

Università degli Studi Federico II di Napoli



Facoltà di Ingegneria

Dottorato di ricerca in Ingegneria Industriale - XXII ciclo

Tesi di Dottorato:

Dimensionamento strutturale effettuato con le norme CE 94/25 e confronto attraverso il metodo degli elementi finiti

Tutor Ch.mo prof Tommaso COPPOLA

Coordinatore Ch.mo prof Antonio MOCCIA

Dottorando Ing. Vittorio BOCCOLINI

Indice

Indice	2
Introduzione	5
1 I materiali compositi	7
1.1 <i>Introduzione</i>	7
1.2 <i>Caratterizzazione</i>	8
1.3 <i>Fibre</i>	8
1.4 <i>Resine</i>	10
1.5 <i>Tecnologie produttive</i>	11
1.6 <i>Controllo dei laminati</i>	12
2 Meccanica dei compositi	14
2.1 <i>Meccanica</i>	14
2.2 <i>Teoria della laminazione classica</i>	20
2.3 <i>Caratterizzazione della matrice di rigidità per alcuni laminati tipici</i>	22
2.3.1 <i>Laminati simmetrici</i>	22
2.3.2 <i>Laminati ortotropi</i>	24
2.3.3 <i>Laminati disaccoppiati</i>	25
2.3.4 <i>Laminati quasi ortotropi</i>	26
2.4 <i>Calcolo dei moduli di elasticità</i>	28
2.4.1 <i>Regola delle miscele</i>	29
2.4.2 <i>Formule sperimentali per rinforzi a fibre orientate</i>	30
2.5 <i>Calcolo delle caratteristiche a rottura</i>	33
2.5 <i>Rottura dei laminati</i>	36
2.5.1 <i>Rottura di una lamina a trazione</i>	36
2.5.2 <i>Rottura di una lamina a compressione</i>	38
2.5.3 <i>Rottura di un laminato</i>	39
2.6 <i>Criteri di resistenza</i>	41
2.6.1 <i>Criterio massima tensione</i>	41
2.6.2 <i>Criterio massima deformazione</i>	42

2.6.3 Criterio di Tsai-Hill.....	44
2.6.4 Criterio di Tsai-Wu.....	45
3. Analisi agli elementi finiti.....	47
3.1 Introduzione	47
3.2 Schematizzazione del modello.....	48
3.2.1 Idealizzazione	48
3.2.2 Discretizzazione.....	49
3.2.3 Caratteristiche degli elementi	49
3.3 Gli elementi dei codici agli elementi finiti.....	50
3.4 Diagramma di flusso per un processo di simulazione.....	52
4. Dimensionamento tramite normativa CE.....	55
4.1 Introduzione	55
4.2 Analisi dei carichi.....	55
4.3 Analisi dei laminati.....	58
4.4 Dimensionamento dei pannelli.....	61
4.5 Dimensionamento delle strutture	63
4.6 Innovazione per le edizioni successive	66
5. Progettazione di un pannello del fondo e delle strutture	68
5.1 Definizione delle geometrie	68
5.2 Dimensionamento dei pannelli.....	69
5.3 Dimensionamento delle strutture	70
5.3.1 Modulo di elasticità assimilato ad unidirezionali	71
5.3.2 Modulo di elasticità pesato	73
5.4 Definizione dei vincoli e del carico	75
5.5 Inserimento dei materiali.....	75
5.6 Proprietà degli elementi	76
5.7 Run dei file	76
6. Analisi dei risultati per pannelli semplici	78
6.1 Test con modulo di elasticità assimilato ad unidirezionali	78
6.1.1 Modello 750_15_20	78

6.1.2 Modello 750_20_30	87
6.1.3 Modello 1000_10_15	92
6.1.4. Modello 1000_20_30	98
6.1.5 Modello 2000_10_15	103
6.1.6 Modello 2000_20_30	108
6.2 Test con modulo di elasticità pesato	113
6.2.1 Modello 750_15_20	113
6.2.2 Modello 750_20_30	116
6.2.3 Modello 1000_10_15	119
6.2.4 Modello 1000_20_30	122
6.2.5 Modello 2000_10_15	125
6.2.6 Modello 2000_20_30	130
6.3 Analisi dei risultati	132
7. Analisi dei risultati per pannelli multipli	135
7.1 Definizione del modello di test	135
7.2 Run del file	135
7.3 Analisi dei risultati	140
8. Analisi dei risultati per fondo a V	142
8.1 Definizione del modello di test	142
8.2 Run del file	142
8.2.1 Tensioni @ Z1	147
8.2.2 Tensioni @ Z2	154
8.3 Analisi dei risultati	158
8.4 Analisi delle criticità	161
9. Considerazioni finali	163
Bibliografia	168
Ringraziamenti	172

Introduzione

Nel corso della mia breve carriera professionale ho avuto la possibilità di lavorare in uno studio di progettazione di imbarcazioni da diporto. Ho lavorato ed ho avuto modo di accostarmi a progetti di imbarcazioni da diporto di varie misure e differente complessità riuscendo, grazie al rapporto di lavoro instaurato con i colleghi, ad avere sempre un occhio in tutte le fasi progettuali. Ore ed ore di lavoro spese per affinare le linee di stile, gli interni, la distribuzione dei volumi, per rendere la barca bella ed appetibile al target di clientela individuato dal Cantiere. Per la parte tecnica invece, minimo sforzo con massimo risultato.

Il confronto con il Cantiere – nelle vesti ora di operai, ora di tecnici, ora del Management – era poco stimolante. L'idea di ottimizzare i processi produttivi al fine di rendere una serie, seppur piccola, efficiente in termini di tempi di realizzazione è spesso lontana dai modi di lavorare degli operai e non sempre i tecnici riescono ad imporre questo tipo di cultura: spesso si vive alla giornata. I tecnici sono normalmente sovraccaricati di lavoro in quanto in affanno da sotto organico e poco stimolati ad essere efficaci. Il Management si interessa di vendere le barche e di farle costare poco – il come, spesso, non interessa.

La presente Tesi di Dottorato nasce dall'idea e dal desiderio di verificare come possa essere possibile migliorare il processo progettuale e produttivo delle parti strutturali di una imbarcazione.

Ritengo infatti che allo stato quello delle strutture sia ancora un settore nel quale ci sia posto per miglioramenti e progressi. Noi ingegneri navali abbiamo una conoscenza superficiale delle costruzioni in plastica rinforzata ed ancor meno sappiamo riguardo ai programmi di calcolo agli elementi finiti. Viceversa negli altri settori industriali – automotive ed aeronautico – il processo progettuale strutturale vede sempre più l'impiego di materiali compositi ed il calcolo strutturale agli elementi finiti è ormai prassi consolidata da parecchi anni: basti pensare che i programmi FEM sono nati e

sviluppati in ambito aeronautico e che il nuovo Boeing è realizzato interamente in materiali compositi con fibra di carbonio.

La mia ricerca, forse audace ed ambiziosa, ha la pretesa di dimostrare che anche nel campo navale è possibile investire nel settore strutture al fine di ottenere un prodotto finale che possa essere più sicuro, più leggero, più resistente e che possa avere un costo inferiore rispetto a quelli che sono gli standard attuali.

1 I materiali compositi

1.1 Introduzione

Un materiale composito è una combinazione di due o più materiali differenti macroscopicamente per forma e/o composizione. I costituenti, detti fasi, mantengono all'interno del materiale composito la loro identità, vale a dire che non si dissolvono completamente l'una nell'altra, come succede per esempio in alcune leghe metalliche, ma allo stesso tempo agiscono strutturalmente insieme. Sezionando il materiale composito le fasi possono essere fisicamente identificate e mostrano una chiara interfaccia di separazione tra loro. Esempi di questa categoria di materiali sono il cemento armato e il legno truciolato.

Nel settore navale, i materiali compositi che hanno trovato grande spazio sono i materiali plastici rinforzati con fibre, chiamati con l'acronimo FRP derivante dall'inglese fiber reinforced plastic, e, più in particolare nel settore del diporto, la vetroresina, materiale plastico rinforzato con fibre di vetro o GRP glass reinforced plastic.

L'ampio uso dei compositi a fibre si è sviluppato in questo settore nel corso degli anni '60 quando si abbandonò l'uso del legno a favore di un materiale più leggero e di più facile lavorazione e che consentisse allo stesso tempo costruzioni in serie più veloci. Attualmente sono costruiti scafi e coperte in vetroresina di lunghezza superiore ai 50 metri.

In più nell'ultimo decennio l'uso di fibre ad elevato carico di rottura, come il kevlar o il carbonio, un tempo destinate esclusivamente al mondo delle competizioni o a costruzione one-off, ha permesso di costruire imbarcazioni più leggere e più resistenti e pezzi e particolari come alberi per barche a vela lunghi fino ad 100 metri con caratteristiche meccaniche elevatissime.

1.2 Caratterizzazione

In generale un composito tipicamente usato in campo navale è costituito da tessuti di fibre immersi in una resina. Le caratteristiche di resistenza, l'anisotropia e più in generale il comportamento meccanico e lo spessore del materiale sono caratteristiche definibili in fase progettuale e dipendono in prima battuta da:

- tipo di fibra
- tipo di resina
- tipo di tecnologia produttiva

In più la successione di tessuti, la disposizione delle fibre, il numero di strati e la quantità di resina rappresentano ulteriori parametri progettuali che intervengono in una successiva fase del progetto del laminato all'atto del progetto esecutivo e di dettaglio. Tutti questi parametri possono essere combinati in maniera differente al fine di ottenere le caratteristiche progettuali desiderate.

1.3 Fibre

Le fibre fanno variare le caratteristiche del composito in base al tipo di materiale e sia per la modalità di tessitura del tessuto.

Esaminiamo in prima battuta le tipologie di tessitura.

Le fibre possono essere usate da sole o in filati aggregati. Il tipo di aggregazione e la scelta dello stesso per la costruzione derivano sia dalle caratteristiche meccaniche che si vogliono fornire al composito sia al tipo di costruzione che andranno a formare.

- Chopped strand mat

Il mat, usualmente in vetro, e' un tessuto costituito da fibre spezzettate disposte casualmente ed aggregate mediante pressatura ed apprettatura. Le caratteristiche meccaniche del laminato in mat sono molto basse ma hanno la peculiarità di essere isotrope. A vantaggio del mat c'è sicuramente una facilità di lavorazione anche per tessuti piuttosto pesanti.

- Woven roving

Il woven roving è tessuto tipo stuoia composto da trama ed ordito. Le caratteristiche meccaniche del composito rinforzato con stuoia sono superiori a quelle della stesso composito rinforzato con solo mat, ma le direzioni di massima sollecitazione della lamina sono quelle di trama ed ordito. Pertanto il composito avrà caratteristiche meccaniche anisotrope. Nell'ambito del tipo di filato le stuoie possono avere trama ed ordito intrecciate oppure sovrapposte e cucite (cloth)

- Unidirezionali

Sono fasci di fibre continue in una sola direzione. Sono usati per il rinforzo di strutture monodimensionali al fine di ottimizzare le caratteristiche meccaniche lungo una sola direzione.

Relativamente ai materiali impiegati nel campo navale:

- Vetro E

Il vetro E è il più usato nel settore navale grazie all'ottimo rapporto prezzo/caratteristiche meccaniche. Inoltre, in quanto materiale isotropo, ogni fibra ha lo stesso modulo elastico a trazione ed a compressione.

- Kevlar

E' il nome commerciale della più nota delle fibre aramidiche, ossia dei poliammidi aromatici. E' una fibra dalla alta resistenza specifica a trazione e dalla bassa densità. E' usata nei laminati per incrementare le caratteristiche di resistenza ad impatto.

- Carbonio

Il carbonio è la fibra con più alte caratteristiche meccaniche ma anche con elevati costi. Viene usata principalmente per prototipi o nelle zone di rinforzo delle produzioni di serie.

A titolo di esempio si riportano le caratteristiche meccaniche delle fibre

		Fibre			
		Vetro E	Aramidiche	Carbonio HS	Carbonio HM
Densità specifica in g/cm ³		2,54	1,45	1,80	1,90
Modulo di Young, in N/mm ²	Parallelo alle fibre	73000	130000	230000	370000
	Perpendicolare alle fibre	73000	5400	15000	6000
Modulo di Coulomb, in N/mm ²		30000	12000	50000	20000
Coefficiente di Poisson		0,25	0,35	0,35	0,35

Tab 1.3 1 – Caratteristiche meccaniche delle fibre più utilizzate nel campo navale

1.4 Resine

La resina è la fase che attraverso il processo di indurimento dà la forma finale al pezzo e che trasmette i carichi nel caso di carichi non diretti lungo la direzione delle fibre.

Tra le due fasi è quella che ha minori caratteristiche meccaniche ma è quella che tiene coese le fibre ed ha un'importanza rilevante ai fini delle caratteristiche meccaniche del composito.

Le caratteristiche meccaniche della resina dipendono sia dalle caratteristiche intrinseche sia dalle modalità attraverso le quali si realizza la catalisi e la polimerizzazione della stessa.

In campo navale si usano prevalentemente le resine termoindurenti, ossia resine che passano dallo stato liquido allo stato solido attraverso un processo esotermico di catalizzazione. Possono essere distinte in tre famiglie:

- Resina poliesteri

Sono resine economiche e facili da lavorare e per questo molto diffuse. Di contro hanno proprietà meccaniche inferiori rispetto alle altre e scarsa resistenza osmotica.

Nell'ambito delle resine poliesteri la tipologia ortoftalica ha minori caratteristiche in complesso inferiori rispetto alle isoftaliche

- Resina vinilestere

Sono chimicamente simili alle epossidiche e perciò resistono bene all'osmosi. Di contro hanno caratteristiche meccaniche paragonabili alle poliesteri.

- Resina epossidica

Sono le resine dalle caratteristiche meccaniche maggiori ed hanno anche il minor ritiro dopo l'indurimento. Per accrescere le caratteristiche meccaniche la catalizzazione viene realizzata a temperature controllate e spesso viene post-curato il laminato per polimerizzare tutta la resina in maniera corretta.

1.5 Tecnologie produttive

Il composito si realizza tramite l'aggregazione (laminazione) di successivi strati (lamine) di fibre di rinforzo e matrice. Le caratteristiche del composito così realizzato, detto anche laminato, dipendono in maniera significativa dalla coesione tra i successivi strati e dall'assenza di aria all'interno del laminato. Queste due caratteristiche fisiche dei laminati a strati sono strettamente connesse. Infatti qualunque bolla d'aria presente nel laminato costituisce una discontinuità nell'adesione tra strati successivi e, in più, è un punto di possibile innesco di delaminazione o cricche.

I processi di produzione dei laminati sono:

- Laminazione manuale

Gli strati vengono disposti l'uno dopo l'altro manualmente bagnando le fibre manualmente attraverso appositi attrezzi e provvedendo a rimuovere quella in eccesso. E' la tecnologia produttiva più diffusa ma ha il limite è dovuto alla

capacità dell'operatore di realizzare un laminato coerente con le specifiche progettuali.

- Infusione sotto vuoto

Il procedimento di laminazione ad infusione consiste nello stendere nello stampo tutti i tessuti secchi. Successivamente si ricoprono i tessuti e lo stampo con un telo a tenuta e si crea una depressione togliendo l'aria. Attraverso dei canali si fa affluire la giusta quantità di resina che si distribuirà in maniera uniforme in tutte le zone creando un laminato omogeneo.

- Pre-impregnazione

I preimpregnati sono tessuti già bagnati di resina che devono essere solo stesi nello stampo. La catalizzazione deve avvenire sotto vuoto e tramite post cura cioè con somministrazione di calore al fine di ottimizzare le caratteristiche del laminato. I tessuti devono essere conservati a basse temperature ed hanno una scadenza limitata nel tempo. Nonostante l'uso di questi tessuti permetta di ottenere laminati di ottima qualità, i costi elevati di produzione e conservazione ne limitano l'utilizzo ad applicazioni particolari.

1.6 Controllo dei laminati

Il composito a strati si realizza tramite la laminazione di successivi strati di fibre di rinforzo e matrice. Le caratteristiche del composito così realizzato, detto anche laminato, dipendono in maniera significativa dal progetto (resina, fibre, tessuti, ecc.) e dalla coesione tra i successivi strati e dall'assenza di aria all'interno del laminato. Queste due caratteristiche fisiche dei laminati a strati sono strettamente connesse. Infatti qualunque bolla d'aria presente nel laminato costituisce una discontinuità nell'adesione tra strati successivi e, in più, è un punto di possibile innesco di delaminazione o cricche. Tuttavia la presenza di bolle, anche se fortemente limitata con tecniche di laminazione in vuoto, è dovuta anche alla catalizzazione della resina e

quindi è un difetto non annullabile. Nel settore navale, il forte utilizzo di laminazioni manuali, rende questa tipologia di difetto largamente presente nei laminati commerciali. Pertanto qualunque tipo di analisi deve tenere in considerazione questa problematica.

Per un laminato il controllo della qualità della produzione è di fondamentale importanza ai fini della coerenza tra il progetto ed il prodotto. Infatti a differenza dei metalli, oltre alle bolle intrappolate all'interno o a cricche, i compositi sono soggetti ad altri difetti di fabbricazione – delaminazione, debonding, variazioni di percentuale di resina - che decrescono le caratteristiche meccaniche. Distinguiamo due categorie di indagine, una fatta durante il processo produttivo, l'altra a posteriori. Nella prima categoria l'indagine viene condotta visivamente durante la laminazione e mira ad evidenziare eventuali non uniformità nel rapporto matrice/fibra, discontinuità o errori nella laminazione e difetti.

I controlli eseguiti dopo la costruzione mirano a cercare rotture della matrice, scollamenti e delaminazione. I controlli avvengono tramite tecniche di indagine non distruttive che sfruttano gli ultrasuoni o i raggi X. Tuttavia questo genere di controlli può essere condotto solo puntualmente con apparecchiature elettroniche spesso molto costose.

2 Meccanica dei compositi

2.1 Meccanica

La meccanica dei compositi è studiata attraverso l'analisi – micromeccanica - di una singola lamina costituente che successivamente coopererà con le altre fornendo il proprio contributo alle caratteristiche meccaniche del laminato. Proprio la coesione di strati con caratteristiche meccaniche differenti sarà studiata secondo la teoria della laminazione classica – Classical Lamination Theory CLT.

Lo studio di una singola lamina si fonda sulle seguenti ipotesi:

- Incollaggio perfetto tra resina e fibre
- Spessore trascurabile rispetto alle altre dimensioni
- Ortotropicità ed omogenità del singolo strato
- Validità dell'ipotesi di Kirckoff (perpendicolarità delle sezioni inflesse)
- Deformazioni nulle nel piano verticale $\varepsilon_z = 0$, $\gamma_{xz} = 0$ e $\gamma_{yz} = 0$

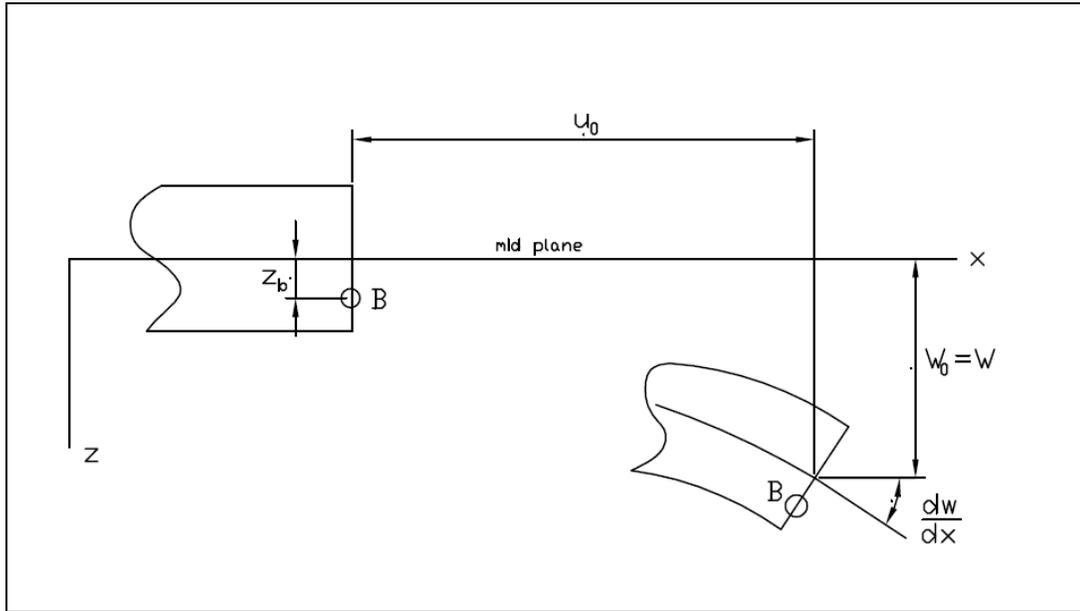


Figura 2.1.1 – Deformazione di un concio elementare di trave

Richiamando la teoria di scienza delle costruzioni, la generica deformazione, mostrata in Figura 2.1.1, di un punto B può essere scritta:

$$u_B = u_0 - z_B \frac{\delta w}{\delta x} \quad [2.1]$$

$$v_B = v_0 - z_B \frac{\delta w}{\delta y} \quad [2.2]$$

Richiamando la definizione di deformazione lineare è possibile scrivere

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z_B \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad [2.3]$$

Stante la relazione di equilibrio elastico valida per ogni strato k $\{\sigma_k\} = [\bar{Q}]_k \{\epsilon_k\}$ per ogni punto B la relazione di equilibrio tensione-deformazione diventa:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_B = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ & & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_B \left\{ \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z_B \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \right\} \quad [2.4]$$

Componendo i vari strati, vediamo come un laminato reagisce ai carichi esterni:

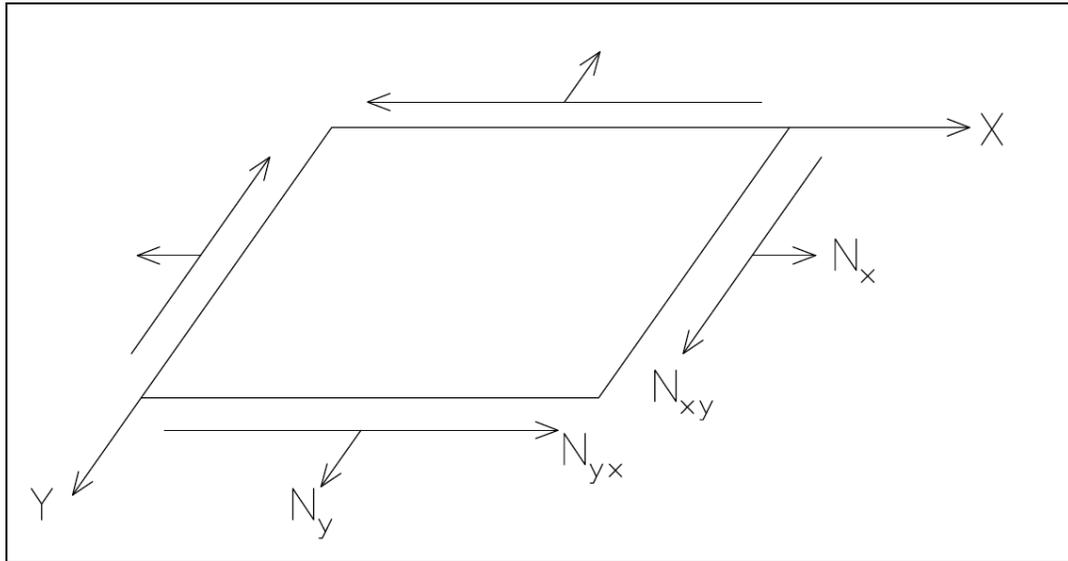


Figura 2.1.2 – Reazione di un laminato ai carichi esterni

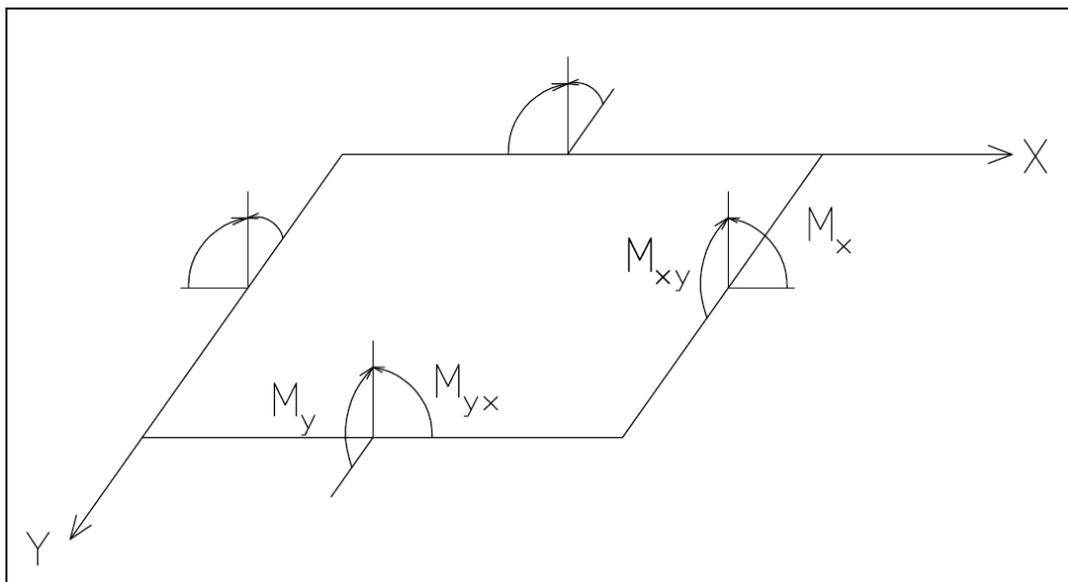


Figura 2.1.3 – Reazione di un laminato ai momenti esterni

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad [2.6]$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad [2.7]$$

Le seconde parti delle espressioni sono scritte per la netta separazione tra gli strati k-esimi di un laminato. In questo modo in un laminato composto da n strati, ogni singolo k-esimo strato contribuisce in maniera proporzionale alla sua σ .

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} z dz \right\} \quad [2.8]$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz \right\} \quad [2.9]$$

Ponendo:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k - z_{k-1}), \quad B_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (Q_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad e \quad D_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} (Q_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3),$$

dove:

- A corrisponde alla matrice di rigidità estensionale che regola il dualismo tra sforzo normale ed allungamento ϵ ,
- B matrice di accoppiamento che regola lo sforzo normale a χ e il momento flettente a ϵ e
- D matrice di rigidità flessionale che regola il momento a χ

sviluppando gli integrali e sostituendo le suddette espressioni si ha:

la [2.8] e la [2.9] possono essere così riscritte:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ & & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad [2.10]$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad [2.11]$$

La figura successiva mostra come i termini della matrice B ed i termini fuori diagonale della matrice D regolino le tensioni derivanti dal comportamento proprio di un laminato e che saranno successivamente analizzate nel paragrafo 2.3.

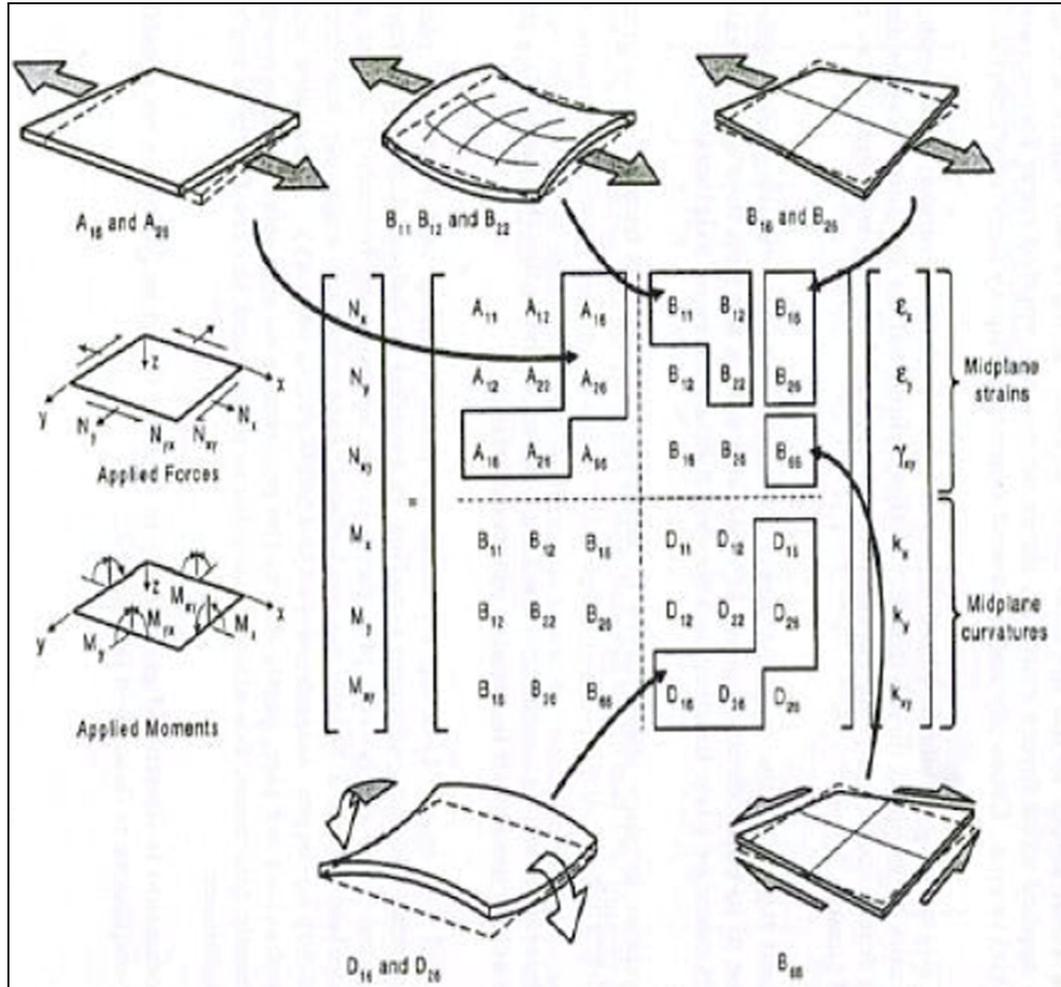
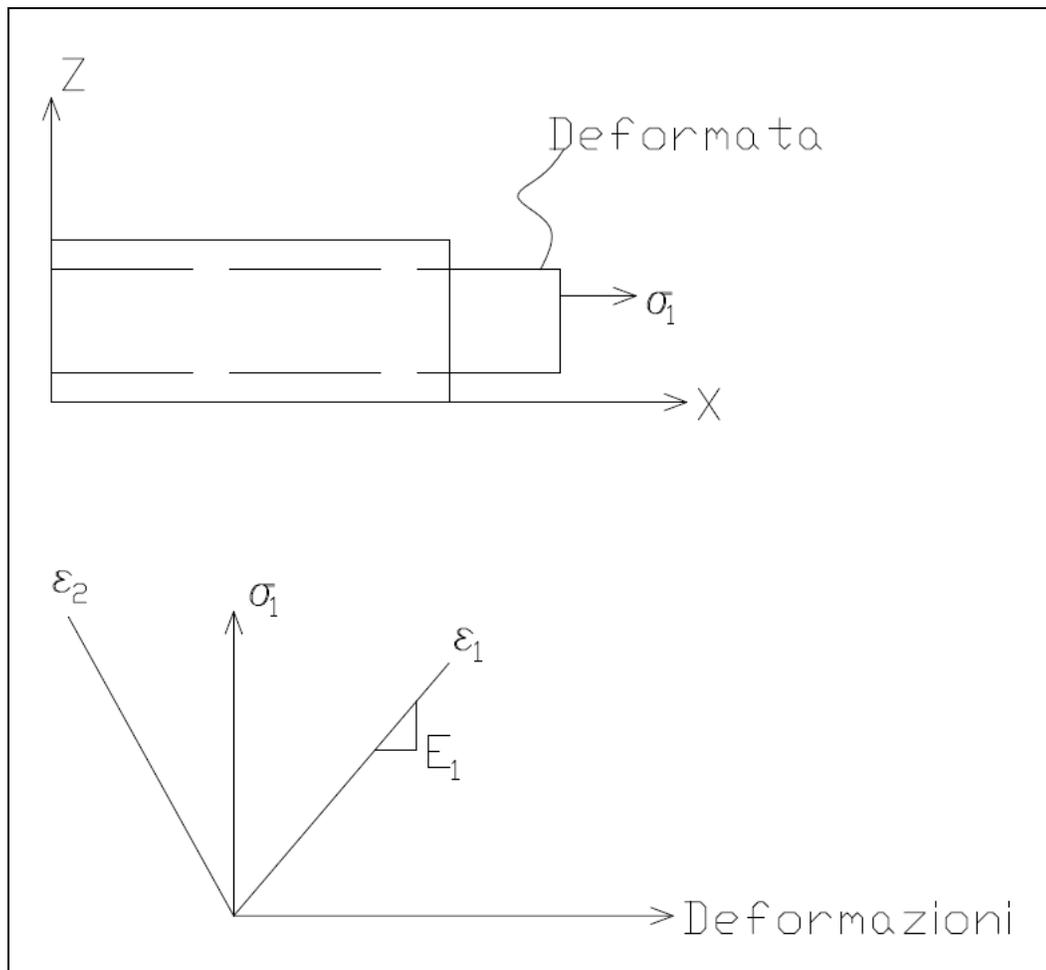


Figura 2.1.4 – Caratterizzazione degli elementi della matrice di rigidità rispetto ai carichi esterni o alle distorsioni

2.2 Teoria della laminazione classica

Si prenda un concio di materiale tale che la direzione 1 sia quella delle fibre e si ponga: σ_1 tensioni lungo la direzione $X=1$, ε_1 ed ε_2 deformazioni rispettivamente lungo la direzione $X=1$ e perpendicolare alla stessa.



Caricando il concio lungo la direzione 1 con una forza F_{1t} di trazione o F_{1c} di compressione si avrà:

$$\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} = E_1 \text{ Modulo di elasticità longitudinale} \quad [2.12]$$

$$-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \nu_{12} \text{ Modulo primario di Poisson} \quad [2.13]$$

Caricando lo stesso concio lungo la direzione 2

$$\frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} = E_2 \text{ Modulo di elasticità trasversale} \quad [2.14]$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \nu_{21} \text{ Modulo secondario di Poisson} \quad [2.15]$$

Applicando uno sforzo di taglio

$$F_6 = \max \tau_{12} \quad [2.16]$$

$$\frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} = G_{12} \text{ Modulo di taglio planare} \quad [2.17]$$

Applicando gli stessi sforzi sia lungo la direzione 2 che lungo la direzione 3 e sommando le espressioni ottenute si giunge ai seguenti valori:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_{21} \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_{31} \frac{\sigma_3}{E_3}, \quad \varepsilon_2 = -\nu_{12} \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_{32} \frac{\sigma_3}{E_3}, \quad \varepsilon_3 = -\nu_{13} \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_{23} \frac{\sigma_2}{E_2} + \frac{\sigma_3}{E_3},$$

$$\gamma_{23} = \tau_{23}/G_{23}, \quad \gamma_{13} = \tau_{13}/G_{13}, \quad \gamma_{12} = \tau_{12}/G_{12}, \quad \gamma_4 = \tau_4/G_{23}, \quad \gamma_5 = \tau_5/G_{13} \quad \text{e} \quad \gamma_6 = \tau_6/G_{12}$$

che scritta in forma vettoriale diventa:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad [2.18]$$

$$\text{ossia } \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad [2.19]$$

La matrice [S] è detta matrice di conformità

Per i ridotti spessori che hanno i compositi, le tensioni nella direzione 3 sono nulle o trascurabili e pertanto lo stato tensionale può essere considerato piano. In queste ipotesi la matrice [S] è completamente definita noti i valori delle quattro costanti elastiche: E_x , E_y , ν_{xy} , G_{xy} .

2.3 Caratterizzazione della matrice di rigidezza per alcuni laminati tipici

2.3.1 Laminati simmetrici

Una particolare classe di laminati è costituita da quelli in cui l'accoppiamento tra flessione e sforzo normale è eliminata. In questi laminati l'applicazione di uno sforzo normale non produce flessione del piano medio, né l'applicazione di un momento flettente produce deformazioni (estensione/contrazione) del piano medio. Tale caratteristica è molto importante al fine di evitare che l'applicazione di sollecitazioni nel piano del laminato produca deformazioni fuori dal piano (ingobbimenti)

Tenendo conto delle equazioni costitutive del §2.2, è possibile osservare che un tale comportamento del laminato corrisponde alla condizione per cui la matrice di accoppiamento [B] risulta identicamente nulla. Tenendo conto che il generico termine della matrice [B] è dato dalla sommatoria - estesa alle lamine - degli omologhi termini della matrice [E] moltiplicati per lo spessore della lamina e per la distanza media dal

piano medio, si ha che tali termini possono essere resi nulli se ad ogni lamina posta al di sopra (al di sotto) del piano medio corrisponde una lamina eguale e con identico orientamento disposta simmetricamente rispetto al piano medio.

Un tale laminato dicesi perciò *simmetrico*.

In letteratura un laminato simmetrico è indicato con un codice che riporta sinteticamente entro parentesi quadre l'orientamento delle lamine di metà laminato nella effettiva sequenza di impacchettamento, con il pedice S (simmetrico) fuori parentesi. L'orientamento delle lamine è indicato per semplicità omettendo il simbolo di gradi ($^\circ$). Nel caso di lamine consecutive aventi lo stesso orientamento, il numero di lamine è indicato con un pedice. Per esempio il laminato simmetrico costituito complessivamente da 8 lamine così orientate:

$0^\circ\backslash 0^\circ\backslash +45^\circ\backslash -45^\circ\backslash -45^\circ\backslash +45^\circ\backslash 0^\circ\backslash 0^\circ$

è sinteticamente indicato con il codice:

$[0_2/\pm 45]_S$.

Nel caso in cui il laminato è ottenuto ripetendo m volte una sequenza di n lamine, allora la sua indicazione può essere semplificata indicando tra parentesi tonde la sequenza e mettendo m come pedice.

Per esempio un laminato simmetrico costituito dalla sequenza di 5 lamine così definita $[0^\circ\backslash 0^\circ\backslash +45^\circ\backslash -45^\circ\backslash 90^\circ]$ e ripetuta 20 volte si indica sinteticamente con:

$[(0_2/\pm 45/90)_{10}]_S$.

2.3.2. Laminati ortotropi

Un'altra classe di laminati importante è quella che presenta disaccoppiamento tra sforzo normale e scorrimenti ovvero tra taglio e deformazioni normali. Considerando l'equazione costitutiva è facile osservare che tale condizione si realizza se i termini A_{13} ed A_{23} della matrice $[A]$ risultano nulli. Tenendo conto che tali termini risultano dalla sommatoria - estesa alle lamine - dei termini omologhi della matrice $[E]$ per lo spessore della lamina (costante per lamine uguali), e considerando che i termini I_3 e

A_{13} e A_{23} sono funzioni dispari, si ha che i termini A_{13} ed A_{23} della matrice $[A]$ possono essere annullati se e solo se il laminato è costituito in modo che ad una lamina con orientamento θ corrisponda, indipendentemente dalla sequenza di impacchettamento una lamina con orientamento opposto $-\theta$.

Ovviamente è possibile costruire un laminato che presenta disaccoppiamento tra sforzo normale e scorrimento e sia al tempo stesso simmetrico (disaccoppiamento tra sforzi normali o taglio e curvature). Basta a tal fine disporre le lamine in modo tale che la metà superiore (inferiore) del laminato sia costituita da lamine che soddisfano da sole la condizione $A_{13}=A_{23}=0$, cioè ad una lamina con orientamento θ corrisponda una lamina con orientamento $-\theta$, e che la parte del piano inferiore (superiore) del laminato sia simmetrica di quella superiore (inferiore) rispetto al piano medio. È importante osservare che, similmente a quanto succede in una lamina ortotropa, il disaccoppiamento tra deformazioni normali e scorrimenti ($A_{13}=A_{23}=0$) dipende dalla direzione di applicazione del carico, cioè dal riferimento considerato. Così come per la lamina unidirezionale, per la quale il disaccoppiamento si verifica solo se il carico agisce lungo gli assi principali, per il laminato ciò si verifica solo se il carico agisce lungo gli assi x - y per cui risulta $A_{13}=A_{23}=0$. In altre parole gli assi x - y per cui risulta $A_{13}=A_{23}=0$ costituiscono in pratica gli assi principali del laminato.

A titolo di esempio il laminato simmetrico citato al punto precedente costituito da 8 lamine tutte uguali orientate secondo lo schema $[0^\circ/\pm 45^\circ]_s$ è un laminato per cui risulta anche $A_{13}=A_{23}=0$. Laminati simmetrici con $A_{13}=A_{23}=0$ sono detti comunemente *laminati ortotropi* in quanto ammettono, come la lamina ortotropa, tre piani (x - y - z) di simmetria mutuamente ortogonali.

2.3.3. Laminati disaccoppiati

Un'altra classe di laminati notevoli è quella che realizza il disaccoppiamento tra sollecitazioni flettenti e curvatura torsionale e viceversa tra momento torcente e curvature flessionali. In tali laminati un momento flettente produce solo una curvatura

del laminato nel proprio piano essendo nulla quella nel piano ortogonale. Si vede che tale condizione si realizza se e solo se risulta $D_{13}=D_{23}=0$. Tenendo conto che i termini della matrice $[D]$ sono legati al prodotto dei termini della matrice $[E]$ per la differenza dei cubi delle distanze degli estremi della lamina dal piano medio, e che in particolare come già osservato i termini I_3 ed I_2 sono funzioni dispari di θ , si ha anzitutto che per un laminato simmetrico certamente non risulta soddisfatta la condizione $D_{13}=D_{23}=0$. In questo caso infatti per una coppia di lamine simmetriche i termini I_3 ed I_2 sono uguali ed uguali sono anche le differenze dei cubi delle distanze degli estremi delle lamine rispetto al piano medio. Per annullare tali termini è necessario invece disporre sopra e sotto il piano medio lamine con orientamento opposto. Ma tale situazione non è vantaggiosa essendo il disaccoppiamento tra sforzo normale e flessione sempre desiderato (laminati simmetrici). Si osserva comunque che se si dispongono le lamine successive con orientamento opposto, si ottiene una matrice con elementi D_{13} e D_{23} molto piccoli (essendo opposti gli omologhi termini della matrice di rigidità e pressoché eguali i coefficienti legati ai cubi delle distanze), cosicché flessione e torsione sono pressoché disaccoppiati.

Come per il caso precedente, e per gli stessi motivi, la condizione di disaccoppiamento è strettamente legata all'orientamento. Tenuto conto di quanto visto ai due paragrafi precedenti, si ha che un laminato simmetrico ottenuto impacchettando coppie di lamine successive con orientamento opposto è un laminato che realizza il disaccoppiamento tra sforzo normale e flessione ($[B]=0$), il disaccoppiamento tra sforzo normale e scorrimento ($A_{13}=A_{23}=0$) nonché il disaccoppiamento tra momento flettente e curvatura fuori dal piano di sollecitazione (torsione). A titolo d'esempio il laminato di cui al paragrafo precedente $[0^\circ/\pm 45^\circ]_s$ realizza in pratica tutte e tre le condizioni. Tale è pure il laminato $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]_s$.

2.3.4 Laminati quasi ortotropi

Una quarta classe di laminati particolari è costituita dai cosiddetti laminati quasi isotropi. Un laminato si dice *quasi isotropo* se in pratica la sua rigidezza estensionale è indipendente dal particolare orientamento considerato, in altre parole la matrice $[A]$ risulta isotropa. Tenendo conto che i termini della matrice $[A]$ sono dati dalla sommatoria - estesa alle lamine - del prodotto dei termini omologhi delle matrici $[E k]$ per lo spessore delle lamine, se le lamine hanno eguale spessore, affinché ciò si verifichi è necessario che la sommatoria dei termini omologhi sia invariante rispetto ad una rotazione del riferimento. In altri termini devono essere verificate le seguenti condizioni:

1. il numero totale n di lamine sia maggiore o uguale a 3;
2. le lamine abbiano stessa costituzione e spessore;
3. l'angolo $\Delta\theta$ tra due lamine sia costante, cioè $\Delta\theta=360^\circ/n$ (lamine *angolarmente equispaziate*);

La denominazione di laminato quasi isotropo non è legata al fatto che tali laminati possono avere piccole (trascurabili) variazioni della rigidezza estensionale con la direzione, ma piuttosto al fatto che essi hanno comportamento isotropo solo rispetto alla trazione-compressione e non rispetto a flessione e torsione essendo in generale le altre matrici $[B]$ e $[D]$ non isotrope. Con opportuno orientamento delle lamine si può ottenere un laminato simmetrico quasi isotropo che rispetti pure le condizioni di disaccoppiamento viste ai capitoli precedenti. Per esempio è tale un laminato simmetrico costituito da 12 lamine disposte secondo lo schema $[(\pm 30^\circ/\pm 90^\circ/\pm 30^\circ)_6]_s$. La metà del laminato è infatti costituita da 6 lamine angolarmente equispaziate di 60° ed inoltre le lamine adiacenti hanno -a coppia- orientamento opposto cosicché soddisfano anche le altre sopra esposte condizioni di disaccoppiamento ($A_{13}=A_{23}=0$, $D_{13}=D_{23}=0$). Laminati $[0^\circ/\pm 60^\circ]$ e $[0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ]$ sono laminati anche essi quasi isotropi; il primo non è simmetrico mentre il secondo lo è ma non rispetta le altre condizioni di disaccoppiamento. Nella pratica costruttiva i laminati quasi isotropi non sono molto utilizzati in quanto, come più volte osservato, lo sfruttamento ottimale dei compositi si basa proprio sullo sfruttamento della anisotropia di questi che consente di orientare opportunamente le lamine in modo da avere la massima resistenza nella

direzione delle massime sollecitazioni. Il concetto di laminato quasi isotropo è comunque utile per la previsione delle proprietà caratteristiche (rigidezza e resistenza) di compositi a fibra corta con orientamento *random* (es. mat). Le proprietà di tali compositi possono per esempio essere bene approssimate considerando il semplice laminato $[0^\circ/\pm 60^\circ]$.

Di seguito sono riportate in Figura 2.3.4.1 ed in Figura 2.3.4.2 uno schema che riassume le caratteristiche dei laminati descritti in §2.3 ed un'immagine che ne mostra la sequenza di laminazione.

CONDIZIONE	DEFINIZIONE	ESEMPIO
$[B]=0$	LAMINATI SIMMETRICI (quasi tutti !!!!)	$[(0_2/\pm 45/90)_{10}]_s$
$[B]=0$ e $A_{13}=A_{23}=0$	LAMINATI ORTOTROPI	$[0_2/\pm 45]_s$
$D_{13} \approx D_{23} \approx 0$	LAMINATI FLESSIONALMENTE DISACCOPIATI	$[0_2/\pm 45]_s$ $[0_2/\pm 45/90_2]_s$
$n \geq 3$	LAMINATI QUASI ISOTROPI	$[0/\pm 60]$ $[(\pm 30/\pm 90/\pm 30)_6]_s$
lamine a stessa costituzione e spessore		
lamine angolarmente equispaziate		

Figura 2.3.4.1 – Caratteristiche di alcune laminati particolari

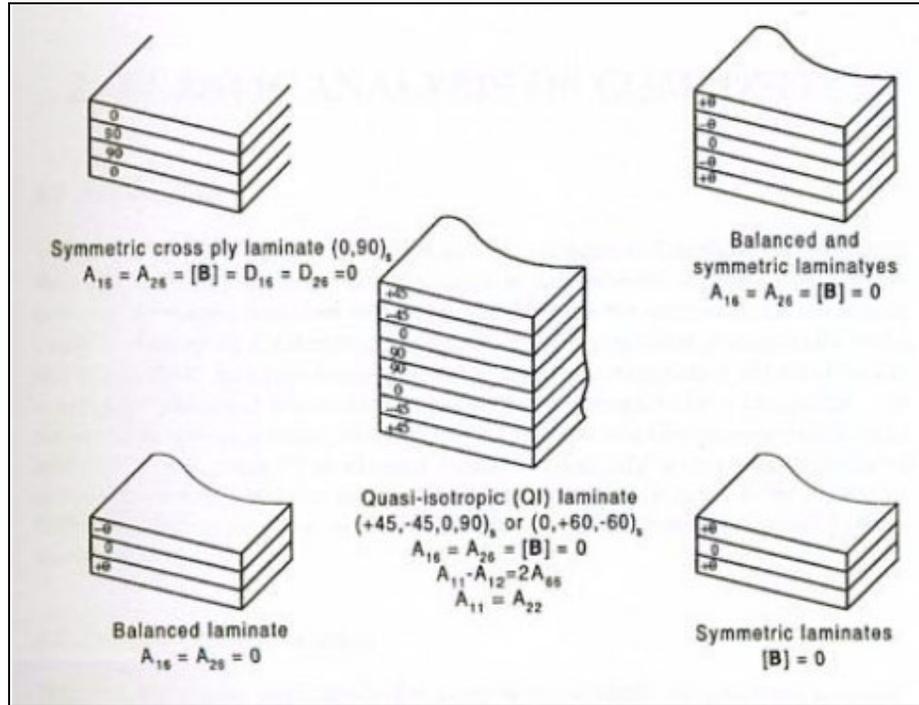


Figura 2.3.4.2 – Sequenza di laminazione di alcuni laminati particolari

2.4 Calcolo dei moduli di elasticità

Il modulo di elasticità di un laminato è, in generale, calcolato per mezzo di prove al vero condotte su provini. Infatti per le difficoltà produttive esposte nel capitolo precedente, per le interazioni presenti tra fibra e matrice, per la possibile presenza di vuoti e per la non linearità di un composito il comportamento di un laminato non segue un andamento lineare descritto dalla teoria delle miscele. Tuttavia un primo valore esplicitato con questa teoria o valori ricavati per mezzo di formule approssimate o statistiche sono comunque utili, se non altro in una prima fase del progetto, per avere un calcolo rapido e veloce o una prima ipotesi di lavoro.

2.4.1. Regola delle miscele

Consideriamo un elemento elementare di lamina caricato in direzione l delle fibre.

Fibra e matrice saranno sollecitate secondo le leggi $\sigma_f = E_f \varepsilon_f$ e $\sigma_m = E_m \varepsilon_m$.

Il modulo di elasticità del laminato può essere scritto come rapporto tra σ_l ed ε_l del laminato. Esplicitando i termini e tenendo conto che il rapporto tra le aree è uguale al rapporto tra le percentuali in volume si ha:

$$E_l = \frac{\sigma_l}{\varepsilon_l} = E_f \frac{A_f}{A} + E_m \frac{A_m}{A} = E_f V_f + E_m V_m = V_f (E_f - E_m) + E_m$$

Appare subito chiaro che il modulo di elasticità parallelo alle fibre dipende linearmente dalla percentuale in volume di fibra all'interno del laminato.

Per quanto riguarda il modulo in direzione perpendicolare alle fibre t , la deformazione

a cui sono soggette sia la matrice e sia la fibra sono rispettivamente: $\varepsilon_m = \sigma_t / E_m$ e

$$\varepsilon_f = \sigma_t / E_f.$$

Poiché la dimensione trasversale su cui agisce la ε_t è per approssimazione proporzionale al prodotto tra lo spessore del pezzo e la percentuale in volume di fibra e di resina, si ha $\varepsilon_t = V_f \varepsilon_f + V_m \varepsilon_m$ dove sostituendo le precedenti espressioni si ottiene

$$\varepsilon_t = V_f \sigma_t / E_f + V_m \sigma_t / E_m.$$

Esplicitando il valore di E_t all'interno dell'espressione $\sigma_t = E_t \varepsilon_t$ e sostituendo si ha:

$$E_t = \frac{\left(V_f \sigma_t / E_f + V_m \sigma_t / E_m \right)}{\sigma_t} = \frac{E_t E_f}{V_f E_m + V_m E_f} = \frac{E_t E_f}{V_f (E_m - E_f) + E_f}$$

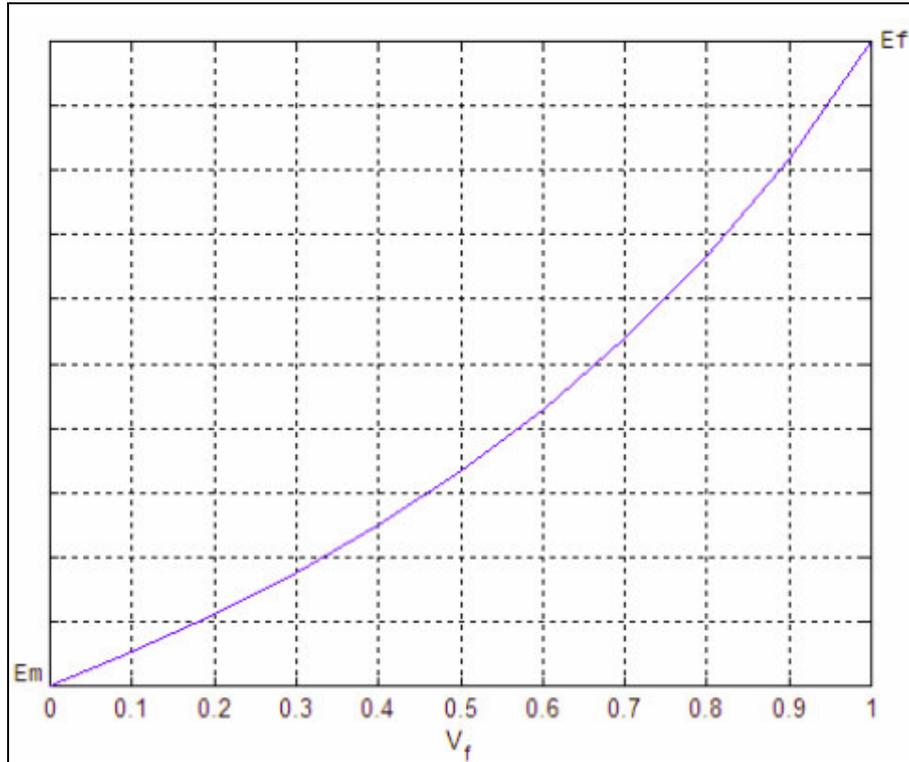


Figura 2.4.1.1 – Andamento del modulo di elasticità perpendicolare alle fibre rispetto percentuale in volume delle fibre

E' evidente - Figura 2.4.1.1 - che il valore del modulo di elasticità perpendicolare alle fibre è funzione quadratica della percentuale in volume delle fibre presenti nel composito.

Con un procedimento del tutto analogo si ricavano i valori del modulo di Poisson e del modulo di Coulomb

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f); \quad G_{12} = \frac{G_f G_m}{G_m V_f + G_f (1 - V_f)}$$

2.4.2. Formule sperimentali per rinforzi a fibre orientate

Le formule sperimentali di più largo per compositi con fibre allineate sono:

1. Formule di Halpin-Tsai

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_f V_f + E_m V_m \quad ; & E_2 &= \frac{1 + \xi_E \eta_E V_f}{1 - \eta_E V_f} E_m \\
 \nu_{12} &= \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) & G_{12} &= \frac{1 + \xi_G \eta_G V_f}{1 - \eta_G V_f} G_m \\
 \xi_E &= 2; \quad \eta_E = \frac{E_f/E_m - 1}{E_f/E_m + \xi_E} \quad ; & \xi_G &= 1; \quad \eta_G = \frac{G_f/G_m - 1}{G_f/G_m + \xi_G}
 \end{aligned}$$

2. formule proposta da Tsai con fattore di continuità variabile tra 0 e 1 e fattore di allineamento $K=1$;

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_f - (E_f - E_m) V_m ; \\
 E_2 &= 2[1 - \nu_f + (\nu_f - \nu_m) V_m] \left\{ (1 - C) \left[\frac{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m}{(2K_m + G_m) + 2(K_f - K_m) V_m} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + C \left[\frac{K_f (2K_m + G_f) + G_f (K_m - K_f) V_m}{(2K_m + G_f) - 2(K_m - K_f) V_m} \right] \right\} \\
 \nu_{12} &= (1 - C) \left[\frac{K_f \nu_f (2K_m + G_m) (1 - V_m) + K_m \nu_m (2K_f + G_m) V_m}{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m} \right] + \\
 &\quad + C \left[\frac{K_m \nu_m (2K_f + G_f) V_m + K_f \nu_f (2K_m + G_f) V_f}{K_f (2K_m + G_f) + G_f (K_m - K_f) V_m} \right] \\
 G_{12} &= (1 - C) G_m \left[\frac{2G_f - (G_f - G_m) V_m}{2G_m + (G_f - G_m) V_m} \right] + C G_f \left[\frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m) V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m) V_m} \right] \\
 K_f &= \frac{E_f}{2(1 - \nu_f)} \quad ; & K_m &= \frac{E_m}{2(1 - \nu_m)} \quad ; \\
 G_f &= \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \quad ; & G_m &= \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} .
 \end{aligned}$$

dove C è il fattore di congruità variabile tra 0 e 1 e K il fattore di allineamento posto pari a 1

3. Formule del R.I.Na da Rules for the Classification of Yachts per compositi a fibre unidirezionali

$$E_1 = E_f V_f + E_m (1 - V_f); \quad E_2 = \frac{E_m}{1 - v_m^2} \frac{1 + 0.85 V_f^2}{(1 - V_f)^{1.25} + V_f (E_m / (E_f (1 - v_m^2)))}$$

$$v_{12} = v_f V_f + v_m (1 - V_f);$$

$$G_{12} = G_m \frac{(1 + 0.6 V_f^{0.5})}{(1 - V_f)^{1.25} + (E_m / E_f) V_f}; \quad G_m = \frac{E_m}{2(1 + v_m)}$$

4. Formule di Whitney per compositi a rinforzi allineati

$$E_1 = E_f (1 - V_m) + E_m V_m; \quad E_2 = \frac{2k(1 - v_{yz})E_1}{E_1 + 4kv_{12}^2}$$

$$v_{12} = v_m - \frac{2E_f(v_m - v_f)(1 - v_m^2)(1 - V_m)}{E_m L_f V_m + (L_m(1 - V_m) + (1 + v_m))E_f}$$

$$G_{12} = (1 - C)G_m \left[\frac{2G_f - (G_f - G_m)V_m}{2G_m + (G_f - G_m)V_m} \right] + CG_f \left[\frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m)V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m)V_m} \right]$$

$$k_f = \frac{E_f}{2L_f}; \quad k_m = \frac{E_m}{2L_m}; \quad k = \frac{(k_f + G_m)k_m - G_m(k_f - k_m)(1 - V_m)}{(k_f + G_m) - (k_f - k_m)(1 - V_m)}$$

$$v_{yz} = v_f (1 - V_m) + v_m V_m; \quad L_m = 1 - v_m - 2v_m^2; \quad L_f = 1 - v_f - 2v_f^2$$

5. Formule del R.I.Na da Rules for the Classification of Yachts per compositi a fibre unidirezionali – valori minimi

Le seguenti formule forniscono il valore dei moduli di elasticità in funzione del solo parametro G_c , ossia della percentuale di resina nel laminato.

Il range di variazione di G_c indicato dal registro è:

- $G_c = 0,25 \div 0,34$ circa nel caso di rinforzi in solo mat
- $G_c = 0,30 \div 0,50$ circa, nel caso di rinforzi accoppiati mat+stuoia o mat+tessuti

E = modulo di elasticità a	$(37G_c - 4,75)10^3$
E_c = modulo di elasticità a compressione	$(40G_c - 6)10^3$
E_f = modulo di elasticità a flessione	$(33,4G_c^2 - 2,2)10^3$
G = modulo di elasticità a taglio	$(1,7G_c - 2,24)10^3$

2.5 Calcolo delle caratteristiche a rottura

Il calcolo delle caratteristiche meccaniche a rottura è retta da regole meno complesse di quelle relative ai moduli elastici a patto che la resistenza a trazione della matrice corrisponda ad deformazione pari a quella della fibra. In questo ambito la teoria lineare è valida e per compositi a fibre orientate si ha:

$$\sigma = \sigma_f V_f + \sigma_{mf} (1 - V_f)$$

La formula sopra descritta è valida se la percentuale di rinforzo è

$V_f > \frac{(\sigma_m - \sigma_{mf})}{(\sigma_f - \sigma_{mf})}$; in caso contrario è prevedibile che le fibre non siano

sufficienti a controllare la deformazione della matrice e quindi la resistenza a trazione dipenderà dalla matrice e sarà ovviamente quella della matrice detratta della percentuale della fibra: $\sigma = \sigma_m (1 - V_f)$

Le formule sopra riportate sono valide sotto l'ipotesi di uniformità e continuità delle fibre. Tenendo invece presente che le fibre sono filati costituiti da agglomerati di fibre,

bisogna tenere in considerazione la lunghezza critica della fibra valutabile con la formula $l_c = r \sigma_f / \tau$ dove r è il raggio della fibra e τ è il valore dello sforzo interfacciale.

Il parametro che quindi regola in maniera pesante la resistenza di un laminato è il contenuto di fibra. Per quanto riguarda le caratteristiche meccaniche nelle altre direzioni o quelle di resistenza dell'interfaccia tra i vari ply, le interazioni tra fibra e matrice e le caratteristiche meccaniche della matrice stessa hanno un peso più importante. Per questi motivi le formule empiriche disponibili in letteratura e le formule suggerite dai registri forniscono valori dispersi e spesso le variabili da cui dipendono le formule sono diverse.

1. Formle di Eckold

Carico di rottura longitudinale a trazione

$$\sigma_{bl}^f = V_f \sigma_f^f \quad \text{dove: } \sigma_b^f \text{ e' il carico di rottura della fibra.}$$

Carico di rottura longitudinale a compressione:

$$\sigma_{bc}^f = V_f \sigma_{fc}^f \quad \text{compressione delle fibre}$$

$$\sigma_{bc}^f = 10\tau_{12} \text{ } 2,5\sigma_m \quad \text{per sollecitazione di taglio}$$

$$\sigma_{bc}^f = \frac{G_m}{[1 - V_f(1 - G_m/G_{12})]} \quad \text{per microbuckling}$$

Carico a rottura di trazione trasversale

$$\sigma_{bt}^f = \left[1 - \left(V_f^{1/2} - V_f \right) \left(1 - \frac{E_m}{E_2} \right) \right] \sigma_m$$

Carico a rottura di compressi. trasversale

$$\sigma_{btc}^f = \left[1 - \left(V_f^{1/2} - V_f \right) \left(1 - \frac{E_m}{E_2} \right) \right] \sigma_m$$

Taglio

$$\tau_{12}^f = \left[1 - \left(V_f^{1/2} - V_f \right) \left(1 - \frac{E_m}{E_2} \right) \right] \tau_m$$

Taglio interlaminare

$$\tau_{13}^f = \left[1 - \left(V_f^{1/2} - V_f \right) \left(1 - \frac{E_m}{E_2} \right) \right] \tau_m$$

2. Formule del R.I.Na da Rules for the Classification of Yachts per compositi a fibre unidirezionali – valori minimi

- Formule che forniscono il valore della massima σ a rottura in funzione del tipo di resina e della geometria del laminato:

$$\sigma_{br} = k \frac{[EI]}{[I]} (1 - \mu_0)^2 10^{-3} \quad \text{con } k=17 \text{ per laminatoi in resina poliesteri}$$

con $k=25$ per laminatoi in resina poliesteri

- Le seguenti formule forniscono il valore dei moduli di elasticità in funzione del solo parametro G_c , ossia della percentuale di resina nel laminato.

Il range di variazione di G_c indicato dal registro è:

- $G_c = 0,25 \div 0,34$, circa nel caso di rinforzi in solo mat
- $G_c = 0,30 \div 0,50$ circa, nel caso di rinforzi accoppiati mat+stuoia o mat+tessuti

R_m	carico di rottura a trazione	$1278G_c^2 - 510G_c + 123$
R_{mc}	carico di rottura a compressione	$150G_c + 123$
R_{mf}	carico di rottura a flessione	$502G_c^2 + 106,8$
R_{mt}	carico di rottura a taglio	$80G_c + 38$
R_{mti}	carico di rottura al taglio interlaminare	$22,5 - 17,5G_c$

2.5 Rottura dei laminati

2.5.1 Rottura di una lamina a trazione

E' possibile suddividere in quattro fasi il diagramma tensione-deformazione di una lamina con fibre unidirezionali soggetta a carico di trazione lungo le fibre. Nella prima sia le fibre che la matrice si deformano elasticamente (in modo proporzionale). Nella seconda fase solo la fibra continua a comportarsi elasticamente, mentre la matrice si comporta plasticamente. Nella terza entrambe si comportano plasticamente. All'inizio della quarta si rompe la fibra, seguita dalla rottura della lamina.

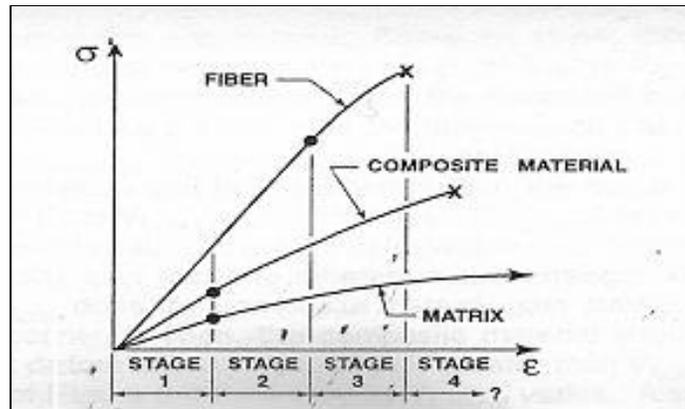


Figura 2.5.1.1 . Diagramma tensione-deformazione di una lamina con fibre unidirezionali

E' possibile valutare come la percentuale di rinforzo influisca sul comportamento a rottura di un laminato. La espressione di V_{fcr} , può essere determinata, con l'assunzione che gli allungamenti della matrice e delle fibre durante la trazione siano eguali.. In tal caso è possibile determinare σ_{mefmax} , la tensione normale nella matrice corrispondente all'allungamento ϵ_{fmax} . Si può pertanto scrivere la seguente relazione

$$\sigma_{maxr} = \sigma_{fmax} V_f + \sigma_{mefmax} (1 - V_f)$$

Ponendo nella precedente relazione $\sigma_{\max} = \sigma_{m\max}$, dove $\sigma_{m\max}$ è la tensione normale di rottura della matrice ed esplicitando rispetto a V_f , si ottiene che

$$V_{fcr} = \frac{[\sigma_{m\max} - \sigma_{mef\max}]}{[\sigma_{f\max} - \sigma_{mef\max}]}$$

ove evidentemente il valore di V_f , che soddisfa la relazione è proprio la V_{fcr} .

Si osservi ora che se V_f è tanto basso che le fibre, nella ipotesi molto improbabile che si rompano tutte insieme, cedono immediatamente la rottura della lamina avverrà per

$$\sigma_{c\max} = \sigma_{m\max} (1 - V_f)$$

Eguagliando la precedente espressione alla prima ed esplicitando rispetto a V_f si ottiene

$$V_{f\text{minimum}} = \frac{[\sigma_{m\max} - \sigma_{mef\max}]}{[\sigma_{f\max} + \sigma_{m\max} - \sigma_{mef\max}]}$$

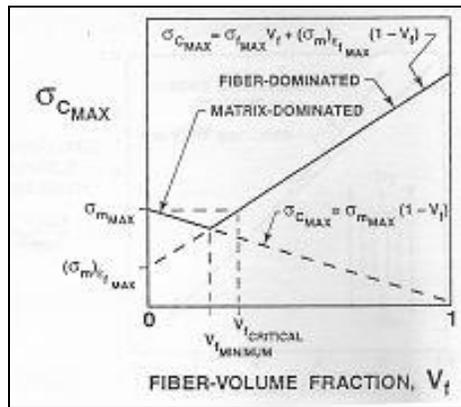


Figura 2.5.1.2 - Comportamento di una lamina soggetta a trazione al variare di V_f

Nella Fig. 2.5.1.2 viene illustrato la completa storia del comportamento di una lamina con fibre unidirezionali, con tensione di rottura eguale per tutte le fibre, al variare della frazione V_f .

Per quanto concerne la effettiva possibilità che le fibre si comportino in maniera diversa, cioè che si possano rompere in tempi diversi al crescere del carico sono state impostate teorie statistiche, che hanno dimostrato un comportamento rispetto alla rottura a trazione, risultando la rottura della lamina calcolata per eguale comportamento delle fibre essere conservativa.

2.5.2 Rottura di una lamina a compressione

Il cedimento delle lamine compresse avviene per carico di punta delle fibre. La differenza tra la trave caricata di punta e la fibra compressa nell'ambito della matrice, consiste nell'evenienza che la prima non possiede vincoli allo spostamento laterale, mentre la fibra è costretta nella matrice e pertanto il modello euleriano non è applicabile.

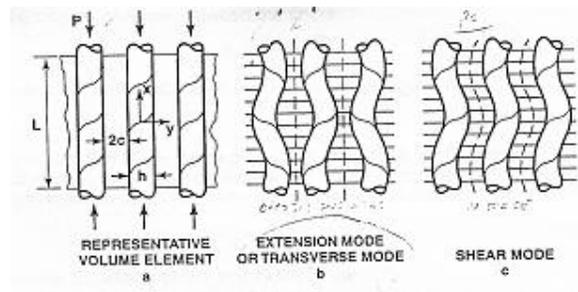


Figura 2.5.2.1 – Possibili modi di deformazione delle fibre in crisi di carico di punta

Nella Fig 2.5.2.1 vengono illustrati i due possibili modi di deformazione delle fibre a carico di punta. Il primo che fa allungare la matrice secondo la direzione trasversale, y , si può chiamare di allungamento, il secondo che deforma a taglio la matrice è detto di taglio.

Per determinare la deformazione critica si ricorre alla osservazione che essa è mantenuta quando l'energia di deformazione eguaglia il lavoro delle forze esterne..

$$\Delta U_f + \Delta U_m = \Delta W$$

Il primo termine del primo membro rappresenta l'energia di deformazione delle fibre, il secondo termine l'energia di deformazione della matrice, mentre a secondo membro è riportato il lavoro delle forze esterne.

Tralasciando la teoria ed i calcoli che portano alle seguenti formule, la tensione di crisi nel composito che collassa per allungamento di matrice può approssimativamente essere espressa da:

$$\sigma_{cmax} = V_f \sigma_{fcr} = 2V_f \sqrt{\frac{V_f E_m E_f}{3(1 - V_f)}}$$

E, tenendo in conto anche il contributo della matrice

$$\sigma_{cmax} = 2 \left[V_f + (1 - V_f) \frac{E_m}{E_f} \right] \sqrt{\frac{V_f E_m E_f}{3(1 - V_f)}}$$

Nel caso in cui il composito collassa per taglio della matrice:

$$\sigma_{cmax} = \frac{G_m}{1 - V_f} \quad \epsilon_{cr..} = \frac{1}{V_f (1 - V_f)} \cdot \frac{G_m}{E_f}$$

2.5.2 Rottura di un laminato

Il criterio di rottura che dovrebbe essere usato, in analogia a quanto avviene con i metalli, è che alla rottura del primo strato si considera rottura del laminato; questo criterio è detto First Ply Failure FPF.

Tuttavia anche in caso di cedimento di uno strato, diversamente da quanto avviene nei metalli, vi è una degradazione delle caratteristiche meccaniche, come evidenziato

dalla figura 2.5.2.1, da parte del laminato che tuttavia consente ancora l'uso del materiale.

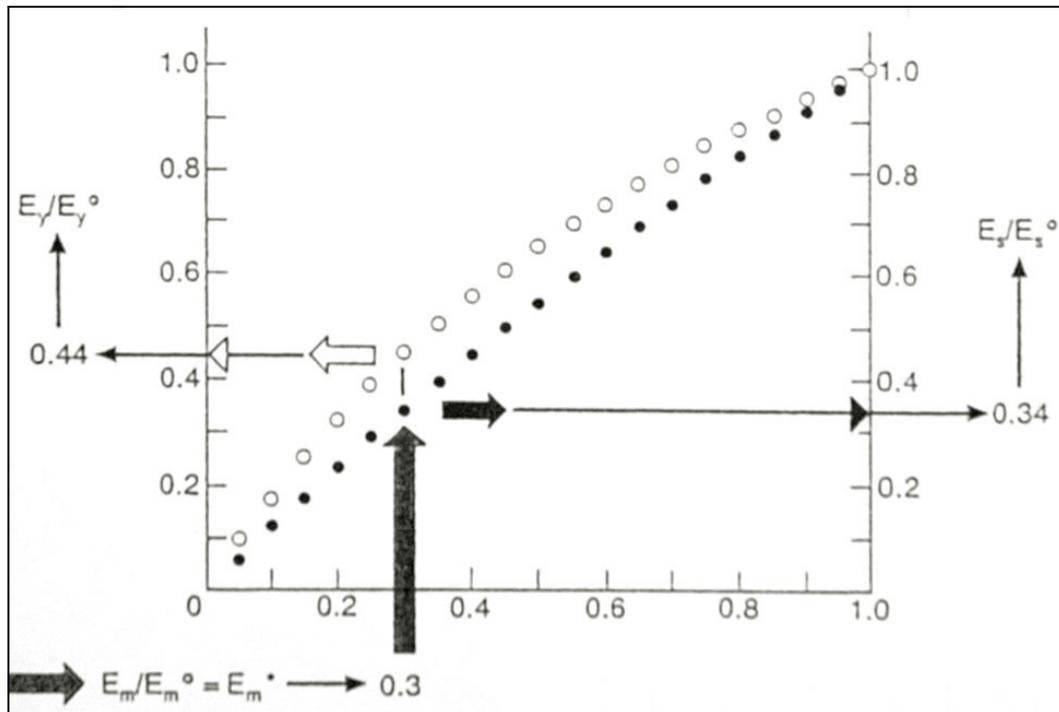


Figura 2.5.2.1 – resistenza residua dei laminati

Teoricamente è possibile immaginare che il laminato conservi le caratteristiche meccaniche dello stato integro dedotte quelle dello strato rotto e quindi bisogna considerare che con la rottura del primo strato non si ha la rottura dell'intero laminato – criterio di Last Ply Failure (LPF).

Pertanto in fase di progettazione occorre stabilire se si intende progettare considerando come limite ultimo i valori di FPF o di LPF, in questo caso andranno calcolate le caratteristiche meccaniche del composito degradato per verificare il nuovo laminato.

2.6 Criteri di resistenza)

La verifica della resistenza di un materiale ortotropo dipende da fattori propri del materiale e da fattori indipendenti dal materiale quali, ad esempio, la direzione del carico. Pertanto i criteri che devono essere adottati devono tenere conto di queste peculiarità. I valori di resistenza che entrano in gioco per un composito sono 5: le due resistenze a trazione lungo le due direzioni principali del composito, le due resistenze a compressione lungo le due direzioni principali del composito e la resistenza a taglio. I criteri di resistenza maggiormente in uso sono: il criterio di massima tensione, il criterio di massima deformazione, il criterio di massimo lavoro o di Tsai-Hill ed il criterio di Tsai-Wu

2.6.1 Criterio di massima tensione

La teoria delle tensioni massime afferma che se 1 e 2 sono le direzioni principali del composito e θ l'angolo tra direzione del carico e assi del laminato, si ha rottura se è verificata almeno una delle seguenti disuguaglianze:

$$\sigma_1 \geq X \quad [2.20]$$

$$\sigma_2 \geq Y \quad [2.21]$$

$$\tau_{12} \geq S \quad [2.22]$$

Lo stato tensionale considerato è evidentemente piano. Supponendo un carico unico diretto lungo X e dopo aver posto $m = \cos\theta$ ed $n = \sin\theta$ nel caso di struttura ortotropa le espressioni [2.20], [2.21] e [2.22] possono essere scritte:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m^2 \\ n^2 \\ -mn \end{Bmatrix} \sigma_x \quad [2.23]$$

Il criterio di resistenza stabilisce quindi che, in condizioni di sicurezza, deve essere:

$$\sigma_x \leq (X / \cos 2\theta)$$

$$\sigma_x \leq (Y / \sin 2\theta)$$

$$\sigma_x \leq (S / \sin \theta \cos \theta)$$

Riportando il ragionamento lungo le altre direzioni si avrà:

$$\sigma_1 = m^2 \sigma_x + n^2 \sigma_y + 2mn \tau_{xy} \leq X$$

$$\sigma_2 = n^2 \sigma_x + m^2 \sigma_y - 2mn \tau_{xy} \leq Y$$

$$\tau_{12} = mn(\sigma_y - \sigma_x) + (m^2 - n^2) \tau_{xy} \leq S$$

Il discorso fatto vale sia che si stia parlando di sforzo di trazione che di compressione.

2.6.2 Criterio di massima deformazione

Analogamente alla precedente teoria si suppone che un laminato resista se:

$$\varepsilon_1 \leq (X / E_1)$$

$$\varepsilon_2 \leq (Y / E_2)$$

$$\gamma_{12} \leq (S / G_{12})$$

Nel caso di trazione monodirezionale diretta lungo X

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1} (\sigma_1 - \nu_{12} \sigma_2)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E_2} (\sigma_2 - \nu_{21} \sigma_1)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}}$$

Esprimendo le precedenti espressioni in funzione delle formule di trasformazione degli assi si ha:

$$\varepsilon_1 = \frac{m^2 - \nu_{12}n^2}{E_1} \sigma_x$$

$$\varepsilon_2 = \frac{n^2 - \nu_{21}m^2}{E_2} \sigma_x$$

$$\gamma_{12} = \frac{-mn}{G_{12}} \sigma_x$$

e quindi

$$\sigma_x \leq \frac{X}{m^2 - \nu_{12}n^2}$$

$$\sigma_x \leq \frac{Y}{n^2 - \nu_{21}m^2}$$

$$\sigma_x \leq \frac{S}{mn}$$

Nel caso di sforzo di compressione vanno sostituiti in caso di compressione i valori X' ed Y' ad X ed Y ottenendo differenti valori limite.

E' da osservare che le due teorie finora presentate portano a risultati diversi rafforzando quanto detto all'inizio del paragrafo: i parametri di controllo della rottura di un laminato devono essere presi in considerazione contemporaneamente in quanto hanno una mutua interazione.

2.6.3 Criterio di Tsai-Hill

Le ipotesi alla base di questo criterio sono che allo snervamento le distorsioni e le dilatazioni non possono essere separate e quindi, in analogia al criterio di Von Mises, si ipotizza che valga l'equazione:

$$A\sigma_1^2 + B\sigma_2^2 + C\sigma_1\sigma_2 + D\tau_{12}^2 = 1 \quad [2.24]$$

I coefficienti A, B, C e D sono costanti e vanno calcolati sperimentalmente; inoltre, dato il comportamento discontinuo di un laminato a compressione ed a trazione, le suddette costanti vanno calcolati per entrambe le condizioni ed assumeranno, in generale, valori diversi.

Per il calcolo dei coefficienti occorre preparare delle prove al vero su provini.

Supponendo un carico monoassiale F_{1t} di trazione a rottura si ha: $A\sigma_1^2 = 1$ e $\sigma_1 = F_{1t}$; e

quindi $A = \frac{1}{F_{1t}^2}$.

Ripetendo le prove si hanno i seguenti valori:

$$A = \begin{cases} \frac{1}{F_{1t}^2} & \text{se } \sigma_1 > 0 \\ \frac{1}{F_{1c}^2} & \text{se } \sigma_1 < 0 \end{cases},$$

$$B = \begin{cases} \frac{1}{F_{2t}^2} & \text{se } \sigma_2 > 0 \\ \frac{1}{F_{2c}^2} & \text{se } \sigma_2 < 0 \end{cases},$$

$$C = \begin{cases} -\frac{1}{F_{1t}^2} & \text{se } \sigma_1 > 0 \\ -\frac{1}{F_{1c}^2} & \text{se } \sigma_1 < 0 \end{cases},$$

$$D = \frac{1}{S^2}$$

Questa formulazione include le interazioni tra le σ nelle diverse direzioni e semplifica il laminato a risultati isotropici; di contro il risultato non è una funzione continua in un piano σ - ε .

2.6.4 Criterio di Tsai-Wu

Il polinomio di verifica della teoria di Tsai-Wu è il seguente:

$\sum_{i=1,2,6} F_i \sigma_i + \sum_{i=1,\dots,6} \sum_{j=1,2,6} F_{ij} \sigma_{ij} = 1$ che semplificato e scritto in forma estesa si riduce a:

$$F_{11} \sigma_1^2 + 2 F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 = 1 \quad [2.25]$$

I termini lineari permettono la distinzione, attraverso il segno, degli sforzi di compressione da quelli di trazione. Inoltre dato che gli effetti di σ_6 sono uguali a quelli di $-\sigma_6$ i termini F_6 , F_{16} e F_{26} sono nulli.

Per trovare i coefficienti del polinomio occorre condurre degli esperimenti al vero su provini.

Considerando un provino di laminato unidirezionale soggetto prima ad un carico di trazione F_{1t} e poi ad un carico di compressione F_{1c} si ha un sistema di equazioni a due incognite F_1 e F_{11} :

$$F_1 F_{1t} + F_{11} F_{1t}^2 = 1$$

$$F_1 (-F_{1c}) + F_{11} (-F_{1c})^2 = 1$$

che risolto fornisce:

$$F_1 = \frac{1}{F_{1t}} - \frac{1}{F_{1c}} \text{ e } F_{11} = \frac{1}{F_{1t} F_{1c}}$$

Procedendo analogamente per la direzione ortogonale e per il taglio si ha:

$$F_2 = \frac{1}{F_{2t}} - \frac{1}{F_{2c}}, F_{22} = \frac{1}{F_{2t} F_{2c}} \text{ e } F_{66} = \frac{1}{S^2}$$

Il calcolo del coefficiente F_{12} risulta essere il più complesso da determinare sperimentalmente. Infatti prove condotte con carichi biassiali hanno fornito risultati poco affidabili, probabilmente a causa del fatto che un minimo disallineamento delle fibre rispetto al carico comporta dati falsati. In ogni caso è possibile utilizzare la seguente formula :

$$F_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{F_{11} F_{22}}$$

La formula [2.25] può essere perciò esplicitata come segue:

$$F_{11}\sigma_1^2 - \sqrt{F_{11}F_{22}}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 = 1.$$

L'equazione rappresenta un'ellisse nel piano $\sigma_1 \sigma_2$ che varia la grandezza in funzione di τ , così come mostrato nella figura 2.6.4.1:

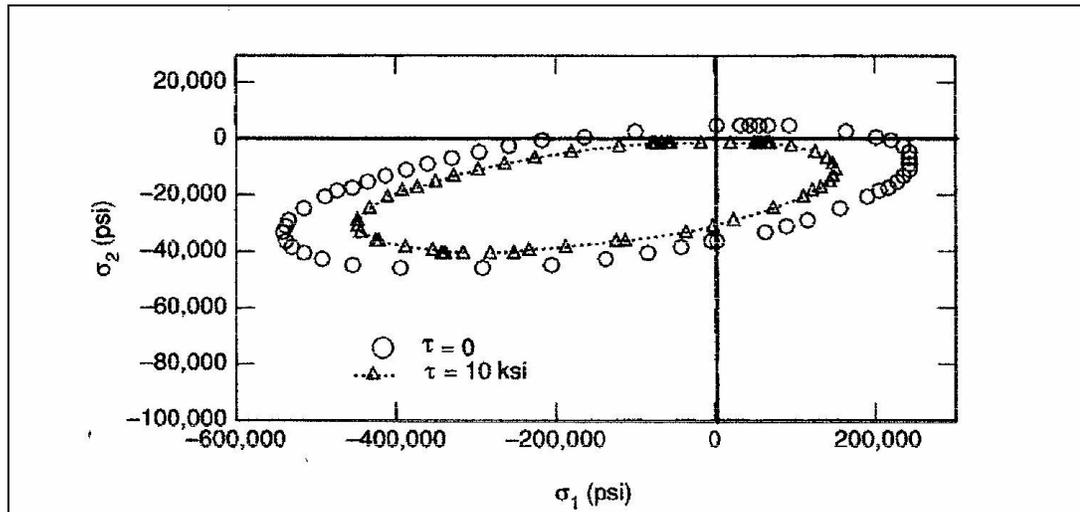


Figura 2.6.4.1 - Diagramma di resistenza di un laminato

3. Analisi agli elementi finiti

3.1 Introduzione

Il metodo degli elementi finiti, detto FEM - acronimo di Finite element method -, è una metodologia di calcolo conosciuta fin dagli anni '50 che ha trovato diffusione solo in tempi più recenti.

Il suo sviluppo è dovuto principalmente alla capacità dei calcolatori elettronici ed è diventato uno dei metodi di calcolo più usati in tutte le branche dell'ingegneria, principalmente nel settore dell'analisi strutturale. Occorre distinguere tra la metodologia di calcolo FEM, e l'analisi agli elementi finiti, detta FEA - Finite element analysis. Spesso accade di usare indifferentemente l'uno o l'altro acronimo, ma in realtà l'analisi è la fase operativa e computazionale della metodologia di calcolo.

Il metodo degli elementi finiti è usato per risolvere in maniera approssimata problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali riducendo queste ultime ad un sistema di equazioni algebriche. La caratteristica principale del metodo è la discretizzazione del dominio continuo di partenza in un dominio discreto (*mesh*) mediante l'uso di elementi primitivi (*elementi finiti*) di semplice forma (triangoli e quadrilateri per domini bidimensionali, esaedri e tetraedri per domini tridimensionali). Su ciascun elemento caratterizzato da questa forma elementare, la soluzione del problema è assunta essere espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette *funzioni di base* o *funzioni di forma* (shape functions).

E' da notare che la funzione viene approssimata, e non necessariamente i valori esatti della funzione saranno quelli calcolati nei punti, ma saranno i valori che forniranno il minor errore su tutta la soluzione. L'esempio tipico è quello che fa riferimento a funzioni polinomiali, dove la soluzione complessiva del problema viene approssimata con una funzione polinomiale a pezzi. Il numero di coefficienti che identifica la

soluzione su ogni elemento è dunque legato al grado del polinomio scelto. Questo, a sua volta, governa l'accuratezza della soluzione numerica trovata.

La teoria degli elementi finiti ha il pregio di fornire dei risultati regolari e realistici in quasi tutti i casi di applicazione. Questo è dovuto alla base teorica su cui sono sviluppato ed implementati i software di calcolo. La risoluzione di un problema tramite il metodo di Galerkin ricerca la soluzione di una funzione discretizzando il problema su una sequenza di sottospazi in cui la soluzione è nota. La soluzione del problema iniziale viene ricondotta alla risoluzione di un sistema equazioni algebriche lineari in forma matriciale.

3.2 Schematizzazione del modello

Per arrivare dal modello fisico che si ha intenzione di analizzare al modello teorico da studiare agli elementi finiti, bisogna effettuare delle schematizzazioni fondamentali, ognuna delle quali comporta l'inserimento di errori nella soluzione finale.

3.2.1 Idealizzazione

Si passa dal sistema fisico ad un modello matematico, che astrae alcuni aspetti di interesse del sistema fisico, focalizzando l'attenzione su poche variabili aggregate di interesse e "filtrando" le rimanenti. Ad esempio nel calcolo del momento flettente di una trave non si prendono in considerazione le interazioni a livello molecolare. Il sistema fisico se complesso viene suddiviso in sottosistemi: possiamo pensare che si tratti di una parte appartenente ad un sistema più complesso, ad esempio un telaio di una nave o di un aeroplano. Il sottosistema verrà poi suddiviso in elementi finiti ai quali verrà applicato un modello matematico. A differenza delle trattazioni analitiche è sufficiente che il modello matematico scelto sia adeguato alle geometrie semplici degli

elementi finiti. La scelta di un tipo di elemento in un programma software equivale ad una scelta implicita del modello matematico che vi è alla base. L'errore che può portare l'utilizzo di un modello deve essere valutato con prove sperimentali, operazione in genere dispendiosa per tempo e risorse.

3.2.2 Discretizzazione

In una simulazione per via numerica è necessario passare da un numero infinito di gradi di libertà ad un numero finito. La discretizzazione, nello spazio o nel tempo, ha lo scopo di ottenere un modello discreto caratterizzato da un numero finito di gradi di libertà. Viene inserito un errore dato dalla discordanza con la soluzione esatta del modello matematico; questo errore può essere valutato opportunamente se esiste un modello matematico adeguato all'intera struttura (quindi preferibile da utilizzare rispetto all'analisi FEM) ed in assenza di errori numerici di calcolo, ciò può essere considerato vero utilizzando calcolatori elettronici.

3.2.3 Caratteristiche degli elementi

Ogni elemento discreto in cui è suddiviso il modello è caratterizzato da:

- Dimensione: mono, bi o tridimensionale.
- Nodi: Punti precisi dell'elemento che ne individuano la geometria. Su ogni nodo dell'elemento viene associato il valore di un campo o gradiente che interessa l'intera struttura. Nel caso di elementi meccanici il campo è quello delle reazioni vincolari (displacements).
- Gradi di libertà: i possibili valori che possono assumere i campi o gradienti nei nodi.

- Forze sui nodi: forze esterne applicate sui nodi o l'effetto delle reazioni vincolari.

Detto \mathbf{f} il vettore di forze esterne su un nodo ed \mathbf{u} il vettore dei gradi di libertà - Degree Of Freedom DOF - si assume la linearità tra \mathbf{f} e \mathbf{u} $\mathbf{u} \mathbf{K} = \mathbf{f}$ dove \mathbf{K} prende il nome di matrice di rigidità (stiffness matrix). Questa relazione individua la dualità tra forze esterne e spostamenti. Il prodotto scalare $\mathbf{u} \mathbf{f}$ è associato al valore del lavoro compiuto dalle forze esterne.

- Proprietà costitutive: le proprietà dell'elemento e del suo comportamento. Verrà definito almeno un materiale con comportamento lineare elastico, un modulo di Young ed un coefficiente di Poisson
- Soluzione di un sistema di equazioni, anche non lineari risolte per via numerica dall'elaboratore.

3.3 Gli elementi dei codici agli elementi finiti

La parte principale di un programma agli elementi finiti è il solutore, che usa un tipo di formulazione ed un metodo d'integrazione ben definito all'atto della programmazione del software. Il solutore ha come input un file che contiene tutte le informazioni relative alla geometria, alle proprietà, ai carichi ed alle condizioni vincolari. Il file di input può essere scritto direttamente dall'operatore utilizzando il linguaggio del codice. Tuttavia per agevolare e velocizzare la fase di input, in particolare per geometrie complesse, i produttori di software hanno realizzati dei programmi, detti preprocessor, che facilitano la creazione del file di input. Infatti attraverso un'interfaccia grafica e l'uso di comandi rapidi è possibile disegnare o importare geometrie anche complesse, caratterizzare vari pezzi con proprietà meccaniche differenti visualizzandole successivamente per controllare che siano aderenti alla realtà

e definire sia i vincoli esistenti tra singoli componenti sia il sistema vincolare della struttura intera.

Il solutore, ricevuto il file d'input, elabora i dati e salva i risultati ottenuti dall'analisi effettuata in un file di output avente un formato dedicato. Per accedere ai risultati il programma con gli elementi finiti mette a disposizione un "postprocessor" che aiuta l'utente a vedere ed analizzare i risultati ottenuti. Possono essere visualizzate tutte le caratteristiche del sistema sotto carico: deformazioni, stress, reazioni vincolari, carichi applicati, il tutto in forma chiara e facilmente interpretabile come mostrato nella seguente figura.

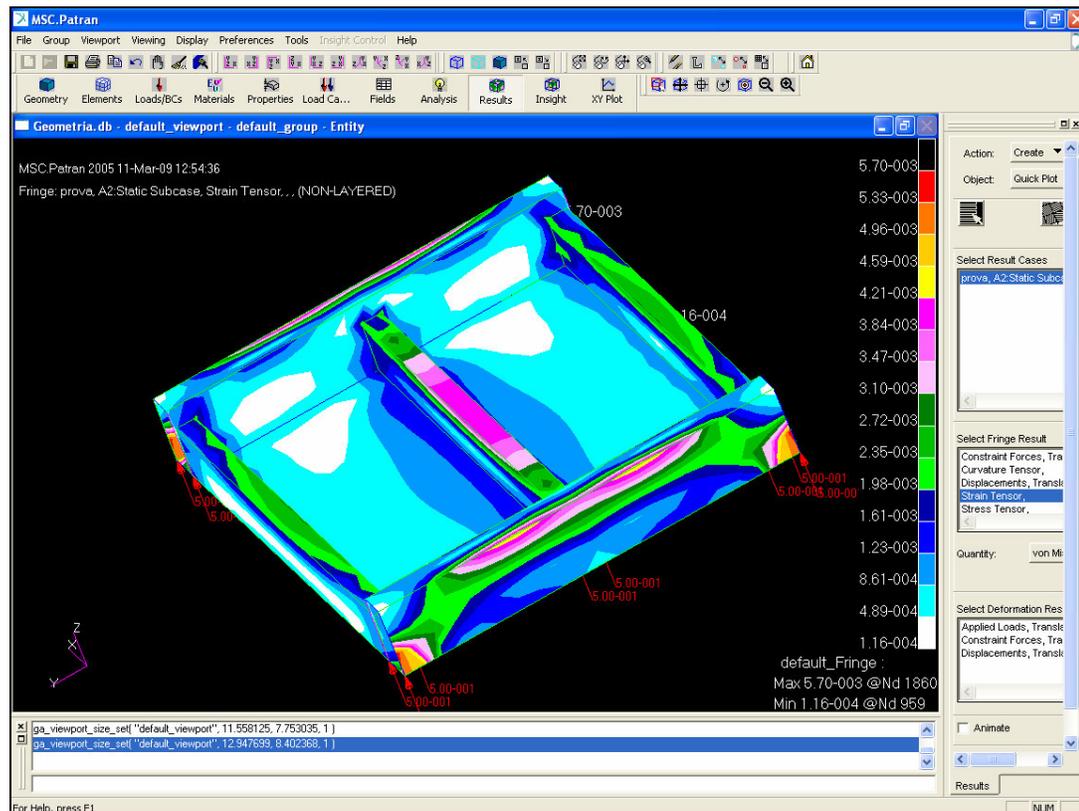


Figura 3.3.1 – Visualizzazione di un file di output generato da Nastran

Partendo dalle considerazioni fatte fino adesso si può riassumere che la struttura generale di un codice agli elementi finiti è composta da tre parti principali, figura 3.3.2.

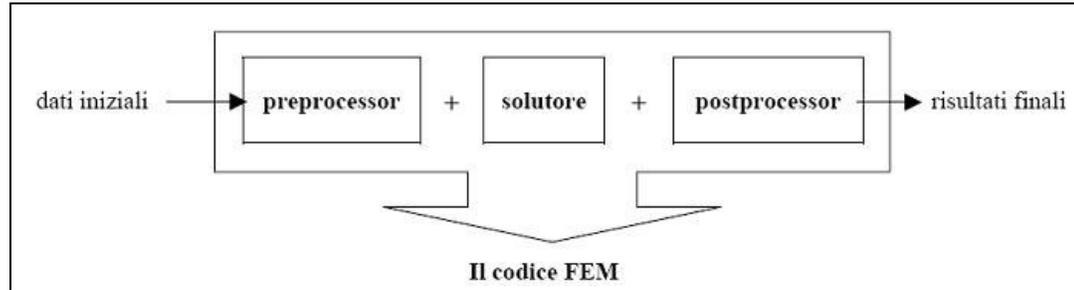


Figura 3.3.2 – Struttura logica di un codice FEM

Come si vede dalla figura 3.3.2 i dati iniziali lavorati con l'aiuto del “preprocessor” sono analizzati con il solutore e dopo i risultati finali vengono visualizzati con il “postprocessor”.

3.4 Diagramma di flusso per un processo di simulazione

Indipendentemente dal codice agli elementi finiti utilizzato, la metodologia per un processo di simulazione FEM è la stessa. La metodica di lavoro con diversi programmi, può essere molto ben descritta con un diagramma di flusso. Il diagramma di flusso per un processo di simulazione contiene un numero di sequenze che sono riportate in figura 3.4.1. Per i processi di simulazione in primo luogo è necessario concettualizzare il processo, quindi definire il modello di simulazione per il caso reale. Per realizzare questa tappa bisogna conoscere i processi di lavorazione e produzione del sistema in analisi e lo sviluppo del codice agli elementi finiti a disposizione. Conoscendo i dati richiesti dal codice FEM si adatta il caso reale per ottenere il modello di simulazione, in tale modo che alla fine i risultati metteranno in evidenza il comportamento del processo reale.

E' ovvio che in questa fase di concettualizzare, da un processo reale si arriva a un modello da simulare molto semplice sulla base delle particolarità presentate del processo e del codice FEM. Nel momento in cui si è stabilito come sarà rappresentato il processo reale nel modello FEM si passa alla seconda tappa dove si costruisce il modello, in fatto il file d'input per il solutore. Per questo scopo si usa il "preprocessore" del programma.

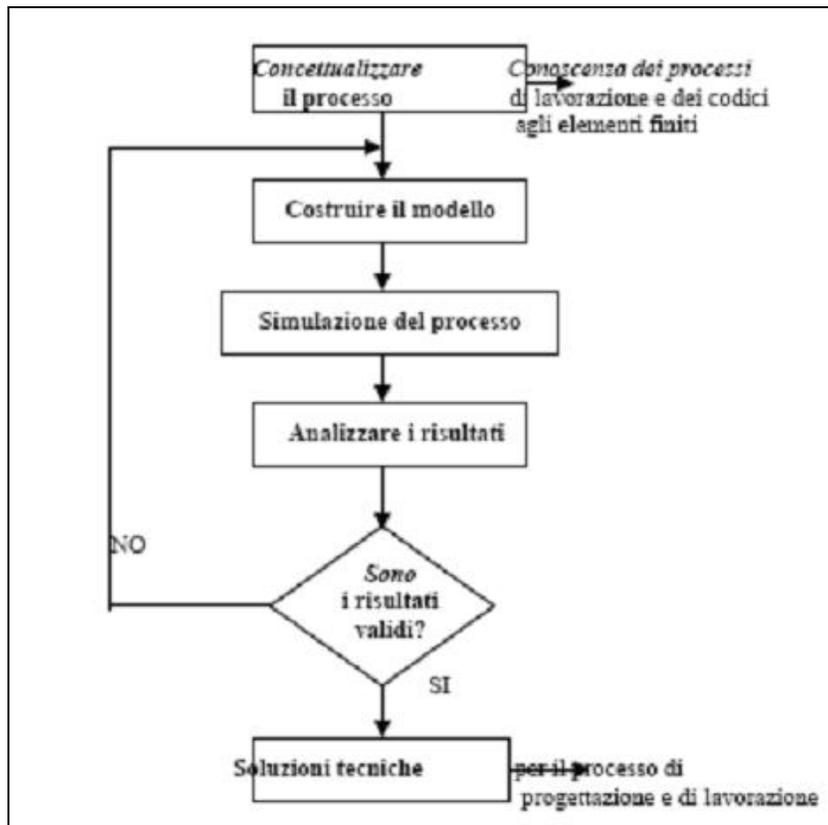


Figura 3.4.1 – Diagramma di flusso per la definizione e la risoluzione di un modello FEM

Il file d'input viene compilato dal solutore, e sarà salvato un file con tutti i risultati richiesti. Questi risultati possono essere analizzati usando il "postprocessore" del codice a disposizione. L'analisi di questi risultati prima deve arrivare alla risposta

affermativa oppure negativa che riguarda la validità dei valori trovati. I valori di output possono non accontentare l'utente da due punti di vista. Per il primo, se il file d'input ha avuto degli errori che riguardano i parametri del processo oppure se il modo di costruire il modello non è stato il più indicato, l'utente basandosi su un'esperienza di lavoro può identificare gli sbagli e decidere di ritornare allo step concernente la costruzione del modello. Per il secondo, se i risultati non sono buoni dal punto di vista delle risposte strutturali cercate si ritorna di nuovo nella seconda tappa del diagramma di flusso. Quando la risposta alla domanda contenuta nel diagramma di flusso è affermativa i risultati trovati sono analizzati. I risultati sono dopo utilizzati per dare soluzioni tecniche per i processi di progettazione e per quelli di lavorazione.

4. Dimensionamento tramite normativa CE

4.1 Introduzione

Nel 1994 La Comunità Europea ha emanato la Direttiva 94/25 per la regolamentazione della costruzione delle unità da diporto con lunghezza compresa tra i 2,5 ed i 24 metri. Questa direttiva è stata emanata per fissare le regole cui i progettisti ed i costruttori devono attenersi per realizzare imbarcazioni marchiate CE: solo le imbarcazioni con queste caratteristiche possono essere commercializzate nell'ambito comunitario. Il sistema di regole mira a certificare l'imbarcazione e tutti i suoi componenti, tuttavia per il dimensionamento strutturale la 94/25 richiama direttamente le norme unificate dell'International Standard Organization ISO 12215 parti 1, 2, 3, 4 e 5.

Le suddette norme sono strutturate in modo da fornire al progettista un carico di progetto cui sono soggetti tutti gli elementi strutturali, un insieme di valori minimi di dimensionamento (spessori minimi, moduli di resistenza, moduli d'inerzia, ecc) e i criteri con cui definire e dimensionare i materiali (alluminio, legno e materiali compositi in single skin o sandwich) al fine di giungere al proporzionamento strutturale dell'unità.

I successivi paragrafi si riferiscono all'edizione del 2007 delle norme e con questa edizione sono stati sviluppati tutti i calcoli dei successivi capitoli.

4.2 Analisi dei carichi

La pressione agente su fondo deve essere la maggiore tra le seguenti due:

$$P_{bm} = P_{bm,base} \cdot k_{ar} \cdot k_L \quad [4.1]$$

$$P_{bm\min} = 10 \cdot \left(T_C + \frac{L_h}{17} \cdot f_w \right) \quad [4.2]$$

dove

$$P_{\text{bm,base}} = \frac{0.1 \cdot m_{\text{LDC}}}{L_{\text{wl}} \cdot B_{\text{c}}} \cdot (1 + f_{\text{w}} \cdot n_{\text{cg}}) \quad [4.3]$$

k_{ar} è il fattore di riduzione della pressione ottenuto tramite la formula

$$\left[0,455 - 0,35 \cdot \left(\frac{u^{0,75} - 1,7}{u^{0,75} + 1,7} \right) \right], \text{ dove } u = 100 \frac{A_{\text{d}}}{A_{\text{r}}} \text{ ed } A_{\text{d}} \text{ è l'area di progetto del pannello}$$

considerato e A_{r} è l'area di riferimento del pannello;

k_{L} è il fattore di distribuzione longitudinale per il fondo dato da:

- $0.13 \left[\left(0.35 \frac{v}{\sqrt{L_{\text{wl}}}} \right) + 0.414 \right]$ per $\frac{x}{L_{\text{wl}}} \leq 0.25$ [4.4]
- 1 per $\frac{x}{L_{\text{wl}}} \geq 0.6$
- valori interpolati per $0.25 \leq \frac{x}{L_{\text{wl}}} \leq 0.6$

f_{w} è il fattore di categoria di progetto dato dalla tabella in Fig. 4.2.1:

Categoria di progetto	A	B	C	D
f_{w}	1.0	0.9	0.75	0.5

Figura 4.2.1 – Fattori di categoria

n_{cg} è il fattore di carico dinamico calcolato con la formula

$$n_{\text{cg}} = 0.32 \cdot \left(\frac{L_{\text{wl}}}{10 \cdot B_{\text{c}}} + 0.084 \right) \cdot (50 - \beta) \cdot \frac{v^2 \cdot B_{\text{c}}^2}{m_{\text{LDC}}} \quad [4.5]$$

m_{LDC} è la massa a dislocamento di pieno carico

Le norme prevedono valori minimi per i parametri k_{ar} , A_{d} , e A_{r} mentre per n_{cg} valori massimi sono imposti in base alla tipologia di imbarcazione.

Le due formulazioni della pressione [1] e [2] hanno due basi teoriche differenti: la prima è connessa alle forze dinamiche, mentre la seconda è una formulazione statica incrementata di un fattore proporzionale alla lunghezza ed alla categoria di navigazione.

Il calcolo della pressione del fondo è stato condotto valutando ogni singolo parametro per ogni singolo pannello supportato dalle strutture.

I risultati e l'andamento sono mostrati in Figura 4.2.1..

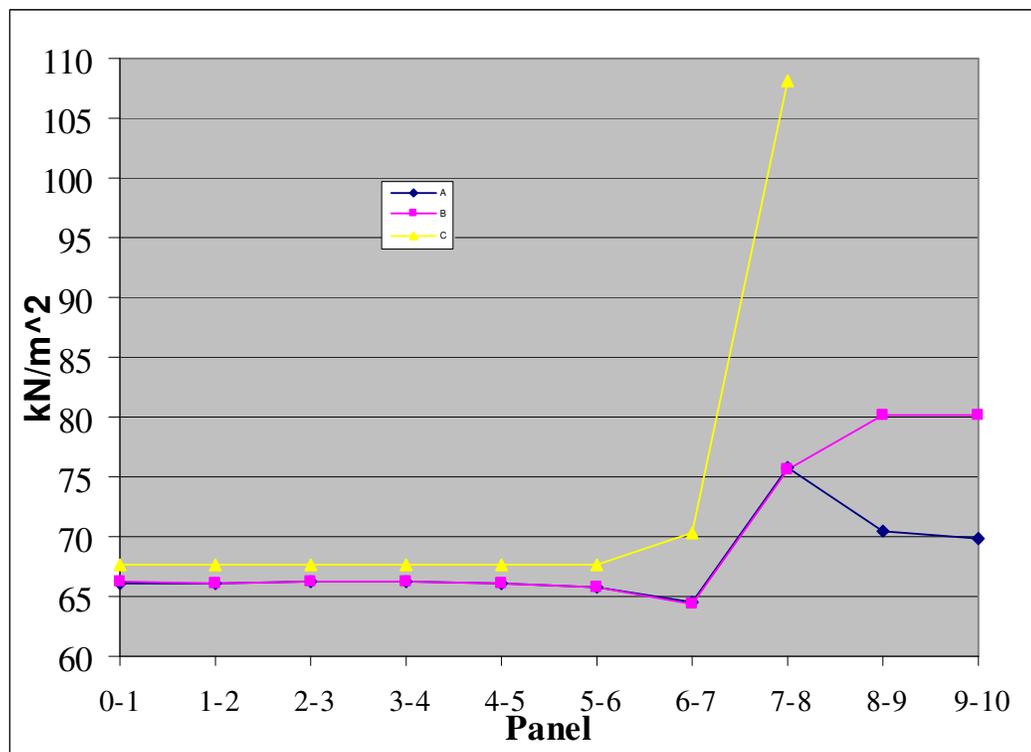


Figura 4.2.1. – Andamento delle pressioni agenti sul fondo di una imbarcazione

Tutti i valori derivano dalla formula [1], mentre la [2] da un valore di pressione costante pari a $27.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$. E' da osservare un costante aumento della pressione nella

zona prodiera a partire dall'ordinata 5; a poppavia di quest'ultima il valore è sostanzialmente costante.

Analogamente è stato effettuato il calcolo per le pressioni agenti sulle strutture modificando i parametri dove necessario e utilizzando le aree su cui le strutture hanno effetto.

4.3 Analisi dei laminati

Le caratteristiche meccaniche dei laminati devono essere ottenute tramite test meccanici su provini. In alternativa è possibile utilizzare una formulazione semplificata basata su una serie di formule.

Lo spessore t di un laminato in fibra di vetro può essere ottenuto dall'equazione di bilancio di massa in un solido, che opportunamente manipolata può essere scritta:

$$t = \frac{w}{3.072} \left(\frac{2.56}{\Psi} - 1.36 \right) \quad [\text{mm}] \quad [4.6]$$

dove:

w è il peso aerico del rinforzo in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$,

ψ è il valore della massa della fibra diviso per la massa del laminato (fibra + resina).

Le formule semplificate per le caratteristiche meccaniche di un laminato in vetro-poliestere che la norma fornisce sono riportate nell'annesso C e dipendono sia dal parametro ψ sia dal tipo di rinforzo. Sono riportate nella seguente Tabella 4.3.1:

Laminazione manuale con fibre Chopped strand mat (CSM), Combinato mat/stuioa, Woven Roving (WR) and Crossplied (CP) – 0/90 reinforcement	
Properties	Values [N/mm ²]
Ultimate tensile strength, σ_t	$800 \psi^2 - 80 \psi + 37$
Ultimate compressive strength, σ_c	$150 \psi + 72$

Inplane modulus, E	$38000 \psi - 5000$
Ultimate flexural strength, σ_f	$502 \psi^2 + 107$
Flexural modulus, E_f	$33400 \psi^2 + 2200$
Ultimate inplane shear strength, τ	$80 \psi + 38$
Inplane shear modulus G	$1700 \psi + 2240$
Uni-directional reinforcement	
Properties parallel to fibres	Values [N/mm ²]
Ultimate tensile strength, σ_t	$800 \psi^2 + 140 \psi + 140$
Ultimate compressive strength, σ_c	$250 \psi + 190$
Inplane modulus, E	$46600 \psi^2 + 7200 \psi + 7250$
Ultimate inplane shear strength, τ	50 MPa
Inplane shear modulus G	$14380 \psi^2 - 10560 \psi + 3840$
Uni-directional reinforcement	
Properties perpendicular to fibres	Values [N/mm ²]
Ultimate tensile strength, σ_t	42 MPa
Ultimate compressive strength, σ_c	105 MPa
Inplane modulus, E	$48600 \psi^2 - 39000 \psi + 12500$
Ultimate inplane shear strength, τ	50 MPa
Inplane shear modulus G	$14380 \psi^2 - 10560 \psi + 3840$

Tabella 4.3.1 – Caratteristiche meccaniche dei laminati in fibra di vetro in funzione di

ψ

Una teoria più accurata deve essere usata secondo quanto prescritto nell'annesso H "per analizzare la sequenza di laminazione per i casi in cui la tabella di laminazione è complessa e non può essere trattata come quasi-isotropica. Il metodo è strettamente limitato a laminati composti da ply di 0°/90° orientati secondo il pannello e simmetrici rispetto alla linea media.

La rigidità flessionale (EI_S and EI_L) di un pannello può essere calcolata nelle sue due direzioni secondo le seguenti formule:

$$EI_S = \sum E_i \cdot \left(\frac{t_i^3 \cdot s}{12} + t_i \cdot s \cdot d_i^2 \right) \text{ e } EI_L = \sum E_i \cdot \left(\frac{t_i^3 \cdot l}{12} + t_i \cdot l \cdot d_i^2 \right) \quad [4.7]$$

Le stesse possono essere usate per valutare la massima flessione ed il massimo momento flettente applicato nelle due direzioni s ed l . I valori dei moduli elastici per ogni ply possono essere ricavati dalle suddette formule semplificate della Tabella 4.3.1.

L'annesso H deve essere applicato a quei laminati che non possono essere riguardati come quasi-isotropi, o per analizzare nello specifico la resistenza di un laminato. Le proprietà flessionali di questi materiali possono non essere note e quindi le equazioni per single skin, sandwich e strutture possono non essere indicate. In più l'annesso H permette di verificare la resistenza in due direzioni; questo è di fondamentale importanza quando i laminati hanno meno contenuto in fibra nella dimensione minore dell'elemento per ridurre il peso.

Il metodo può essere applicato a pannelli di single skin o di sandwich sia con core a bassa resistenza (PVC o balsa) sia con core ad elevato modulo (cellule a nido chiuso) e per strutture realizzate con differenti materiali (teste delle strutture in misto biasciali ed UDR).

Questo metodo è strettamente applicabile a laminati composti da tessuti disposti per lo più a $0/90^\circ$ simmetrici. Se queste condizioni non sono verificate potrebbero essere presenti tagli interlaminari o tensioni torso-flessionali dovute dai carichi esterni che devono essere analizzati con la teoria dei laminati (CLT).

L'annesso H prevede che il pannello sia incastrato ai lati e caricato tramite le pressioni di dimensionamento regolamentari.

4.4 Dimensionamento dei pannelli

Per il single skin lo spessore minimo richiesto è il massimo tra le due formule:

$$t_1 = b \cdot f_k \cdot \sqrt{\frac{P \cdot k_2}{1000 \cdot \sigma_d}} \quad [4.8]$$

$$t_2 = b \cdot f_k \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot k_3}{1000 \cdot k_1 \cdot E_f}} \quad [4.9]$$

dove:

b è la dimensione minore del pannello [mm]

f_k è il fattore di correzione per pannelli curvi dato in funzione del rapporto c/b dove c è la freccia del pannello;

c/b	k_C
0 to 0,03	1,0
0,03 to 0,18	$1,1 - 3,33 \cdot c/b$
$> 0,18$	0,5

Più il pannello è piano,più il valore di f_k si avvicina a 1.

P è la pressione di progetto [kN/m²]

k_2 è il coefficiente di aspect ratio, per resistenza a flessione dato da:

$$k_2 = \frac{0.271 \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^2 + 0.910 \cdot \left(\frac{1}{b}\right) - 0.554}{\left(\frac{1}{b}\right)^2 - 0.313 \cdot \left(\frac{1}{b}\right) + 1.351};$$

σ_d è il valore della tensione di progetto dato da $0.5 \sigma_{uf}$

k_3 è il coefficiente di aspect ratio, per rigidezza a flessione dato da:

$$k_3 = \frac{0.027 \cdot \left(\frac{l}{b}\right)^2 - 0.029 \cdot \left(\frac{l}{b}\right) + 0.011}{\left(\frac{l}{b}\right)^2 - 1.463 \cdot \left(\frac{l}{b}\right) + 1.108};$$

$k_1 = 0,047$ è il coefficiente di rigidezza a flessione;

E_f è il modulo di elasticità a flessione [N/mm²]

Le caratteristiche meccaniche le laminato devono essere quelle parallela a b se $l/b \geq 2,0$ o le minori tra quelle parallele a l o a b se $l/b < 2,0$. Se le caratteristiche meccaniche differiscono di più del 20% le equazioni [8] e [9] non sono più valide ed il pannello deve essere analizzato secondo l'annesso H usando le relative formule di momento e taglio agenti.

Le due formule presentate dal registro per gli spessori sono dimensionalmente coerenti e sembrano derivare direttamente, anche se opportunamente corrette ed adattate, dall'applicazione della teoria della lastra per materiali isotropi. La teoria ha come base le stesse ipotesi dello studio della singola lamina della teoria della laminazione a meno della ortotropicità del singolo strato. Le ipotesi di deformazioni nulle nel piano verticale e di validità dell'ipotesi di Kirkoff sono ritenute valide per piastre sottili con piccole deflessioni del piano medio così come evidentemente il registro considera i pannelli del fondo.

Tuttavia nel caso in cui il laminato non possa essere considerato isotropo sono previste le verifiche con l'Annesso H che mira al calcolo diretto delle caratteristiche del pannelli nella sua direzione maggiore, ossia in quella dove sono maggiori le sollecitazioni.

4.5 Dimensionamento delle strutture

Il minimo modulo di resistenza del rinforzo e del fasciame associato e l'area della piattabanda non devono essere inferiori a quelli delle seguenti formule:

$$SM = \frac{R_c \cdot K_B \cdot P \cdot s \cdot l_u^2}{\sigma_d} \quad [4.10]$$

$$A_w = \frac{k_{sa} \cdot P \cdot s \cdot l_u}{\tau_d} \quad [4.11]$$

dove

R_c è il coefficiente di curvatura per le strutture dato nella seguente tabella

c_u/l_u	R_c
0 to 0.03	1
0.03 to 0.1	$1.1-3(c_u/l_u)$
>0.1	0.7

Fig. 17

K_B è il coefficiente di fissaggio per il modulo di resistenza pari a:

83,3 per un fissaggio = 1 (costruzione interna o incastro),

125 per un fissaggio = 0 (appoggio semplice);

P è la pressione agente sul pannello;

L_u è la lunghezza del rinforzo;

c_u freccia del pannello;

s è la spaziatura tra i rinforzi;

τ_d tensioni da taglio di progetto della piattabanda pari a $0.5 \cdot \tau_u$;

k_{sa} è il fattore di area e va posto pari a 5 per rinforzi attaccati al pannello che fornisce un'area maggiore dell'area della sezione del rinforzo, altrimenti va preso pari a 7,5;

σ_d è la tensione di progetto per i rinforzi pari a $0.5 \cdot \sigma_{uf}$ o $0.5 \cdot \sigma_{uc}$.

Per i rinforzi in vetroresina deve essere inoltre verificato che il momento di inerzia del corrente e della striscia di fasciame associata deve essere maggiore di quello prescritto e dato dalla formula:

$$I = \frac{N_B \cdot R_C^{1.5} \cdot P \cdot s \cdot l_u^3}{E_{TC}} \quad [4.12]$$

dove:

N_B è il coefficiente di fissaggio per il momento del secondo pari a

26040 per un fissaggio = 1 (costruzione interna o incastro);

130200 per un fissaggio = 0 (appoggio semplice);

E_{TC} è la media tra il modulo di elasticità a trazione ed a compressione.

Per i correnti dove le proprietà meccaniche differiscono per più del 20% il momento massimo ammissibile può non necessariamente corrispondere a quello che comporta il massimo stress alla fibra più lontana dall'asse neutro. Quindi i criteri si devono riferire al momento flettente ammissibile, al taglio ammissibile ed al prodotto $\sum EI$ richiesto dalla norma.

I valori M_d e F_d sono i valori del momento flettente del taglio che corrispondono ai valori ammissibili al primo ply del laminato.

$$M_d = R_c \cdot K_B \cdot P \cdot s \cdot l_u^2 \quad [4.13]$$

$$F_d = 100 \cdot k_{sa} \cdot P \cdot s \cdot l_u \quad [4.14]$$

e per laminate in fibra di vetro

$$\sum (E_{TC} \cdot I) \geq N_B \cdot R_c^{1.5} \cdot P \cdot s \cdot l_u^3 \quad [4.15]$$

dove

M_d è il momento flettente di progetto delle strutture;

F_d è la forza di taglio di progetto delle strutture;

$\sum (E_{TC} \cdot I)$ è la sommatoria dei prodotti EI di tutti gli elementi del rinforzo.

Per la verifica delle formule [13], [14] and [15] devono essere considerate le caratteristiche meccaniche delle strutture in vetroresina calcolate con l'annesso H

Al fine di evitare il fenomeno del *buckling* nell'anima e nella piattabanda dei rinforzi, il rapporto tra le dimensioni del rinforzo e lo spessore dello stesso deve essere controllato. Per i rinforzi a Ω i rapporti sono:

$$\frac{h}{t_w/2} \leq 25 \quad [4.16]$$

$$\frac{d}{t_f} \leq 16 \quad [4.17]$$

dove

h è l'altezza del rinforzo

t_w è lo spessore dell'anima

d è la larghezza della piattabanda

t_f è lo spessore della piattabanda

Le formulazioni di verifica delle caratteristiche delle strutture sembrano derivare dalle teorie di scienza delle costruzioni con l'introduzione di alcuni parametri che regolano i fattori di forma, le condizioni vincolari e le proprietà meccaniche e fisiche. L'adozione della formulazione della trave è rafforzata dal calcolo delle pressioni agenti sulle strutture che deve essere effettuato considerando la pressione agente sul fasciame associata alla struttura, teoria che viene di norma utilizzata dai Registri per la costruzione di navi in acciaio. Il controllo sul momento di inerzia si rende necessario per evitare problemi di collasso della struttura in compressione, mentre le limitazioni sulla geometria delle strutture ha il fine di evitare il buckling dell'anima soggetta a taglio e della piattabanda soggetta a compressione.

4.6 Innovazione per le edizioni successive

La revisione in atto per la nuova edizione della ISO 12215-5 prevede dei cambiamenti piuttosto significativi a partire dal calcolo delle pressioni. Infatti sono state introdotte due gruppi a cui fare riferimento per il calcolo delle pressioni – macroscopicamente identificabili con scafi plananti e scafi dislocanti. Inoltre il calcolo del fattore dinamico di carico n_{cg} è stato cambiato introducendo un valore minimo per le imbarcazioni plananti e le formule di calcolo per i coefficienti di distribuzione longitudinale k_l e di riduzione k_{ar} sono cambiate. In ultimo nella formulazione della pressione base il coefficiente di categoria è stato elevato a 0,5, mentre la pressione minima dipende dal dislocamento e non più dall'immersione.

E' possibile stimare che queste modifiche porteranno a dei valori di pressioni agenti mediamente più elevati per imbarcazioni di categoria A o B e si avranno in particolar modo per i valori minimi pressioni sensibilmente più alte.

Relativamente alla definizione della geometria degli elementi e delle dimensioni delle stesse le norme stabiliscono in maniera univoca, senza possibilità di interpretazione, i significati della simbologia e i limiti degli elementi che invece prima erano assenti.

Per il calcolo degli spessori dei pannelli la formula [4.9] è stata eliminata ed il ricorso al dimensionamento tramite l'Annesso H è stato reso obbligatorio per differenze del 25% tra le caratteristiche meccaniche lungo le due direzioni del pannello ed è stato introdotto un valore minimo di massa di rinforzo del laminato.

Per il calcolo dei rinforzi, le formule relative alle verifiche sui momenti di inerzia presentano al denominatore un fattore di deformazione della struttura che porta il valore minimo del momento a crescere. Rispetto alle forme geometriche sono aumentati i coefficienti dei rapporti [4.16] e [4.17] consentendo di realizzare, a parità di spessore dei laminati, strutture di geometrie maggiori. Inoltre nel caso di ricorso all'annesso H è stata modificata la formula per il calcolo della forza agente sulle strutture e sono state previste verifiche per ogni layer del laminato.

Le modifiche appena descritte possono portare i progettisti ad avere un ambito in cui sviluppare il progetto più ampio in particolare grazie alle modifiche della geometria delle strutture. Tuttavia parallelamente è possibile prevedere un maggior controllo sui laminati in particolare per le strutture dove l'uso di materiali unidirezionali, quindi non ortotropi, obbliga alle verifiche secondo l'Annesso H.

5. Progettazione di un pannello del fondo e delle strutture

5.1 Definizione delle geometrie

Per il confronto tra il dimensionamento regolamentare e la verifica agli elementi finiti sono state scelte tre geometrie di pannello di fondo di una imbarcazione di 24m soggetta al carico regolamentare: 2000x1000, 1000x1000 e 750x750. Inoltre sono state scelte due configurazioni di strutture caratterizzate da geometrie quadrate dove altezza della struttura e larghezza della piattabanda sono uguali. Lo schema strutturale seguito è di tipo longitudinale e pertanto i madieri realizzano incastro per i correnti: le altezze delle strutture trasversali sono state scelte di 150 e 300mm, mentre le longitudinali di 100 e 200mm..

I modelli geometrici immessi nel pre-processor Patran sono stati realizzati tramite Rhinoceros, un modellatore CAD 3D, ed importati come files di interscambio IGES. Il motivo di questa scelta risiede nel fatto che l'uso dei comandi di realizzazione di geometrie presente in Patran è piuttosto macchinoso e laborioso, mentre un CAD 3D certamente più rapido ed efficace. Tuttavia è doveroso verificare le geometrie che vengono importate in Patran in quanto, in particolare per alcune superfici complesse, l'importazione può portare degli errori.

Successivamente è stata realizzata la meshatura di tutti gli elementi con moduli di lato 25mm. Questa fase è particolarmente importante in quanto occorre rendere coerenti gli elementi FEM con la realtà. Infatti così come nella realtà strutture e pannelli sono coesi tramite le fascettature, analogamente i nodi delle strutture e dei pannelli devono essere unici in modo che la pressione agente sul pannello possa trasferirsi tramite i nodi di bordo alla struttura. Se dopo la meshatura i nodi doppi non vengono semplificati, gli elementi risulteranno disgiunti. La procedura di semplificazione è automatica e può avvenire inserendo nel programma un valore di un intorno entro il quale semplificare i nodi, ma è comunque opportuno verificare a valle della soluzione

del problema se i nodi sono stati semplificati in maniera corretta, pena la non corrispondenza del modello alla realtà e la conseguente inesattezza del risultato fornito.

5.2 Dimensionamento dei pannelli

I pannelli sono stati dimensionati tramite le formule riportate nel cap.4 utilizzando il modello descritto in [4] e ritenendo agente una pressione di 73.28 kn/m^2 .

I tessuti utilizzati per il calcolo dello spessore del pannello sono bilanciati e per simulare un confronto con la tecnologia di costruzione manuale è stato utilizzato un coefficiente Ψ pari a 0.4. Le caratteristiche meccaniche del laminato sono state ricavate secondo il regolamento e sono:

E (flessionale)	7544 N/mm^2 ,
G	2901 N/mm^2 ,
σ_{ut}	133 N/mm^2 ,
σ_{uc}	132 N/mm^2 .

Gli spessori risultanti sono:

Pannello 750x750 spessore 13.78 (7 plies Biax 1200)

Pannello 1000x1000 spessore 18.70 (9 plies Biax 1200 + 1 Biax 600)

Pannello 2000x1000 spessore 23.63 (12 plies Biax 1200)

5.3 Dimensionamento delle strutture

Per tutti i tipi di pannello sono state ipotizzate delle strutture di altezza definita al fine di simulare il comportamento delle stesse al variare dei carichi. I madieri realizzano incastro per i correnti e sono pensati incastrati al fianco. Le altezze dei madieri sono 150mm o 300mm, mentre i correnti sono sempre i 2/3 dei madieri; la larghezza di piattabanda è pari all'altezza della struttura.

Per le travi è stato pensato di usare un tipo di laminazione che possa ottimizzare l'utilizzo delle caratteristiche meccaniche del materiale. Infatti è stata utilizzata una laminazione mista tra biassiali nella parte inferiore della struttura e mista biassiali ed unidirezionali nella piattabanda. L'uso di tessuti misti consente di estendere la laminazione dei biassiali lungo una parte del fondo in modo da realizzare la giunzione strutturale tra scafo e strutture, mentre l'uso di unidirezionali limitatamente alla sola piattabanda ottimizza le caratteristiche uniassiali di questi tessuti in quanto il carico della trave è unidirezionale. Per rendere ancora più coerente l'uso differente dei materiali allo stato dell'arte, i rinforzi unidirezionali sono stati considerati laminati con uno Ψ pari a 0.55, mentre i biassiali laminati con Ψ pari a 0.40.

Il problema che si è dovuto affrontare è stato quello di identificare le caratteristiche meccaniche di un laminato misto come quello che si realizza nella piattabanda. Si sono, per questo motivo, seguite due differenti strade descritte nei successivi paragrafi.

Al fine di distinguere e classificare in maniera univoca e razionale i differenti test che sono stati condotti, ogni test è stato chiamato secondo la nomenclatura 750_10_15, dove:

- il primo numero (750 nell'esempio) è la lunghezza del pannello
- il secondo numero (10 nell'esempio) è l'altezza dei correnti
- il terzo numero (150 nell'esempio) è l'altezza dei madieri

5.3.1 Modulo di elasticità assimilato ad unidirezionali

La prima delle due strade simula il comportamento della piattabanda attraverso il calcolo delle caratteristiche meccaniche del laminato come se fosse composto da soli rinforzi unidirezionali ma stimando il valore di Ψ come media pesata tra i rinforzi biassiali ed i rinforzi unidirezionali.

La seguente tabella riporta la laminazione della struttura, lo spessore teorico, le caratteristiche meccaniche delle piattabande calcolate secondo questo criterio – modulo di elasticità nella direzione principale, nella direzione secondaria, modulo di Poisson, diagonale principale della matrice di rigidità, tensione a rottura in trazione e compressione per la direzione principale e per la direzione secondaria – sia per i madieri che per i correnti.

MADIERI	750 10_15	750 20_30	1000 10_15	1000 20_30	2000 10_15	2000 20_30
Laminazione anima (UDR solo per piattabanda)	5xBiax 1200 3 x UDR 1000	10 x Biax 1200 5 x UDR 1000	5 x Biax 1200 4 x UDR 1000	10 x Biax 1200 5 x UDR 1000	5 x Biax 1200 3 x UDR 1000	10 x Biax 1200 5 x UDR 1000
Spessori anima	9.85	19.70	9.85	19.70	9.85	19.70
Spessori piattabanda	13.06	25.05	14.03	25.05	13.06	25.05
E_{11}	19439	20253	19876	20253	19439	20253
E_{22}	4361	4407	4383	4407	4361	4407
Modulo di Poisson	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3

S_{12}	1977	2016	1997	2016	1977	2016
S_{23}	1977	2016	1997	2016	1977	2016
S_{13}	1977	2016	1997	2016	1977	2016
σ_{ut1}	372	387	380	387	372	387
σ_{uc1}	300	304	302	304	300	304
σ_{ut2}	42	42	42	42	42	42
σ_{uc2}	105	105	105	105	105	105
CORRENTI						
Laminazione anima (UDR solo per piattabanda)	4xBiAx 1200	6 x BiAx 1200 + 1 BiAx 600	4 x BiAx 1200	4 x BiAx 1200	4 x BiAx 1200	4 x BiAx 1200
	2 x UDR 1000	3 x UDR 1000	3 x UDR 1000	3 x UDR 1000	1 x UDR 1000	3 x UDR 1000
E_{11}	19194	19094	19773	19773	18482	19773
E_{22}	4352	4349	4377	4377	4340	4377
Modulo di Poisson	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
S_{12}	1967	1963	1992	1992	1941	1992
S_{23}	1967	1963	1992	1992	1941	1992
S_{13}	1967	1963	1992	1992	1941	1992
σ_{ut1}	372	365	378	378	353	378
σ_{uc1}	300	298	302	302	294	302
σ_{ut2}	42	42	42	42	42	42

σ_{uc2}	105	105	105	105	105	105
----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Tabella 5.3.2.1 – Caratteristiche meccaniche delle strutture

5.3.2 Modulo di elasticità pesato

Il secondo tipo di calcolo media invece i valori delle caratteristiche meccaniche calcolate per biassiali ed unidirezionali secondo la propria formulazione rispetto al peso dei tessuti nel laminato della piattabanda. Seguendo questa seconda strada si ha un laminato più bilanciato nelle due direzioni.

La seguente tabella riporta la laminazione della struttura, lo spessore teorico, le caratteristiche meccaniche per le piattabande calcolate secondo questo criterio – modulo di elasticità nella direzione principale, nella direzione secondaria, modulo di Poisson, diagonale principale della matrice di rigidità, tensione a rottura in trazione e compressione per la direzione principale e per la direzione secondaria – sia per i madieri che per i correnti.

MADIERI	750 10_15	750 20_30	1000 10_15	1000 20_30	2000 10_15	2000 20_30
Laminazione anima (UDR solo per piattabanda)	5xBiax 1200 3 x UDR 1000	10 x Biax 1200 5 x UDR 1000	5 x Biax 1200 4 x UDR 1000	10 x Biax 1200 5 x UDR 1000	5 x Biax 1200 3 x UDR 1000	10 x Biax 1200 5 x UDR 1000
E_{11}	13172	12375	13840	14893	13172	14406
E_{22}	8852	9214	8550	8072	8852	8293

Modulo di Poisson	0.3	0.3	4661.0	0.3	0.3	0.3
S_{12}						
S_{23}	4325	3948	1997	5139	4325	4909
S_{13}						
σ_{ut1}	206	186	222	248	206	236
σ_{ut2}	109	115	103	95	109	99
σ_{uc1}	184	170	196	214	184	206
σ_{uc2}	125	127	123	121	125	122
CORRENTI	750 10_15	750 20_30	1000 10_15	1000 20_30	2000 10_15	2000 20_30
Laminazione anima (UDR solo per piattabanda)	4xBiax 1200	6 x Biax 1200 + 1 Biax 600	4 x Biax 1200	4 x Biax 1200	4 x Biax 1200	4 x Biax 1200
	2 x UDR 1000	3 x UDR 1000	3 x UDR 1000	3 x UDR 1000	1 x UDR 1000	3 x UDR 1000
E_{11}	12792	12636	13683	13683	11667	13683
E_{22}	9025	9095	8621	8621	9535	8621
Modulo di Poisson	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
S_{12}						
S_{23}	4146	4072	4567	4567	3613	4567
S_{13}						
σ_{ut1}	197	193	218	218	169	218
σ_{ut2}	112	113	105	105	121	105

σ_{uc1}	177	175	193	193	158	193
σ_{uc2}	126	126	124	124	128	124

Tabella 5.3.2.2 – Caratteristiche meccaniche delle strutture

5.4 Definizione dei vincoli e del carico

Per realizzare le condizioni di carico e vincolari si proceduto a seguire un analogia con le norme regolamentari. Pertanto il singolo pannello è incastrato sui bordi e caricato con la pressione di progetto, mentre le strutture sono caricate direttamente dal pannello così come avviene nella realtà.

La trascrizione di queste semplici regole in ambiente Nastran porta a bloccare i gradi di libertà dei bordi del pannello del fondo e a minimizzare i nodi delle strutture e del pannello del fondo in modo da assicurare il collegamento meccanico del pannello alle strutture. Per realizzare invece l'incastro tra correnti e madieri sono stati minimizzati i nodi nel confine tra le due strutture.

E' possibile dopo avere fornito gli input controllare graficamente i vincoli e i carichi forniti attraverso la verifica visiva dei vettori che Patran mostra sul modello.

5.5 Inserimento dei materiali

In ambiente Nastran esistono vari possibilità per definire differenti materiali. Nello specifico è stato usato un materiale isotropo per il pannello del fondo ed un materiale ortotropo per le strutture.

La definizione del materiale avviene inserendo le caratteristiche del materiale: modulo di elasticità, modulo di Poisson e, se si vuole un'analisi dinamica, la densità. I valori

delle tensioni di rottura non sono richieste dal programma in quanto lo stato tensionale della struttura è un dato di output del programma e quindi è onere dell'operatore la verifica del raggiungimento dei valori massimi ammissibili o di rottura.

5.6 Proprietà degli elementi

Occorre a questo punto completare la definizione di ogni singolo elemento definendo al programma per ogni elemento lo spessore ed il tipo di materiale (scegliendolo dalla lista di quelli precedentemente creati). A valle di questa definizione è possibile effettuare un controllo dell'operato facendo mostrare con colorazioni differenti gli spessori o i materiali impostati. Questo controllo è fondamentale in quanto in caso di cattiva definizione di un parametro il programma può dare risultati errati oppure interrompere il ciclo di calcolo fornendo un errore.

5.7 Run dei file

Il run del file avviene al termine di tutte gli step che hanno portato alla definizione del modello teorico. Da Patran occorre generare un file di testo che Nastran potrà importare e risolvere. In questo file, oltre a tutte le informazioni relative al modello, è riportato il tipo di soluzione desiderata (lineare, non lineare, statica, ecc.) ed i parametri di output da calcolare. Nel file è inoltre possibile inserire delle righe agendodirettamente sulle capacità computazionali del programma o modificare alcuni parametri. Nello specifico è stato necessario svincolare il blocco di Nastran che ferma il calcolo nel caso in cui la matrice di rigidezza superi il valore di 1×10^5 e di limitare il blocco del calcolo nel caso di valori negativo nella matrice degli spostamenti.

Una volta risolto il file da Nastran, occorre importare i dati di output in Patran per visualizzare i risultati. Come è possibile verificare nei paragrafi successivi la

visualizzazione del modello deformato, dei carichi applicati e delle reazioni vincolari, la coerenza e l'uniformità dello stato di deformazione e la visualizzazione degli allungamenti sono tutte caratteristiche che consentono di valutare la bontà del modello creato prescindendo dai risultati.

6. Analisi dei risultati per pannelli semplici

Nei successivi paragrafi e saranno presentate delle immagini relative ai test effettuati sui modelli con le modalità descritte in § 5.

6.1 Test con modulo di elasticità assimilato ad unidirezionali

6.1.1 Modello 750_15_20

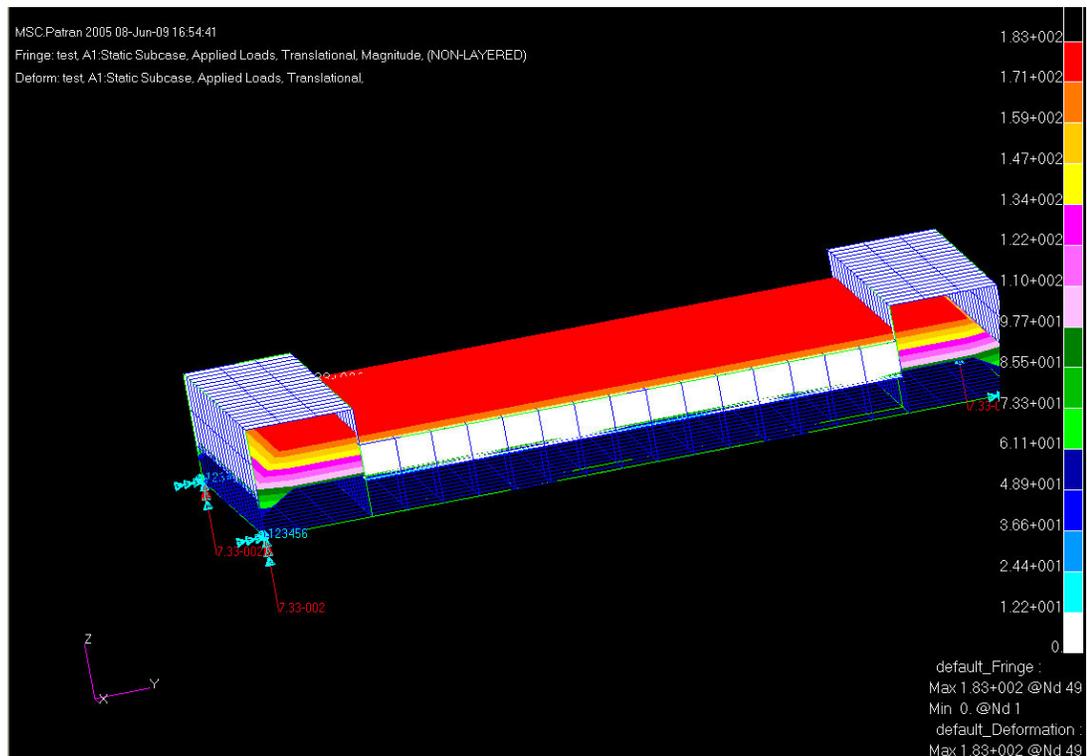


Figura 6.1.1.1 - Carichi applicati

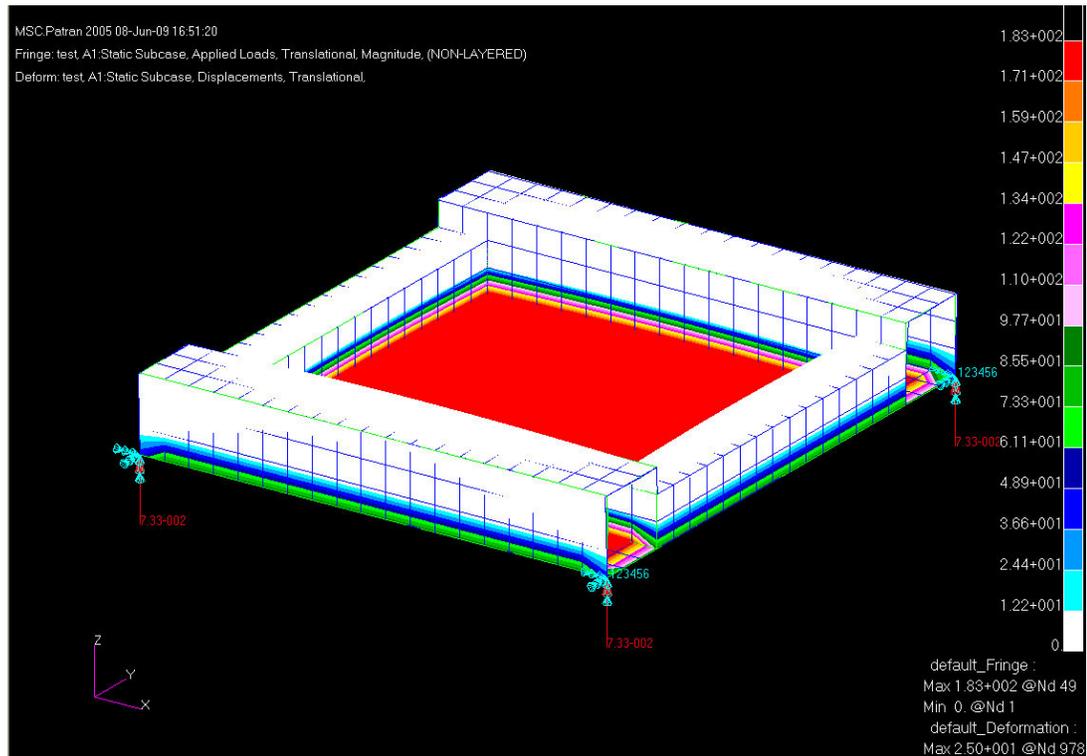


Figura 6.1.1.2 - Carichi applicati – dettaglio di trasferimento dal pannello alle strutture

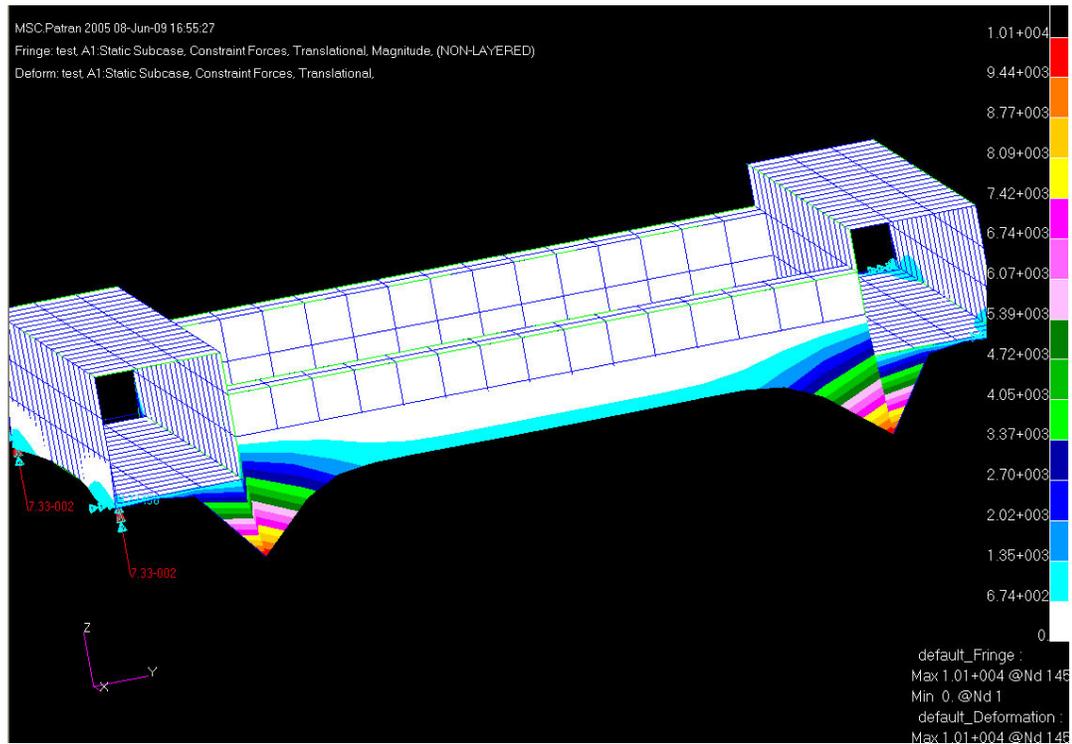


Figura 6.1.1.3 - Forze vincolari e loro trasferimento sulle strutture

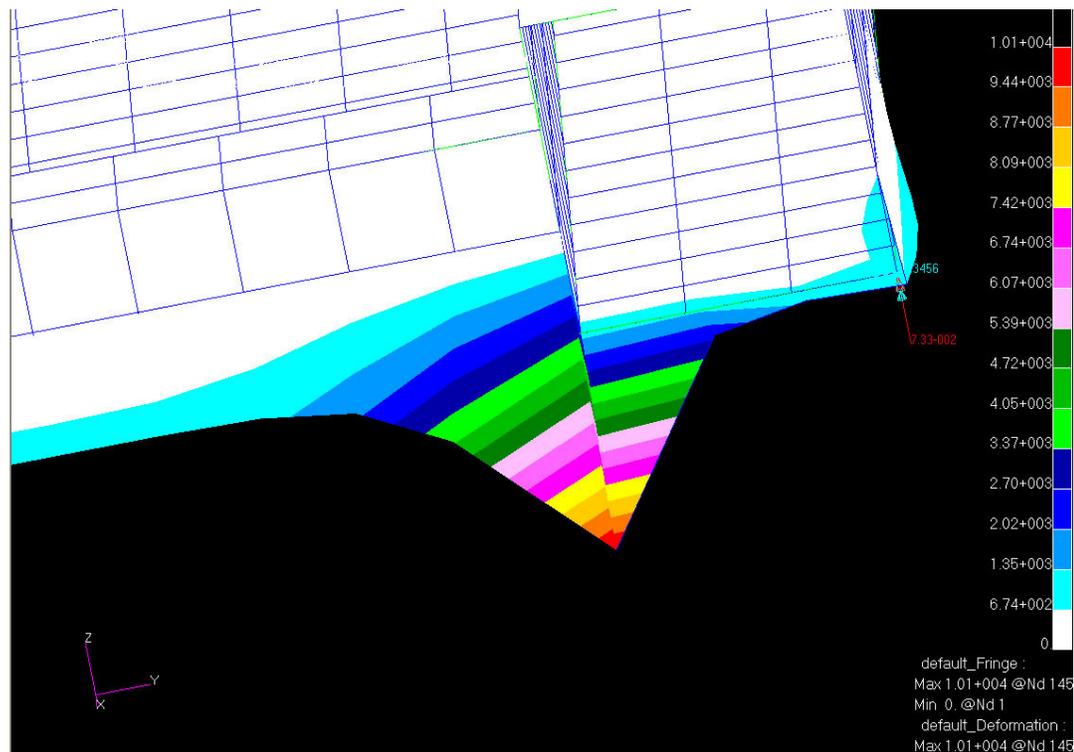


Figura 6.1.1.4 - Forze vincolari - dettaglio

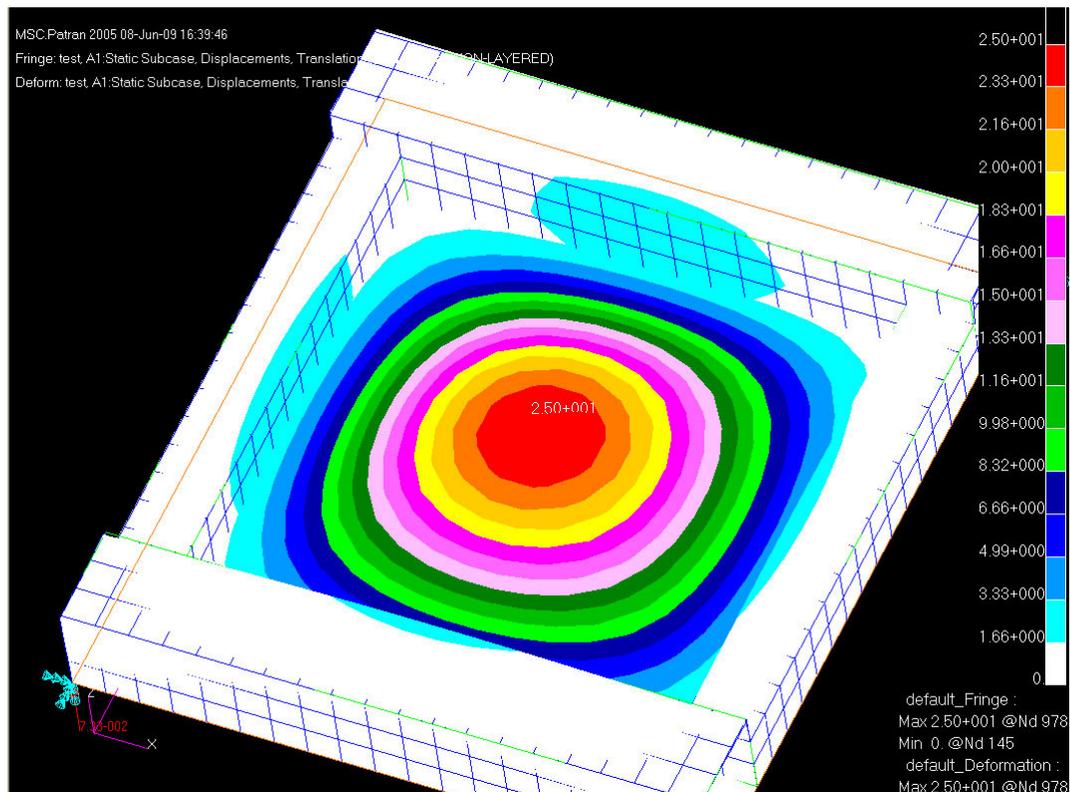


Figura 6.1.1.5 - Spostamenti

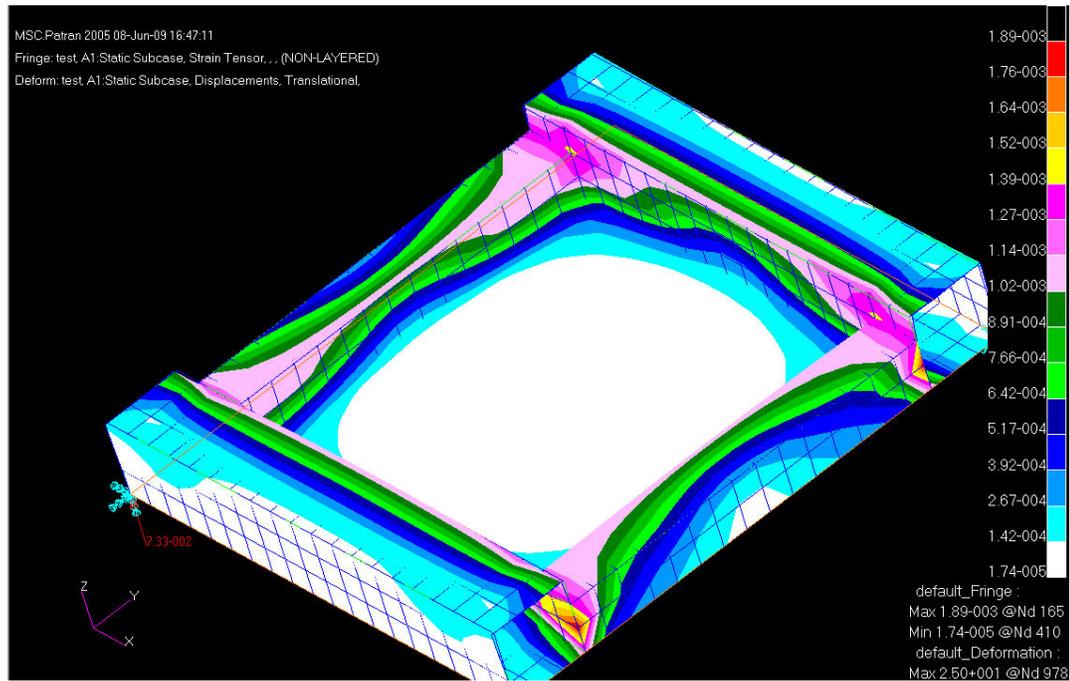


Figura 6.1.1.6 - Deformazioni

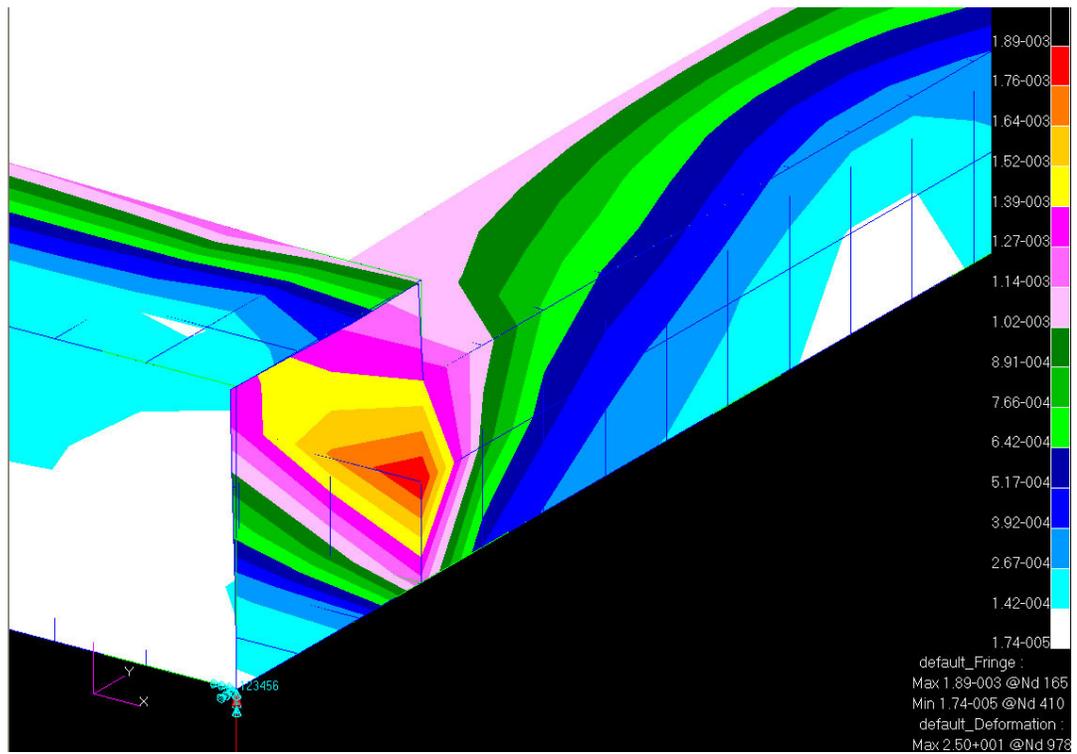


Figura 6.1.1.7 - Deformazioni – dettaglio di collegamento tra corrente e madiere

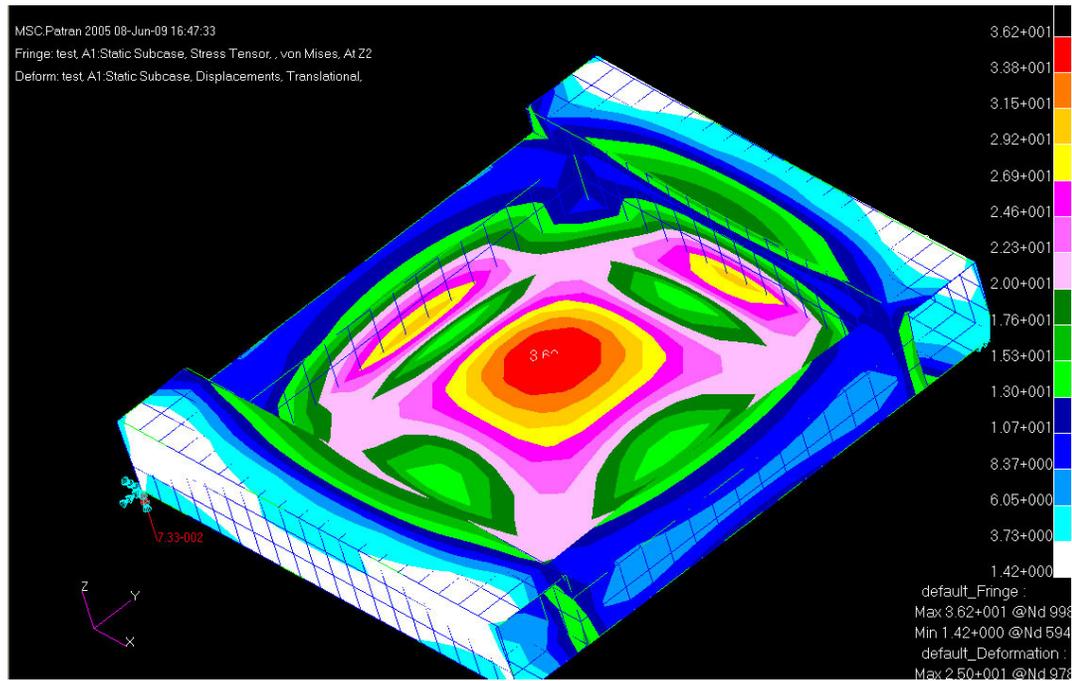


Figura 6.1.1.8 - Tensioni

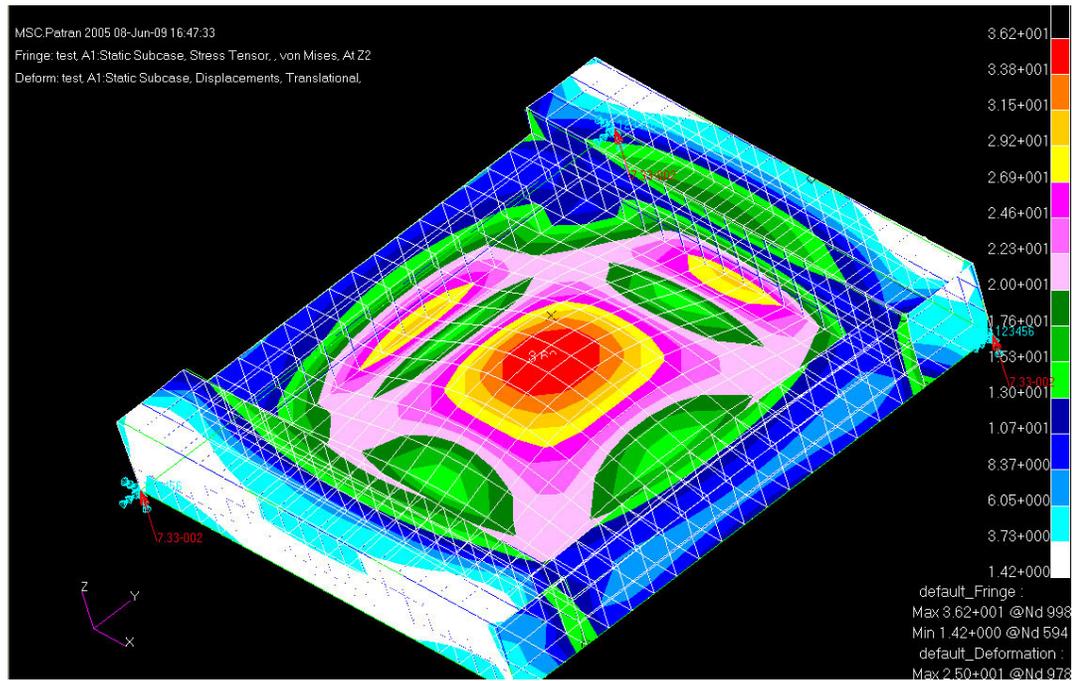


Figura 6.1.1.9 - Tensioni – dettaglio della struttura deformata (grigliato bianco)

6.1.2 Modello 750_20_30

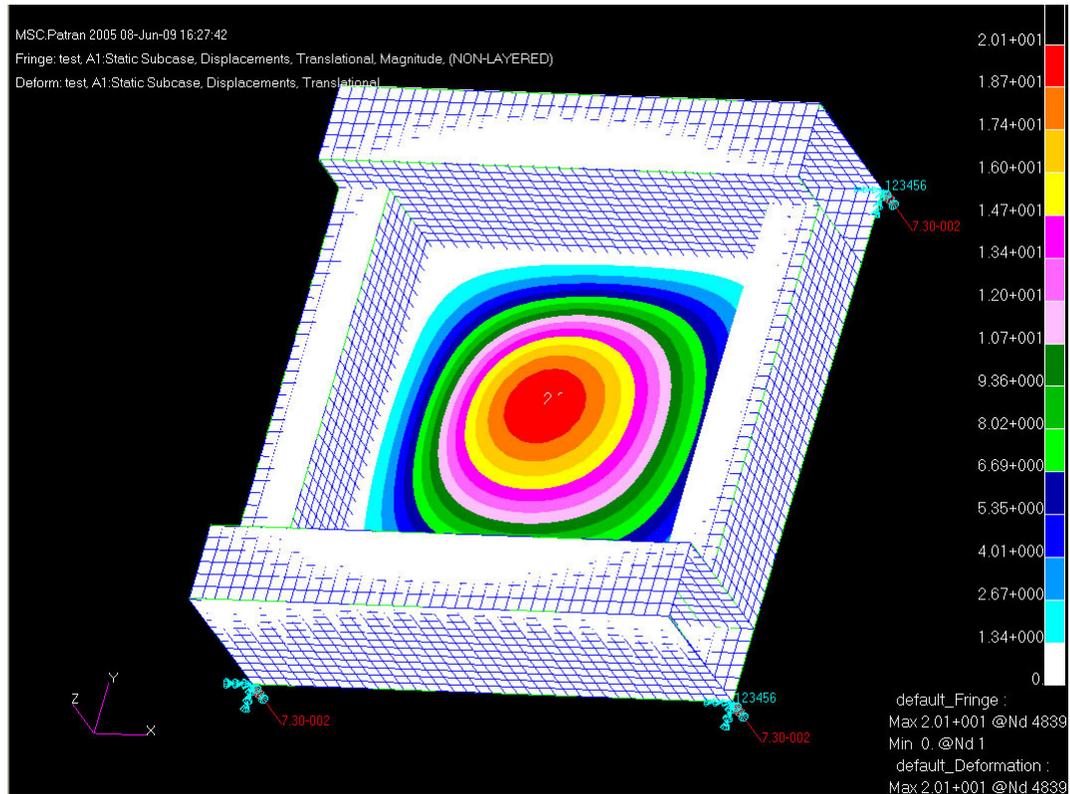


Figura 6.1.2.1 - Spostamenti

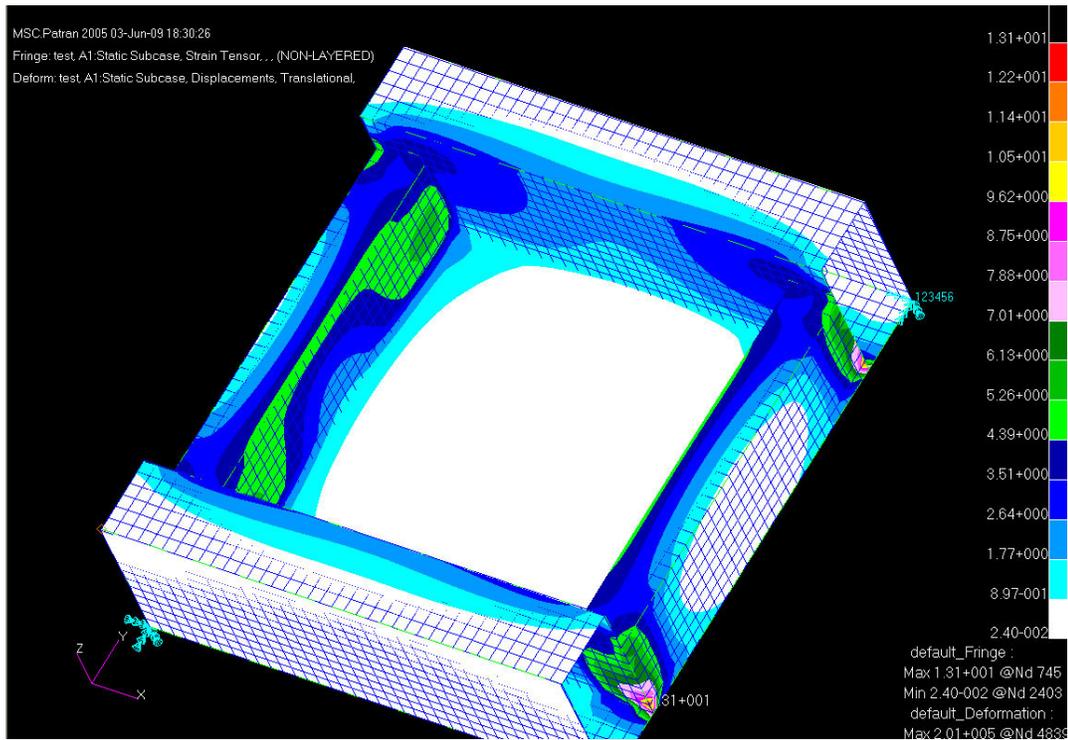


Figura 6.1.2.2 - Deformazioni

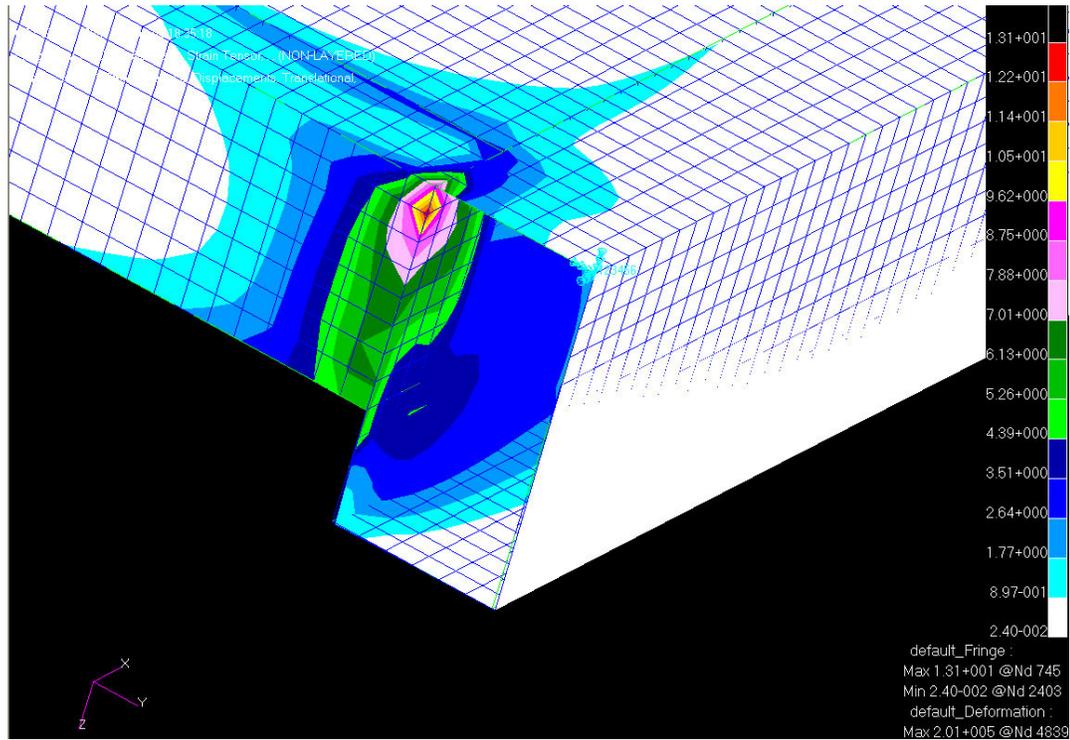


Figura 6.1.2.3 - Deformazioni – dettaglio di collegamento tra corrente e madiere

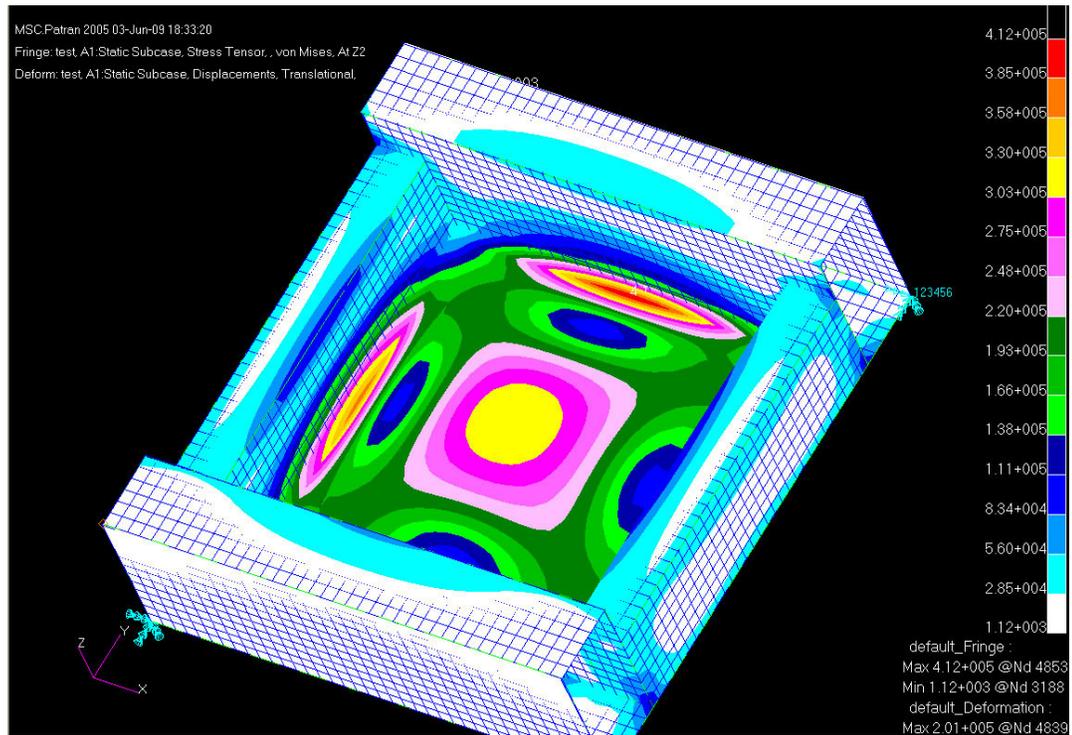


Figura 6.1.2.4 - Tensioni

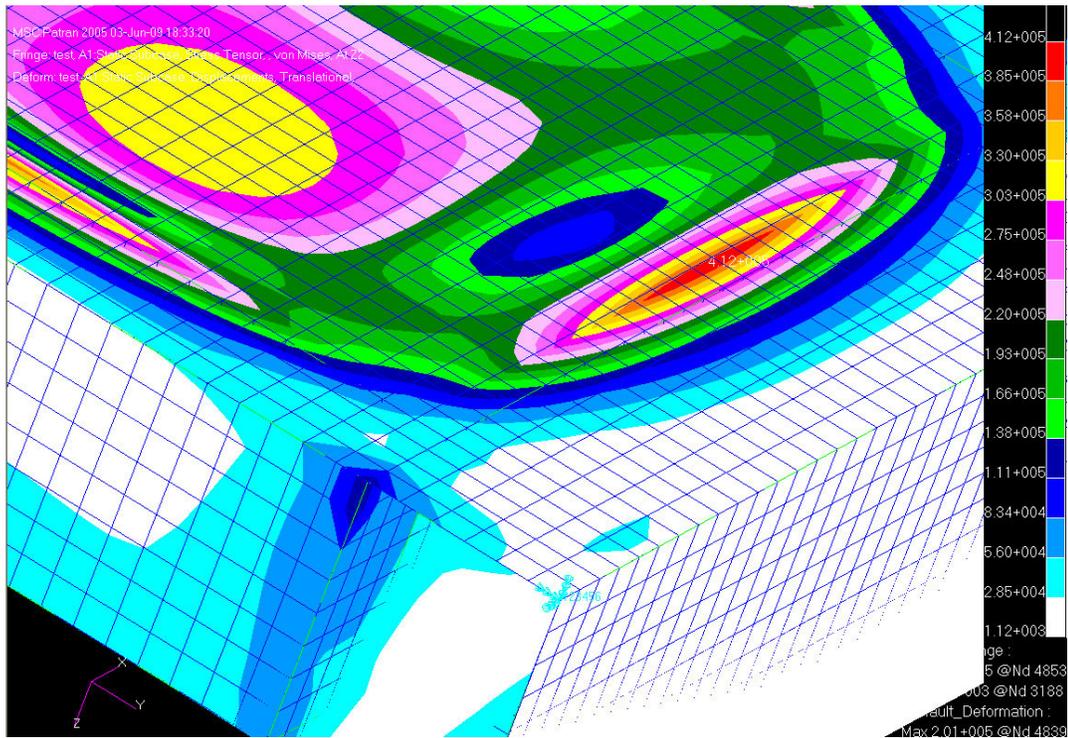


Figura 6.1.2.5 - Tensioni – dettaglio dell'andamento delle tensioni in corrispondenza dell'attacco del madiere sul pannello del fondo visto dall'esterno barca

6.1.3 Modello 1000_10_15

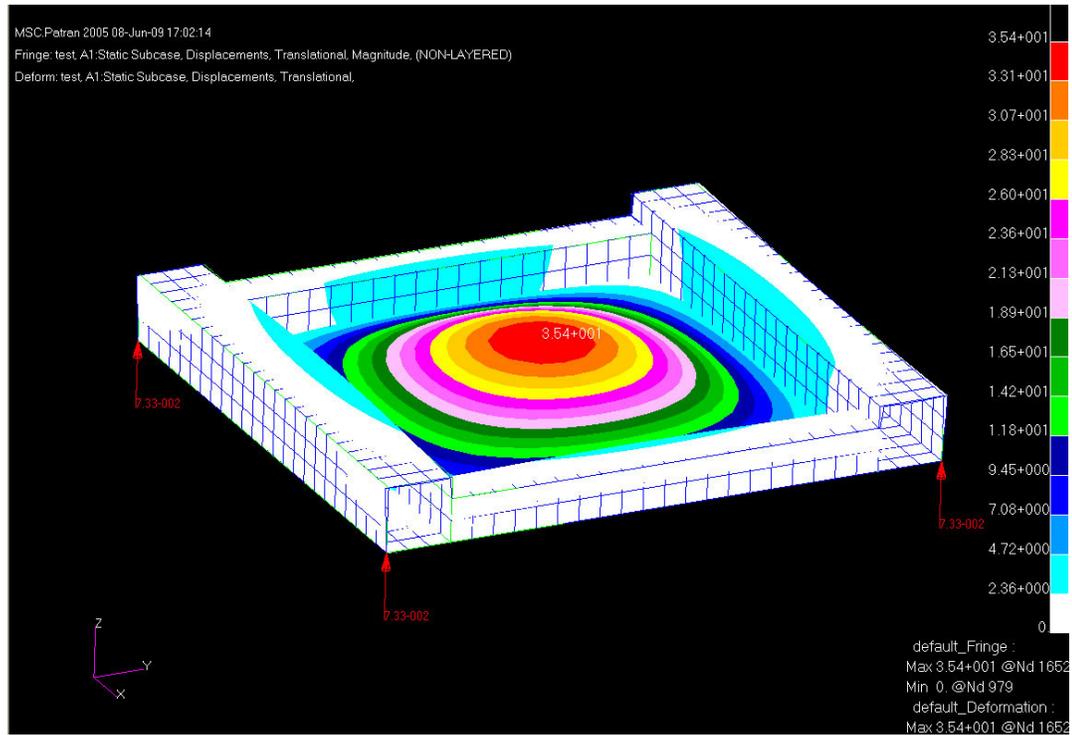


Figura 6.1.3.1 - Spostamenti

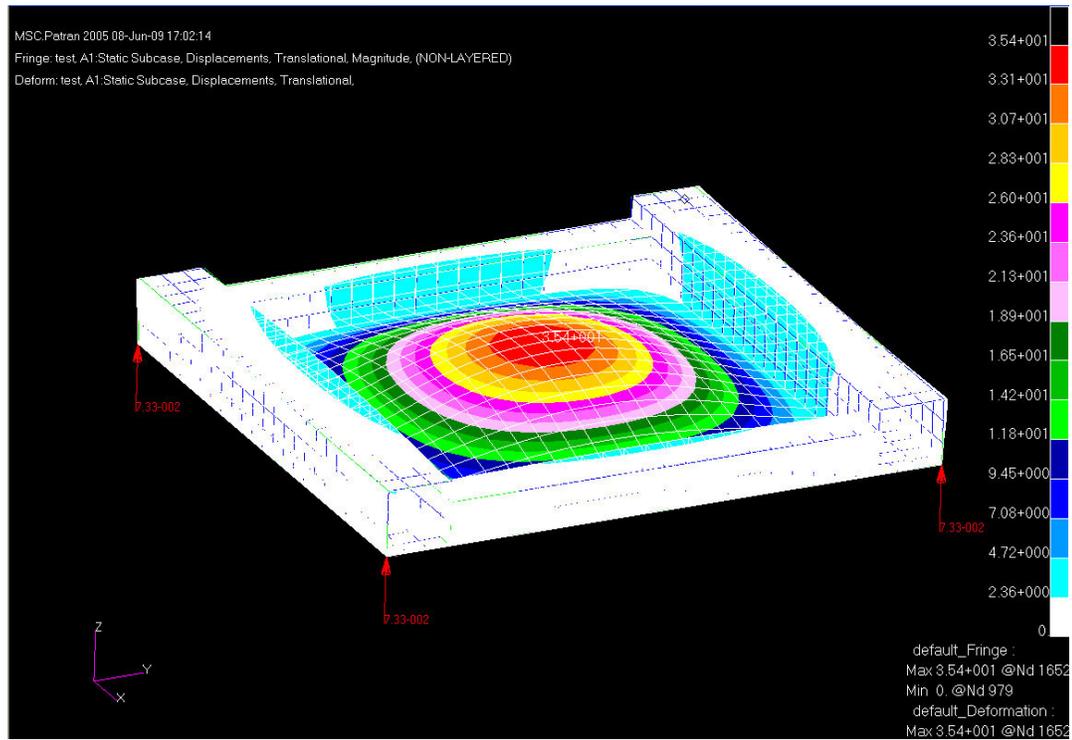


Figura 6.1.3.2 - Spostamenti – vista con struttura deformata (grigliato bianco) in evidenza

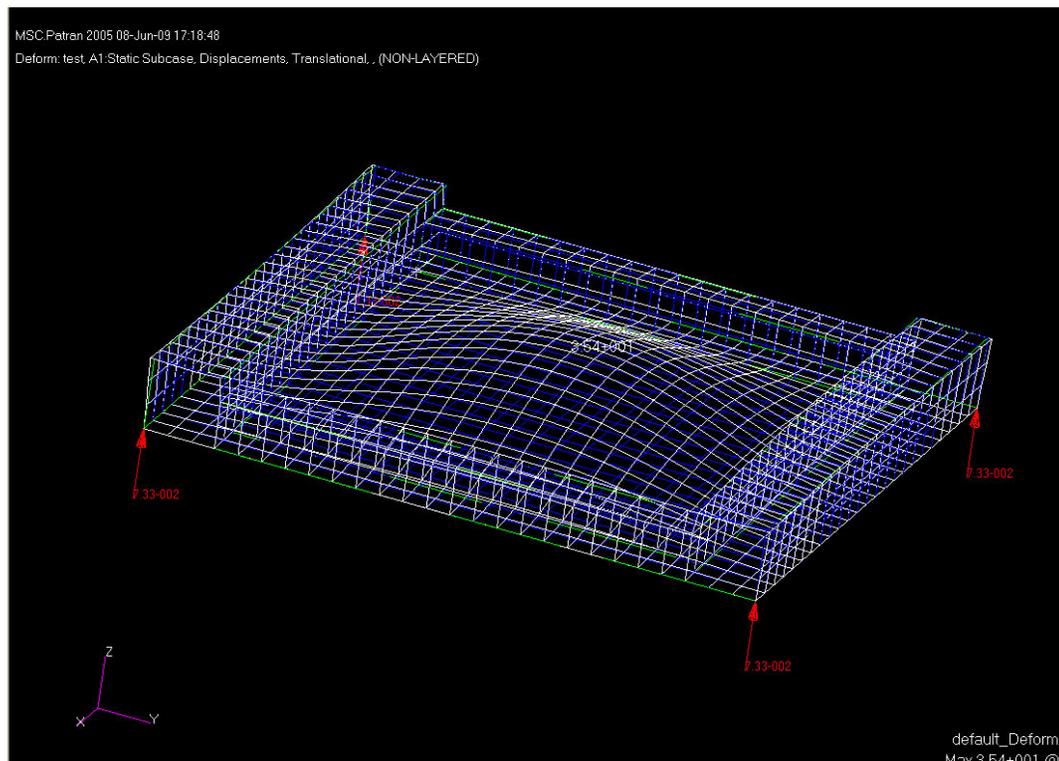


Figura 6.1.3.3 - Spostamenti – vista wireframe della struttura indeformata (grigliato blu) e della struttura deformata (grigliato bianco)

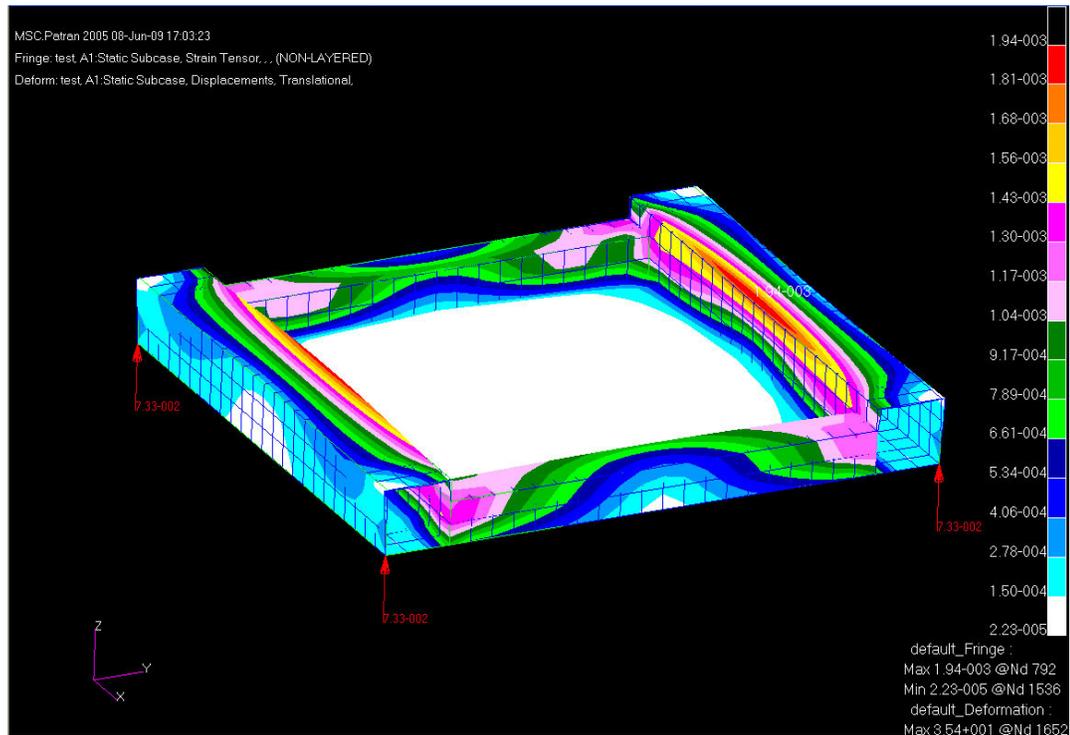


Figura 6.1.3.4 - Deformazioni

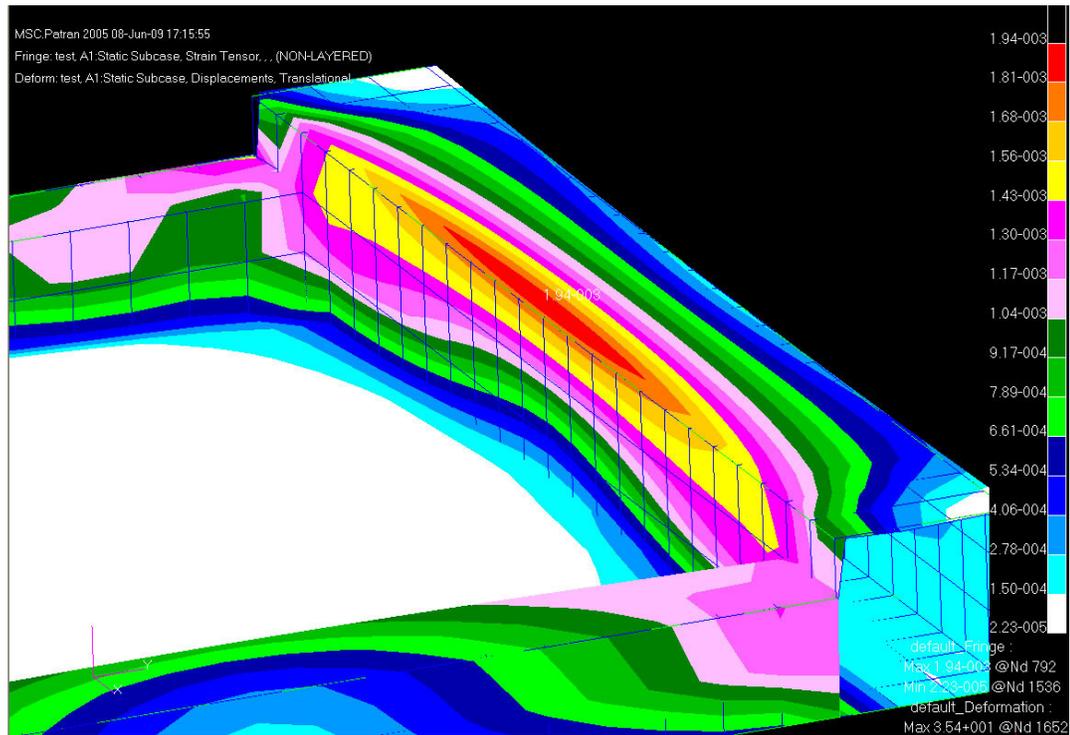


Figura 6.1.3.5 - Deformazioni – dettaglio del collegamento tra anima e piattabanda del
madiere

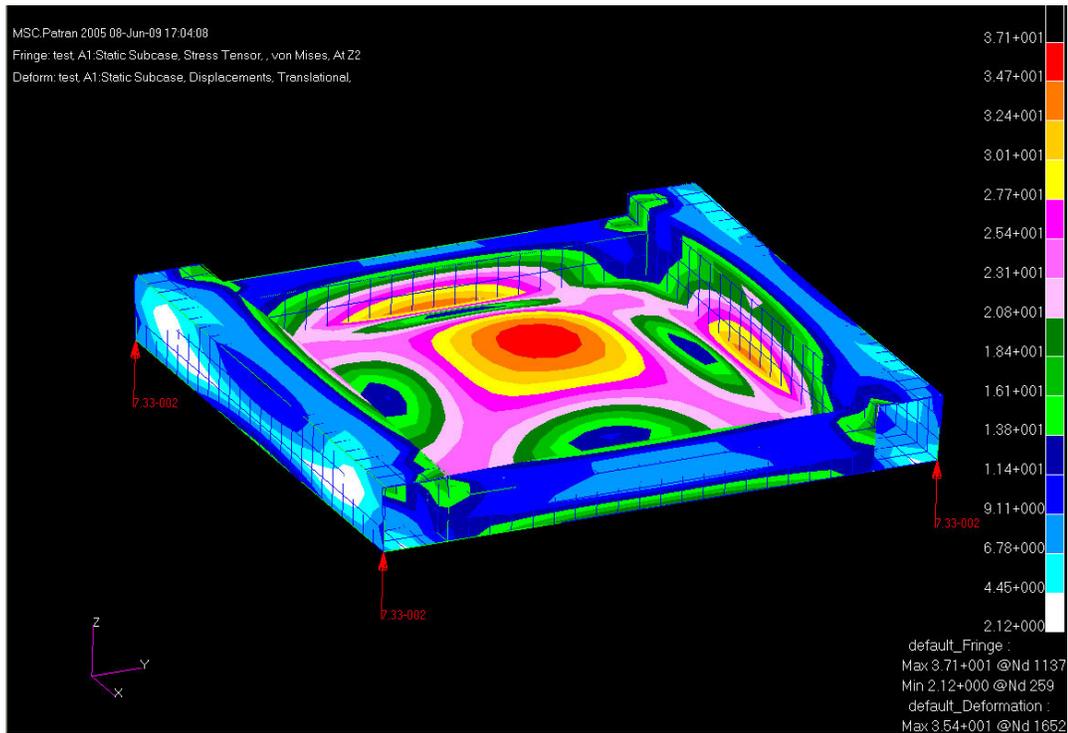


Figura 6.1.3.6 - Tensioni

6.1.4. Modello 1000_20_30

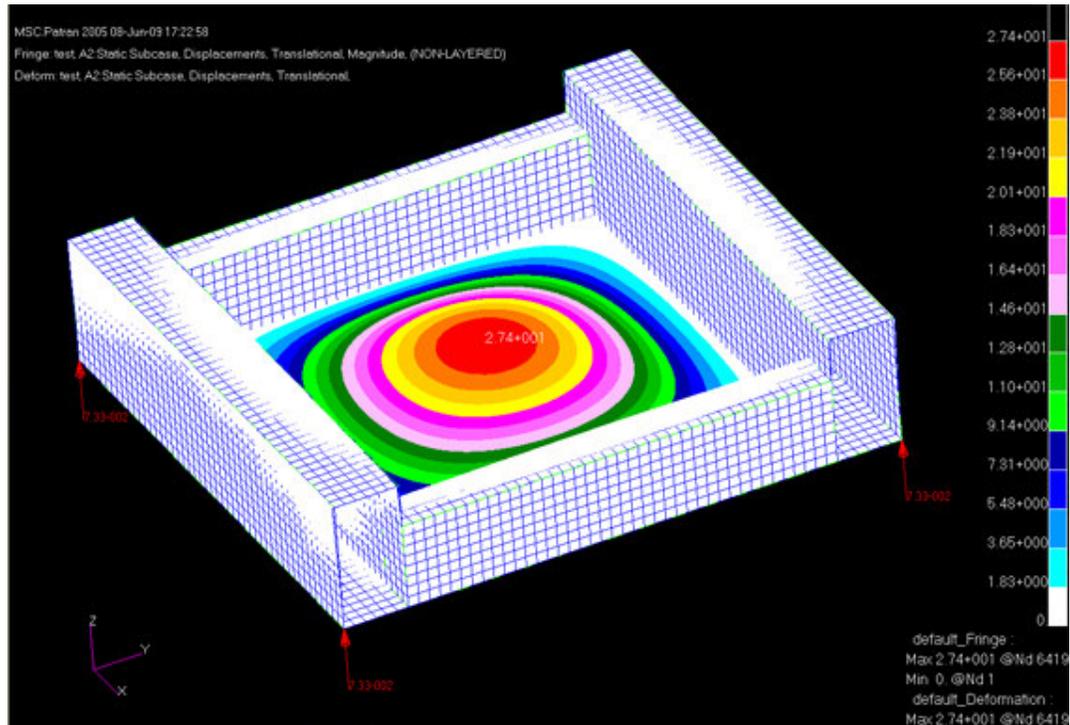


Figura 6.1.4.1 - Spostamenti

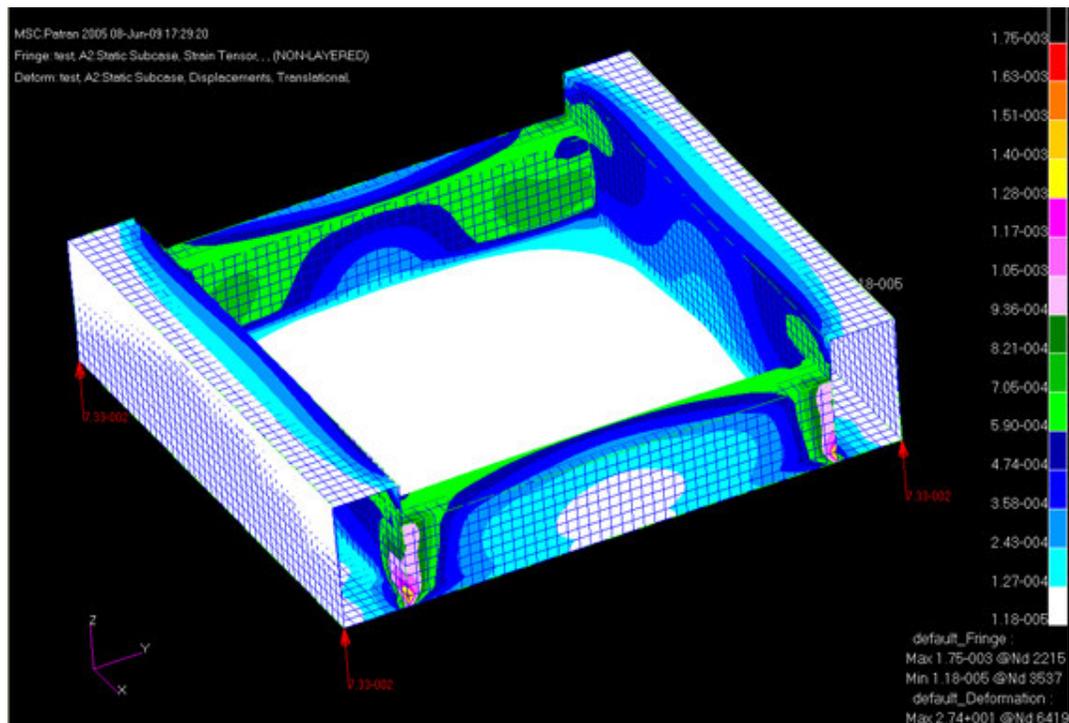


Figura 6.1.4.2 - Deformazioni

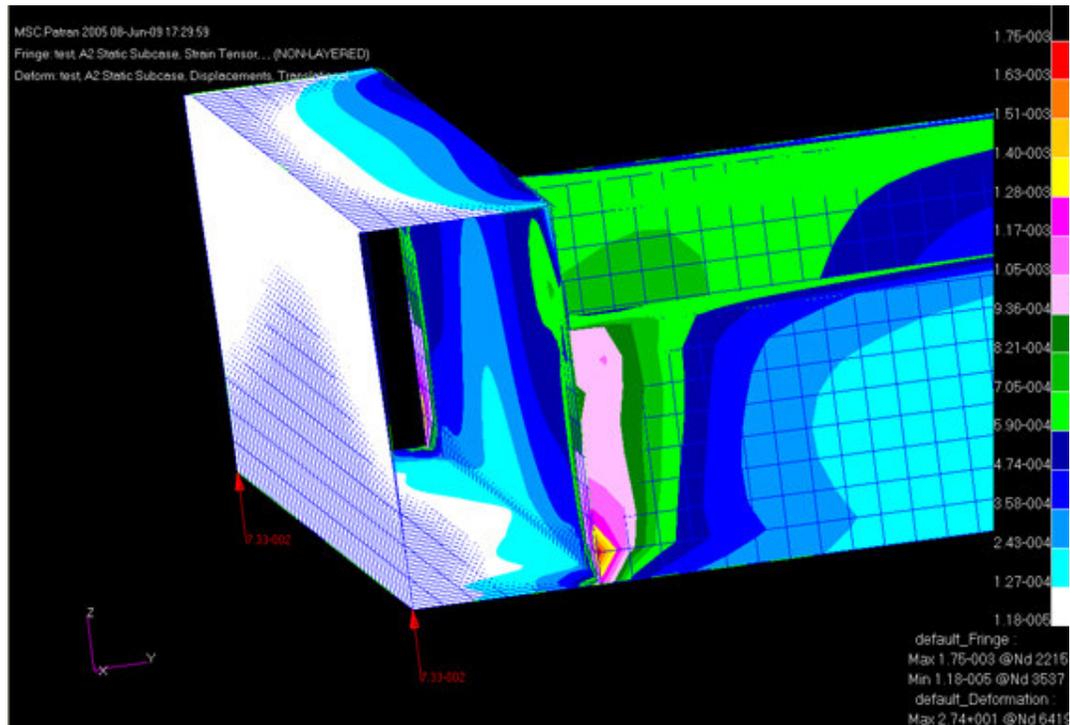


Figura 6.1.4.3 - Deformazioni – dettaglio collegamento strutture

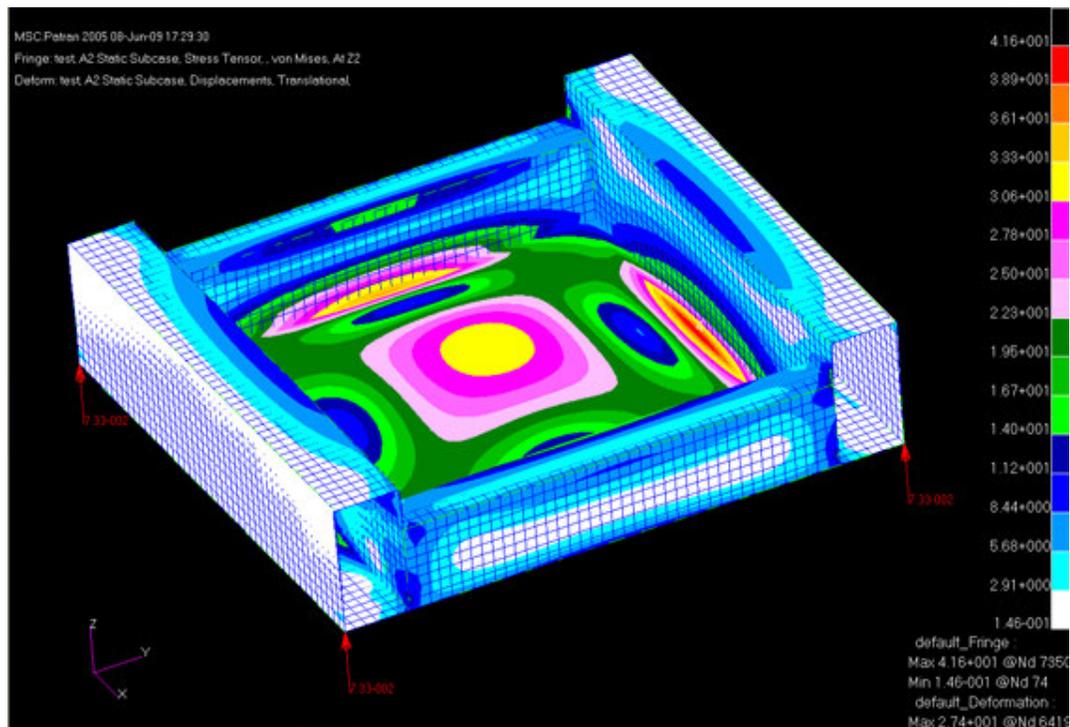


Figura 6.1.4.4 - Tensioni

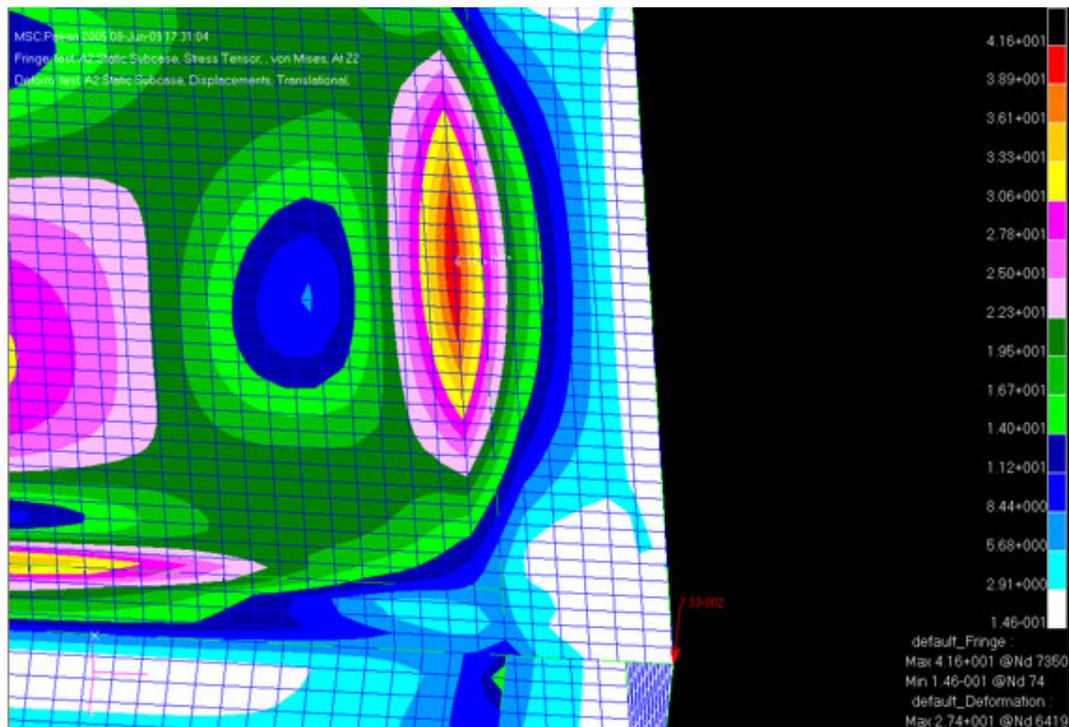


Figura 6.1.4.5 - Tensioni - dettaglio

6.1.5. Modello 2000_10_15

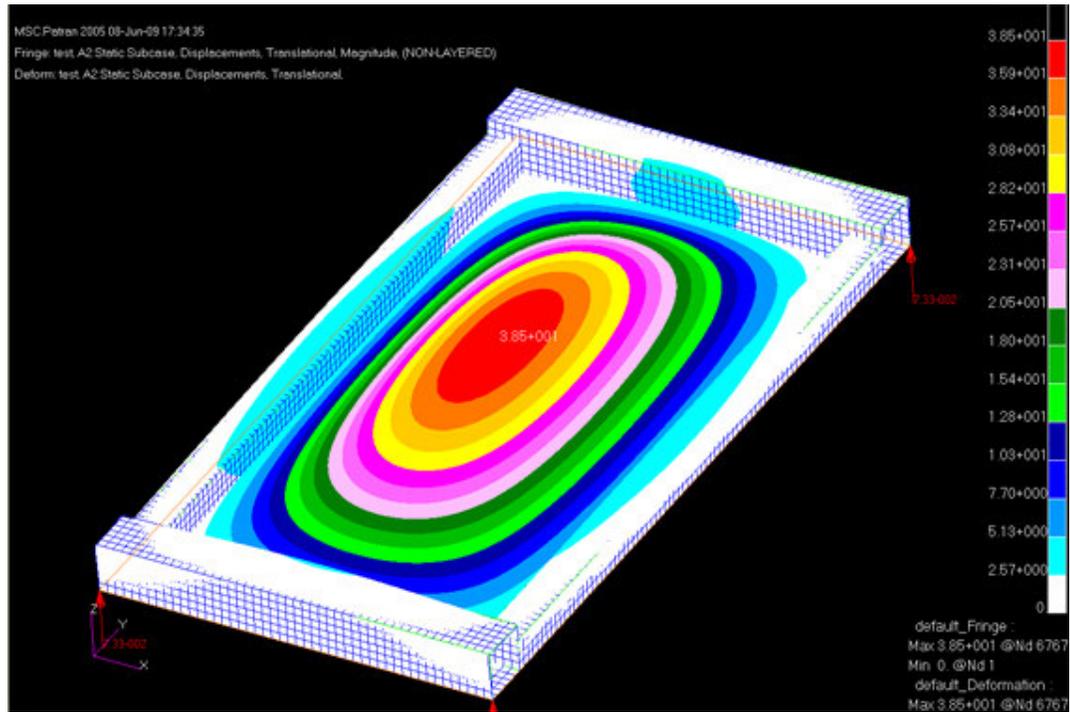


Figura 6.1.5.1 - Spostamenti

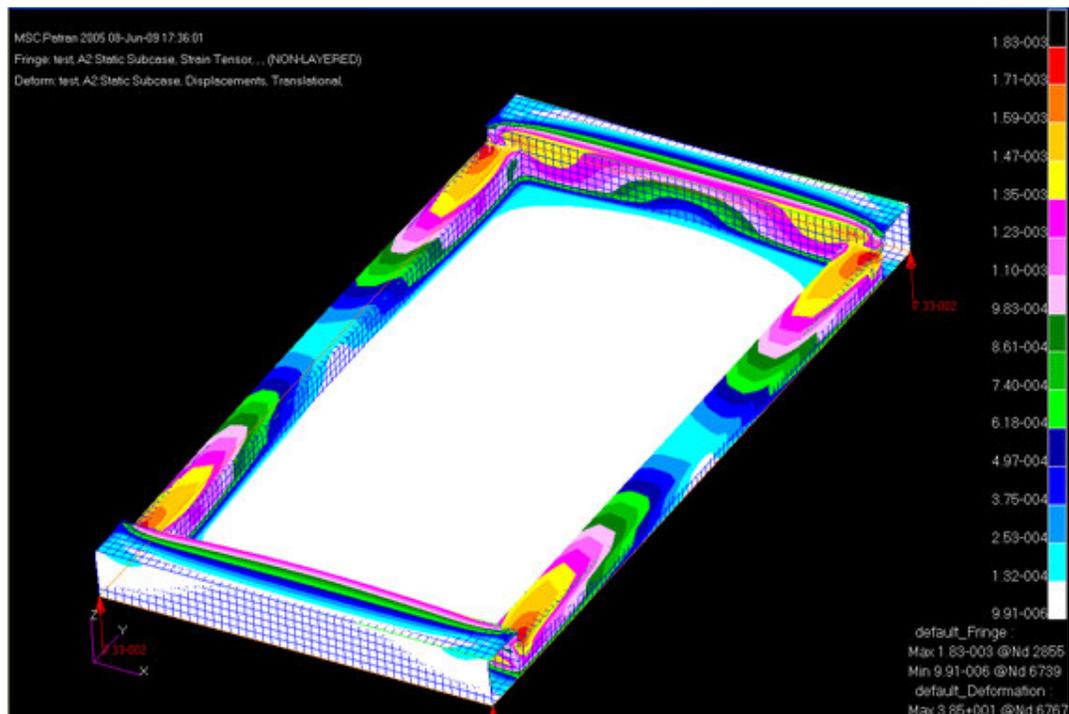


Figura 6.1.5.2 - Deformazioni

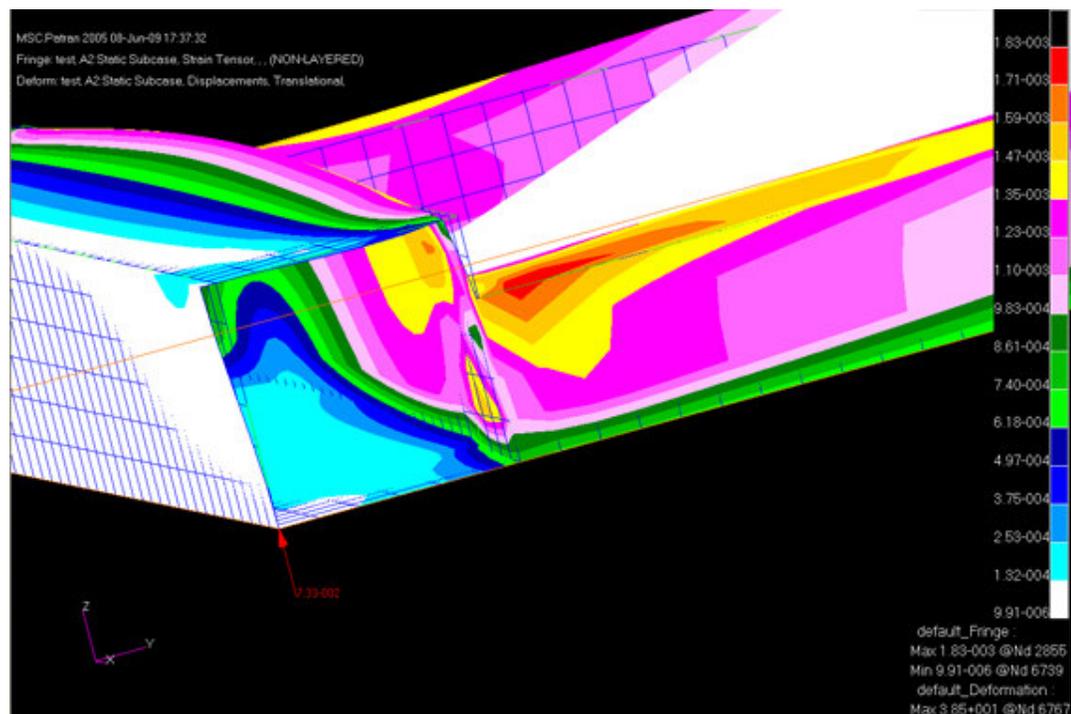


Figura 6.1.5.3 - Deformazioni – dettaglio strutture

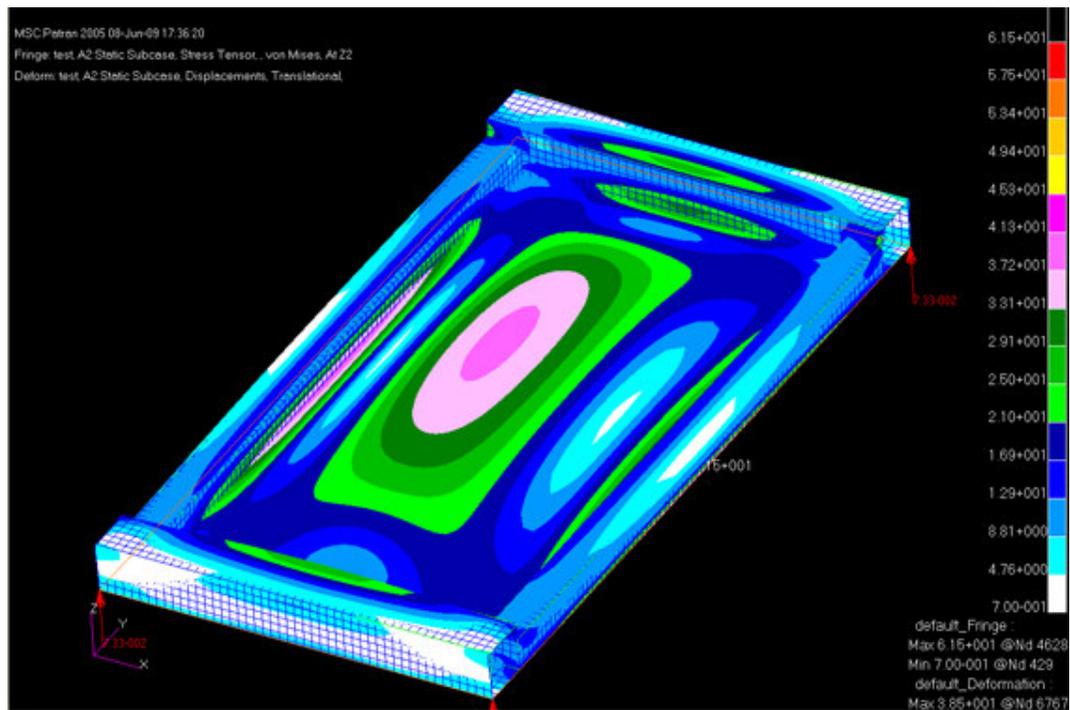


Figura 6.1.5.4 - Tensioni

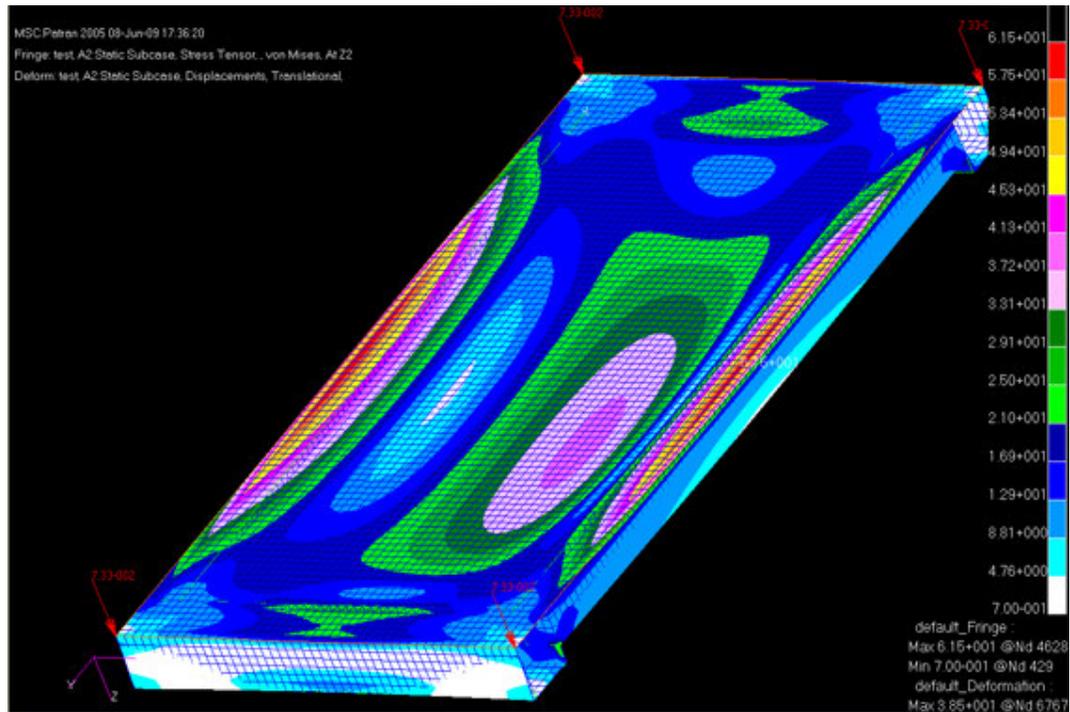


Figura 6.1.5.5 - Tensioni – dettaglio del fondo

6.1.6 2000_20_30

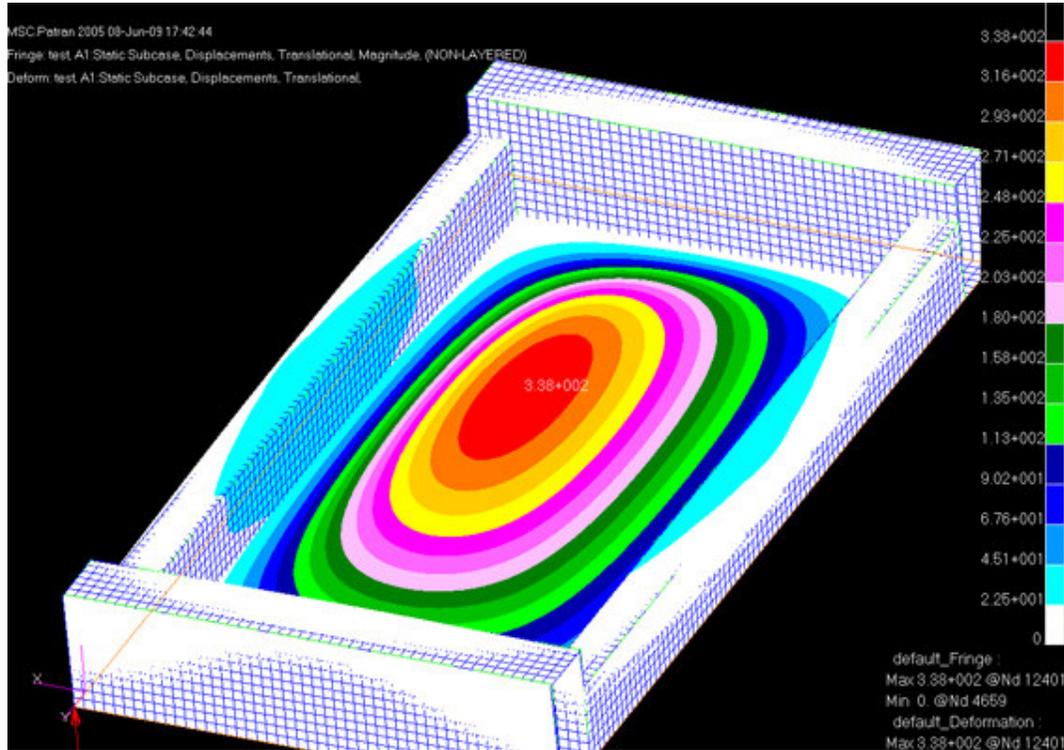


Figura 6.1.6.1 - Spostamenti

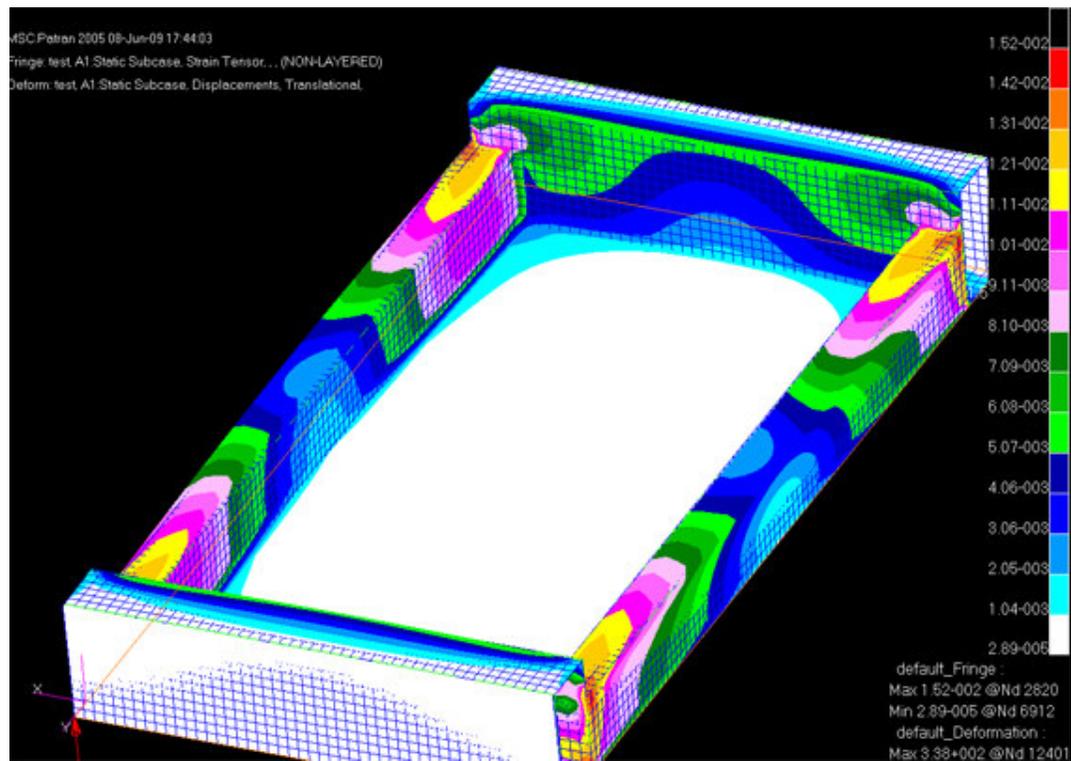


Figura 6.1.6.2 - Deformazioni

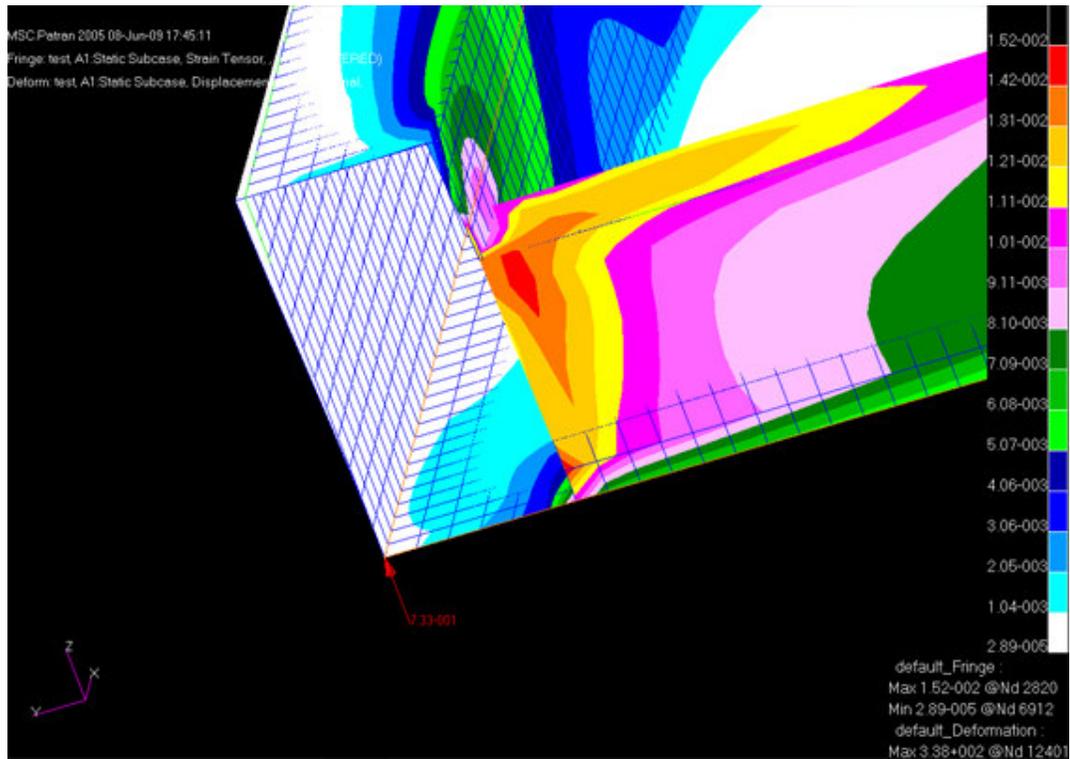


Figura 6.1.6.3 - Deformazioni – dettaglio accoppiamento strutture

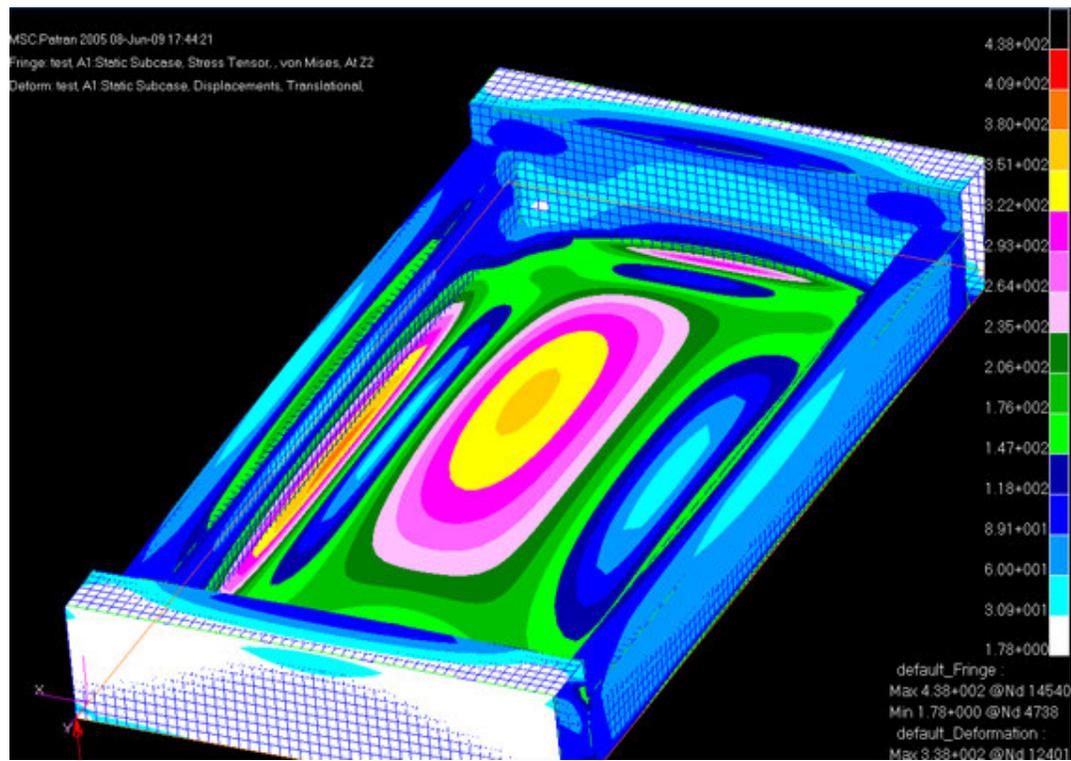


Figura 6.1.6.4 - Tensioni

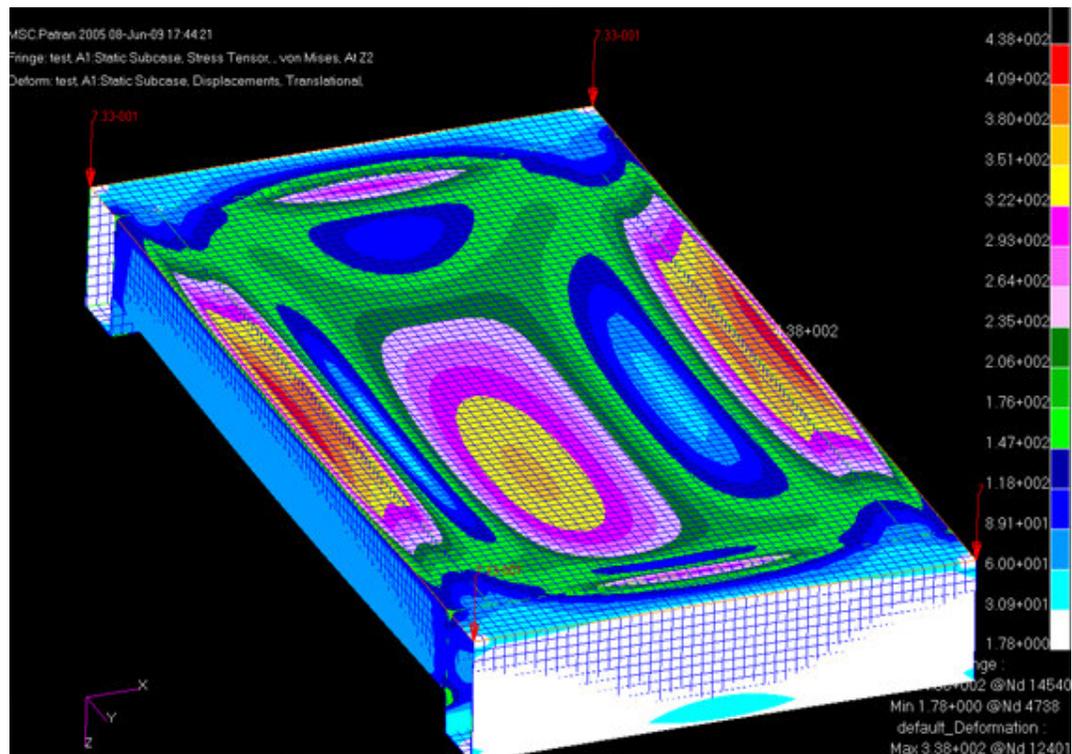


Figura 6.1.6.5 - Tensioni - vista dal fondo

6.2 Test con modulo di elasticità pesato

6.2.1 Modello 750_15_20

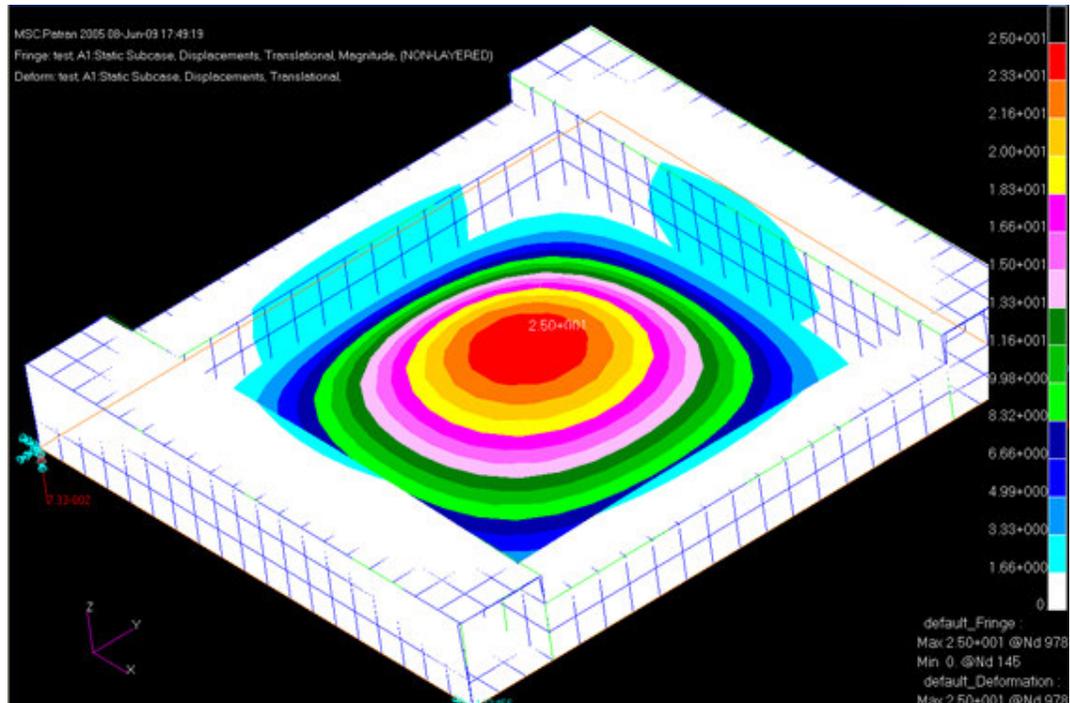


Figura 6.2.1.1 - Spostamenti

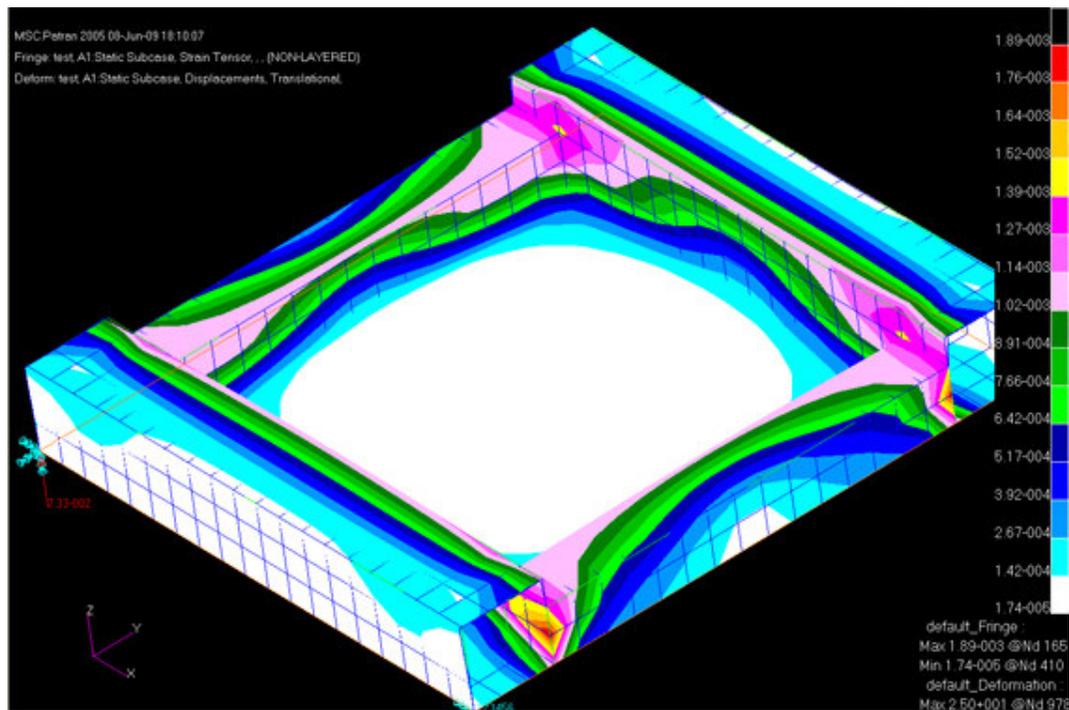


Figura 6.2.1.2 - Deformazioni

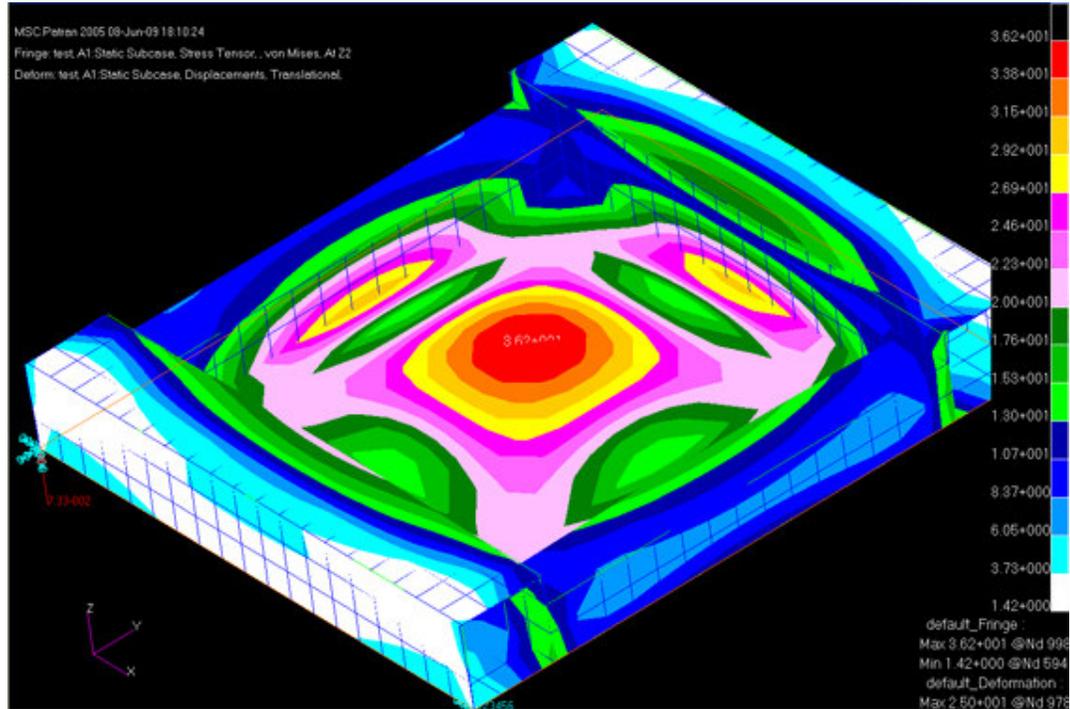


Figura 6.2.1.3 - Tensioni

6.2.2 Modello 750_20_30

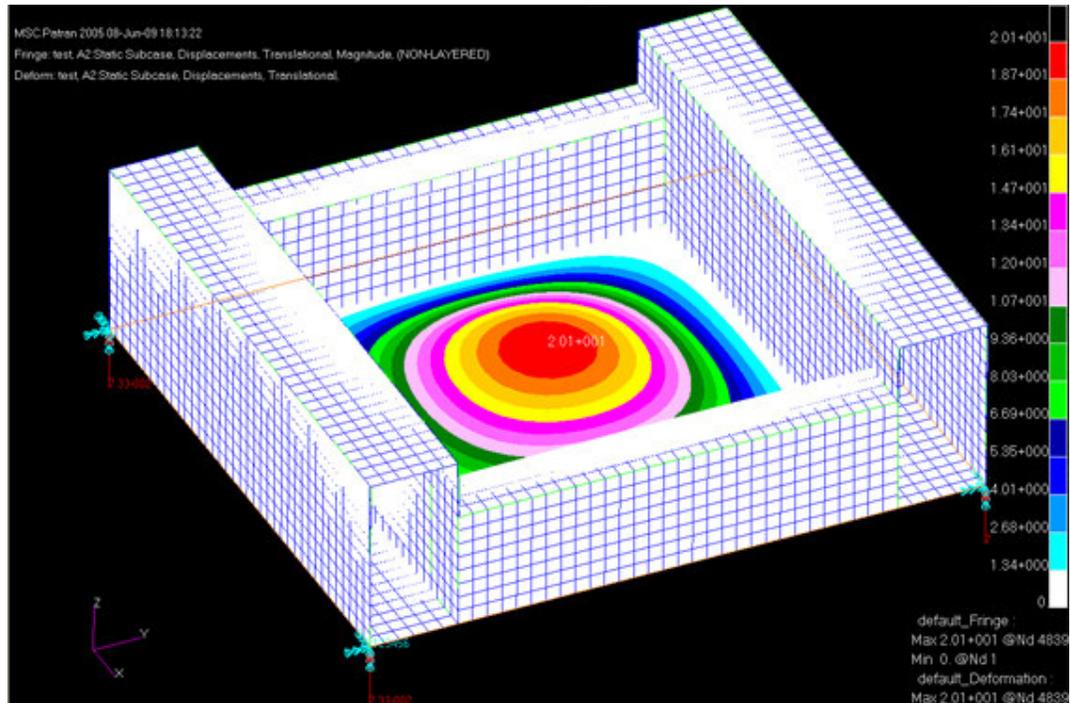


Figura 6.2.2.1 - Spostamenti

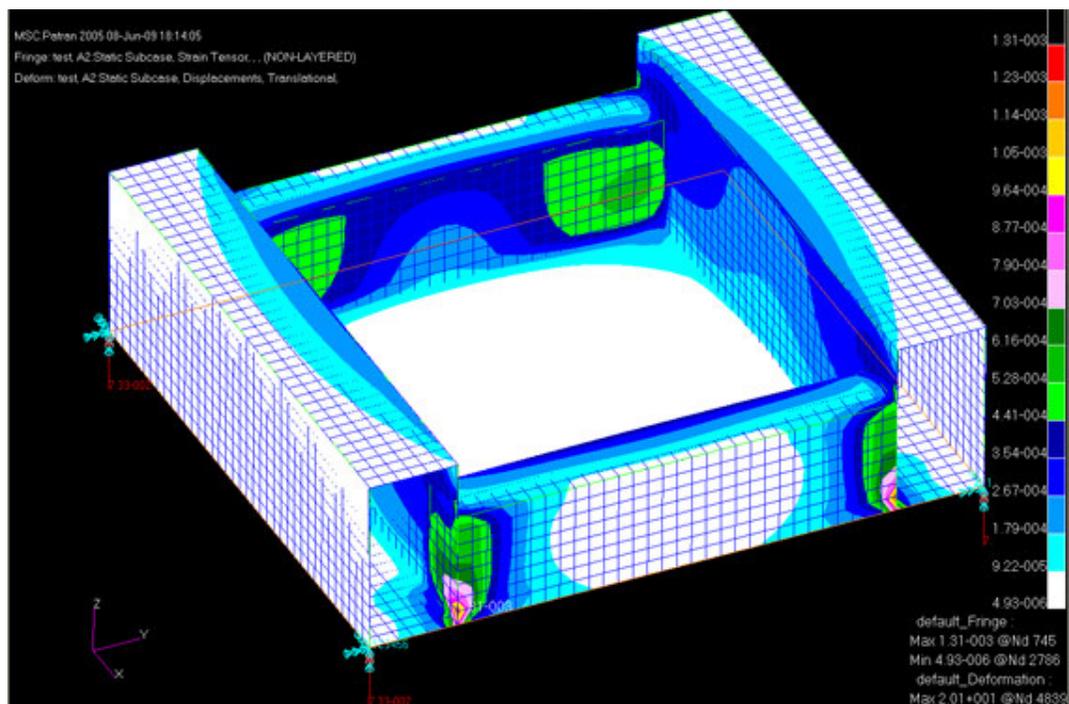


Figura 6.2.2.2 - Deformazioni

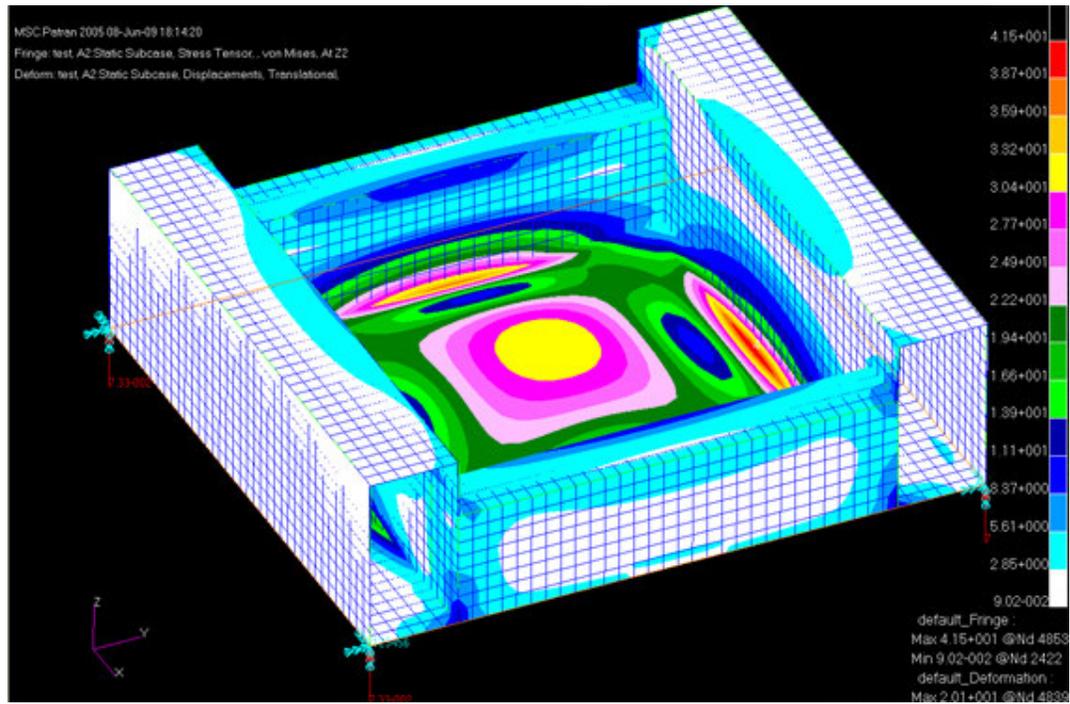


Figura 6.2.2.3 - Tensioni

6.2.3 Modello 1000_10_15

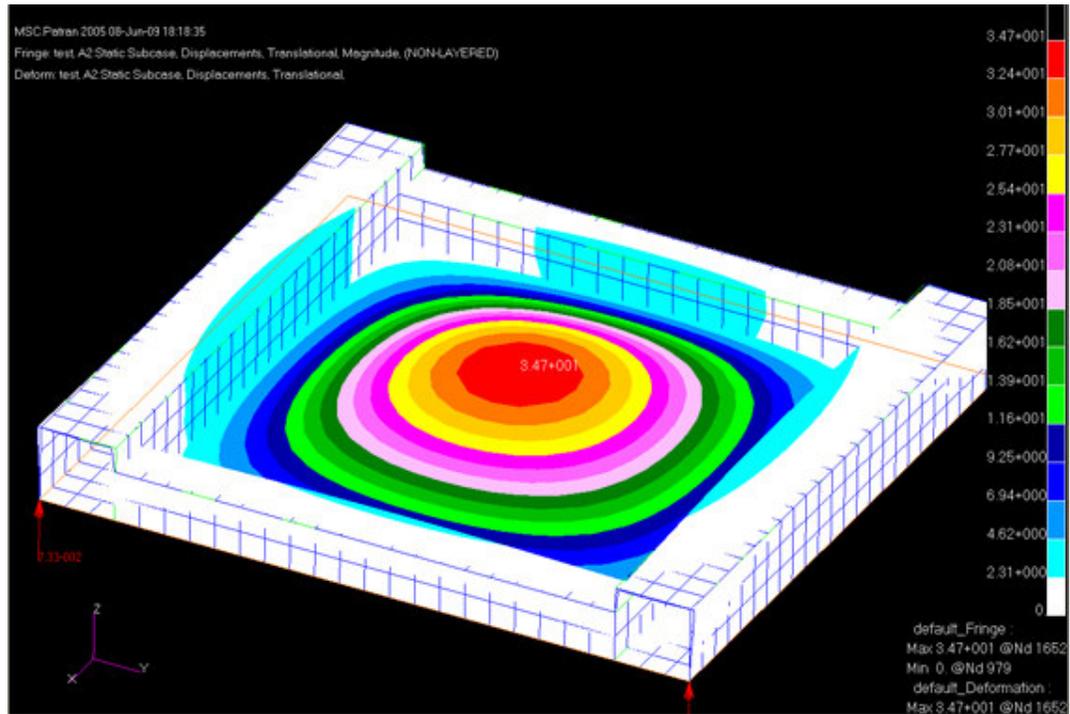


Figura 6.2.3.1 - Spostamenti

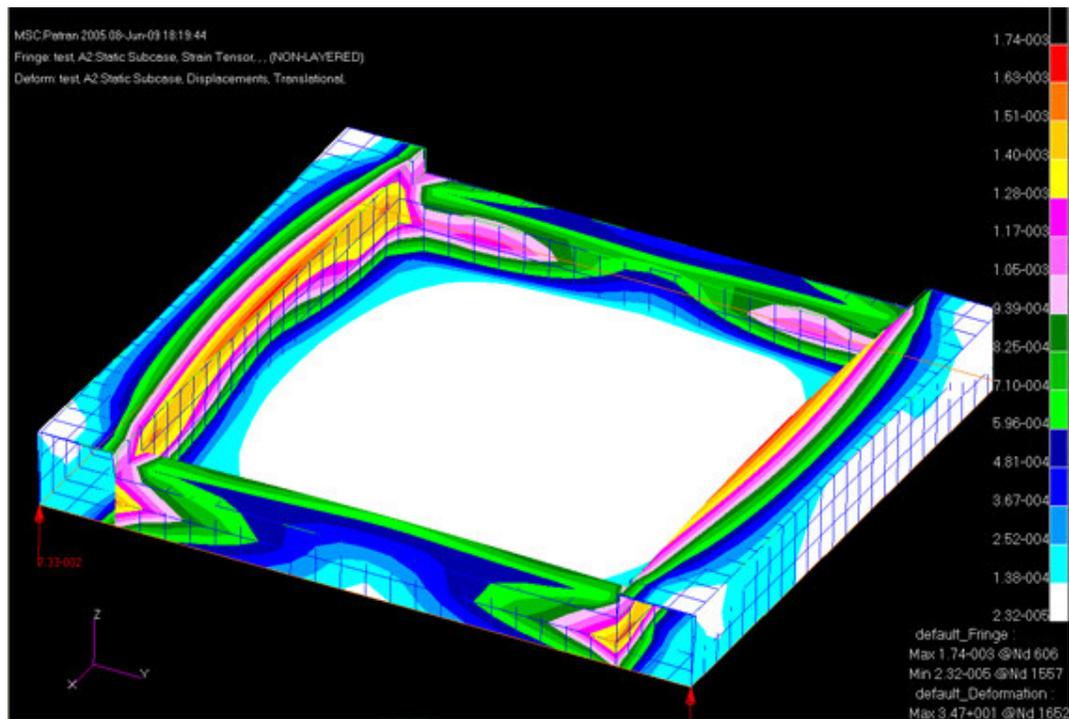


Figura 6.2.3.2 - Deformazioni

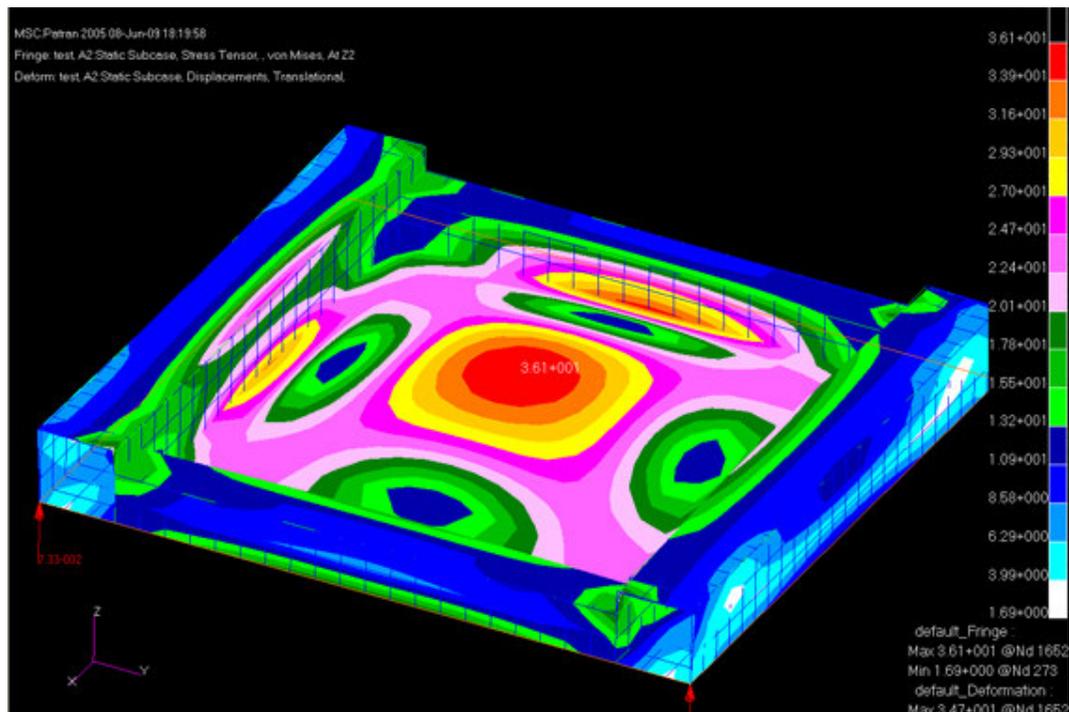


Figura 6.2.3.3 - Tensioni

6.2.4. Modello 1000_20_30

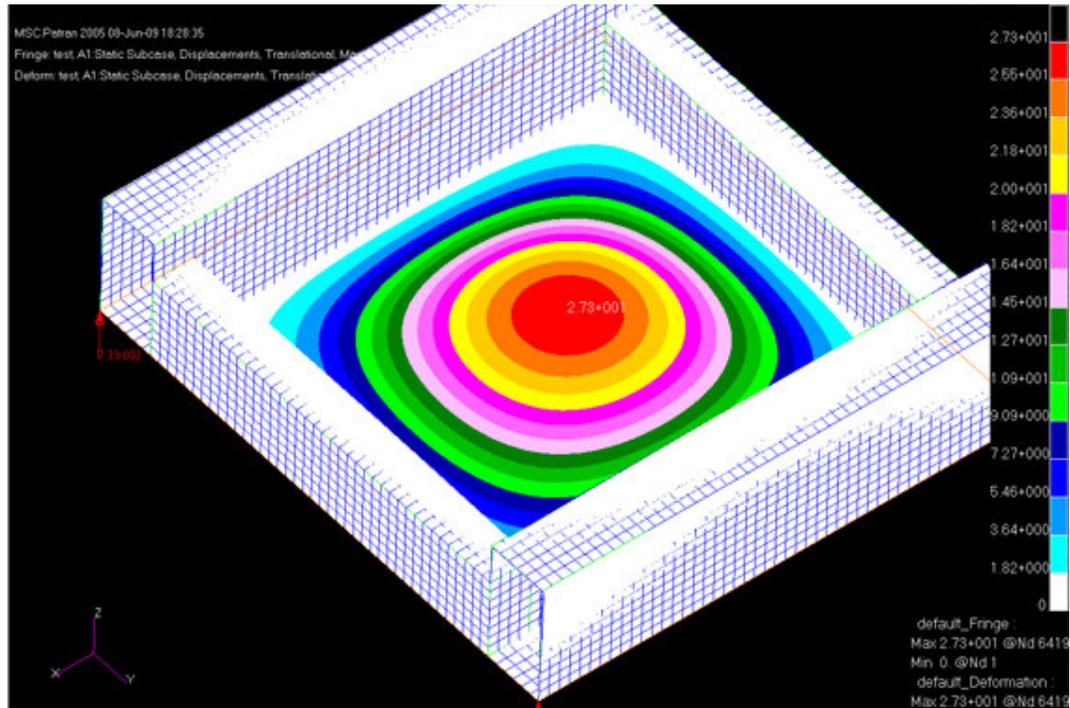


Figura 6.2.4.1 - Spostamenti

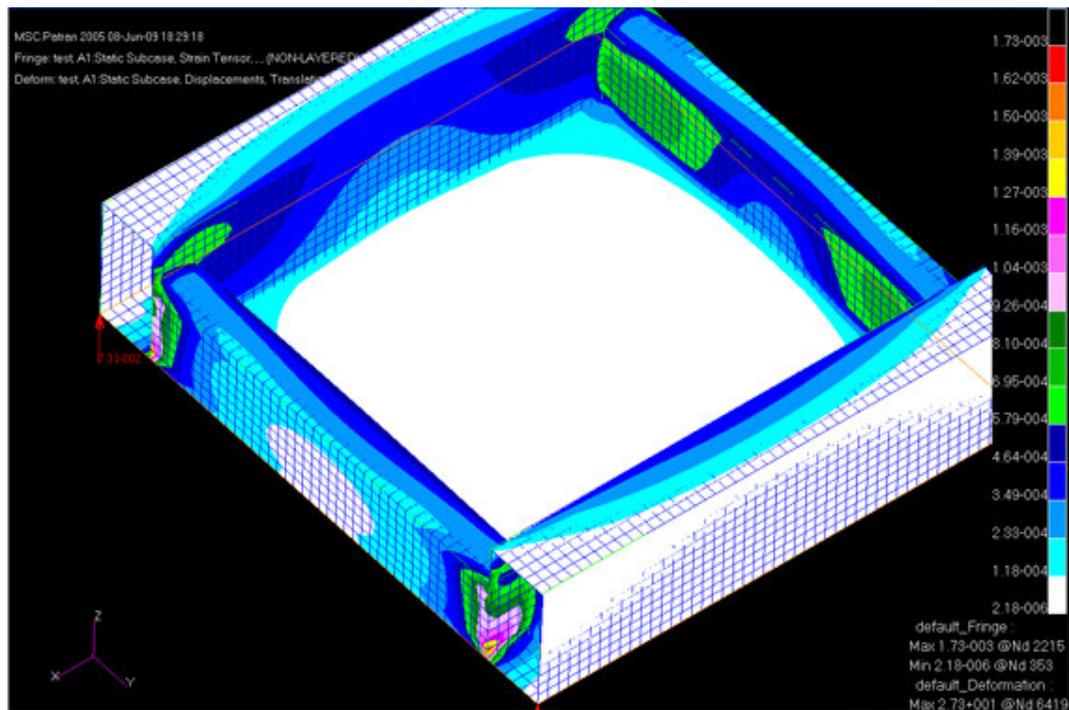


Figura 6.2.4.2 - Deformazioni

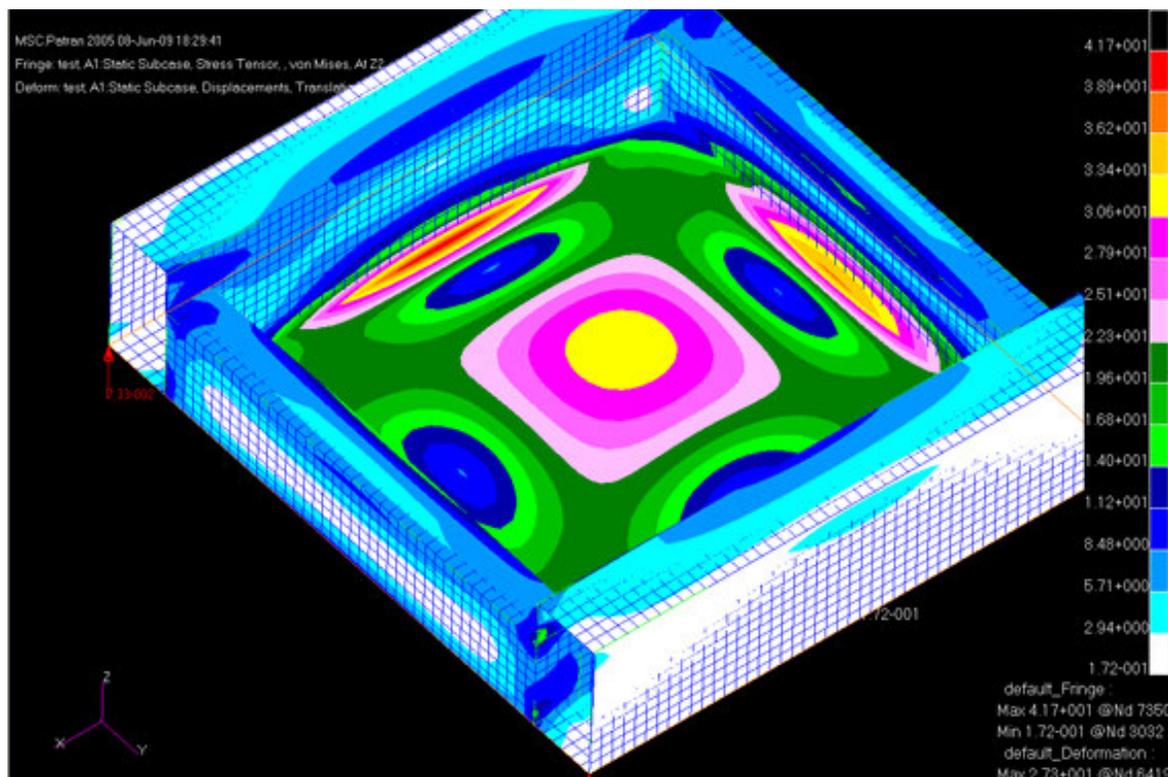


Figura 6.2.4.3 - Tensioni

6.2.5. Modello 2000_10_15

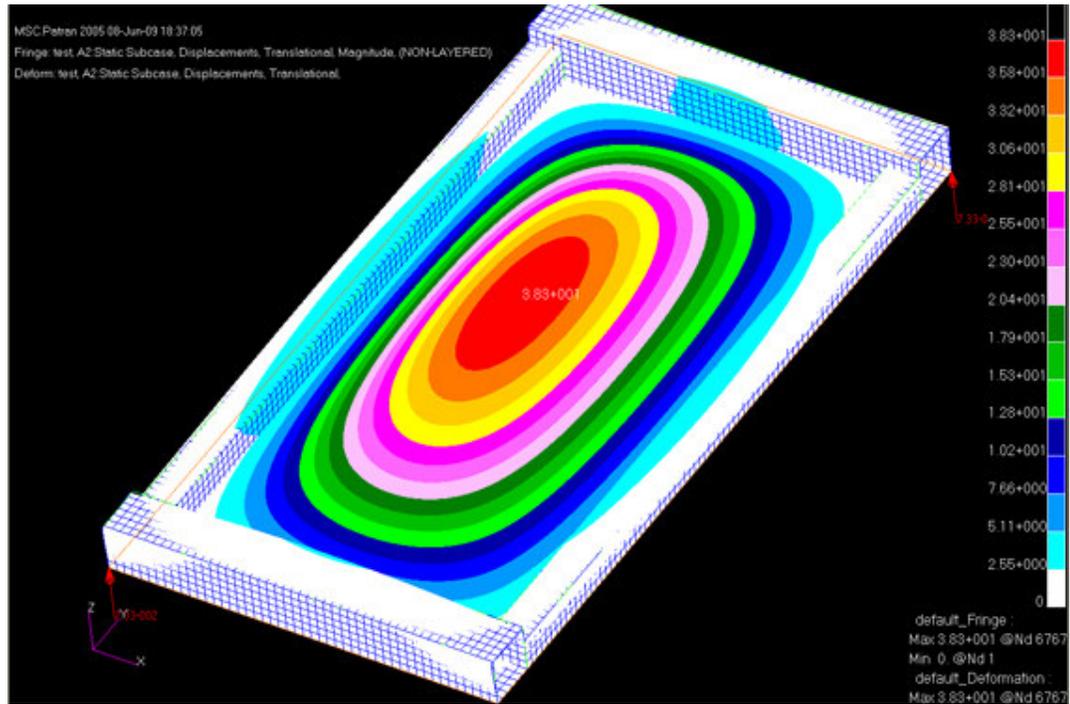


Figura 6.2.5.1 - Spostamenti

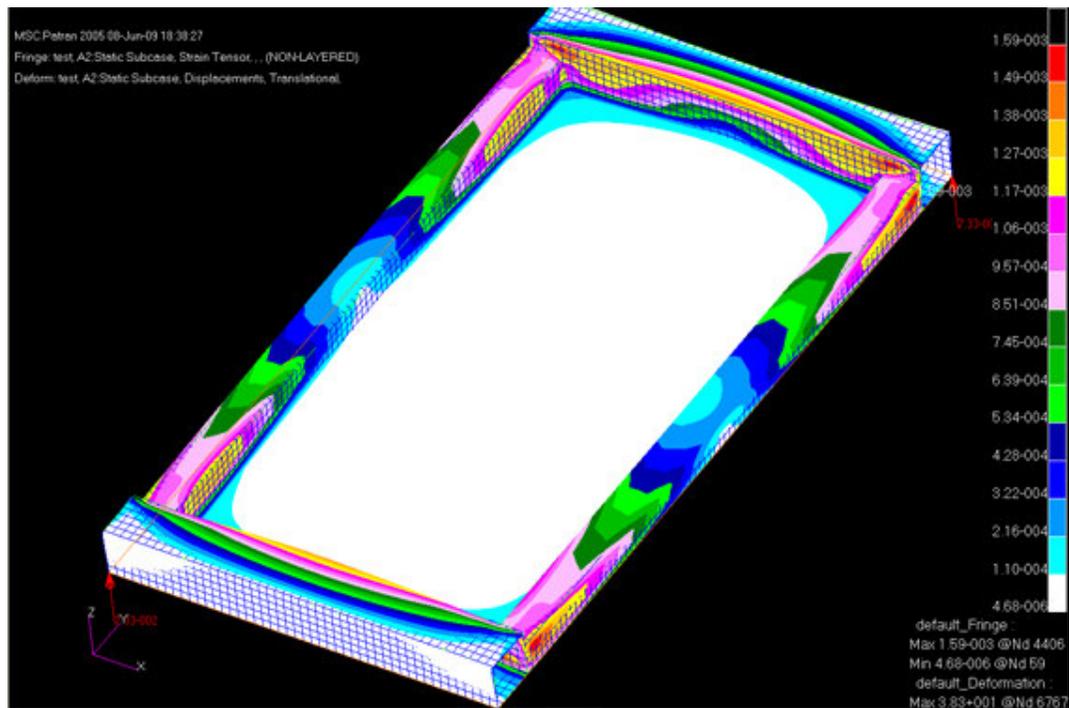


Figura 6.2.5.2 -Deformazioni

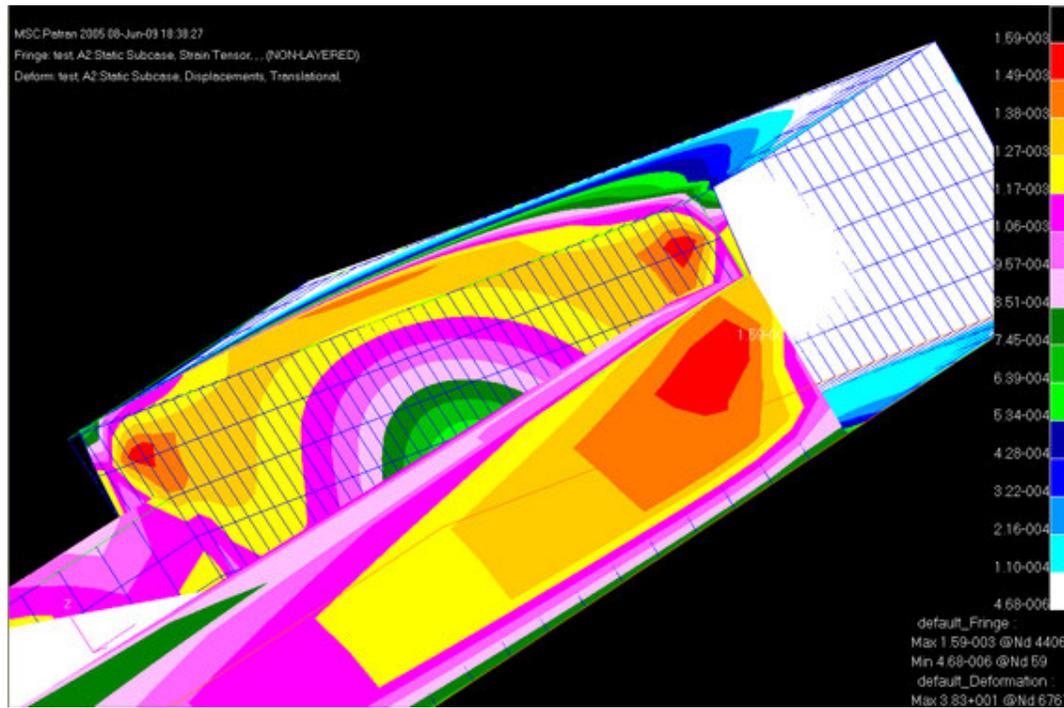


Figura 6.2.5.3 - Deformazioni – dettaglio strutture

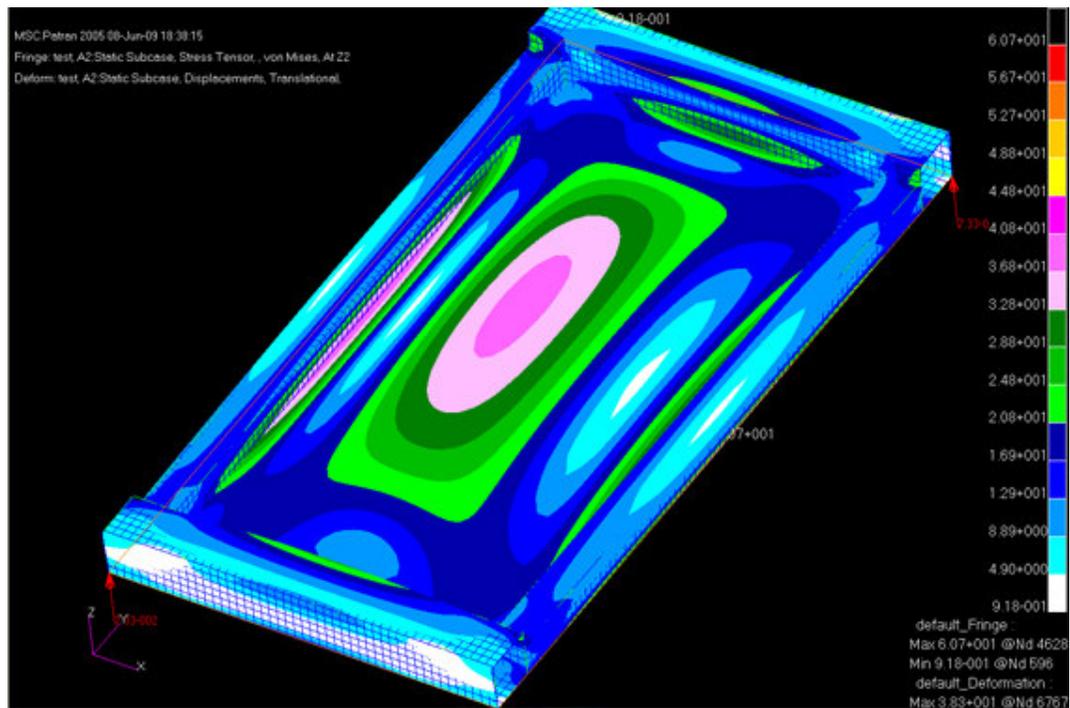


Figura 6.2.5.4 - Tensioni

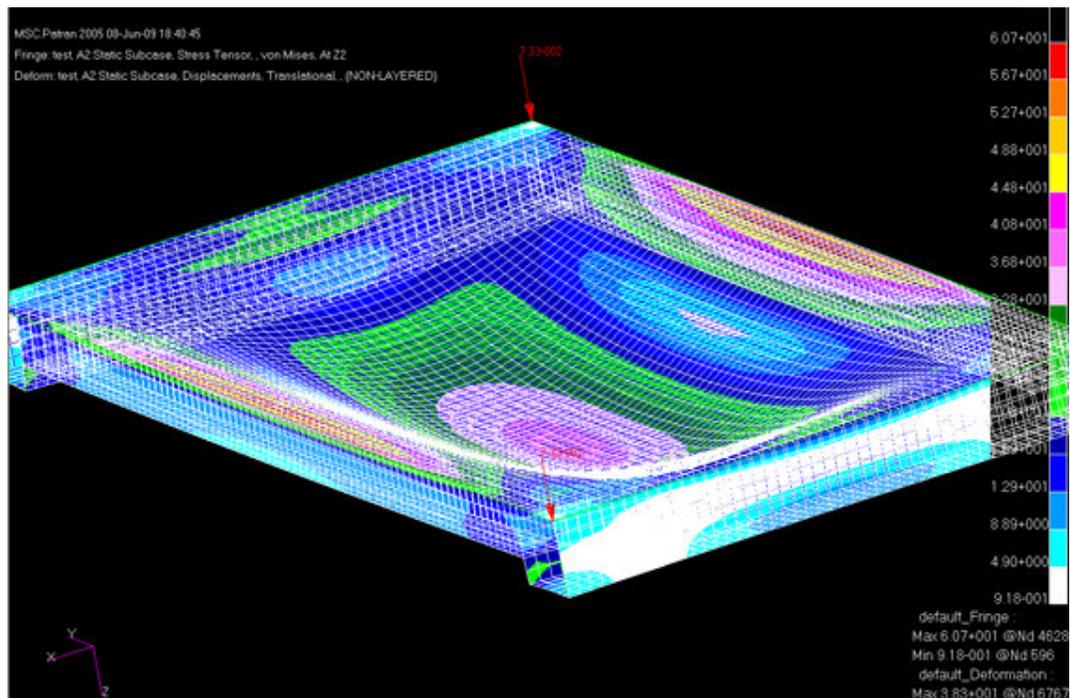


Figura 6.2.5.5 - Tensioni – dettaglio del fondo

6.2.6 Modello 2000_20_30

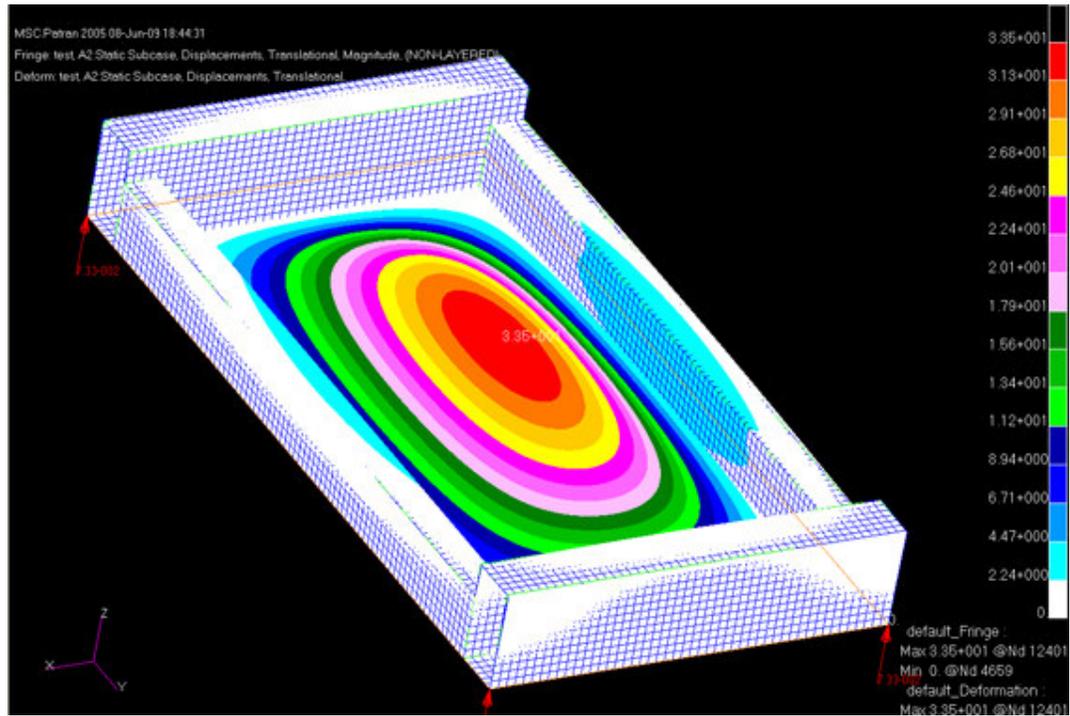


Figura 6.2.6.1 - Spostamenti

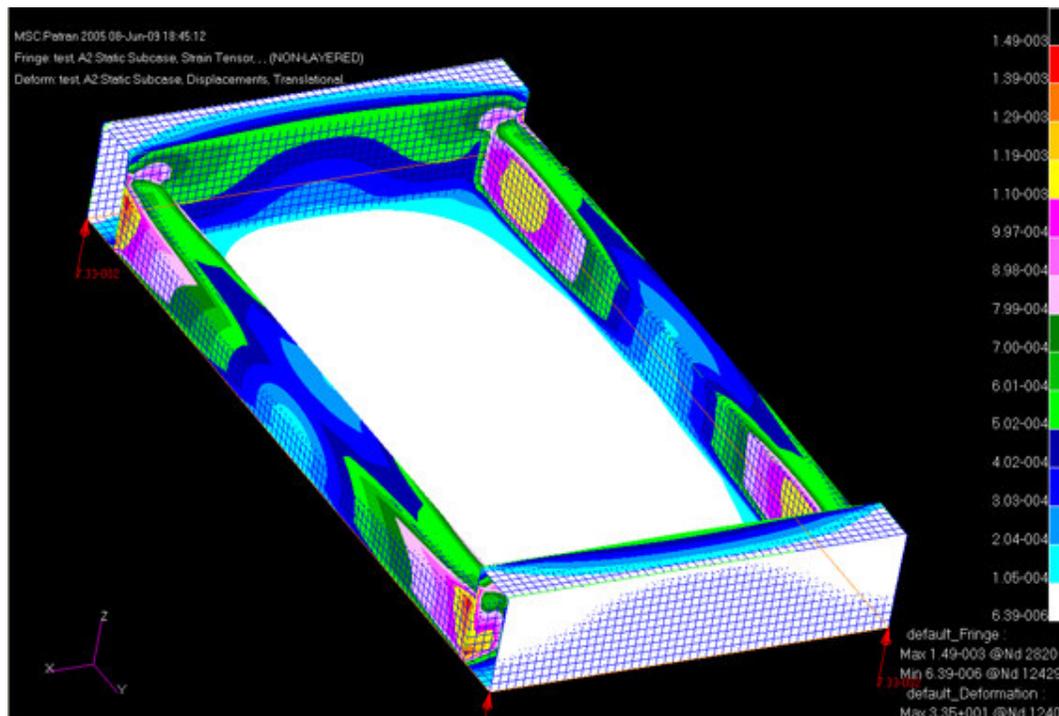


Figura 6.2.6.2 - Deformazioni

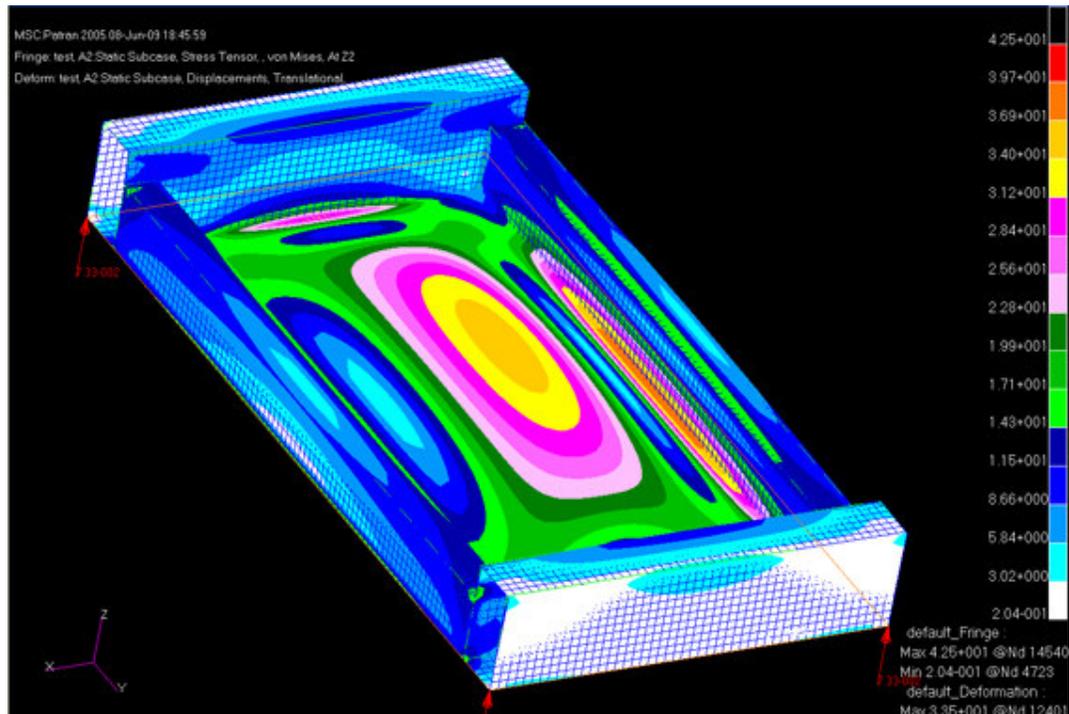


Figura 6.2.6.3 - Tensioni

6.3 Analisi dei risultati

Per analizzare i dati è possibile confrontare i valori delle tensioni raggiunte nei vari modelli con quelle massime calcolate in § 5.3. Appare subito evidente che utilizzando la metodologia di calcolo di § 5.3.1. il valore critico risulta essere σ_{ut2} per le piattabande delle strutture in quanto si tratta del valore più basso e di σ_{uc} per i pannelli e le anime delle strutture.

Nei modelli con pannelli 1000x1000 e con pannelli 2000x1000 si raggiungono tensioni pari al 50% della massime in corrispondenza dell'attacco tra strutture e pannelli. Si evidenzia pertanto una zona di incremento delle tensioni locali dovute da una parte al trasferimento delle tensioni indotte dalla pressione dal fondo alle strutture e dall'altra ai possibili aumenti di tensione dovute al fatto che il pannello è incastrato ai bordi.

Tuttavia è opportuno fare alcune altre considerazioni.

Il valore della tensione che Nastran fornisce in output è il valore di calcolo secondo il criterio di Von Mises. Secondo tale criterio, lo snervamento del materiale viene raggiunto quando l'energia di deformazione *distorcente* raggiunge un valore limite, intendendo per energia di deformazione distorcente di un corpo l'aliquota dell'energia di deformazione elastica legata a variazione di forma (la deformazione distorcente) ma non di volume del corpo ed è applicabile a materiali a materiali duttili (è quindi un criterio di snervamento), isotropi, con uguale resistenza a trazione e a compressione. Nel caso specifico il criterio ha poca applicabilità ma fornisce ugualmente un parametro di valutazione seppur approssimativo ma potrebbe comunque indurre a degli errori di calcolo del modello.

Inoltre è da considerare che il calcolo delle caratteristiche meccaniche che assimila il materiale ad un unidirezionale ha poco riscontro reale anche in virtù di quanto sopra esposto. Infatti l'aliquota di materiale biassiale presente nel composito spinge il materiale ad avere un comportamento meccanico simmetrico in entrambe le direzioni e, quindi, ad avere un comportamento più isotropo.

Pertanto saranno analizzate con maggior dettaglio le prove svolte in § 6.2.

Analizzando queste ultime prove, il massimo valore di tensione raggiunto nel modello 2000_15_20 è di 60.7 N/mm^2 , mentre il minimo tra i valori massimi ammissibile è di 105 N/mm^2 per σ_{ut2} per le piattabande delle strutture e di 132 N/mm^2 per la σ_{uc} del pannello del fondo e delle anime delle strutture. La situazione che si presenta è pertanto simili a quella descritta per i precedenti test, tuttavia è opportuno osservare che in questo caso il valore della tensione massima è minore di quella registrata nel precedente test (61.5 N/mm^2). Siccome le condizioni di prova sono le stesse, appare evidente che il cambio del materiale influisce significativamente sulla distribuzione delle tensioni e sul valore massimo. Infatti nel secondo caso le strutture sono maggiormente interessate da livelli di tensione più alti rispetto al primo test e collaborano in maniera più attiva limitando i valori di tensione del pannello.

Relativamente al problema locale nella giunzione tra struttura e pannello è possibile ipotizzare che il materiale possa resistere, ma andrebbe condotta un'analisi locale per

verificare la resistenza dei singoli strati andando a valutare le tensioni nelle loro singole direzioni e non secondo un criterio che fornisce una tensione complessiva; questo tipo di verifica sarà effettuata in successivi test.

Inoltre occorrerebbe dimensionare la fascettatura secondo il valore di tensione ottenuto.

7. Analisi dei risultati per pannelli multipli

7.1 Definizione del modello di test

Al fine di valutare l'importanza che hanno le condizioni vincolari di incastro del pannello nei riguardi delle tensioni generate tra le strutture ed il fondo, è stato approntato un test realizzato attraverso l'unione di quattro moduli elementari del pannello 2000_20_30. In questo modo si è realizzato un telaio dalle dimensioni 4000x2000 con tre correnti e tre madieri. In questo modo il madiere centrale è vincolato ai soli estremi ed i correnti centrali da una parte scaricano sul madiere centrale e dall'altra hanno un incastra al bordo.

7.2 Run del file

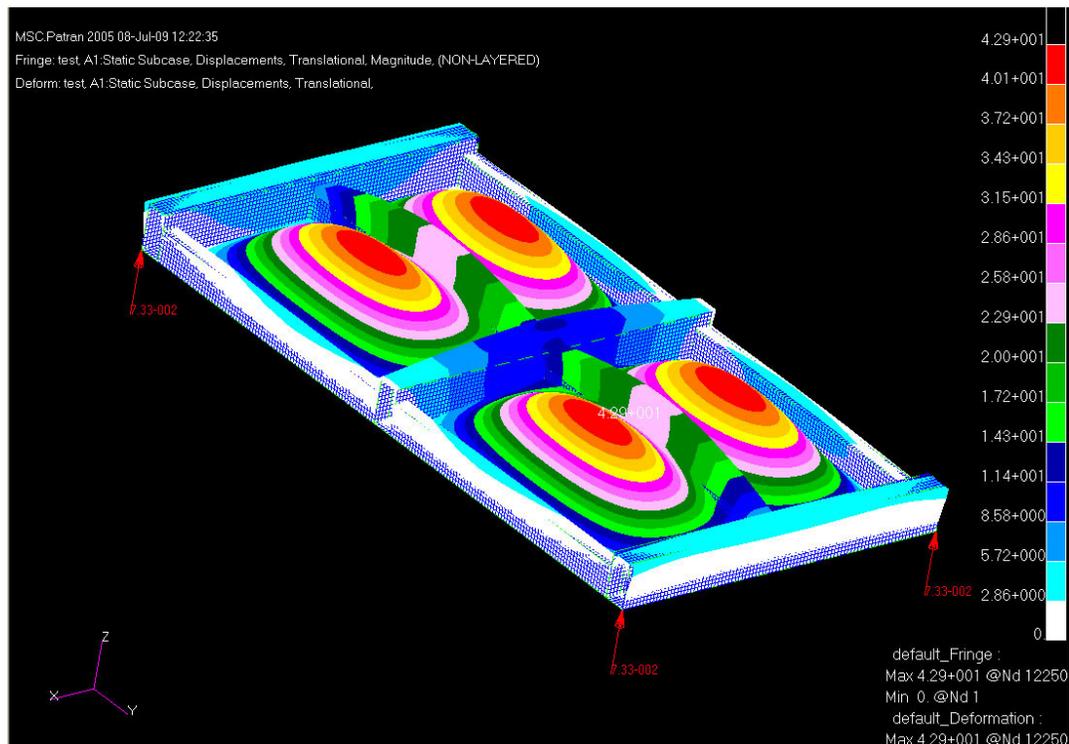


Figura 7.2.1 - Spostamenti

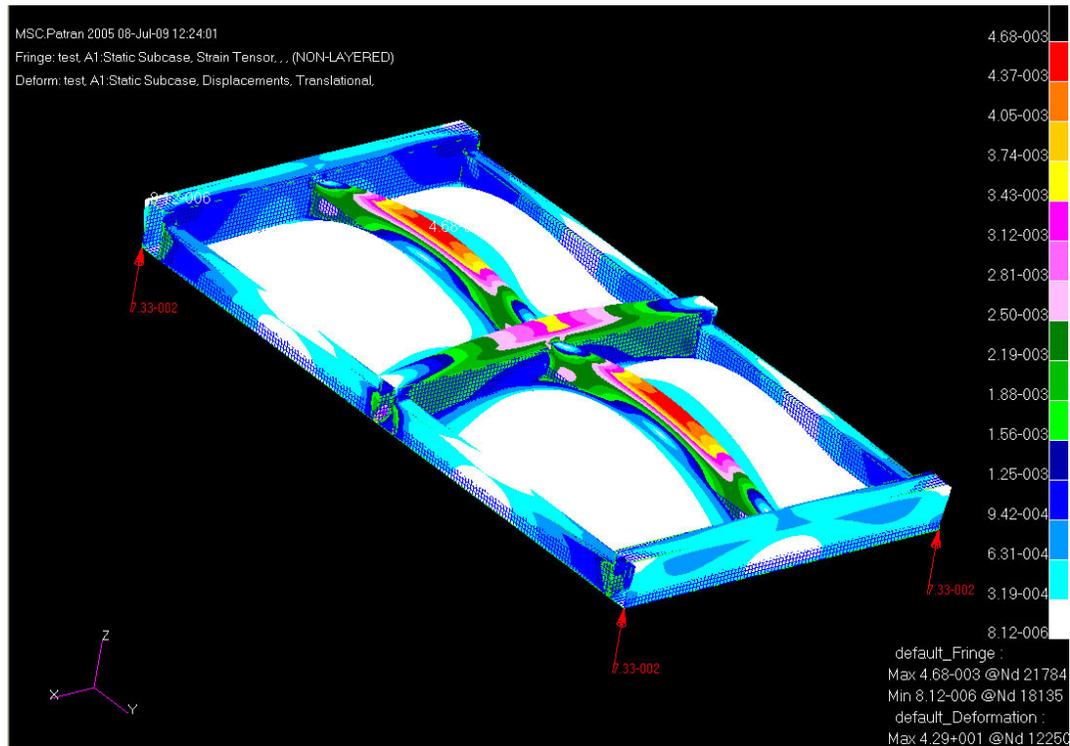


Figura 7.2.2 -Deformazioni

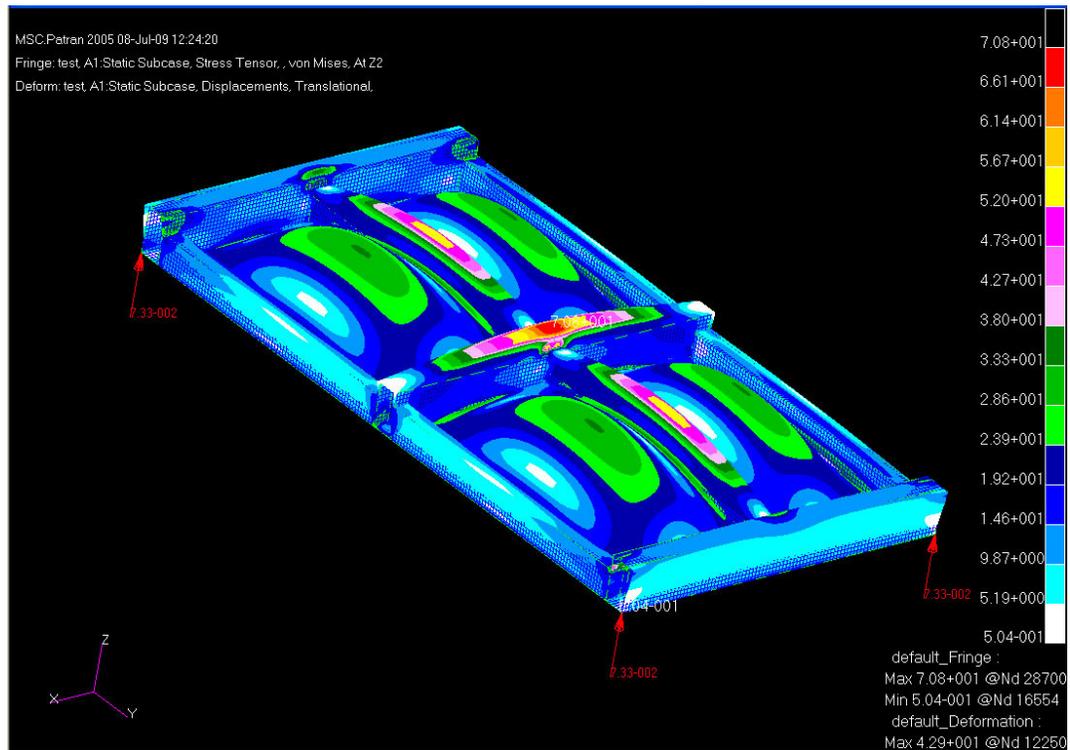


Figura 7.2.3 -Tensioni

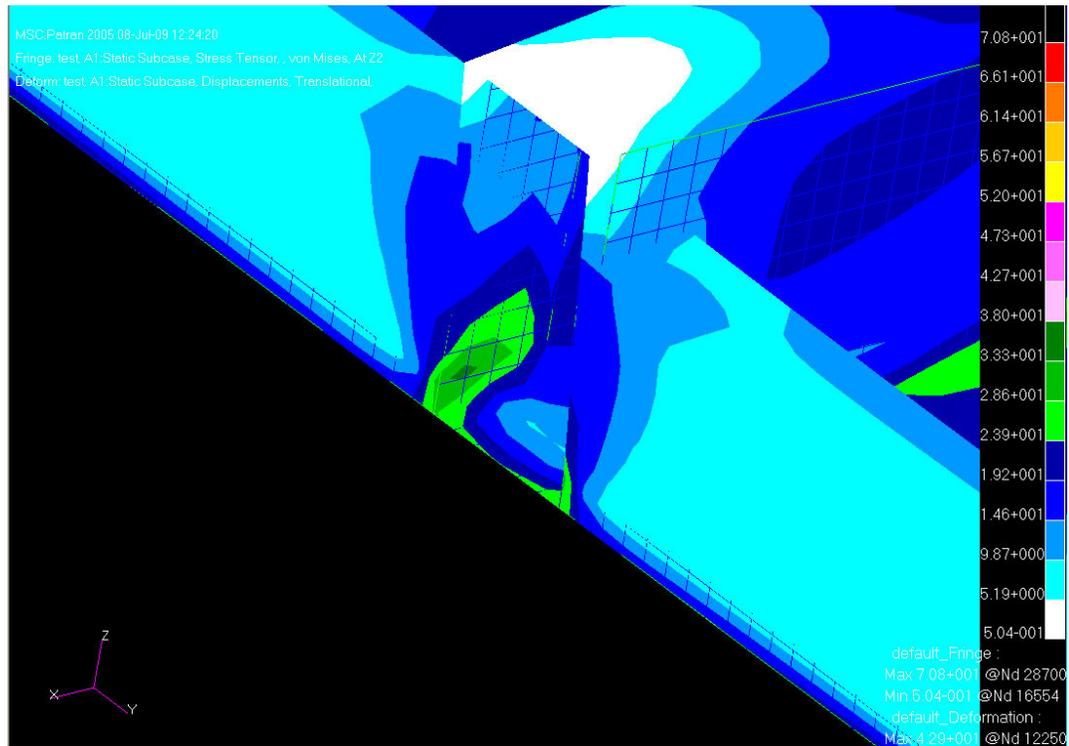


Figura 7.2.4 -Tensioni - dettaglio

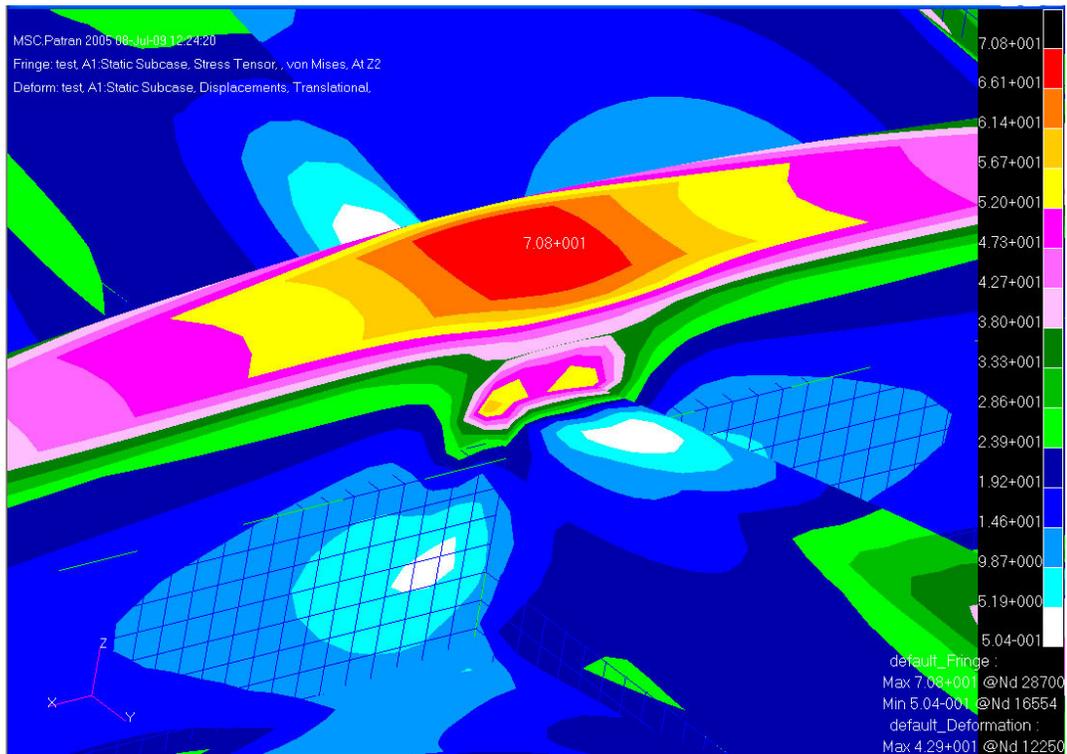


Figura 7.2.5 -Tensioni - dettaglio

7.3 Analisi dei risultati

Lo spostamento che si raggiunge circa al centro di ogni pannello (42.9) è maggiore di quello che si riscontra nel modello singolo (33.5); questo è ovviamente dovuto al fatto che oltre alla deformazione locale del singolo pannello c'è la deformazione globale della struttura. Inoltre si evidenzia, come c'è da aspettarsi, che il massimo della deformazione di ogni modulo non è più al centro del pannello ma un po' spostato verso il centro del modello.

La deformazione del madiere centrale e del corrente centrale che non sono vincolate ai bordi ma solo alle estremità sono completamente differenti dalle deformazioni delle altre strutture. Risultano infatti delle deformate naturali ed in linea con i criteri previsti in fase progettuale: i pannelli si deformano congiuntamente ai correnti i quali scaricano

a loro volta sul madiere. A supportare quanto detto è sufficiente seguire la colorazione rosa per evidenziare la dualità corrente fondo e le colorazioni differenti del corrente vincolato al madiere deformato ed ad uno dei due indeformati.

Lo stato tensionale che Nastran mostra è assolutamente in linea con le considerazioni fatte rispetto alle deformazioni. Le tensioni maggiori si sviluppano sulla piattabanda del madiere dove si raggiungono valori di 70.8 N/mm^2 , mentre sui correnti si raggiungono valori di $56,7 \text{ N/mm}^2$. Anche in questo caso occorre tenere a mente che i valori riportati sono secondo il criterio di Von Mises ma l'andamento dello stato tensionale sembra essere quasi monoassiale per le strutture. Rispetto ai modelli del test precedente le tensioni elevate in corrispondenza della giunzione fondo strutture sono diminuite in relazione alla "capacità" di deformazione che ha acquisito la struttura.

Punti di criticità restano in corrispondenza del vincolo di incastro per le il madiere centrale e in corrispondenza dell'accoppiamento madiere centrale e corrente centrale. Nel primo caso possiamo ritenere questa criticità frutto del solo vincolo che non corrisponde a realtà. Per il secondo punto occorrerà eseguire un corretto dimensionamento della fascettatura in modo da distribuire su una superficie quanto più ampia possibile le tensioni evitando sovraccarichi locali elevate e aprendo a ventaglio i tessuti unidirezionali della piattabanda in modo che anche loro possano scaricare le tensioni indipendentemente dai tessuti biassiali.

8. Analisi dei risultati per fondo a V

8.1 Definizione del modello di test

Per analizzare nella sua completezza il problema strutturale relativo alla progettazione secondo norma e quella fatta utilizzando il metodo degli elementi finiti è stato realizzato un modello FEM che riproduce un pezzo di fondo di un motoscafo cha va da paratia a paratia nel senso longitudinale e da murata a murata in senso trasversale.

E' stato scelto un angolo di rialzamento del fondo di 15° e relativamente alle strutture si è utilizzato il precedente modulo 2000_15_30.

Il sistema è stato vincolato tramite incastro al perimetro esterno del fondo e ai fini della norma il fondo a V di 15° può essere considerato come paramezzale centrale e quindi i madieri sono stati dimensionati con una campata di 3 metri.

8.2 Run del file

Le tensioni risultanti da questo *run* sono state misurate sia nello strato più esterno dei layer che in quello più interno. Inoltre sono state visualizzate sia le tensioni con il metodo di Von Mises che quelle reali secondo le direzioni x ed y del modello FEM

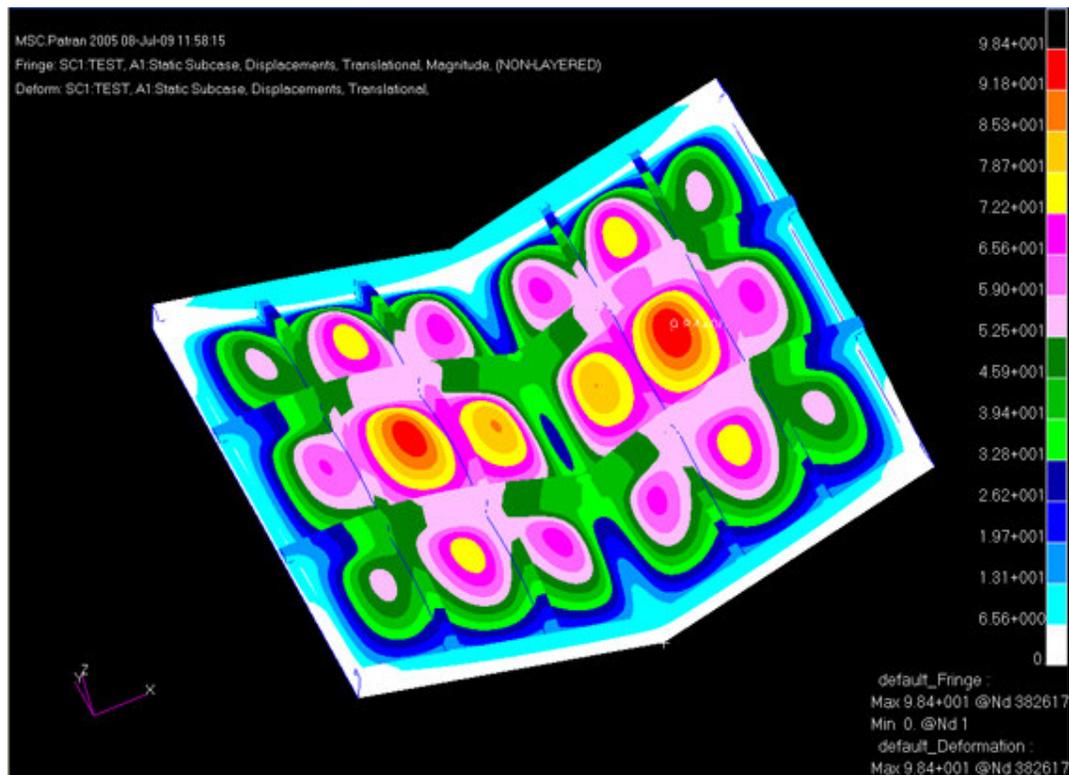


Figura 8.2.1 - Spostamenti

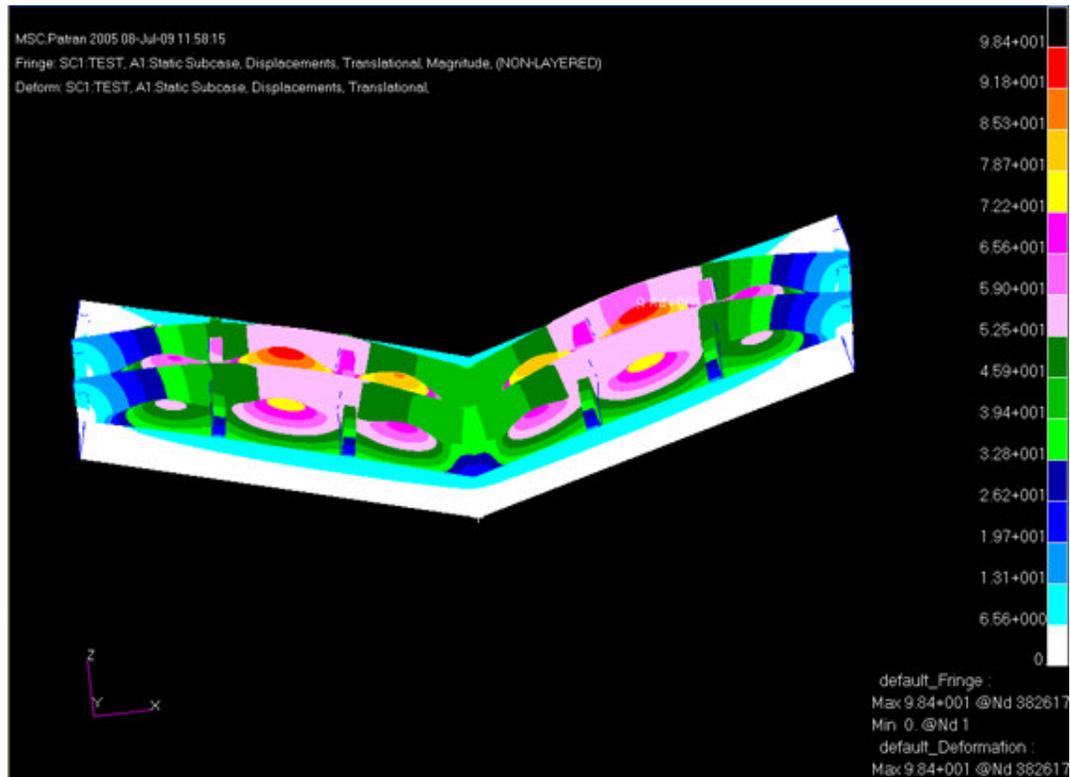


Figura 8.2.2- Spostamenti

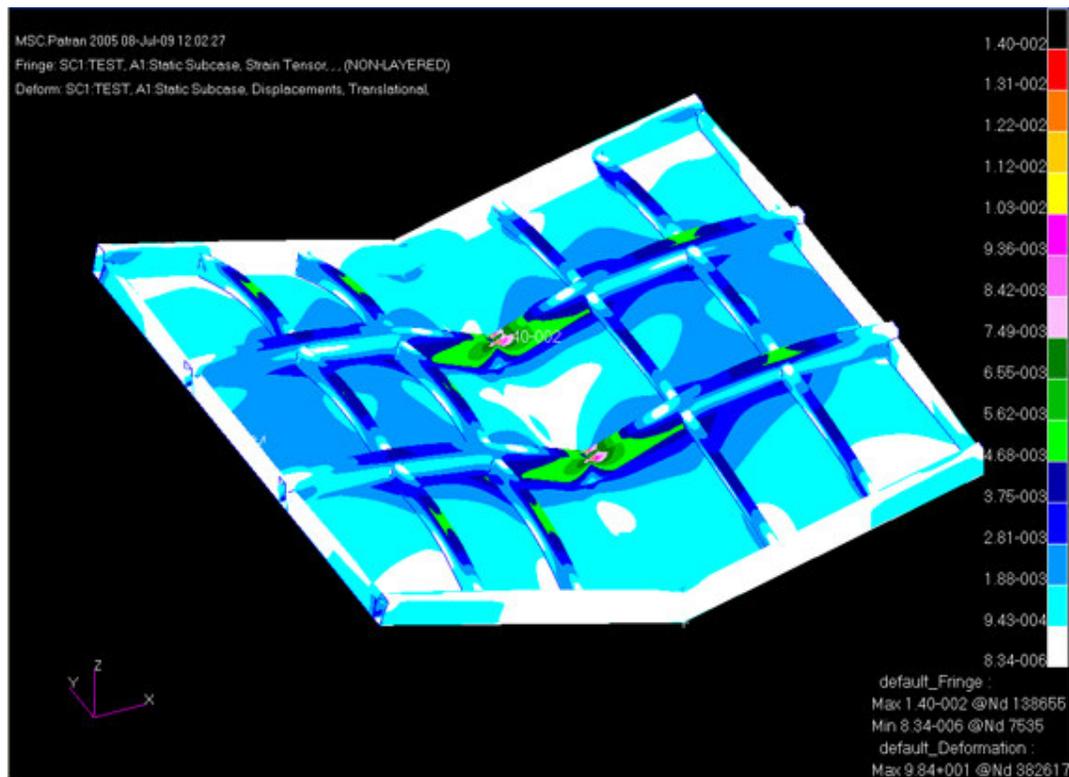


Figura 8.2.3 - Deformazioni

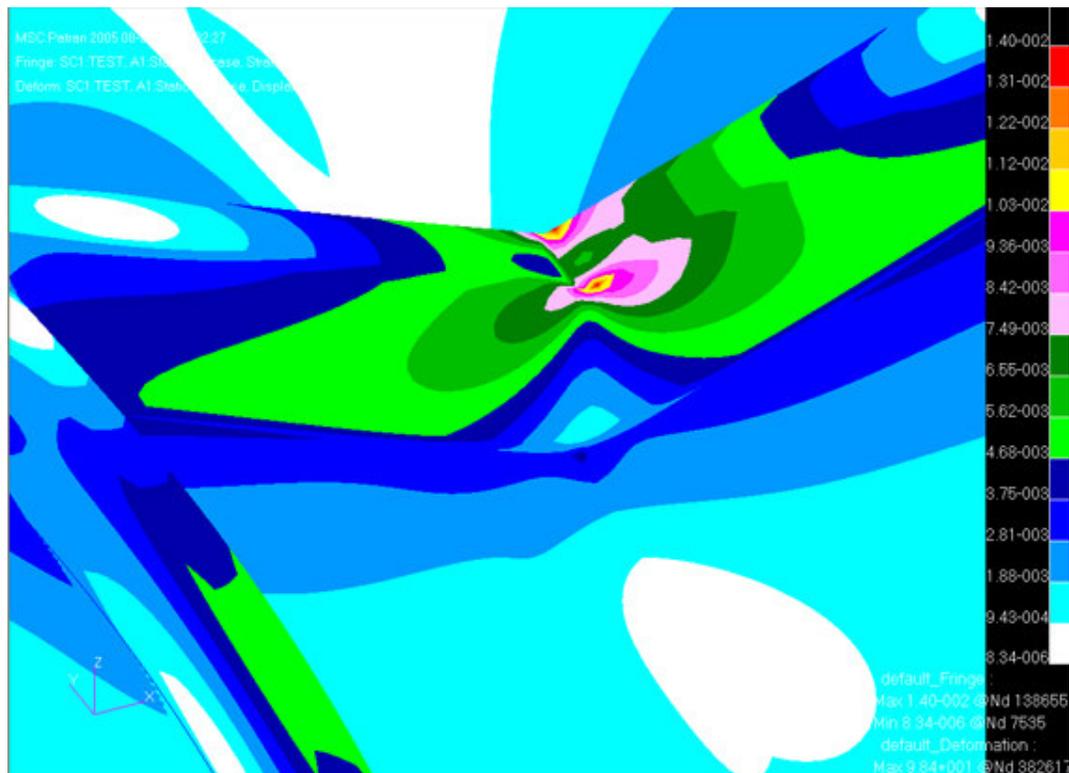


Figura 8.2.4 - Deformazioni – dettaglio piattabanda madieri @C.L.

8.2.1 Tensioni @ Z1

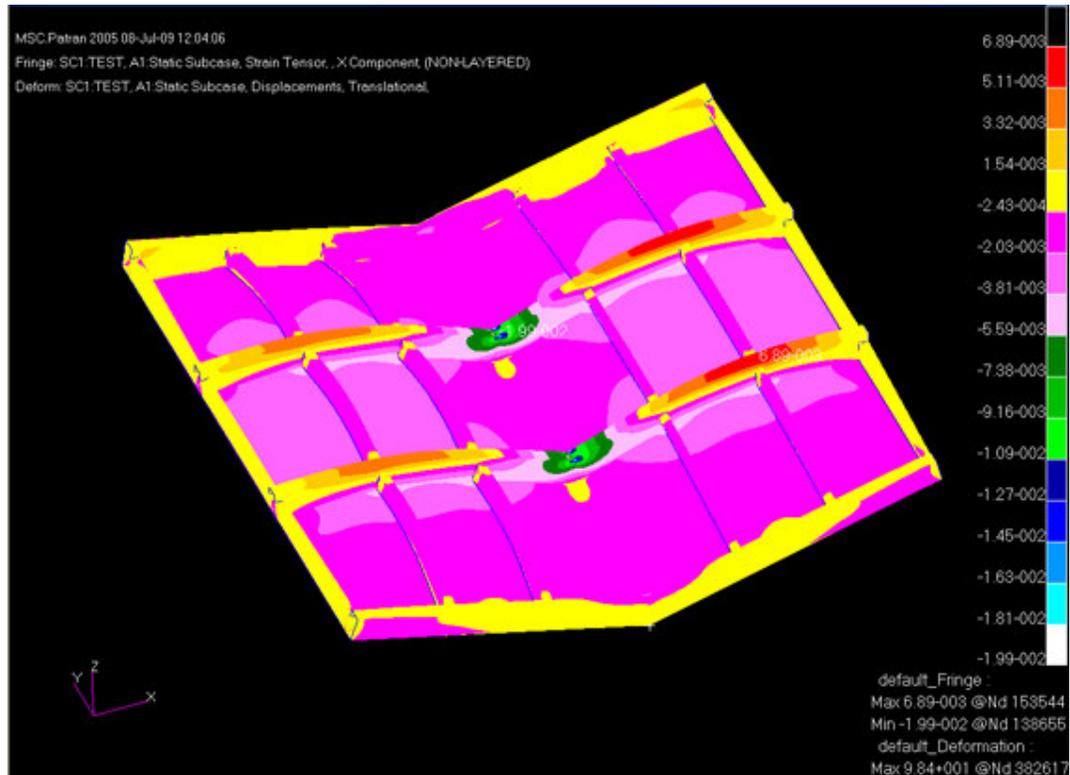


Figura 8.2.1.1 - Deformazioni – componente lungo X

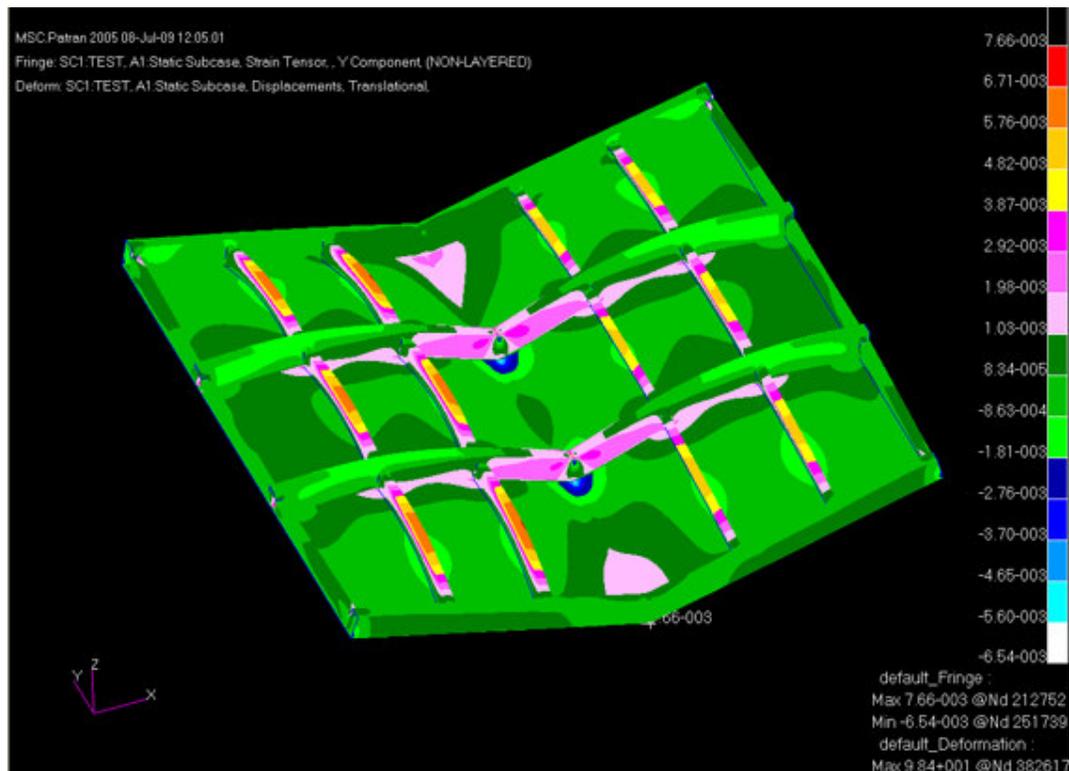


Figura 8.2.1.2 - Deformazioni – componente lungo Y

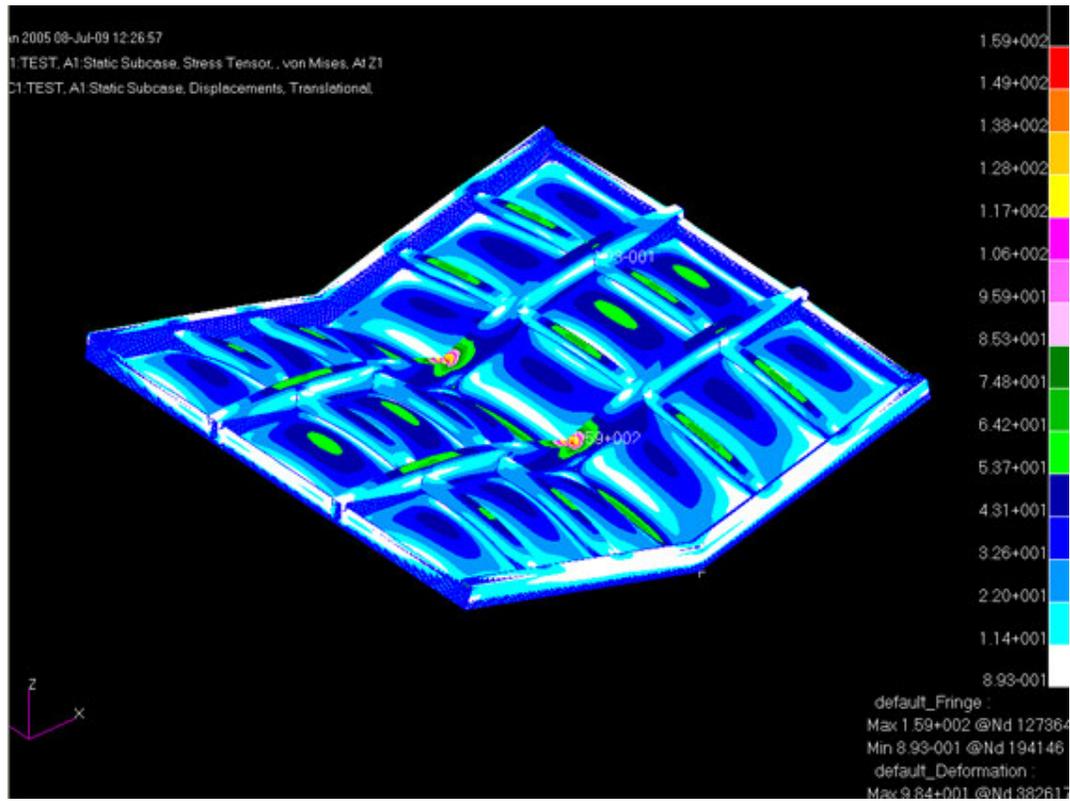


Figura 8.2.1.3 - Tensioni @ Z1

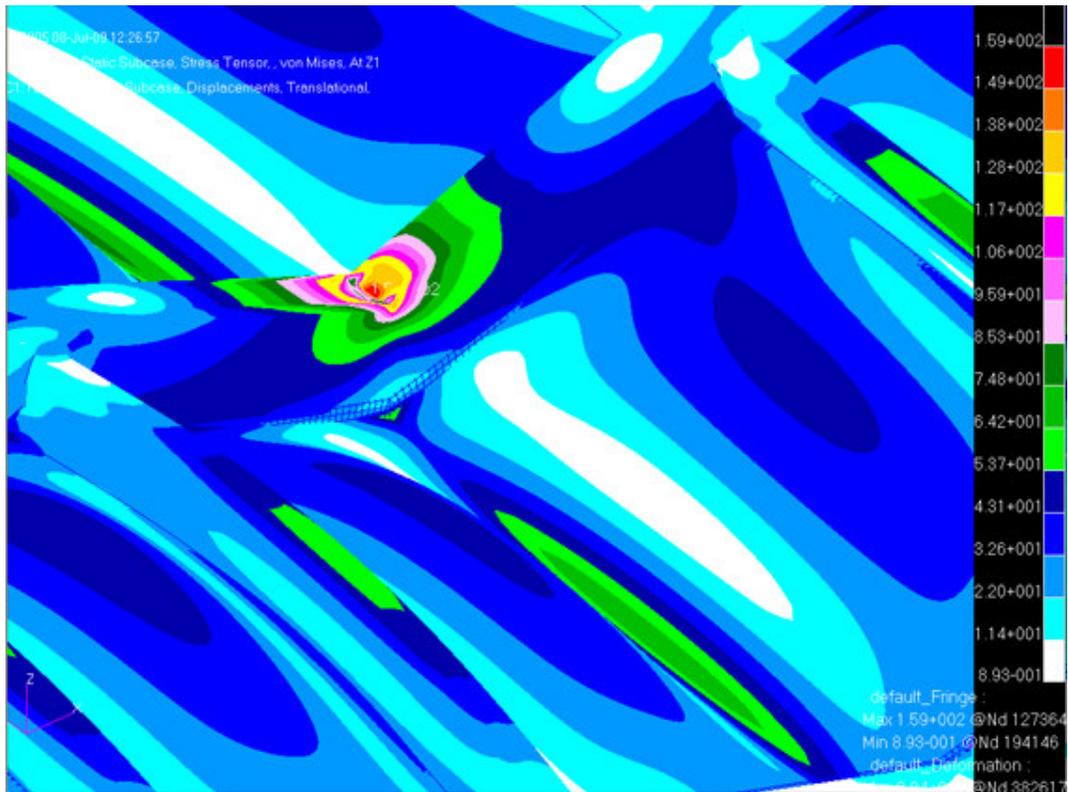


Figura 8.2.1.4 - Tensioni @ Z1 – dettaglio piattabanda madiere @C.L.

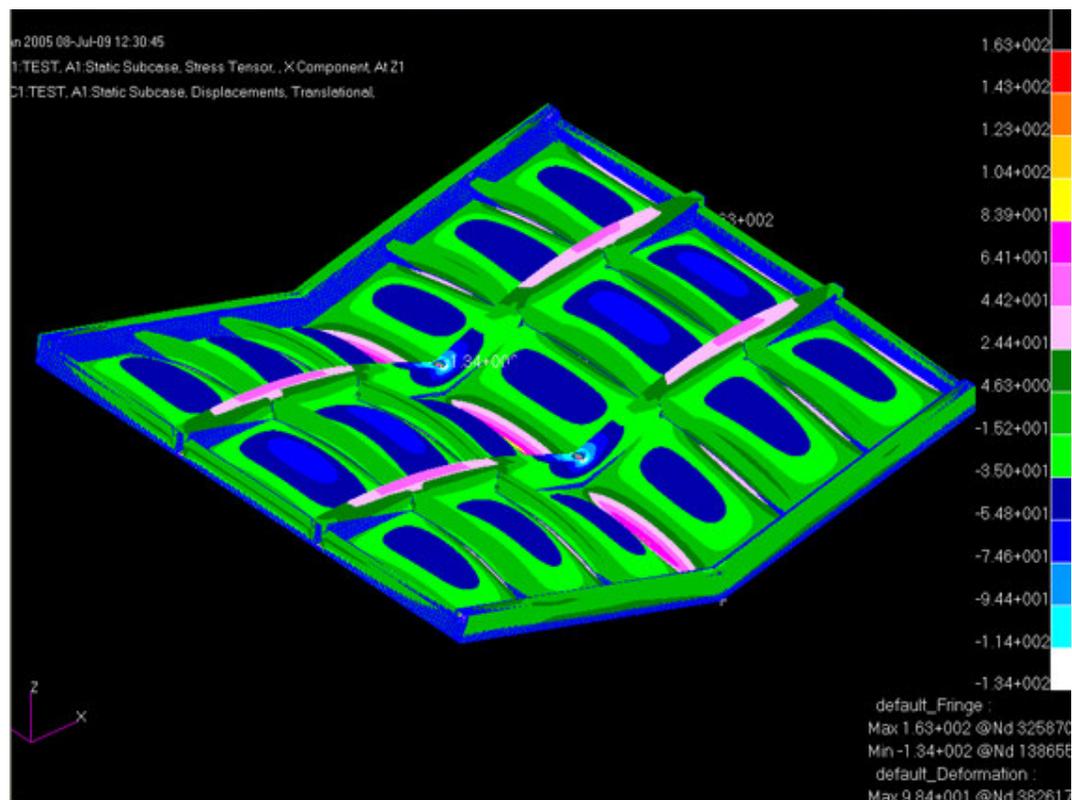


Figura 8.2.1.5 - Tensioni @ Z1 – componenti lungo X

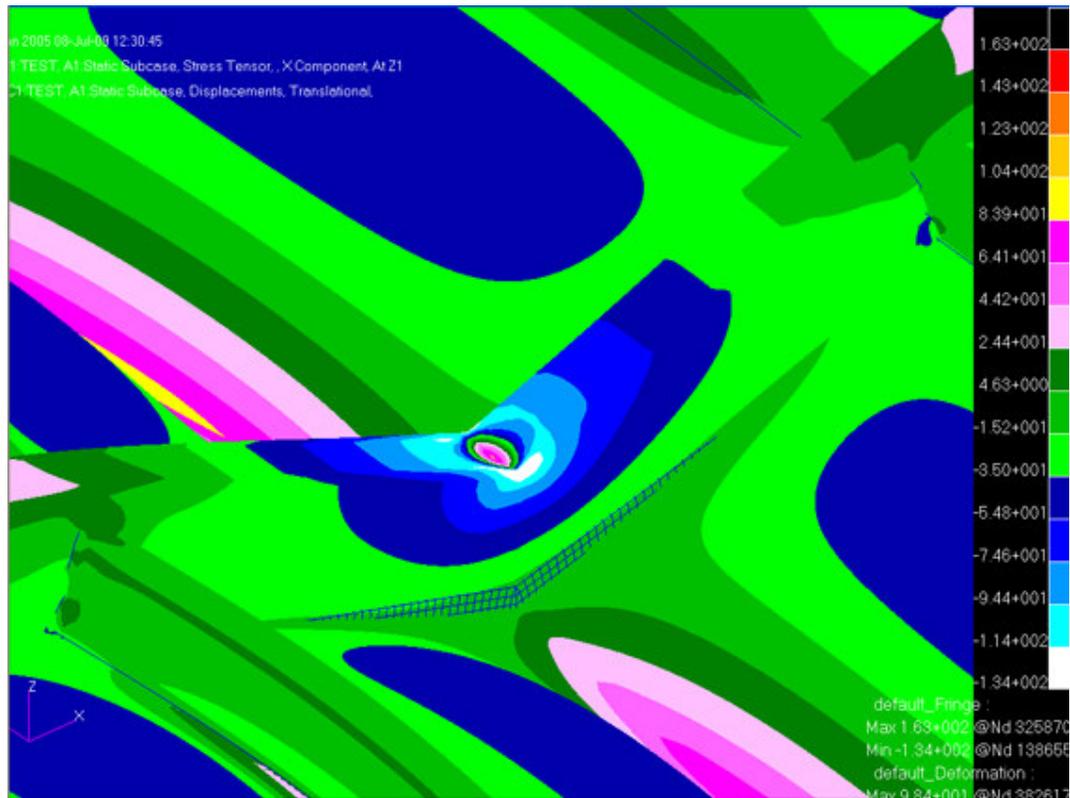


Figura 8.2.1.6 - Tensioni @ Z1 – componenti lungo X dettaglio piattabanda madiere
@C.L.

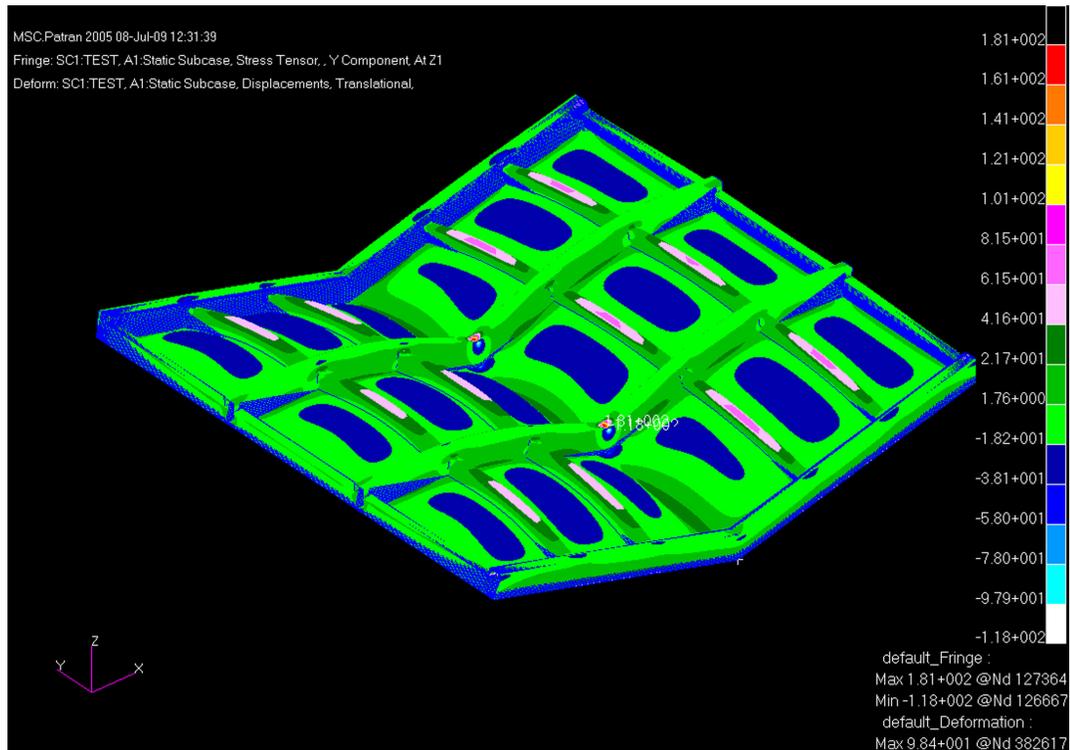


Figura 8.2.1.7 - Tensioni @ Z1 – componenti lungo Y

8.2.2 Tensioni @ Z2

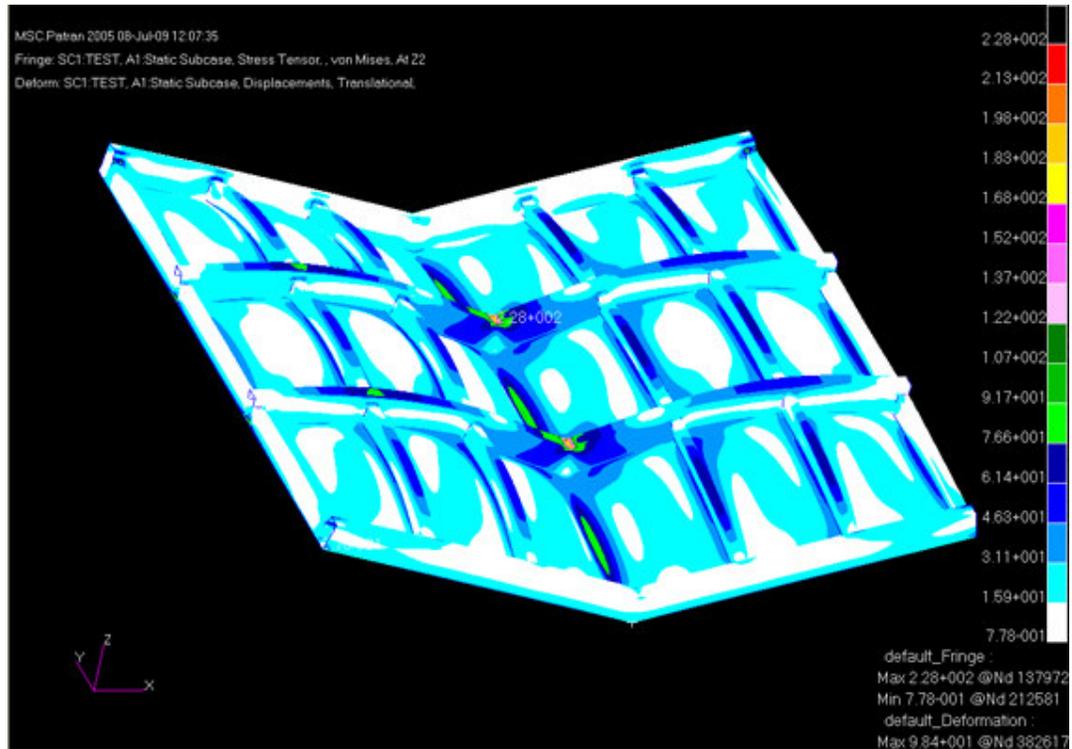


Figura 8.2.2.1 - Tensioni @ Z2

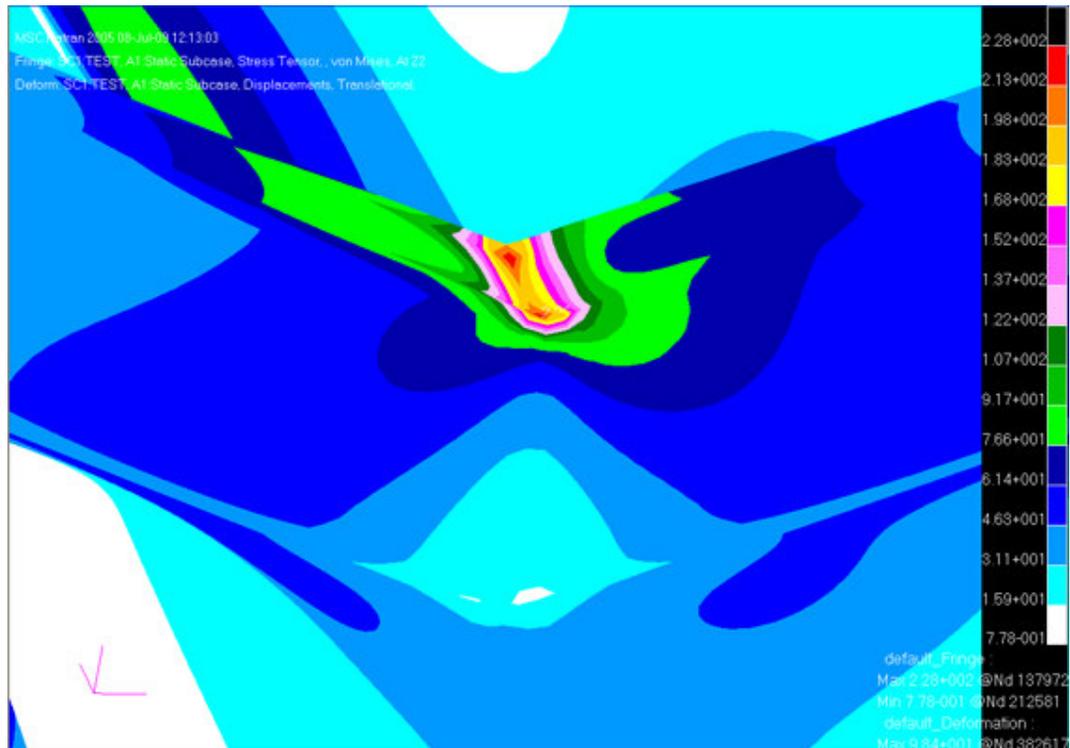


Figura 8.2.2.2 - Tensioni @ Z2 – dettaglio piattabanda madieri

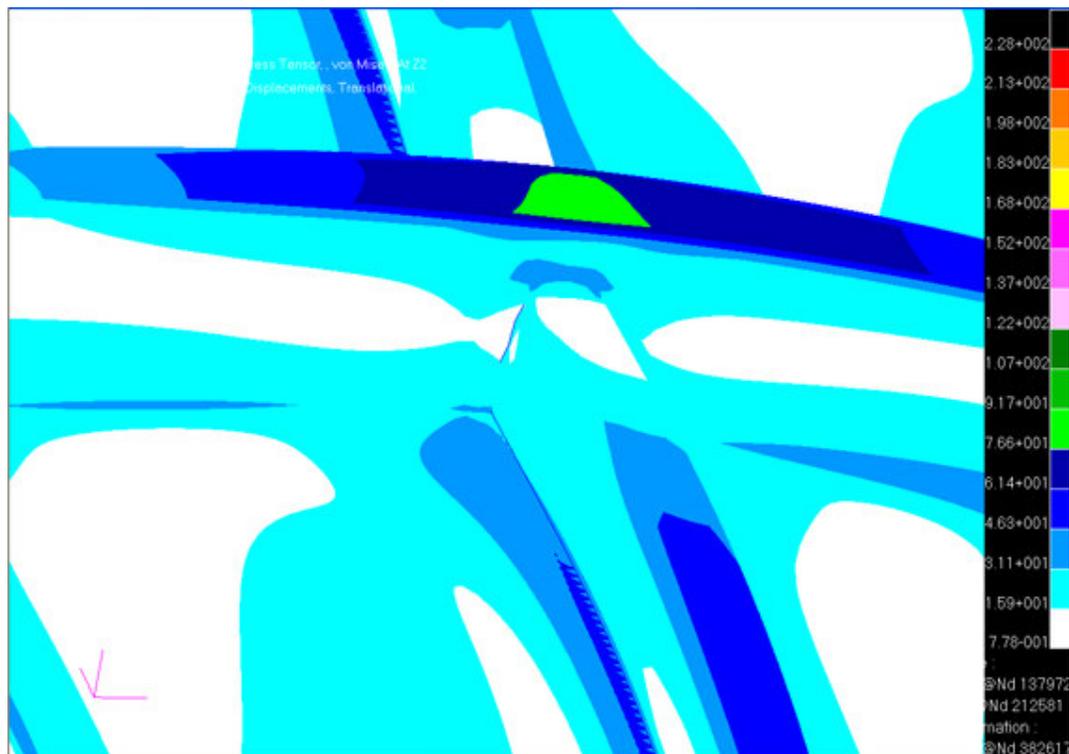


Figura 8.2.2.3 - Tensioni @ Z2 – dettaglio piattabanda madieri

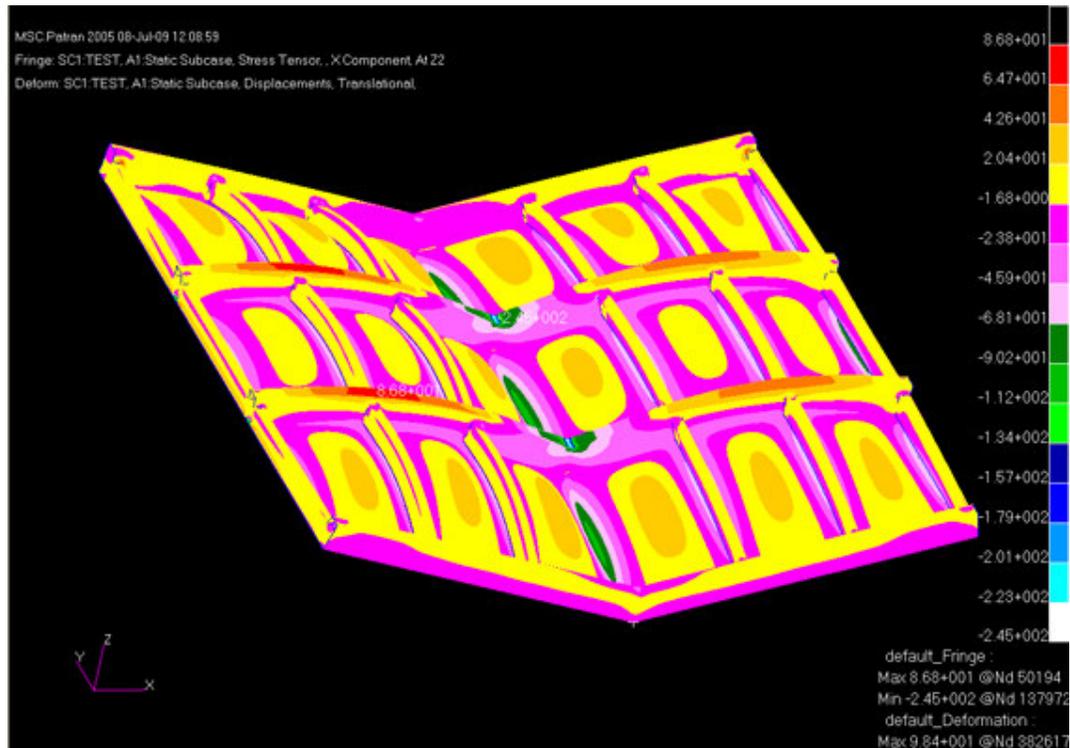


Figura 8.2.2.4 - Tensioni @ Z2 – componenti lungo X

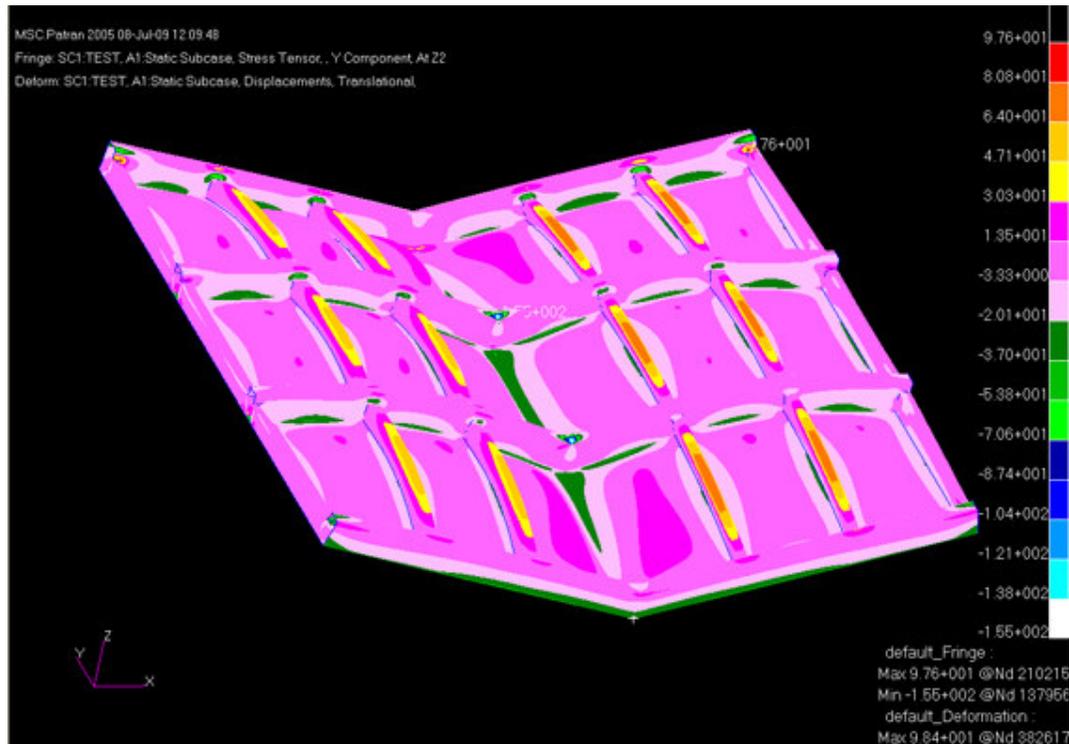


Figura 8.2.2.5 - Tensioni @ Z2 – componenti lungo Y

8.3 Analisi dei risultati

L'analisi degli spostamenti evidenzia il massimo in corrispondenza del centro di ogni metà fondo. La linea di chiglia subisce degli spostamenti relativamente bassi, in virtù del fatto che, grazie allo spigolo, ha un comportamento assimilabile a quello di trave.

Ogni metà fondo ha degli spostamenti del tutto simili a quelli che avrebbe se il pannello fosse incastrato solo sui quattro bordi. Tuttavia è da evidenziare che, come ci si sarebbe aspettato, si registrano deformazioni maggiori nei pannelli che confinano con la chiglia rispetto a quelli che confinano con il fianco a causa degli spostamenti che subisce la chiglia stessa.

Per quanto riguarda le deformazioni sono state prodotte delle immagini sia delle tensioni che si generano nello strato più esterno degli elementi (Z1) sia per quelle che

si generano nello strato più interno (Z2). Inoltre, oltre alla visualizzazione delle tensioni secondo il criterio di Von Mises, sono state visualizzate le tensioni reali secondo la direzioni X ed Y dell'imbarcazione in modo da poter apprezzare le componenti parallele e perpendicolari alle piattabande delle strutture.

Le massime tensioni secondo il criterio di Von Mises registrate in Z1 sono di 74.8 kN/mm² sulle piattabande dei madieri. Le stesse tensioni lette lungo la direzione del madiere e perpendicolarmente allo stesso registrano 83.9 e 1,76 kN/mm². Pertanto la tensione massima che agisce effettivamente sulla struttura è maggiore di quella calcolata secondo il criterio di Von Mises. La stessa tensione massima rientra entro i valori massimi prescritti dalla norma, anzi, dato il valore massimo di σ_{ut1} di 206 kN/mm² è possibile ritenere che la progettazione è stata fatta con un criterio di sicurezza di 2.45. Rispetto agli omologhi valori registrati in Z2 si rileva 91.7 kN/mm² per Von Mises, 86,8 kN/mm² lungo X e 30.1 kN/mm² lungo Y. In questo caso occorre, per effettuare un confronto aderente alla realtà, confrontare i valori con i valori dei biassiali che costituiscono la base del madiere. Il valore di 133 kN/mm² consente di verificare il madiere con un coefficiente di sicurezza di 1.52.

Facendo lo stesso tipo di ragionamento per i correnti si hanno i seguenti valori massimi di tensione:

Per Z1:

Von Mises	74.8 kN/mm ²
Direzione parallela	81.5 kN/mm ²
Direzione perpendicolare	4.63 kN/mm ²

Per Z2

Von Mises	61.4 kN/mm ²
Direzione parallela	20.4 kN/mm ²
Direzione perpendicolare	64.0 kN/mm ²

Analizzando i criteri di sicurezza , come fatto in precedenza per i madieri, si ottengono valori di coefficiente di sicurezza di 2.52 per lo strato Z1 e 2.06 per Z2 senza inversione di tipo di tensione nel laminato.

Passando alla valutazione dei pannelli del fondo si hanno i seguenti valori massimi di tensione:

Per Z1:

Von Mises	74.8 kN/mm ² in CL e 64.2 kN/mm ² in pannello
Direzione X	21.7 kN/mm ² in CL e -38.1 kN/mm ² in pannello
Direzione Y	64.1 kN/mm ² in CL e -54.8 kN/mm ² in pannello

Per Z2

Von Mises	91.7 kN/mm ² in CL e 15.9 kN/mm ² in pannello
Direzione X	-37 kN/mm ² in CL e 13.5 kN/mm ² in pannello
Direzione Y	-90.2 kN/mm ² in CL e 20.4 kN/mm ² in pannello

In C.L. è possibile prevedere un coefficiente di sicurezza di 1.47 in corrispondenza del valore di -90.2 kN/mm² in Z2 mentre nel resto del pannello è possibile prevedere un coefficiente di sicurezza di 2.05 in corrispondenza del valore di 64.2 kN/mm². In questo caso, essendo i valori di σ_{uc} e σ_{ut} sostanzialmente uguali l'inversione di segno che avviene nella sezione del laminato non ne compromette la resistenza.

L'analisi delle immagini e dei valori massimi delle tensioni della struttura evidenzia come il laminato del fondo in corrispondenza della C.L. abbia un comportamento da struttura. Questo comportamento, previsto in fase progettuale dato che il valore dell'angolo di rialzamento del fondo di 15° è maggiore di 12°, minimo dopo il quale la chiglia può essere considerata struttura, viene messo in luce dai livelli di tensione elevati che si raggiungono in quella zona in virtù della forma geometrica. D'altra parte la forma ad angolo crea inoltre una zona di concentrazione di sforzi in quanto genera una discontinuità.

Le variazioni di segno nei valori di tensione nei due strati estremi del laminato mettono in luce una variazione di tensione (compressione - trazione) nei plies del laminato della chiglia; questa fondamentale informazione era andata persa nella visualizzazione dello stato tensionale di tipo Von Mises. D'altra parte applicando questo criterio a materiali isotropi ed omogenei, l'importanza dello stato tensionale da compressione o da trazione non ha rilievo ai fini dei valori critici.

Viceversa per i compositi questa informazione è di fondamentale importanza soprattutto per l'analisi delle strutture in quanto, come è stato evidenziato in §5, i valori delle σ massime a compressione o a trazione variano per alcuni laminati addirittura di un ordine di grandezza.

Relativamente al resto del fondo, il coefficiente di sicurezza che si può calcolare è di 2.04 in corrispondenza del valore massimo di -54.8 kN/mm^2 .

8.4 Analisi delle criticità

I valori di output delle tensioni che Nastran fornisce come output evidenziano valori che in alcuni punti superano i valori delle σ massime riportate in §5.

Tuttavia è opportuno verificare con attenzione dove e perché si realizzano queste criticità.

Il valore di 163 N/mm^2 che è visualizzato nel ply Z1 delle componenti lungo X è un valore registrato in corrispondenza del vincolo di incastro del pannello che, in quella zona, ha un valore massimo di σ_{uc} di 132 N/mm^2 . Pertanto è un valore che si può ritenere da verificare con il modello completo della struttura in quanto il vincolo realizzato dal fianco può comportarsi, in generale, in maniera diversa da un incastro puro e quindi potrebbe non generare una tensione superiore a quella ammissibile.

In corrispondenza della giunzione dei due madieri nella zona di C.L. si registrano delle tensioni che superano quelle ammissibili. Sicuramente la zona in questione è particolarmente caricata in quanto, dato il comportamento simmetrico del carico, in corrispondenza della C.L. le tensioni generate dalla metà destra dell'imbarcazione

sono uguali ed opposte a quelle della parte sinistra. Inoltre la cuspidè delle piattabande accentua questo comportamento di concentrazione di tensioni.

Nella realtà, proprio per prevenire questo sovraccarico di tensioni, i due madieri vengono raccordati con un raggio di curvatura piuttosto ampio e quindi localmente rialzati; realizzando questo particolare costruttivo è possibile limitare lo stato tensionale elevato dovuto allo spigolo vivo favorendo invece uno stato tensionale più omogeneo e continuo con una distribuzione delle tensioni regolare.

9. Considerazioni finali

I test condotti nei capitoli §6 e §7 su un pannello semplice con strutture incastrate ai bordi e su un telaio composto da quattro pannelli semplici con strutture incastrate ai bordi hanno come scopo la verifica tra il modello teorico proposto dalla norma e il modello risolto attraverso la verifica diretta. Analizzando i risultati ottenuti, già riportati in §6.3 ed in §7.3, con il solutore agli elementi finiti Nastran si può osservare che i massimi valori di tensione, seppur calcolati con il criterio di Von Mises, risultano mediamente in linea con quanto previsto dalla norma. I valori dei coefficienti di sicurezza, insiti nel calcolo delle σ ammissibili delle norme, risultano in accordo con lo stato tensionale evidenziato dalle prove effettuate con Nastran. Tuttavia già nel test del telaio è possibile evidenziare che il modello di lastra semplice non riesce a descrivere le interazioni tra i vari elementi del telaio e quindi risulta insufficiente. Il modello di trave sembra essere coerente con la verifica FEM anche se anche in questo caso è possibile evidenziare delle carenze nel modello teorico. Infatti lo stato tensionale del madiere risulta modificato sia dalla presenza dei correnti che realizzano l'incastro sul madiere stesso. Quanto detto è rafforzato dall'analisi condotta in §8 dove nei pressi della chiglia è possibile osservare un'inversione dello stato tensionale della piattabanda del madiere. E' evidente pertanto che le interazioni esistenti tra i vari elementi che concorrono alla robustezza di una imbarcazione non possono essere descritti in maniera corretta da una formulazione teorica di pannello semplice o di trave semplice anche se opportunamente modificate e tarate per modelli più complessi; in particolare questo discorso è ancor di più valido nel caso di elementi realizzati in materiale composito dove è presente in più la variabile materiale.

Tuttavia i coefficienti di sicurezza, sia insiti nelle formule e sia chiaramente espliciti, utilizzati dalla norma 94/25CE fanno sì che la progettazione strutturale risulta essere in linea con quanto analizzato attraverso la verifica della struttura agli elementi finiti. In particolare rispetto a quanto analizzato in §8, che rappresenta il test più completo ed

aderente alla realtà, non sono state evidenziate criticità in grado di indurre preoccupazione rispetto al collasso delle strutture o a parte di esse. Partendo dalle considerazioni fatte è possibile pensare che la progettazione normativa possa essere efficace, soprattutto per telai semplici e regolari con carichi di pressione uniforme sui pannelli, ma che sicuramente non è ottimizzata.

L'analisi agli elementi finiti ha portato a verificare le strutture con un coefficiente di sicurezza minimo di 1.52 ed i pannelli con un coefficiente di 1.47. Tuttavia per il dimensionamento la 94/25 richiede valori delle σ ammissibili pari alla metà delle σ massime e che le sono calcolate sulla base delle formule approssimate dell'annesso C: la norma in sostanza pone di base un coefficiente di sicurezza pari a 2. E' quindi ancora evidente una carenza nella norma per la valutazione delle interazioni tra gli elementi che comunque, per quanto analizzato, non si trasforma in criticità nei riguardi della sicurezza delle strutture stesse.

La progettazione normativa risulta, d'altra parte, estremamente rapida e consente, implementando delle semplici procedure su fogli di lavoro excell di tenere sotto controllo fin dalle prime fasi progettuali i pesi dei laminati e gli ingombri delle strutture. In questo modo la progettazione può essere organica attraverso lo scambio continuo di informazioni tra i vari settori della progettazione ed efficace in quanto tutti i cambiamenti effettuati da un settore possono rapidamente trasformarsi in aggiornamenti del settore strutture.

In una seconda fase progettuale gli elementi strutturali dimensionati secondo normativa possono essere ottimizzati al fine di massimizzare per ogni elemento il rapporto leggerezza/resistenza per contenere da una parte i costi di produzione e dall'altra pre creare imbarcazioni più leggere. Quindi è possibile immaginare che a seguito della progettazione regolamentare il cantiere possa decidere di spingere le strutture ad un livello più avanzato processando le strutture agli elementi finiti e conducendo una serie di test su provini in laminato per valutare le caratteristiche meccaniche di laminati che si andranno ad impiegare per la realizzazione dell'imbarcazione. Procedendo in questo modo lo strutturista acquisirà il modello tridimensionale dello scafo e delle strutture e lo processerà attraverso un FEM

utilizzando le caratteristiche meccaniche dei provini e lasciando inalterate, nei limiti del possibile, le geometrie strutturali. In questo modo potranno essere ottimizzate le laminazioni di tutte le strutture e potranno essere evidenziate tutte le zone di criticità dove, se si riterrà opportuno, si potrà modificare la geometria o le laminazioni. Il discorso appena fatto è ancora più valido alla luce delle modifiche in corso alla norma 94/25 e descritte sinteticamente in §4.6 dove se da una parte si lascia più libertà al progettista per la definizione delle geometrie delle strutture, dall'altra sono stati incrementati i controlli sulla resistenza dei laminati.

Per un Cantiere è opportuno tuttavia valutare se il processo di ottimizzazione che può essere fatto possa effettivamente portare un riscontro economico positivo.

A titolo di esempio si può immaginare che si possa eliminare, dalle strutture del modello di §8 uno strato di biassiale dal peso aerico di 1200g/m^2 laminato con Ψ pari a 0.5. In queste ipotesi, vale a dire senza intaccare geometrie e caratteristiche meccaniche dei laminati, dal telaio del test si elimina un peso di 120 kg. Trasformando il risparmio in peso in risparmio economico, supponendo che il costo della vetroresina finita (materiale e manodopera per taglio e messa in opera del ply) sia di 15 €/kg, il risparmio del cantiere sul telaio è di 1800€. Estendendo questo risparmio a tutte le strutture del fondo semplicemente raddoppiando – ipotesi conservativa in quanto la superficie di un fondo una imbarcazione di 24 metri è tre volte quella dell'esempio riportato - il peso il Cantiere per ogni barca risparmia 240kg di peso, 3600€ tra materiale e manodopera. Se si potesse togliere un ply di biassiali anche dal fondo il risparmio sarebbe di 430 kg di peso e di € 6.450.

Per ogni barca si avrebbero 670kg di peso risparmiato, pari circa 1,5% del peso di un motoscafo da 24m e € 10.050 pari a circa lo 0,25% del valore di vendita di un'imbarcazione 4 mln di Euro e pari a 0.36% del costo industriale (circa 2,8 mln di Euro).

I numeri sopra riportati non sono di per se elevati se rapportati al valore, fisico ed economico, del prodotto finito. Tuttavia se il Cantiere volesse investire il risparmio economico di due imbarcazioni in consulenza pagando una consulenza di uno strutturista analista FEM 50€/h ci sarebbero 400h, vale a dire 50 giorni, di

progettazione FEM pagata, che è un tempo più che sufficiente per ottimizzare una struttura partendo dal 3D finito. Per il Cantiere resterebbe il risparmio in tempo di produzione per le prime due barche oltre ad un risparmio economico a partire dalla terza imbarcazione. In più il Cantiere avrebbe una serie di vantaggi indiretti a fronte di questo investimento: 1) meno immobilizzo di denaro in scorte di magazzino in quanto c'è meno materiale da acquistare per ogni imbarcazione; 2) rivendibilità, in termini pubblicitari, di una barca progettata in maniera "raffinata" e con riduzione dei consumi di carburante; 3) maggior semplicità costruttiva; 4) minor uso delle attrezzature fisse (stampo) per il processo produttivo di una imbarcazione; 5) a parità di tempo impiegato sono necessarie meno risorse o, viceversa, a parità di risorse impiegate c'è bisogno di meno tempo per la costruzione.

C'è inoltre da osservare che le conclusioni cui si è giunti sono state sviluppate sulla base di considerazioni emerse a seguito dell'analisi di un concio di imbarcazione.

Tuttavia è possibile immaginare, non senza speculare, che dove possano emergere delle criticità l'analisi agli elementi finiti possa essere uno strumento indispensabile non solo nell'ottimizzazione dei laminati ma anche delle strutture.

In più in zone dove ci sono concentrazioni locali di forze e pressioni - i basamenti motore, le bitte ed i passacavi, gli attacchi dei reggispinta sugli specchi di poppa - l'analisi agli elementi finiti risulta sicuramente più efficace nella descrizione e nella soluzione del problema strutturale. Le norme, seppur ben fatte, con le formulazioni semplificate, non possono riuscire a descrivere con buona determinazione il modello strutturale locale in particolare in zone dove ci sono sovrapposizione di effetti dovuti a condizioni globali e locali. Per questo motivo le formulazioni forniranno come output dei dimensionamenti degli elementi che saranno cautelativamente sovradimensionati al fine di essere sicure.

Un'altra zona che potrà sicuramente essere ottimizzata è il controstampo degli interni. Infatti riuscendo ad integrare il frame strutturale ed il controstampo in maniera organica e collaborativa sarà possibile far compiere ad un elemento tipicamente pratico ed estetico qual è il controstampo una funzione strutturale che può consentire l'abolizione o la riduzione di alcuni elementi strutturali.

Pertanto l'utilizzo di tecniche di progettazione strutturale con gli elementi finiti permetterà al Cantiere di ottenere oltre ad un risparmio globale rapidamente valutabile un altro risparmio, non stimabile in fase preliminare, frutto di un'analisi e di un'ottimizzazione di dettaglio locale che lo strutturista potrà operare in una fase progettuale più avanzata al fine di fondere tutte le soluzioni tecniche e tecnologiche adottate per il progetto generale con le esigenze strutturali senza vincolare le une alle altre ma integrandole ed arricchendole realizzando un progetto ottimizzato, più resistente, più economico, più sicuro e più leggero.

Bibliografia

- [1] ISO - DIS 12215 parte 5

- [2] RINa - Regolamento per la Classificazione delle Navi con Scafo in Plastica Rinforzata, Lega di Alluminio o Legno

- [3] RINa - La tecnica dell'infusione nella realizzazione di compositi per la nautica - Linee guida

- [4] V. Boccolini - On the comparison between the 94/25/CE and the RINA regulations for pleasure crafts – High Speed Marine Vehicle 2008

- [5] Prof. Leonardo Lecce - Analisi della lamina ortotropa e teoria classica dei laminati - Appunti del corso di Strutture Aeronautiche

- [6] I. Crivelli Visconti, Materiali compositi tecnologie e progettazione, Tamburini editore, 1975.

- [7] M. Perillo, R. Gonella - XXX Convegno Nazionale AIAS – Alghero (SS), 12-15 settembre 2001

- [8] Ship structure committee - Guideline for evaluation of finite elements and results – 1996

- [9] Andrè Rosen - Loads and Responses for Planing Craft in Waves

- [10] MSC Software- Nastran User guide

- [11] MSC Software- Patran User guide

- [12] Valentina Parini, Cesare Rizzo - Scafi in vetroresina di 24 m di lunghezza: quali normative? - Via Mare – 05/2004

- [13] Marino Quaresimin– Progettazione di strutture sandwich in materiale composito- Via Mare – 01/2004

- [14] Donel Basuc– Cenni sulle applicazioni fem nello stampaggio di lamiera- Politecnico di Torino

- [15] Department of Defense - Handbook -Composite materials handbook - Volume 2. polymer matrix composites materials properties – 1999

- [16] Dr. Mark V. Bower, P. E. – Composite materials The University of Alabama in Huntsville – 1999

- [17] Ship structure committee - Design guide for marine applications of composites – 1997

- [18] W. E. A. Davies - The elastic constants of a two-phase composite material- J. Phys. D: Appl. Phys., 1971, Vol. 4.

- [19] Pavla Vozková, Jana Salaová -Elastic properties of woven composite

- [20] Ship structure committee - Guideline for evaluation of finite elements and results- 1996.

- [21] RINa - Infusion as a composite construction technique for pleasure vessels – Guidelines
- [22] B. Zuccarello – Progettazione meccanica con materiali non convenzionali
- [23] Steven Tsai, Thoimas Hahn – Introduction to composite materials – Technomic Publishing Inc.
- [24] Eric Green Associates – Marine Composite second edition.
- [25] RINA –Pleasure craft EC assessment software v. 2.0.0
- [26] RINa - Rules for the Classification of Yachts - Effective from 1 January 2007
- [27] ABS – Guide for building and classing motor pleasure yachts
- [28] R. Sparacio, F. Russo Spena – Scienza delle costruzioni - CUEN
- [29] L. Larsson , R.E. Eliasson - Principle of Yacht Design” - A & C Black; Adlard Coles Nautical
- [30] C. E. Bakis – Appunti dal seminario

- [31] D. E. Jones – Single skin or sandwiches – Professional Boatbuilder

- [32] B. Pfund – Which is first – Professional Boatbuilder

- [33] Ship structure committee - Comparative structural requirements for high speed crafts– 2005

- [34] David Fecko, Will Chafin, James Crain, Steve Stepp - Optimized racing boat design using unique high strength fibreglass

- [35] S.W. Tsai – Structural behaviour of composite materials – Journal of Physics 1971

- [36] W. E. A. Davies – The theory of elastic composite materials

Ringraziamenti

Vorrei dedicare i primi ringraziamenti ai proff. Salvatore Miranda, Tommaso Coppola, Claudio Pensa e Franco Quaranta che hanno creduto alla mia idea e che questi tre anni sono stati sempre pronti a darmi nuovi stimoli ed a collaborare con me.

Un ringraziamento ai miei genitori che, pur disapprovando in parte la mia scelta, ci hanno comunque creduto.

Un ringraziamento a mia moglie Eva perché è sempre stata pronta ad ascoltarmi, ad essere fonte di confronto continuo e non ultimo corretrice di bozze. So che sei sempre con me.

Un ringraziamento a mia figlia Alice perché, anche se ancora non lo sa, è il regalo più bello che la vita mi abbia mai dato.