenziato dalla figura 3.3. Il residuo dell'equazione di continuità varia di un fattore 6 in questo caso, inoltre sono necessarie un numero minore di iterazioni, denotando una migliore

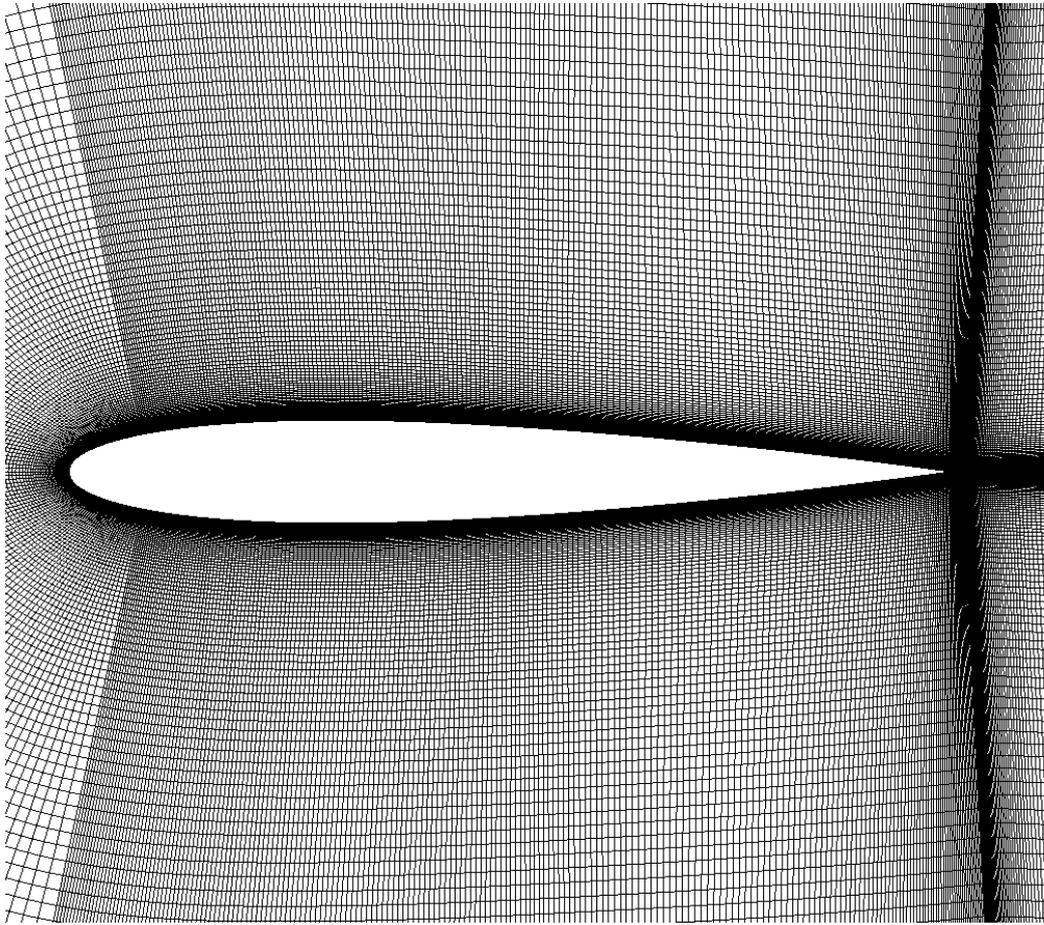


Figura 3.1: Griglia computazionale attorno al profilo NACA 0012.

messa a punto dell'algoritmo multigrid per questo solutore. In questo caso, il modello di Spalart-Allmaras-Shur non è presente, non si è potuta variare la posizione della transizione numerica da flusso laminare a turbolento. Nella figura 3.4 vi è il confronto tra la soluzione numerica e quella sperimentale per diversi angoli d'attacco, l'accordo tra queste è ottimo. Nella figura 3.5 è diagrammato il coefficiente di resistenza aerodinamica calcolato come integrale degli sforzi e delle pressioni sul profilo, fissato l'angolo d'attacco, per diversi passi spaziali della griglia computazionale e diversi metodi numerici. Come si vede, all'aumentare del numero di celle che compongono il dominio numerico la soluzione converge. Abbiamo quindi ottenuto delle soluzioni numeriche convergenti per $h \rightarrow 0$. Dalla figura si evince che per ottenere la

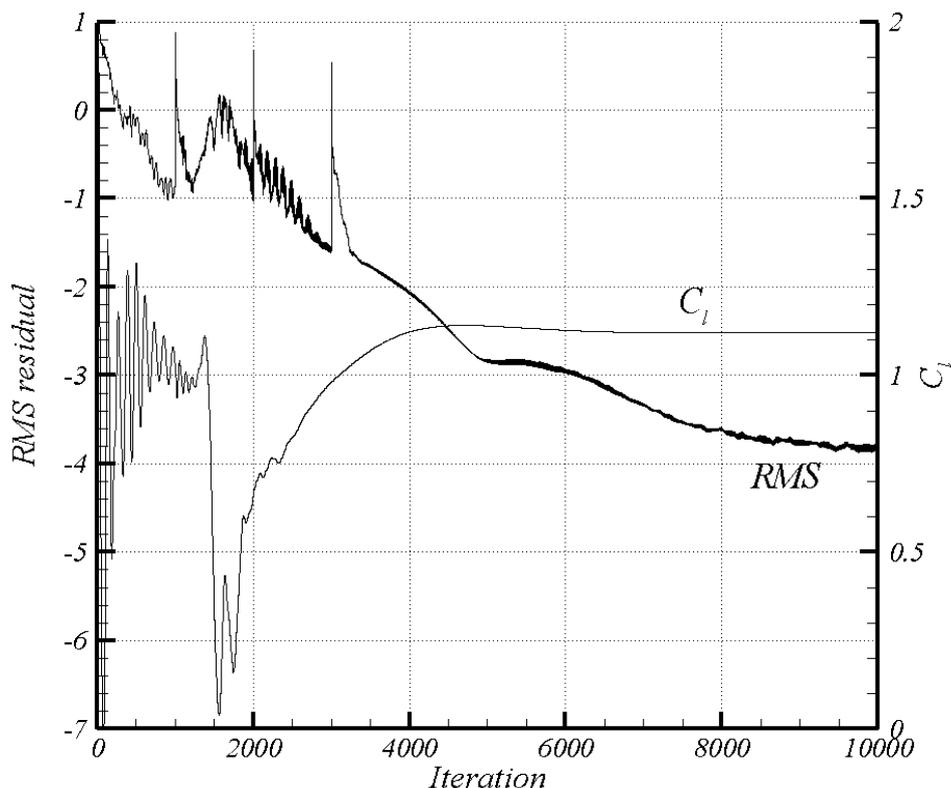


Figura 3.2: Residuo dell'equazione della continuità in funzione del numero di iterazioni. Simulazione RANS con 3 livelli di griglia. $\alpha = 10^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. Metodo DIAS.

soluzione più accurata possibile è necessario avere una griglia infinitamente fitta. All'aumentare dell'angolo d'attacco, avvicinandoci all'assetto di stallo previsto dagli esperimenti, la simulazione RANS non ha dato una soluzione convergente. Si è passati quindi ad utilizzare il metodo URANS. Diminuendo il passo temporale utilizzato per le simulazioni, si è ottenuta una soluzione stazionaria convergente. In pratica l'algoritmo del Dual-Time Stepping utilizzato per calcoli instazionari ha fatto da *smoother* per la soluzione. Nella figura 3.6 si vede come al diminuire del Δt , il coefficiente di portanza e di resistenza del profilo convergono ad un valore stazionario. Questo tipo di

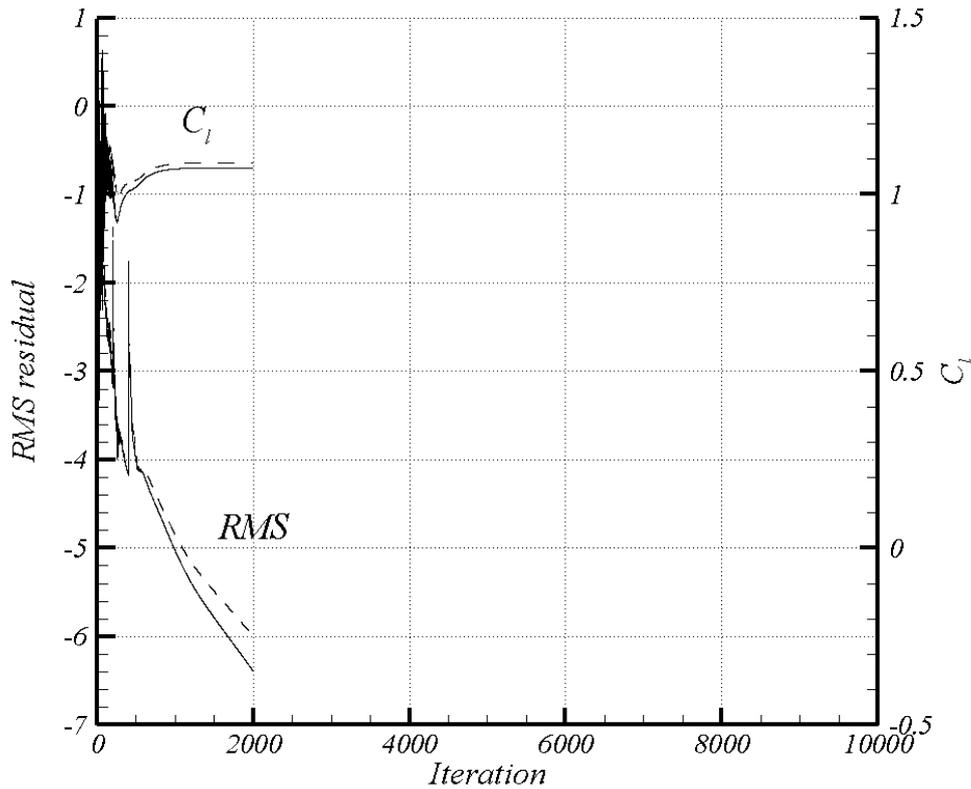


Figura 3.3: Residuo dell'equazione della continuità in funzione del numero di iterazioni. Simulazione RANS con 3 livelli di griglia. $\alpha = 10^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. Metodo DLR: — SA, - - - $k - \omega$.

soluzioni è stato ottenuto per gli angoli d'attacco di stallo e per quelli dell'immediato post-stallo, sia con il metodo DIAS che con il DLR. Anche per queste simulazioni URANS, il risultato è in ottimo accordo con i dati sperimentali, come si vede in figura 3.7. Nella figura è visibile il coefficiente di pressione relativo all'angolo d'attacco di portanza massima con la linea continua, e di stallo con la linea tratteggiata. All'angolo di portanza massima si ottiene un valore di $C_{pmin} = -11$, in accordo con il criterio empirico che individua lo stallo quando il coefficiente di pressione minimo raggiunge il valore -11 appunto. Inoltre, ricordando che tutte le simulazioni sono effettuate ad

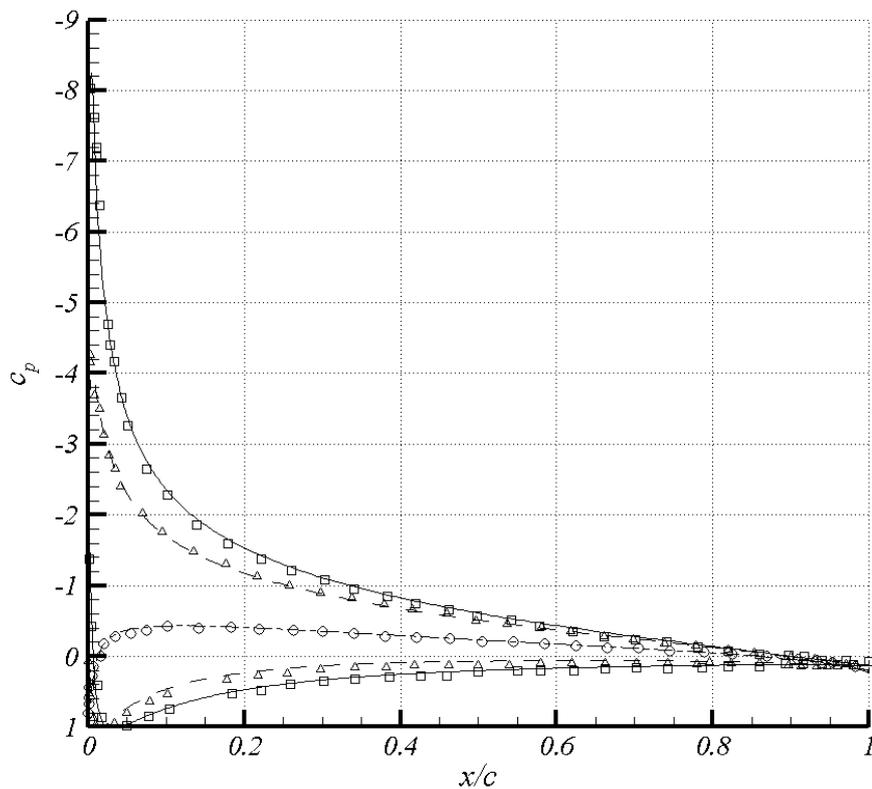


Figura 3.4: Diagramma del coefficiente di pressione lungo il profilo. Metodo DIAS-SAS, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. \circ esperimento, $---$ simulazione ad $\alpha = 0^\circ$; \triangle esperimento, $--$ simulazione ad $\alpha = 8^\circ$; \square esperimento, $—$ simulazione ad $\alpha = 10^\circ$.

un numero di Mach pari a 0.3, per il quale il coefficiente di pressione critico è $C_p^* = -6.95$, nel campo è presente una zona supersonica, come evidenziato nella figura 3.8. Dall'analisi del coefficiente d'attrito del profilo all'angolo di stallo in figura 3.9, si vede la presenza di una bolla di separazione laminare al bordo d'attacco. L'onda d'urto al bordo d'attacco interferisce con lo strato limite ed induce la bolla laminare. A prova di ciò, tutte le simulazioni sono state ripetute con un numero di Mach della corrente asintotica minore (pari a 0.2), per il quale il C_{pmin} non supera mai il valore di C_p^* , ed in questo caso non è presente né la zona supersonica né una bolla laminare. Nella figura

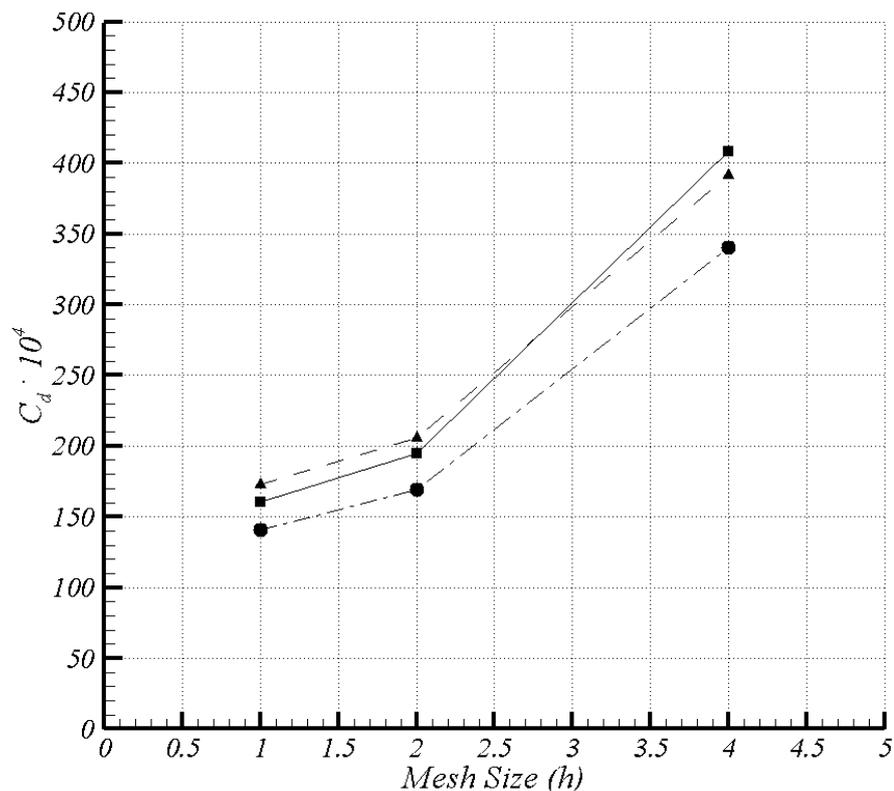
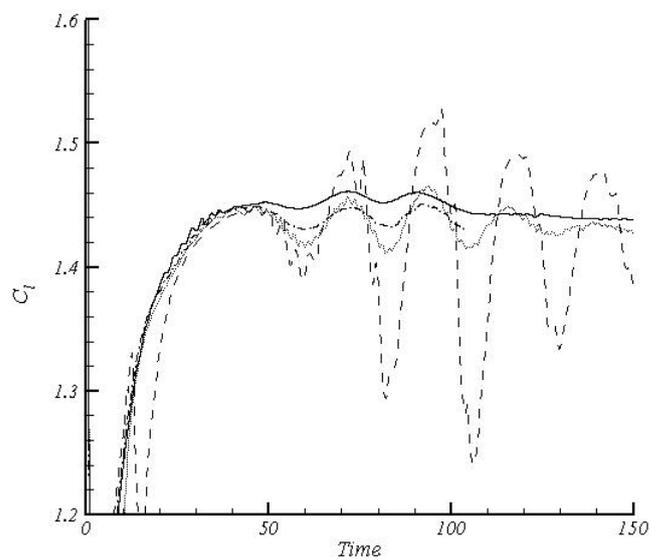


Figura 3.5: Coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione della dimensione della griglia ($h = 4$ è il livello di griglia più largo, $h = 1$ è quello più fine). $\alpha = 10^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. \square : DIAS-SAS, \circ DLR- $k-\omega$, \triangle DLR-SA.

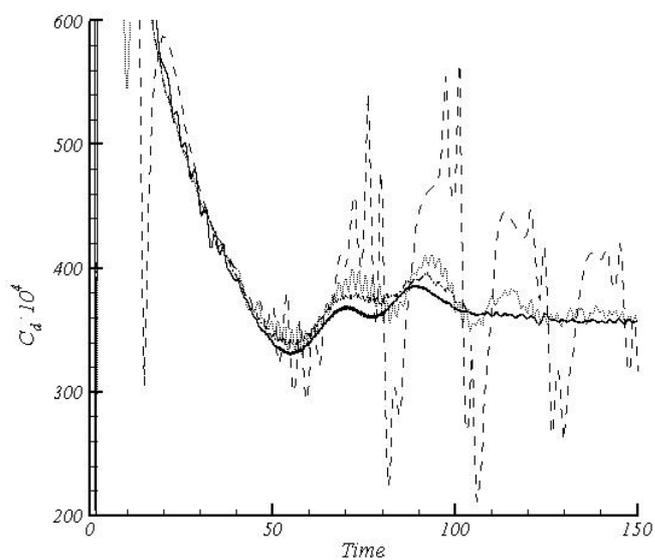
3.10 sono presentate le linee di corrente per un angolo d'attacco nella zona di immediato post-stallo, con visualizzazione del campo di vorticità. Si formano due vortici controrotanti al bordo d'attacco ed al bordo d'uscita, inoltre nella parte posteriore del profilo vi è una zona di flusso separato. Le caratteristiche aerodinamiche del profilo sono riepilogate nelle figure 3.11. I valori sperimentali di Harris sono stati corretti per tenere in conto la tridimensionalità della prova, come suggerito da Harris stesso. La simulazione con il metodo DIAS è in buon accordo con l'esperimento per il valore di portanza massimo e la pendenza della retta di portanza, ma sottostima l'angolo di stallo. Lo stesso

accade per il metodo DLR, che inoltre non mostra un buon accordo con i dati di Harris. Dall'analisi della soluzione, il meccanismo di stallo simulato risulta diverso da quello tipico di questo profilo, che prevede uno stallo combinato da esplosione da bolla laminare al bordo d'attacco e separazione da bordo d'uscita, uno stallo brusco. Invece le simulazioni mostrano uno stallo meno brusco, la bolla laminare al bordo d'attacco non esplode e lo stallo è soltanto da separazione da bordo d'uscita. Nella figura 3.11(b) è diagrammato il coefficiente di resistenza calcolato con i diversi metodi insieme ai dati sperimentali. I metodi numerici sovrastimano la resistenza, e questa differenza aumenta all'aumentare dell'angolo d'attacco. Questo errore nella stima del coefficiente di resistenza è dovuto agli errori numerici e di discretizzazione della griglia. Aumentando ulteriormente l'angolo d'attacco, le simulazioni URANS per $\alpha = 20^\circ$ restituiscono una soluzione convergente instazionaria periodica. Dalla figura 3.12, al diminuire del passo temporale scelto la soluzione non cambia, rimanendo instazionaria e periodica, a meno di piccole variazioni nel valore medio dei coefficienti. In pratica la soluzione del campo di moto è una scia di Karman. Questo risultato contrasta con i risultati presentati in [31], secondo i quali su una lastra piana ad $\alpha = 18^\circ$ i metodi RANS/URANS non sono in grado di simulare una scia di Karman, risultato ottenuto invece con i metodi LES e DES. Nella figura 3.13 si vede come i due vortici sul bordo d'attacco e su quello di uscita visti in figura 3.10 diventano più grandi e si staccano periodicamente dal profilo. Calcolando il numero di Strouhal del fenomeno secondo la formula $St = c \sin \alpha / (TV_\infty)$, ovvero usando come lunghezza caratteristica non la corda del profilo ma l'ingombro frontale, si ottiene un valore di 0.200, confrontabile con il valore di 0.190 ottenuto in [31] per la lastra piana ad $\alpha = 18^\circ$ e il valore di 0.195 ottenuto in [33] per il cilindro. Ricapitolando quanto ottenuto, abbiamo trovato uno stallo bidimensionale per il profilo combinando soluzioni RANS/URANS. Sono state calcolate soluzioni stazionarie RANS fino all'angolo di stallo, soluzioni URANS per l'angolo di stallo e la prima zona di post-stallo, soluzioni URANS instazionarie periodiche per angoli d'attacco molto elevati. Tutte le soluzioni convergono per il passo spaziale $h \rightarrow 0$ e passo temporale $\Delta t \rightarrow 0$.

3.3 PROFILO A SINGOLO COMPONENTE: NACA 0012



(a)



(b)

Figura 3.6: Coefficiente di portanza e di resistenza in funzione del tempo. $\alpha = 14^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. $\Delta t = 0.1$ (blu), 0.05 (rosso), 0.025 (verde), 0.0125 (nero).

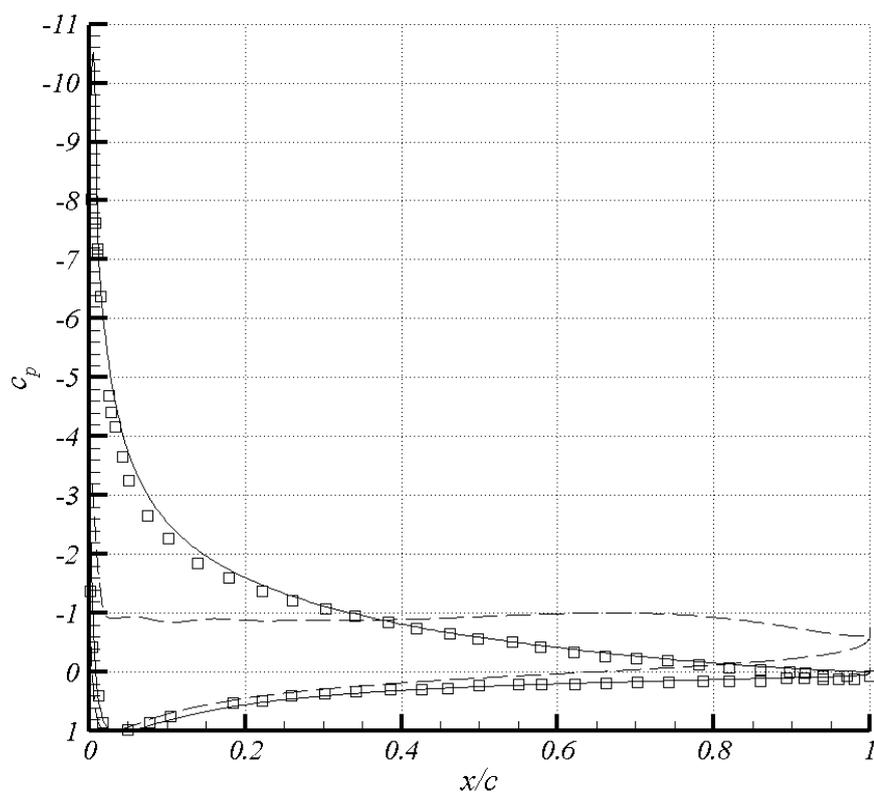


Figura 3.7: Distribuzione del coefficiente di pressione, metodo DIAS-SAS. $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. \square dati sperimentali Harris; — $\alpha = 14^\circ$; - - - $\alpha = 15^\circ$.

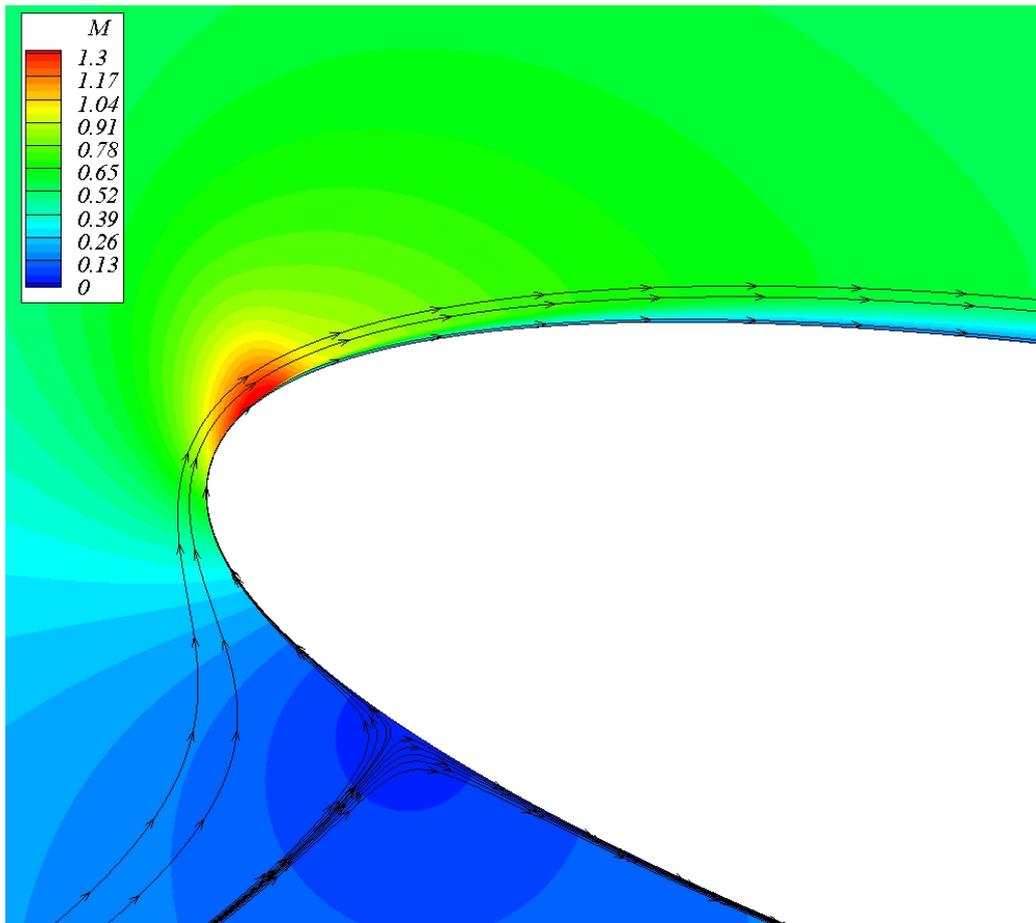


Figura 3.8: Campo del numero di Mach e linee di corrente, metodo DIAS-SAS. Particolare della zona supersonica. $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$, $\alpha = 14^\circ$.

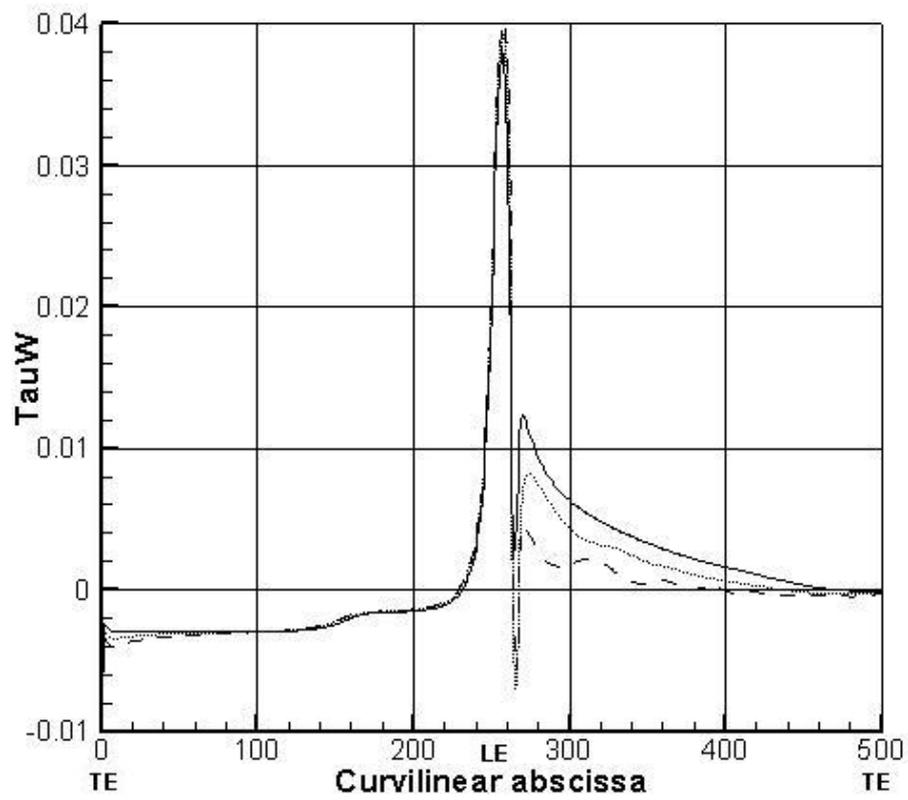


Figura 3.9: Sforzi tangenziale alla parete in funzione dell'ascissa curvilinea. Metodo DIAS-SAS. — : $\alpha = 13.5^\circ$, \cdots : $\alpha = 14^\circ$, - - - : $\alpha = 15^\circ$.

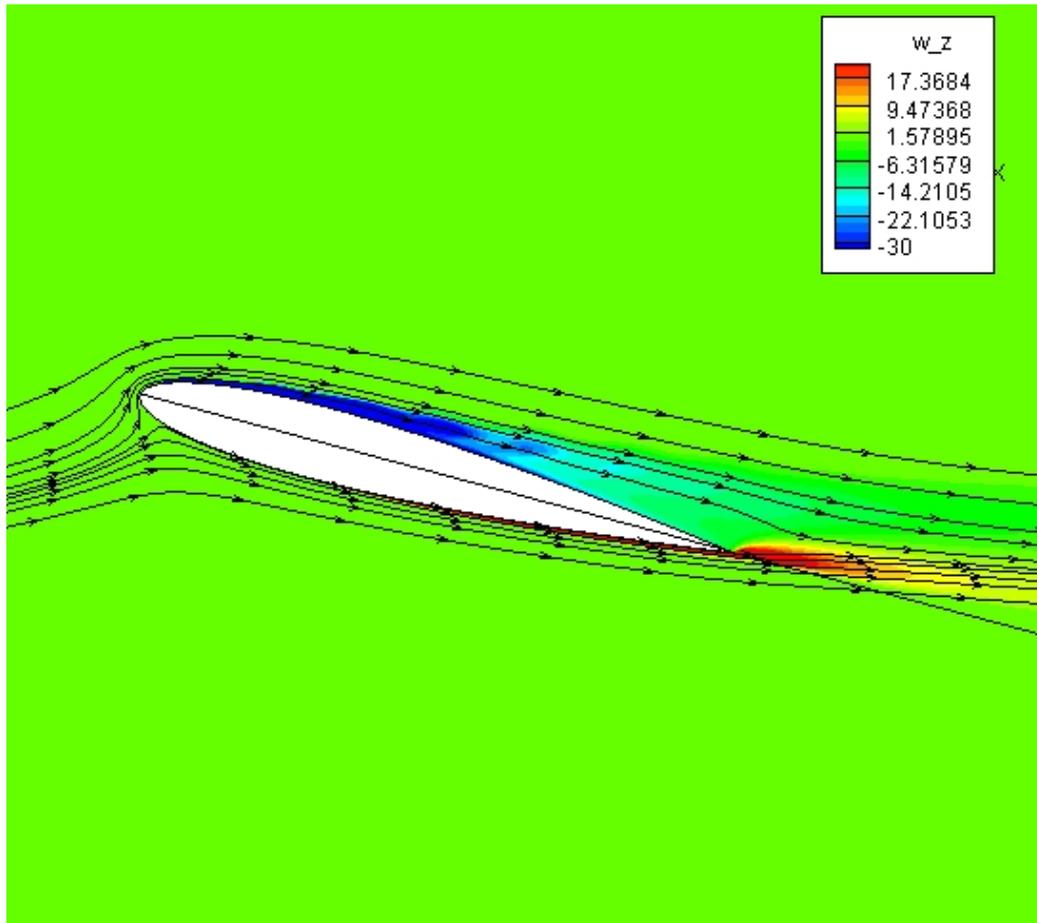
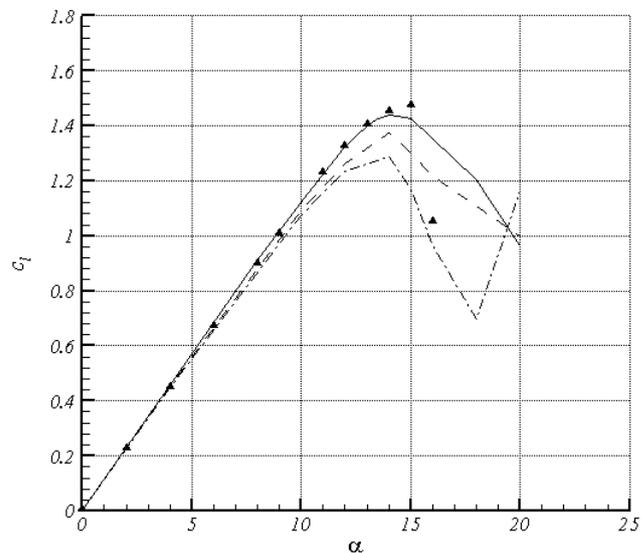
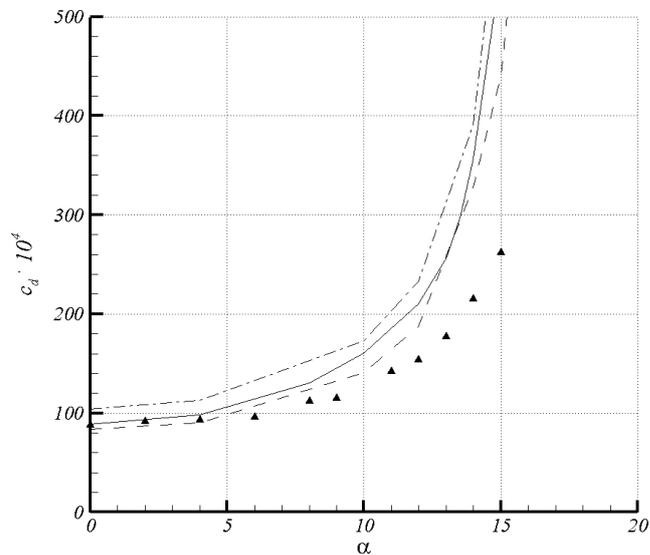


Figura 3.10: Campo di vorticità e linee di corrente, metodo DIAS-SAS. $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$, $\alpha = 15^\circ$.

3.3 PROFILO A SINGOLO COMPONENTE: NACA 0012



(a)



(b)

Figura 3.11: Curva di portanza $C_l = C_l(\alpha)$ e di resistenza $C_d = C_d(\alpha)$. \blacktriangle esperimento Harris, — metodo DIAS-SAS, --- metodo DLR- $k-\omega$, -·- metodo DLR-SA.

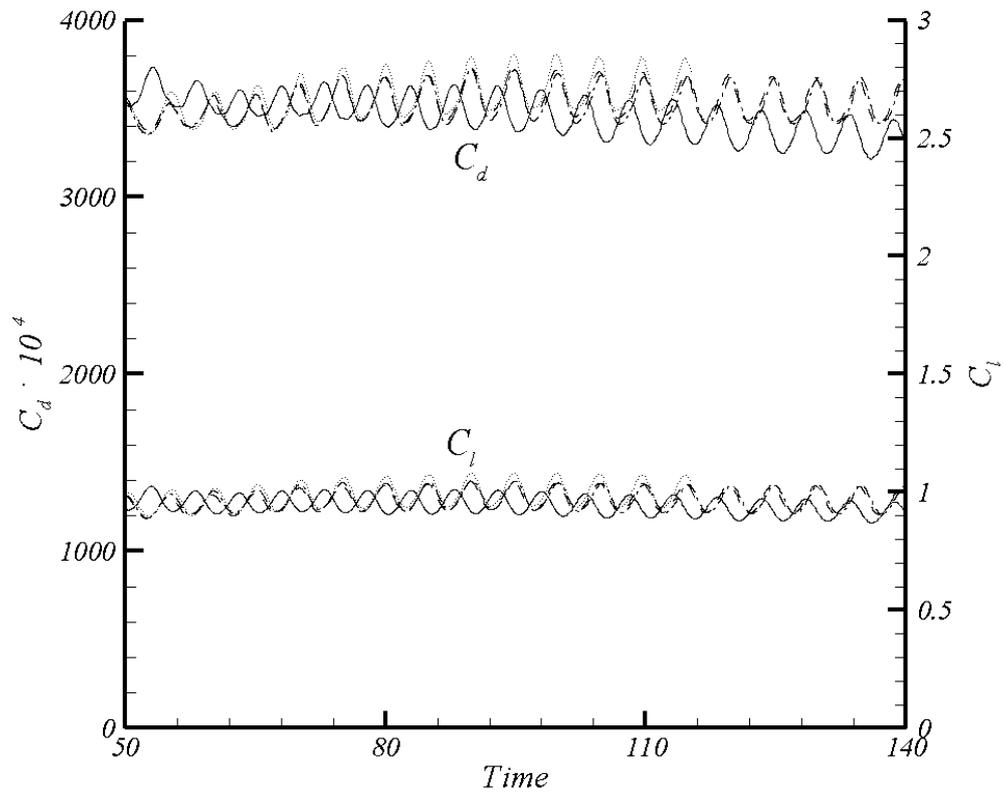


Figura 3.12: Coefficiente di portanza e di resistenza in funzione del tempo, $\alpha = 20^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. Metodo DIAS-SAS. — : $\Delta t = 0.025$, - - - : $\Delta t = 0.0125$, - · - : $\Delta t = 0.00625$, · · · : $\Delta t = 0.003125$.

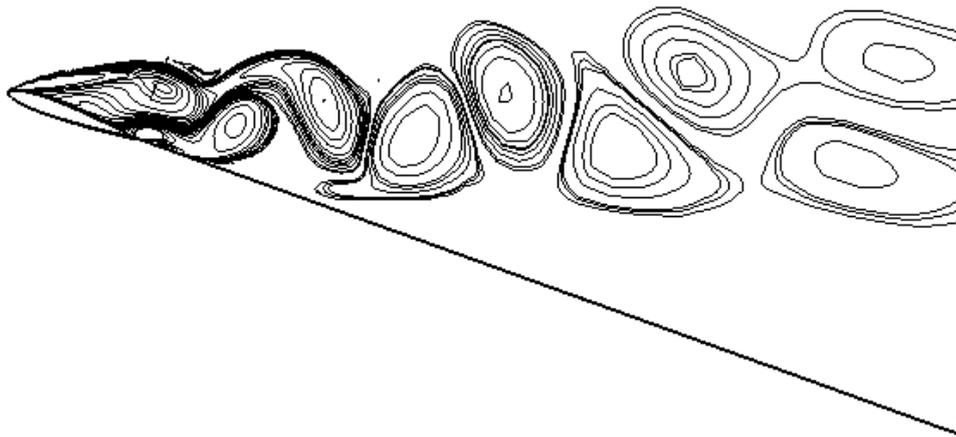


Figura 3.13: Campo di vorticità, particolare della scia di Karman. $\alpha = 20^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. Metodo DIAS-SAS.

3.4 Profilo con flap: NLR 7301

Il profilo NLR 7301 con flap è un classico test-case di alta portanza. Per questo profilo sono disponibili i dati sperimentali di Van den Berg (1980) [34]. Tra i casi analizzati da Van den Berg, abbiamo scelto quello con flap deflesso di $\alpha = 20^\circ$ e gap pari a 2.6%. La lunghezza di riferimento è la corda del profilo principale. La griglia computazionale utilizzata è anche in questo caso di tipo a C, ma formata da 29 blocchi, per un totale di 129920 celle, delle quali 288 sono disposte lungo il profilo principale e 278 lungo il flap. Anche in questo caso è possibile ricavare altri 2 livelli di griglia con un numero minore di celle, per un totale di 3 livelli. Le condizioni della prova sono: $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$, $M_\infty = 0.185$. Nella figura 3.14 è visibile la griglia di calcolo, in particolare i blocchi attorno al profilo ed al flap. Con il metodo DIAS si è scelto come modello di turbolenza ancora lo Spalart-Allmaras-Shur. Anche in questo caso il primo set di simulazioni è servito a scegliere il valore $\mu_{T\infty}/\mu_\infty$ da assegnare al flusso asintotico. Il valore standard per la viscosità asintotica in questo modello è $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 1.34$, ma con questa scelta ad $\alpha = 0^\circ$ non si ottiene una bolla di separazione laminare al bordo d'attacco, così come previsto dagli esperimenti. Abbassando questo valore abbiamo ripetuto le simulazioni fino a raggiungere una congruenza con la fisica dell'esperimento. Il valore usato in tutte le simulazioni effettuate è stato $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$. Nella figura 3.15 vi è la storia di convergenza per il residuo dell'equazione di continuità e per il coefficiente di portanza per un angolo d'attacco medio. Il residuo della continuità varia di circa 4 ordini di grandezza. Dal confronto tra i risultati sperimentali e quelli numerici di figura 3.16 si nota un ottimo accordo. Si ottengono soluzioni stazionarie RANS fino all'incidenza di $\alpha = 13.1^\circ$, convergenti per il passo spaziale e temporale tendenti entrambi a zero, come evidenziato dalla figura 3.17. Per incidenze superiori e prossime a quelle di stallo, non si ottengono soluzioni convergenti RANS. Il flusso sembra instazionario, e quindi si è passati ad utilizzare il solutore URANS. Ancora una volta, l'effetto del calcolo instazionario è stato quello di smorzare le oscillazioni e convergere ad un risultato stazionario, come si vede in

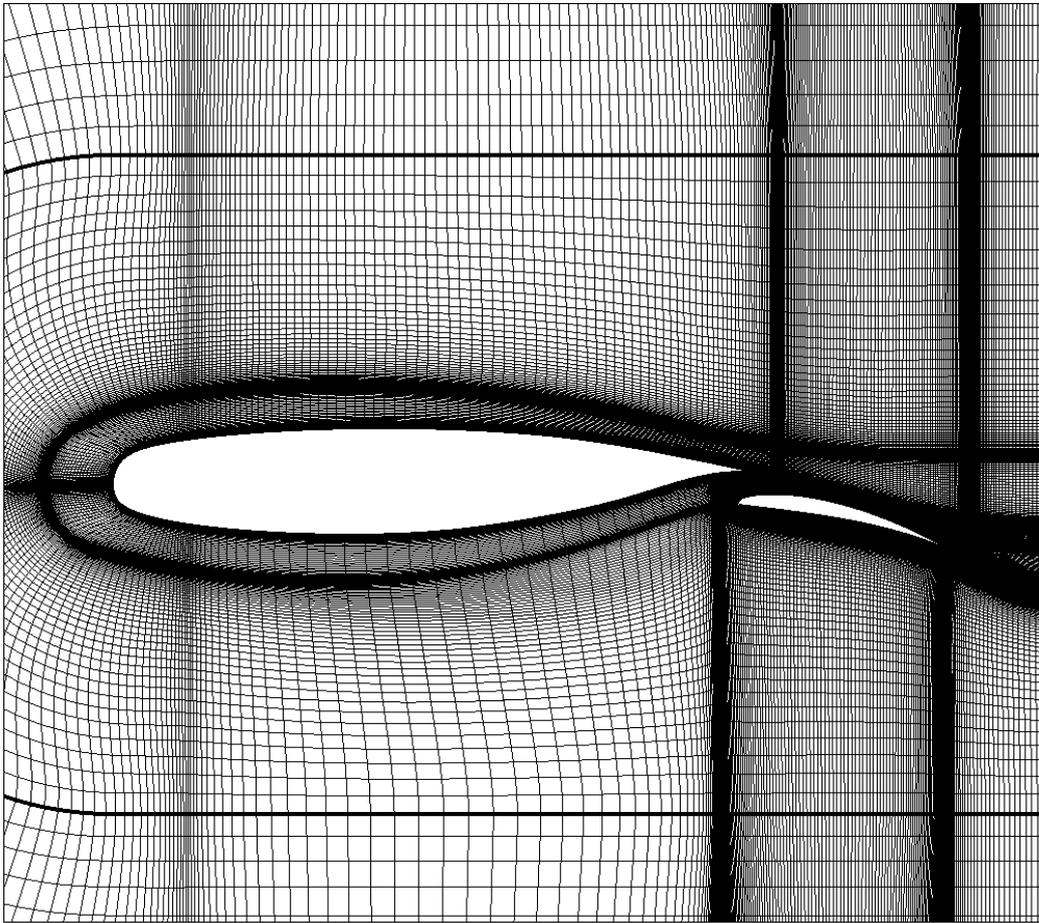


Figura 3.14: Griglia computazionale attorno al profilo NLR 7301 con flap.

figura 3.18. Da notare che sono necessarie un numero enorme di iterazioni per ottenere la soluzione convergente. Si ottiene un valore per l'angolo di portanza massimo di $\alpha = 14.1^\circ$, in accordo con i dati sperimentali. Come detto prima, con il valore standard di turbolenza asintotica non si ottiene una bolla di separazione laminare così come evidenziato negli esperimenti, e come si vede in figura 3.19(b). Invece con un valore inferiore la fisica del campo di moto viene simulata, come si vede in figura 3.19(a). Vi è la presenza di una bolla laminare al bordo d'attacco già a partire da una incidenza di $\alpha = 6^\circ$. L'estensione della bolla si riduce al crescere dell'incidenza, fino a scoppiare dando dunque un meccanismo di stallo brusco da esplosione di bolla. Invece con il valore maggiore di turbolenza asintotica la bolla non è presente, lo

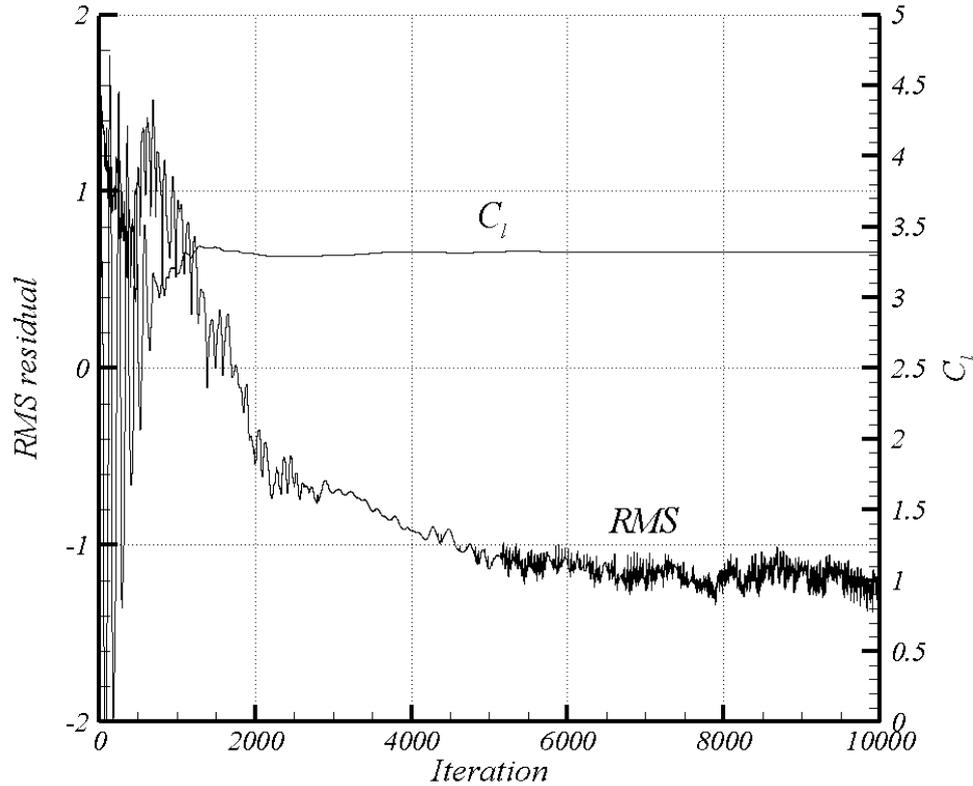


Figura 3.15: Storia di convergenza del residuo dell'equazione di continuità (RMS) e del coefficiente di portanza per il profilo NLR. Metodo DIAS-SAS, $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$.

stallo avviene ad un angolo maggiore, ed il meccanismo è da separazione da bordo d'uscita. Nella figura 3.20 possiamo vedere le linee di corrente del campo di moto per un angolo di immediato post-stallo. Vi sono ampie zone di flusso separato e ricircolazione. Nella tabella 3.1 vi è un confronto tra la posizione e l'estensione della bolla laminare sperimentale e quella numerica, si nota come i valori non rispecchiano un buon accordo, ma gli andamenti invece sono gli stessi. Le caratteristiche aerodinamiche del profilo NLR 7301 con flap sono sintetizzate nella curva di portanza di figura 3.21. Per gli angoli d'attacco medi e bassi vi è un ottimo accordo con i dati sperimentali. Il

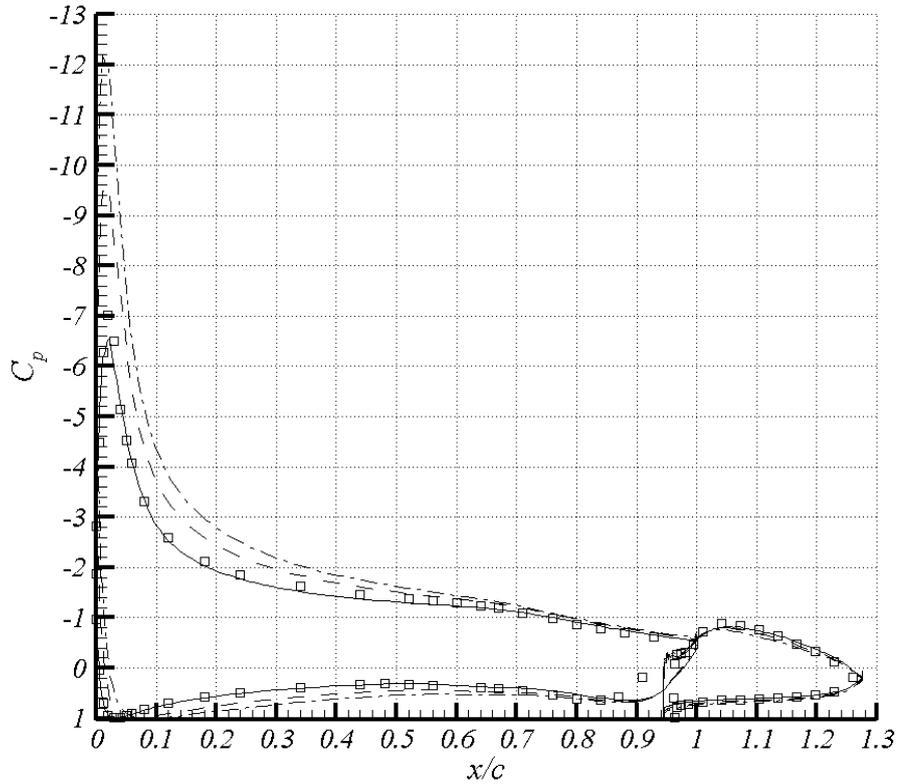


Figura 3.16: Diagramma del coefficiente di pressione lungo il profilo NLR. Metodo DIAS-SAS, $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$. \square exp $\alpha = 6^\circ$, — $\alpha = 6^\circ$, - - $\alpha = 10.1^\circ$, - · - $\alpha = 13.1^\circ$.

valore dell'angolo di portanza massima è congruente con gli esperimenti per il caso con viscosità turbolenta minore, mentre viene sovrastimato utilizzando il valore di turbolenza asintotica del flusso standard. Il meccanismo di stallo è per esplosione di bolla laminare al bordo d'attacco per il caso con $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$, in ottimo accordo con i risultati degli esperimenti, mentre è meno brusco per il caso $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 1.34$. Le soluzioni ottenute sono tutte convergenti ad uno stato stazionario, fino all'incidenza di $\alpha = 18.1^\circ$, per incidenze maggiori non abbiamo trovato soluzione. Le simulazioni presentate finora sono state effettuate considerando come condizione al contorno

$\alpha = 6^\circ$	x_{sep}	$length$
Experiment	0.027	0.013
DIAS-SAS	0.041	0.027
$\alpha = 10.1^\circ$	x_{sep}	$length$
Experiment	0.025	0.012
DIAS-SAS	0.032	0.025
$\alpha = 13.1^\circ$	x_{sep}	$length$
Experiment	0.024	0.01
DIAS-SAS	0.030	0.015

Tabella 3.1: Posizione del punto di separazione e della lunghezza della bolla laminare per il profilo NLR 7301, confronto con gli esperimenti. $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$, DIAS-SAS metodo, $\mu_{T_\infty}/\mu_\infty = 0.5$.

iniziale che la corrente asintotica sia indisturbata. Abbiamo provato quindi ad utilizzare come condizioni iniziale ad ogni angolo d'incidenza la soluzione ottenuta per l'angolo d'attacco precedente, in modo analogo a quanto si fa nelle sperimentazioni in galleria del vento. Abbiamo effettuato un *loop* degli angoli d'attacco da $\alpha = 0^\circ$ fino ad $\alpha = 18.1^\circ$ e viceversa, come si vede in figura 3.22. In pratica abbiamo ottenuto una isteresi del flusso, risultato simile a quello che spesso si ottiene nelle simulazioni in galleria quando si ha a che fare con fenomeni di stallo brusco, ed analogo a quanto trovato da Mittal & Saxena[17] per il profilo NACA 0015. Dalla figura 3.23 si vede che nel caso delle nuove simulazioni con condizioni di flusso di restart dall'angolo precedente, la soluzione è la stessa del caso di flusso indisturbato fino ad $\alpha = 14.1^\circ$. All'angolo successivo, la bolla laminare presente al bordo d'attacco nel caso dell'isteresi non esplose, ma si riduce ancora, fino a sparire per angoli più elevati. Lo stallo in questo caso avviene ad $\alpha = 15.1^\circ$. Quando si torna indietro partendo da $\alpha = 18.1^\circ$ il flusso riattacca ad una incidenza minore di quella di stallo. Queste soluzioni propongono la possibilità di avere diverse soluzioni stazionarie convergenti per lo stesso angolo d'attacco. Ciò non è teoricamente possibile quando si usa l'algoritmo standard RANS, per

il quale il residuo delle equazioni del bilancio nello pseudo-tempo utilizzato per il calcolo non dipendono dal passo temporale scelto. Invece quando si usa il metodo URANS si possono avere diverse soluzioni, in quanto nell'algoritmo del Dual-Time Stepping il residuo dipende dal passo temporale scelto. La nostra interpretazione di questi risultati è che il meccanismo di stallo è fortemente influenzato dalla stabilità dello strato limite al bordo d'attacco. L'evoluzione della bolla laminare è soggetta alle perturbazioni numeriche inserite nel flusso durante il processo di integrazione temporale, con effetto analogo a quello delle perturbazioni fisiche presenti nei flussi reali. Nella figura 3.24 sono confrontati i valori del coefficiente di resistenza ai diversi angoli d'attacco con i risultati sperimentali, denotando un pessimo accordo con questi ultimi. La bassa accuratezza ottenuta sebbene le simulazioni siano tutte convergenti denota i limiti del calcolo della resistenza utilizzando un approccio *near-field*, ovvero integrazione degli sforzi viscosi e pressioni sul corpo.

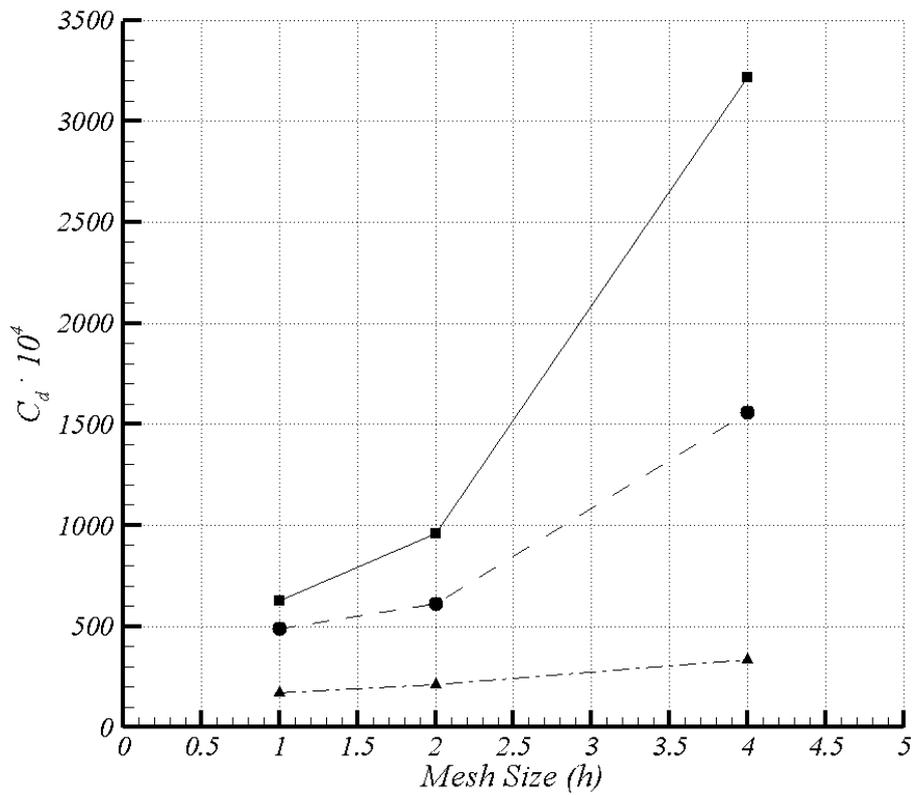


Figura 3.17: Diagramma del coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione del passo spaziale della griglia computazionale per il profilo NLR 7301, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$, DIAS-SAS metodo, $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$. \triangle : $\alpha = 0^\circ$, \circ : $\alpha = 10.1^\circ$, \square : $\alpha = 13.1^\circ$.

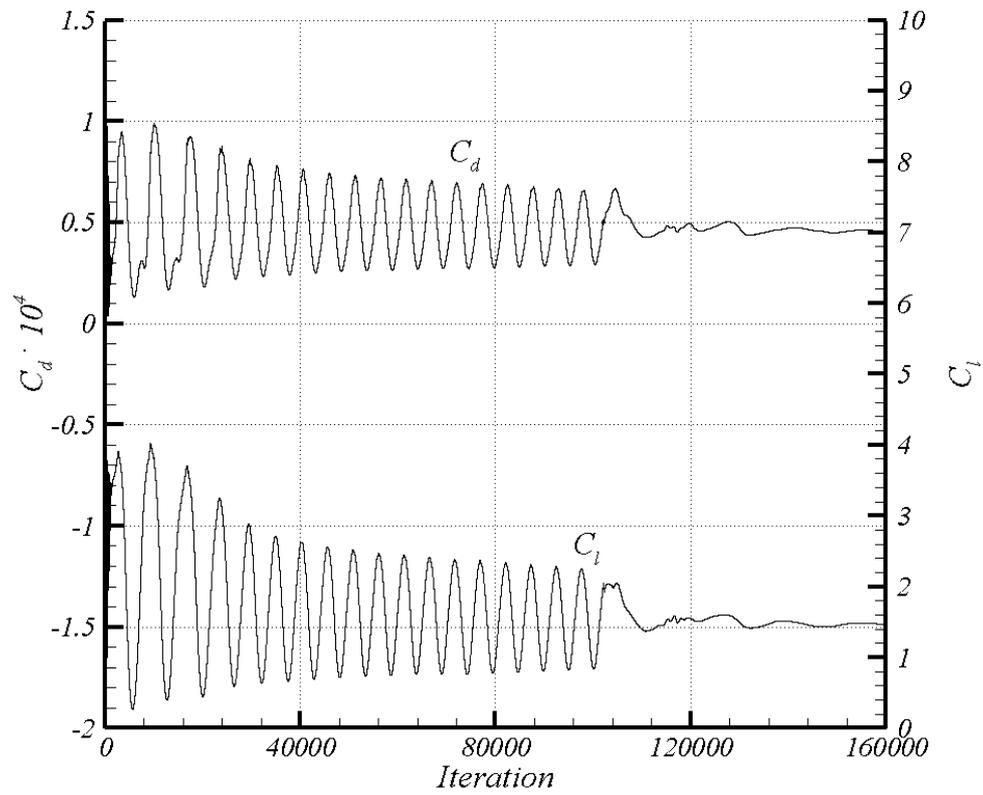
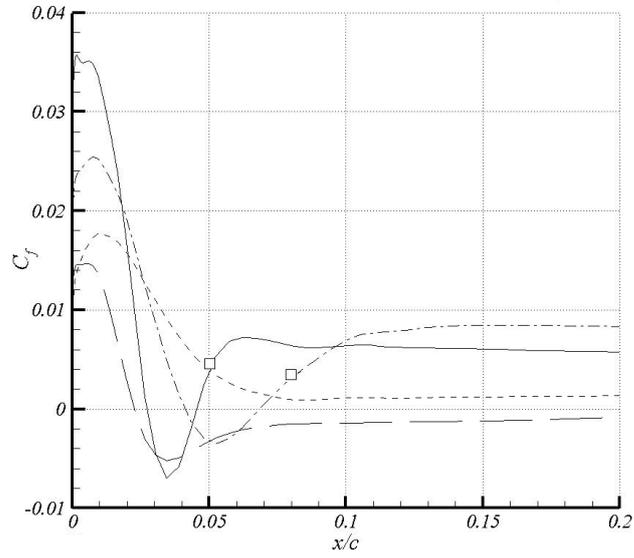
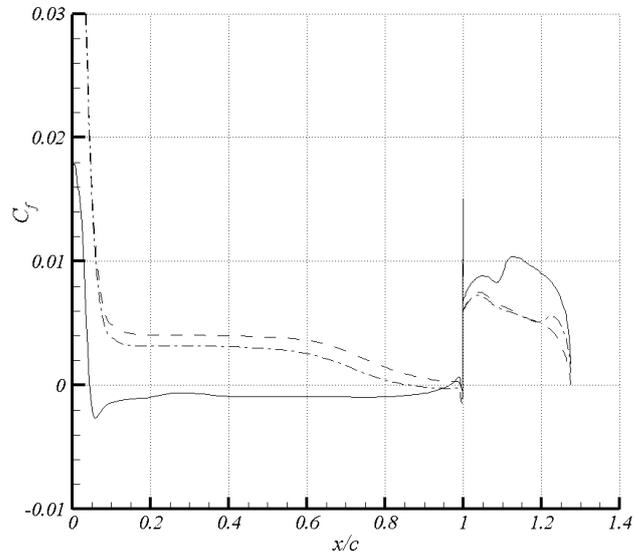


Figura 3.18: Storia di convergenza dei coefficienti aerodinamici per le simulazioni URANS sul profilo NLR. Metodo DIAS-SAS, $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$. $\alpha = 15.1^\circ$, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$.



(a) $\mu_{T\infty}/\mu_{\infty} = 0.5$



(b) $\mu_{T\infty}/\mu_{\infty} = 1.34$

Figura 3.19: Diagramma del coefficiente di sforzo alla parete. Modello SAS, simulazione *fully turbulent*. (a): $-\cdot-$ $\alpha = 6^\circ$, $-$ $\alpha = 14.1^\circ$, $- -$ $\alpha = 15.1^\circ$. (b): $- -$ $\alpha = 14.1^\circ$, $-\cdot-$ $\alpha = 15.1^\circ$, $-$ $\alpha = 16.1^\circ$.

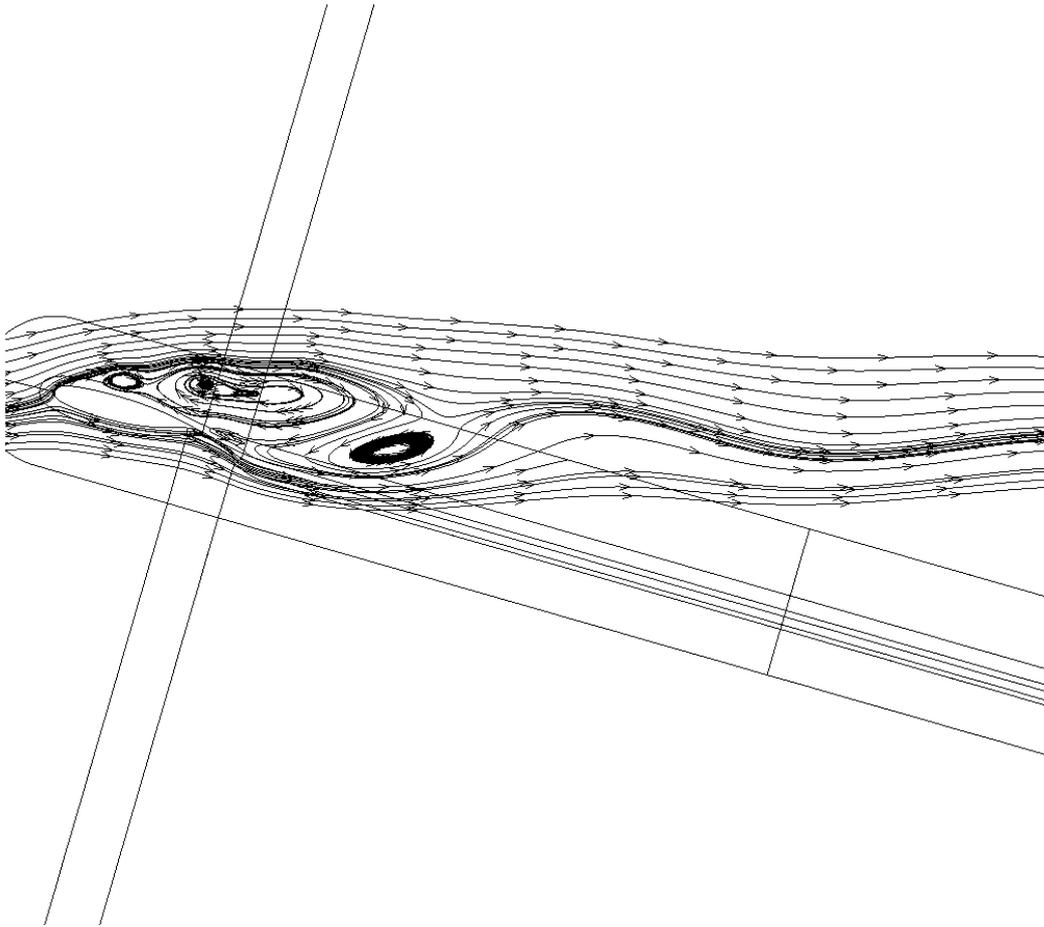


Figura 3.20: Linee di corrente per il profilo NLR. Metodo DIAS-SAS. $\alpha = 16.1^\circ$, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$. $\mu_{T_\infty}/\mu_\infty = 1.34$.

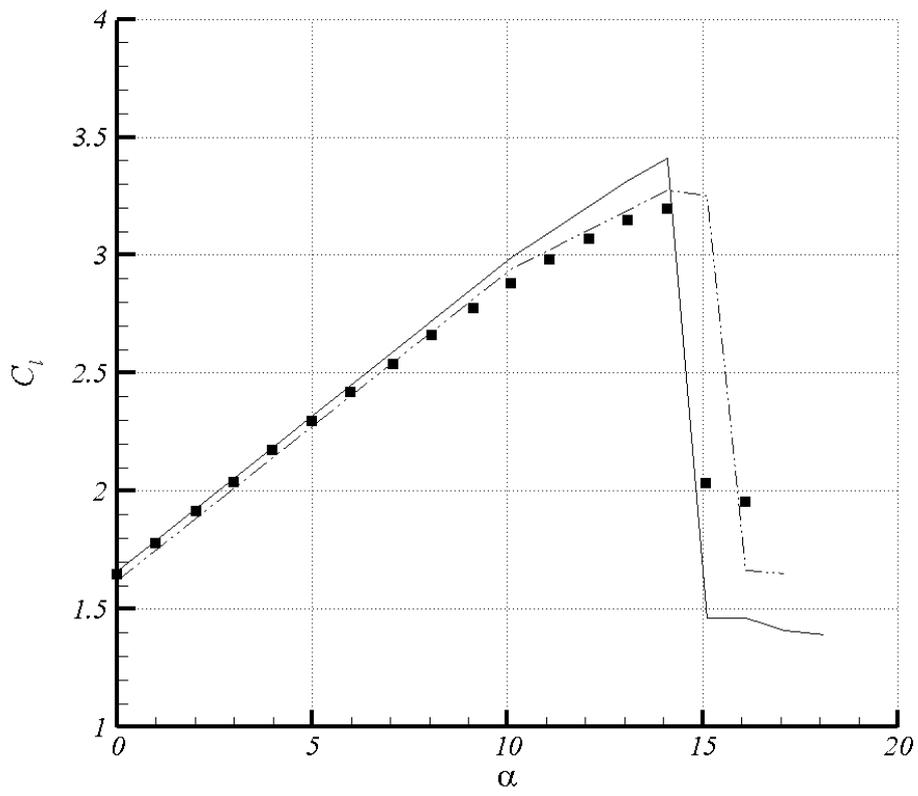


Figura 3.21: Curva di portanza per il profilo NLR. Metodo DIAS-SAS. $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$. ■ exp, — $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$, - · · - $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 1.34$.

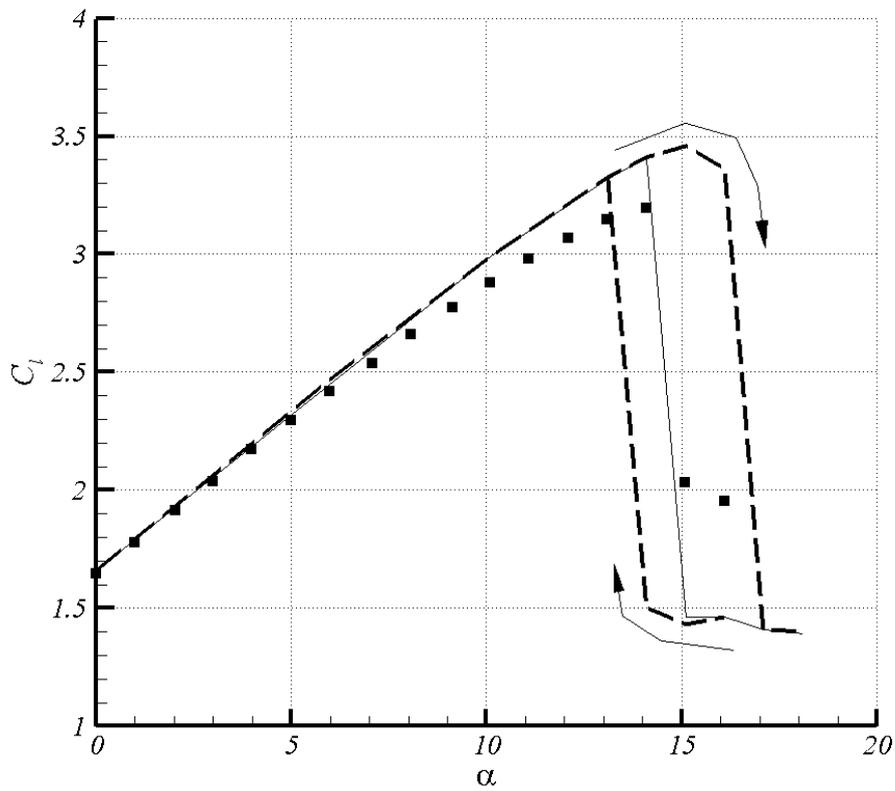


Figura 3.22: Curva di portanza per il profilo NLR. Metodo DIAS-SAS, $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$. $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$. ■ exp, — condizioni flusso indisturbato a monte, — — condizioni di restart dall'angolo precedente.

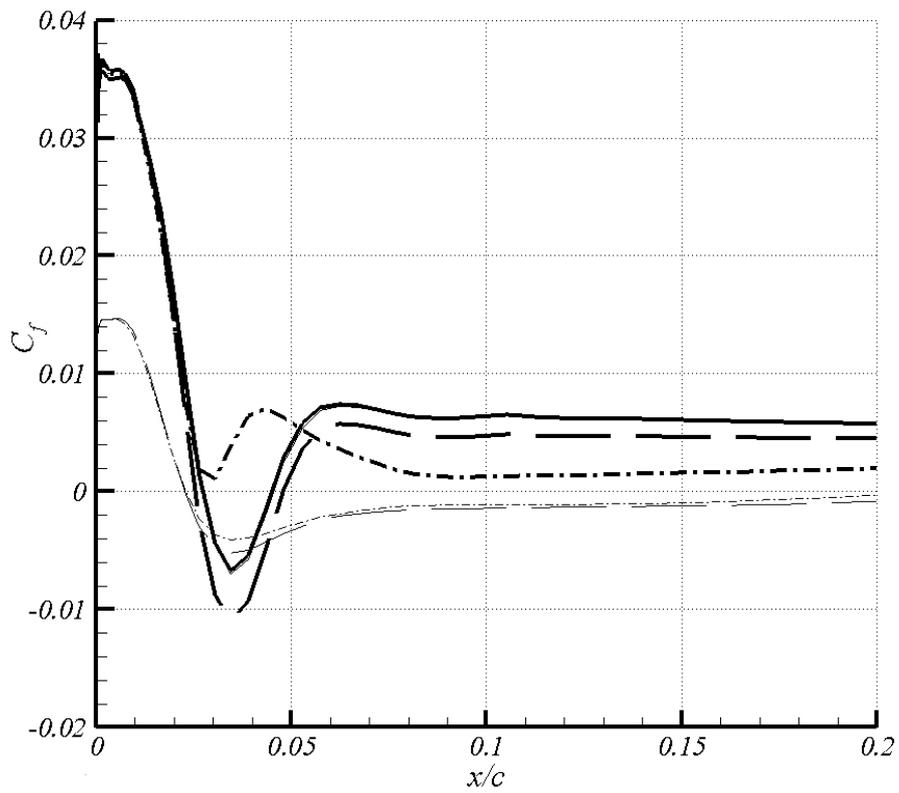


Figura 3.23: Diagramma del coefficiente di sforzo alla parete. Modello SAS, $\mu_{T\infty}/\mu_\infty = 0.5$; — $\alpha = 14.1^\circ$, — — $\alpha = 15.1^\circ$, - · - $\alpha = 16.1^\circ$. Linee sottili condizioni di flusso indisturbato, linee spesse condizioni di restart dall'angolo precedente

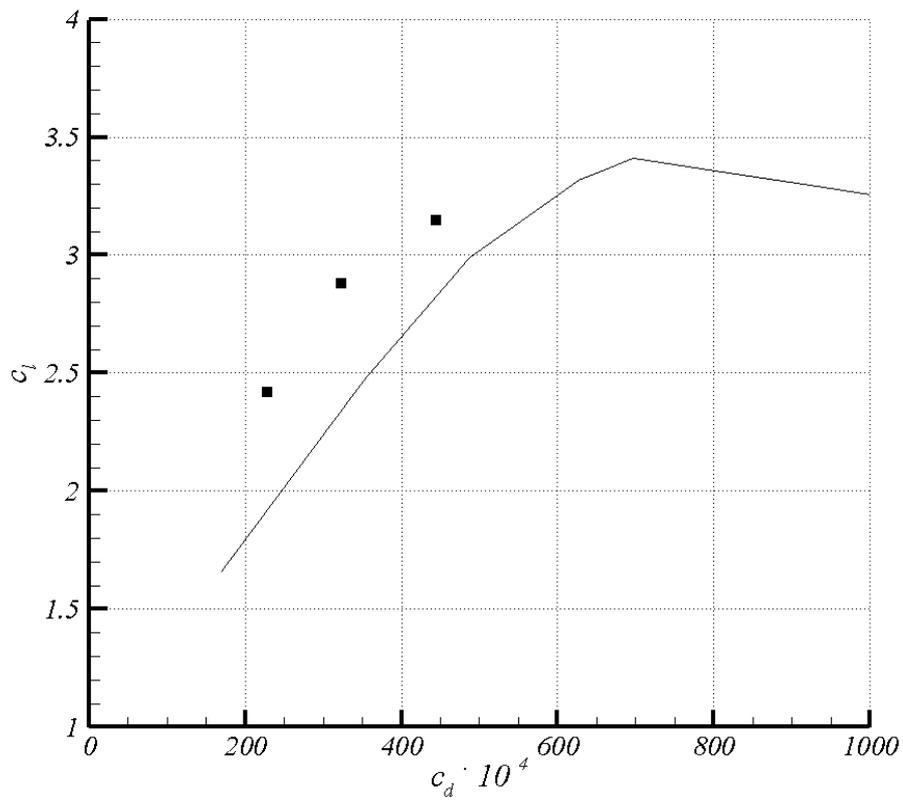


Figura 3.24: Curva di resistenza $C_l = C_l(\alpha)$ per il profilo NLR. Metodo DIAS-SAS. $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$. ■ exp, — $\mu_{T_\infty}/\mu_\infty = 0.5$.

3.5 Profilo supercritico

Per evidenziare le potenzialità del metodo di decomposizione della resistenza che verrà esposto nel proseguo del lavoro, si è analizzato un profilo supercritico fornitoci dalla Piaggio Aero, profilo che equipaggerà il prossimo velivolo da trasporto attualmente in fase di progetto avanzato. La griglia computazionale è di tipo a C formata da 6 blocchi, con un totale di 200704 celle, di cui 512 lungo il profilo, e con la possibilità di ricavare 3 livelli di griglia dimezzando il numero di celle nelle due direzioni principali. Nella figura 3.25 si vede la geometria in esame. Le condizioni delle simulazioni sono: $Re_\infty = 2 \cdot 10^6$, $M_\infty = 0.6 \rightarrow 0.78$, $\alpha = 0.2^\circ$. L'obiettivo è ottenere la curva di divergenza della resistenza fissato l'angolo d'attacco. Poiché il campo di moto è transonico, e avendone la possibilità con il metodo DLR, abbiamo testato le differenze nell'utilizzare uno schema di discretizzazione centrale (predefinito) ed uno upwind. Dalla figura 3.26 si vede come il solutore sia robusto anche con lo schema upwind, si ottengono soluzioni convergenti stazionarie con un basso numero di iterazioni. Non siamo in possesso di dati sperimentali, nella figura 3.27 vi è il confronto tra la soluzione ottenuta sui tre livelli di griglia, dal più rado indicato con $h = 4$ al più fine indicato con $h = 1$, si vede come la soluzione sia pressoché identica. Nel diagramma c'è una zona di plateau della pressione dovuta alla geometria del profilo. Nella figura 3.28 è diagrammato l'andamento del coefficiente di resistenza sui diversi livelli di griglia, evidenziando come già con la griglia che ha un numero di celle 16 volte inferiore si ottiene un valore di resistenza che differisce dal valore della griglia più fine di meno di 1 count. Le simulazioni sono state effettuate all'angolo d'incidenza fisso pari a quello di crociera, e aumentando progressivamente il numero di Mach della corrente asintotica. In figura 3.29 vi sono i diagrammi del coefficiente di pressione all'aumentare della velocità del flusso. È evidente la nascita di un'onda d'urto nella parte posteriore del profilo. Possiamo dunque mostrare in figura 3.30 la curva di divergenza della resistenza ottenuta per i tre livelli di griglia. Già con la griglia con il numero minore di celle possibile la soluzione è accurata, permettendo di risparmiare

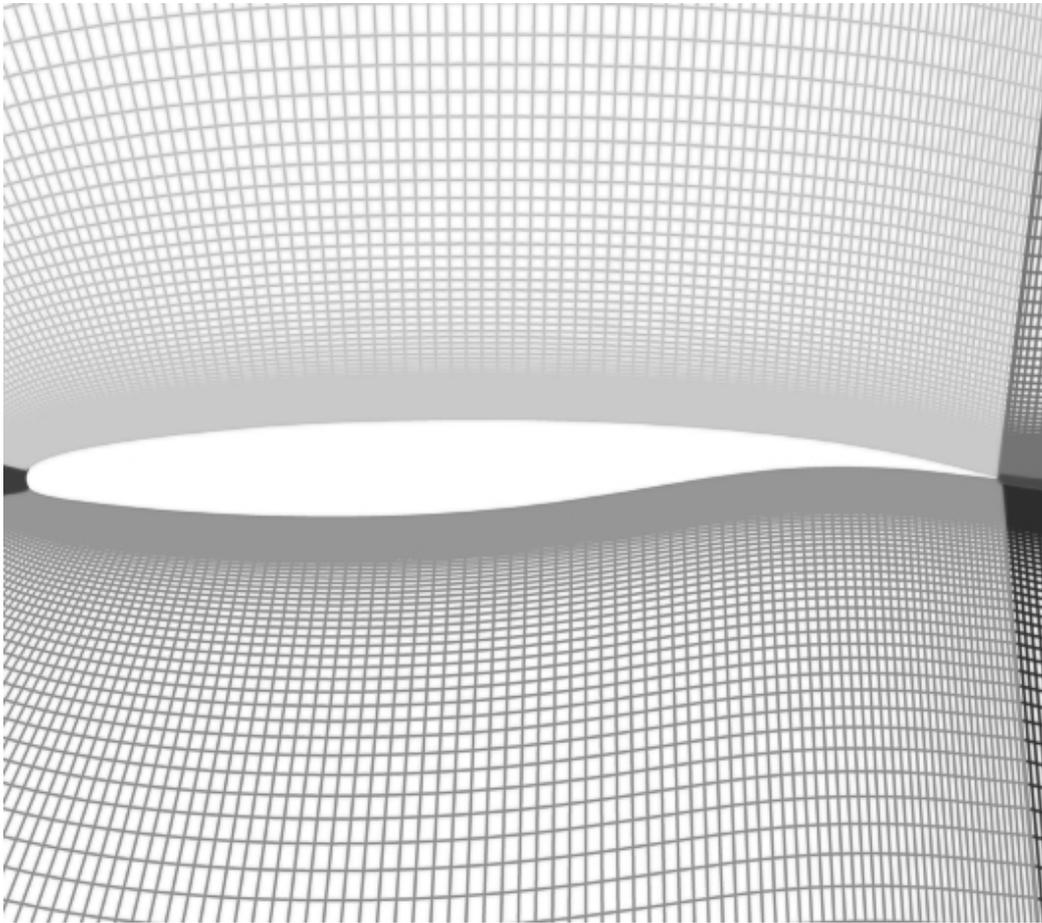
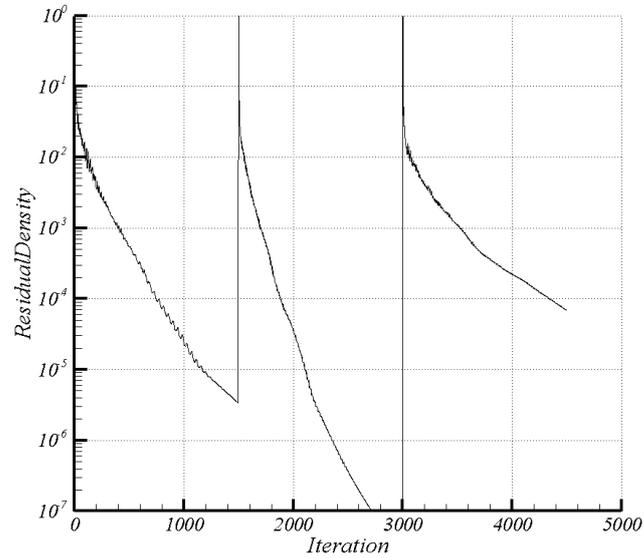
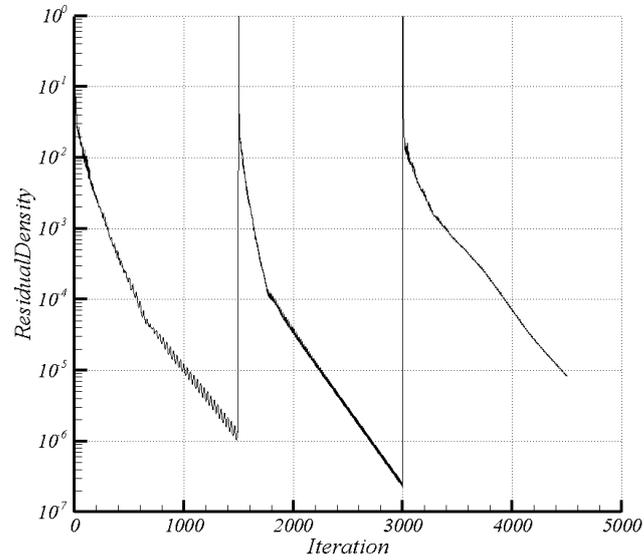


Figura 3.25: Griglia computazionale attorno al profilo supercritico fornita dalla Piaggio.

notevoli risorse e tempi di calcolo. Vedremo nei capitoli successivi la possibilità di ottenere a partire da queste soluzioni numeriche, la variazione dei contributi di resistenza d'onda e viscosa con il numero di Mach.



(a) upwind



(b) centrale

Figura 3.26: Residuo dell'equazione della continuità in funzione del numero di iterazioni. Metodo DLR-KO, 3 livelli di griglia. $\alpha = 0.2^\circ$, $M_\infty = 0.6$, $Re_\infty = 2.0 \cdot 10^6$.

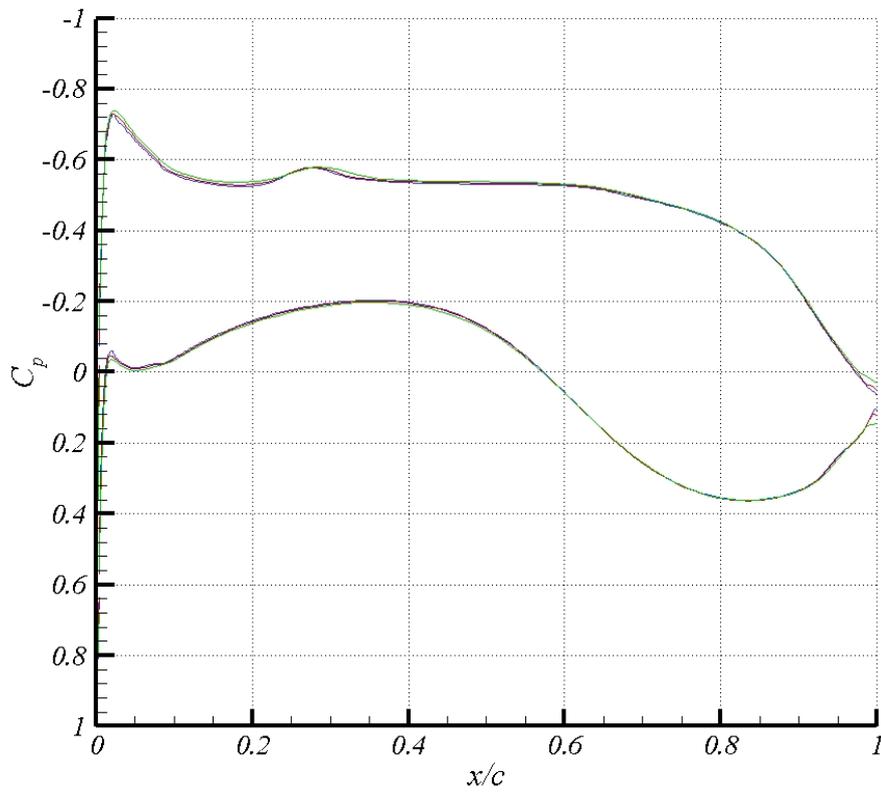


Figura 3.27: Diagramma del coefficiente di pressione, 3 livelli di griglia, schema centrale. Metodo DLR-KO. $M_\infty = 0.6$, $\alpha = 0.2^\circ$, $Re_\infty = 2.0 \cdot 10^6$. schema centrale.
— $h = 1$, — $h = 2$, — $h = 4$.

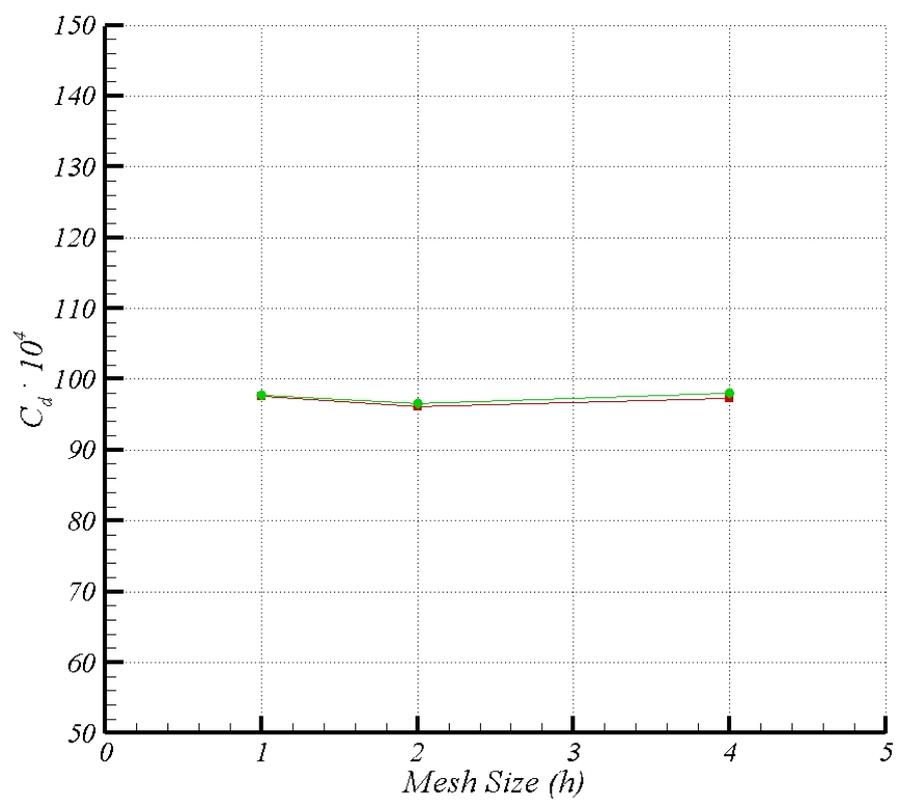


Figura 3.28: Diagramma di c_d in funzione della dimensione della griglia ($h = 4$ è il livello di griglia più largo, $h = 1$ è quello più fine). Metodo DLR-KO, $\alpha = 0.2^\circ$, $Re_\infty = 2.0 \cdot 10^6$, $M_\infty = 0.6$. - ● - schema upwind, - ■ - schema centrale.

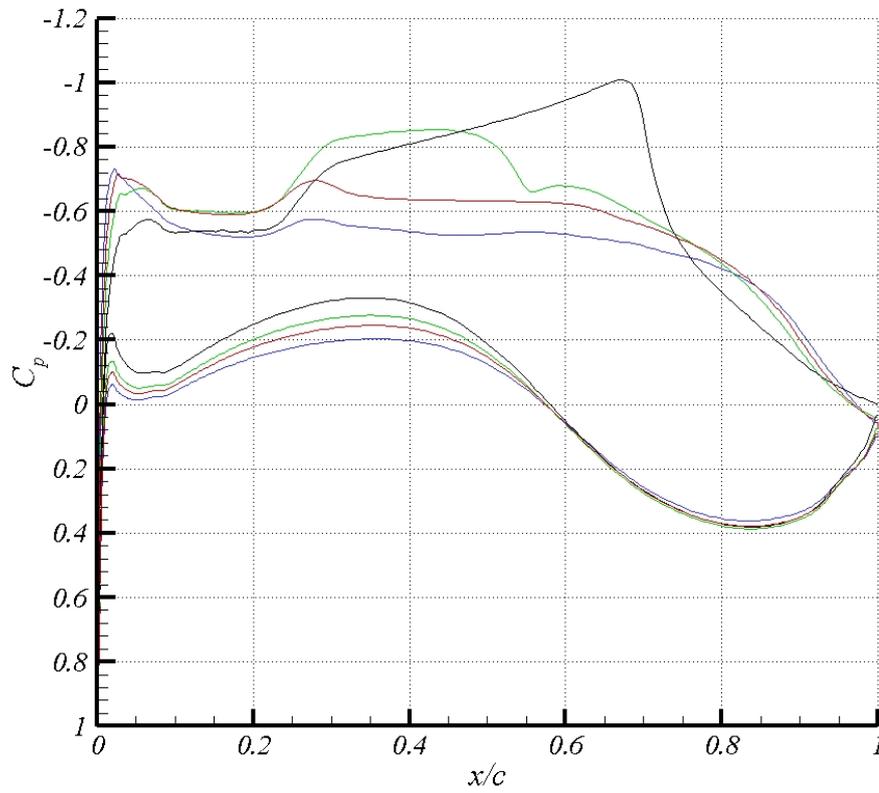


Figura 3.29: Diagramma del coefficiente di pressione, metodo DLR-KO. Livello $h = 1$, schema upwind. $\alpha = 0.2^\circ$, $Re_\infty = 2.0 \cdot 10^6$. — $Mach = 0.6$, — $Mach = 0.704$, — $Mach = 0.75$, — $Mach = 0.78$.

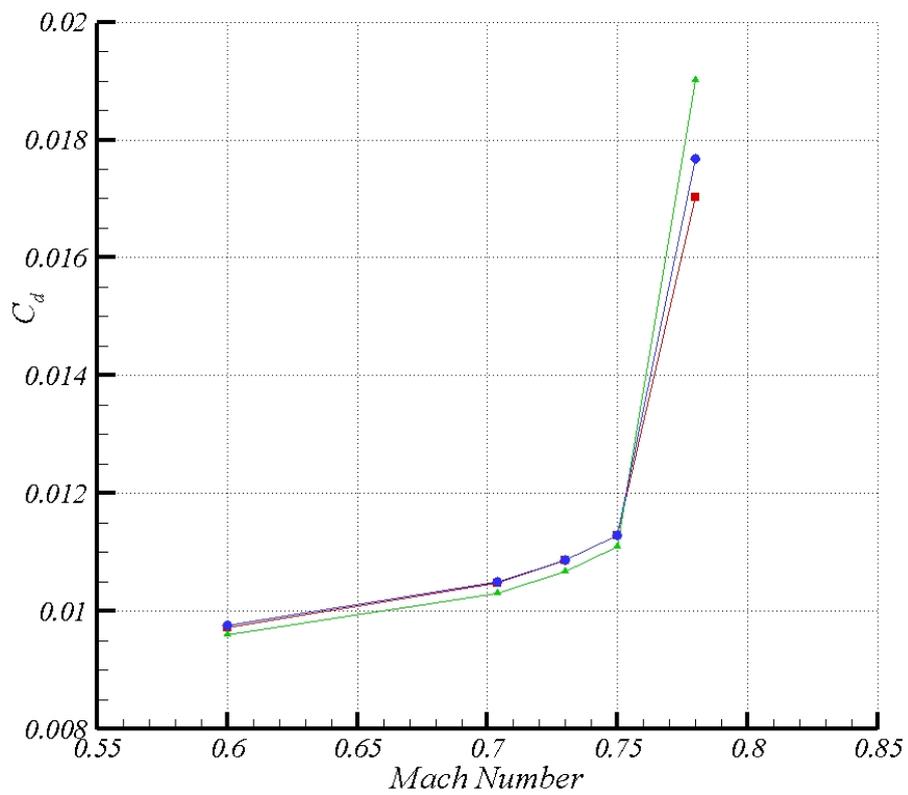


Figura 3.30: Curva di dragrise. Metodo DLR-KO, schema centrale. $\alpha = 0.2^\circ$, $Re_\infty = 2.0 \cdot 10^6$. \blacksquare $h = 4$, \blacktriangle $h = 2$, \bullet $h = 1$.

3.6 Ala ellittica

Il solutore DLR ha la possibilità di risolvere anche campi tridimensionali. Un test-case interessante è risolvere il campo di moto attorno ad un'ala ellittica. Per questo tipo di problema, sotto l'ipotesi che il campo di moto sia euleriano, esiste una soluzione analitica per il calcolo della resistenza aerodinamica, costituita dalla sola resistenza indotta, la nota formula di Prandtl:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \mathcal{R}} \quad (3.1)$$

La griglia computazionale utilizzata, visibile in figura 3.31, ci è stata fornita dal CIRA. L'ala ellittica scelta ha allungamento alare 7, corda alla radice pari ad 1 m, semiapertura di 2.749 m, superficie della semiala pari a 2.159 m^2 , profilo costante NACA 0012, non c'è svergolamento. La griglia è formata da 2 blocchi, con un numero di celle per il caso Eulero di 1572864, di cui 128x64 sull'ala, mentre sono 3145728 per il caso Navier-Stokes, di cui 256x64 sull'ala. A partire da questa, si può dimezzare il numero di celle lungo le direzioni principali in modo da ottenere altri 3 livelli di griglia con un numero inferiore di celle. Nella figura 3.32 sono diagrammate le storie di convergenza del residuo dell'equazione della continuità e del coefficiente di portanza per il caso euleriano (a) e con viscosità (b). Si nota il passaggio nei diversi livelli di griglia, e come la soluzione tenda a convergere al diminuire del passo spaziale del dominio di calcolo. Le soluzioni ottenute sono tutte convergenti ad un valore stazionario.

Nella figura 3.33 sono mostrate le curve polari per i diversi livelli di griglia, confrontate con la soluzione curva teorica di Prandtl. All'infittirsi della griglia, la soluzione nel caso euleriano (a) tende alla soluzione analitica. Lo stesso andamento si ottiene nel caso di risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes, ma ovviamente in questo caso la resistenza non è formata solo dal contributo indotto, ma ci sono anche i contributi di strato limite e scia. Per dare un'idea dei tempi di calcolo necessari ad ottenere soluzioni a convergenza, possiamo riferirci alla tabelle 3.2, le simulazioni sono state eseguite su un computer dotato di processore Opteron 2.6 Ghz con 8 Gb di RAM.

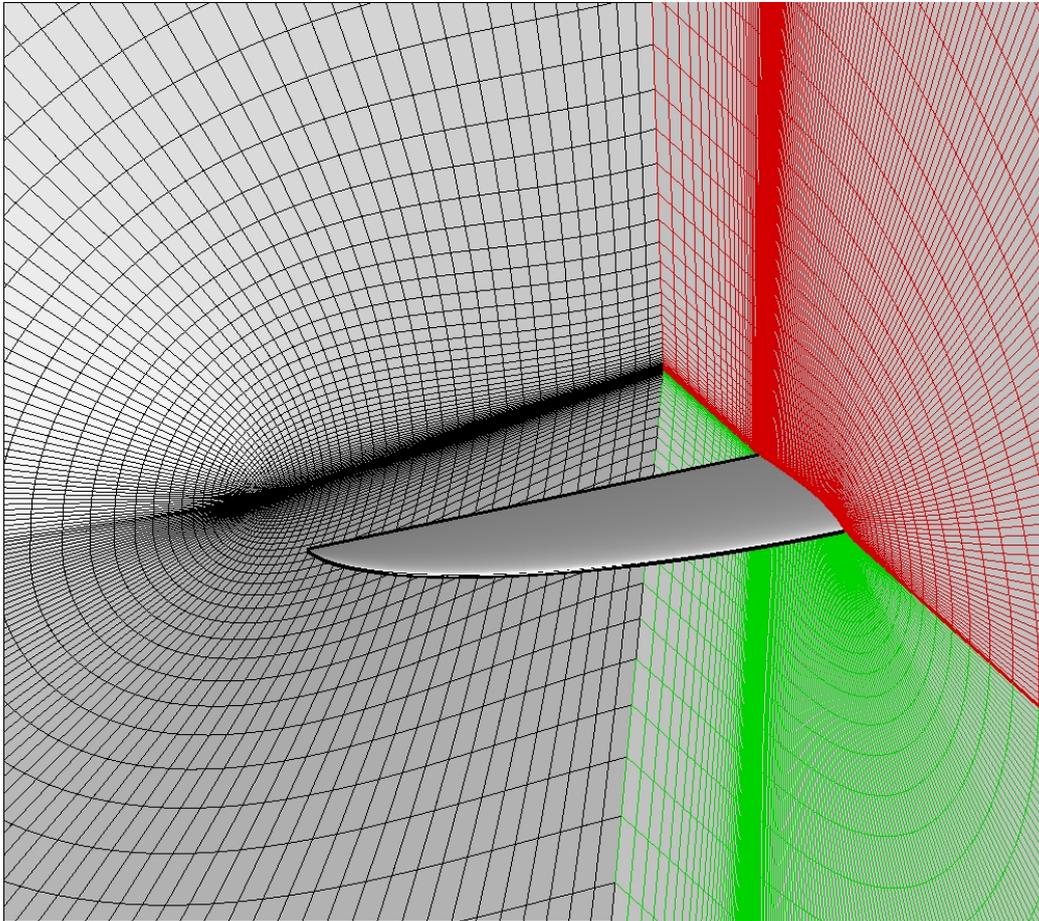
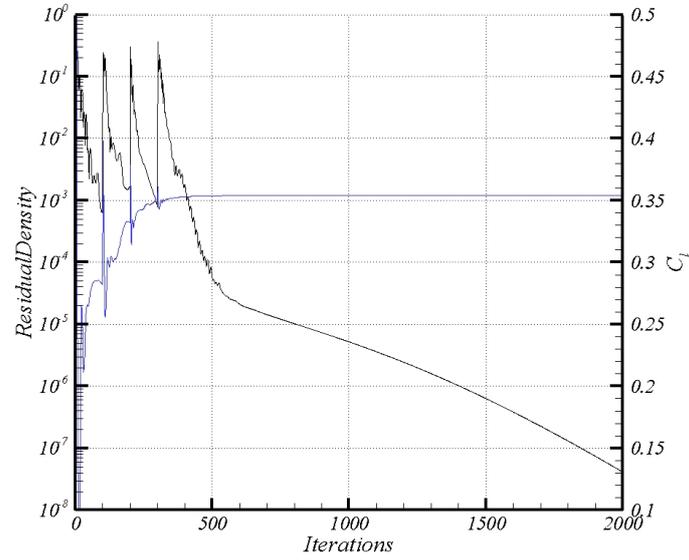


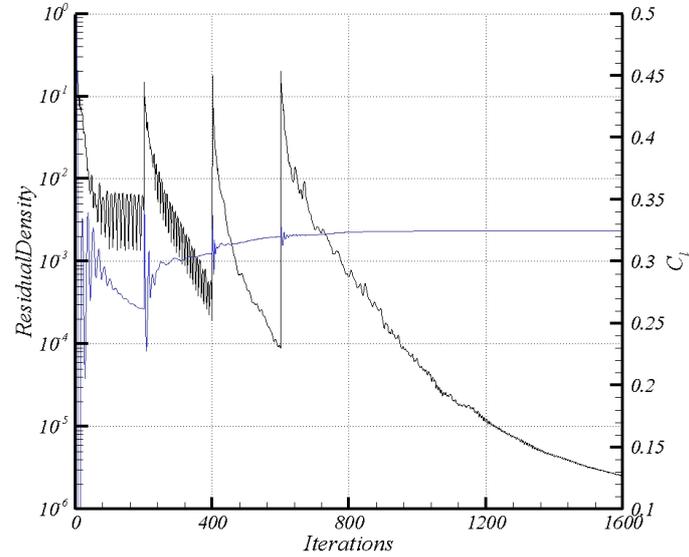
Figura 3.31: Griglia computazionale attorno ad un'ala ellittica, fornita dal CIRA.

Livello di griglia	Eulero		Navier-Stokes	
	Tempi di calcolo	C_D (count)	Tempi di calcolo	C_D (count)
$h = 1$	8h 30min	2.3	15h 30min	88.8
$h = 2$	57min	14.9	1h 44min	95
$h = 4$	6min 50sec	77.6	10min 5 sec	127.5
$h = 8$	26sec	206.4	1min 40sec	301

Tabella 3.2: Tempi di calcolo e coefficiente di resistenza (in count) per il caso di ala ellittica tridimensionale euleriano. $M_\infty = 0.3$, $\alpha = 0^\circ$, $C_{DPrandtl} = 0.0$

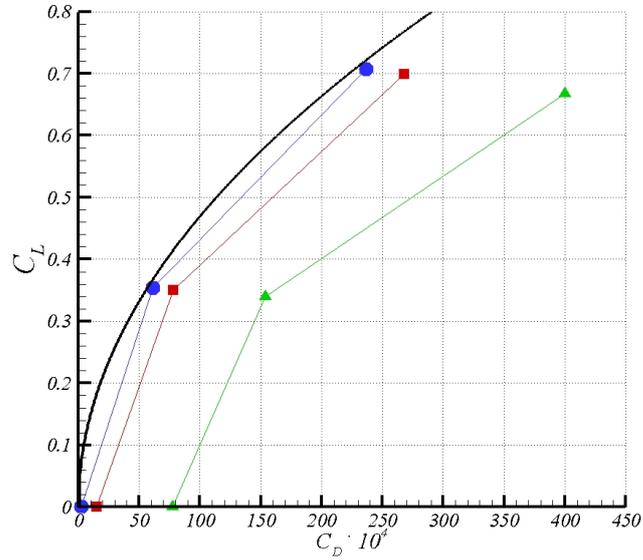


(a) Eulero

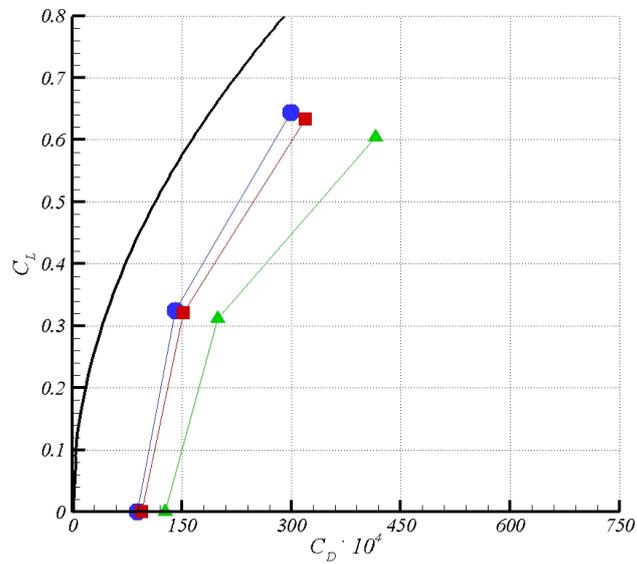


(b) Navier-Stokes

Figura 3.32: Residuo dell'equazione della continuità e coefficiente di portanza in funzione del numero di iterazioni. Metodo DLR, 4 livelli di griglia, modello $K - \Omega$ ed Eulero. $\alpha = 4^\circ$, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3.0 \cdot 10^6$.



(a) Eulero



(b) Navier-Stokes

Figura 3.33: Curva polare per i diversi livelli di griglia. Metodo DLR, modello $K - \Omega$. $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3.0 \cdot 10^6$. - \blacktriangle - $h = 4$, - \blacksquare - $h = 2$, - \bullet - $h = 1$, — formula di Prandtl.

La resistenza aerodinamica

4.1 Importanza della stima della resistenza nella progettazione

La resistenza aerodinamica che incontra un aeromobile è la componente, lungo la direzione della velocità dello stesso ma nel senso opposto, dell'integrale delle delle forze superficiali che agiscono su di esso. In particolare le componenti tangenziali di queste forze determinano quella che è detta resistenza d'attrito mentre le componenti normali alla superficie quella che è detta resistenza di pressione [26]. La resistenza quindi è una componente della forza aerodinamica che il fluido esercita sul velivolo quando questo si muove in esso; l'altra componente è la forza che in pratica permette al velivolo di sostenersi ed è detta portanza. Nel volo rettilineo uniforme orizzontale e simmetrico l'equilibrio delle forze richiede semplicemente che la forza peso sia bilanciata dalla portanza e che la spinta propulsiva bilanci la resistenza aerodinamica:

$$\begin{aligned} W &= L = c_L \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S \\ T &= D = c_D \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S \end{aligned}$$

dove W è il peso, T la spinta propulsiva, L e D sono la portanza e la resistenza aerodinamica rispettivamente, c_L e c_D sono i coefficienti di portanza e di resistenza rispettivamente, S è la superficie alare, ρ_∞ e V_∞ sono la densità e la velocità di crociera rispettivamente. Dall'analisi delle grandezze in gioco si riconosce come anche piccole riduzioni del coefficiente di resistenza ad esempio dell'ordine di 10^{-4} (1 count), si ripercuotono come una possibile maggiore velocità di crociera o possibilità di portare un maggiore carico pagante. Come mostrato in [39],[45],[48] è possibile trovare diversi esempi su come anche una piccola variazione del c_D produce effetti non trascurabili sulle prestazioni del velivolo soprattutto in termini di costi. Il costo del carburante è una componente importante del DOC (Direct Operating Cost) di un velivolo quindi è importante che nella fase di progettazione si stimi in modo accurato il consumo di carburante per una missione di progetto. Consideriamo ad esempio, come prestazione, l'autonomia di distanza R di

un velivolo da trasporto con propulsore turbogetto:

$$R = \int_{W_e}^{W_i} \frac{a_0 \sqrt{\theta} M_\infty}{c_t} \frac{L/D}{W} dW$$

dove a_0 è la velocità del suono in condizioni standard a livello del mare, $\theta = T/T_0$ è il rapporto tra temperatura ambiente e temperatura standard a livello del mare, M_∞ è il numero di Mach di crociera (il prodotto $a_0 \sqrt{\theta} M_\infty$ è pari a V_∞), c_t è il consumo specifico di carburante, W_i e $W_e = W_i - W_{fuel}$ sono peso iniziale e peso finale del velivolo rispettivamente. Assumendo costanti i valori di V_∞ , efficienza aerodinamica $E = L/D = c_L/c_D$ e c_t si ottiene

$$R = \frac{a_0 \sqrt{\theta}}{c_t} M_\infty \frac{L}{D} \ln \frac{W_i}{W_e}$$

quindi data R il consumo di carburante W_{fuel} dipende dalle caratteristiche aerodinamiche ($M_\infty L/D$), dall'efficienza del propulsore c_t e dal peso complessivo del velivolo (struttura, sistemistica, carico pagante, carburante ...) in particolare per ridurre W_{fuel} occorre aumentare $M_\infty L/D$ e ridurre c_t . Oltre all'ovvia importanza di una stima accurata della resistenza è bene sottolineare anche l'importanza che riveste, in fase di progettazione, una corretta decomposizione della stessa nelle forme e contributi che ci riconducono poi alle cause stesse che l'hanno prodotta. In questo modo è infatti possibile valutare la convenienza nell'adottare o meno determinate tecniche mirate a ridurre i vari contributi compatibilmente con i vincoli imposti da altre esigenze progettuali. Come accennato poc'anzi, e come sarà meglio mostrato in seguito, un modo per scomporre la resistenza è quello basato su un approccio di campo vicino, detto *near-field*, che consiste nello scomporre la forza aerodinamica agente sulla superficie di un velivolo in un termine di attrito tangenziale ($\underline{\tau} \cdot \underline{n}$) e in un termine di pressione normale alla superficie ($p\underline{n}$):

$$\underline{F} = \int_{S_{body}} \left[p\underline{n} - \left(\underline{\tau} \cdot \underline{n} \right) \right] dS \quad (4.1)$$

La resistenza, che è la componente di \underline{F} lungo la direzione della velocità, sarà la somma di vari contributi ognuno dei quali non di facile individuazione se

il problema viene posto in questi termini. Ad esempio la resistenza viscosa oltre ad essere dovuta all'attrito e quindi al termine $\underline{\tau} \cdot \underline{n}$ ingloba in se una componente dovuta all'integrale delle forze di pressione, detta anche resistenza di forma: infatti la distribuzione di questa viene ad essere modificata dal distacco della vena fluida causato dal mancato recupero di energia sotto forma di pressione dovuto proprio alla presenza della viscosità. Procedendo allora ad un approccio di campo lontano, ovvero *far-field* (basato su integrali di superficie esterni al corpo) è plausibile scomporre la resistenza in viscosa, d'onda e indotta. La prima è somma della resistenza di attrito e di forma, la seconda è dovuta alle perdite di pressione di ristagno che si hanno a seguito della formazione di onde d'urto e la terza è dovuta alla distribuzione delle forze di pressione in seguito alla formazione di un sistema vorticoso generato dalla portanza. Una volta effettuata questo tipo di decomposizione si può considerare la possibilità di ridurre il valore della resistenza relativa ad ogni contributo. In particolare, possiamo osservare che vale [39],[41],[37],[42],[44]:

- **Resistenza di attrito** Lo sforzo di attrito alla parete è $\underline{\tau} = 2\mu(\underline{\nabla V})_0^s$ (dove μ è la somma di viscosità laminare e turbolenta mentre $(\underline{\nabla V})_0^s$ è la parte simmetrica del gradiente di velocità a traccia nulla) quindi dipende dalla forma del profilo di velocità in corrispondenza della parete; $\underline{\tau}$ è, a parità di numero di Reynolds, minore nel caso di flusso laminare e maggiore nel caso turbolento da cui l'interesse in tecniche mirate all'ottenimento sull'ala di zone di flusso laminare più esteso possibile.
- **Resistenza di forma** Come già detto questa resistenza è causata dalla distribuzione della pressione indotta dallo sviluppo dello strato limite sulla superficie del corpo. È chiaro che un limite inferiore del valore di questa resistenza lo si ha nei casi di flusso attaccato ma l'utilizzo di corpi o superfici che ostacolano la separazione comportano comunque un aumento di resistenza.
- **Resistenza d'onda** Nei moderni velivoli transonici da trasporto il contributo di questa forma di resistenza è piccolo se confrontato agli

altri ma è comunque di grande interesse in quanto nei voli lunghi incide molto sull'efficienza del combustibile e quindi economica. L'efficienza aerodinamica infatti è rappresentata dal parametro $M_\infty L/D$ quindi un aumento di M_∞ , fissato L/D , ha la stessa importanza di un aumento dell'efficienza L/D , fissato M_∞ . Quindi occorre contenere l'aumento di L/D con l'aumentare di M_∞ e ridurre la resistenza d'onda.

- **Resistenza indotta** La resistenza indotta in condizioni di massima portanza rappresenta circa il 50% della resistenza totale e circa l'80% della resistenza dovuta alla portanza (in questa categoria infatti si possono annoverare anche la resistenza di forma e resistenza d'onda). Da qui l'importanza di ridurre questa forma di resistenza che rappresenta il contributo maggiore nelle condizioni decollo, salita e atterraggio.

4.2 Il ruolo della CFD nella previsione della resistenza

Si può stimare la resistenza attraverso la conoscenza di un campo fluidodinamico ottenuto con metodi di calcolo CFD (Computational Fluid Dynamics). L'applicabilità dei risultati del metodo è sostanzialmente determinata da:

- scelta di un appropriato modello di fluido;
- livello di complessità della configurazione geometrica;
- accuratezza numerica della soluzione.

In base al tipo di modello CFD utilizzato è possibile ricavare diverse informazioni sulla resistenza. I metodi sui quali si basa il nostro lavoro sono quelli RANS, esposti precedentemente. Questi sono in grado di fornire sia la resistenza di attrito che quella di pressione calcolate con un approccio *near-field* [65],[55],[38],[40]. Nella trattazione *far-field* il metodo di Eulero senza viscosità è in grado di fornire sia la resistenza indotta che quella d'onda. Le equazioni di conservazione e di bilancio, scritte in forma locale, relative al caso stazionario (quindi $\partial/\partial t = 0$) e mediate (nel senso che le grandezze termofluidodinamiche, nonché gli operatori integro-differenziali sono da considerarsi medie statistiche essendo il moto turbolento) sono:

- conservazione della massa (o di continuità)

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{\rho V}) = 0 \quad (4.2)$$

- bilancio della quantità di moto

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{\rho V V}) + \underline{\nabla} p - \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{\tau}} = \underline{0} \quad (4.3)$$

- conservazione dell'energia

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{\rho H V}) - \underline{\nabla} \cdot (\underline{\underline{\tau}} \cdot \underline{V}) + \underline{\nabla} \cdot \underline{Q} - \underline{\nabla} \cdot \underline{\Delta t} = 0 \quad (4.4)$$

Facendo l'ipotesi di gas più che perfetto si può scrivere:

$$p = \rho RT \quad (4.5)$$

$$h = C_p T \quad (4.6)$$

che con la relazione di Gibbs

$$ds = \frac{de_i}{T} + \frac{p}{T} d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (4.7)$$

permettono di scrivere

$$\frac{\Delta s}{R} = \frac{1}{\gamma - 1} \ln \left[\frac{p}{p_\infty} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho} \right)^\gamma \right] \quad (4.8)$$

Introducendo la vorticità

$$\underline{\omega} = \underline{\nabla} \times \underline{V}$$

e quindi combinando l'equazione (4.2) con la (4.3) si ottiene la relazione di Crocco-Vazsonyi

$$\underline{\omega} \times \underline{V} = T \underline{\nabla} s - \underline{\nabla} H + \frac{1}{\rho} \left(\underline{\nabla} \cdot \underline{\tau} \right) \quad (4.9)$$

mentre combinando l'equazione (4.2) con la (4.4) si ottiene

$$\underline{V} \cdot \underline{\nabla} H = \frac{1}{\rho} \left[\underline{\nabla} \cdot \left(\underline{\tau} \cdot \underline{V} \right) - \underline{\nabla} \cdot \underline{Q} + \underline{\nabla} \cdot \underline{\Delta t} \right] \quad (4.10)$$

Siccome è

$$\underline{V} \cdot \left(\underline{\omega} \times \underline{V} \right) = 0$$

le equazioni (4.9) e (4.10) possono essere combinate per ottenere

$$\underline{V} \cdot \underline{\nabla} S = \frac{1}{\rho T} \left[\underline{\nabla} \cdot \left(\underline{\tau} \cdot \underline{V} \right) - \underline{\nabla} \cdot \underline{Q} + \underline{\nabla} \cdot \underline{\Delta t} - \underline{V} \cdot \left(\underline{\nabla} \cdot \underline{\tau} \right) \right] \quad (4.11)$$

A questo punto le equazioni (4.10) e (4.11) mostrano come le variazioni di entropia Δs e entalpia totale ΔH , possono variare lungo linea di corrente solo sotto l'azione di fenomeni di diffusione di calore, viscosità e turbolenza

e quindi quando le linee di corrente passano nello strato limite, nella scia viscosa e attraverso onde d'urto. Inoltre proprio dalla (4.9) si può vedere come la diffusione di calore, la viscosità e turbolenza sono la causa della presenza di una vorticità $\underline{\omega}$ ortogonale alla \underline{V} (è infatti $\underline{\omega} \times \underline{V} \neq 0$) detta *vorticità cinematicamente inattiva*[63]. Una vorticità $\underline{\omega} \parallel \underline{V}$ soddisfa l'equazione (4.9) omogenea quindi la sua genesi è da ricercare in altre cause; questa vorticità è detta *cinematicamente attiva* ed è infatti facile capire come sia responsabile del roll-up della scia a valle dell'ala e che quindi è legata alla resistenza indotta.

4.3 Decomposizione della resistenza in diverse forme

Come evidenziato nel paragrafo precedente è di grande importanza riuscire a identificare in modo corretto le cause della generazione della resistenza così da adottare giusti provvedimenti progettuali per minimizzarla. Sostanzialmente esistono due approcci: il primo considera la natura delle forze che agiscono sulla superficie del corpo (*near-field*) e distingue tra resistenza d'attrito e di pressione; il secondo (*far-field*) considera i meccanismi fisici che sono responsabili della resistenza e distingue tra resistenza viscosa, indotta e d'onda. Entrambi però necessitano che sia noto tutto il campo fluidodinamico intorno al corpo, e quindi risultano inapplicabili al caso in cui sia noto soltanto il sistema di forze globali. Come illustrato in [48], in un approccio *classico* quindi una distinzione di tipo fenomenologico porta a scrivere

$$C_{Dtot} = C_{Dmin} + C_{DL} + C_{Dcompr} + C_{Dtrim} + C_{Dmisc}$$

dove

C_{Dmin} è il coefficiente di resistenza minimo (in caso subsonico). In esso concorrono buona parte della resistenza viscosa e parte di quella indotta. Una corretta distinzione tra le due non è possibile senza la conoscenza della distribuzione del carico alare.

C_{DL} è il coefficiente di resistenza dovuta alla portanza (in caso subsonico). In esso concorrono la resistenza indotta (quasi tutta), parte della resistenza viscosa e parte della resistenza d'onda nel caso di alti valori della portanza. In genere è stimata dalla classica formula della resistenza indotta

$$C_{DL} = \frac{(C_L - C_L(C_{Dmin}))^2}{\pi A e}$$

dove il fattore di Oswald, e , tiene conto della distribuzione di carico (rispetto a quella ellittica) e della variazione della resistenza viscosa con la portanza.

C_{Dcompr} è il coefficiente di resistenza dovuta alla compressibilità. In esso concorrono la resistenza d'onda (quasi tutta), parte della resistenza viscosa e parte di quella indotta entrambe dovute all'aumento del numero di Mach (ad esempio viene a modificarsi la distribuzione di carico lungo l'ala e quindi cambia la resistenza indotta).

C_{Dtrim} è il coefficiente di resistenza dovuta alla presenza del piano di coda. In esso concorrono l'aumento di resistenza indotta sull'ala dovuto al carico sulla coda, più parte di resistenza viscosa e d'onda in quanto l'ala si trova ad operare a coefficienti di portanza più grandi essendo il carico in coda negativo.

Lo svantaggio di questo approccio *classico* è quindi nell'impossibilità di individuare le cause della produzione della resistenza. Si fa derivare ora la resistenza aerodinamica direttamente dalle equazioni di bilancio scritte in termini integrali. Si considera un fluido stazionario che investe, con velocità asintotica V_∞ , un velivolo non motorizzato e quindi in modo tale che le forze che agiscono sul velivolo sono dovute soltanto all'interazione col fluido.

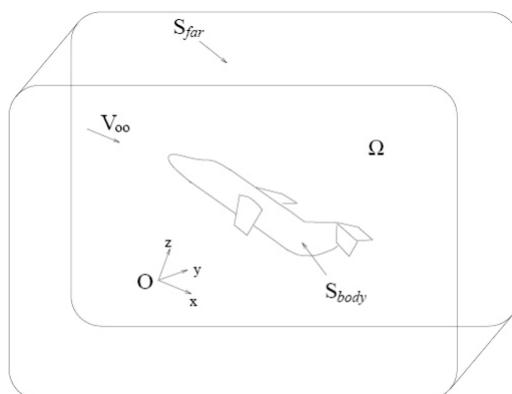


Figura 4.1: Sistema di riferimento per il calcolo delle forze.

In riferimento alla figura 4.1 identifichiamo: Ω regione di spazio circostante il velivolo, S superficie del volume Ω , S_{body} superficie del velivolo, S_{far} superficie esterna circostante Ω , S_∞ superficie infinitamente lontana circostante Ω , \underline{n} versore localmente normale alla superficie e uscente, \underline{F} forza aerodinamica agente sul velivolo, \underline{D}_{near} resistenza aerodinamica di *near-field*. Con riferimento alla figura 4.1 l'equazione di bilancio della quantità di moto è

$$\int_S \left(\rho \underline{V} \underline{V} + p \underline{U} - \underline{\tau} \right) \cdot \underline{n} dS = \underline{0} \quad (4.12)$$

Essendo $S = S_{body} \cup S_{far}$ allora la (4.12) si può scrivere anche

$$\underline{F} = \int_{S_{body}} \left(\rho \underline{V} \underline{V} + p \underline{U} - \underline{\tau} \right) \cdot \underline{n} dS = - \int_{S_{far}} \left(\rho \underline{V} \underline{V} + p \underline{U} - \underline{\tau} \right) \cdot \underline{n} dS \quad (4.13)$$

dove nel primo integrale è possibile riconoscere una forza ottenuta da un'analisi fatta direttamente sul corpo (*near-field*) mentre nel secondo integrale un'analisi fatta su una superficie "lontana" (*far-field*).

4.3.1 Approccio *near-field*

Nel caso di ipotesi di *non-slip* sulle pareti solide si può porre $\underline{V} \cdot \underline{n} = 0$ su S_{body} , inoltre essendo S_{body} una superficie chiusa è

$$\int_{S_{body}} p_\infty \underline{n} dS = \underline{0} \quad (4.14)$$

per cui

$$\underline{F} = \int_{S_{body}} \left[(p - p_\infty) \underline{n} - \underline{\tau} \cdot \underline{n} \right] dS \quad (4.15)$$

Con riferimento ad un sistema di coordinate $Oxyz$ con l'asse x allineato alla direzione della corrente asintotica possiamo definire la resistenza aerodinamica D come la proiezione lungo x della forza \underline{F}

$$D_{near} = \int_{S_{body}} [(p - p_\infty) n_x - \tau_{xx} n_x - \tau_{xy} n_y - \tau_{xz} n_z] dS \quad (4.16)$$

la (4.16) è l'espressione di *near-field* della resistenza totale. A questo punto un approccio classico consente di scomporre la D_{near} in due contributi: il primo è relativo ai termini normali alla superficie mentre il secondo ai termini tangenziali. Il primo contributo è relativo al solo termine di pressione mentre il secondo ai termini di attrito viscoso; per mostrare ciò si considera una lastra piana con coordinata normale z. Lo sforzo normale sarà

$$\sigma_{zz} = -p + \tau_{zz} = -p + (\mu_l + \mu_t) \left(2w_z - \frac{2}{3} \underline{\nabla} \cdot \underline{V} \right)$$

La (4.2) può scriversi anche

$$\underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{V}) = \rho \underline{\nabla} \cdot \underline{V} + \underline{V} \cdot \underline{\nabla} \rho = 0$$

inoltre sulla superficie S_{body} è $\underline{V} = \underline{0}$ (per la condizione di non-slip) e $\mu_t = 0$ (gli sforzi di Reynolds sono trascurabili nel sottostrato viscoso) quindi

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{V} = u_x + v_y + w_z = w_z = 0$$

Sostituendo si ottiene $\tau_{zz} = 0$ e quindi

$$\sigma_{zz} = -p$$

il che mostra come gli sforzi normali alla superficie siano dovuti soltanto alla pressione p. Riassumendo con un approccio *near-field* è possibile definire:

$$D = D_p + D_f \quad (4.17)$$

dove D_p è la resistenza dovuta alla pressione (normale al corpo) e data da

$$D_p = \int_{S_{body}} (p - p_\infty) n_x dS \quad (4.18)$$

mentre D_f è la resistenza dovuta all'attrito (tangenziale al corpo) e data da

$$D_f = - \int_{S_{body}} (\tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z) dS \quad (4.19)$$

4.3.2 Approccio *far-field*

Il secondo integrale della (4.13) in base alla (4.14) si può scrivere

$$\underline{F} = - \int_{S_{far}} \left[(p - p_\infty) \underline{n} + \rho \underline{V} \underline{V} \cdot \underline{n} - \underline{\tau} \cdot \underline{n} \right] dS \quad (4.20)$$

analogamente a prima, definendo la resistenza aerodinamica D come la proiezione lungo x della forza \underline{F} si ottiene

$$D_{far} = - \int_{S_{far}} \left[(p - p_\infty) n_x + \rho u \underline{V} \cdot \underline{n} - \tau_{xx} n_x - \tau_{xy} n_y - \tau_{xz} n_z \right] dS \quad (4.21)$$

che è l'espressione di *far-field* della resistenza totale.

Se la superficie S_{far} è abbastanza distante dal corpo, nella scia è possibile trascurare l'effetto degli sforzi viscosi, quindi

$$D_{far} = - \int_{S_{far}} \left[(p - p_\infty) n_x + \rho u \underline{V} \cdot \underline{n} \right] dS \quad (4.22)$$

Come mostrato in [41] questa approssimazione si può ritenere valida se la scia viscosa del corpo si può ritenere sottile; il contributo degli sforzi τ può essere significativo nello studio, ad esempio, di profili alari in stallo e post-stallo. Comunque in tal caso il termine da aggiungere all'espressione (4.22) è

$$\underline{e}_x \cdot \int_{S_{far}} \underline{\tau} \cdot \underline{n} dS \quad (4.23)$$

Se si considera $S_{far} \rightarrow S_\infty$, cioè infinitamente lontana dal velivolo considerato, si può fare una semplificazione limitata però al caso bidimensionale e subsonico in quanto

$$\lim_{S_{far} \rightarrow S_\infty} \int_{S_{far}} (p - p_\infty) n_x dS = 0 \quad (4.24)$$

Questa semplificazione non è ovviamente consentita nel caso tridimensionale e portante in quanto variazioni di pressione si possono mantenere significative anche molto lontano dal corpo (resistenza indotta). Quindi, con la semplificazione (4.24), la (4.22) diventa

$$D_{far} = - \int_{S_\infty} \rho u \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (4.25)$$

Dato che sul corpo è $\left(\underline{V} \cdot \underline{n} \right) = 0$ l'integrando della (4.25) può essere esteso alla superficie $S'_\infty = S_\infty \cup S_{body}$ e quindi, applicando il teorema di Gauss a tale superficie, è possibile esprimere la resistenza aerodinamica in forma di integrale di volume:

$$D_{far} = - \int_{\Omega_\infty} \underline{\nabla} \cdot \left(\rho u \underline{V} \right) d\Omega \quad (4.26)$$

dove Ω_∞ è lo spazio racchiuso da S'_∞ e cioè il dominio infinito del fluido. A partire dalla (4.23), nel caso in cui non siano trascurabili gli sforzi viscosi su S_∞ , si aggiunge alla (4.26) l'espressione

$$\underline{e}_x \cdot \int_{\Omega_\infty} \underline{\nabla} \cdot \underline{\tau} d\Omega + D_f \quad (4.27)$$

dove D_f è l'espressione della resistenza di attrito di near-field data dalla (4.19). Nel capitolo 5 si vedrà come l'integrando della (4.26) dipende sostanzialmente dal campo di Δs e ΔH , entrambi nulli dove non sono presenti fenomeni diffusivi. Di conseguenza il breakdown della resistenza nelle due componenti dovute ai fenomeni dissipativi, cioè resistenza viscosa e resistenza d'onda, si esegue con un opportuna decomposizione del dominio computazionale Ω in sottodomini nei quali estendere l'integrale della (4.26). Un utile decomposizione di Ω consiste in

$$\Omega = \Omega_V \cup \Omega_W \cup \Omega_{sp}$$

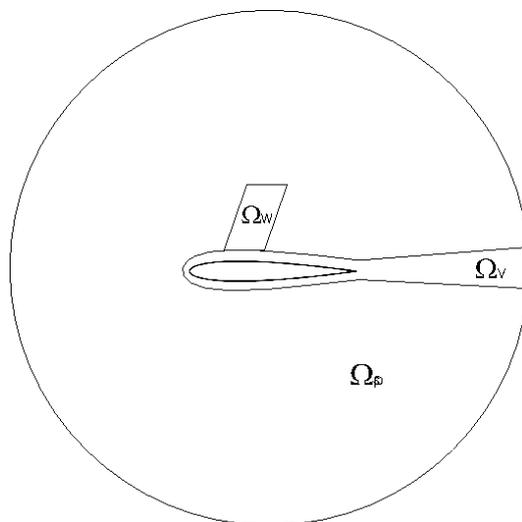


Figura 4.2: Breakdown delle regioni per il calcolo della resistenza.

dove

Ω_V rappresenta il dominio unione dello strato limite e della scia viscosa; l'ipotesi di scia viscosa può essere ritenuta valida solo per una porzione limitata di essa immediatamente a valle del bordo d'uscita, continuando a valle gli effetti viscosi sono trascurabili nonostante le condizioni fluidodinamiche si riconducano a quelle asintotiche;

Ω_W rappresenta il dominio individuato dalla presenza di effetti dissipativi dovuti alla forte compressione prodotta da onde d'urto;

Ω_{sp} rappresenta il dominio restante di Ω nel quale sono trascurabili effetti diffusivi e quindi il contributo alla resistenza individuato in questa regione è accettabilmente imputabile a cause di tipo numerico; Questa resistenza, detta *spuria*, non deve essere tenuta in conto nel calcolo non derivando da cause fisiche.

A causa dell'interazione onda d'urto strato limite occorre fare attenzione nel distinguere tra loro Ω_V e Ω_W . Riassumendo con un approccio *far-field* è possibile definire:

$$D = D_V + D_W + D_i \quad (4.28)$$

dove D_V è la resistenza viscosa data da

$$D_V = - \int_{\Omega_V} \nabla \cdot (\rho u \underline{V}) d\Omega \quad (4.29)$$

e D_W è la resistenza d'onda data da

$$D_W = - \int_{\Omega_W} \nabla \cdot (\rho u \underline{V}) d\Omega \quad (4.30)$$

4.4 La resistenza indotta

In condizioni di crociera, per un tipico aeromobile da trasporto, la resistenza indotta costituisce approssimativamente il 40% della resistenza totale, mentre in condizioni di bassa velocità essa ne costituisce la gran parte, circa l'80-90%.

Sebbene le fasi di decollo ed atterraggio costituiscano, per durata, una parte esigua del volo complessivo, la loro influenza sul progetto dell'aeromobile è fondamentale. Questo è dovuto al fatto che tipicamente uno dei requisiti determinanti ai fini della definizione dei parametri di progetto (di un velivolo da trasporto) è quello associato al decollo con il motore critico non operativo (in base alle normative vigenti). Variando le condizioni che definiscono questa fase del volo, ad esempio riducendo la resistenza indotta, può essere possibile soddisfare il requisito di progetto incrementando le prestazioni complessive dell'aeromobile.

La resistenza indotta può vedersi semplicemente quale conseguenza della rotazione del vettore forza aerodinamica agente sull'aeromobile ad opera dell'induzione di velocità verso il basso da parte della scia vorticoso che si libera dalla superficie portante principale dell'aeromobile. La scia vorticoso è conseguenza della generazione della portanza su un'ala finita in associazione al flusso trasversale che si instaura per via del contatto tra i due flussi di dorso e ventre, rispettivamente ad una pressione inferiore e superiore di quella della corrente asintotica. L'intensità della vorticità generata è più forte alle estremità alari, pertanto un'alterazione della geometria di questa parte dell'ala, mediante tecniche di *riallocazione* o *diffusione* dei vortici, ha un grande

effetto sulla resistenza indotta ([63]).

Sebbene il meccanismo fisico della produzione della resistenza indotta sia noto dagli albori dell'aerodinamica teorica, in realtà una conoscenza profonda del fenomeno in presenza di flussi reali non è ancora matura.

A partire da soluzioni numeriche CFD risulta difficile riuscire a separare il contributo indotto dalla resistenza totale, in quanto non si è ancora in grado di distinguere la parte di dominio che influisce sulla resistenza di scia da quella della vorticità indotta.

Un'impostazione alternativa è l'applicazione di metodi di integrazione della scia nell'analisi dei campi di moto ottenuti con la CFD, in maniera del tutto analoga a quanto viene realizzato nelle sperimentazioni in galleria aerodinamica. In questi metodi l'integrazione superficiale è rimpiazzata da integrali su superfici fittizie del campo di moto, collocate lontano a valle della configurazione che si vuole studiare. Siffatte metodologie si ottengono mediante l'applicazione dei semplici principi di conservazione della quantità di moto nella forma integrale. E' possibile, seguendo questo tipo di impostazione, distinguere la resistenza indotta da quella d'onda e da quella connessa allo sviluppo dello strato limite.

4.4.1 Formula di Maskell

La relazione che lega la resistenza aerodinamica alle variazioni di velocità nel piano di Trefftz[58]:

$$D_i = \rho \iint_{x=x_t} \frac{v^2 + w^2}{2} dydz = \frac{\rho}{2} \iint_{x=x_t} \underline{\nabla}\varphi \cdot \underline{\nabla}\varphi dydz \quad (4.31)$$

può esprimersi anche in un'altro modo, come fatto per la prima volta da [67]. Introduciamo una decomposizione alla Clebsch della velocità in una parte connessa al potenziale cinetico ed un'altra al vettore $\underline{\psi}$:

$$\underline{V} = \underline{\nabla}\phi + \underline{\nabla} \times \underline{\psi} \quad (4.32)$$

La funzione vettoriale $\underline{\psi}$ è definita dall'equazione di Poisson:

$$\nabla^2 \underline{\psi} = -\underline{\zeta} \quad (4.33)$$

A noi interessa, nel piano di Trefftz, la funzione di corrente ψ , componente lungo x di $\underline{\psi}$, definita anch'essa da un'equazione di Poisson:

$$\nabla^2\psi = -\xi \quad (4.34)$$

in cui ξ è la componente secondo x della vorticità. La condizione al contorno da affiancare alla (4.34) è $\underline{\nabla}\psi \rightarrow 0$ per $y^2 + z^2 \rightarrow \infty$.

Utilizzando il metodo della funzione di Green si ottiene l'espressione per la funzione di corrente:

$$\psi(y, z) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{x=x_t} \xi(y', z') \ln \left[(y - y')^2 + (z - z')^2 \right] dy' dz' \quad (4.35)$$

Questo nelle ipotesi di campo libero da ostacoli, ma uno dei vantaggi nell'utilizzare la funzione di Green sta nel fatto che modificando opportunamente le condizioni al contorno[62] è possibile ottenere una soluzione analitica della (4.34) anche in presenza di ostacoli, quali ad esempio le pareti di una galleria aerodinamica. Con questo potente strumento è quindi possibile valutare gli effetti di galleria sulla stima della resistenza, infine non è da trascurare il significativo vantaggio di avere un'espressione analitica per la funzione ψ .

Il fatto che siamo interessati alla sola componente della vorticità (e quindi del vettore $\underline{\psi}$) parallela alla velocità è diretta conseguenza delle ipotesi di lavoro di questo capitolo, dal teorema di Crocco infatti segue che solo tale componente del rotore della velocità può esistere[48],[52].

Il legame tra le componenti della velocità e le funzioni ψ e ξ resta così definito:

$$v = \frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \quad (4.36)$$

$$\xi = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.37)$$

Sostituendo le (4.36) nella (4.31), ricordando la (4.34) ed integrando per parti, otteniamo:

$$\begin{aligned} D_i &= \rho \iint_{x=x_t} \frac{v^2 + w^2}{2} dydz = \frac{\rho}{2} \iint_{x=x_t} \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial z} \right)^2 \right] dydz = \\ &= -\frac{\rho}{2} \iint_{x=x_t} \left(\psi \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \psi \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right) dydz = \frac{\rho}{2} \iint_{x=x_t} \psi \xi dydz \end{aligned} \quad (4.38)$$

Alcuni pregi di questa formulazione sono subito evidenti. L'integrazione presente nella (4.38) può considerarsi estesa alla sola regione del piano di Trefftz contenente la scia del corpo, in quanto ivi è concentrata la vorticità. Questo è un indubbio vantaggio per il suo utilizzo sperimentale in galleria del vento, in quanto è possibile utilizzare un numero ridotto di sonde ed impiegare l'impianto per un tempo ridotto rispetto a quanto sarebbe necessario fare se si dovesse effettuare l'integrazione su tutta la sezione della galleria oppure sulla superficie del corpo (nell'approccio del campo vicino). Naturalmente questo vantaggio si traduce anche in una maggiore accuratezza dei risultati. Infine, vi è l'utile possibilità di calcolare rigorosamente dal punto di vista teorico e pratico l'effetto dovuto alle pareti della galleria aerodinamica.

Anche dal punto di vista del suo utilizzo numerico l'integrazione estesa ad una regione ridotta del campo di moto, costituisce un vantaggio: in termini di tempo e di definizione richiesta della griglia di calcolo. Infatti la (4.38), come tutte le relazioni di tipo *far field* ha come vantaggio rispetto ad un approccio *near field* di non richiedere un'elevata definizione superficiale del corpo per effettuare gli integrali con un'approssimazione sufficiente. Inoltre non è neanche necessario avere un'elevata definizione del campo di moto troppo lontano dal corpo, pertanto si può pensare che sia possibile definire una griglia di calcolo ottimizzata per il calcolo della resistenza indotta consentendo un risparmio in termini di risorse di calcolo.

Anche per la portanza è possibile ottenere un'espressione analoga[59], ottenendo:

$$L = \rho V_\infty \iint_{x=x_t} y \xi dy dz \quad (4.39)$$

Il metodo di campo lontano

5.1 Un metodo per il calcolo e decomposizione della resistenza

Il metodo descritto in questo capitolo è un *post-processor* il cui compito è quello di “estrarre” la resistenza aerodinamica attorno ad una configurazione e decomporla nelle componenti viscosa, d’onda e indotta dalla portanza. Il campo termofluidodinamico risolto dal *solver* è di tipo RANS quindi è particolarmente difficile decomporre la resistenza nei vari contributi non essendo possibile isolare le cause della resistenza stessa. Inoltre non si considera la “qualità” della soluzione ma la capacità di estrarre da questa un valore della resistenza coerente con la soluzione data. Il metodo segue un approccio di tipo *far-field*, basato sul lavoro di Tognaccini e Paparone [38], in primo luogo perché si vedrà essere più accurato dei metodi *near-field*, in quanto è in grado di eliminare una buona parte della resistenza spuria dovuta cioè alla dissipazione artificiale (implicita e non) indotta dalla discretizzazione delle equazioni, e in secondo luogo perché, attraverso una decomposizione del volume circostante il corpo, è possibile decomporre la resistenza, dovuta ai soli fenomeni dissipativi, nella parte viscosa e in quella d’onda. La resistenza, che nel caso bidimensionale è solo dovuta ai fenomeni dissipativi, sarà messa in relazione alla sola variazione di entropia Δs portando alla definizione di “resistenza di entropia”. Si vedrà che i risultati sono in accordo con la formula di Oswatitsch [23] (che corrisponde ad una approssimazione del 1° ordine del metodo) e che però una necessaria maggiore accuratezza richiede una correzione (termine del 2° ordine) a tale formula. Verrà mostrato il metodo di D. Destarac [36] e la differenza sostanziale soprattutto in termini di calcolo della resistenza di entropia. Infine verrà mostrato anche l’implementazione numerica della formula di Maskell [67] per il calcolo della resistenza indotta nel caso tridimensionale.

5.2 Applicazione del metodo al caso 2D

Nel caso bidimensionale non si ha la presenza di vorticità con componente parallela alla velocità e quindi, in base alla equazione di Crocco, alla vorticità è sempre accompagnata la presenza di fenomeni diffusivi; inoltre è lecita l'ipotesi per cui le uniche forme di resistenza che si considerano sono resistenza viscosa e d'onda. Nel caso bidimensionale e subsonico, l'espressione di *far-field* della resistenza si è visto essere:

$$D_{far} = - \int_{S_\infty} \rho u \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (5.1)$$

Un'altra espressione simile può essere ottenuta considerando che per la continuità è

$$\int_{S_\infty} \rho V_\infty \underline{V} \cdot \underline{n} dS = 0 \quad (5.2)$$

e quindi

$$D_{far} = \int_{S_\infty} \rho (V_\infty - u) \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (5.3)$$

espressione che mostra come la resistenza può essere legata al difetto di quantità di moto che si ha nella scia a valle del corpo. Esprimendo $u = V \cos \delta$ con $\delta = \arctan(w/u)$ ed espandendo δ in serie di Taylor è possibile scrivere [37]

$$u = V - V \left(\frac{w}{u}\right)^2 + O\left[\left(\frac{w}{u}\right)^4\right]$$

e la (5.1) diventa

$$\begin{aligned} D_{far} &= - \int_{S_\infty} \rho V \underline{V} \cdot \underline{n} dS \\ &\quad - \int_{S_\infty} \rho V \left(\frac{w}{u}\right)^2 \underline{V} \cdot \underline{n} dS + O\left[\left(\frac{w}{u}\right)^4\right] \end{aligned} \quad (5.4)$$

Dato che la soluzione per $S_{far} \rightarrow S_\infty$ ha $w \rightarrow 0$ e considerando che lo spessore della scia del profilo cresce come \sqrt{r} con $r^2 = x^2 + z^2$, i termini di ordine superiore nella (5.4) si trascurano e la resistenza totale può essere espressa in termini del modulo di velocità V

$$D_{far} = - \int_{S_\infty} \rho V \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (5.5)$$

Per un gas perfetto, il modulo di velocità V , può essere espresso in termini di Δs , ΔH e Δp infatti combinando le (4.5) e (4.8) con la

$$\Delta H = H - H_\infty = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{\rho} - \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \right) + \left(\frac{V^2}{2} - \frac{V_\infty^2}{2} \right) \quad (5.6)$$

si ha

$$\begin{aligned} \frac{V}{V_\infty} &= \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta H}{V_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma - 1) M_\infty^2} \left[\left(\frac{\Delta p}{p_\infty} + 1 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} e^{\frac{\Delta s}{R} \frac{(\gamma-1)}{\gamma}} - 1 \right]} \\ &= f \left(\frac{\Delta p}{p_\infty}, \frac{\Delta s}{R}, \frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right) \end{aligned} \quad (5.7)$$

L'espressione (5.7) può essere espansa in serie di Taylor attorno l'origine di \mathfrak{R}^2 ottenendo

$$\begin{aligned} \frac{V}{V_\infty} &= 1 + f_{p1} \frac{\Delta p}{p_\infty} + f_{s1} \frac{\Delta s}{R} + f_{H1} \frac{\Delta H}{V_\infty^2} \\ &+ f_{p2} \left(\frac{\Delta p}{p_\infty} \right)^2 + f_{s2} \left(\frac{\Delta s}{R} \right)^2 + f_{H2} \left(\frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right)^2 \\ &+ f_{ps2} \frac{\Delta p}{p_\infty} \frac{\Delta s}{R} + f_{pH2} \frac{\Delta p}{p_\infty} \frac{\Delta H}{V_\infty^2} + f_{sH2} \frac{\Delta s}{R} \frac{\Delta H}{V_\infty^2} \\ &+ O \left[\left(\frac{\Delta p}{p_\infty} \right)^3, \left(\frac{\Delta s}{R} \right)^3, \left(\frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right)^3, \dots \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

I coefficienti della serie dipendono da γ e M_∞ e sono

$$f_{p1} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}, \quad f_{s1} = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2}, \quad f_{H1} = 1 \quad (5.9)$$

$$f_{p2} = -\frac{1 + \gamma M_\infty^2}{2\gamma^2 M_\infty^4}, \quad f_{s2} = -\frac{1 + (\gamma-1)M_\infty^2}{2\gamma^2 M_\infty^4}, \quad f_{H2} = -\frac{1}{2} \quad (5.10)$$

$$f_{ps2} = -\frac{1 + (\gamma-1)M_\infty^2}{\gamma^2 M_\infty^4}, \quad f_{pH2} = \frac{1}{\gamma M_\infty^2}, \quad f_{sH2} = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \quad (5.11)$$

Sostituendo la (5.7) nella (5.5) si ottiene quindi

$$D_{far} = -V_\infty \int_{S_\infty} \rho f \left(\frac{\Delta p}{p_\infty}, \frac{\Delta s}{R}, \frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right) \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (5.12)$$

e per il teorema di Gauss si ottiene

$$D_{far} = -V_\infty \int_{\Omega_\infty} \underline{\nabla} \cdot \left[\rho f \left(\frac{\Delta p}{p_\infty}, \frac{\Delta s}{R}, \frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right) \underline{V} \right] d\Omega \quad (5.13)$$

La dipendenza da Δp può essere trascurata in quanto $\Delta p/p_\infty \rightarrow 0$ per $S_{far} \rightarrow S_\infty$. Infatti i termini che nella (5.12) dipendono da $\Delta p/p_\infty$ possono essere scomposti in due contributi essendo

$$\rho \underline{V} = \rho_\infty \underline{V}_\infty + \Delta \left(\rho \underline{V} \right)$$

L'integrale relativo a $\rho_\infty \underline{V}_\infty$ è nullo a causa della simmetria del campo di pressione mentre l'integrale associato a $\Delta(\rho \underline{V})$ è nullo dato che $\Delta p \Delta(\rho \underline{V}) \rightarrow 0$ per $S_{far} \rightarrow S_\infty$ più velocemente di $1/r$, e cioè di come cresce S_{far} , in entrambi i limiti e scia non viscosa. Quindi l'espressione della resistenza diventa

$$\begin{aligned} D_{far} = & -V_\infty \left\{ \int_{S_\infty} \left[f_{s1} \frac{\Delta s}{R} + f_{s2} \left(\frac{\Delta s}{R} \right)^2 \right] \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \right. \\ & + \int_{S_\infty} \left[f_{H1} \frac{\Delta H}{V_\infty^2} + f_{H2} \left(\frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right)^2 \right] \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \\ & + \int_{S_\infty} \left[f_{sH2} \frac{\Delta s}{R} \frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right] \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \left. \right\} \\ & + O \left[\left(\frac{\Delta s}{R} \right)^3, \left(\frac{\Delta H}{V_\infty^2} \right)^3, \dots \right]. \end{aligned} \quad (5.14)$$

5.2.1 Resistenza di Entropia

Il primo integrale nella (5.14) è relativo ai soli termini dipendenti da Δs e quindi prende il nome di “resistenza di entropia” ($D_{\Delta s}$); il secondo integrale è relativo ai soli termini dipendenti da ΔH ed il terzo ai termini del secondo ordine relativi all'interferenza tra Δs e ΔH . I termini superiori al secondo ordine sono trascurati in questa trattazione. Il contributo del primo ordine nella resistenza di entropia coincide con l'espressione derivata da Oswatitsch. In caso di numero di Prandtl $Pr \approx 1$ ed assenza di energia somministrata al fluido (configurazioni senza propulsione) i termini dipendenti da ΔH non danno contributo e la resistenza di entropia coincide con la resistenza totale. Si definisce

$$g \left(\frac{\Delta s}{R} \right) = -f_{s1} \frac{\Delta s}{R} - f_{s2} \left(\frac{\Delta s}{R} \right)^2 \quad (5.15)$$

sicché la resistenza di entropia $D_{\Delta s}$ diventa

$$D_{\Delta s} = V_{\infty} \int_{S_{\infty}} \rho g \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (5.16)$$

o equivalentemente

$$D_{\Delta s} = V_{\infty} \int_{\Omega} \nabla \cdot \left(\rho g \underline{V} \right) d\Omega \quad (5.17)$$

5.3 Applicazione del metodo al caso 3D

Nel caso tridimensionale le approssimazioni sui termini dipendenti dal Δp non sono valide. Tenendo in conto tutti i termini della 5.7 e 5.8 si ottiene:

$$\begin{aligned} D_{far} &= -V_{\infty} \int_{S_{far}} \left[f_{s1} \frac{\Delta s}{R} + f_{s2} \left(\frac{\Delta s}{R} \right)^2 \right] \rho (\underline{V} \cdot \underline{n}) dS \\ &- V_{\infty} \int_{S_{far}} \left[f_{H1} \frac{\Delta H}{V_{\infty}^2} + f_{H2} \left(\frac{\Delta H}{V_{\infty}^2} \right)^2 \right] \rho (\underline{V} \cdot \underline{n}) dS \\ &- V_{\infty} \int_{S_{far}} \left[1 + f_{p1} \frac{\Delta p}{p_{\infty}} + f_{p2} \left(\frac{\Delta p}{p_{\infty}} \right)^2 \right] \rho (\underline{V} \cdot \underline{n}) dS \\ &- \rho V_{\infty}^2 \frac{1}{\gamma M_{\infty}^2} \int_{S_{far}} \frac{\Delta p}{p_{\infty}} n_x dS \\ &+ \int_{S_{far}} \frac{1}{2} \left(\frac{v^2 + w^2}{V_{\infty}} \right) \rho (\underline{V} \cdot \underline{n}) dS \\ &- V_{\infty} \int_{S_{far}} \left[f_{ps2} \frac{\Delta p}{p_{\infty}} \frac{\Delta s}{R} + f_{sH2} \frac{\Delta s}{R} \frac{\Delta H}{V_{\infty}^2} f_{pH2} \frac{\Delta p}{p_{\infty}} \frac{\Delta H}{V_{\infty}^2} \right] \rho (\underline{V} \cdot \underline{n}) dS \\ &+ O \left[\left(\frac{\Delta s}{R} \right)^3, \left(\frac{\Delta H}{V_{\infty}^2} \right)^3, \left(\frac{\Delta p}{p_{\infty}} \right)^3 \dots \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

Nella relazione appena scritta possono essere riconosciuti quattro termini:

1. il primo integrale è relativo alla variazione di entropia, quindi direttamente collegato allo strato limite ed alle onde d'urto;
2. il secondo integrale dipende dalla variazione di entalpia totale, dunque non è legato solo alla resistenza ma è connesso anche con la spinta nel caso di configurazioni con motori;

3. il terzo ed il quarto integrale sono relativi alle variazioni di pressione, questo contributo è presente solo nei flussi tridimensionali;
4. il quinto integrale è connesso alle variazioni di velocità a valle del corpo portante, in pratica è legato alla vorticità presente nella scia del velivolo;
5. il sesto integrale contiene i termini incrociati del secondo ordine, in pratica sono i termini di interferenza tra i diversi contributi della resistenza.

La superficie S_{far} è arbitraria, ma ovviamente deve essere abbastanza distante dal corpo per poter trascurare gli sforzi viscosi. Tuttavia la scelta rimane incerta perché c'è dipendenza dei vari contributi dalla posizione della superficie, in special modo per la vorticità. Infatti all'allontanarsi della superficie di integrazione dal corpo la resistenza vorticoso si trasforma in resistenza di entropia. Questa proprietà è valida anche nei flussi reali. Nei flussi computazionali bisogna tenere in conto anche della *diffusione numerica* dell'entropia nella scia del velivolo. Anche nel caso tridimensionale, osservando che i termini incrociati sono di ordine inferiore, la resistenza relativa alla sola variazione di entropia ha la stessa espressione ottenuta per il caso bidimensionale.

5.4 Decomposizione della resistenza

La decomposizione della resistenza nella parte viscosa e in quella d'urto avviene in base alla decomposizione del volume di integrazione Ω :

$$\Omega = \Omega_V \cup \Omega_W \cup \Omega_{sp}$$

quindi

$$D_{\Delta s} = D_V + D_W + D_{sp}$$

con

$$D_V = V_\infty \int_{\Omega_V} \nabla \cdot \left(\rho g \underline{V} \right) d\Omega \quad (5.19)$$

$$D_W = V_\infty \int_{\Omega_W} \nabla \cdot (\rho g \underline{V}) d\Omega \quad (5.20)$$

$$D_{sp} = V_\infty \int_{\Omega_{sp}} \nabla \cdot (\rho g \underline{V}) d\Omega \quad (5.21)$$

Il termine D_{sp} dovuto alla produzione, in Ω_{sp} , di entropia numerica cioè asso-

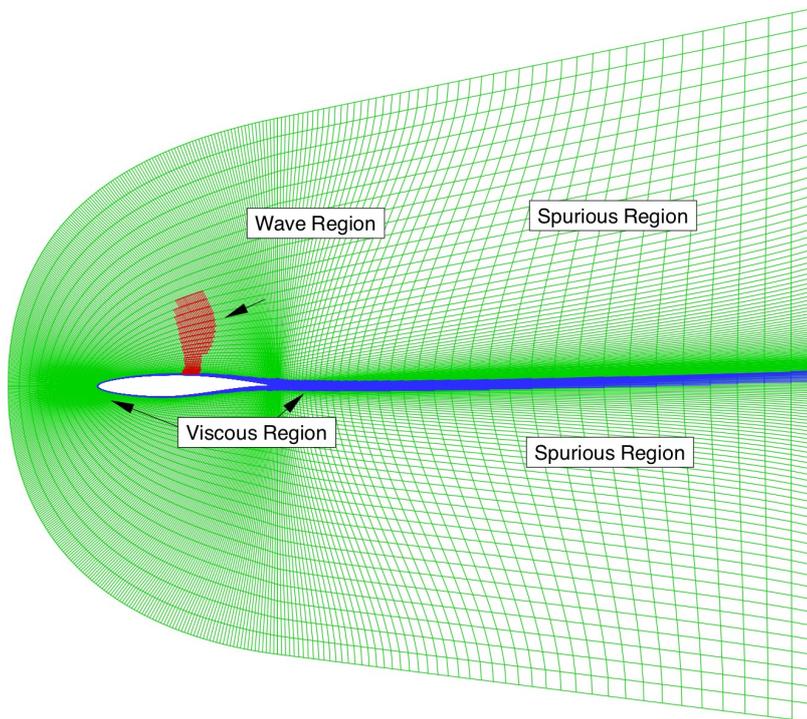


Figura 5.1: Individuazione delle zone di produzione di resistenza all'interno del dominio numerico.

ciata alla dissipazione indotta dallo schema numerico e dalla discretizzazione delle equazioni, con l'approccio *far-field*, può essere quindi isolato e non tenuto in conto. Infatti con un approccio di tipo *near-field* l'errore indotto dalle derivate numeriche eseguite per calcolare gli sforzi viscosi sulla superficie del corpo si vedrà essere più grande dell'errore numerico indotto dal calcolo di integrali in corrispondenza del corpo stesso, con una conseguente migliore accuratezza della soluzione su griglie non troppo fitte (come quelle che si usano per geometrie complesse in problemi 3D e in fase di avanprogetto).

Ovviamente anche D_V e D_W sono affette da errore numerico e quindi in esse è presente una parte di resistenza *spuria* ma, essendo limitate le estensioni di Ω_V e Ω_W , tali errori sono contenuti. Con questo criterio di decomposizione è facile intuire come i valori dei due tipi di resistenza siano strettamente legati ai domini selezionati per il calcolo. Occorre quindi fare molta attenzione ai criteri di selezione delle zone in questione, cioè strato limite unito alla scia viscosa per la resistenza viscosa e strato d'urto per la resistenza d'onda, e all'algoritmo impostato nel codice che implementa questo metodo. Il metodo è un *post-processor* quindi si esegue su un dominio computazionale composto da celle di griglia delle quali sono note tutte le grandezze termofluidodinamiche. Occorre stabilire, per ogni cella del dominio, se questa appartiene ai corrispondenti domini computazionali di Ω_V , Ω_W e Ω_{sp} . Individuati gli insiemi di celle corrispondenti alle tre zone si applicano le equivalenti espressioni discretizzate delle (5.19)-(5.21). Queste espressioni si ottengono trasformando, attraverso il teorema di Gauss, gli integrali di volume della divergenza nella cella in integrali di superficie del flusso uscente dalla cella. Indicando con N_V , N_W e N_{sp} il numero delle celle attribuite rispettivamente a Ω_V , Ω_W e Ω_{sp} le espressioni cercate si scrivono

$$D_V = \sum_{j=1}^{N_V} V_\infty \int_{S_j} \rho g \underline{V} \cdot \underline{n} dS_j \quad (5.22)$$

$$D_W = \sum_{j=1}^{N_W} V_\infty \int_{S_j} \rho g \underline{V} \cdot \underline{n} dS_j \quad (5.23)$$

$$D_{sp} = \sum_{j=1}^{N_{sp}} V_\infty \int_{S_j} \rho g \underline{V} \cdot \underline{n} dS_j \quad (5.24)$$

dove S_j è il bordo della j -esima cella di griglia e \underline{n} il versore uscente dalle facce della S_j . L'algoritmo di attribuzione del dominio corrispondente ad ogni cella deve essere robusto rispetto all'eventualità di interazione tra strato d'urto e strato limite. Per far ciò si è adottato un criterio di selezione di tipo gerarchico: una cella attribuita a Ω_W non può essere più attribuita a Ω_V anche se ne verifica le condizioni per esserlo. In particolare, per ogni cella,

- si effettua un test relativo allo strato d'urto e se soddisfatto si assegna la cella ad Ω_W ;
- se il test relativo a Ω_W non è stato soddisfatto si esegue un test relativo alla zona viscosa e, in caso di risultato positivo, si assegna la cella a Ω_V ;
- se neanche il test relativo a Ω_V è stato positivo si assegna la cella a Ω_{sp} .

Si noti a questo punto come l'algoritmo richiesto per calcolare gli integrali nelle equazioni (5.22)-(5.24) sia particolarmente semplice e adatto a soluzioni numeriche strutturate e non strutturate. Inoltre il calcolo del flusso di g sulla faccia S_j della cella può essere eseguito allo stesso modo di come sono calcolati i flussi nello schema di discretizzazione del *solver*.

5.4.1 Selezione della zona d'urto

Il test, da applicare alla cella, che stabilisce se la si può assegnare al dominio Ω_W si basa sul calcolo di un sensore, sensore d'urto, e sul suo confronto con un valore di *cut-off* K_{cw} , *cut-off* d'urto. Il sensore d'urto scelto si basa sul termine adimensionale

$$F_w = \frac{\overline{V \cdot \nabla p}}{a \left| \overline{\nabla p} \right|}$$

dove a è la velocità del suono locale. Questo sensore innanzitutto è positivo solo nelle zone in compressione quindi, dato che le onde d'urto sono accompagnate da un aumento di pressione, le celle con un valore negativo di F_w non dovranno essere certamente considerate. Inoltre è facile notare come il sensore F_w sia una misura del numero di Mach locale relativo però alla componente della velocità nella direzione del gradiente di pressione. Il valore di F_w non può essere superiore al numero di Mach locale. Per selezionare le celle immediatamente a monte e nell'urto vero e proprio, dove è presente un forte gradiente di pressione nella direzione della velocità, è sufficiente un test del tipo

$$F_w \geq 1$$

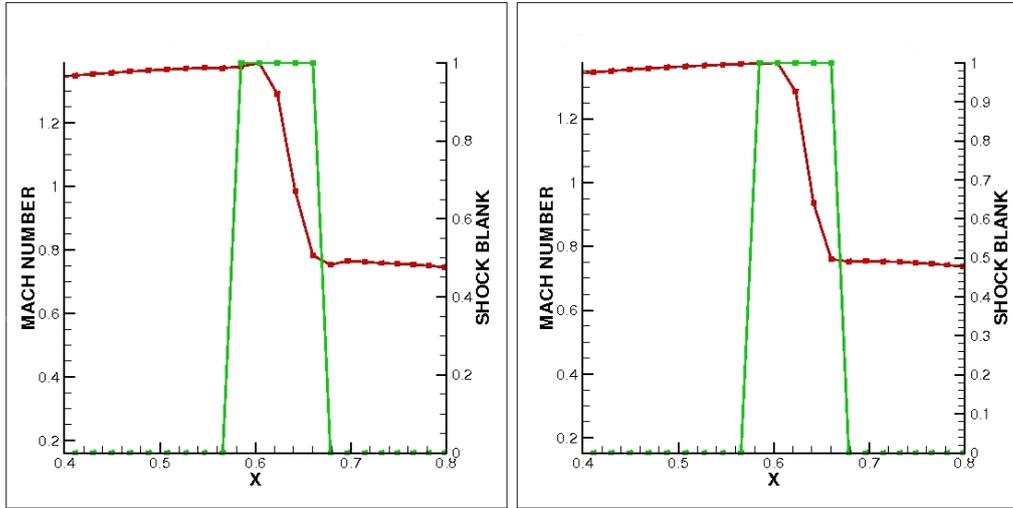


Figura 5.2: Applicazione del sensore della zona d'urto, individuazione delle celle contenenti l'onda d'urto. Caso NACA 0012, $M = 0.8$, $\alpha = 1.25^\circ$, Eulero. Metodo DLR, a sinistra schema centrale, a destra schema upwind. — numero di Mach, — celle scelte come urto.

mentre per selezionare le celle subito a valle è possibile usare un valore del *cut-off* K_{cw} pari approssimativamente al numero di Mach a valle dell'urto (fornito ad esempio dalle relazioni Rankine-Hugoniot). Quindi il test

$$F_w > K_{cw}$$

si mostra adatto allo scopo. Un valore che si è dimostrato indipendente dal campo di moto considerato è pari a 0.85. Dall'analisi dell'applicazione di questo valore per diversi campi di moto e schemi numerici, come si vede dalla figura 5.2, il valore scelto come sensore delle celle contenenti un'onda d'urto non permette di selezionare tutte le celle che fanno parte dell'urto *numerico*, ovvero anche quelle immediatamente prima e dopo l'urto nelle quali il campo di moto oscilla. Vanno tenute in conto 1 ulteriore cella prima dell'urto e 2 a valle.

5.4.2 Selezione della zona viscosa

L'identificazione di un opportuno sensore che sia in grado di stabilire l'appartenenza o meno di una cella al dominio Ω_V è un pò più complicata. Innanzitutto il criterio di selezione della cella deve essere indipendente dalla topologia per poter essere applicato ad ogni tipo di configurazione e a dati non strutturati. Per questo motivo sensori basati sullo spessore dello strato limite, che tra l'altro ha definizioni ambigue e fortemente dipendenti da valori di *cut-off*, non possono essere applicati. Inoltre il sensore non si può basare su grandezze relative alla produzione di entropia perché, in tal caso, tenderebbe a selezionare la zona spuria Ω_{sp} . Per questo motivo il sensore basato sulla funzione di dissipazione $\Phi = 2\mu (\nabla V)_0^s : (\nabla V)_0^s$ non può essere applicato. Inoltre il sensore deve risultare essenzialmente poco dipendente dalla scelta di un *cut-off* K_{bl} per effettuare il test. Un primo criterio si basa sull'analisi del comportamento dell'entalpia totale H o della sua variazione $\Delta H = H - H_\infty$ nello strato limite. Infatti essendo per l'aria il numero di Prandtl $Pr \approx 0.7$ nel laminare e $Pr \approx 0.9$ nel turbolento, lo spessore di strato limite termico è molto prossimo allo spessore di strato limite dinamico. In particolare partendo dal bordo dello strato limite termico e andando verso la parete, il valore di ΔH cresce fino a raggiungere un massimo per poi diminuire alla parete (con derivata nulla essendo la parete adiabatica). In aria, la zona in cui ΔH raggiunge il massimo è molto prossima al bordo dello strato limite dinamico per cui questo massimo può essere usato come sensore per selezionare lo strato limite. Questo metodo richiede la conoscenza delle pareti del corpo in studio quindi è fortemente dipendente dalla topologia. Inoltre non è in grado di selezionare la scia viscosa essendo questa priva di pareti. Un secondo criterio, questa volta indipendente dalla tecnologia, è stato considerato e applicato però solo ai moti completamente turbolenti. Il sensore adimensionale adottato è

$$F_v = \frac{\mu_l + \mu_t}{\mu_l} = 1 + \frac{\mu_t}{\mu_l}$$

dove μ_l e μ_t sono viscosità dinamica e viscosità turbolenta rispettivamente. Il valore del rapporto μ_t/μ_l è molto maggiore di uno nello strato limite

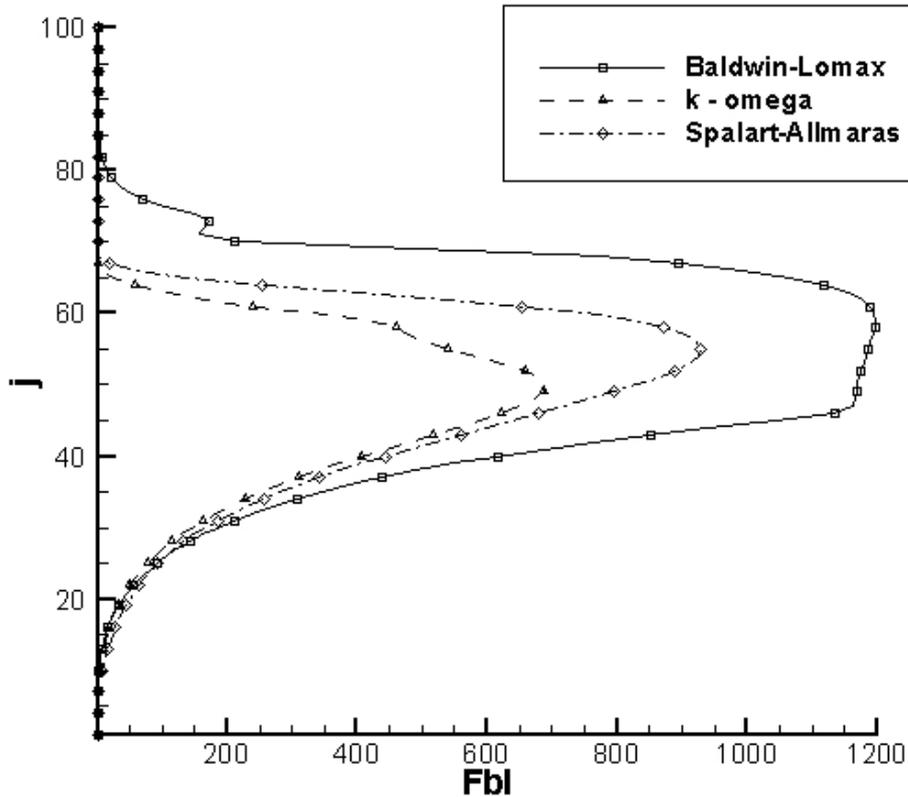


Figura 5.3: Caso bidimensionale, variazione della funzione utilizzata per individuare la zona viscosa (F_{bl}) con la direzione normale al profilo (j), esempio con differenti modelli di turbolenza.

turbolento mentre prossimo a zero (o meglio al suo valore asintotico) nella parte restante del dominio. Nella figura 5.3 si vede il valore della funzione scelta come sensore per l'individuazione della zona viscosa nello strato limite turbolento. L'ordine di grandezza del sensore all'interno di zone turbolente rende la zona facilmente discriminante dal restante campo di moto. Inoltre tale proprietà viene ritrovata anche cambiando il modello di turbolenza utilizzato per la soluzione numerica. Il test che stabilisce se la cella considerata appartiene a Ω_V si può scrivere

$$F_v > K_{bl}$$

dove K_{bl} è il valore di *cut-off* per la selezione della zona viscosa. Valore tipico di K_{bl} è 1.4. Dalla figura 5.4 si vede che al variare del cut-off la

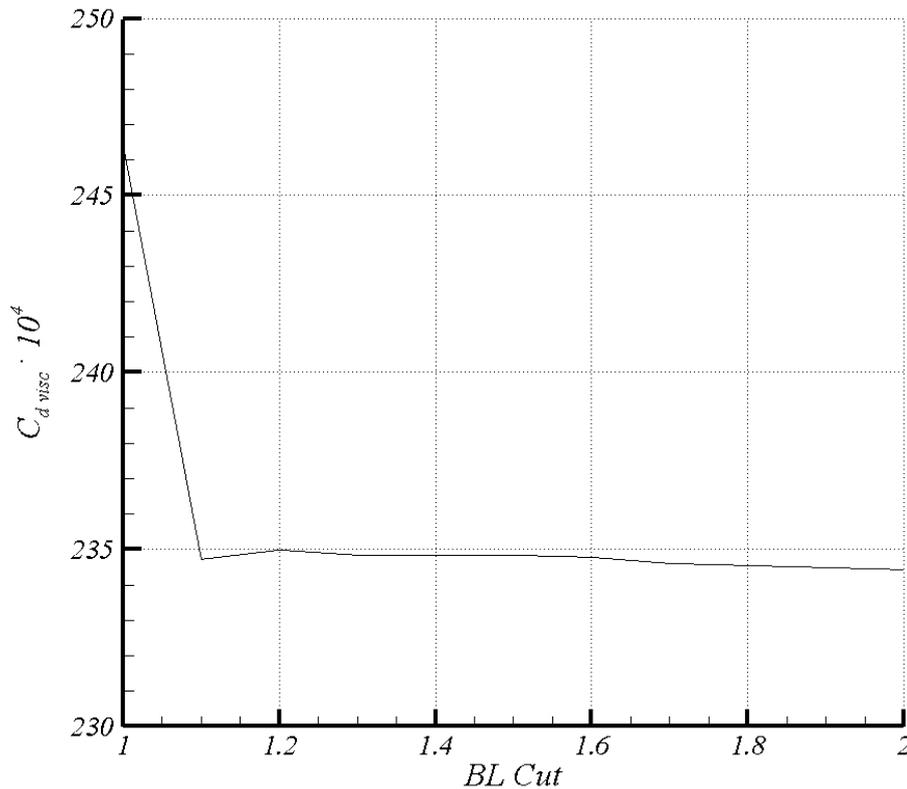


Figura 5.4: Variazione della resistenza di campo lontano con il valore del cut-off per la selezione della zona viscosa. Caso bidimensionale, simulazione RANS.

resistenza di campo lontano varia, ma nella zona $1.25 < K_{bl} < 1.55$ vi è un *plateau* nel grafico, ovvero una indipendenza della soluzione dal valore scelto. Particolare attenzione va data all'individuazione del bordo dello strato limite. Nella figura 5.5 al bordo dello strato limite si ritrovano delle oscillazioni della produzione di entropia che fanno parte dello strato limite. Il sensore deve essere calibrato in modo da includere queste celle.

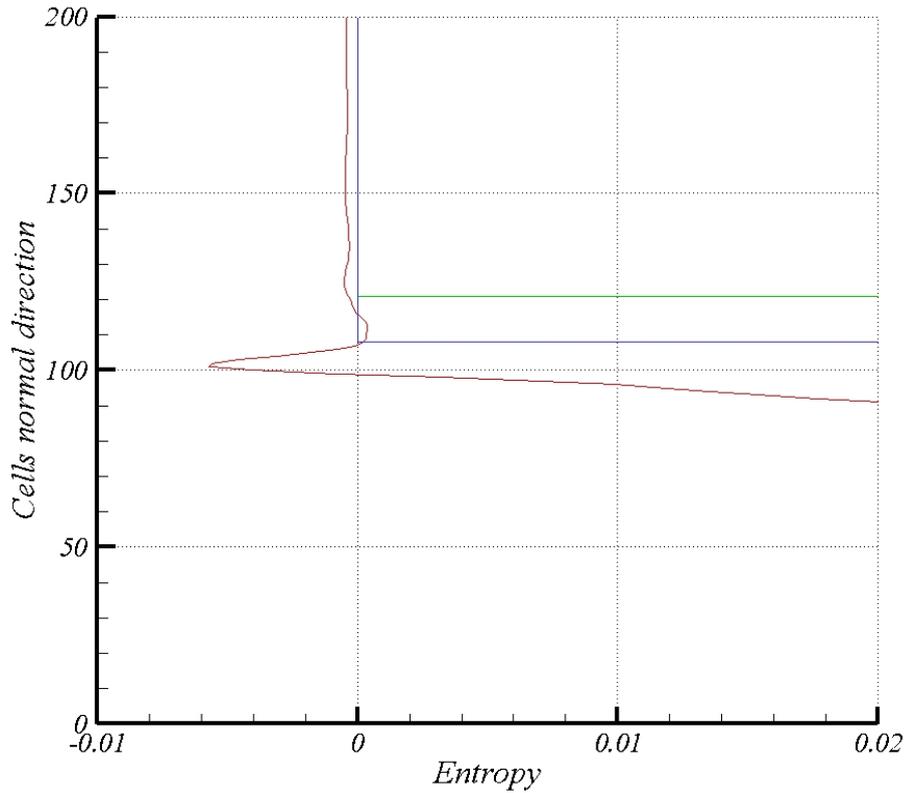


Figura 5.5: Selezione del bordo dello strato limite, aggiunta di celle a quelle individuate dal sensore dello strato limite per catturare le oscillazioni della produzione di entropia.

5.4.3 Calcolo della resistenza indotta

Rimandando al riferimento [58] e [62] per i dettagli sull'algoritmo di integrazione, l'applicazione dell'integrale di Maskell richiede che si conoscano le variabili del campo di moto su un piano opportunamente definito a valle della configurazione studiata. Abbiamo già detto che la resistenza spuria si genera nelle regioni del campo di moto caratterizzate da elevati gradienti e modellate da una griglia che localmente non presenta una risoluzione adeguata. Un fenomeno "numerico" connesso a questo tipo di problema si presenta

nel calcolo della resistenza indotta con l'integrale di Maskell: la resistenza indotta calcolata diminuisce spostando il piano di integrazione sempre più lontano a valle del corpo mentre la resistenza entropica aumenta. Questo interscambio tra vorticità ed entropia è causato dalla dissipazione numerica che ha luogo nel processo di convezione della scia. A causa di questo fenomeno è auspicabile mantenere il piano d'integrazione il più vicino possibile alla configurazione che si sta studiando. Si è limitati a procedere in tal senso quando si vuole studiare una configurazione più complessa di una semplice ala isolata, ad esempio una configurazione costituita da ala e corpo fusoliera (wing body). La superficie d'integrazione non deve includere celle che si trovano troppo vicine ai bordi esterni della griglia di calcolo in quanto le celle più esterne sono solitamente via via più grandi, e siccome gli integrali per la resistenza indotta (ed entropica) sono essenzialmente somme delle differenze tra i valori locali e asintotici delle variabili del campo di moto su una superficie di estensione finita, ogni piccola deviazione dal valore asintotico vicino al bordo esterno del piano di Trefftz può portare ad un grande errore nel processo d'integrazione. Tuttavia la regione del piano di taglio entro quale effettuare le integrazioni deve essere di estensione sufficiente a contenere la scia del corpo. Il metodo applicato opera un taglio delle celle del dominio di calcolo che attraversano il piano scelto, proiettando le variabili all'interno della cella sul piano di taglio. Si ottengono così delle celle bidimensionali che possono essere sia triangoli che quadrilateri. Su questo dominio bidimensionale si applica l'integrale di Maskell, ottenendo il valore della resistenza entropica ed indotta.

5.5 Il codice DRAGCUT

Il codice DRAGCUT è uno strumento di *post-processing* creato per estrarre i contributi di resistenza aerodinamica viscosa, d'onda ed indotta dalla resistenza totale a partire da soluzioni numeriche sia Eulero che Navier-Stokes in domini strutturati multiblocco. L'approccio numerico è quello esposto nel presente capitolo, e segue i lavori [57],[38],[54]. Il dipartimento è attivo nello sviluppo di questo software a partire dal programma europeo AIRDATA (AIRcraft Drag And Thrust Analysis) del 1997. Il software è scritto in FORTRAN 77, linguaggio di programmazione disponibile per diverse piattaforme. Il codice prende in ingresso le variabili fluidodinamiche del campo di moto, per ogni punto vanno dichiarate le coordinate cartesiane, la densità, le componenti di velocità secondo gli assi cartesiani, l'energia totale e la pressione totale, la viscosità turbolenta, in forma adimensionale. Il formato di lettura è quello standard di Tecplot[®]: file ASCII, strutturato, ordinato sia in formato punti che blocco. Attraverso gli algoritmi di selezione delle zone esposti sopra, il contributo di resistenza viscoso e d'onda viene calcolato, inoltre viene calcolato il contributo di resistenza indotta come integrale superficiale in un piano a valle scelto dall'utente. I risultati sono espressi sia in termini di count che in visualizzazione del campo di moto.

5.5.1 File di INPUT

Per poter effettuare la decomposizione della resistenza aerodinamica vanno forniti oltre alla soluzione numerica da analizzare, le caratteristiche del campo di moto, la topologia del dominio computazionale e le variabili di riferimento. I file di input del codice sono:

- IN. Un esempio del file si trova in figura 5.6. Nella prima riga c'è il titolo della test-case che si sta analizzando, verrà riportato nel file di output. La terza riga contiene i valori di riferimento (numero di blocchi, lunghezza, area), le caratteristiche del campo di moto (numero di Mach, numero di Reynolds, angolo d'incidenza della corrente asintoti-

ca). Utilizzando un valore negativo del numero di Reynolds si comunica al software che il caso analizzato è euleriano. Nelle righe successive si inseriscono le opzioni del codice. Nel codice sono definiti diversi criteri di selezione per la zona viscosa, quello scelto corrisponde al n.2. Bisogna scegliere il valore del cut-off per la zona viscosa (B.L.Cut), il valore del cut-off per la zona con onde d'urto (Wave Cut), il numero di celle da aggiungere alla zona viscosa per includere le oscillazioni della produzione di entropia al bordo dello strato limite (Margin), il numero di celle da aggiungere alla zona d'urto per includere le oscillazioni del campo prima e dopo l'urto (CellePreUrto e CellePostUrto). Nella riga successiva si può specificare se si vuole avere un file di visualizzazione in uscita contenente le variabili specificate nel file SELECT (la variabile Vis può assumere valore: 0 = nessun file di visualizzazione, 2 = file di campo bidimensionale, 3 = file di campo tridimensionale); si può scegliere se specificare la topologia del dominio oppure no (variabile IDomain è per attivare, valori 1 o 0); si specifica il tipo di file contenente il campo di moto (la variabile Sol.file assume valore 3 per il file VISUALGPP00001.plt che è output del solver Flosim, valore 4 per il file field3d.tec che è output del solver Flower); infine si sceglie se attivare o meno il calcolo della resistenza indotta indicato con la sigla CutAir (la variabile CutAir è di attivazione, valore 1 o 0). La parte finale del file è dedicata alle opzioni per l'applicazione di CutAir: coordinate del punto estremo del bordo d'uscita dell'ala, distanza in corde del piano di Trefftz numerico scelto, eventuale piano di simmetria del dominio (indicare l'asse cartesiano a cui è normale il piano di simmetria, indicare "no" per il caso bidimensionale), eventuale box per limitare la dimensione del dominio analizzato (il primo valore indica l'attivazione del box, mentre gli altri sono le dimensioni dello stesso nell'ordine: x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} , z_{min} , z_{max}).

- DOMAIN. Un esempio del file si trova in figura 5.7. Questo file contiene la topologia del dominio computazionale. Nella seconda riga sono

indicati il numero di blocchi che formano la griglia numerica. Per ogni blocco sono specificate due righe: nella prima riga vi è l'indice che individua il blocco, una FLAG per decidere se considerare questo blocco oppure no nel calcolo della resistenza aerodinamica, nel caso in cui volessimo considerarlo si possono specificare il range di indici i,j,k da utilizzare. Queste informazioni sono utili per eliminare dal calcolo delle parti di dominio numerico che non contengono resistenza "fisica" oppure per eliminare dal calcolo le parti estreme del dominio che sono influenzate maggiormente dalle condizioni al contorno (con conseguente generazione di resistenza non fisica, come vedremo nel prossimo capitolo). La seconda riga dedicata al blocco in esame contiene la specifica della presenza di pareti nel blocco. Una volta indicato se le pareti sono presenti, si possono indicare gli indici del dominio che formano la parete, lasciando uguali il valore di minimo e massimo per l'indice che non varia. Se ci sono delle pareti, in prossimità della parete è presente una parte di strato limite che è laminare[24], il "sottostrato laminare" appunto, che non viene selezionato dal sensore della zona viscosa che agisce sulla variabile turbolenta. Per tenere in conto queste celle del dominio che fanno comunque parte della zona viscosa, si sceglie il numero di celle da tenere in conto, il codice provvede automaticamente a scegliere queste celle in direzione normale alla parete basandosi sugli indici lasciati uguali.

- SELECT. Un esempio del file si trova in figura 5.8. Questo file viene letto dal codice solo se è stato scelto di ricevere in output oltre ai valori di resistenza anche un file di visualizzazione. Il file di visualizzazione conterrà le variabili contrassegnate da VISUALIZE=1 nel file SELECT. Oltre alle variabili fluidodinamiche, possiamo visualizzare anche le variabili caratteristiche del metodo di campo lontano: funzione sensore dello strato limite (B.L.Parameter), funzione sensore per la zona d'urto (Shock Function), valore di selezione delle celle facenti parte della zona viscosa (b.l. blanking value e b.l. blanking value margin), valore di

selezione delle celle facenti parte delle zone d'urto (shock blanking value), integrale della produzione di entropia al 1° ordine ed al 2° ordine (integral function 1ôrd e 2ôrd).

- Campo di moto. Il tipo di file predefinito per il campo di moto in ingresso è il “VISUALGP00001.plt” creato dal solver Flosim oppure il “field3d.tec” creato dal solutore Flower. In generale, si può scegliere come tipo di file quello di Flosim, e creare dalla propria soluzione numerica un file con le caratteristiche dei file di Tecplot[®] ASCII, strutturato e ordinato, usando come variabili nell'ordine: coordinate cartesiane (x,y,z), densità ρ , componenti delle velocità adimensionali (u,v,w), pressione statica P , temperatura statica T , viscosità turbolenta μ_T .

```

AlaEllittica eulero h8 M03a8
-----
Blocks      Mach      Alpha      Rey      Area      L.ref
2           0.3       0          3E+6     2.159     0.7854
-----
B.L. Criteria  B.L. Cut  Wave Cut  Margin  CellePreUrto  CellePostUrto
2           1.4       0.85     10      1           2
-----
Vis      IDomain      Sol. file      CutAir
3        0           4              1
-----
Parte dedicata a CutAir
-----
Coordinate del punto finale de bordo d'uscita
1      0      0
-----
Distanza in corde del piano di Treftz
0.0001
-----
Mirroring (no per il 2D)
z
-----
Bounding box:attivazione e dimensioni x,y,z
0      -2      25      -10      10      -20      10

```

Figura 5.6: File IN contenente le caratteristiche del campo di moto e le opzioni scelte per l'applicazione di Dragcut.

```

NUMBER OF BLOCKS
  2
BLOCK FLAG      imin imax  jmin jmax  kmin kmax
  1  1  1  257  1  65  1  97
PARETI      imin  imax  jmin  jmax  kmin  kmax  celle
  1  1  1  193  1  65  1  1  2
BLOCK FLAG      imin imax  jmin jmax  kmin kmax
  1  1  1  257  1  65  1  97
PARETI      imin  imax  jmin  jmax  kmin  kmax  celle
  1  65  257  1  65  1  1  2

```

Figura 5.7: File DOMAIN contenente le caratteristiche topologiche del dominio computazionale.

5.5.2 File di OUTPUT

I risultati dell'analisi della resistenza aerodinamica effettuata dal codice sono espressi nei seguenti file di output:

- AIRDRAG.OUT. Un esempio del file è presente in figura 5.9. Questo file di testo contiene i risultati in termini di count di resistenza dell'analisi effettuata. Nella prima metà c'è un riepilogo delle caratteristiche del campo di moto e delle opzioni scelte per la decomposizione della resistenza, nonché delle dimensioni del dominio computazionale selezionato. Nella seconda parte vengono indicate il numero di celle selezionate come appartenenti alla zona viscosa ed a quella d'onda. Nella tabella finale c'è il riepilogo dei risultati: la prima riga rappresenta il contributo alla resistenza del primo ordine, la seconda riga quello del secondo ordine, la terza riga è la somma delle precedenti. La prima colonna, contrassegnata dalla sigla CD_VISC è la resistenza in count presente nelle celle evidenziate come viscosi senza tenere in conto del margine del bordo dello strato limite. La seconda colonna, contrassegnata come CD_VISC_2, è la resistenza viscosa tenendo in conto le celle scelte come MARGIN nel file IN. La terza colonna, contrassegnata come CD_WAVE, è la resistenza identificata come prodotta da onde

d'urto presenti nel campo di moto. La quarta colonna, contrassegnata con CD_SPUR, è la resistenza spuria relativa al caso senza MARGIN, mentre la successiva, indicata con CD_SPUR.2, è relativa al caso con MARGIN. La colonna seguente, indicata con CD_WHOLE, è la resistenza d'entropia calcolata nell'intero dominio computazionale scelto. L'ultima colonna, contrassegnata con CD_ENT, è la componente di resistenza relativa alla variazione di Entalpia.

- TECPLOT. Questo file viene prodotto solo se specificato nel file IN. Si tratta del file con il campo di moto e le variabili necessarie all'analisi della soluzione calcolata con DRAGCUT. Il file è sempre del tipo ASCII strutturato ordinato secondo le specifiche di Tecplot[®], e contiene le variabili specificate nel file SELECT.
- CUTAIR.OUT. Un esempio del file è presente in figura 5.10. Questo file viene prodotto solo se attivata la parte CutAir nel file IN. In questo file di testo è riportata la resistenza indotta espressa in count calcolata applicando la formula di Maskell al piano di Trefftz numerico scelto. Nella prima parte del file è riportato il riepilogo delle scelte effettuate nel file IN e le caratteristiche del campo di moto. Successivamente vengono elencati i tipi di celle ottenuti dall'intersezione tra griglia computazionale e piano di Trefftz scelto, e sulle quali è stata calcolata la resistenza aerodinamica. Infine vengono riportati i valori di resistenza entropica e di vorticità all'interno dell'eventuale box definito nel file IN, all'esterno dello stesso, e la somma dei due contributi, ovvero la resistenza relativa a tutto il piano di taglio.
- CUTAIR-CUT.DAT. Questo file viene prodotto solo se viene eseguita la parte CutAir. Questo file contiene il piano di Trefftz numerico scelto composto dalle celle bidimensionali ottenute come già detto, e dalle quali è stata calcolata la resistenza entropica e di vorticità. Il file è del tipo ASCII, ordinato in modo da poter essere letto dal visualizzatore Tecplot[®], diviso nelle zone interna e esterna al box scelto

e diviso ulteriormente a seconda del numero di blocchi presenti nel calcolo. Le variabili in esso contenute sono le coordinate del piano, l'entropia, l'entalpia, la vorticità, la funzione di corrente, le velocità di flusso trasversale.

```
SELECT FILE FOR NACA0012
-----
VAR NUMBER:          VAR NAME:          VISUALISE:
-----
      1              pressure             1
      2                mach             1
      3              entropy             1
      4              density             0
      5             x velocity            1
      6             y velocity            1
      7             z velocity            0
      8             totale energy         0
      9      dissipation function         0
     10             shock function         0
     11 integral function 1^ord           1
     12      b.l. blanking value           1
     13      shock blanking value         1
     14             B.L. parameter         1
     15             eddy viscosity         1
     16             laminar viscosity      1
     17             integral enthalpy      0
     18             enthalpy              0
     19             temperature           0
     20 integral function 2^ord           1
     21      b.l. blank value margin      1
```

Figura 5.8: File SELECT contenente le variabili che si desiderano nel file di visualizzazione a valle dell'applicazione di Dragcut.

5.5 IL CODICE DRAGCUT

```

*****
*                               *
*                AIRDRAG        *
*    A CODE FOR VISCOUS AND WAVE DRAG BREAKDOWN    *
*    FROM CFD FLOW SOLUTIONS                        *
*    IN ARBITRARY MULTI-BLOCK DOMAINS              *
*-----*
*    DPA - UNIVERSITA' FEDERICO II NAPOLI - 2006    *
*    CIRA - CENTRO ITALIANO RICERCHE AEROSPAZIALI - JUNE 1999 *
*****

PROGRAM   VERSION   1.30

IDENTIFICATION:  AlaEllittica eulero h4 M03a4
-----

FILE OF INPUT REQUIRED PARAMETERS
-----

BLOCKS      MACH    ALPHA      REY      AREA
  2         0.30    4.000 -1.000E+00  2.159E+00
BL CUT      WAV CUT
1.40E+00    8.50E-01
VIS         IDOMAIN
  3         0

WHOLE DOMAIN DIMENSIONS - NO DOMAIN FILE READ
-----

  <- -I DIRECTION-->  <- -J DIRECTION-->  <- -K DIRECTION-->
  B   IMIN  IMAX      JMIN  JMAX      KMIN  KMAX
  1   1     49        1    17        1    17
  2   1     49        1    17        1    17
-----

MAXIMUM MACH NUMBER = 0.429
FOUND IN BLOCK      = 1 I -> 7 J -> 1 K -> 1

TOTAL NUMBER OF PROCESSED CELLS = 24576
TOTAL NUMBER OF VISCOUS CELLS   = 0
TOTAL NUMBER OF WAVE CELLS      = 0
TOTAL NUMBER OF SPURIOUS CELLS  = 24576
-----

VISCOUS AND WAVE DRAG BREAKDOWN (COUNTS)
-----

-----
| CD_VISC_1 | CD_VISC_1_2 | CD_WAVE_1 | CD_SPUR_1 | CD_SPUR_1_2 | CD_V_W_1 | CD_WHOLE_1 | CD_ENT_1 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 120.36 | ***** | 0.00 | 120.36 | -1.12 |
-----
| CD_VISC_2 | CD_VISC_2_2 | CD_WAVE_2 | CD_SPUR_2 | CD_SPUR_2_2 | CD_V_W_2 | CD_WHOLE_2 | CD_ENT_2 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.02 | -0.02 | 0.00 | -0.02 | 0.00 |
-----
| CD_VISC_T | CD_VISC_2 | CD_WAVE_T | CD_SPUR_T | CD_SPUR_2 | CD_V_W_T | CD_WHOLE_T | CD_ENT_T |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 120.34 | 120.34 | 0.00 | 120.34 | -1.12 |
-----

-----
3D VISUALISATION FILE WRITTEN IN FILE: tecplot
-----

```

Figura 5.9: File airdrag.out contenente la decomposizione della resistenza tramite Dragcut nelle componenti viscosa, d'onda e spuria.

5.5 IL CODICE DRAGCUT

```

* plane is defined as a*x + b*y +c*z +d = 0      *
* the coefficients a, b, c, d are user-defined:  *
* a = 9.97566521E-01                            *
* b = 6.97211698E-02                            *
* c = 0.00000000E+00                            *
* d = -8.83245373E-00                            *
*****
* mirror about symmetry plane z=0                *
* no stream tubes in version 1.0                 *
* bounding box exists                            *
* xmin = -5.00000000E+00                        *
* xmax = 2.50000000E+01                        *
* ymin = -2.50000000E+01                        *
* ymax = 2.50000000E+01                        *
* zmin = -1.50000000E+01                        *
* zmax = 1.00000000E+01                        *
*****
***** content flow definition file: *****
* Mach number      0.3000001E+00
* Reference-area   0.21589999E+01
* Reference-length 0.78539997E+00
* Freestream-direction (x) 0.99756652E+00
* Freestream-direction (y) 0.69721170E-01
* Freestream-direction (z) 0.00000000E+00
* Freestream-value density 0.10000000E+01
* Freestream-value pressure 0.10000000E+01
* Freestream-value temperature 0.10000000E+01
*****
* summary of cutting grid:
*   total number of zones:      2
*   total number of nodes:     28322
*   total number of elements:   24576
*   total number of cutting zones: 2
*   total number of cutting elements: 582
*   percentage cutting elements: 0.0237
*   cutting cells of type 1 :   15
*   cutting cells of type 2 :  109
*   cutting cells of type 3 :    0
*   cutting cells of type 4 :    0
*   cutting cells of type 5 :   15
*   cutting cells of type 6 :    0
*   cutting cells of type 7 :    0
*   cutting cells of type 8 :  443
*   cutting cells of type 9 :    0
*   cutting cells of type 10:    0
*   cutting cells of type 11:   00
*   cutting cells of type 12:   00
*   cutting cells of type 13:   00
*   percentage cells of type 1 : 2.5773
*   percentage cells of type 2 : 18.7285
*   percentage cells of type 3 : 0.0000
*   percentage cells of type 4 : 0.0000
*   percentage cells of type 5 : 2.5773
*   percentage cells of type 6 : 0.0000
*   percentage cells of type 7 : 0.0000
*   percentage cells of type 8 : 76.1168
*   percentage cells of type 9 : 0.0000
*   percentage cells of type 10: 0.0000
*   percentage cells of type 11: 0.0000
*   percentage cells of type 12: 0.0000
*   percentage cells of type 13: 0.0000
*****
* remark: for a grid of good quality only cutting cells of
*         type 1,2,5,8,9,11 are expected
*****

*****
* number of quads changed into triangles :      0
* number of degenerated quads (removed) :      0
* number of degenerated triangles (removed) :   0
* number of swapped quads :                   279
* number of swapped triangles :                14
* total number of quads :                      567
* total number of triangles :                  30
* total number of points in plane :            690
*****
* drag in counts outside bounding box *
* vortex drag = 0.0448
* entropy drag = 115.1446
*****
* drag in counts inside bounding box *
* vortex drag = 35.6105
* entropy drag = 97.2675
*****
* drag in counts for complete cutting plane *
* vortex drag = 35.6552
* entropy drag = 212.4120
*****
* The best vortex drag prediction is obtained inside a
* properly defined bounding box (capturing the wake region) *
* The best entropy drag prediction is obtained inside a
* properly defined bounding box (capturing the wake region) *
* The entropy drag integral computes wave and viscous drag *
* However, because of spurious entropy production, the
* entropy drag prediction is not always reliable.
* The drag integrals outside the bounding box are given for
* comparison.
*****

```

Figura 5.10: File cutair.out contenente la resistenza indotta ed entropica calcolate da Dragcut sul piano di Trefftz numerico.

Applicazione del metodo di Campo Lontano

6.1 Analisi di soluzioni ottenute

É stato mostrato nei capitoli precedenti quanto sia importante una previsione “quantitativa” della resistenza aerodinamica per la progettazione aeronautica. I diversi solver numerici forniscono dei risultati basati sull’integrazione degli sforzi e delle pressioni agenti sulla superficie, il metodo di campo vicino, con un’accuratezza insufficiente. Abbiamo visto come il metodo di campo lontano possa migliorare l’accuratezza del risultato ed inoltre fornire una decomposizione della resistenza nelle sue componenti “fisiche”. In questo capitolo verranno mostrate delle significative applicazioni del codice Dragcut, in modo da evidenziare le possibilità di utilizzo dello stesso sia in ambito di ricerca che in ambito industriale. Le soluzioni numeriche utilizzate sono quelle mostrate nel capitolo 3.

6.2 Profilo a singolo componente

Primo test-case è il profilo a singolo componente NACA 0012, di cui si conoscono i risultati di simulazioni sperimentali di Harris (1981) [14]. Riepiloghiamo brevemente le condizioni imposte nelle simulazioni CFD: $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$ e $M_\infty = 0.3$, per il metodo DIAS si è scelto il modello di turbolenza di Spalart-Allmaras con la correzione di curvatura di Shur, per il metodo DLR si è scelto il modello $k - \omega$ e Spalart-Allmaras standard. Il codice Dragcut stima la resistenza entropica, ovvero:

$$D_{\Delta s} = \int_{\Omega_v} \nabla \cdot \left[\rho g V \right] d\Omega$$

dove la quantità

$$\nabla \cdot \left[\rho g V \right]$$

la produzione locale di entropia. Nella figura 6.1 possiamo visualizzare questa quantità per la simulazione ad $\alpha = 0^\circ$. Poiché la produzione di entropia nella realtà è legata alla dissipazione di energia nelle zone viscosse o alla presenza di onde d’urto, si nota una grossa variazione di entropia nelle zone vicine ai

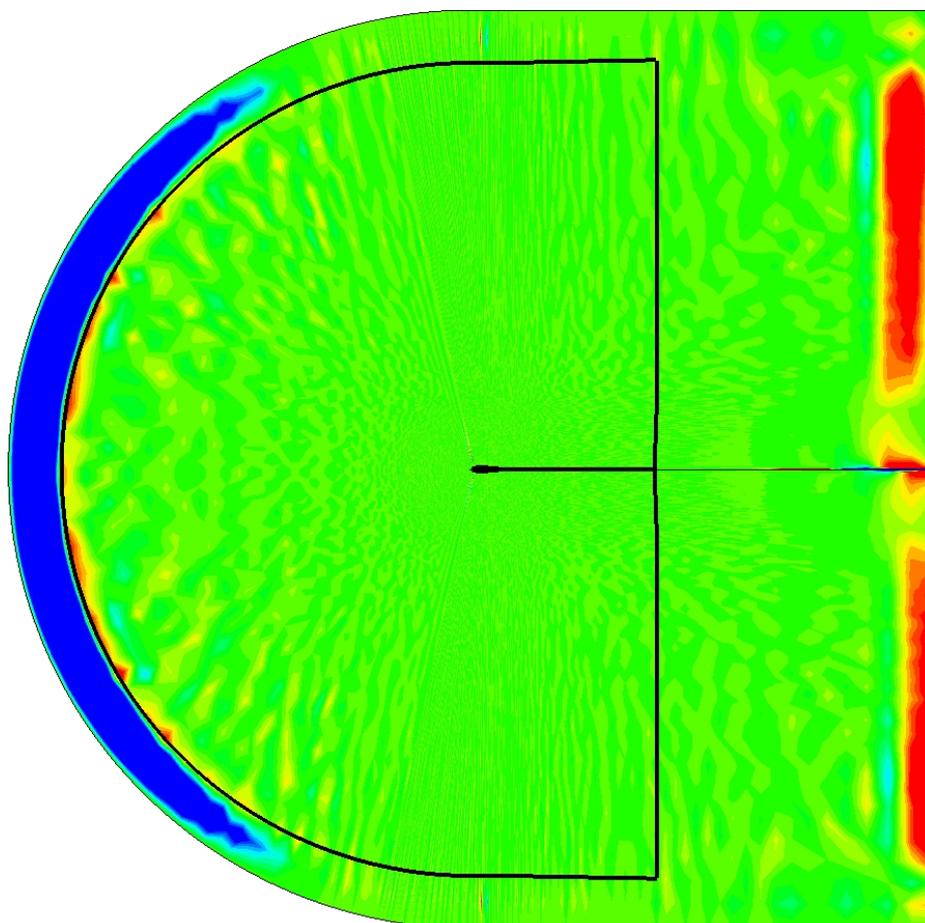


Figura 6.1: Diagramma della produzione di entropia locale, scelta del dominio di calcolo. NACA 0012, metodo DIAS-SAS, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

bordi del dominio computazionale, ovviamente non legata a fenomeni fisici, è la resistenza “spuria”. Responsabile di questa produzione di entropia sono le “condizioni al contorno” che vengono imposte ai bordi della griglia di calcolo. Queste zone non vanno tenute in conto nel calcolo della resistenza, e si può facilmente eliminarle riducendo il dominio di interesse del metodo di campo lontano. In particolare, in questo caso sono state eliminate 10 celle nella parte posteriore del dominio, e 5 nella parte superiore ed inferiore; nella figura 6.1 la zona utilizzata per il calcolo della resistenza di campo lontano è quella racchiusa nella linea spessa nera. Per evidenziare la presenza di ulteriore resistenza spuria, nella figura 6.2 è mostrato un ingrandimento del campo

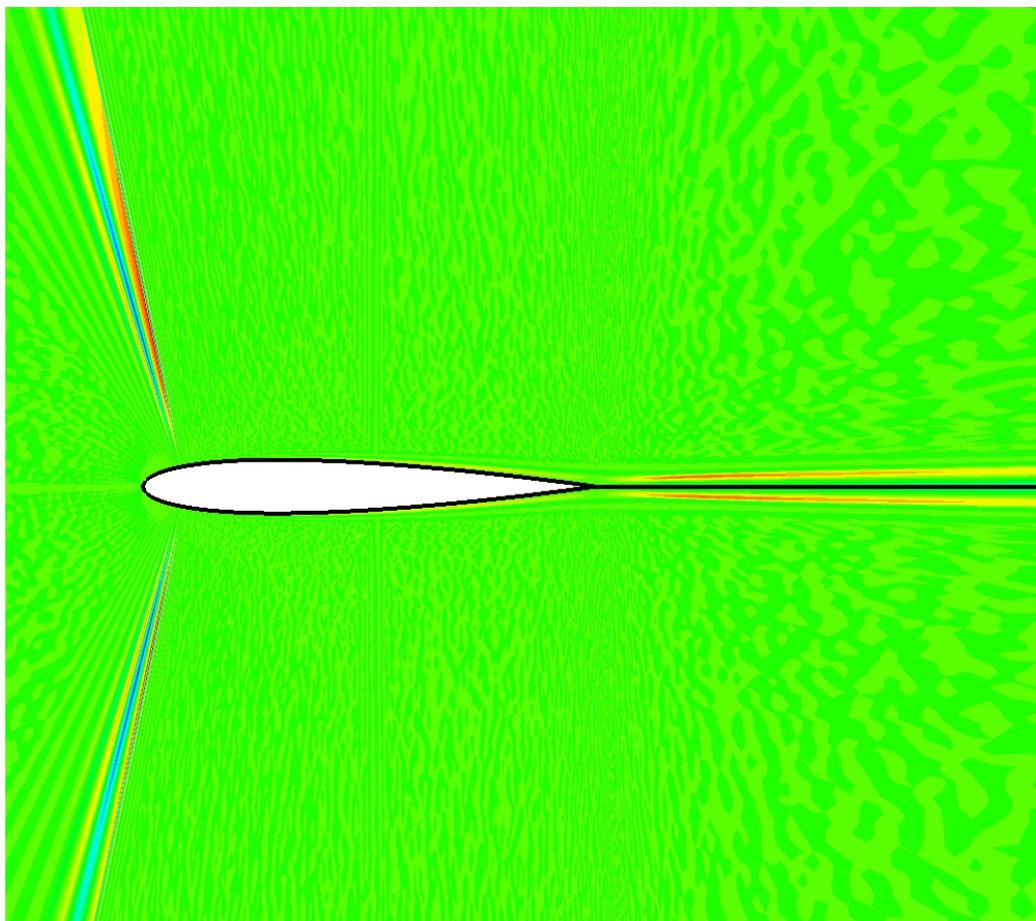


Figura 6.2: Diagramma della produzione di entropia locale, particolare della zona vicina al profilo. NACA 0012, metodo DIAS-SAS, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

di produzione di entropia nella zona vicina al profilo. Nella parte posteriore del profilo è ben visibile la variazione di entropia dovuta alla presenza della scia, mentre sono visibili due zone di variazione nella parte anteriore non legate a fenomeni fisici, ma dovute alle variazioni di spaziatura nella griglia computazionale, evidenti nella figura 3.1.

Applicando il metodo di campo lontano si ottengono miglioramenti nell'accuratezza dei valori per gli angoli d'attacco medi e bassi. Nella tabella 6.1 vengono mostrati alcuni valori salienti della polare di figura 6.3. Il metodo DLR presenta una minore resistenza spuria rispetto a quello DIAS,

α	0°	8°	12°	15°
Experiment	88	112	154	262
DIAS-SAS <i>near-field</i>	88	131	210	548
DIAS-SAS <i>far-field</i>	88	120	192	607
DLR-SA <i>near-field</i>	104	142	233	637
DLR-SA <i>far-field</i>	104	144	230	630
DLR- $k - \omega$ <i>near-field</i>	84	115	188	440
DLR- $k - \omega$ <i>far-field</i>	83	113	182	481

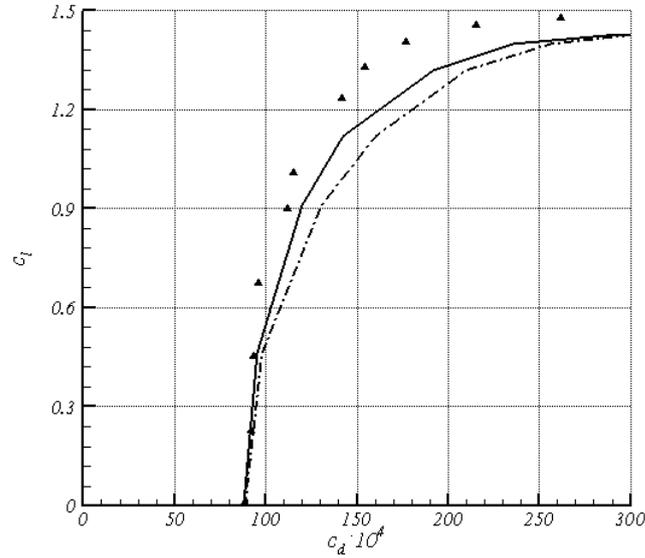
Tabella 6.1: NACA 0012, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. Coefficiente di resistenza aerodinamica in count ($C_d \cdot 10^4$) calcolato a diversi angoli d'incidenza.

denotando una migliore messa a punto del solver.

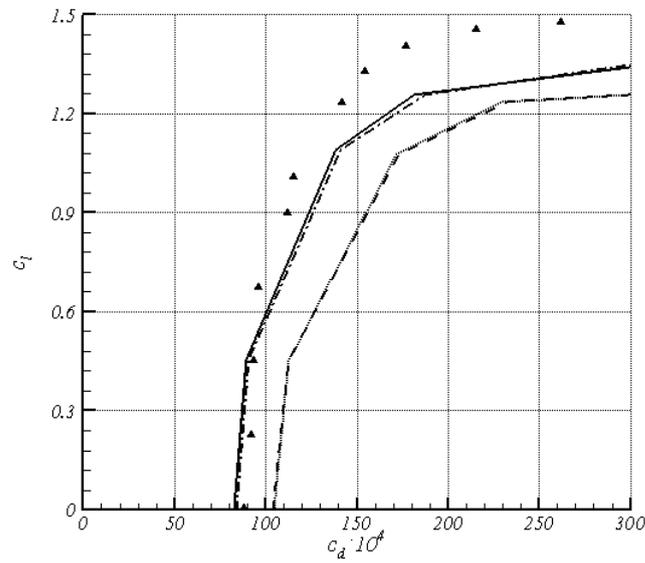
Abbiamo già detto che nel campo è presente una zona di flusso supersonico, con la presenza di un'onda d'urto. Attraverso il metodo di campo lontano è possibile separare e calcolare il contributo d'onda alla resistenza totale, come si vede in figura 6.4 per la soluzione DIAS con modello di turbolenza di Spalart-Allmaras-Shur. Alle alte incidenze c'è la comparsa di un contributo rilevante di resistenza dovuta all'onda d'urto al bordo d'attacco del profilo, si raggiunge il 25% della resistenza totale. Nella fase di post-stallo il picco di espansione del flusso si riduce bruscamente, sparisce la regione supersonica ed anche il suo contributo di resistenza aerodinamica.

6.3 Profilo con flap: NLR 7301

Come visto nella figura 3.24 i risultati delle simulazioni numeriche su questo profilo sono in ottimo accordo con i dati sperimentali per quanto riguarda il coefficiente di portanza, ma la resistenza aerodinamica è sovrastimata. Il caso del profilo NLR 7301 con flap ha come condizioni di flusso: $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$. La griglia computazionale è formata da 29 blocchi, a causa della complessità geometrica del profilo. Le differenze nelle distribuzioni di celle all'interno dei vari blocchi si riflettono in una elevata produzione di



(a) metodo DIAS



(b) metodo DLR

Figura 6.3: Curva polare. NACA 0012, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$. Metodo DIAS-SAS: $-\cdot-\cdot-$ resistenza di campo vicino; $—$ resistenza di campo lontano senza parte spuria; \triangle : esperimento. Metodo DLR: $-\cdot-\cdot-$ resistenza di campo vicino ($k - \omega$); $—$ resistenza di campo lontano senza parte spuria ($k - \omega$); $-\cdot-\cdot-$ resistenza di campo vicino (SA); $\cdot\cdot\cdot$ resistenza di campo lontano senza parte spuria (SA); \triangle esperimento.

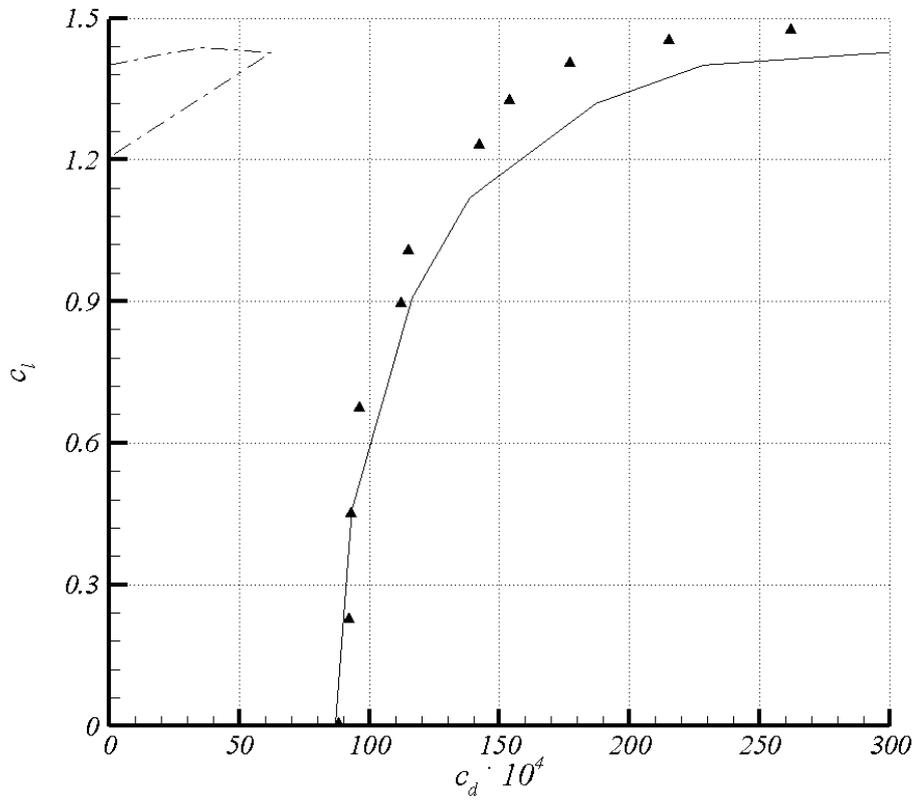


Figura 6.4: Curva polare con decomposizione della resistenza. NACA 0012, $M_\infty = 0.3$, $Re_\infty = 3 \cdot 10^6$, metodo DIAS-SAS. — resistenza viscosa; - · - resistenza d'onda; ▲ esperimento.

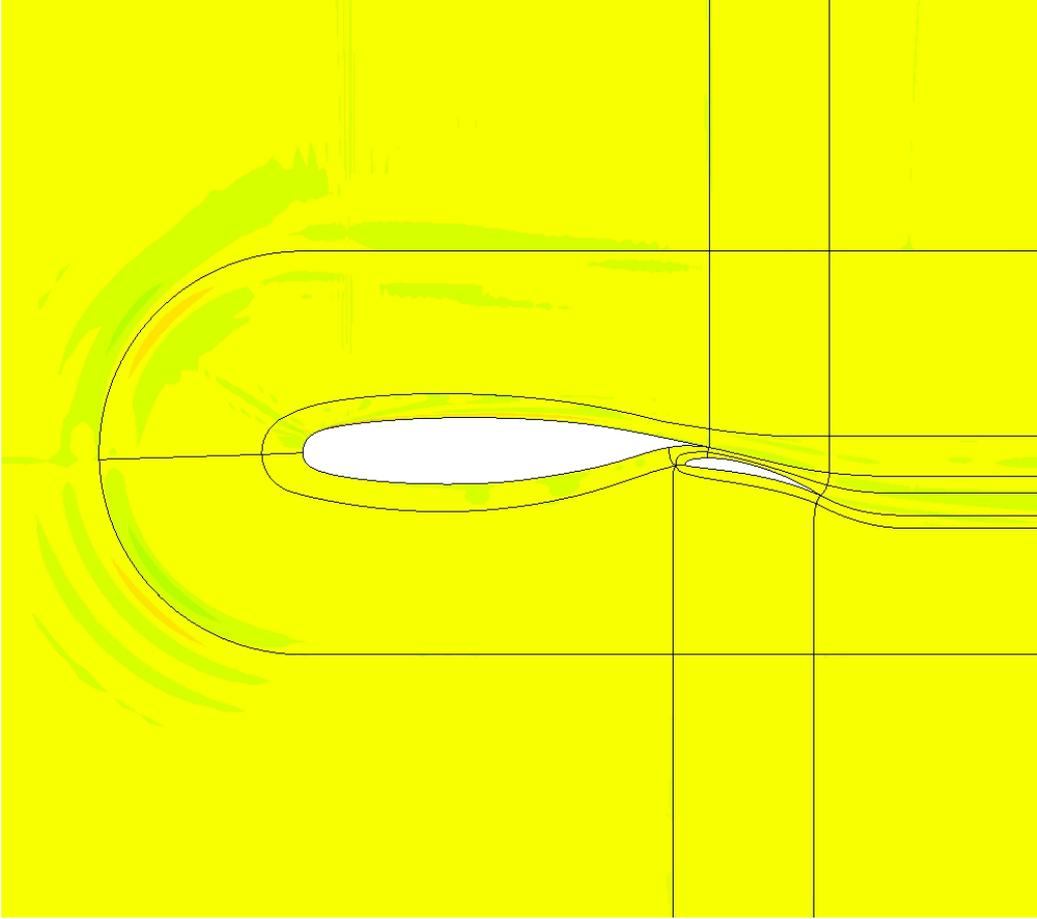


Figura 6.5: Produzione locale di resistenza, soluzione RANS con il metodo DIAS-SA. Profilo NLR 7301 con flap, $\alpha = 6^\circ$, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$.

resistenza non fisica. Nella figura 6.5 è mostrata la produzione locale di resistenza nella zona vicino al profilo. Si nota una variazione di resistenza nella zona anteriore del profilo e nelle zone di passaggio tra blocchi diversi. Nella figura 6.6 è proposta la curva polare per la resistenza di campo vicino e di campo lontano. La scarsa accuratezza del metodo di campo vicino è evidente, come è evidente l'ottimo accordo con i dati sperimentali dell'analisi di campo lontano. Nella tabella 6.2 si nota ancora meglio l'accordo con l'esperimento una volta eliminato la resistenza spuria.

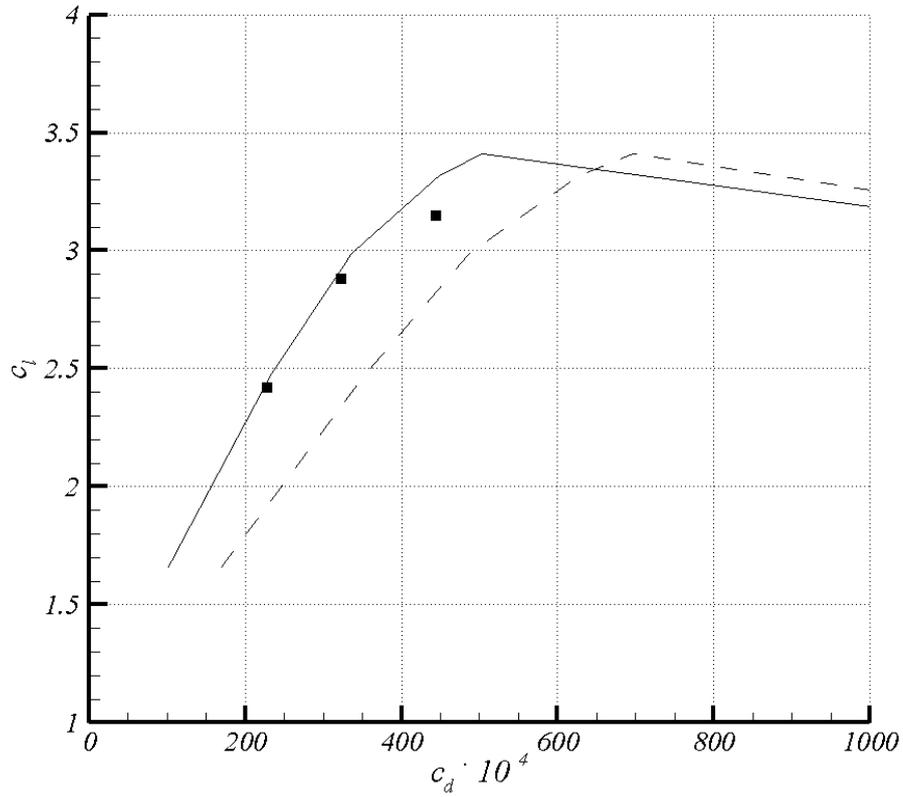


Figura 6.6: Curva polare con decomposizione della resistenza. Profilo NLR 7301 con flap, $M_\infty = 0.185$, $Re_\infty = 2.51 \cdot 10^6$, metodo DIAS-SAS. -- resistenza di campo vicino; — resistenza di campo lontano senza il contributo spurio; ■ esperimento.

	α	6°	10.1°	13.1°
Experiment		229	323	445
DIAS-SAS <i>near-field</i>		352	487	624
DIAS-SAS <i>far-field</i>		232	336	449

Tabella 6.2: Coefficiente di resistenza in count ($C_d \cdot 10^4$) calcolato a diversi angoli d'attacco.

6.4 Profilo supercritico

Il test-case per un flusso supercritico ci è stato fornito dalla Piaggio. Le condizioni delle simulazioni sono: $\alpha = 0.2^\circ$ e $Re = 2.0 \cdot 10^6$, numero di Mach variabile. I valori di resistenza aerodinamica calcolati con integrale sul corpo dal solutore numerico mostrano variazioni ridottissime, contenute, per numeri di Mach inferiori a 0.78, entro 2 count in ogni caso indagato, come è possibile osservare in figura 3.30. In queste condizioni, si può dunque affermare che la resistenza spuria prodotta su ciascuna griglia è molto bassa e, dunque, la stima del c_d totale con l'integrale di campo vicino può essere già considerata sufficientemente accurata, anche al variare del numero di Mach. L'analisi di resistenza con tecnica di campo lontano e decomposizione è stata effettuata, in primo luogo per verificare se fosse in accordo con il valore osservato, ma soprattutto per riconoscere, ad ogni numero di Mach, quali aliquote della resistenza spettassero alle diverse *componenti*, viscosa e d'onda. Definito come *numero di Mach di divergenza della resistenza*, M_{DD} il valore di M_∞ per cui $dc_d/dM_\infty \geq 0.1$, si può ricavare, sia dai risultati con tecnica di campo vicino che da quelli con tecnica di campo lontano, che per questo profilo, a queste condizioni di flusso, vale $M_{DD} = 0.75$. In figura 6.8 sono mostrati gli andamenti, col numero di Mach, delle due componenti di resistenza aerodinamica: si nota che la resistenza d'onda fa la sua comparsa a partire da $M_\infty = 0.73$ e che, a partire da quel valore, entrambe le componenti mostrano una forte crescita. Pertanto, si può affermare che, al raggiungimento della crisi di comprimibilità del profilo, la forte crescita di resistenza si può imputare sia all'aumento della forza dei fenomeni d'urto, sia all'ispessimento dello strato limite, fornendo dunque utili indicazioni se si volesse, in sede di progetto, modificare la geometria per ridurre la resistenza ed incrementare l'intervallo di funzionamento anche fuori dalle condizioni di progetto. L'ispessimento dello strato limite all'aumentare di Mach è confermato dall'analisi delle regioni viscosse selezionate, come mostra la figura 6.7. Pertanto, si può anche osservare, grazie al metodo di campo lontano, l'effetto del fenomeno di interazione tra onda d'urto e strato limite sullo spessore

dello stesso. L'applicazione del metodo di decomposizione della resistenza ai risultati su questo profilo supercritico, ottenuti a diversi numeri di Mach, ha consentito di ottenere informazioni sulla crescita di ciascuna componente della resistenza col numero di Mach, che sarebbe stato impossibile rilevare dai risultati ottenuti con integrale sul corpo, anche quando questi si sono rivelati molto poco inquinati dalla presenza di resistenza spuria. Queste informazioni possono essere particolarmente utili in campo industriale, se ad esempio si vuole, in fase di progetto, ridurre la resistenza per estendere l'intervallo di funzionamento del profilo, in quanto possono indicare quale componente sia più rilevante, raggiunta la crisi di comprimibilità, e dunque sia più opportuno contrastare e ridurre.

6.5 Ala ellittica

Il codice Dragcut può essere applicato anche a soluzioni tridimensionali. Il test-case dell'ala ellittica è un'ottima prova delle potenzialità di un metodo di campo lontano. Come visto nella figura 3.33, all'infittirsi della griglia computazionale la soluzione converge, e nel caso euleriano tende alla soluzione analitica della teoria di Prandtl. Per ottenere una soluzione esatta sarebbe necessaria una griglia infinitamente fitta. Da un confronto dei tempi di calcolo per il caso Navier-Stokes, la simulazione numerica sul livello di griglia più fitto (indicato con $h = 1$) ha richiesto un tempo di oltre 15 ore per raggiungere la stessa riduzione del residuo dell'equazione di continuità ottenuta per la griglia 64 volte più piccola (il livello $h = 4$), che ha richiesto circa 10 minuti di calcolo sulla stessa macchina, ovvero un tempo 100 volte inferiore al precedente. Applicando il metodo di campo lontano al caso euleriano si ottiene un perfetto accordo con la soluzione teorica già a partire dal livello $h = 4$, come visibile nella figura 6.9. Il risparmio in termini di sforzi computazionali è notevole. Inoltre questo risultato permette di utilizzare il valore di resistenza indotta come "funzione obiettivo" all'interno di un ciclo di ottimizzazione della progettazione, potendo lavorare su un dominio computazionale ridotto con conseguente maggiore velocità di esecuzione. Lo stesso metodo è

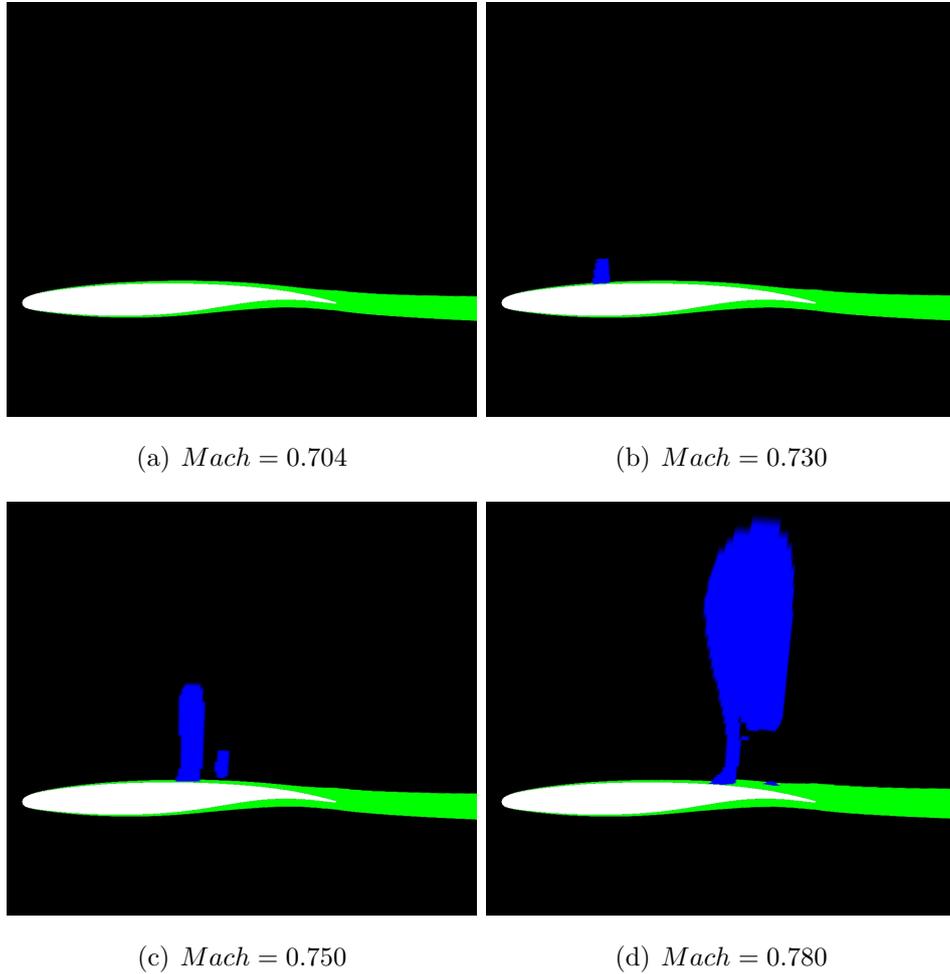


Figura 6.7: Individuazione della zone viscosa ed'onda.

stato applicato anche al caso di simulazioni con viscosità. Nella figura 6.10 è mostrato il confronto tra la soluzione di campo vicino (a sinistra) e la polare relativa alla sola resistenza indotta. Infatti tramite il codice Dragcut è stato possibile isolare i diversi contributi fisici della resistenza aerodinamica totale, e costruire quindi una polare con il solo contributo indotto da confrontare con il risultato di Prandtl. Anche in questo caso l'accordo con i dati analitici è ottimo già a partire dalla soluzione sul livello $h = 4$, confermando anche il fatto che la resistenza indotta non è influenzata dalla presenza della viscosità. I risultati dell'analisi con il metodo di campo lontano sono dipendenti dalla posizione del piano di Trefftz numerico sul quale si effettua l'integrazione

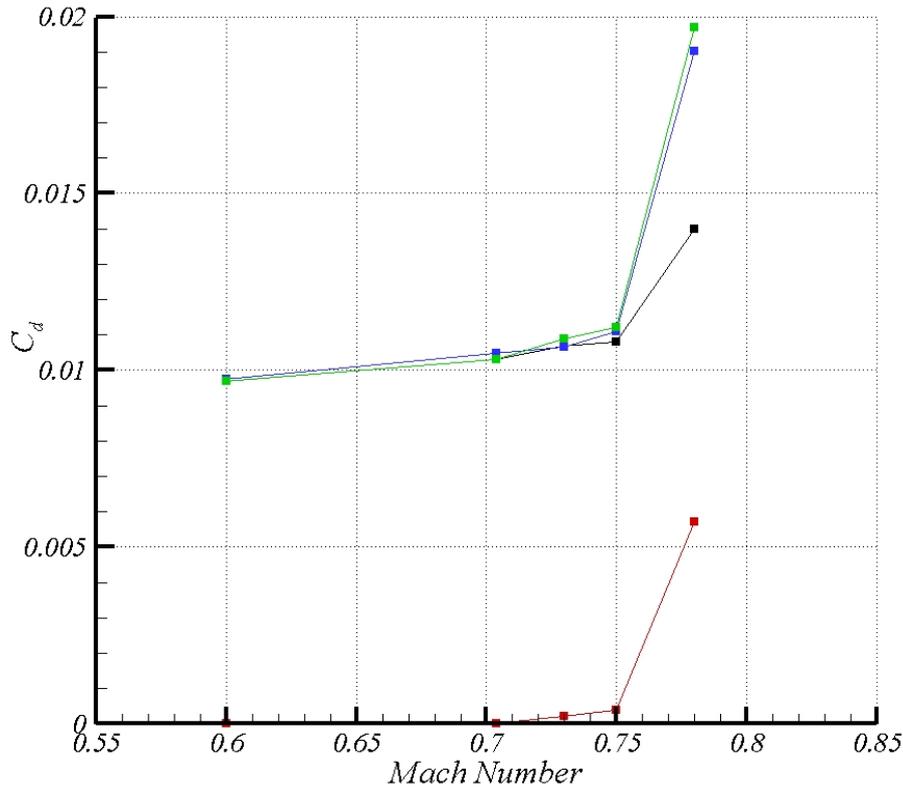
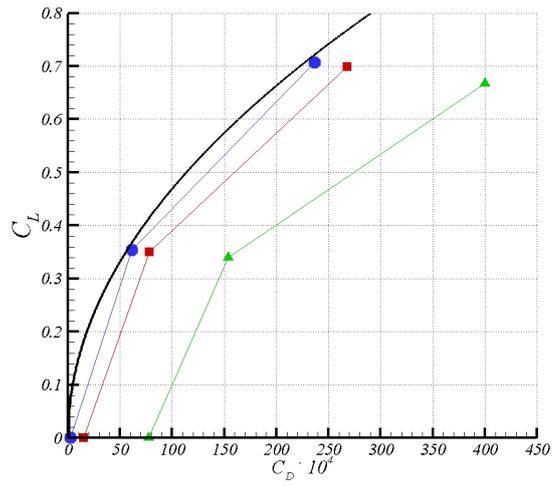
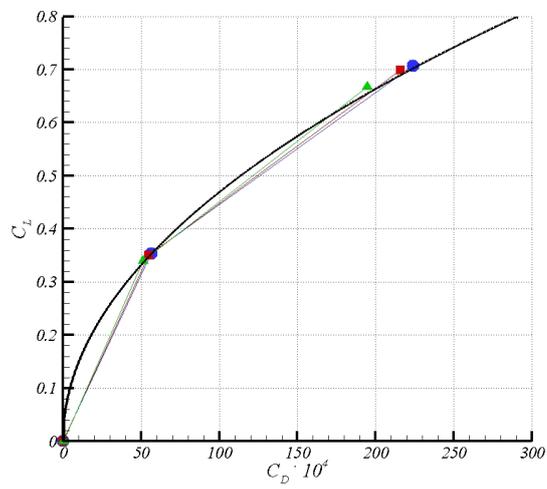


Figura 6.8: Curva di dragrise. Metodo DLR-KO, schema centrale. $\alpha = 0.2^\circ$, $Re_\infty = 2.0 \cdot 10^6$. —■— c_d campo vicino, —■— c_d viscoso, —■— c_d onda, —■— c_d campo lontano.

della vorticità. Nella scia del velivolo avviene uno scambio di energia[60], allontanandosi dal bordo d'uscita l'energia cinetica associata alla vorticità si converte in energia interna. Di conseguenza il contributo di resistenza indotta diminuisce, mentre quello dovuto all'entropia (sforzi viscosi) aumenta. Tale processo che nella realtà è abbastanza lento, nelle simulazioni CFD viene accelerato per effetto della discretizzazione, si parla di “dispersione numerica”. Ovviamente questo effetto è maggiore quanto minori diventano i punti considerati per l'integrazione. Nella figura 6.11 è mostrato l'andamento della componente indotta ed entropica calcolata nel piano di Trefftz al variare della

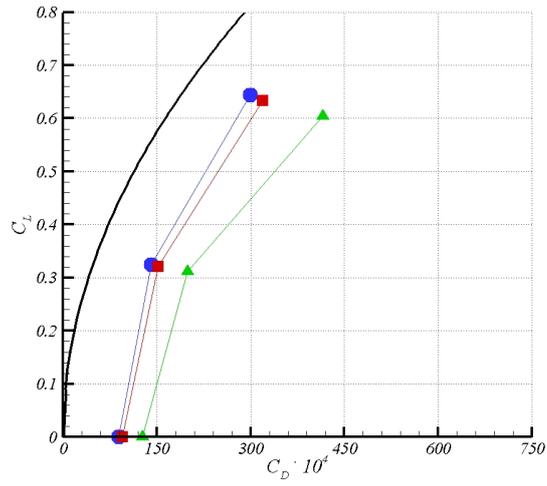


(a) Campo Vicino

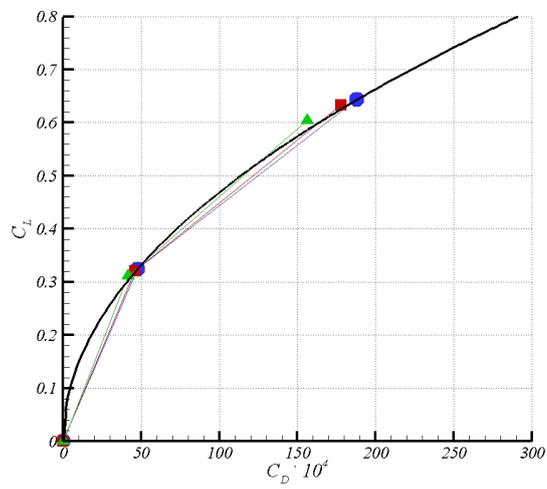


(b) Campo Lontano

Figura 6.9: \blacktriangle - $h = 4$, \blacksquare - $h = 2$, \bullet - $h = 1$, — formula di Prandtl.



(a) Campo Vicino, resistenza Totale



(b) Campo Lontano, resistenza Indotta

Figura 6.10: Caso viscoso.- \blacktriangle - $h = 4$, - \blacksquare - $h = 2$, - \bullet - $h = 1$, — formula di Prandtl.

posizione dello stesso verso l'infinito a valle. L'analisi suggerisce di scegliere il piano di integrazione quanto più vicino al bordo d'uscita del velivolo per catturare il valore massimo della resistenza indotta. La figura 6.12 mostra

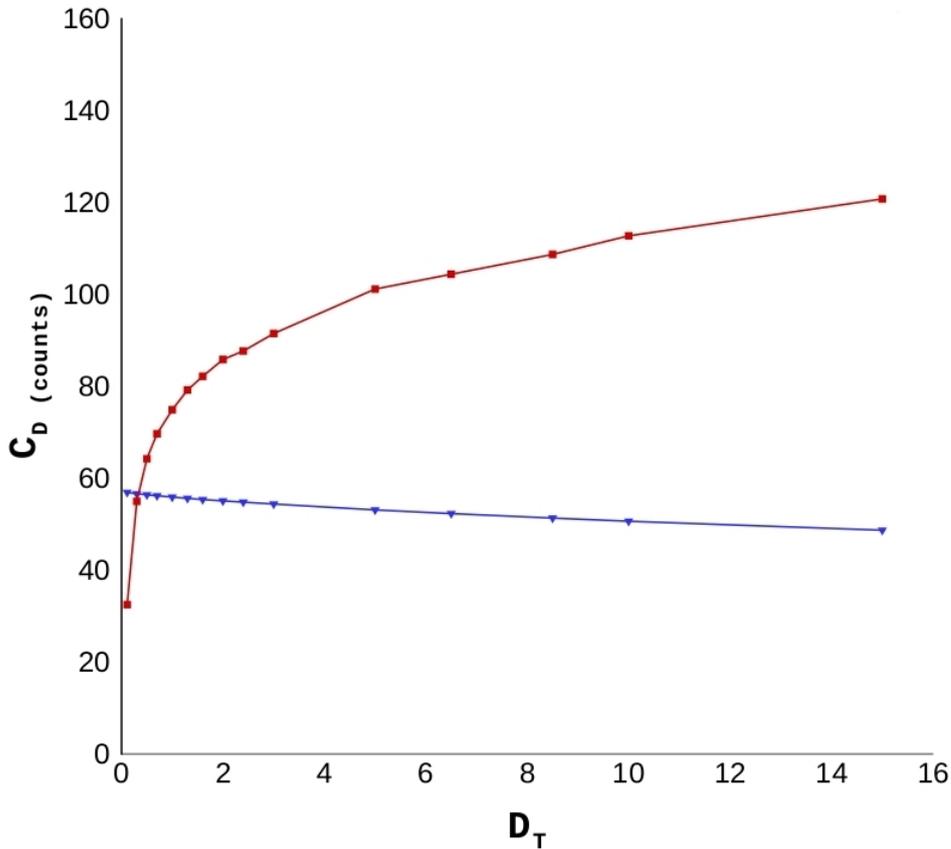


Figura 6.11: Coefficiente di resistenza indotto (—) ed entropico (—) calcolato nel piano di Trefftz al variare della distanza del piano stesso dal bordo d'uscita dell'ala. Caso Navier-Stokes, $\alpha = 4^\circ$, $Re = 3.0 \cdot 10^6$, $M = 0.3$, livello $h = 1$

l'effetto della variazione della dimensione della griglia sulla diminuzione della resistenza indotta. Come già detto, al diminuire del numero di punti che formano il piano di integrazione, l'effetto di dispersione numerica aumenta. Nel passare da una distanza di 2 corde a 15 corde dal bordo d'uscita dell'ala, si ha una riduzione del valore della resistenza indotta del 12.5% per il livello $h = 1$, che passa al 60% per il livello $h = 4$.

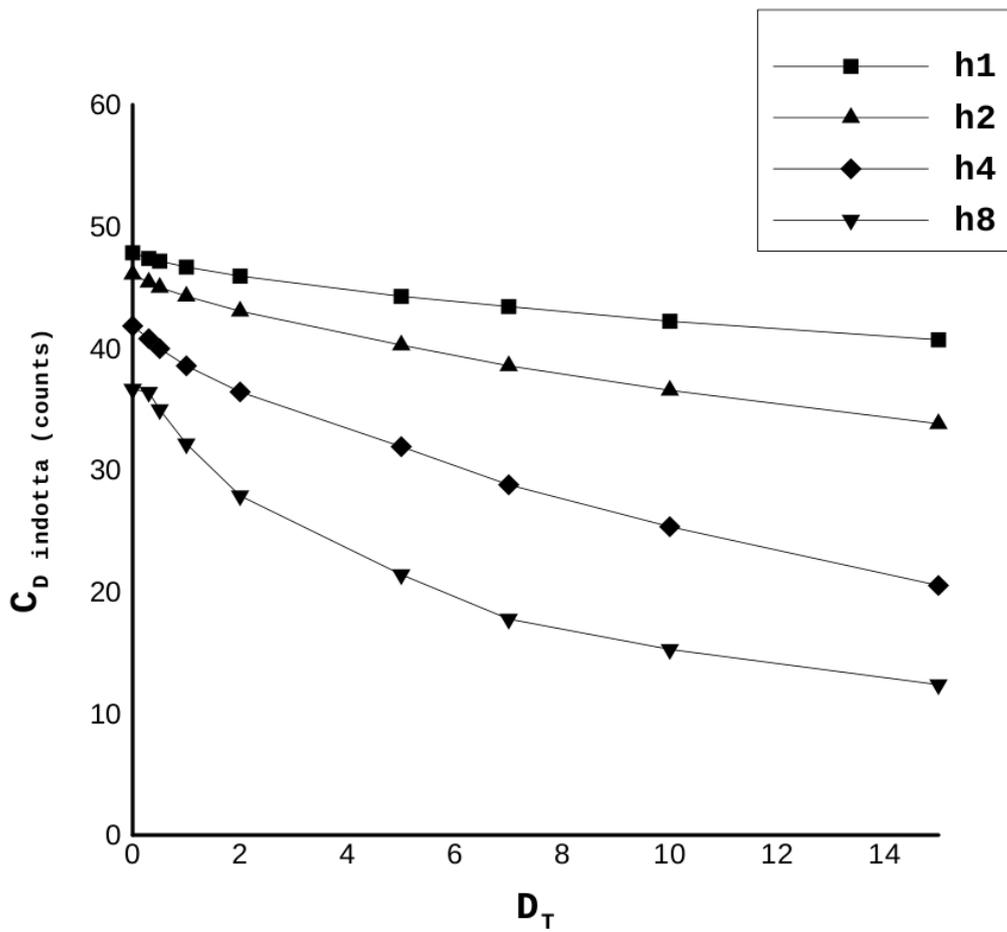


Figura 6.12: Coefficiente di resistenza indotta calcolato nel piano di Trefftz al variare della distanza del piano stesso dal bordo d'uscita dell'ala per diversi livelli della griglia computazionale. Caso Navier-Stokes, $\alpha = 4^\circ$, $Re = 3.0 \cdot 10^6$, $M = 0.3$.

Conclusioni

La previsione delle forze aerodinamiche tramite strumenti numerici richiede un calcolo accurato del campo di moto ed inoltre sono necessari degli strumenti che consentano di identificare e ridurre l'errore numerico presente in queste soluzioni, e decomporre le forze secondo le loro cause "fisiche".

Per quanto riguarda la parte computazionale relativa al calcolo di soluzioni numeriche, sebbene la potenza numerica oggi disponibile rende possibile l'utilizzo di metodi numerici di alto livello quali Large Eddy Simulation (LES) e Direct Navier-Stokes Simulation (DNS), il classico metodo Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) rappresenta ancora uno standard a livello industriale, data il basso costo computazionale e la velocità di esecuzione. Dall'analisi della letteratura, si è notata una mancanza di approfondimento delle potenzialità dei metodi RANS di simulare condizioni di moto critiche quali alta portanza a stallo profondo. Abbiamo mostrato che applicando tale metodo è stato possibile simulare il campo di moto attorno ad un profilo a singolo componente NACA 0012 ed un profilo con flap NLR 7301, ottenendo soluzioni convergenti per il passo spaziale della griglia numerica $h \rightarrow 0$ e per il passo temporale $\Delta t \rightarrow 0$ fino ad angoli d'attacco di stallo. Per gli angoli di immediato post-stallo è stato necessario utilizzare la versione instazionaria delle equazioni RANS (dette URANS), ottenendo in ogni caso delle soluzioni convergenti ad un valore stazionario. La procedura numerica del Dual-Time Stepping utilizzata per le simulazioni instazionarie ha fatto da stabilizzatore delle soluzioni numeriche. Quindi con metodi RANS/URANS è stato possibile ottenere la simulazione di uno stallo bidimensionale e della

prima fase di post-stallo, in ottimo accordo con i dati sperimentali. Un ruolo fondamentale è ricoperto dalla corretta simulazione del flusso nella zona anteriore del profilo, in particolare la corretta previsione della posizione della transizione da flusso laminare a turbolento e l'evoluzione delle possibili bolle di separazione laminare determinano l'angolo ed il meccanismo di stallo. Per il profilo a singolo componente NACA 0012, ad $\alpha = 20^\circ$ si è ottenuta una soluzione convergente instazionaria con formazione di una scia di Karman. Tale risultato si trova in contrasto con i risultati presenti in letteratura, ma in ottimo accordo con i dati ottenuti con metodi numerici di ordine superiore (LES). Per il profilo NLR 7301 con flap, è stato possibile simulare lo stallo da esplosione di bolla laminare, in accordo con gli esperimenti. Si è simulato inoltre un fenomeno di isteresi nel ciclo portanza-angolo d'attacco, meccanismo che sovente si ottiene in simulazioni condotte con lo stesso metodo in campo sperimentale.

Per quanto riguarda l'analisi delle forze, si è messo a punto un software integrato in grado di calcolare la resistenza aerodinamica con un approccio di campo lontano, con la possibilità di decomporre la stessa nelle sue componenti fisiche. Tale metodo, in fase di sviluppo nel Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale da diversi anni, ha raggiunto con questo lavoro di tesi la maturità e la robustezza necessaria a renderlo uno strumento semplice ed efficace. La validazione del software ha messo in luce l'importanza dei metodi di campo lontano per la stima della resistenza per griglie complesse. Il test-case presentato relativo al profilo con flap NLR 7301 ha mostrato quanta resistenza numerica, dunque non fisica, sia presente in griglie formate da numerosi blocchi; una volta eliminato questo contributo i risultati quantitativi sono in ottimo accordo con i dati sperimentali. Altro test-case è stato il profilo transonico fornitoci dalla Piaggio, per il quale si è calcolata la curva di divergenza della resistenza. Il software creato ha permesso di analizzare l'evoluzione dei diversi contributi della resistenza aerodinamica, evidenziando come all'aumentare del numero di Mach non sia la sola componente dovuta all'onda d'urto a divergere, ma anche quella relativa alla viscosità a causa dell'ispessimento dello strato limite sul profilo. Il metodo di campo lontano

consente di utilizzare il valore della resistenza come funzione obiettivo in un ciclo di ottimizzazione. Infatti l'analisi della soluzione su un'ala ellittica nel caso euleriano, confrontata con la soluzione analitica di Prandtl, ha mostrato come sia necessario utilizzare una griglia numerica molto fitta per ottenere un valore numerico di resistenza indotta in accordo con il valore analitico tramite un approccio di campo vicino, mentre con un metodo di campo lontano si ottiene lo stesso valore con una griglia 64 volte più piccola della precedente, con una diminuzione dei tempi di calcolo di due ordini di grandezza. L'implementazione proposta del metodo di campo lontano ha confermato tutte le proprietà attese da un tale tipo di approccio.

Bibliografia

- [1]Verzicco R., “Appunti di turbolenza”, *Note del corso di Introduzione alla Turbolenza*, Politecnico di Bari, 2007
- [2]Kolmogorov, A.N. (1941), in “Dissipation of energy in a locally isotropic turbulence”, *Doklady Akad. Nauk SSSR*, 32-141, 1941
- [3]Jameson, A., “Time Dependent Calculations Using Multigrid, with Applications to Unsteady Flows Past Airfoils and Wings”, *AIAA Paper 91-1596*, 1991.
- [4]Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E., “Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes”, *AIAA Paper 81-1259*, 1981.
- [5]Caccavale, P., de Nicola, C., Mele, B. and Piccolo, A., “CFD Analysis for Real 2D Flows”, *7th Int. Symp. on Fluid Control, Measurement and Visualization*, FLUCOME '03, CD-ROM.
- [6]Spalart P.R., “Strategies for turbulence modeling and simulations”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, 2000, pp. 252-263.
- [7]Wilcox, D.C., “Turbulence modeling for CFD”, *2nd edn. DCW Indus.*, La Ca-ada, CA, 1998.
- [8]Wilcox, D.C., “Multiscale model for turbulent flows”, *AIAA J.*, Vol. 26, No. 11, 1998, pp. 1311-1320.

-
- [9]Baldwin, B. S., Lomax, H., “Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows”, *AIAA paper 78-257*, Jan. 1978.
- [10]Menter, F.R., “Zonal two equation $k - \omega$ turbulence models for Aerodynamic flows”, *AIAA paper 93-2906*, 1993.
- [11]Spalart, P.R., Allmaras, S.R., “A One Equation Turbulence Model for Aerodynamics Flows”, *AIAA paper 92-0439*, Jan. 1992.
- [12]Shur, M., Spalart, P. R., Squires, K. D., Strelets, M., Travin, A., “Three Dimensionality in Reynolds-Averaged Navier-Stokes Solutions Around Two-Dimensional Geometries”, *AIAA J.*, Vol. 43, No. 6, June 2005, pp. 1230-1242.
- [13]Shur, M.L., Strelets, M.K., Travin A.K., Spalart P.R., “Turbulence modeling in rotating and curved channels: assessing the Spalart-Shur correction”, *AIAA J.*, Vol. 38, No. 5, 2000, pp. 784-792.
- [14]Harris, C. D., “Two Dimensional Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil in the Langley 8-Foot Transonic Pressure Tunnel”, *NASA TM 81927*, 1981.
- [15]Abbott, I. H., Von Doenhoff, A. E., “Theory of Wing Sections”, *Dover Publications Inc.*, New York, 1959.
- [16]De Marco, A., Mancino, M. and Mele, B., *FLOSIM Design Report*, Maggio 2001.
- [17]Mittal, S., Saxena, P., “Prediction of Hysteresis Associated with the Static Stall of an Airfoil”, *AIAA J.*, Vol. 38, No. 5, 2000, pp. 933-935.
- [18]Liou M.-S., Steffen C.J.jr., “A New Flux Splitting Scheme”, *NASA TM 104404*, 1991
- [19]Kroll N., Radespiel R., “An Improved Flux Vector Split Discretization Scheme for Viscous Flows”, *DLR-FB 93-53*, 1993

- [20] C.A.J. Fletcher, "Computational Techniques for Fluid Dynamics-Volume I", *Springer-Verlag*, 1991
- [21] C.A.J. Fletcher, "Computational Techniques for Fluid Dynamics-Volume II", *Springer-Verlag*, 1991
- [22] Blazek j., "Computational Fluid Dynamics, Principles and Applications", *Elsevier*, 2001
- [23] Oswatitsch, K., "Gas Dynamics", *Academic Press Inc*, New York, 1956, pp. 177-210.
- [24] Schlichting, H. and Gersten, K., "Boundary Layer Theory", *Springer 8th English edition*, 1999
- [25] Anderson, J.D., "Fundamentals of Aerodynamics", *McGraw-Hill 2nd ed.*, 1991, New York
- [26] Ashley, H., Landahl, M., "Aerodynamics of wings and bodies", *Addison-Wesley Publishing Company, Inc.*, 1965
- [27] Rumsey, C. L. and Ying, S. X., "Prediction of high lift: review of present CFD capability", *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 38, 2002, pp. 145-180.
- [28] Cebeci, T., Hefazi, H., Roknaldin, F., Carr, L.W., "Predicting Stall and Post-Stall Behavior of Airfoils at Low Mach Numbers", *AIAA J.*, Vol. 33, N. 4, 1995, pp. 595-602.
- [29] Shur, M., Spalart, P. R., Travin, A., "Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack", *Engineering Turbulence Modeling and Experiments*, Vol. 4, Elsevier Science Ltd., 1999.
- [30] Strelets, M., "Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows", *AIAA Paper 2001-0879*, January 2001.

- [31]Breuer, M., Jovicic, N., Mazaev, K., “Comparison of DES, RANS and LES for the separated flow around a plate at high incidence”, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 41, 2003, pp. 357-388.
- [32]Murayama, M. and Yamamoto, K., “Validation of Flows on High-Lift Configurations by Structured- and Unstructured- Mesh Method”, *Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno (NV), 10-13 January 2005
- [33]Catalano, P., Wang, M., Iaccarino, G., Moin, P., “Numerical Simulation of the Flow around a Circular Cylinder at High Reynolds Numbers”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 24, 2003, pp. 463-469.
- [34]Van den Berg, B., Oskam, B., “Boundary layer measurements on a two-dimensional wing with flap and a comparison with calculations”, *AGARD Turbulent Boundary Layers*, 1980.
- [35]Shelton, A., Abras, J., Jurenko, R. and Smith, M. J., “Improving the CFD Prediction of Airfoils in Stall”, *Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno (NV), 10-13 January 2005
- [36]Destarac, D., “Drag Extraction from Numerical Solutions to the Equations of Fluid Dynamics: the Far-field Philosophy”, *43ème Congrès d’Aérodynamique Appliquée de la 3AF, Maîtrise de la traînée et de l’impact sur l’environnement*, Poitiers, 10-12 Marzo 2008.
- [37]Tognaccini R., “Methods for drag decomposition, thrust-drag bookkeeping from CFD calculations”, *CFD-Based Aircraft Drag Prediction and Reduction*, LS 2003-02, von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series, Bruxelles, 3-7 February 2003; also National Institute of Aerospace, Hampton (VA) USA, 3-7 November 2003.
- [38]Paparone, L., and Tognaccini, R., “Computational Fluid Dynamics-based drag prediction and decomposition”, *AIAA J.*, Vol. 41, No. 9, Sept. 2003, pp. 1647-1657.

- [39]van Dam C.P., “Aircraft design and the importance of drag prediction”, *CFD-based Aircraft Drag Prediction and Reduction*, von Karman Institute lecture series, 2003
- [40]van Dam C.P., “Critical factors in CFD-based drag prediction”, *CFD-based Aircraft Drag Prediction and Reduction*, von Karman Institute lecture series, 2003
- [41]van Dam C.P., “Recent experience with different methods of drag prediction”, *Progress in Aerospace Sciences*, No. 35, 1999, pp. 751-798
- [42]Destarac D., “Far-field/Near-field Drag Balance and Application of Drag Extraction in CFD”, *CFD-based Aircraft Drag Prediction and Reduction*, von Karman Institute lecture series, 2003
- [43]Tognaccini, R., “Drag Computation and Breakdown in Power-on Conditions”, *J. Aircraft*, Vol. 42, No. 1, pp. 245-252.
- [44]Destarac, D., and van der Vooren, J., “Drag/thrust analysis of jet-propelled transonic transport aircraft; definition of physical drag components”, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 8, 2004, pp. 545-556.
- [45]Schmitt, V., Destarac, D., “Recent Progress in Drag Prediction and Reduction for Civil Transport Aircraft at ONERA”, *AIAA paper 98-0127*, Jan. 1998.
- [46]Takahashi, T., “On the decomposition of drag components from wake flow measurements”, *AIAA-97-0717*, 1997
- [47]van Dam, C.P., Nikfetrat, K., Wong, K., Vijgen, P.M.H.W., “Drag prediction at subsonic and transonic speeds using Euler methods”, *Journal of Aircraft*, Vol. 32 No. 4, 1994
- [48]van der Vooren, J., Sloff, J.W., “CFD-based drag prediction; state-of-the-art, theory, prospects”, *NLR TP 90247 U*, 1992

- [49]Wu, J.C., Hackett, J.E., Lilley, D.E., “A generalized wake-integral approach for drag determination in three-dimensional flows”, *AIAA 79-0279*, 1979
- [50]Brune, G.W., Bogataj, P.W., “Induced drag of a simple wing from wake measurements”, *SAE technical paper series 901934*, 1990
- [51]Chatterjee, A., Janus, M., “On the use of a wake-integral method for computational drag analysis”, *AIAA-95-0535*, 1995
- [52]Cummings, R.M., Giles M.B., Shrinivas G.N., “Analysis of the elements of drag in three-dimensional viscous and inviscid flows”, *AIAA-96-2482-CP*, 1996
- [53]El-Refae, M.M., “Calculation of all drag components for 3-D bodies in wind tunnel flows. A boundary element-wake approach”, *Applied Scientific Research*, 55:119-139, 1995
- [54]Giles, M.B., Cummings, R.M., “Wake integration for three-dimensional flowfield computations: theoretical development”, *Journal of Aircraft*, 36(2):357-365, 1999
- [55]Hunt, D.L., Cummings, R.M., Giles, M.B., Shrinivas, G.N., “Determination of drag from three-dimensional viscous and inviscid flowfield computations”, *AIAA-97-2257*, 1997
- [56]Hunt, D.L., Giles, M.B., Cummings, R.M., “Wake integration for three-dimensional flowfield computations: applications”, *Journal of Aircraft*, 36(2):366-373, 1999
- [57]Ianelli, P., Tognaccini, R., “Drag prediction from CFD calculations: formulae and description of the algorithms”, *Rapporto tecnico del Dipartimento di Progettazione Aeronautica*, Università degli Studi di Napoli “Federico II”, NT 00-43, 2000
- [58]Kusunose, K., “Drag prediction based on a wake-integral method”, *AIAA paper*, 1998

-
- [59]Kusunose, K., “Lift analysis based on a wake-integral method”, *AIAA 2001-0420*, 2001
- [60]Kusunose, K., Crowder, J.P., “Physical properties of Maskell’s induced drag integral”, *AIAA 2001-0421*, 2001
- [61]Kusunose, K., “Advanced wake integration method for experimental drag prediction”, *von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series*, 2003
- [62]Kusunose, K., “A wake integration method for airplane drag prediction”, *The 21st Century COE Program International COE of Flow Dynamics Lecture Series*, 2005
- [63]Kroo, I., “Drag due to lift: concepts for prediction and reduction”, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 33:587-617, 2001
- [64]Laban, M., “AIRcraft Drag And Thrust Analysis (AIRDATA) - Final report”, *NLR-TP-2001-249*, 2001
- [65]Laban, M., “Application of CFD to drag analysis and validation with wind tunnel data”, *von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series*, 2003
- [66]Jie Li, Fengwei Li, Qin E, “Far-field drag-prediction technique applied to wing design for civil aircraft”, *Journal of Aircraft*, Vol.40, No.3, May-June 2003
- [67]Maskell, E.C., “Progress towards a method for the measurement of the components of the drag of a wing of finite span”, *RAE Technical Report 72232*, 1972
- [68]Mortara, K.W., Maughmer, M.D., “A method for the prediction of induced drag for planar and nonplanar wings”, *AIAA-93-3420-CP*, 1993