



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

FACOLTÁ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA NAVALE

Dottorato di Ricerca

Ingegneria Aerospaziale, Navale e della Qualità

XX ciclo

**Rappresentazione e Trasformazione delle Carene Navali**

Tutori:

Prof. Ing. Salvatore Miranda

Prof. Ing. Claudio Pensa

Candidata:

Dott.ssa Chiara Teresa Sessa

Relatore:

Prof. Ing. Salvatore Miranda

Coordinatore:

Prof. Ing. Antonio Moccia



*Ai miei nonni  
Nicoletta ed Espedito*



# Indice

## Capitolo 1: Storia delle curve e superfici nel CAD

Introduzione	Pag. 1
1.1 I Primi sviluppi	Pag. 2
1.2 De Casteljau e Bézier	Pag. 6
1.3 Curve parametriche	Pag. 8
1.4 Superfici parametriche	Pag. 10
1.5 Curve B-spline e Nurbs	Pag. 13
1.6 Conclusioni	Pag. 14

## Capitolo 2: Panoramica sulle Curve e Superfici

Introduzione	Pag. 17
2.1 La rappresentazione implicita e la rappresentazione parametrica	Pag. 18
2.2 La parametrizzazione e le forme parametriche	Pag. 20
2.2.1 I Polinomi	Pag. 22
2.3 I Polinomi di Bernestein e le Curve di Bézier	Pag. 24
2.3.1 Le curve razionali di Bézier	Pag. 28
2.3.2 Le proprietà delle curve di Bézier	Pag. 30
2.4 Le B-Spline	Pag. 33
2.4.1 Premessa	Pag. 33
2.4.2 Le funzioni di base di una curva B-Spline	Pag. 34
2.4.3 Derivate di una funzione di base B-Spline	Pag. 36
2.4.4 Curve B-Spline	Pag. 37
2.4.5 Derivata di una B-Spline	Pag. 40
2.5 Superfici B-Spline	Pag. 43
2.6 Le NURBS	Pag. 44
2.6.1 Derivata di una NURBS	Pag. 47
2.6.2 Superfici NURBS	Pag. 48
2.6.3 Potenzialità delle NURBS	Pag. 49
2.7 Conclusioni	Pag. 55

### **Capitolo 3: L'importanza delle superfici sviluppabili in campo navale**

3.1 La curvatura di una superficie	Pag. 56
3.2 La curvatura Gaussiana	Pag. 60
3.3 Le superfici sviluppabili	Pag. 62
3.4 Le superfici sviluppabili in campo navale	Pag. 63
3.4.1 La Storia	Pag. 63
3.4.2 La costruzione della carena	Pag. 66
3.4.3 La singola curvatura	Pag. 68
3.4.4 Superfici a singola curvatura	Pag. 70
3.4.5 Modellazione di una carena	Pag. 71

### **Capitolo 4: La modellazione di carene in ambiente CAD**

4.1 Dal CAD 2d al CAD 3d	Pag. 78
4.2 I CAD e il loro utilizzo in campo navale	Pag. 81
4.2.1 La spirale di progetto	Pag. 81
4.2.2 I CAD in campo navale	Pag. 82
4.3 Esempi di modellazione	Pag. 86
4.3.1 Modellazione della serie sistematica 62	Pag. 87
4.3.1.1 Serie 62 – La Geometria	Pag. 87
4.3.1.2 Serie 62 – Rilievo della nuvola di punti	Pag. 92
4.3.1.3 Modellazione della carena relativa al modello 4667	Pag. 93
4.3.1.4 Dal modello 4667 ai modelli 4665, 4666 e 4668, 4669	Pag. 95
4.3.2 Modellazione della carena Rescue boat C.G. 47200	Pag. 98
4.3.3 Modellazione del peschereccio “Nettuno”	Pag. 101
4.3.4 Modellazione del sommergibile “Veniero”	Pag. 104
4.3.5 Modellazione della carena YD-40	Pag. 107

### **Capitolo 5: Geometria e Coefficienti di Finezza**

Introduzione	Pag. 110
--------------	----------

5.1 Rapporti tra le dimensioni principali	Pag. 112
5.2 Parametri di forma	Pag. 117
5.2.1 Coefficiente di finezza della figura di galleggiamento	Pag. 118
5.2.2 Coefficiente di finezza della sezione al mezzo	Pag. 120
5.2.3 Coefficiente di finezza del piano di deriva	Pag. 121
5.2.4 Coefficiente di finezza totale	Pag. 122
5.2.5 Coefficiente prismatico	Pag. 124
5.2.6 Coefficiente prismatico verticale	Pag. 125
5.3 Posizione longitudinale del centro di carena	Pag. 128
5.4 Posizione longitudinale del centro di galleggiamento	Pag. 131
5.5 Curva delle aree – SAC	Pag. 132

## Capitolo 6: Le serie sistematiche

Introduzione	Pag. 134
6.1 La serie 60 Introduzione	Pag. 138
6.1.2 Descrizione Tecnica	Pag. 138
6.1.3 Modellazione della serie 60	Pag. 144
6.2 La serie BSRA Introduzione	Pag. 147
6.2.2 Descrizione Tecnica	Pag. 147
6.2.3 Modellazione della serie BSRA	Pag. 151
6.3 La serie UBC Introduzione	Pag. 152
6.3.2 Descrizione Tecnica	Pag. 153
6.3.3 Modellazione della serie UBC	Pag. 159
6.4 Serie Webb Introduzione	Pag. 160
6.4.2 Descrizione Tecnica	Pag. 160
6.4.3 Modellazione della serie Webb	Pag. 166
6.5 La serie SL-7 Introduzione	Pag. 167
6.5.2 Descrizione Tecnica	Pag. 167
6.5.3 Modellazione della serie SL-7	Pag. 175
6.6 La Serie NPL Introduzione	Pag. 176
6.6.2 Descrizione Tecnica	Pag. 176
6.6.3 Modellazione della Serie NPL	Pag. 182
6.7 La Serie 62 Introduzione	Pag. 183
6.7.2 Descrizione Tecnica	Pag. 183

6.7.3 Modellazione della Serie 62	Pag. 190
6.8 La Serie 62 – Angolo di Rialzamento dal Fondo di 25° Introduzione	Pag. 191
6.8.2 Descrizione Tecnica	Pag. 191
6.8.3 Modellazione della serie 62 con angolo di 25°	Pag. 195
6.9 La Serie 62 – Angolo di Rialzamento dal Fondo di 30° Introduzione	Pag. 198
6.9.2 Descrizione Tecnica	Pag. 198
6.9.3 Modellazione della Serie 62 con angolo di 30°	Pag. 203
6.10 La Serie 64 Introduzione	Pag. 204
6.10.2 Descrizione Tecnica	Pag. 205
6.10.3 Modellazione della Serie 64	Pag. 213
6.11 La Serie D Introduzione	Pag. 215
6.11.2 Descrizione Tecnica	Pag. 215
6.11.3 Modellazione della Serie D	Pag. 218
6.12 La Serie di Delft (II) Introduzione	Pag. 219
6.12.2 Descrizione Tecnica	Pag. 219
6.12.3 Modellazione della Serie di Delft	Pag. 224
6.13 La Serie SSPA Introduzione	Pag. 226
6.13.2 Descrizione Tecnica	Pag. 226
6.13.3 Modellazione della Serie SSPA	Pag. 230

## **Capitolo 7: Trasformazioni di Forme di Carena**

Introduzione	Pag. 231
7.1 Distorsione Lineare	Pag. 233
7.1.1 Variazione dei parametri principali di forma	Pag. 233
7.1.2 Variazione dei parametri secondari di forma	Pag. 235
7.1.2.1 Swinging the Sectional Area Curve	Pag. 235
7.1.2.2 One Minus Prismatic Method	Pag. 257
7.1.2.3 Lackenby	Pag. 271
7.1.2.3.1 Caso Particolare “1”	Pag. 272
7.1.2.3.2 Caso Particolare “2”	Pag. 276
7.1.2.3.3 Caso Particolare “3”	Pag. 278
7.1.2.3.4 Caso Particolare “4”	Pag. 279
7.1.2.3.5 Caso Particolare “5”	Pag. 280
7.1.2.3.6 Caso Generale	Pag. 282



---

**Capitolo 8: Elaborato Numerico**

*8.1 Sviluppo dell'Elaborato Numerico* *Pag. 289*

*8.2 Verifica e Conclusioni* *Pag. 304*

**Bibliografia** *Pag. 306*

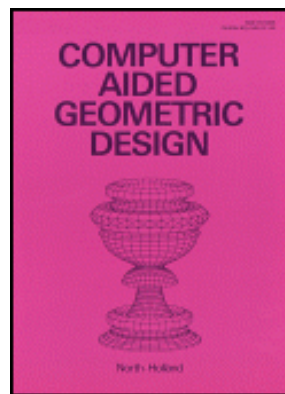


# Capitolo 1

## Storia delle curve e superfici nel CAGD

### *Introduzione*

Questo capitolo tratta della “storia” dell’evoluzione di curve e superfici e la loro entrata nell’area del Computer Aided Geometric Design (CAGD). Il termine CAGD fu coniato da R. Barnhill e R. Riesenfeld nel 1974 quando questi organizzarono una conferenza su questo tema all’università di Utah. Questa conferenza attirò l’attenzione di ricercatori sia dall’America che dall’Europa e divenne un evento nel suo campo. Il primo libro “Computational Geometry for Design and Manufacture” di I. Faux e M. Pratt apparve nel 1979. La rivista “Computer Aided Geometric Design” fu fondata nel 1984 da R. Barnhill e W. Boehm, la sua copertina di può vedere in figura 1.



**Figura 1:** Copertina della famosa rivista “Computer Aided Geometric Design”  
essa mostra un disegno di P. Uccello (ca 1430)

Un’altra conferenza su questo tema era stata tenuta in precedenza a Parigi nel 1971, questa era stata organizzata da P.Bézier che era l’allora presidente della Società

degli Ingegneri dell'automobile. Una serie di workshop cominciarono nel 1982 al Mathematics Research Institute di Oberwolfach; questi furono organizzati da R. Barnhill, W.Boehm, e J.Hoscheck. In America una serie di conferenze furono organizzate da SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics); la prima si tenne nel 1983 a Troy, N.Y., e fu organizzata da H.McLaughlin. In Inghilterra, la serie di conferenze sulla “Matematica delle Superfici” fu cominciata dall'IMA (Institute for Mathematics and Applications). Un filone di studio Norvegese/Francese fu cominciato da L.Schumaker, T.Lyche, e P.-J.Laurent.

### *1.1. Primi Sviluppi*

Le prime notizie che si hanno sull'utilizzo di curve per la costruzione risalgono ai tempi dei Romani e hanno a che fare con la costruzione di carene. Le costole di una carena – tavole di legno che partono dalla chiglia- erano prodotte basandosi su forme che potevano essere riutilizzate molte volte. Così la geometria di base poteva essere immagazzinata e non doveva essere ricreata ogni volta. Queste tecniche furono perfezionate dai Veneziani dal XIII al XVI secolo. La forma delle costole era definita come una serie di archi circolari a tangente continua – in termini moderni le NURBS. La carena dell'imbarcazione era ottenuta variando la forma delle costole lungo la chiglia, non esisteva un progetto per definire una carena; questo divenne popolare in Inghilterra nel 1600. La classica “spline”, un listello di legno utilizzato per disegnare curve avviate probabilmente fu inventata in un secondo momento. La prima menzione alle spline risale al 1752. In figura 2 si può vedere una “spline meccanica”. Nella figura 3 si possono vedere i classici “pesi e listelli” utilizzati per il disegno navale.

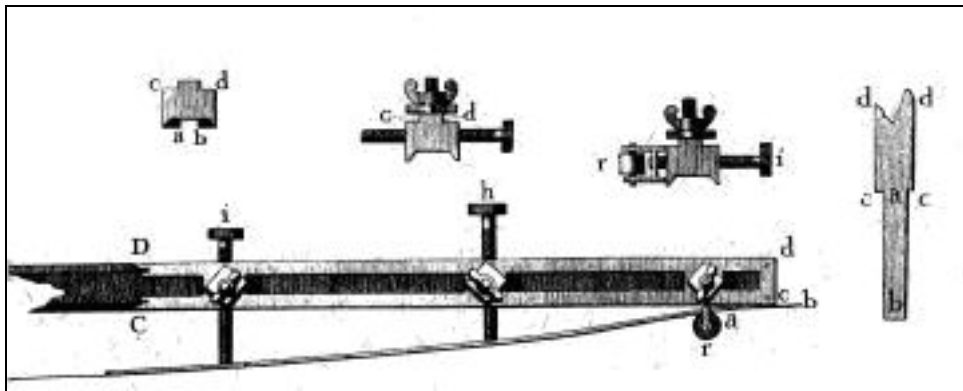


Figura 2: Spline meccanica del 1700



Figura 3: Pesì e Listelli per il disegno navale

Un altro evento chiave ebbe origine in campo aeronautico. Nel 1944, R.Liming scrisse un libro intitolato “Analytical Geometry with Application to Aircraft”. Liming lavorava per l’aviazione americana durante la seconda guerra mondiale; la sua compagnia costruì aerei da combattimento come il leggendario Mustang. Nel suo libro, metodi di disegno classico furono combinati con tecniche computazionali per la prima volta. Le coniche erano utilizzate in campo aeronautico così come già in precedenza in campo navale, essenzialmente sulle costruzioni dovute a Pascal e a Monge. Tradizionalmente queste costruzioni erano fatte dai progettisti su dei

“Blueprints” e servivano come definizione base del prodotto. Liming realizzò un’alternativa molto efficiente, egli pensò di immagazzinare un progetto in termini di numeri e non di curve tracciate manualmente. Quindi tradusse le classiche costruzioni in algoritmi. Il vantaggio era che i dati potevano essere conservati in tabelle che non lasciavano spazio alla interpretazione individuale così come i disegni. La tecnica di Liming fu molto apprezzata e nel 1950 fu adottata dall’aviazione americana. La figura 4 mostra una delle costruzioni di Liming. Altre ricerche in campo aeronautico furono svolte da Coons, che più tardi divenne famoso per il suo lavoro al MIT.

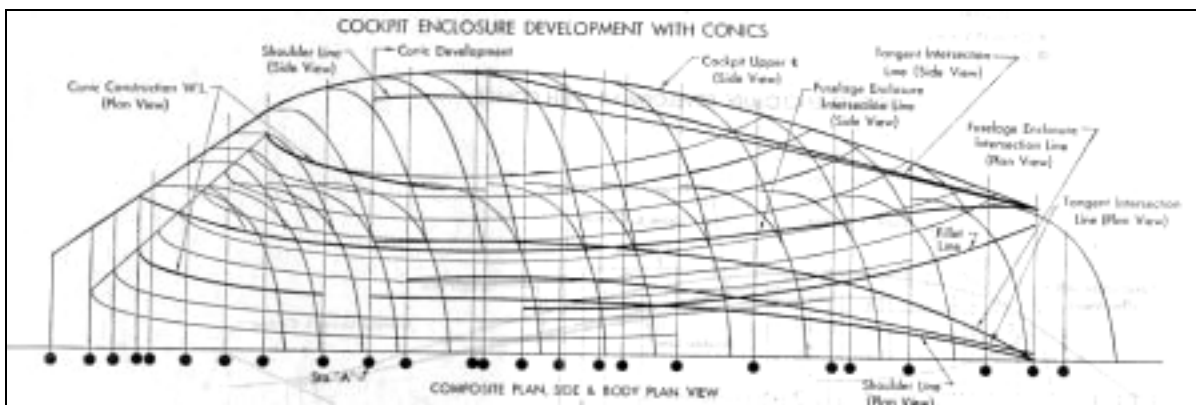


Figura 4: R.Liming - costruzione di una cabina di pilotaggio di un aeroplano

Lo sviluppo del CAGD fu dovuto anche all’evento del controllo numerico nel 1950. I primi computer erano capaci di generare istruzioni numeriche che guidavano le macchine fresatrici per la produzione di stampi di metallo. Al MIT fu sviluppato un linguaggio di programmazione detto APT a questo proposito. Restava comunque un problema: tutte le informazioni rilevanti erano conservate su carta (blueprints) e non era chiaro come poterle comunicare al computer che guidava le macchine. La digitalizzazione dei punti e l’utilizzo di tecniche come l’interpolazione lagrangiana non andò a buon fine.

C'era bisogno di nuove idee per “collegare” quello che c'era su carta al computer. In Francia, de Casteljau e Bézier riuscirono a trovare una soluzione a questo problema e misero in grado il progettista di abbandonare il disegno manuale. In America la General Motors sviluppò il primo sistema CAD/CAM il DAC-I. Questo utilizzava le tecniche su curve e superfici sviluppate alla GM da ricercatori come C.de Boor e W.Gordon. In Inghilterra, A.R.Forrest cominciò il suo lavoro su curve e superfici dopo aver appreso gli studi di Coons. Nella sua tesi di dottorato trattò della classificazione delle cubiche, cubiche razionali e della generalizzazione delle patches di Coons. M. Sabin lavorò per la “British Aircraft Corporation” e fu fondamentale per lo sviluppo del sistema CAD “Numerical Master Geometry”. Egli sviluppò molti algoritmi, i suoi studi riguardarono le offset, la continuità geometrica, le splines. Tutti questi studi furono fatti negli anni 60. Per un certo periodo questi vissero in maniera isolata fino agli anni 70 quando confluirono per varie ricerche e culminarono con la creazione di una nuova disciplina il CAGD. Prima dell'introduzione dei computer una disciplina come il CAGD, non sarebbe mai emersa. Il principale utilizzo di questi computer non fu tanto quello di creare forme complesse, ma semplicemente di produrre le informazioni necessarie a guidare le macchine fresatrici. Il maggior interesse dei progettisti non erano però le macchine fresatrici; ma piuttosto un plotter che potesse disegnare velocemente i loro progetti. I primi plotter erano delle dimensioni di un tavolo da biliardo ed oltre; plottare, disegnare era talmente importante che quasi tutto del CAD era mirato a produrre disegni; per questo motivo la sigla CAD spesso era considerata come l'acronimo di “Computer Aided Drafting”. Prima dell'avvento di questi sistemi per produrre una nuova vista di un oggetto da viste esistenti poteva richiedere il lavoro di una settimana o più di un progettista; utilizzando i computer, questo divenne questione di secondi. Un evento di fondamentale importanza per la visualizzazione fu l'introduzione dei Cathode Ray

Terminals. Questi visualizzavano un immagine andando a disegnare curva sullo schermo.

### 1.2. De Casteljau e Bézier

Nel 1959, l'azienda automobilistica francese Citroën assunse un giovane matematico per risolvere alcuni problemi teorici riguardanti il trasferimento blueprint – computer. Il matematico era P. de Casteljau, questi cominciò con lo sviluppare un sistema che aveva a che fare con il disegno ab initio di curve e superfici invece di focalizzare la sua attenzione con la riproduzione di disegni esistenti. Egli adottò i polinomi di Bernstein per la definizione di queste curve e superfici, insieme con quello che è conosciuto come algoritmo di de Casteljau. La figura 5 mostra parte del suo rapporto tecnico del 1963.

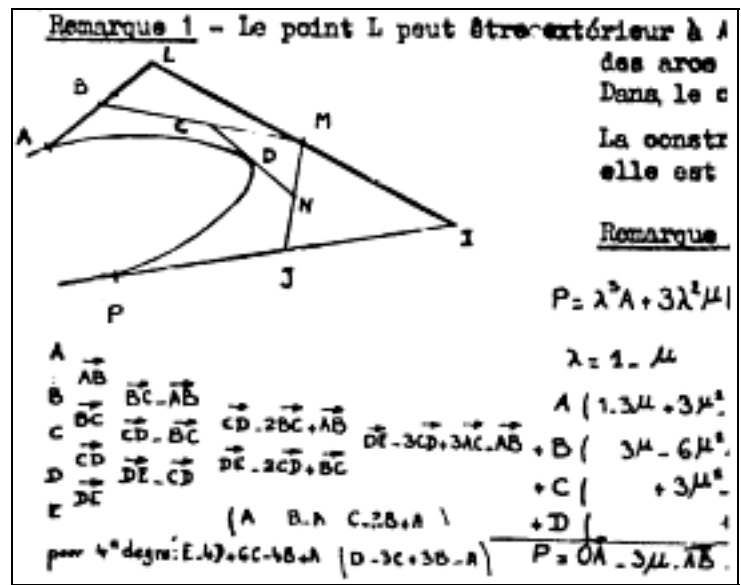


Figura 5: De Casteljau - descrizione del suo algoritmo

La novità era l'utilizzo dei poligoni di controllo, una tecnica che non era mai stata utilizzata prima. Piuttosto di definire una curva (o superficie) attraverso i punti su questa, un poligono di controllo utilizzava i punti vicino ad essa. Invece di modificare



direttamente la curva (o superficie), si poteva cambiare il poligono di controllo, e la curva (o superficie) lo seguiva in maniera molto intuitiva. Nell'area della geometria differenziale, concetti simili a quello del poligono di controllo erano stati concepiti intorno al 1923, ma non avevano avuto impatto in alcuna applicazione. Il lavoro di De Casteljau fu tenuto segreto dalla Citroën per lungo tempo. La prima menzione pubblica del suo algoritmo fu fatta nel 1971. W. Boehm fu il primo a dare a De Casteljau il riconoscimento per il suo lavoro di ricerca. Questi scoprì i report tecnici del matematico e conìò il termine “algoritmo di De Casteljau” negli ultimi anni settanta.

Un altro posto dove si compirono numerosi sforzi per lo sviluppo del CAGD fu nella casa automobilistica che era in competizione con la Citroën, la Renault, anch'essa situata a Parigi. Qui, durante gli anni 60, P. Bézier dirigeva il reparto dei progetti e realizzava tutto quello di cui aveva bisogno il computer per la rappresentazione di parti meccaniche. Gli sforzi di Bézier erano influenzati dal sapere di simili sviluppi in Citroën, ma egli decise di procedere in modo indipendente. L'idea iniziale di Bézier era di rappresentare una curva come l'intersezione di due cilindri ellittici, vedi figura 6. I due cilindri erano definiti all'interno di un parallelepipedo.

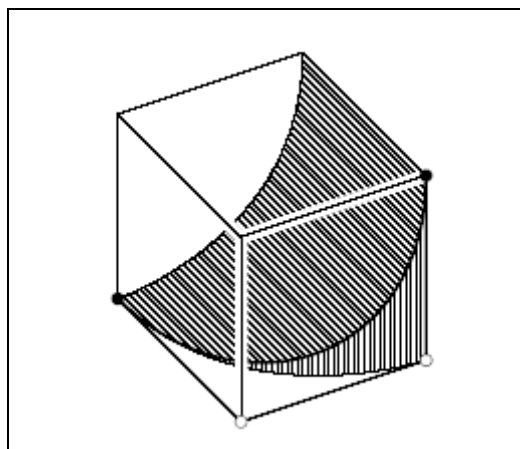


Figura 6 :Bézier – curve

In seguito Bézier espresse in forma polinomiale i suoi concetti iniziali e li estese anche a gradi più alti. Il risultato fu identico alle curve di De Casteljau, solo l'espressioni matematiche utilizzate erano diverse.

Il lavoro di Bézier fu ampiamente pubblicato e presto conquistò l'attenzione di A. R. Forrester. Questi realizzò che le curve di Bézier potevano essere espresse in termini di polinomi di Bernstein, cioè nella forma che de Casteljau aveva utilizzato molti anni prima. Gli articoli che pubblicò Forrest sulle curve di Bézier ebbero molta influenza e aiutarono a divenire molto popolare il lavoro fatto da questi. Il sistema CAD/CAM della Renault UNISURF era basato interamente sulle curve e superfici di Bézier. Più tardi questo sistema fu sviluppato all'interno di CATIA (Computer Aided Three-dimensional Interactivem Application).

De Casteljau si ritirò dalla Citroën nel 1989 e cominciò a pubblicare molti lavori.

P. Bézier morì a Parigi nel 1999.

### *1.3. Curve Parametriche*

Le curve erano state sviluppate dai disegnatori per secoli; la maggior parte di queste curve erano circolari, ma alcune erano forme libere. Queste erano curve derivanti da disegni come ad esempio quello di una carena navale. Quando queste non potevano essere disegnate nella maniera esatta, il modo più comune di risolvere questo problema erano le "French Curves". Queste erano dei curvilinei preparati attentamente e consistevano di pezzi di coniche o spirali. Una curva era disegnata a pezzi utilizzando apposite parti di French curve. Un'immagine delle "French curve" si può vedere in figura 7.

Un altro modo per disegnare queste curve era con l'utilizzo delle spline. Queste erano dei listelli di legno flessibile che erano tenuti fermi da dei pesi di metallo meglio conosciuti come "ducks" (vedi figura 3). Quando i disegni dovevano essere

prodotti in scala, gli attici (o solai) degli edifici erano utilizzati per stendere i disegni più grandi – la parola “lofting” ebbe origine in questo modo.

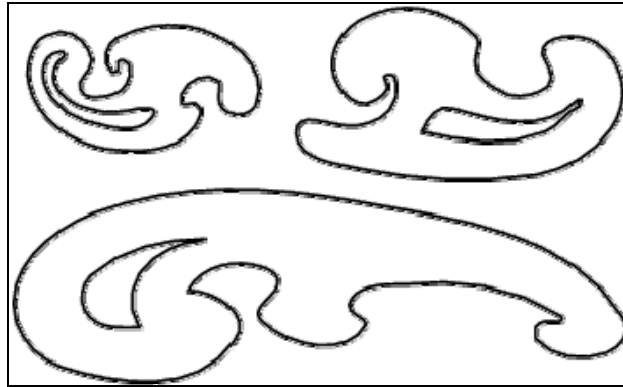


Figura 7: “French curve”

I listelli erano curvati il meno possibile in modo da risultare in una forma esteticamente piacevole e fisicamente ottimale. In matematica queste spline meccaniche sono rappresentate dalle curve spline, una delle forme di curva parametrica fondamentale.

La geometria differenziale delle curve parametriche era nota fin dal 1800 dopo gli studi di Serret / Fernet. D’altro canto però le ricerche nel campo della teoria dell’approssimazione e dell’analisi numerica erano focalizzate interamente su funzioni non parametriche. Entrambe queste aree furono messe insieme quando divennero importanti blocchi del CAGD.

Fin dal 1950, l’azienda statunitense Boeing sviluppò software basati sulle costruzioni di Liming per la costruzione delle fusoliere degli aeroplani. In una parte differente dell’azienda J.Ferguson e D.MacLaren svilupparono un differente tipo di curve per il disegno delle ali. Questi ebbero l’idea di mettere insieme curve cubiche in modo da formare curve composte che erano di classe  $C^2$ . Queste curve potevano essere facilmente interpolate da un’insieme di punti. Queste erano da considerarsi

come curve spline poiché esse minimizzavano un funzionale simile alle proprietà fisiche delle spline meccaniche.

Il significato del termine “curva spline” subì però un lieve cambiamento. Invece di riferirsi a delle curve che minimizzavano determinati funzionali, le curve spline adesso erano pensate più come pezzi di polinomi (o polinomi razionali) con determinate proprietà per quanto riguarda l’avviamento.

Ferguson derivò le sue spline da equazioni fatte da più monomi. Ma utilizzò anche la forma cubica di Hermite.

S.Coons utilizzò questo tipo di curve per costruire i patches che dopo avrebbero preso il suo nome.

La forma di curva parametrica più importante era rappresentata dalle curve di Bézier. Gli sviluppi seguenti riguardarono l’introduzione delle condizioni di continuità  $C^r$  tra tratti di curve di Bézier, la scoperta che le curve di Bézier erano numericamente più stabili rispetto alle altre curve.

Un’alternativa alle curve in forma parametrica erano le curve in forma esplicita espresse in un sistema di coordinate locali. Queste curve sono conosciute come le Wilson-Fowler spline. Un tipo di curva simile fu sviluppata nella routine TABCYL del programma APT. Dopo l’avvento delle curve parametriche, queste curve in forma esplicita cominciarono però a scomparire.

## *1.4. Superfici Parametriche*

Le superfici parametriche erano conosciute già bene dall’epoca dei lavori di Gauss e Eulero. Queste furono adottate immediatamente negli sviluppi dei CAD/CAM. Un’applicazione standard era tracciare una superficie per il plottaggio o per guidare una macchina fresatrice. Le superfici parametriche si adattavano bene ad entrambi gli scopi. Negli ultimi anni 50, le superfici parametriche erano studiate da molte aziende

in Europa e in America. La prima pubblicazione fu dovuta J.Ferguson alla Boeing. Ferguson utilizzò un array di patches bicubiche che interpolavano una griglia di punti dati. Mentre Ferguson utilizzò delle curve spline cubiche con continuità  $C^2$ , le sue superfici erano però solo  $C^1$ . Questo era dovuto all'introduzione di uno zero doppio agli angoli dei patch bicubici. Le patches bicubiche di Ferguson erano anche conosciute come F-patches e furono anche attribuite a S.Coons. Quest'ultimo ideò una semplice formula per trovare un patch tra quattro contorni arbitrari, questo era conosciuto come patch di Coons, in figura 8 e 9 si possono vedere degli esempi. Queste superfici furono utilizzate negli anni sessanta alla Ford mentre Coons era un consulente.

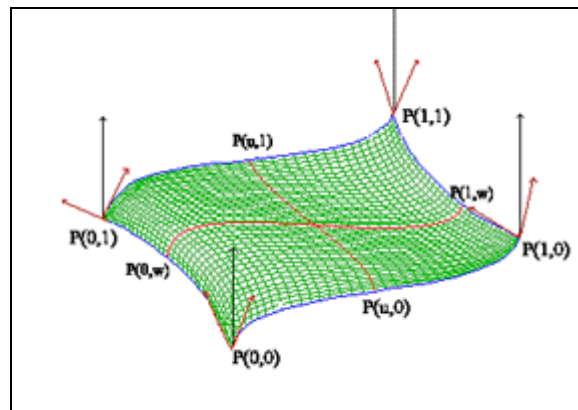


Figura 8: "Coons Patch"

Una generalizzazione di questa formula fu sviluppata da W.Gordon alla General Motors, questa permetteva di interpolare una rete rettangolare di curve. Tutti questi metodi erano etichettati come "interpolazione infinita", nel senso che essi interpolavano curve di bordo arbitrarie (aventi cioè un numero "infinito" di punti su esse).

Mentre le patch di Coons non avevano restrizioni sulle curve del contorno gli altri dovevano incontrarsi agli angoli, un uso comune era di restringere le curve di bordo ad essere curve cubiche di Hermite. I patch di Coons non si adattavano alla costruzione di superfici complesse e smooth.

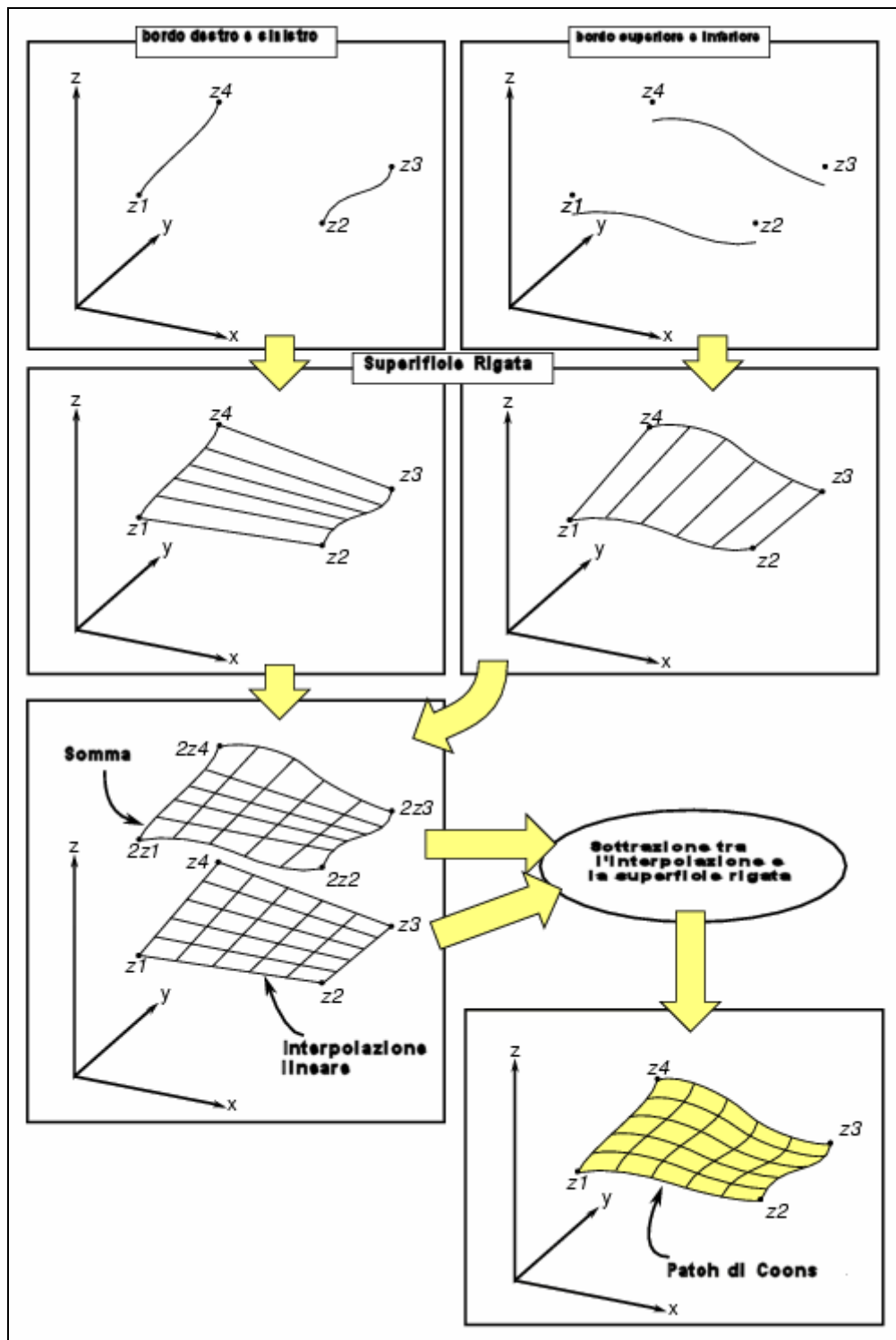


Figura 9: “Come si ottengono le patch di Coons”

## 1.5. Curve B – spline e Nurbs

Il concetto di B-splines (abbreviazione di basic splines) risale a I.Schoenberg che lo introdusse nel 1946 considerando un vettore di nodi uniforme. Le B-spline basate su vettore di nodi non uniforme risalgono invece a H. Curry nel 1947. Nel 1960, C. de Boor cominciò a lavorare per la General Motors e iniziò a utilizzare le b-splines per le rappresentazioni geometriche. Egli più tardi divenne uno dei più importanti sostenitori delle b-splines nella teoria dell'approssimazione. La valutazione ricorsiva delle curve B-splines è dovuta a lui ed è meglio conosciuta come algoritmo di de Boor, vedi figura 10.

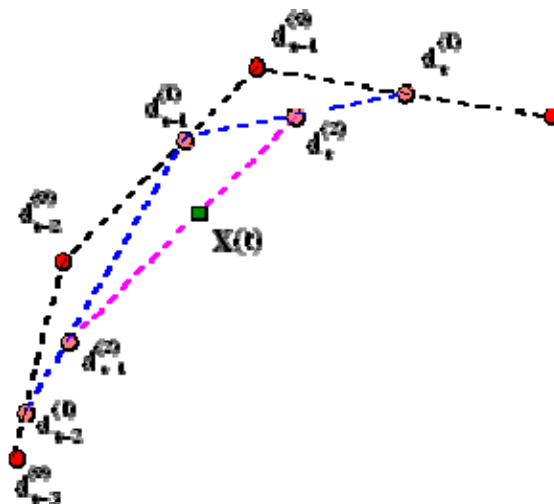


Figura 10: “Algoritmo di De Boor per una curva di grado 4”

Fu questa ricorsione che fece delle b-splines uno strumento veramente indispensabile nel CAGD. Prima di questa scoperta, le b-splines erano definite utilizzando un tedioso approccio alle differenze finite che era numericamente molto instabile. Le funzioni splines sono molto importanti nella teoria dell'approssimazione, ma nel CAGD le curve spline parametriche sono molto più importanti. Queste furono introdotte nel 1974 da R. Riesenfeld e W. Gordon i quali realizzarono che la valutazione ricorsiva delle B-spline fatta da de Boor era la

naturale generalizzazione dell'algoritmo di de Casteljau. Le curve b-splines includevano le curve di Bézier come un sottoinsieme proprio e presto divennero il fondamento di tutti i sistemi CAD. Una prima trasformazione tra b-splines e curve di Bézier fu data da W.Boehm. Molti algoritmi furono sviluppati per semplificare il trattamento matematico delle curve b-splines.

La generalizzazione delle curve b-splines, le NURBS – Non Uniform Rational B-splines – divenne lo standard in fatto di curve e superfici nell'industria CAD/CAM. Queste offrivano una rappresentazione unificata delle splines e delle geometrie coniche: ogni conica così come ogni spline permetteva una rappresentazione polinomiale razionale. L'origine del termine NURBS non è chiara; ma il termine fu sicuramente una cattiva scelta: essa infatti escludeva in maniera esplicita la forma delle b-spline con vettore di nodi uniforme. Gli studi fatti alla Boeing furono di grande importanza per far emergere le NURBS. L'azienda fece sviluppare diversi software geometrici; ma questi erano incompatibili tra loro. I software basati sulle coniche di Liming producevano archi ellittici che non potevano essere importati direttamente nel sistema di Ferfuson basato sulle splines e viceversa. Quindi furono adottate le NURBS come uno standard poiché queste permettevano una rappresentazione geometrica unificata. Aziende come la Boeing, SDRC, o Unigraphics subiro fecero delle NURBS uno standard IGES.

## *1.6. Conclusioni*

Nei primi anni 60, all'interno della industria aerospaziale e automobilistica c'è grande insoddisfazione: la definizione di forme complesse è lenta e prona agli errori. Il procedimento standard prevede la creazione di disegni bidimensionali in cui le curve sezione dell'oggetto sono specificate ogni 100 mm. Da questi disegni si ricavano sagome con cui si costruiscono modelli reali in legno che diventano il



riferimento. Quasi sempre c'è discrepanza tra disegni e modelli e questo rende molto difficile progettare variazioni, interferenze ...La ragione fondamentale è che ci sono tanti modi di interpolare le sezioni: manca il concetto di superficie; inoltre anche disegnare le stesse curve è basato su metodi manuali (l'uso di curvilinei o "splines") che rendono estremamente difficile fare cose che oggi ci sembrano semplici come rototraslare una sezione. E' inutile dire che ogni modifica (ad esempio di stile) provoca tempi lunghissimi. D'altra parte l'uso dei computer per la progettazione 2D comincia a fare i primi passi, e questo stimola molte persone a ragionare su come passare ad un modellazione digitale 3D. Ci si scontra però col problema di quali rappresentazioni matematiche usare. Non se ne conoscono adatte al problema. Descrivere in forma digitale una curva o una superficie richiede infatti di descriverla con una serie di numeri interi e a virgola mobile, mentre fino a quel momento faceva fede la rappresentazione grafica su carta della curva. Ma le curve da usare non sono ne' linee ne' archi ne' coniche, quanto piuttosto delle curve a forma "libera".

Le soluzioni avvengono contemporaneamente in aziende diverse, senza che nessuno sappia cosa sta facendo l'altro. Gli autori sono De Casteljaeu (Citroen, 1959), Bézier (Renault, 1966), Coons (MIT, 1963), Ferguson (Boeing, 1963). La base è la geometria differenziale, branca ideata e sviluppata da Gauss due secoli prima. Soluzione di Bézier: concetto di polo o punto di controllo. Definisco una curva controllata da  $n$  punti. Più è alto il numero di punti più la curva è flessibile. Per modificare la curva modifico i punti. Le curve vennero chiamate di "Bézier". A base matematica di queste curve c'è un polinomio parametrico in cui il grado del polinomio corrisponde al numero di punti meno uno, una linea ha 2 poli e grado 1. La curva non passa per i punti, ma è controllata dagli stessi. Allo stesso modo una superficie è descritta da una matrice  $n \times m$  di poli. Il grado del polinomio sarà  $n-1$  in  $u$  e  $m-1$  in  $v$ . Perché Bézier non ha scelto una curva interpolante i punti? La ragione è che, volendo usare un polinomio, questo tende ad oscillare se definito come

interpolazione di  $n$  punti. Invece la curva di Bézier è stabile e il suo comportamento al movimento dei poli è prevedibile.

Dopo qualche anno di uso delle curve di Bézier ci si rese conto che erano troppo “globali”, ovvero che poiché la modifica di un punto si propagava a tutta la curva, non si riuscivano ad ottenere modifiche “locali”.

Per ovviare a questo si pensò, invece di utilizzare un solo polinomio parametrico, di usarne  $n$  attaccati tra di loro. Nacquero così le curve B-Splines, che possono essere pensate come  $n$  curve di Bézier descritte tutte insieme da un’unica curva. La cosa avvenne nei primi anni 70, principalmente su esigenze della Ford e della Boeing. Nascono due nuovi parametri di controllo oltre al grado: il numero di archi e la continuità tra un arco e l’altro (0 sta per continuità posizionale, 1 per continuità delle tangenti, 2 per continuità delle curvature ...)

Notare che il vero “miracolo” che rende la cosa interessante è che i punti di controllo della B-Spline non coincidono con quelli dei singoli tratti di curve di Bézier, ma sono nuovi “super-poli” che controllano tutto quanto simultaneamente.

C’era ancora una cosa che dava fastidio agli utilizzatori delle B-Splines (e delle Bézier che non sono altro che B-Splines con un solo arco): certe importanti forme come le circonferenze e in generale le coniche dovevano essere approssimate.

La ragione matematica di questo è che una conica non può essere descritta da un polinomio. Per convincersi basta ricordare che la forma canonica di una circonferenza è  $x = R \cos \alpha$   $y = R \sin \alpha$  e i seni e coseni non possono venire descritti da polinomi. Sorprendentemente però possono venire descritti da rapporti di polinomi: basta ricordare le formule di bisezione ...  $\sin \alpha = 2t/(1+t^2)$  ...

Quindi si decise di estendere le B-Spline a polinomi razionali (cioè rapporti di polinomi) e nacquero (Boeing, 1975) le NURBS ovvero Non Uniform Rational B-Splines.

## Capitolo 2

# Panoramica sulle Curve e Superfici

### *Introduzione*

Parte di questo lavoro di tesi ha riguardato la modellazione di superfici tramite CAD.

Nel seguito di questo capitolo verranno esposte le basi matematiche sulle quali si basano questi strumenti di progettazione.

## 2.1. La rappresentazione implicita e la rappresentazione parametrica

Per rappresentazione implicita di una curva si intende una descrizione del tipo  $f(x,y) = 0$ . Per ogni data curva esiste una unica rappresentazione in forma implicita a meno di una costante moltiplicativa. Nella rappresentazione parametrica, invece, la curva è rappresentata da una funzione vettoriale del tipo

$$C(u) = [x(u), y(u)] \quad \text{dove } a \leq u \leq b \quad (2.1)$$

L'intervallo  $[a,b]$  è arbitrario, e per questo di solito viene normalizzato a  $[0,1]$ . Le due forme ora descritte hanno pregi e difetti. In generale valgono le seguenti proprietà:

1. Aggiungendo una coordinata  $z(u)$ , la forma parametrica  $C(u) = [x(u), y(u), z(u)]$  descrive una curva nello spazio, mentre la forma implicita è adatta a descrivere solo curve su un piano ( $xy$ ,  $xz$ ,  $yz$ ).
2. Risulta piuttosto complicato descrivere curve limitate o pezzi di superfici mediante descrizione implicita, mentre risulta immediato in forma parametrica con la semplice limitazione dell'intervallo di variazione del parametro  $u$ . D'altra parte, però, descrivere una curva non limitata, come ad esempio una retta è agevole in forma implicita ( $f(x,y)=ax+by+c$ ) mentre è più difficile da implementare in forma parametrica.
3. Le curve parametriche hanno una direzione naturale di percorrenza, da  $C(a)$  a  $C(b)$ , che le curve implicite non hanno, rendendo facile la generazione di punti lungo una curva o superficie.
4. La forma parametrica è più naturale per quanto concerne la rappresentazione di forme su un computer. I coefficienti di molte forme parametriche (Bézier e BSpline, ad esempio) hanno un notevole significato

geometrico. Questo si traduce in un modo intuitivo di progettare la curva e in algoritmi stabili e affidabili.

5. La complessità di molte operazioni geometriche dipende dalla rappresentazione scelta. Ad esempio, calcolare un punto su una superficie è facile in forma parametrica e più complesso in forma implicita, mentre determinare se un punto giace o no su una curva è immediato in forma implicita mentre è più complesso in forma parametrica.
6. Nelle rappresentazioni in forma parametrica a volte si deve convivere con anomalie proprie della rappresentazione, indipendenti dalla geometria; ad esempio in una sfera rappresentata in forma parametrica come:

$$S(u, v) = [X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)]$$

dove

$$\begin{cases} X(u, v) = \sin(u) \cos(v) \\ Y(u, v) = \sin(u) \sin(v) \\ Z(u, v) = \cos(u) \end{cases} \quad 0 \leq u \leq \pi, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

se calcoliamo la normale alla superficie così definita come

$$N = \frac{S_u \times S_v}{|S_u| \times |S_v|}$$

dove  $\times$  rappresenta l'operazione di prodotto vettoriale si nota subito come questa non possa essere calcolata per ogni punto  $S(u, v)$  con  $0 \leq v \leq 2\pi$  e  $u=0$  o  $u=\pi$ . L'impossibilità di calcolare la normale uscente dai poli di una sfera è dovuta alla parametrizzazione scelta, essendo la normale una proprietà geometrica definita per ogni punto della sfera. I problemi di interesse in questo lavoro riguardano la generazione di configurazioni dimensioni finite, utilizzando il computer e in cui è importante che i coefficienti che definiscono le curve abbiano un significato geometrico. Per tali motivi nel seguito si farà riferimento solo a rappresentazioni parametriche delle curve e superfici.

## 2.2. La parametrizzazione e le forme parametriche

Fissato un riferimento cartesiano  $\mathfrak{R}(O; \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$  in  $\square^3$ , sia  $\Gamma$  una curva parametrizzata, cioè una curva descritta dal punto  $P(u) = (x(u), y(u), z(u))$  al variare del parametro  $t$  in un intervallo reale  $I$ .

Alla curva  $\Gamma$  si può associare una funzione vettoriale  $X(t)$  detta “*parametrizzazione*”, tale che:

$$u \in I \longrightarrow C(u)$$

$$C(u) = P(u) - O = x(u) \cdot \underline{i} + y(u) \cdot \underline{j} + z(u) \cdot \underline{k}$$

Lo studio della funzione a valori vettoriali  $C(u)$  è equivalente allo studio delle tre funzioni coordinate:  $x(u)$ ,  $y(u)$ ,  $z(u)$ .

Una parametrizzazione  $X(t)$  di  $\Gamma$  si dice “*regolare*” se  $C(u)$  è di classe  $C^1$  e le funzioni coordinate ammettono derivate prime che non si annullano contemporaneamente. In tal caso  $\Gamma$  si dice “*arco di curva regolare*”.

La lunghezza di un arco di curva regolare delimitato dai parametri  $u_0$  e  $u_1$ , si può calcolare come:

$$L = \int_{u_0}^{u_1} |\dot{C}(u)| du$$

Si definisce:

- “*vettore tangente*” a  $\Gamma$  il vettore:  $\underline{t} = \frac{C'(t)}{|C'(t)|}$
- “*vettore binormale*” a  $\Gamma$  il vettore:  $\underline{b} = \frac{\dot{C}(u) \times \ddot{C}(u)}{|\dot{C}(u) \times \ddot{C}(u)|}$
- “*vettore normale*” a  $\Gamma$  il vettore:  $\underline{n} = \underline{b} \times \underline{u}$
- “*curvatura*” di  $\Gamma$  la quantità:

$$k(u) = \frac{|\dot{C}(u) \times \ddot{C}(u)|}{|\dot{C}(u)|^3}$$

la quale esprime, sostanzialmente, quanto  $\Gamma$  si “scosta” da una retta. La curvatura di  $\Gamma$  è costantemente nulla se, e solo se,  $\Gamma$  è una retta.

Per le curve piane l’espressione di  $k(t)$  si riduce a:

$$k(u) = \frac{|x'(u)y''(u) - y'(u)x''(u)|}{(x'(u)^2 + y'(u)^2)^{3/2}}$$

- “*raggio di curvatura*” di  $\Gamma$  la quantità:

$$\rho(t) = \frac{1}{k(u)}$$

che, geometricamente, si può interpretare come il raggio del cerchio le cui derivate prime e seconde coincidono con quelle di  $\Gamma$  nel punto comune  $X(t)$ .

- “*torsione*” di  $\Gamma$  la quantità:

$$\tau(u) = \frac{(C'(u), C''(u), C'''(u))}{|C'(u) \times C''(u)|^2}$$

dove, al numeratore, vi è il determinante della matrice formata dai vettori delle derivate prime, seconde e terze di  $C(u)$ . La torsione fornisce una misura di quanto  $\Gamma$  si “scosta” dall’essere piana per cui è costantemente nulla per curve piane.

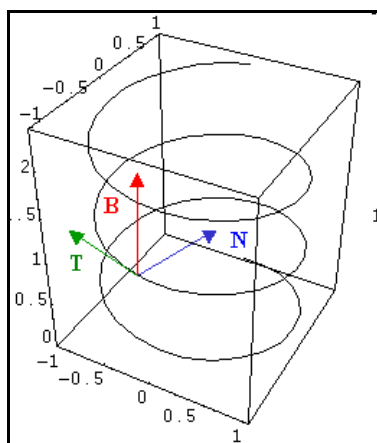


Figura 1: Vettore tangente, normale e binormale ad un elica di equazioni parametriche  $a(t) = (\sin(t), \cos(t), t/8)$

Curvatura e torsione di  $\Gamma$  sono invarianti rispetto alla parametrizzazione (cioè non dipendono dal modo in cui  $\Gamma$  è stata parametrizzata) ed individuano, sotto opportune ipotesi, univocamente  $\Gamma$  (a meno della sua posizione).

Tra le diverse rappresentazioni parametriche disponibili, vengono ora esaminate quelle che rispondono al meglio alle esigenze in esame, quali ad esempio la possibilità di implementazione sul calcolatore in maniera efficiente, la possibilità di rappresentare le forme di interesse e la possibilità di modificare a posteriori parti della curva lasciando invariato il resto della curva stessa. In particolare, il campo viene ristretto alla classe di rappresentazioni che :

1. riescono a descrivere con accuratezza numerica tutte le curve di interesse quali rette, curve continue e spezzate e superfici aerodinamiche;
2. siano facilmente e efficientemente manipolabili all'interno di un computer e in particolare:
  - a. il calcolo di punti e derivate sia agevole,
  - b. il calcolo sia abbastanza insensibile a errori di arrotondamento e di troncamento
  - c. le funzioni richiedano poca memoria per essere salvate;
3. siano semplici e matematicamente ben conosciute.

### 2.2.1 *Polinomi*

Una classe semplice di funzioni che soddisfa i criteri 2 e 3 sono i polinomi che tuttavia non soddisfano in requisito 1, in quanto esistono molte ed importanti funzioni che non possono essere descritte mediante polinomi, come ad esempio le coniche. In questi casi le curve possono essere ottenute in forma approssimata.

Una curva polinomiale può essere espressa come somma di monomi o come curve di Bézier. Le due rappresentazioni sono equivalenti da un punto di vista matematico generale, ma, dal punto di vista pratico, le curve di Bézier sono molto



più adatte a rappresentazioni mediante l'uso del calcolatore, come verrà mostrato in seguito.

Una somma di potenze di grado  $n$  è data da:

$$C(u) = [x(u), y(u), z(u)] = \sum_{i=0}^n A_i u^i \quad \text{dove } 0 \leq u \leq 1 \quad (2.2)$$

e dove  $A$  è la matrice dei coefficienti, e  $u$  è il parametro (variabile indipendente).

La (2.2) può essere scritta per componenti come segue:

$$\begin{aligned} x(u) &= \sum_{i=0}^n \alpha_i u^i = \alpha_0 u^0 + \alpha_1 u^1 + \alpha_2 u^2 + \dots + \alpha_{n-1} u^{n-1} + \alpha_n u^n \\ y(u) &= \sum_{i=0}^n \beta_i u^i = \beta_0 u^0 + \beta_1 u^1 + \beta_2 u^2 + \dots + \beta_{n-1} u^{n-1} + \beta_n u^n \\ z(u) &= \sum_{i=0}^n \gamma_i u^i = \gamma_0 u^0 + \gamma_1 u^1 + \gamma_2 u^2 + \dots + \gamma_{n-1} u^{n-1} + \gamma_n u^n \end{aligned} \quad (2.3)$$

che a sue volta si presta a una rappresentazione più compatta in forma matriciale:

$$C(u) = [A] \cdot \begin{bmatrix} u^0 \\ u^1 \\ \dots \\ u^n \end{bmatrix} = [A_i]^T [u^i] \quad (2.4)$$

Le funzioni  $u^i$  ( $= 1, u, u^2, u^3, \dots$ ) sono chiamate base.

Tuttavia, questa base presenta alcuni inconvenienti:

- gli algoritmi per la sua valutazione, pur essendo computazionalmente rapidi, possono amplificare l'errore di round-off;
- i coefficienti  $A_i$  hanno un significato solo algebrico e non geometrico quindi non permettono di capire facilmente come una loro modifica può variare la forma della curva;
- il calcolo degli  $A_i$  è, in taluni casi, risolto imponendo ulteriori condizioni di interpolazione che poco si addicono alle problematiche del disegno ab

inizio (in cui il progettista non conosce le proprietà analitiche della curva da realizzare ma ne immagina solo una possibile forma).

Per ovviare a tali problemi, si sono considerate nuove funzioni di base, sempre polinomiali ma più adatte ad esprimere curve da utilizzare nei programmi di disegno e progettazione. Si è dunque pervenuti ad i polinomi di Bernstein e alle B-splines.

### 2.3 I Polinomi di Bernstein e le Curve di Bézier

Un'altra rappresentazione parametrica di una curva è la rappresentazione di Bézier, che è una particolare somma di potenze.

La rappresentazione di Bézier di grado  $n$  di una curva data è del tipo:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i \quad \text{dove } 0 \leq u \leq 1$$

ovvero in forma scalare

$$\begin{aligned} x(u) &= \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) x_i \\ y(u) &= \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) y_i \\ z(u) &= \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) z_i \end{aligned} \quad (2.5)$$

dove  $P_i$  sono  $n+1$  punti di controllo e le  $B_{i,n}(u)$  sono le “funzioni base” costituite dai classici polinomi di Bernstein:

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (2.6)$$

L'unione dei punti di controllo costituisce il “poligono di controllo”; i punti di tale poligono sono scelti in funzione della curva da rappresentare e sono in numero pari alle funzioni di Bernstein ( $n+1$ ). Queste funzioni posseggono alcune importanti proprietà che elenchiamo di seguito:

- i)  $B_{i,n}(u) \geq 0$  per ogni  $i, n$  e  $0 \leq u \leq 1$
- ii)  $\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) = 1$  ogni  $u$  in  $0 \leq u \leq 1$
- iii)  $B_{0,n}(0) = B_{n,n}(1) = 1$
- iv)  $B_{i,n}(u)$  ha un solo massimo su  $[0,1]$ , cioè in  $u = i/n$
- v) per ogni  $n$ , i polinomi  $B_{i,n}(u)$  sono simmetrici rispetto a  $u = 1/2$
- vi)  $B_{i,n}(u) = (1-u)B_{i,n-1}(u) + uB_{i-1,n-1}(u)$ ; definiamo  $B_{i,n}(u) = 0$  se  $i < 0$  o  $i > n$

inoltre, derivando la (2.5) si ottiene:

$$C'(u) = \sum_{i=0}^n B'_{i,n}(u) P_i$$

essendo

$$B'_{i,n}(u) = \frac{dB_{i,n}(u)}{du} = n(B_{i-1,n-1}(u) - B_{i,n-1}(u))$$

con

$$B_{-1,n-1}(u) \equiv B_{n,n-1}(u) \equiv 0$$

quindi

$$C'(u) = \sum_{i=0}^n n(B_{i-1,n-1}(u) - B_{i,n-1}(u))P_i = n \sum_{i=0}^{n-1} B_{i,n-1}(u)(P_{i+1} - P_i) \quad (2.7)$$

ovvero

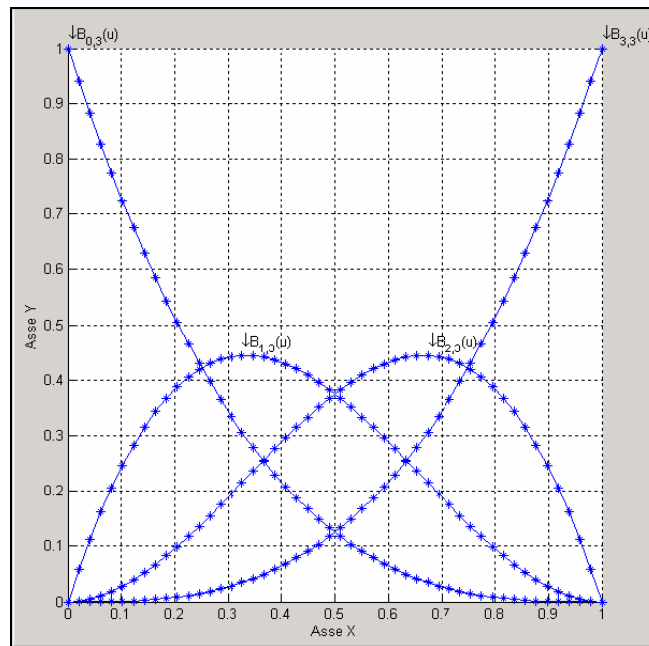
$$C'(0) = n(P_1 - P_0)$$

$$C'(1) = n(P_n - P_{n-1})$$

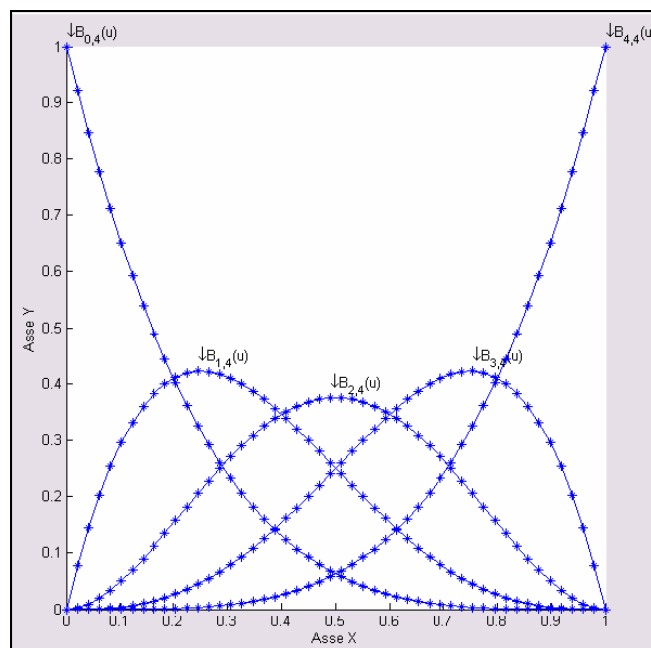
ne deriva che la curva  $C(u)$  è tangente al poligono di controllo nei punti iniziale e finale.

Le curve di Bézier hanno altre interessanti caratteristiche; per esempio è possibile, mantenendo inalterata la curva iniziale, aumentarne il grado, spezzarla in due curve indipendenti, unire due curve con continuità prescritta, calcolarne agevolmente la derivata in qualunque punto, aggiungere punti intermedi. La

rappresentazione di Bézier richiede l'infittimento dei punti di controllo in zone con elevata curvatura, con il conseguente innalzamento del grado della curva stessa; inoltre non è in grado di rappresentare le coniche e, in particolare la circonferenza in forma esatta. A tal fine vengono definite le curve razionali di Bézier. Le figure 2 e 3 riportano alcuni esempi di curve di polinomi di Bernstein.

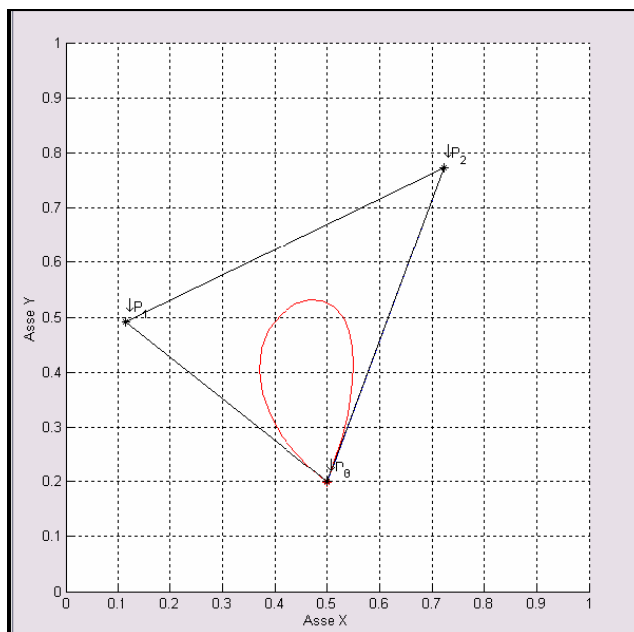


**Figura 2: Polinomi di Bernstein per n=3**

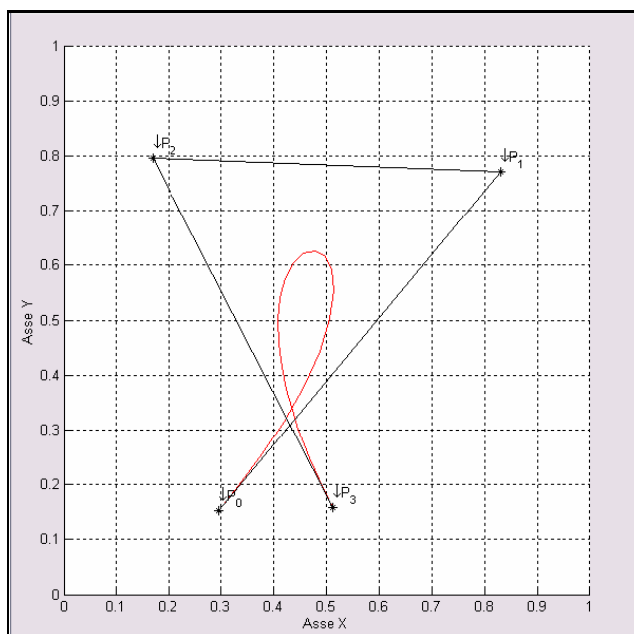


**Figura 2: Polinomi di Bernstein per n=4**

Di seguito sono riportate alcune curve di Bézier di grado 3 ( $n=3$ ). Nella figura 3-1 si vede come si possa ottenere una curva chiusa semplicemente facendo coincidere il primo e l'ultimo punto, nel figura 3-2 è mostrato un cappio; in tutti i casi la curva alle estremità è tangente al poligono di controllo.



**Figura 3-1: Esempio di curva di Bézier**



**Figura 3-2: Esempio di curva di Bézier (“cappio”)**

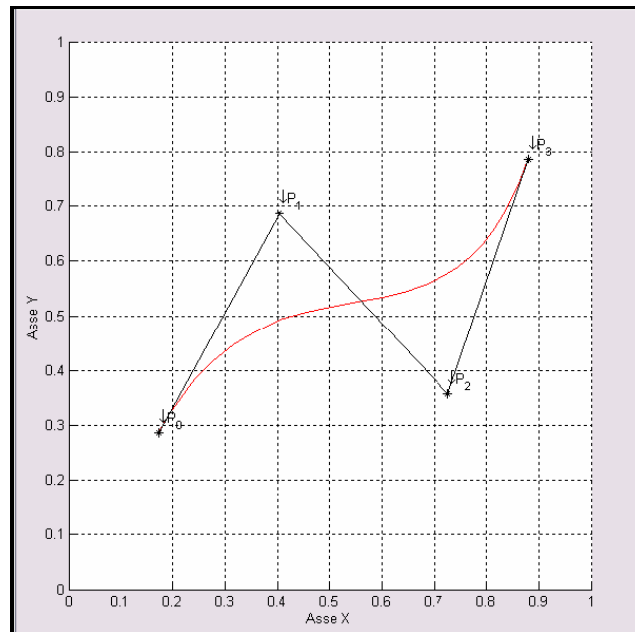


Figura 3-3: Esempio di curva di Bézier

### 2.3.1 Le curve razionali di Bézier

Le coniche possono essere rappresentate in forma esatta mediante funzioni polinomiali fratte. Dalla matematica classica è noto che ogni conica può essere rappresentata come rapporto di polinomi del tipo:

$$x(u) = \frac{X(u)}{W(u)} \quad \text{e} \quad y(u) = \frac{Y(u)}{W(u)} \quad (2.8)$$

dove  $X(u)$ ,  $Y(u)$ ,  $W(u)$  sono polinomi.

Ad esempio in Tabella 1 sono illustrate alcune forme razionali di comuni coniche.

$x(u) = \frac{1-u^2}{1+u^2} \quad \text{e} \quad y(u) = \frac{2u}{1+u^2}$	cerchio unitario centrato nell'origine
$x(u) = \frac{1-u^2}{1+u^2} \quad \text{e} \quad y(u) = \frac{4u}{1+u^2}$	ellisse centrato nell'origine con semiasse maggiore $y$ pari a 2 e semiasse minore $x$ pari a 1

$x(u) = \frac{-1+2u}{1+2u-2u^2} \quad \text{e} \quad y(u) = \frac{4u(1-u)}{1+2u-2u^2}$	Iperbole con centro in (0,4/3)
$x(u) = u \quad \text{e} \quad y(u) = u^2$	Parabola con vertice nell'origine e y asse di simmetria

**Tabella I : varie rappresentazioni razionali di coniche**

Tali luoghi posso essere rappresentate da una curva di Bézier definita in questo modo:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) w_i P_i}{\sum_{j=0}^n B_{j,n}(u) w_j} \quad 0 \leq u \leq 1 \tag{2.9}$$

in cui i  $P_i$  e i  $B_{i,n}(u)$  sono quelli definiti in precedenza e i  $w_i$  sono scalari chiamati “pesi”, che supporremo positivi (per motivi di stabilità numerica degli algoritmi). In questa definizione, quindi, il denominatore comune è dato da  $W(u) = \sum_{j=0}^n B_{j,n}(u) w_j$  il quale, per le ipotesi fatte sui pesi, è sempre positivo per  $0 \leq u \leq 1$ .

La (2.9), in analogia alla (2.5), può essere scritta nel modo seguente:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,n}(u) P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \tag{2.10}$$

dove

$$R_{i,n}(u) = \frac{B_{i,n}(u) w_i}{\sum_{j=0}^n B_{j,n}(u) w_j} \tag{2.11}$$

Le proprietà di queste funzioni sono le stesse dei polinomi di Bernstein da cui derivano. Inoltre dalla (2.11) possiamo ricavare la seguente proprietà:  
se  $w_i = 1$  per ogni  $i$ , allora  $R_{i,n}(u) = B_{i,n}(u)$  per ogni  $i$ ; quindi le curve di Bézier sono sottocasi delle curve razionali di Bézier.

### 2.3.2 Le Proprietà delle curve di Bézier

Le curve di Bezier soddisfano le seguenti proprietà:

- **Valutazione: Algoritmo di De Casteljau**

Per ogni  $u_0 \in [0, 1]$ , risulta:

$$C(u_0) = P_{0, 1, \dots, n}$$

dove:

$$P_{r, s} = (1 - u_0) \cdot P_r + u_0 \cdot P_s$$

$$P_{r, \dots, s} = (1 - u_0) \cdot P_{r, \dots, s-1} + u_0 \cdot P_{r+1, \dots, s}$$

Numericamente, si valuta una curva di Bezier  $C(u)$  in un punto  $u_0 \in [0, 1]$ , costruendo il cosiddetto “*Schema di De Casteljau*”:

$$\begin{array}{cccccccc}
 P_0 & & & & & & & \\
 P_1 & P_{0,1} & & & & & & \\
 P_2 & P_{1,2} & P_{0,1,2} & & & & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 P_{n-1} & P_{n-2,n-1} & P_{r-1} & \dots & \dots & \dots & P_{0, 1, \dots, n-1} & \\
 P_n & P_{n-1,n} & P_{n-2, n-1, n} & \dots & \dots & \dots & P_{1, \dots, n} & P_{0, 1, \dots, n} = C(u_0)
 \end{array}$$

i cui elementi si ottengono applicando le precedenti formule ricorsive.

L’algoritmo di De Casteljau ha un particolare significato geometrico: se si dividono i lati del poligono di controllo secondo i rapporti  $u_0$  e  $1 - u_0$ , si ottengono dei punti che, collegati fra loro, individuano un nuovo poligono; ripetendo tale procedura per  $n$  volte, si perviene alla fine ad un ultimo punto coincidente con  $C(u_0)$ . Inoltre, l’ultimo lato dell’ultimo poligono considerato è tangente alla curva in  $C(u_0)$ .

- **Suddivisione**

Con l’algoritmo di De Casteljau si suddivide  $C(u)$  in due curve coincidenti (con le loro derivate fino all’ordine  $n$ ) in  $C(u_0)$ . I punti di controllo delle due curve si ottengono dalla diagonale e dalla base dello schema di De Casteljau.



- **Derivazione**

Per ogni  $u \in [0, 1]$ , risulta:

$$C^{(k)}(u) = \frac{n!}{(n-k)!} \sum_{i=0}^{n-k} \Delta^k P_i B_i^{n-k}(u)$$

dove:

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_{i+1} - P_i \\ \Delta^k P_i &= \sum_{l=0}^k (-1)^l \binom{k}{l} P_{i+k-l} \end{aligned}$$

In particolare, dalla precedente formula, si ricava che la derivata k-esima di una curva di Bézier negli estremi  $u = 0$  e  $u = 1$  dipende solamente dai punti estremi  $P_0$  e  $P_1$  e dai k punti prossimi ad ognuno di questi.

- **Incremento del numero di punti di controllo**

Ogni curva di Bezier  $C(u)$  di grado  $n$  e punti di controllo  $P_0, \dots, P_n$  si può trasformare in una curva di Bezier di grado  $n+1$  con punti di controllo uguali a:

$$\bar{P}_k = \frac{k}{n+1} P_{k-1} + \left(1 - \frac{k}{n+1}\right) P_k$$

con  $k = 0, \dots, n+1$  e  $P_{-1} = P_{n+1} = 0$ .

Il procedimento inverso, cioè la riduzione del grado di una curva di Bezier, non si può eseguire in maniera altrettanto semplice e, in generale, conduce solo ad un'approssimazione della curva iniziale.

- **Invarianza per “barycentric combinations”**

La “media pesata” di due curve di Bezier si può ottenere effettuando la media pesata dei punti delle curve oppure calcolando direttamente la media pesata dei punti di controllo. In altri termini risulta:

$$\alpha \cdot \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(u) + \beta \cdot \sum_{i=0}^n Q_i B_i^n(u) = \sum_{i=0}^n (\alpha \cdot P_i + \beta \cdot Q_i) B_i^n(u)$$

dove  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  e  $\alpha + \beta = 1$ .

- **Modifica dei punti di controllo**

Se in una curva di Bezier  $C(u)$  si sposta un punto di controllo  $P_i$  in una nuova posizione  $P_i^*$ , tutta la curva si sposta in direzione parallela a  $P_i - P_i^*$ .

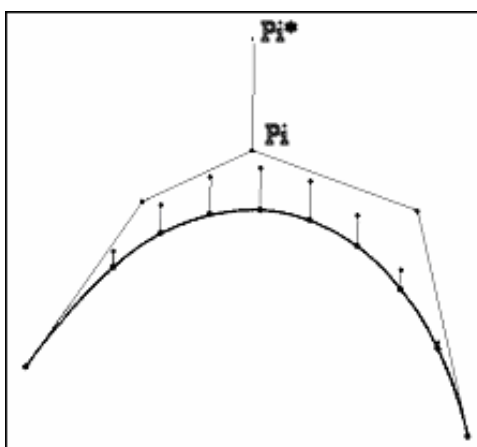


Figura 4: Modifica di un punto di controllo in una curva di Bézier

- **Punti di controllo multipli**

Se nel poligono di controllo si duplica uno dei vertici  $P_i$ , la curva viene attratta verso il punto  $P_i$ .

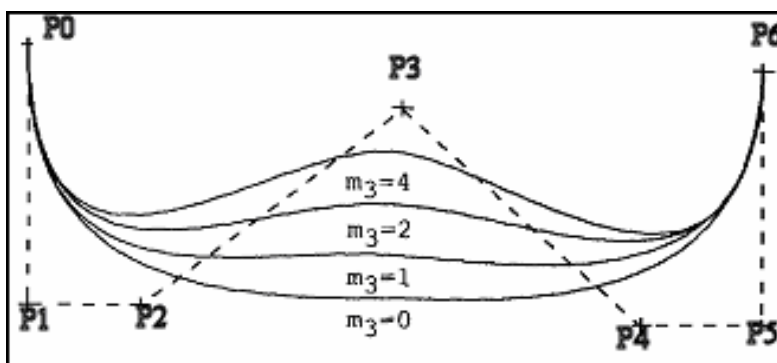


Figura 5: Punti di controllo multipli

- ***Convergenza al poligono di controllo***

La successione di poligoni di controllo che si ottiene aumentando il grado di una curva di Bezier  $C(u)$  converge alla curva  $C(u)$  cioè  $C(u)$  tende a coincidere con il proprio poligono di controllo.

- ***Invarianza affine***

Ogni trasformazione affine (rotazione, traslazione,...) sulla curva si ottiene trasformando direttamente i punti di controllo

- ***Variation diminishing***

Il numero di intersezioni della curva con una retta è minore del numero di intersezioni del poligono di controllo con la stessa retta. In particolare, da ciò si ricava che se il poligono di controllo è convesso, anche la curva è convessa ma il viceversa non è sempre valido.

## 2.4 *Le B – Spline*

### 2.4.1 *Premessa*

Le curve costituite da un unico polinomio sono spesso poco adeguate per descrivere forme geometriche complesse; le principali controindicazioni sono:

- Per soddisfare un grande numero di vincoli serve un grado molto elevato, dato che è necessario un polinomio di grado  $n-1$  per interpolare  $n$  punti. curve di grado elevato sono però difficili da manipolare e numericamente instabili a causa della proliferazione degli errori di troncamento.
- Descrivere una curva con un unico segmento di Bézier non è pratico poiché, anche se è possibile modificare la forma della curva spostando i punti di controllo, lo spostamento interessa comunque tutta la curva.

La soluzione per ovviare a questi inconvenienti è di utilizzare curve (o superfici) polinomiali a tratti, cioè una rappresentazione della forma

$$C(u) = \sum_{i=0}^n f_i(u) P_i \quad (2.12)$$

in cui  $P_i$  sono i punti di controllo, e  $f_i$  sono funzioni polinomiali non nulle solo su una porzione limitata dell'intervallo di variazione del parametro  $u$  e nulle in tutto il resto dell'intervallo. Questa proprietà viene chiamata “local support”, e ha come conseguenza che una modifica a un punto di controllo modifica la curva in un intorno del punto soltanto e non l'intera curva.

### 2.4.2 Le funzioni di base di una curva $\mathcal{B}$ – Spline

Sia  $U = \{u_0, \dots, u_m\}$  una sequenza di numeri reali detti nodi, con  $u_i \leq u_{i+1}$ , con  $i = 0, \dots, m-1$ .  $U$  è detto “vettore dei nodi”. Definiamo la “ $i$ -esima funzione base di grado  $p$ ” (ordine  $p+1$ ), indicata con  $N_{i,p}(u)$ , come segue:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

La (2.13) è nota come formula ricorsiva di Cox-deBoor.

Osservazioni:

- $N_{i,0}(u)$  è una funzione costante a tratti uguale a zero ovunque tranne che nell'intervallo  $u \in [u_i, u_{i+1}[$
- Per ogni  $p > 0$ ,  $N_{i,p}(u)$  è una combinazione lineare di due funzioni base di grado  $p-1$
- Per calcolare un set di funzioni di base è necessario conoscere il grado  $p$  e il

vettore dei nodi  $U$

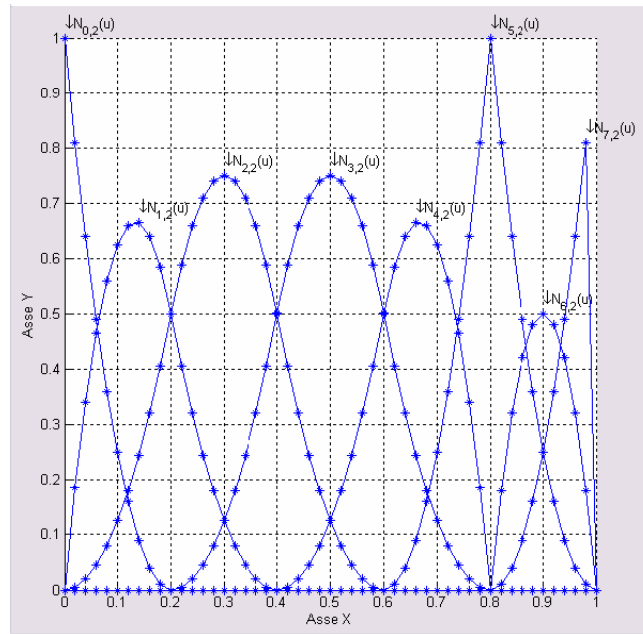
- Se nel calcolo delle funzioni base si determina un quoziente del tipo  $0/0$ , questo viene definito uguale a zero
- I nodi non devono essere necessariamente distinti; esiste così la possibilità di avere sotto-intervalli di lunghezza nulla
- La definizione delle funzioni di base è ottenuta per ricorsione

- Le funzioni di base definite su un vettore di nodi  $U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\}$

generano dei polinomi di Bernstein di grado  $p$  e sono pertanto le stesse funzioni di base di una curva di Bézier; in questo senso, quindi, le curve BSpline sono generalizzazioni delle curve di Bézier.

Di seguito riportiamo alcune proprietà fondamentali delle funzioni base delle BSpline:

- **Local support:**  $N_{i,p}(u) = 0$  se  $u$  è al di fuori dell'intervallo  $[u_i, u_{i+p+1})$
- In ogni sotto-intervallo  $[u_j, u_{j+1})$  al massimo  $p+1$  delle  $N_{i,p}(u)$  possono essere diverse da zero, nominalmente  $N_{j-p,p}(u), \dots, N_{j,p}(u)$
- $N_{i,p}(u) \geq 0$  per ogni  $i, p$  e  $u$  (**non-negatività**)
- Per ogni sotto-intervallo  $[u_i, u_{i+1})$ , la somma di tutte le funzioni non nulle in quell'intervallo è uguale a 1 per qualunque  $u$  (**partition of unity**)
- Tutte le derivate di  $N_{i,p}(u)$  esistono all'interno di un sotto-intervallo (dove la funzione è un polinomio) e agli estremi del sotto-intervallo la funzione è  $p-k$  volte derivabile, dove  $k$  è la molteplicità del nodo. Quindi aumentare la molteplicità di un nodo riduce il grado di continuità della curva in quel punto.
- A parte il caso  $p=0$ ,  $N_{i,p}(u)$  ha esattamente un massimo



**Figura 6: Funzioni base B-Spline di secondo grado definite sul vettore dei nodi  $U=[0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5]$**

### 2.4.3 Derivate di una funzione di base $\mathcal{B}$ – Spline

La derivata di una funzione di base è data da:

$$N'_{i,p}(u) = \frac{P}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) - \frac{P}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (2.15)$$

Questa formula si presta bene alla ricorsione, anzi, definisce la derivata di una funzione base come combinazione lineare di due funzioni base di grado  $p-1$ . Continuando a derivare si può ottenere la formula generale:

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = p \left( \frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}(u)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \quad (2.16)$$

### 2.4.4 Curve B-Spline

Una curva B-Spline di grado  $p$  è definita come segue:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad \text{con } a \leq u \leq b \quad (2.17)$$

Dove  $\{P_i\}$  sono gli  $n+1$  punti di controllo e  $N_{i,p}(u)$  sono le funzioni base B-Spline definite in (1-14) su un vettore di nodi non-periodico e non-uniforme in cui si

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\}$$

“nodi” gli  $m+1$  punti di  $U$ ; si può assumere che il vettore sia definito su  $[0,1]$ , quindi  $a=0$ ,  $b=1$ . La procedura di calcolo di un punto sulla curva ad un dato  $u$  consiste di 3 passi:

1. trovare a quale sotto-intervallo appartiene  $u$ ;
2. calcolare le funzioni di base diverse da zero;
3. moltiplicare il valore delle funzioni base non nulle per i corrispondenti punti di controllo.

Le proprietà di queste curve sono elencate di seguito, molte delle quali sono conseguenza diretta delle corrispondenti proprietà delle funzioni di base.

- Se  $n = p$  e  $U = \{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ , allora  $C(u)$  è una curva di Bézier.
- $C(u)$  è una curva polinomiale a pezzi perché lo sono le sue funzioni di base; il grado  $p$ , il numero di punti di controllo  $n+1$ , e il numero di nodi  $m+1$  sono legati dalla seguente relazione:  $m = n + p + 1$
- Interpolazione agli estremi:  $C(0) = P_0$  e  $C(1) = P_n$
- Invarianza alle trasformazioni affini: applicare una trasformazione affine ai punti di controllo equivale ad applicarla a tutti i punti della curva. Sia  $r$  un punto in  $\mathbb{E}^3$  (spazio euclideo tridimensionale). Una trasformazione affine

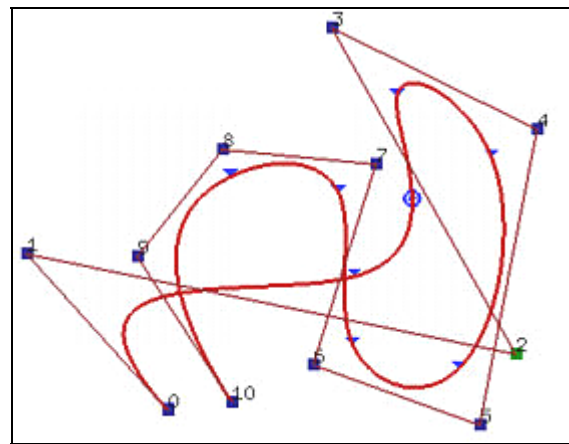
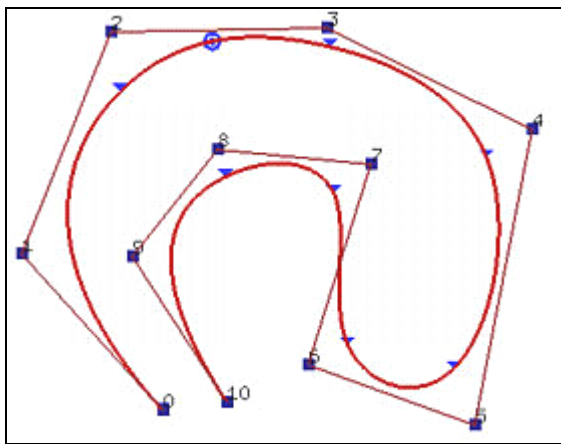
indicata con  $\Phi$ , trasforma  $\varepsilon^3$  in  $\varepsilon^3$  e ha questa forma:  $\Phi(\mathbf{r}) = \mathbf{A}\mathbf{r} + \mathbf{v}$ , dove  $\mathbf{A}$  è una matrice  $3 \times 3$  e  $\mathbf{v}$  è un vettore. Le trasformazioni affini includono traslazioni, rotazioni, scalature ecc... questa proprietà deriva direttamente dalla proprietà espressa nel paragrafo 2.4.2 (partition of unity).

- Proprietà del guscio convesso forte: le curve sono contenute nel guscio convesso definito dai punti di controllo  $P_i$ .
- Modifica locale: muovendo il punto di controllo  $P_i$  cambia la curva solo nell'intervallo  $[u_i, u_{i+p+1})$ , questo è mostrato nell'esempio 1.
- Il poligono di controllo rappresenta una approssimazione lineare della curva. Questa approssimazione migliora aggiungendo nodi o elevando il grado.
- Muovendosi lungo una curva da  $u=0$  a  $u=1$  le  $N_{i,p}(u)$  si comportano come interruttori all'attraversamento dei nodi, "spegnendo" un punto di controllo e "accendendone" un altro.
- Proprietà di diminuzione della variazione: ogni retta interseca la curva al più nel numero di volte in cui interseca il poligono di controllo.
- La continuità e la derivabilità segue dalle caratteristiche delle funzioni di base, quindi tutte le derivate di  $C(u)$  esistono all'interno di un sotto-intervallo (dove la funzione è un polinomio) e agli estremi del sotto-intervallo (in corrispondenza dei nodi) la funzione è  $p-k$  volte derivabile, dove  $k$  è la molteplicità del nodo. Quindi aumentare la molteplicità di un nodo riduce il grado di continuità delle curve in quel punto.
- È possibile e a volte utile usare punti di controllo multipli. Questo ha interessanti effetti sulla continuità geometrica e algebrica della curva come, per esempio, ottenere una cuspid. Tale proprietà viene utilizzata per la suddivisione di curve e superfici.



### *Esempio 1: Modifica di un punto di controllo in una B-Spline*

Intendiamo muovere il punto di controllo  $P_2$ . Il coefficiente di questo punto di controllo è  $N_{2,3}(u)$  e l'intervallo sul quale questo coefficiente è non-nullo è  $[u_2, u_{2+3+1}) = [u_2, u_6) = [0, 0.37)$ . Poiché  $u_2 = u_3 = 0$ , solo tre segmenti che corrispondono a  $[u_3, u_4)$  (il dominio del primo segmento di curva),  $[u_4, u_5)$  (il dominio del secondo segmento di curva) e  $[u_5, u_6)$  (il dominio del terzo segmento di curva) saranno influenzati. La figura a destra mostra il risultato dello spostamento di  $P_2$  all'angolo destro più basso. Come potete vedere, solo il primo, il secondo e il terzo segmento di curva cambiano la loro forma mentre tutti i rimanenti segmenti di curva rimangono nella loro posizione originaria senza alcun cambiamento.



### 2.4.5 Derivata di una B – Spline

La derivata di una B-Spline si calcola mediante le derivate delle sue funzioni di base (§ 2.4.3), per cui:

$$C^{(k)}(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}^{(k)}(u) P_i \quad (2.18)$$

si osserva che calcolare la derivata di una B-Spline in un punto è agevole quanto calcolarne il valore; in particolare, mediante l'uso di queste curve, è possibile ottenere la funzione  $C'(u)$  in forma esplicita, e si verifica che la derivata prima di una B-Spline di grado  $p$  è una B-Spline di grado  $p-1$ , e precisamente:

$$C'(u) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,p-1}(u) Q_i \quad \text{in cui}$$

$$Q_i = p \frac{P_{i+1} - P_i}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \quad (2.19)$$

e il vettore dei nodi si ottiene eliminando il primo e l'ultimo nodo della serie:

$$U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_p, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_p \right\}.$$

### 2.5 Superfici B – Spline

Una superficie B-Spline si ottiene prendendo un reticolo bi-direzionale di punti di controllo, due vettori di nodi, e il prodotto di due curve B-Spline, ottenendo:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad \text{con}$$

$$U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\} \quad V = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{q+1}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1} \right\} \quad (2.20)$$

Nella Figura 7 sono rappresentate due funzioni base di una superficie B-Spline, prodotto di due funzioni base B-Spline, definite come segue:  $N_{i,3}(u)$  (asse x) sono le funzioni base di grado 3 definite su vettore di nodi  $U = \{0, 0, 0, 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1, 1, 1, 1\}$  e  $N_{j,2}(v)$  (asse y) sono le funzioni base di grado 2 definite su vettore di nodi  $V = \{0, 0, 0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1, 1, 1\}$

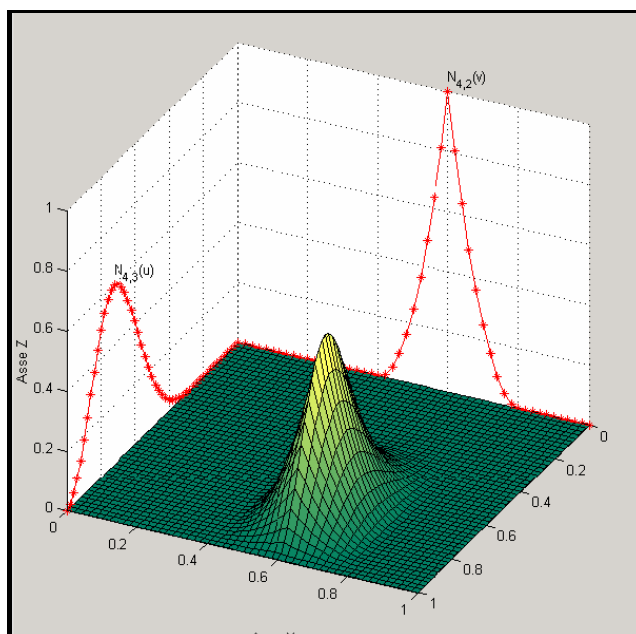


Figura 7-1: Rappresentazione delle funzioni base di una superficie B-Spline

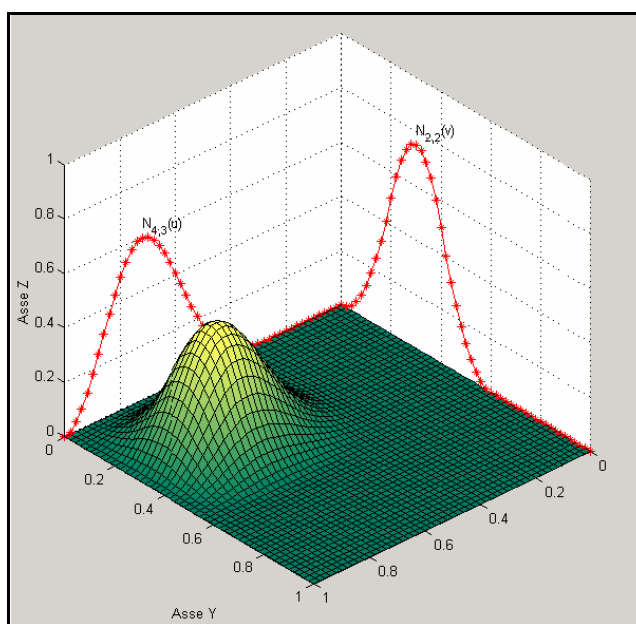


Figura 7-2: Rappresentazione delle funzioni base di una superficie B-Spline

Le operazioni necessarie per valutare un punto della curva sono:

- Trovare il sotto-intervallo in cui è contenuto  $u$ ,  $[u_i, u_{i+1})$
- Calcolare le funzioni non nulle  $N_{i-p,p}(u), \dots, N_{i,p}(u)$
- Trovare il sotto-intervallo in cui è contenuto  $v$ ,  $[v_j, v_{j+1})$
- Calcolare le funzioni non nulle  $N_{j-q,q}(v), \dots, N_{j,q}(v)$
- Moltiplicare le funzioni di base calcolate per i rispettivi punti di controllo

L'ultimo step assume la forma:

$$S(u, v) = [N_{k,p}(u)]^T \cdot [P_{k,l}] [N_{l,q}(v)] \quad \text{con } i-p \leq k \leq i, j-q \leq l \leq j \quad (2.21)$$

Le proprietà di queste superfici discendono dalle proprietà delle analoghe curve B-Spline dalle quali sono costruite:

- **Non-negatività:**  $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) \geq 0$  qualunque  $i, j, p, q, u, v$
- $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) = 1$  per ogni  $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$  (**partition of unity**)
- Se  $n = p$  e  $m = q$ ,  $U = \{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ , e  $V = \{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ , allora  $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) = B_{i,n}(u) B_{j,m}(v)$  qualunque  $i, j$ ; la superficie B-Spline degenera in una superficie di Bézier, prodotto di polinomi di Bernstein.
- **Local support:**  $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) = 0$  se  $(u, v)$  è al di fuori dell'intervallo  $[u_i, u_{i+p+1}) \times [v_j, v_{j+q+1})$  (vedi figura 7)
- In ogni sotto-intervallo  $[u_i, u_{i+1}) \times [v_j, v_{j+1})$  al massimo  $(p+1)(q+1)$  funzioni base possono essere diverse da zero, e precisamente le  $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)$  con  $i-p \leq i \leq i$  e  $j-q \leq j \leq j$
- Se  $p > 0$  e  $q > 0$ , allora  $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)$  ha esattamente un massimo (vedi Figura 7).
- Tutte le derivate parziali di  $N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)$  esistono all'interno di un sottointervallo rettangolare essendo qui la funzione un prodotto di polinomi, mentre agli estremi del sotto-intervallo rettangolare la funzione è  $p-k$  volte derivabile in direzione  $u$  e  $(q-k)$  in direzione  $v$ , dove  $k$  è la molteplicità del

nodo. Nella Figura 7 si vede come nel caso 1) la derivata parziale di  $N_{4,3}(u)$   $N_{4,2}(v)$  in direzione  $v$  è discontinua lungo la linea  $v = 3/5$  dove  $N_{4,2}(v)$  ha un punto angoloso. La derivata parziale di  $N_{4,3}(u)$   $N_{4,2}(v)$  in direzione  $u$  è continua ovunque, perché  $N_{4,3}(u)$  è di classe  $C^2$ .

Le superfici B-Spline hanno le seguenti proprietà, derivabili dalle analoghe proprietà delle curve:

- Se  $n = p$  e  $m = q$ ,  $U = \{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ , e  $V = \{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ , allora  $S(u, v)$  è una **superficie di Bézier**.
- La superficie interpola gli angoli della griglia:  $S(0, 0) = P_{0,0}$ ,  $S(1, 0) = P_{n,0}$ ,  $S(0, 1) = P_{0,m}$ ,  $S(1, 1) = P_{n,m}$
- Una trasformazione affine della curva si ottiene applicandola ai suoi punti di controllo.
- **Proprietà del guscio convesso forte**: la superficie è contenuta nel guscio convesso definito dai punti di controllo  $P_{i,j}$
- La superficie definita dai punti di controllo definisce una approssimazione delle superficie B-Spline. Come nel caso delle curve, minore è il grado e migliore è l'approssimazione.
- **Modifica locale**: muovendo il punto di controllo  $P_{i,j}$  cambia la curva solo nell'intervallo  $[u_i, u_{i+p+1}) \times [v_j, v_{j+q+1})$
- La **derivabilità** di  $S(u, v)$  discende direttamente dalle derivabilità delle funzioni base, in particolare,  $S(u, v)$  è  $p-k$  volte derivabile in direzione  $u$  e  $(q-k)$  in direzione  $v$  in corrispondenza del nodo  $u$  o  $v$  di molteplicità  $k$ .

### 2.5.1 Superfici B – Spline

Siano  $(u, v)$  fissati, di solito si è interessati al valore di tutte le derivate parziali di  $S(u, v)$  fino all'ordine  $d$ , cioè:

$$\frac{\partial^{k+l}}{\partial u^k \partial v^l} S(u, v) \quad \text{con } 1 \leq k+l \leq d \quad (2.22)$$

Come per le curve, otteniamo la derivata mediante le derivate delle funzioni di base, in particolare avremo:

$$\frac{\partial^{k+1}}{\partial^k u \partial^l v} S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}^{(k)} N_{j,q}^{(l)} P_{i,j} \quad (2.23)$$

Purtroppo, nonostante la notevole generalizzazione delle B-Spline, queste restano funzioni polinomiali e, in quanto tali, non possono riprodurre esattamente molte forme, tra cui alcune semplici come la circonferenza.

## 2.6 Le NURBS

Per ovviare ai problemi esposti nel precedente paragrafo, principalmente quello di non poter rappresentare curve semplici come il cerchio, sono state introdotte le NURBS, generalizzazione ulteriore delle B-Spline.

Combinando le nozioni del paragrafo 1.2.3 e 1.3.4 otteniamo una B-Spline razionale, ovvero una Non Uniform Rational B-Spline (il non uniform si riferisce al vettore dei nodi).

Le NURBS sono curve razionali definite da punti di controllo e dai relativi pesi, e rappresentate in forma parametrica formalmente simili alle precedenti. Una NURBS di grado  $p$  è così definita:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i \quad (2.24)$$

dove  $P_i$  sono  $n+1$  punti di controllo,  $w_i$  i pesi che supponiamo non negativi e  $u \in [0,1]$  e le funzioni base  $R_{i,p}$  sono le funzioni base della NURBS definite come

rapporti di funzioni base B-Spline di grado  $p$  su  $U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\}$

ovvero:

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)w_j} \quad (2.25)$$

l'unione dei punti di controllo fornisce il poligono di controllo. Dall'equazione 2.25 e dalle proprietà delle funzioni base B-Spline viste al paragrafo 2.4.2 si derivano le proprietà delle NURBS:

- **Local support:**  $R_{i,p}(u) = 0$  se  $u$  è al di fuori dell'intervallo  $[u_i, u_{i+p+1})$ . Inoltre, per ogni dato intervallo  $[u_i, u_{i+1})$  al massimo  $p+1$  funzioni base sono diverse da zero e precisamente  $R_{i-p,p}(u), \dots, R_{i,p}(u)$ .
- $R_{i,p}(u) \geq 0$  per ogni  $i, p$  e  $u \in [0,1]$  (**non-negatività**)
- $R_{0,p}(u) = R_{n,p}(u) = 1$
- Per ogni sotto-intervallo  $[u_i, u_{i+1})$ , la somma di tutte le funzioni non nulle in quell'intervallo è uguale a 1 per qualunque  $u$  (**partition of unity**)
- Tutte le derivate di  $R_{i,p}(u)$  esistono all'interno di un sotto-intervallo (dove la funzione è un polinomio) e agli estremi del sotto-intervallo la funzione è  $p-k$  volte derivabile, dove  $k$  è la molteplicità del nodo. Quindi aumentare la molteplicità di un nodo riduce il grado di continuità delle curva in quel punto.
- A parte il caso  $p = 0$ ,  $R_{i,p}(u)$  ha esattamente un massimo nell'intervallo  $[0,1]$ .
- Se tutti i pesi  $w_i$  sono uguali, allora  $R_{i,p}(u) = N_{i,p}(u)$ ; cioè le B-Spline sono casi particolari delle NURBS, in cui tutti i pesi hanno lo stesso valore, cioè  $w_i = a$  con  $a \neq 0$

Dalle proprietà elencate sopra si derivano le seguenti importanti caratteristiche geometriche:

- Dalla proprietà  $R_{0,p}(u) = R_{n,p}(u) = 1$  segue che  $C(0) = P_0$  e  $C(1) = P_n$
- **Invarianza** alle trasformazioni affini e alle trasformazioni prospettiche (importante per applicazioni CAD)

- **Proprietà del guscio convesso forte:** le curve sono contenute nel guscio convesso definito dai punti di controllo  $P_i$
- **$C(u)$  è infinitamente derivabile** all'interno dei sotto-intervalli, e  $p-k$  volte in corrispondenza di un nodo di molteplicità  $k$ .
- **Proprietà di diminuzione della variazione:** ogni retta interseca la curva al più nel numero di volte con cui interseca il poligono di controllo
- Una NURBS senza nodi interni è una curva di Bézier razionale, visto che le  $R_{i,p}(u) = B_{i,n}(u)$ . Come casi speciali delle NURBS ci sono anche le B-Spline e le curve di Bézier non-razionali
- **Approssimazione locale:** se il punto  $P_i$  o il peso  $w_i$  vengono modificati questo modificherà la curva solo nell'intervallo  $[u_i, u_{i+p+1})$

L'ultima proprietà è molto importante per la manipolazione delle curve, in quanto consente di apportare modifiche locali alla curva modificando la posizione del punto di controllo o del suo peso; in particolare, modificare il peso ha il seguente effetto:

- ✓ aumentando il valore del peso  $w_i$  la curva viene attratta da  $P_i$
- ✓ diminuendo il valore peso  $w_i$  la curva viene allontanata da  $P_i$
- ✓ al variare del valore del peso, ogni punto della curva si muove lungo una retta uscente da  $P_i$
- ✓ se il peso diventa negativo, la tendenza resta, ma si perde la proprietà della diminuzione della variazione

Come nel caso delle curve razionali di Bézier l'uso di coordinate omogenee consente di manipolare le NURBS in modo efficiente. Per un dato insieme di punti di controllo  $P_i$  e relativi pesi  $w_i$  costruiamo i corrispondenti punti di controllo pesati  $P_i^w = (w_i x_i, w_i y_i, w_i z_i, w_i) = (X, Y, Z, W)$  e definiamo una curva B-Spline non-razionale (polinomio a tratti) nello spazio 4-dimensionale come



$C^w(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i^w$ . Applicando la mappatura prospettica come definita al paragrafo 2.3.1 otteniamo:

$$C(u)H\{C^w(u)\} = H\left\{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i^w\right\} = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i \quad (2.26)$$

### 2.6.1 Derivata di una NURBS

Le derivate di una curva razionale sono complesse in quanto coinvolgono il denominatore con potenze alte. Nel paragrafo 2.4.3 abbiamo visto come derivare una curva non-razionale; quelle formule ovviamente si applicano anche a  $C^w(u)$  in quanto curva non razionale. In questo paragrafo vedremo come sia possibile correlare le derivate di  $C^w(u)$  con le derivate di  $C(u)$ . Sia:

$$C(u) = \frac{w(u)C(u)}{w(u)} = \frac{A(u)}{w(u)}$$

dove  $A(u)$  è la funzione vettoriale le cui tre coordinate sono le prime tre coordinate di  $C^w(u)$ . Derivando otteniamo:

$$C'(u) = \frac{w(u)A'(u) - w'(u)A(u)}{w(u)^2} = \frac{w(u)A'(u) - w'(u)w(u)A(u)}{w(u)^2} = \frac{A'(u) - w'(u)C(u)}{w(u)} \quad (2.27)$$

Siccome  $A^w(u)$  e  $w(u)$  rappresentano le coordinate di  $C^w(u)$ , possiamo ottenere le derivate applicando la 2.19. Per ottenere le derivate di ordine superiore si deriva  $A(u)$  usando la regola di Leibnitz:

$$A^{(k)}(u) = (w(u)C(u))^{(k)} = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} w^{(i)}(u) C^{(k-i)}(u) = w(u)C^{(k)}(u) + \sum_{i=1}^k \binom{k}{i} w^{(i)}(u) C^{(k-i)}(u)$$

da cui si ottiene

$$C^{(k)}(u) = \frac{A^{(k)}(u) - \sum_{i=1}^k \binom{k}{i} w^{(i)}(u) C^{(k-i)}(u)}{w(u)} \quad (2.28)$$

## 2.6.2 Superfici NURBS

Una superficie NURBS di grado  $p$  in direzione  $u$  e  $q$  in direzione  $v$  è definita in 2.29. Anche in questo caso, ovviamente devono essere soddisfatte le relazioni fra grado, numero di nodi e numero di punti di controllo, in entrambe le direzioni, cioè:  $r = n + p + 1$  e  $s = m + q + 1$

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \cdot w_{ij}(u) P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \cdot w_{ij}(u)} \quad (2.29)$$

con vettori dei nodi:

$$U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\} \quad (2.30)$$

$$V = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{q+1}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1} \right\}$$

Definendo la funzione di base polinomiale razionale:

$$R_{i,j}(u, v) = \frac{N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \cdot w_{ij}(u)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \cdot w_{ij}(u)} \quad (2.31)$$

la superficie 2.29 può essere scritta come:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_{i,j}(u, v) \cdot P_{i,j} \quad (2.32)$$

Le proprietà delle NURBS sono sostanzialmente le stesse delle B-Spline, le riassumiamo brevemente qui:

- $R_{i,p}$  è una funzione razionale di grado  $p$  tale che  $R_{i,p} \geq 0$  qualunque  $u$ , e  $R_{i,p} \neq 0$  solo in  $[u_i, u_{i+p+1})$
- La curva NURBS è composizione di curve razionali ognuna di grado  $p$
- Cambiare la posizione di un punto di controllo  $p_i$  modifica la curva  $p(u)$  solo in  $[u_i, u_{i+p+1})$
- Deve essere soddisfatta la relazione  $m = n + p + 1$
- Le curve B-Spline e Bézier sono casi particolari delle NURBS, infatti una BSpline è una NURBS con pesi tutti uguali, mentre una curva di Bézier è una NURBS con  $n = p$ .
- Mediante queste curve è possibile descrivere esattamente curve coniche
- Aumentando il valore del peso di un punto di controllo avvicina la curva al punto stesso.

Questa ulteriore generalizzazione da un lato ha portato ad avere a disposizione uno strumento matematico in grado di generare curve molto complesse con relativa semplicità, dall'altro ha complicato la gestione della curva, l'inserzione di nodi ecc...

### 2.6.3 Potenzialità delle NURBS

Come detto le curve NURBS hanno la capacità di rappresentare curve anche complesse mediante un limitato numero di punti di controllo. Ad esempio, in Figura 8 si vede che la sola definizione di una spezzata con 6 segmenti (7 punti di controllo) genera la curva NURBS (in nero), generata con i dati della tabella 2.

La curva NURBS in figura 8, allo stesso modo delle curve B-Splines, presenta un punto angoloso in corrispondenza di un nodo ripetuto ( $u_5 = u_6 = 0.75$ ), in esso risulta  $C^{2-2} = C^0$ , infatti  $p = m-n-1 = 9-6-1 = 2$ . La curva in figura 8, malgrado il punto angoloso intermedio, è una unica curva. Per forzare la curva a passare per uno qualsiasi dei punti di controllo, è sufficiente che la molteplicità del nodo corrispondente sia uguale al grado della NURBS. In questi punti, inoltre, la NURBS è tangente alle linee di controllo.

Tabella 2

Punti di controllo ( $n + 1 = 7$ )			
	X	Y	Z
P <sub>0</sub>	0.50000	3.00000	0
P <sub>1</sub>	1.50000	5.50000	0
P <sub>2</sub>	4.50000	5.50000	0
P <sub>3</sub>	3.00000	1.50000	0
P <sub>4</sub>	7.50000	1.50000	0
P <sub>5</sub>	6.00000	4.00000	0
P <sub>6</sub>	8.50000	4.50000	0

Nodi ( $m + 1 = 10$ )	
u <sub>0</sub>	0
u <sub>1</sub>	0
u <sub>2</sub>	0
u <sub>3</sub>	0.2500
u <sub>4</sub>	0.5000
u <sub>5</sub>	0.7500
u <sub>6</sub>	0.7500
u <sub>7</sub>	1.0000
u <sub>8</sub>	1.0000
u <sub>9</sub>	1.0000

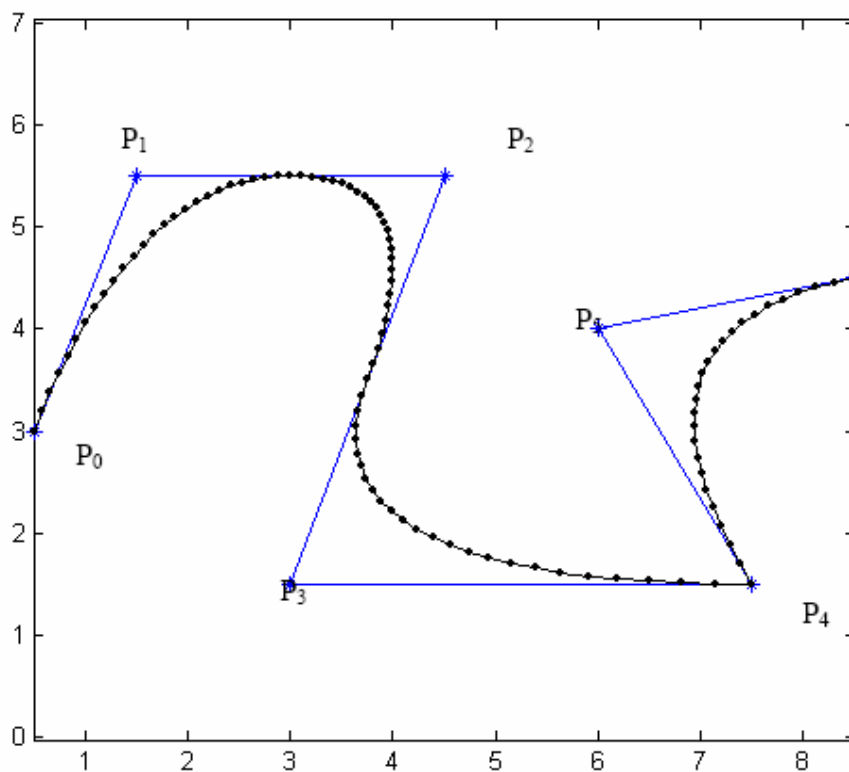
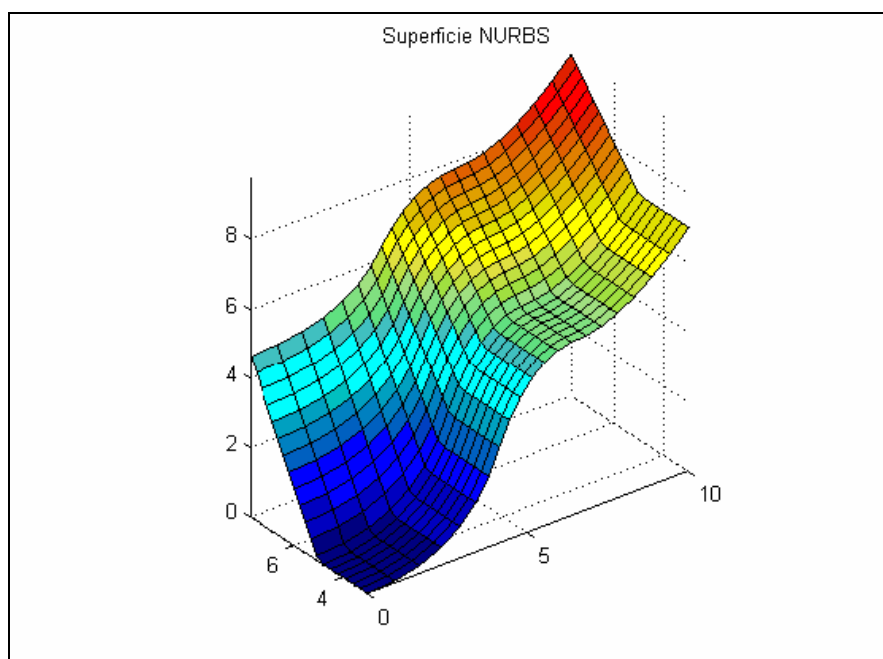


Figura 8 : NURBS creata mediante 7 punti di controllo

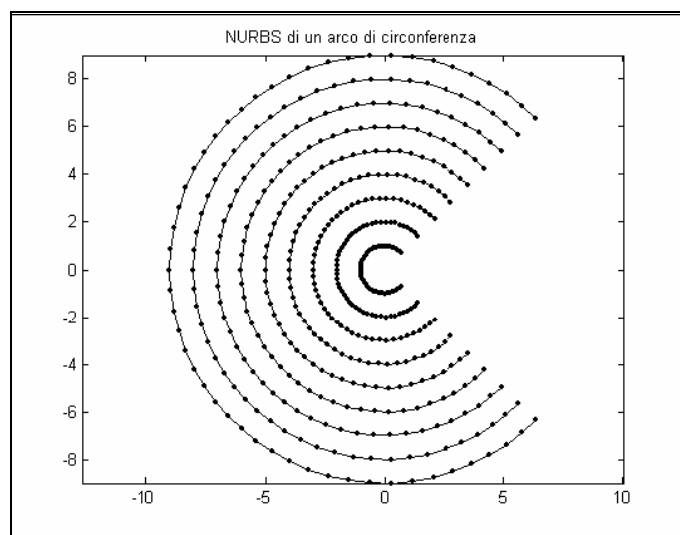
Estendendo il concetto a due dimensioni si ottengono delle superfici; in questo caso servono oltre ai punti di controllo, due vettori di nodi, che possono anche essere di dimensioni differenti, rendendo così possibile avere gradi diversi nelle due direzioni.

Ad esempio, in Figura 9, è rappresentata la superficie NURBS creata con una griglia di punti  $5 \times 5$  ( $n = 4, m = 4$ ) e due vettori di nodi. Nella direzione  $x$  il vettore di nodi è da 8 elementi, per cui il grado della superficie in questa direzione  $p = m - n - 1 = 7 - 4 - 1 = 2$ ; nella direzione  $y$  il vettore dei nodi è composto da 7 elementi, per cui  $p = m - n - 1 = 6 - 4 - 1 = 1$ . Il risultato è che la superficie è di secondo grado in direzione  $x$  mentre solo di primo, quindi lineare a tratti, in direzione  $y$ .

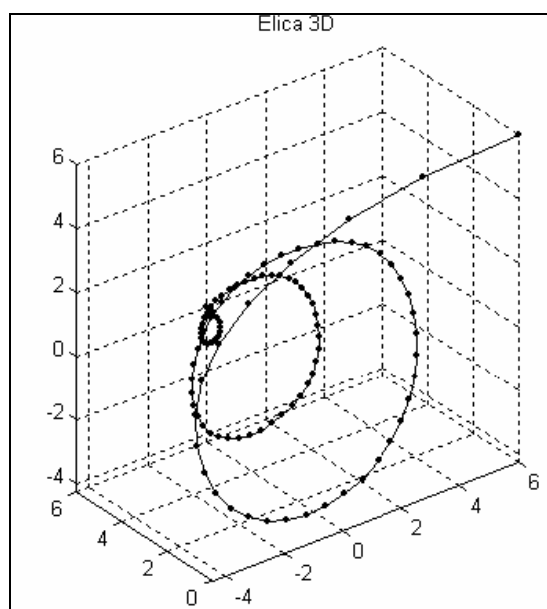


**Figura 9:** Superficie NURBS con funzioni di grado diverso nelle due direzioni

Come già detto, con queste curve è possibile rappresentare esattamente anche i cerchi, come mostrato in Figura 10, mentre in Figura 11 è rappresentata un elica 3D di facile definizione.

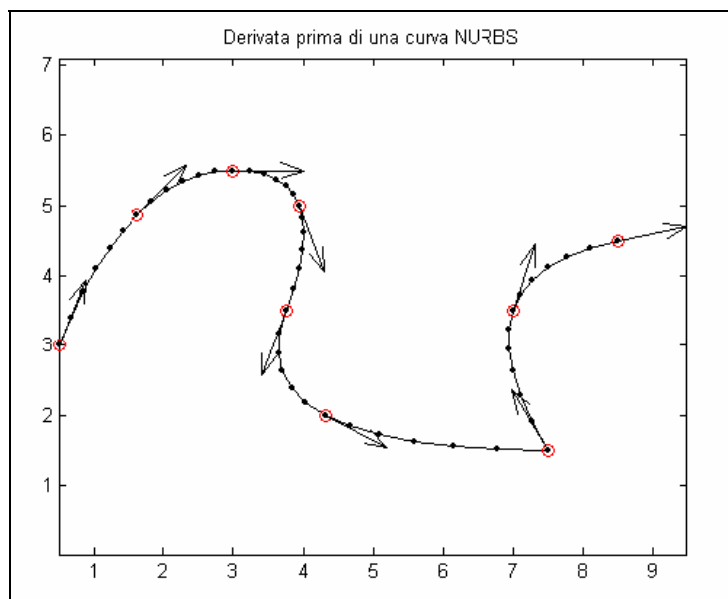


**Figura 10: Arco di circonferenza rappresentato mediante NURBS**

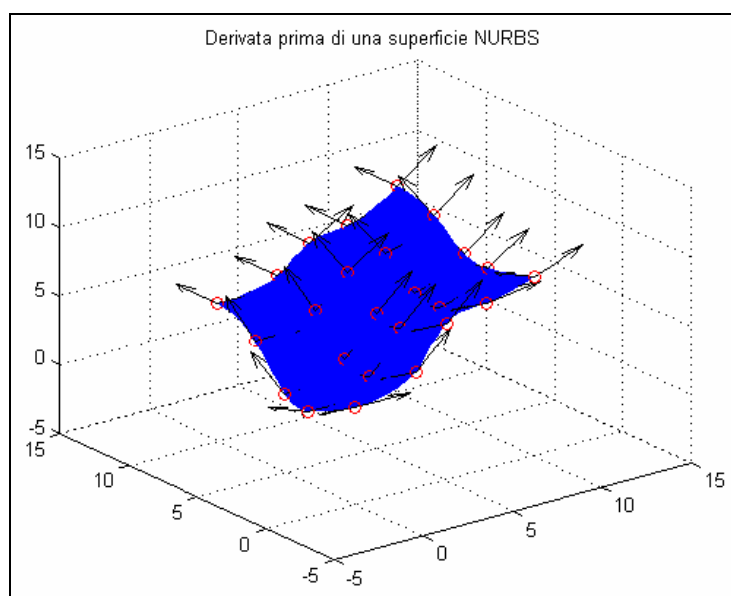


**Figura 11: Elica 3D rappresentata mediante NURBS**

Esistono poi algoritmi che calcolano in maniera efficiente la derivata (vedi paragrafo 2.6.1) in un punto qualunque di una curva o superficie NURBS come schematicamente mostrato in Figura 12 e Figura 13.



**Figura 12: Derivate di una curva NURBS**



**Figura 13: Derivate di una curva NURBS**

Nelle figure seguenti sono rappresentate alcune forme che sono rappresentabili molto semplicemente mediante NURBS. La superficie di Figura 14 è costruita interpolando la curva di Figura 8 con un arco di circonferenza, mentre la Figura 15 dimostra una forma complessa ottenuta per rivoluzione di un arco di circonferenza e due circonferenze.

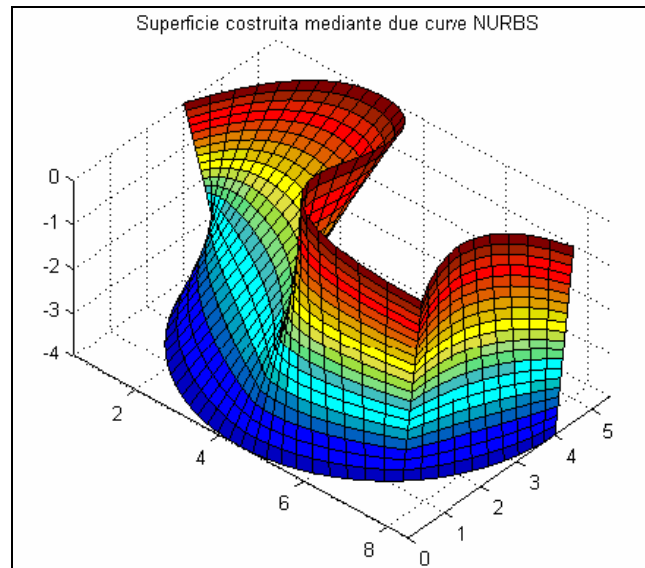


Figura 14: Esempio di superficie costruita partendo da due curve NURBS con interpolazione lineare

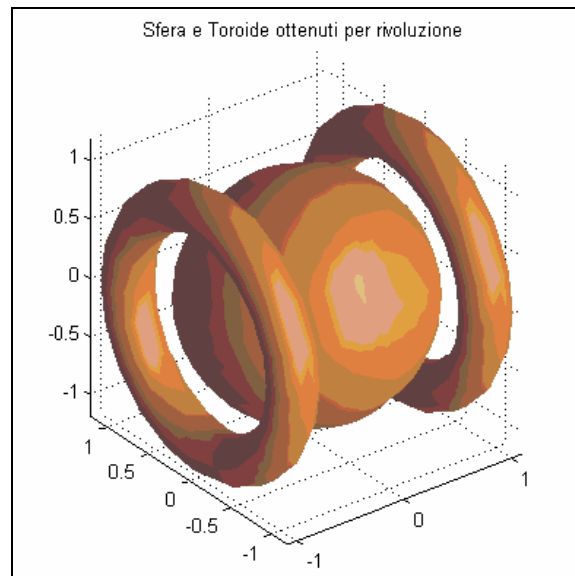


Figura 15: Sfera e toro ottenuti per rivoluzione di semplici forme bidimensionali



## 2.7 Conclusioni

Le curve intere di Bézier rappresentano uno strumento molto valido e potente per i CAD: esse permettono un controllo molto spinto della propria forma agendo sui punti di Bézier e possono essere “raffinate” elevandone il grado (inserendo quindi nuovi punti di controllo). Gli algoritmi per la loro valutazione e modifica sono molto semplici ed estremamente stabili.

Le curve razionali di Bézier sono strumenti ancora più potenti in quanto possono rappresentare sezioni coniche e introducono dei parametri che permettono di modificare la curva senza variarne i punti di controllo.

Nonostante ciò le curve di Bézier presentano alcuni limiti:

- i polinomi di Bernstein costituiscono una base globale per cui un cambiamento in un punto di controllo della curva si ripercuote su tutta la curva;
- il numero di punti di controllo è strettamente collegato al grado dei polinomi da utilizzare per cui, l'utilizzo di curve con molti punti di controllo richiede necessariamente polinomi di grado elevato.

Questi due svantaggi non si presentano invece nelle curve B-splines che sono anch'esse estremamente flessibili e semplici da valutare quindi sono diventate, nella loro forma più evoluta: le NURBS, uno standard nei programmi di modellazione geometrica (e, di conseguenza, nei formati universali di scambio dati per pacchetti CAD come, per esempio, l'IGES).

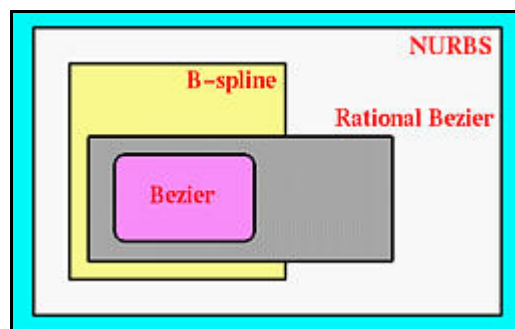


Figura 16: La Gerarchia delle Curve

## Capitolo 3

### L'importanza delle superfici sviluppabili

### in campo navale

#### 3.1 La curvatura di una superficie

Sia  $P$  un punto su  $S$  ed  $n$  la normale ad  $\Sigma$  in  $P$ . Ogni piano  $\varepsilon$  passante per  $P$  e contenente  $N$  interseca  $S$  in una curva la cui curvatura si chiama: “*curvatura normale di  $S$  in  $P$* ” e si denota con  $k_n$ .

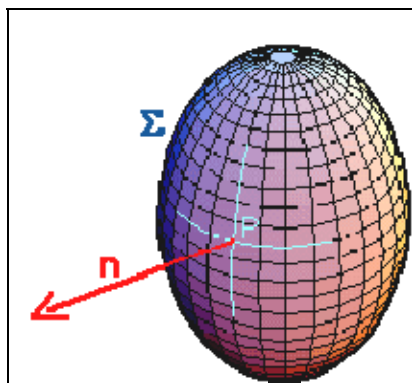


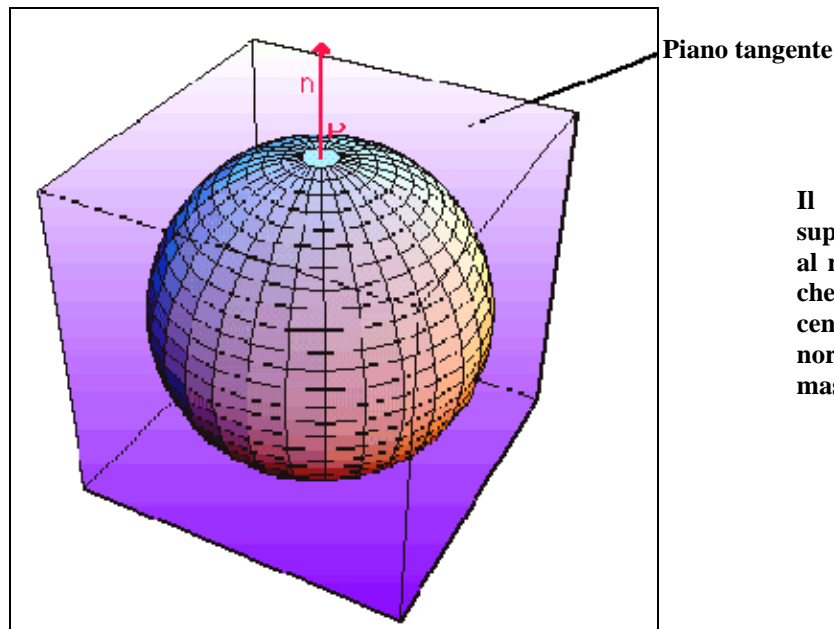
Figura 1: Curvatura di una superficie, nel caso di un ellissoide

Ovviamente  $k_n$  varia al variare di  $\varepsilon$  ma ammette due valori estremi, detti “*curvature principali di  $S$  in  $P$* ”, denotati con  $k_1$  e  $k_2$  e soddisfacenti il Teorema di Eulero secondo cui risulta:

$$k_n = k_1 \cdot \cos^2\phi + k_2 \cdot \sin^2\phi$$

essendo  $\phi$  l'angolo tra il piano che genera  $k_n$  e quello che genera  $k_1$ .

Nel caso di una superficie sferica di raggio  $r$  vedi figura 2, si ha invece che tutte le sezioni normali, per qualsiasi punto  $P$ , sono uguali (sono circonferenze massime di curvatura  $1/r$ ); ne segue che la curvatura è ovunque uguale a  $1/r^2$  ed è sempre positiva. La superficie sferica è a curvatura costante positiva.



**Il piano tangente in  $P$  ad una superficie sferica è perpendicolare al raggio che passa per  $P$ . Ne segue che la normale per  $P$  passa per il centro della sfera e le sezioni normali sono circonferenze massime.**

**Figura 2: Curvatura di una superficie sferica**

Consideriamo ora la superficie a sella in fig. 3. Sono evidenziate in rosso le due curve  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  e che ci consentono di valutare la curvatura della superficie in  $P$ . Ora attenzione:  $\sigma_1$  è la sezione normale che ha curvatura massima tra quelle che volgono la concavità verso l'alto rispetto all'orientamento di  $n$  (il raggio di curvatura  $r_1$  è positivo perché il centro di curvatura si trova sulla normale al di sopra di  $P$ ), mentre  $\sigma_2$  è la sezione normale che ha curvatura massima (in valore assoluto) tra quelle che volgono la concavità verso il basso (il raggio di curvatura  $r_2$  è negativo perché il centro di curvatura si trova sulla normale al di sotto di  $P$ ). Poiché  $k=1/(r_1 r_2)$  ne segue che la curvatura  $k$  è negativa in  $P$ .

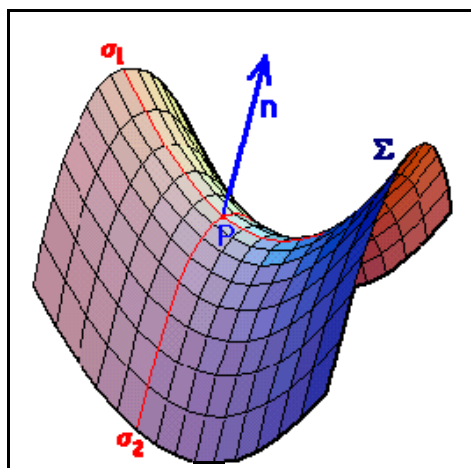


Figura 3: Curvatura di una superficie a sella

Alla luce di quanto detto, è semplice capire se una superficie ha curvatura positiva o negativa in un punto  $P$ : nel primo caso tutte le sezioni normali per  $P$  volgono la concavità dalla stessa parte rispetto alla normale mentre nel secondo le sezioni normali volgono la concavità sia da una parte che dall'altra. Esaminiamo infine il caso di superfici che hanno in un punto curvatura nulla. Un piano, è chiaro, ha curvatura nulla in tutti i suoi punti. Le sezioni normali sono infatti delle rette e hanno curvatura nulla in ogni punto. Più interessante è il caso di un cilindro (senza basi): anche la sua superficie ha curvatura nulla in ogni punto. In figura 4 vedete una superficie cilindrica e, evidenziate in azzurro, le due sezioni normali ortogonali per il punto  $P$  che ci interessano; la sezione orizzontale è una circonferenza ed ha curvatura massima  $k_1$ , quella verticale è una retta ed ha curvatura minima  $k_2=0$ . Ne segue che la curvatura della superficie in  $P$  è  $k=k_1k_2=0$ .

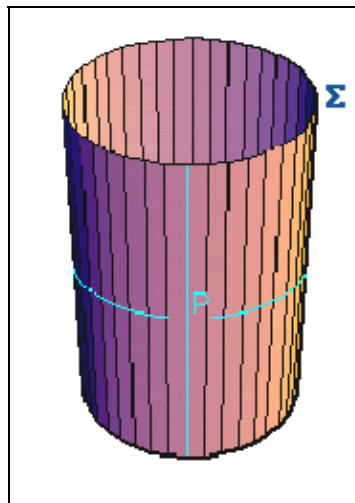


Figura 4: Curvatura di una superficie cilindrica

Un'ulteriore esempio può essere quello della superficie di un toro che ha la curvatura che cambia da punto a punto; ma c'è di più: abbiamo regioni del toro a curvatura positiva e regioni a curvatura negativa (ve ne potete rendere conto facilmente osservando la fig. 5). L'esistenza di regioni sia a curvatura positiva che a curvatura negativa ha delle implicazioni fondamentali per la geometria sulla superficie: nelle regioni a curvatura positiva la geometria sarà di tipo ellittico (somma degli angoli di un triangolo maggiore di  $\pi$ ), nelle regioni a curvatura negativa sarà di tipo iperbolico (somma degli angoli di un triangolo minore di  $\pi$ ).

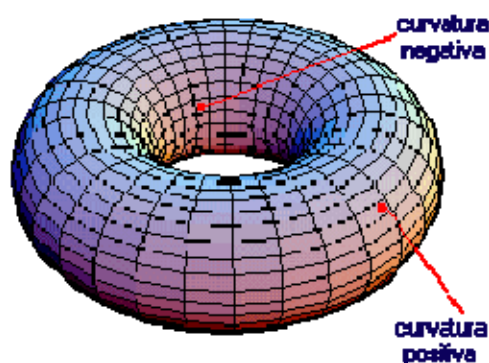


Figura 5: Curvatura di una superficie cilindrica

### 3.2 La curvatura Gaussiana

Il prodotto  $K$  delle curvatures principali di  $S$  in un punto  $P$  si chiama “*Curvatura Gaussiana di  $S$  in  $P$* ” mentre, la semisomma  $H$  si chiama “*Curvatura Media*”:

$$K = k_1 \cdot k_2$$

$$H = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

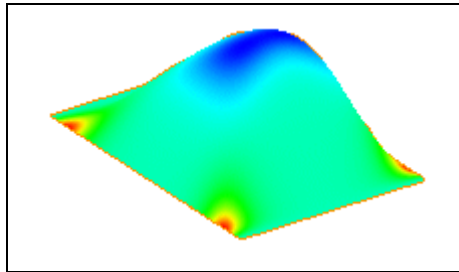


Figura 6: Codifica a colori della Curvatura Gaussiana

La curvatura gaussiana  $K$  e quella media  $H$  permettono di classificare la superficie  $S$  secondo il seguente schema:

- se  $K > 0$  allora  $S$  è localmente ellittica;
- se  $K < 0$  allora  $S$  è localmente a forma di sella;
- se  $K = 0$  allora  $S$  è localmente cilindrica;
- se  $H > 0$  allora  $S$  presenta una cavità;
- se  $H < 0$  allora  $S$  presenta una cupola.

*Codifica a colori della Curvatura*

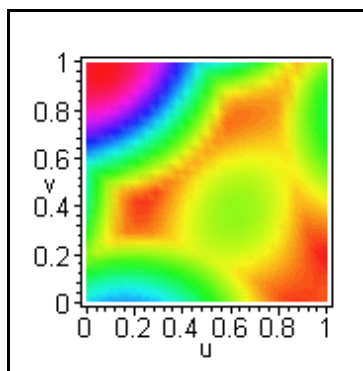


Figura 7: Curvatura Normale

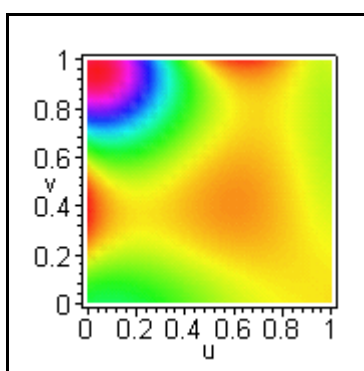


Figura 8: Curvatura Gaussiana

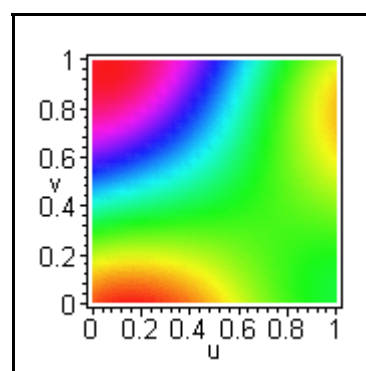


Figura 9: Curvatura Media

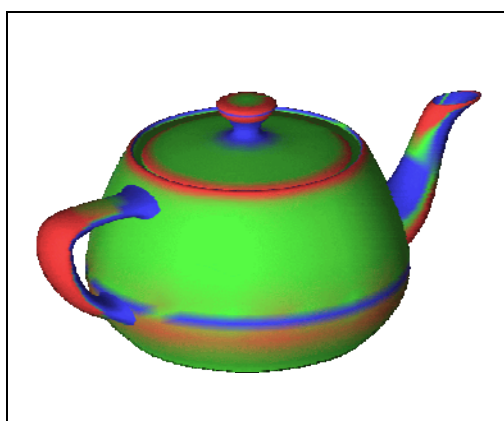


Figura 10: Curvatura Gaussiana

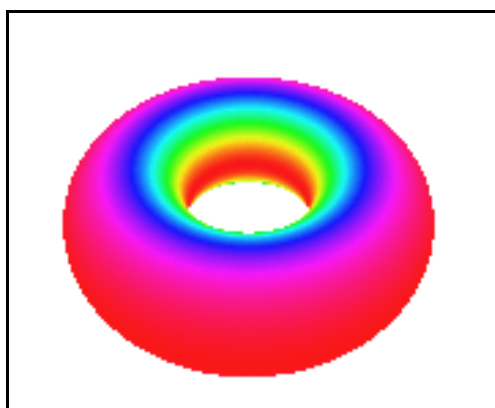


Figura 11: Toro – Curvatura Gaussiana

### 3.3 Le superfici sviluppabili

Le superfici per le quali la curvatura gaussiana è identicamente nulla sono dette “*sviluppabili*”: esse sono molto importanti in determinati campi industriali perché se la loro forma deve essere riprodotta mediante lamiere metalliche, la lavorazione necessaria a piegare quest'ultime è molto semplice.

Dal punto di vista analitico, le superfici sviluppabili sono superfici rigate (ma non vale sempre il viceversa) che, lungo ogni generatrice, ammettono un unico piano tangente per cui esse si suddividono in solo tre classi:

- coni;
- cilindri;
- spigoli di regresso (descritti dal variare della retta tangente ad una curva nello spazio).

L'annullarsi della curvatura gaussiana  $K$  richiede che almeno una delle due curvatures principali:  $k_1$  o  $k_2$  sia nulla. Tale curvatura indica la direzione lungo cui la superficie si riduce ad una retta.

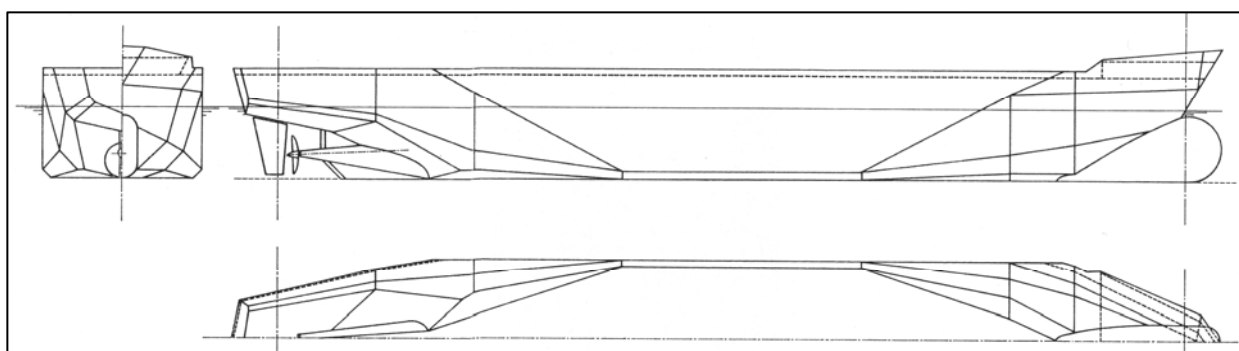


### *3.4 Le superfici sviluppabili in campo navale*

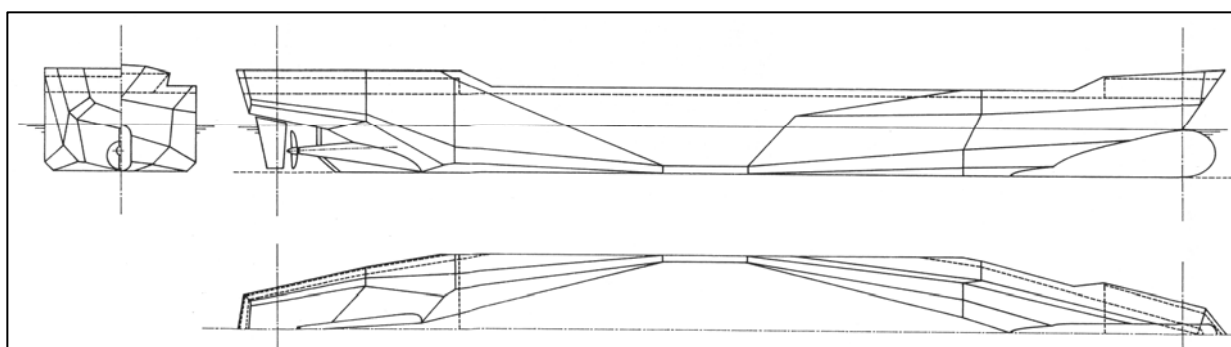
#### *3.4.1 La Storia*

Nel 1967 le maestranze del cantiere navale “Blohm und Voss” di Amburgo, al fine di ridurre i tempi e i costi della produzione, studiarono uno scafo delimitato totalmente da superfici piane e pertanto rappresentabile, come un qualsiasi solido geometrico, per mezzo delle proiezioni su tre piani coordinati degli spigoli secondo i quali tali superfici si intersecavano. La configurazione dello scafo così concepito restava di conseguenza univocamente definita per via grafica mediante un disegno il quale, più che costituire un vero e proprio piano di costruzione, rappresentava piuttosto il “piano degli spigoli”. Tuttavia, per la risoluzione di molteplici problemi riguardanti la stabilità e l’assetto della nave, la sua robustezza longitudinale, nonché la realizzazione costruttiva dello scafo si rendeva indispensabile l’esecuzione del disegno del tradizionale piano di costruzione, chiaramente non più costituito dalle convenzionali tre famiglie di sezioni curvilinee delle superfici avviate che caratterizzano lo scafo delle navi comuni, ma da un numero piuttosto rilevante di segmenti. Lo scafo in questione, nella sua parte centrale, era delimitato da due murate verticali a forma di trapezio rovesciato, con la base maggiore coincidente con l’orlo della impavesata e la base minore costituente lo spigolo superiore dello smusso del ginocchio. L’affinamento sia a prua che a poppa era ottenuto in tre successivi stadi per mezzo di superfici triangolari e quadrangolari che dalla sezione pressoché rettangolare della zona centrale portavano a quelle cuneiformi delle estremità. Per migliorare le prestazioni idrodinamiche della carena la prua era fornita di bulbo che, per ovvie ragioni, non era costituito da superfici piane. Lo scafo venne disegnato e sperimentato in due differenti versioni : una destinata ad una nave per il trasporto di carichi alla rinfusa con la velocità di esercizio di  $15 \div 16$  nodi, denominata

“Basic – Pioneer” e l'altra ad una nave per il trasporto di contenitori con velocità di esercizio di  $18 \div 19$  nodi, denominata “Container – Pioneer”. Come si rileva dai rispettivi piani degli spigoli riportati nelle figure 12 e 13 le forme di carena della prima versione erano ovviamente diverse da quelle della seconda: il corpo cilindrico centrale era più lungo, l'avviamento di prua e di poppa meno accentuato, il bulbo poco assottigliato. I valori dei coefficienti di finezza totali di carena erano rispettivamente 0,78 e 0,60.



**Fig.12 Piano degli spigoli dello scafo in versione “Basic – Pioneer”**



**Fig.13 Piano degli spigoli dello scafo in versione “Container – Pioneer”**

I modelli di queste carene furono provati nelle vasche per le esperienze di Architettura Navale di Vienna e di Amburgo con risultati molto interessanti. Durante le prove nell'acqua in moto ondoso furono misurate anche le ampiezze degli angoli di beccheggio nonché le accelerazioni relative ai moti di innalzamento e di abbassamento della prua e della poppa. I risultati dimostrarono che le superfici piane delle carene, o meglio, gli spigoli orizzontali e quelli inclinati esercitavano

un benefico effetto smorzante sia nell'ampiezza dell'angolo di beccheggio che nell'accelerazione, ambedue risultate inferiori a quelle misurate, in pari condizioni di moto ondoso, su modelli di carene tipo convenzionale di uguale lunghezza e di uguale coefficiente di finezza totale. Gli stessi risultati delle prove di rimorchio e di autopropulsione, nonché quelli per la determinazione dell'andamento dei filetti fluidi suggerirono alcune modifiche da apportare alle forme di carena originali consistenti principalmente in ampliamento dello smusso nella zona del ginocchio e nella sistemazione di un ringrosso troncoconico a sezione decrescente verso poppa attorno all'asse dell'elica. La prima delle navi con carena "Pioneer", la bulk-carrier "Jag Dev", venne costruita nel cantiere navale "Blohm und Voss" di Amburgo e consegnata il 24 giugno 1968 al committente: "Great Eastern Shipping c.Ltd." di Bombay. La nave alle prove diede risultati molto lusinghieri raggiungendo una velocità superiore di 0,67 nodi a quella prevista dai risultati delle prove in vasca. Nello stesso anno vennero costruite presso il medesimo cantiere altre due unità con carena "Pioneer" alle quali fecero seguito solamente altre cinque. Purtroppo una soluzione di tale genere presenta l'inconveniente di una resistenza al moto superiore di circa il 10% rispetto a quella di una nave analoga nelle stesse condizioni di esercizio ma avente diversamente le forme avviate il che si traduce in un pesante onere nella sua utilizzazione che riduce, se non annulla addirittura, i benefici raggiunti in termini di costo e di tempo durante la costruzione. In quegli anni, comunque, le navi con scafo costituito da superfici piane non erano una novità: infatti già durante la seconda guerra mondiale in Germania la "Deutsche Werft" di Amburgo aveva progettato e costruito piccole navi aventi lo scafo delimitato da ridotti elementi di superfici piane con spigoli continui disposti orizzontalmente o quasi. Due di tali navi hanno fatto servizio anche nella Marina Militare Italiana con i nomi di "Montegrappa" e "Montecucco". Il primo, con sigla KT10, fu consegnato il 10 marzo 1943 e radiato il 1 luglio 1958, l'altro, con sigla KT32, fu consegnato il 26 marzo 1943 e radiato il 29 marzo 1949 per essere successivamente ceduto alla Russia.

Ambedue le unità erano state montate sugli scali del cantiere navale “Ansaldo” di Genova-Sestri con materiali prefabbricati in Germania e poi spediti in Italia.

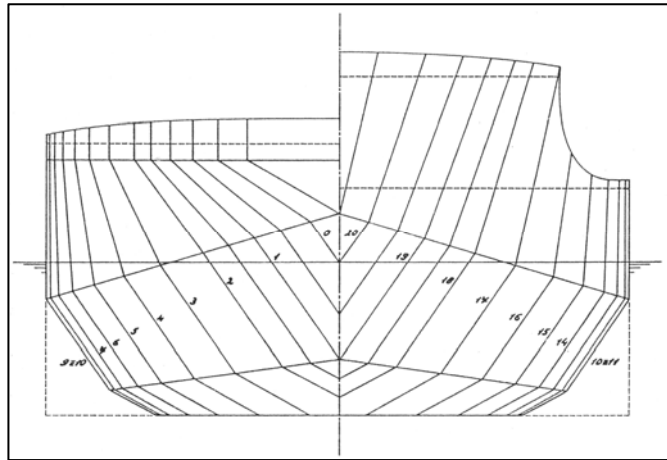


Fig.14 Trasversale del piano di costruzione delle navi KT

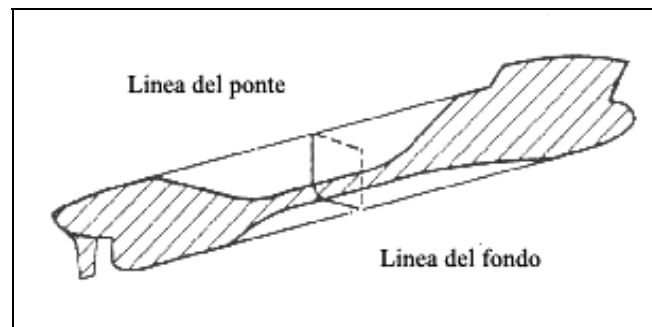
Le caratteristiche principali delle navi “KT” erano le seguenti:

- ✓ lunghezza tra le perpendicolari..... $L_{pp} = 67,60$  m
- ✓ larghezza massima fuori ossatura..... $B = 11,00$  m
- ✓ altezza di costruzione..... $D = 4,05$  m
- ✓ immersione di pieno carico normale..... $T = 2,50$  m
- ✓ coefficiente di finezza totale di carena..... $CB = 0,45$  m
- ✓ portata lorda..... $\Delta W = 700$  t
- ✓ due macchine alternative a vapore della potenza complessiva  
di 2400 CV
- ✓ velocità di esercizio..... $v_e = 12$ Kn

### 3.4.2 *La costruzione della carena*

Quando si costruiscono grandi navi mercantili tra il 50% e l'80% del peso della nave scarica e asciutta è dato da lamiera prodotta da fogli rettangolari piatti di acciaio. Circa due terzi di questi rimane piatta dopo essere stata inserita nella costruzione o come struttura interna o come bordi piatti nella parte mediana. Le percentuali menzionate sopra variano a seconda del tipo di nave, ma generalmente

circa il 15% dei piani di acciaio richiede trattamenti speciali per divenire curvo. Diciamo il 10% per le grosse navi e il 20% per le navi snelle container più snelle.



**Fig.15** Tipica carena con involucro curvo

Focalizzandosi sugli aspetti dell'ottimizzazione della produzione nelle costruzioni in acciaio possiamo elencare tre gruppi che sono collegati alle lamiere curve:

1. Materiali grezzi: Devono essere fatti sforzi per adottare materiali standard adatti quanto più estesi e grandi possibile e utilizzarli cercando di fare la minima percentuale di scarto.
2. Informazioni sulla produzione: si devono preparare informazioni accurate per le officine in maniera da evitare di perdere tempo in cambiamenti e riparazioni delle parti già fabbricate insieme con il ridurre i margini sulle specifiche d'acquisto.
3. Fattibilità di costruzione: il disegno deve minimizzare il tempo per svolgere il processo e le richieste per strumenti troppo costosi e pesanti.

Le forme di carena sono solitamente progettate preliminarmente considerando le proprietà idrodinamiche, trascurando quindi in un certo senso la fattibilità di costruzione. I piani di acciaio che non fanno parte delle aree piane della nave saranno più o meno a doppia curvatura. La deformazione dei fogli piani in fogli a doppia curvatura, per esempio in una sezione di una sfera o di un ellissoide richiede grande forza o trattamenti di calore speciali. Questo è dovuto al fatto che

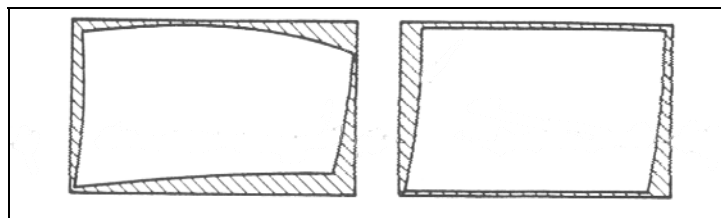
il foglio deve essere curvato in due direzioni imprimendo la deformazione nel piano del foglio. I metodi di lavorazione razionali nella moderna progettazione di navi chiedono una precisione al millimetro per elementi prefabbricati che devono essere assemblati in strutture più grandi. Le superfici a doppia curvatura non possono essere sviluppate esattamente sebbene siano stati presentati molti differenti metodi di sviluppo, i pannelli a doppia curvatura risentiranno sempre delle deviazioni imprevedibili dalla loro forma tridimensionale desiderata a causa di inevitabili errori nelle tecniche di sviluppo. I vuoti o le sovrapposizioni tra fogli adiacenti possono essere riparati aggiungendo o rimuovendo il materiale eccessivo o con una più o meno violenta tensione delle lamiere, che portano a deformazioni, e quindi pregiudicano l'avviamento della superficie. In entrambi i casi c'è bisogno di più lavoro. Di conseguenza i metodi convenzionali che si occupano di pannelli curvati devono essere evitati o almeno migliorati. Tuttavia carene con lamiere di acciaio a doppia curvatura sono state costruite negli anni senza troppi problemi. Inoltre la complessità dipende molto dalla curvatura delle lamiere rispetto alla lunghezza e alla larghezza delle lamiere stesse. Per navi molto grandi che hanno piccole lamiere di acciaio relativamente alle dimensioni della nave in questione, il problema è piccolo. Ma pensando all'attuale dura competizione tra i cantieri navali ogni piccola ottimizzazione è benvenuta.

### *3.4.3 La singola curvatura*

L'arte di fare costruzioni curve, è l'abilità di prevedere la forma richiesta di una lamiera piana in maniera così accurata che dopo che essa è stata lavorata diviene esattamente come la superficie curva desiderata. Un modo per fare questo è evitare la curvatura in due direzioni, applicando speciali superfici curve dette superfici a singola curvatura. Queste sono anche chiamate superfici sviluppabili in quanto esse sono ottenibili da un piano.

L'utilizzo di queste superfici a singola curvatura pone delle restrizioni al progettista poiché i tre gradi di libertà non sono indipendenti l'uno dall'altro. Ma gli effetti di questa restrizione non devono essere enfatizzati, perché la carena è in ogni caso soggetta a leggi di idrodinamica, e quindi deve fornire linee di flusso avviate lungo la carena stessa. I vantaggi delle superfici a singola curvatura possono essere elencati in tre punti seguenti gli aspetti di ottimizzazione menzionati in precedenza:

1. All'inizio le lamiere sono rettangolari e non sono deformate nel piano. Un rettangolo sulla carena manterrà la sua forma quando sviluppato. Quando le lamiere possono essere sviluppate esattamente vengono inserite nelle loro sezioni senza alcuna correzione. Il materiale aggiunto di solito ai lati può essere evitato.
2. Il solo processo di cui si ha bisogno per formare lamiere di acciaio curvate è l'arrotolamento. Per lamiere spesse o molto curvate si necessita della pressa idraulica.
3. Le lamiere curvate possono essere automaticamente saldate insieme facilmente. Quando più tardi posizionati sulla maschera di montaggio o nell'intelaiatura del disegno il loro peso spesso è sufficiente per pressarli nella loro forma, questo evita inutili sforzi per ottenere la forma desiderata.



**Fig.16 Esempi di lamiere:Convenzionali (a sinistra) e a singola curvatura (a destra)**

### 3.4.4 *Superfici a singola curvatura*

Una superficie creata muovendo una retta nello spazio è detta superficie a linee rette ad esempio una superficie rigata o un elica. Se queste rette dette linee generatrici seguono certe regole la superficie descritta sarà una superficie a singola curvatura. Una superficie a singola curvatura è esattamente la stessa cosa di una superficie sviluppabile. Una superficie sviluppabile gode delle seguenti proprietà:

- ✓ Attraverso ogni punto della superficie, si può tracciare al più una retta (la generatrice) che tocca la superficie per tutta la sua lunghezza.
- ✓ Lungo ogni generatrice la superficie ha un piano tangente costante.

Il termine “superficie sviluppabile” è dovuto al fatto che queste superfici possono essere sviluppate in un piano, cioè esiste un'applicazione geometrica della superficie nel piano tale che ogni curva sulla superficie è trasformata in una curva della stessa lunghezza sul piano (applicazione isometrica). Di conseguenza l'applicazione fornisce anche che angoli e aree esatte. Le linee generatrici sono soggette a limitazioni imposte dalle leggi geometriche per le superfici sviluppabili, cioè in primo luogo la loro forma non deve causare regioni iperboliche nella superficie creata o la linea generatrice deve essere singolare.

È matematicamente provato che le superfici sviluppabili possono essere divise in tre tipologie:

1. Superfici cilindriche (tutte le linee generatrici sono parallele).
2. Superfici coniche (tutte le linee generatrici si intersecano tra di loro in un punto).
3. Superfici tangenti (tutte le linee generatrici sono tangenti ad una data curva nello spazio).



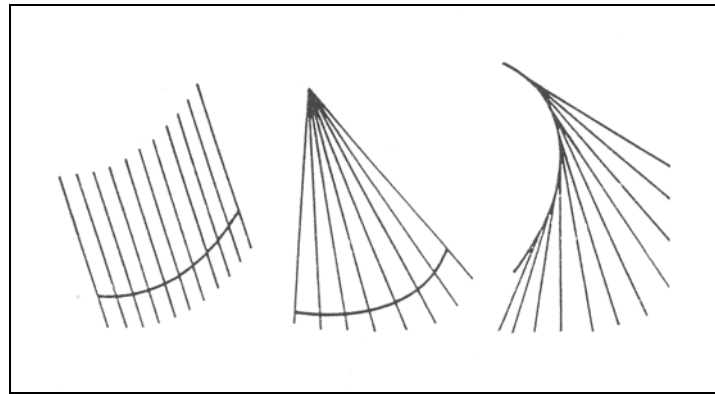


Fig.17 I tre tipi di superfici a singola curvatura.

Da sinistra a destra la superficie cilindrica, la conica e la tangente

La superficie cilindrica è la più semplice superficie a singola curvatura e la superficie tangente è la più avanzata. La superficie cilindrica non è soddisfacente come base generale a causa della direzione costante delle linee generatrici, e la superficie tangente è molto difficile da gestire dal punto di vista numerico.

Le superfici coniche rappresentano un buon compromesso per modellare le superfici a singola curvatura. Infatti gli insiemi di superfici coniche possono essere considerate come un metodo discreto di simulare le superfici tangenti, perché i punti più alti spesso formano una curva particolare simile alla curva tangente. Quando cresce il numero di punti massimi, la somiglianza diviene più ovvia.

### 3.4.5 Modellazione di una carena

Quando le superfici sono combinate in una carena avvita esse devono avere bordi completamente in comune. Il lavoro del disegno comincia con una scelta dei bordi comuni che formano una rete di cornici e definendo le condizioni al contorno, normalmente sulle tangenti e sulla curvatura. Insieme con questi vincoli, i bordi definiscono in maniera approssimativa la forma di ogni superficie. La superficie di carena è ora divisa in tre differenti tipi di superfici:

1. Superfici Piane
2. Superfici a singola curvatura
3. Superfici a doppia curvatura

Per prima deve essere determinata l'estensione delle superfici piane.

Esse ricoprono principalmente la parte piatta e il fondo piatto della carena, sebbene altre superfici possono essere anch'esse piane. I contorni di queste superfici sono abbastanza ovvi, ma poiché le superfici piane possono avere transizioni smooth alle vicine superfici a singola curvatura, i contorni sono spesso linee rette.

In un secondo momento si dovrebbero determinare le aree che sono da riprodurre come aree a singola curvatura. Le superfici a singola curvatura sono caratterizzate dall'aver lo stesso piano tangente lungo la stessa linea generatrice. Questo implica per esempio che tutte le cornici sul piano longitudinale (essendo intersezioni parallele con la carena) avranno la stessa direzione tangenziale lungo un certa linea generatrice. Se le cornici sono ugualmente spaziate la linea generatrice sarà divisa in parti di uguale lunghezza tra le cornici. Le cose di cui sopra sono la guida principale per determinare le possibili linee generatrici così come per preparare un buon piano di costruzione iniziale a mano. Inoltre è utile determinare la transizione tra le aree a singola curvatura a quelle a doppia curvatura, che in seguito possono essere fissate utilizzando speciali curve a contorno.

Per rendere possibile al computer di generare una superficie a singola curvatura sulla base della rete circostante è necessario avere due curve nello spazio giacenti sulla superficie. Entrambe devono spazzare la superficie particolare da una parte all'altra, in maniera da determinare l'intera estensione della superficie. Le curve utilizzate sono quasi sempre curve B-spline. Queste curve hanno diversi vantaggi rispetto alle polinomiali ordinarie, fra gli altri una facile gestibilità manuale nell'ottenere curve smooth e un eccellente controllo delle tangenti che è molto utile per il nostro proposito.

La definizione delle curve spaziali è fatta con un numero di punti che controllano la forma della curva. Le tangenti agli estremi sono determinate dalla direzione dei primi/ultimi due punti del poligono, mentre le curvature agli estremi sono

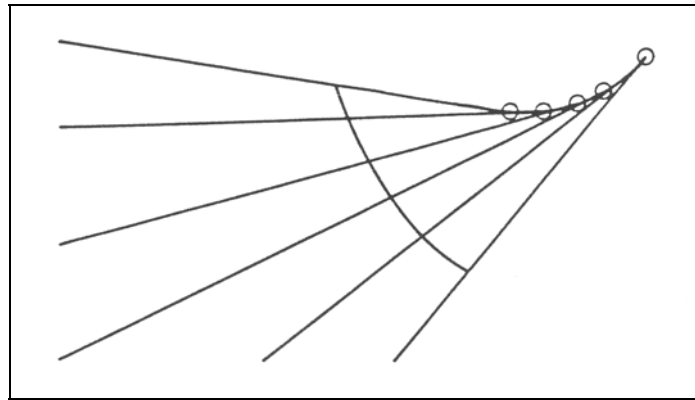
determinate dai primi/ultimi tre punti. Il primo e l'ultimo punto del poligono giacciono sempre sulla curva, normalmente sono gli unici ad avere questa proprietà.

Le due curve nello spazio che sono state sviluppate da uno schizzo manuale danno al computer un'indicazione di come il progettista vuole che questa particolare superficie sia fatta. Poiché non è sempre matematicamente possibile generare una superficie sviluppabile contenente entrambe le curve, una di queste curve deve essere scelta per mantenere la sua forma iniziale mentre l'altra curva sarà usata solo come guida e raramente sarà esattamente sulla superficie.

Una delle caratteristiche delle superfici sviluppabili è che tutti i punti sulla stessa linea generatrice hanno gli stessi piani tangenti. Questo fatto è utilizzato per la generazione delle superfici sviluppabili. Due punti delle due curve nello spazio che hanno lo stesso piano tangente formeranno una linea generatrice sulla superficie. Per formare una superficie sviluppabile che consiste di una serie di superfici coniche, la linea generatrice calcolata deve intersecare la linea generatrice precedente (cioè non devono essere linee sghembe), e questa modifica necessaria della nuova linea generatrice causa una piccola deviazione dalla curva guida. La superficie a singola curvatura calcolata è ora definita da una curva spline fissa (circa 6-12 punti del poligono) e i punti (circa 5-20 punti).

Le superfici generate formano due insiemi di superfici seminfinita una per ogni lato. Due richieste devono essere fatte per queste superfici:

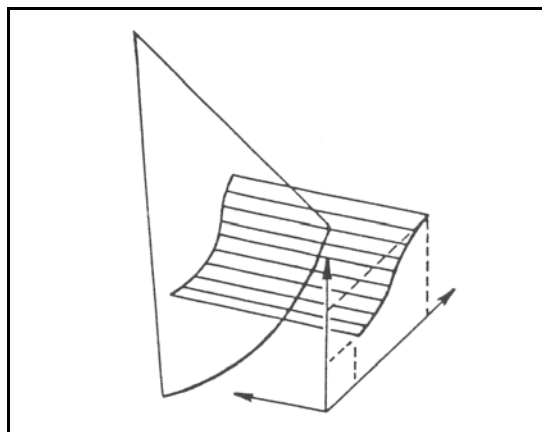
- ✓ Per ogni punto estremo solo una superficie seminfinita è valida, questa sarà la superficie che contiene la curva nello spazio.
- ✓ L'estensione della superficie valida seminfinita deve essere limitata, escludendo i punti estremi dalla superficie. Cioè nessun punto estremo si deve trovare sulla presente superficie di carena.



**Fig.18 Esempio di superficie sviluppabile,  
definita da 5 punti estremi e da una curva nello spazio**

L'estensione delle linee generatrici è regolata da entrambe le intersezioni con altre superfici a singola curvatura o da speciali curve a contorno.

Le curve a contorno sono determinate come curve bidimensionali sia nel piano XY sia in quello XZ (che sono il piano base e il piano centrale), agiscono come curve per le linee generatrici parallele all'asse Z e all'asse Y, rispettivamente, in questo modo si genera una superficie cilindrica. La proiezione delle curve bidimensionali sulle superfici a singola curvatura definisce il presente bordo della carena della nave.

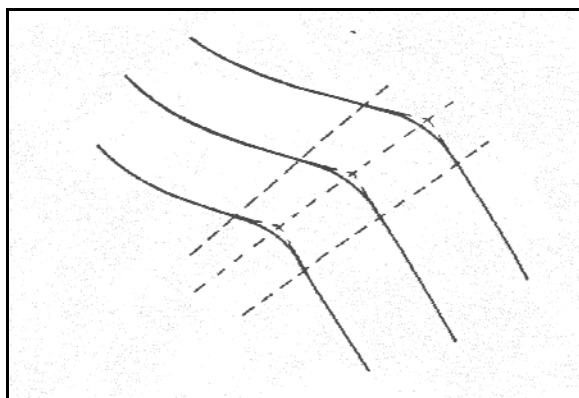


**Fig.19 Proiezione di una curva su un segmento conico**

La forma base della carena consiste adesso di zone puramente sviluppabili le cui intersezioni formano spigoli o punti spigolosi lungo la carena. Una transizione smooth da una superficie a singola curvatura ad un'altra è possibile solo se esse sono unite lungo una linea retta, cioè una linea generatrice comune. Tutte le altre

transizioni daranno intersezioni tra le superfici formando spigoli. Quando ritenuto necessario per le proprietà idrodinamiche o per l'aspetto estetico gli spigoli vanno eliminati inserendo strisce avviate a doppia curvatura che collegano le superfici sviluppabili adiacenti.

L'avviamento può essere fatto con differenti metodi con vincoli varianti alla tangenza e curvatura. Queste aree avviate sono raramente sviluppabili tranne per la parte dell'opera viva.

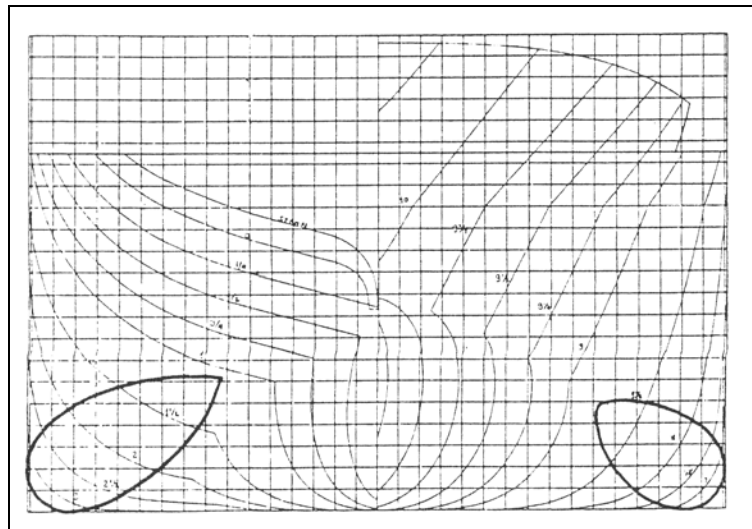


**Fig.20 Avviamento di una linea degli spigoli  
tra due superfici a singola curvatura**

A questo punto tutte le superfici e i contorni sono definiti e devono adesso essere messi insieme per formare la carena completa. La carena è divisa in sezioni longitudinali ognuna avente uno speciale ordine di superfici e contorni presi per esempio dal centro della linea della nave. A seconda dell'ordine delle superfici e dei contorni, è definita se una transizione tra le due superfici forma uno spigolo, una transizione smooth, o un'area avviata a doppia curvatura. I dati per ogni superficie costituiscono la curva nello spazio i punti estremi e le relazioni interne tra le superfici sono immagazzinate in un database.

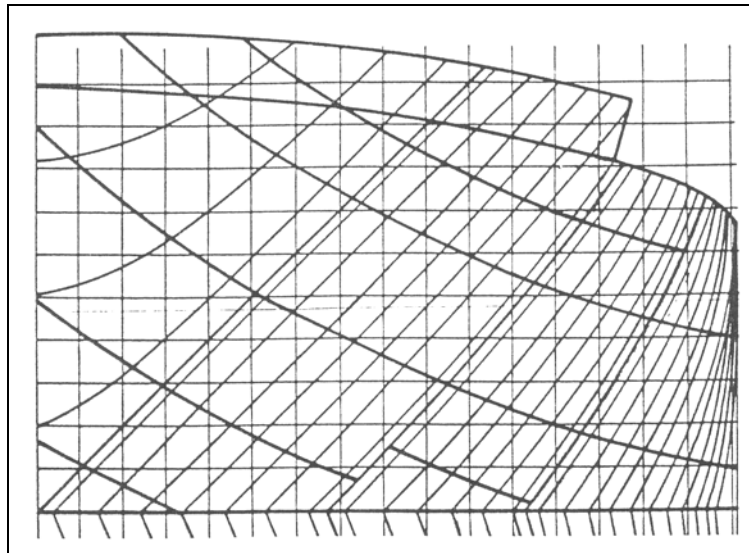
Adesso abbiamo una descrizione matematica della superficie di carena completa, che è definita del tutto e in maniera esatta. Questa descrizione numerica può essere convertita in una rappresentazione grafica o in una tabella di offset che ricopre ogni punto o curva sulla superficie. Ad ogni stato del calcolo, output per ragioni di controllo possono essere ottenuti, piani di costruzione o sezioni a questo

riguardo entrambe come una foto o come tavola numerica di offset. Informazioni per il lavoro sono adesso calcolate direttamente dal computer, e sono in formato cartaceo, formato magnetico o disegnati su una data scala. Questa informazione può essere utilizzata per il controllo delle macchine tagliatrici nel lavoro.

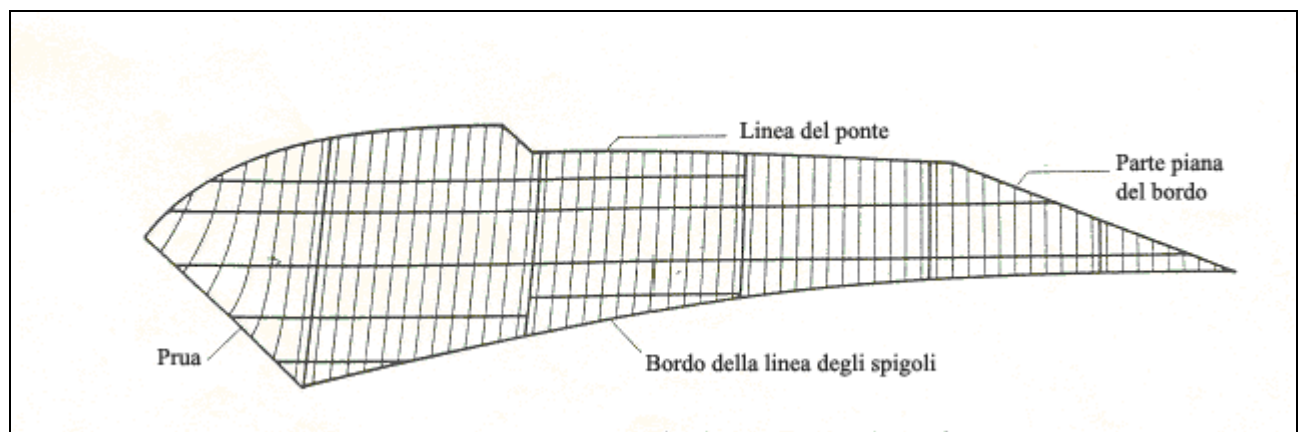


**Fig.21** Trasversale di una container ship con le aree a doppia curvatura in evidenza

La caratteristica principale del concetto di singola curvatura è lo sviluppo esatto delle superfici. Questo è fatto per ogni segmento conico, calcolando l'angolo sferico al punto estremo che è uguale all'angolo tra le corrispondenti linee generatrici nella superficie sviluppata. Ogni punto sul segmento può essere definito in maniera non ambigua in un sistema di coordinate polari dall'angolo da una delle linee generatrici e dalla distanza del punto estremo. Quando aumenta la descrizione totale della superficie di carena ogni punto può essere caratterizzato dalle coordinate in due diversi sistemi di coordinate, uno tridimensionale e uno bidimensionale, l'ultimo rappresenta lo sviluppo matematico esatto della carena. Le giunture delle lamiere di acciaio sono definite in maniera naturale dalla loro equazione nel sistema bidimensionale, normalmente in modo semplice come una linea retta, il che vuol dire che tutte le strisce nelle aree a singola curvatura saranno diritte e a bordi paralleli questo minimizza lo spreco di materiale.



**Fig.22** Parte superiore della prua di una carena a singola curvatura che mostra il tipico andamento delle lamiere



**Fig.23** Lo sviluppo della superficie di figura 22 a partire dalla prua.

## Capitolo 4

### La Modellazione di carene in ambiente CAD

#### *4.1 Dal CAD 2d al CAD 3d*

Il progetto è un insieme di documenti che specificano come è fatto un prodotto e come va realizzato. Come Word è lo strumento per gestire digitalmente i documenti testo, così il CAD è lo strumento per gestire digitalmente i documenti di progetto. Storicamente il documento principe di un progetto era il disegno tecnico su carta e il gestore di tale documento era il tecnigrafo. Adesso il disegno tecnico si tiene in formato digitale e il suo gestore è il CAD 2d.

Per rappresentare digitalmente un disegno occorre saper rappresentare al computer la geometria bidimensionale: linee, archi, ellissi, splines ... Correntemente si usa la rappresentazione a virgola mobile. Il computer e le rappresentazioni 3d (es. La modellazione solida) hanno consentito di usare un disegno 3d come mezzo e un CAD 3d come strumento. Ci sono tanti vantaggi, tra cui inambiguità, consistenza, potenza descrittiva. Il software CAD nasce dall'incrocio di competenze avanzate in matematica applicata, informatica, ingegneria. Dal punto di vista informatico è uno dei prodotti più complessi in circolazione, ed è costituito da diversi milioni di linee di codice C++. La sua vastità e lo sviluppo su diversi siti geograficamente remoti rende la gestione del software estremamente difficile. La soluzione è un approccio industriale basato su componenti e interfacce.

Il CAD è uno dei rari esempi in cui la matematica ha prodotto un business notevole. Ad esempio PTC, azienda americana fondata da matematici russi, è stata per lungo tempo una delle 10 più grandi aziende di software per capitalizzazione di borsa. Il fatto curioso è che gran parte della matematica che si usa nel CAD è stata inventata al bisogno da ingegneri e matematici che lavoravano nell'industria



negli anni 60. Esempio più famoso è Pierre Bézier, della Renault come già visto. Sono nate nuove branche, come la modellazione geometrica e il CAGD.

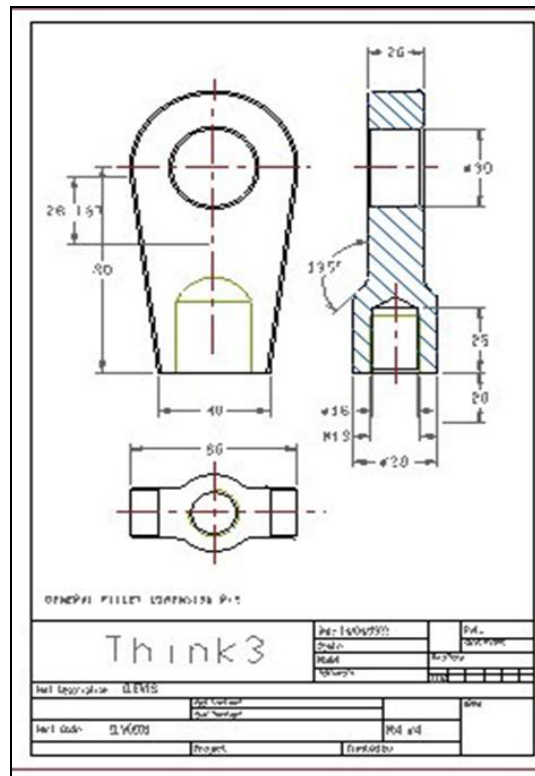


Figura 1: Esempio di un disegno 2d

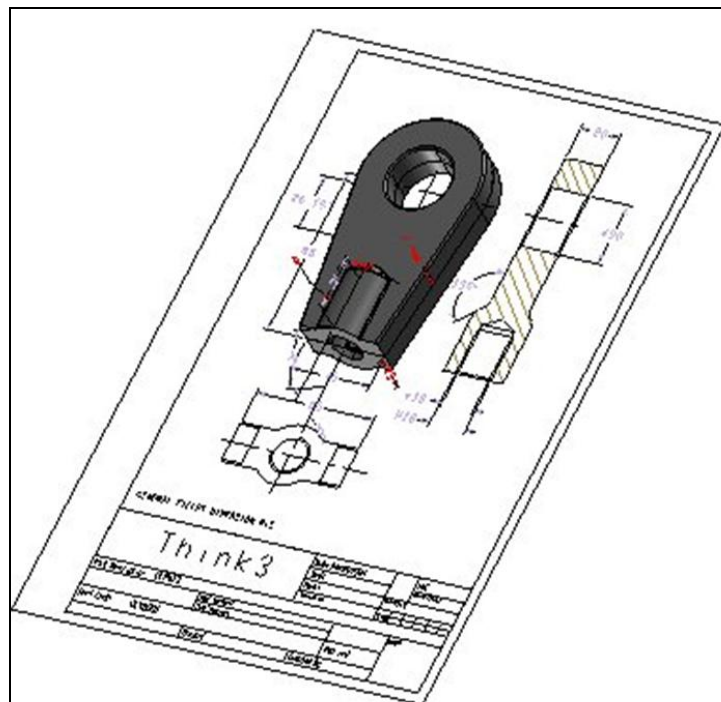


Figura 2: Esempio di un disegno 3d

La modellazione geometrica usa le tecniche della geometria differenziale, della topologia, dell'analisi numerica. Particolarmente problematico e scioccante è il suo legame con l'implementazione al computer che pone vincoli inaspettati e rende molte delle proprietà classiche degli oggetti geometrici false o inaffidabili. La competizione per nuovi algoritmi e nuove soluzioni è incessante. Purtroppo le soluzioni raramente si trovano in letteratura. Il mondo accademico fa la sua parte ma la ricerca industriale ha altri tempi e altri obiettivi.

I progettisti vogliono modellare in 3d i loro oggetti con tutti i dettagli, altrimenti il vantaggio di usare il computer cadrebbe. La complessità geometrica degli oggetti che quotidianamente usiamo è stupefacente. Inoltre, una notevole parte delle forme non può essere descritta con gli enti della geometria classica.

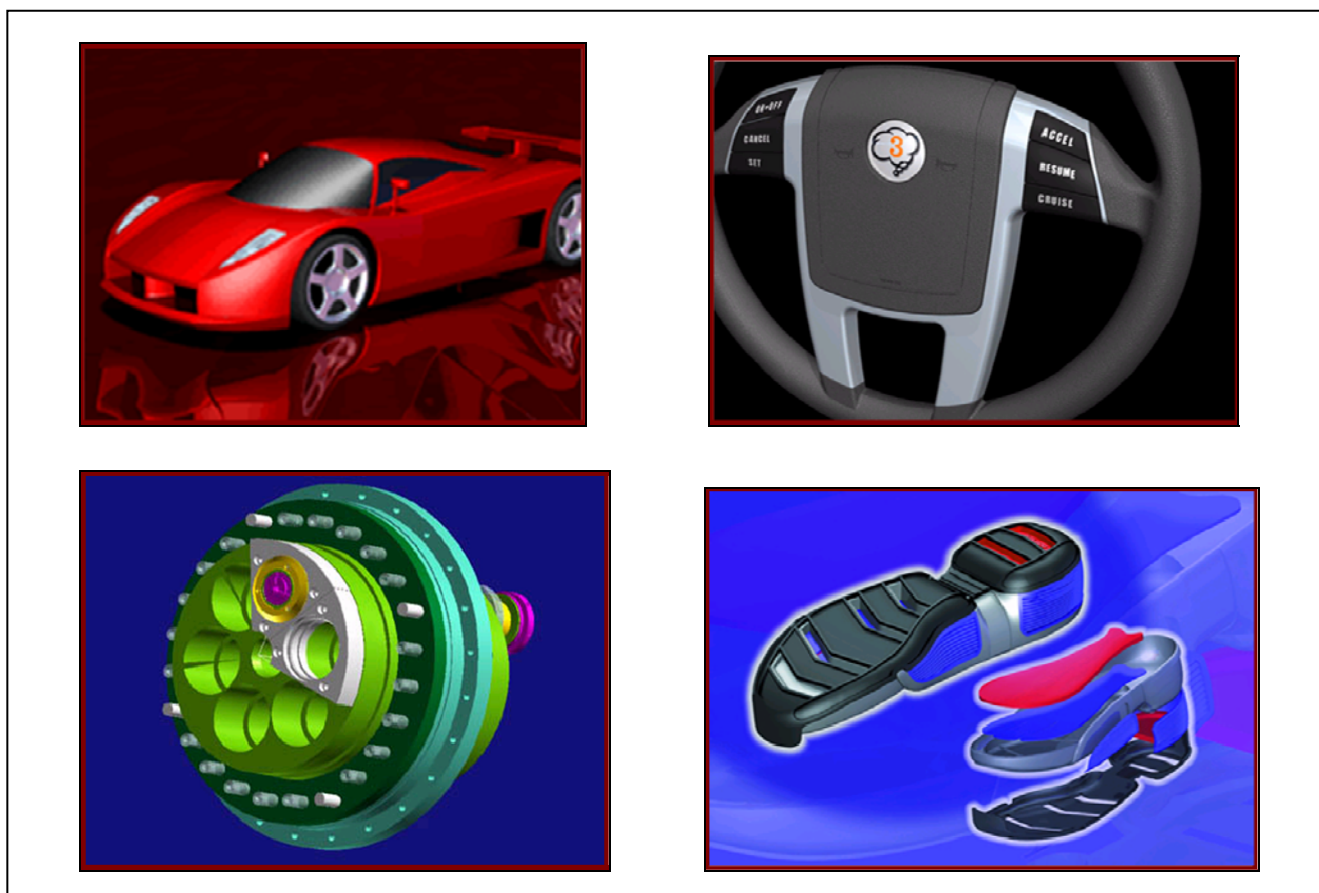


Figura 3: Esempi di applicazione della modellazione 3D

## 4.2 I CAD e il loro utilizzo in campo navale

### 4.2.1 La spirale di Progetto

Nella Fig.4 è mostrata la spirale del progetto. Undici differenti segmenti devono essere identificati e ogni segmento corrisponde ad una operazione del progettista. Non tutte le operazioni possono essere effettuate in un singolo turno e gli strumenti utilizzati in ogni operazione variano da turno a turno. In principio sono inclusi molti segmenti, e strumenti sempre migliori sono utilizzati fino a quando il processo non converge alla soluzione finale.

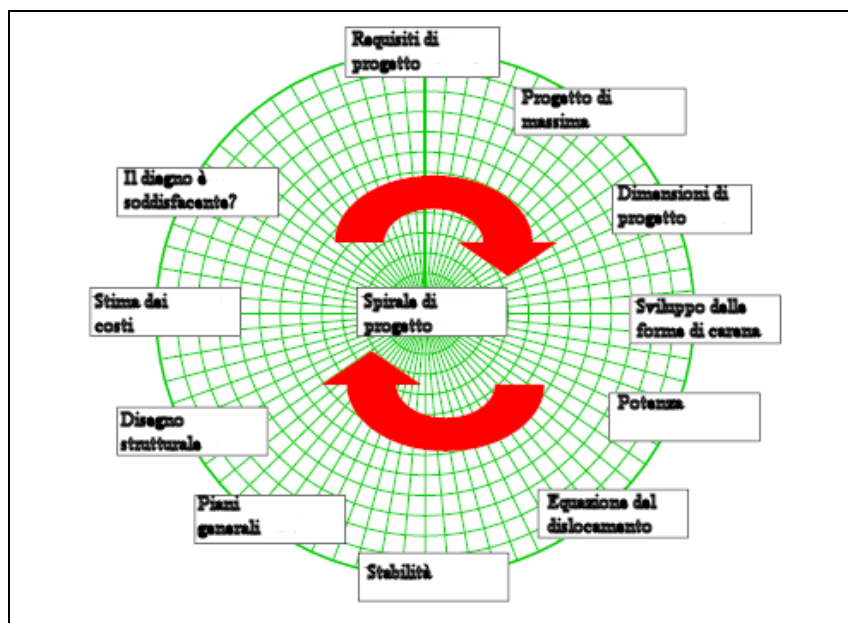


Figura 4: La spirale di progetto

All'inizio il progettista ha solo le specifiche della nave cioè le proprietà richieste. Basandosi sulla sua esperienza o sui dati di altre navi, egli suppone le caratteristiche principali della carena. Possono essere calcolati parametri non dimensionali come il rapporto tra dislocamento e lunghezza, coefficienti di finezza ecc. Un controllo grossolano delle performance può essere fatto basandosi sulle statistiche di altre navi. Nella prima iterazione della spirale il

progettista salta direttamente dal primo all'ultimo segmento e la valutazione è molto approssimativa. Nel secondo turno, dopo aver messo a punto i parametri principali, comincia il disegno della carena, chiglia, timone. Può anche essere fatto un layout approssimativo del progetto interno ed esterno per dare un stima iniziale del peso, necessario per il calcolo della stabilità. Ovviamente né il peso né la stabilità saranno corretti, perciò saranno necessarie diverse iterazioni per soddisfare ragionevolmente le richieste. Logicamente non tutte le operazioni precedenti devono essere ripetute ad ogni turno. Dopo aver trovato un peso e una stabilità ragionevoli per la nave, il passo successivo riguarda i calcoli delle dimensioni strutturali e il dimensionamento dell'allestimento, così come la scelta del motore. Quando il progettista si avvicina alla soluzione finale, per valutare dettagliatamente il disegno egli ha bisogno dei VPP ( Velocity Prediction Program). I progettisti dilettanti non hanno accesso a nessuno di questi strumenti comunque la valutazione del disegno può essere basata sull'esperienza. Si osservi che in alcuni segmenti sono richieste alcune iterazioni interne. Questo in particolare nel disegno della carena. In questo caso le richieste per il volume e la sua distribuzione sono probabilmente specificate in anticipo e possono richiedere molte iterazioni per essere soddisfatte. Nel segmento dell'idrostatica e della stabilità le iterazioni sono richieste per trovare un'appropriata immersione e un appropriato assetto quando la carena sbanda per grandi angoli.

#### 4.2.2 *I CAD in campo navale*

Il progetto navale è una procedura iterativa, come visto nel precedente paragrafo, dove il risultato finale deve soddisfare alcune richieste specificate preliminarmente. Per ottenere questo, il progettista comincia con un certo numero di ipotesi e lavora al progetto per vedere se alla fine questo soddisfa le richieste. Questo non avverrà certamente alla prima iterazione quindi egli dovrà cambiare alcune ipotesi e ripetere il processo, normalmente per molte volte. La successione

di operazioni è spesso vista come una spirale, come già visto, dove il progettista passa attraverso tutti le fasi del progetto e ritorna al punto iniziale, per cominciare quindi un nuovo “giro”. Dopo molte iterazioni il processo dovrebbe produrre il risultato desiderato. Se tutte le fasi sono fatte manualmente la procedura può richiedere molto tempo e si è tentati di finire le iterazioni prima che vengano soddisfatte tutte le richieste iniziali. Un enorme risparmio di tempo e una grande precisione può essere ottenuta adottando le moderne tecniche di Computer Aided Design (CAD). Grazie al rapido sviluppo negli ultimi anni, il computer Aided Design (CAD) può essere utilizzato efficientemente su computer PC o Macintosh. Per accelerare il processo è molto importante avere uno schermo ad alta risoluzione e un software di grafica speciale. Con una stampante laser si otterrà un risultato su piccola scala ragionevolmente buono, ma i progettisti professionali usano i pen plotters di vari dimensioni per produrre disegni in dimensioni reali. Il modulo più importante di un CAD system per il progetto navale è un programma potente per generare linee di carena, questi programmi sono disponibili fin dai primi anni 80. La carena è rappresentata matematicamente da due famiglie di linee, una che corre longitudinalmente e una che corre trasversalmente sulla superficie, o da patch di superficie legati nelle intersezioni da alcune condizioni di avviamento. In entrambi i casi ogni punto sulla superficie può essere trovato dalla rappresentazione matematica o, più precisamente se sono date due coordinate di un punto il programma calcola la terza. In questo modo se l'utente conosce la distanza dalla prua,  $X$ , e la distanza sopra la linea d'acqua,  $Z$ , il programma calcola la larghezza locale,  $Y$ , in quel punto. Specificando diversi punti con ogni taglio della superficie si può ottenere ogni linea d'acqua o ordinata. Ci sono principalmente due problemi in relazione alla rappresentazione della superficie. Il lavoro può essere quello di generare una nuova carena o di duplicarne il più accuratamente possibile una esistente. L'ultimo problema è più difficile. Sicuramente è possibile un processo iterativo per avvicinarsi ad una forma data, il che può richiedere molto tempo. Nel caso in cui il progettista è interessato al

primo problema egli lavora con un insieme di curve principali vicine ma non esattamente sulla superficie. Ogni curva principale è definita da un insieme di punti (vertici) che giacciono sulla curva. Il numero di curve e vertici varia da caso a caso ma spesso è in un range di 5 –15. Muovendo uno dei vertici la curva principale cambia e la superficie della carena è deformata localmente in maniera che essa sia ancora smooth. In molti programmi la curvatura della superficie può essere visualizzata, cioè permette al progettista di generare linee avviate anche su piccola scala e con una risoluzione relativamente bassa dello schermo. Alcuni programmi utilizzano punti sulla carena stessa per definire la sua forma, ma tutti i programmi più importanti sul mercato utilizzano le curve principali. Questo approccio sembra ottenere il consenso dei progettisti navali poiché è molto efficiente per creare linee avviate. Molti programmi di geometria della carena danno la possibilità di ruotare la carena e mostrano le sue differenti prospettive sullo schermo. La possibilità di mostrare le varie prospettive della carena è importante ed è il maggior progresso rispetto all'approccio manuale, dove sono disponibili solo tre viste standard. Per esempio la forma della linea di insellatura è diversa in prospettiva paragonata alla vista laterale, poiché la linea che incontra l'occhio è influenzata anche dalla distribuzione di luce lungo la carena. Le carene che sembrano belle nella vista laterale possono essere brutte nella realtà. Alcuni programmi più avanzati includono come per il modello della carena il ponte e le sovrastrutture, cioè le parti della nave sono rappresentate in tre dimensioni e possono essere visualizzate in prospettiva. In altri programmi esse sono trattate separatamente. Per calcolare la stabilità e i larghi angoli di sbandamento il ponte, le cabine e la cabina di comando devono essere modellate e questo frequentemente è fatto in un modulo separato dove queste parti sono aggiunte in maniera relativamente cruda sezione per sezione. Un modulo per chiglia e timone è spesso disponibile nei CAD specializzati in progetto navi. Il progettista può scegliere tra diversi profili per la sezione trasversale e specificare il piano per la chiglia / timone. Il codice calcola il volume e il peso della chiglia, il centro di gravità e il

centro di applicazione della forza idrodinamica. L'ultima è necessaria per il bilanciamento della nave. Il peso totale e la posizione del centro di gravità (in tre direzioni) sono calcolate in un programma per il peso, che accetta il peso e la posizione relativa ad un dato punto di riferimento di tutti gli elementi a bordo. Moduli molto importanti per un CAD navale sono i programmi di idrostatica e stabilità. Nel calcolo della stabilità vengono trovati l'immersione corretta e l'assetto giusto per ogni angolo di sbandamento – una procedura che richiederebbe moltissimo tempo se fatta manualmente. Infine possono essere inclusi programmi più o meno avanzati per il disegno strutturale dello yacht. Tali programmi possono essere basati su regole date dalle società di classificazione: il Registro Navale Italiano (RINA), the American Bureau of Shipping, (ABS), Lloyd's Register of Shipping (LR). Altri metodi possono essere impiegati per l'allestimento e i calcoli delle dimensioni strutturali possono essere basati sulla teoria o su tecniche degli elementi finiti. Il Computer aided design può essere esteso al Computer aided manufacturing, che può essere utilizzato nella produzione della nave. Per esempio, il processo di lofting che richiede molto tempo dove il costruttore produce il modello in scala reale può essere eliminato. Tradizionalmente il costruttore riceve le tabelle delle offset da progettista. Basandosi su queste offset i modelli sono disegnati in scala reale con una riduzione nella dimensione per lo spessore del fasciame della carena.

Questo è necessario, poiché i modelli sono usati internamente durante il processo di costruzione. Se la carena è stata disegnata con un CAD, però i modelli in dimensioni reali, con una riduzione appropriata possono essere visualizzati direttamente, se si dispone di un plotter molto grande. Lo sviluppo delle lamiere può anche essere ottenuto con i CAD system semplificando la produzione di scafi in alluminio e in acciaio.

### ***4.3 Esempi di modellazione***

Gran parte di questo lavoro di tesi è stato dedicato alla modellazione di carene qui di seguito vengono descritti degli esempi di procedure di modellazione utilizzate, riservandosi comunque di descriverne altri nel seguito degli altri capitoli. Nel primo esempio è descritta la modellazione della serie sistematica 62, di cui sono noti il trasversale e la vista longitudinale dei profili. Nel secondo esempio viene descritta la procedura utilizzata per la modellazione della rescue boat C.G. 47200. Nel terzo esempio è descritta la procedura di modellazione del peschereccio “Nettuno”. Gli ultimi due esempi riguardano la modellazione di un sommergibile e di una barca a vela.



### 4.3.1 Modellazione della serie sistematica 62

#### 4.3.1.1 Serie 62 – La Geometria

Della serie 62 sono note una carena madre e 4 carene derivate. Della carena madre sono dati il trasversale e la vista longitudinale dei profili di prua e di poppa, mentre degli altri modelli sono date solo le viste longitudinali fig.5, 6, 7-1, 7-2, 7-3, 7-4. Inoltre è disponibile il grafico per la tracciatura della linea della chiglia fig.8.

Precisamente i modelli sono:

- 4665
- 4666
- 4667-1 carena madre
- 4668
- 4669

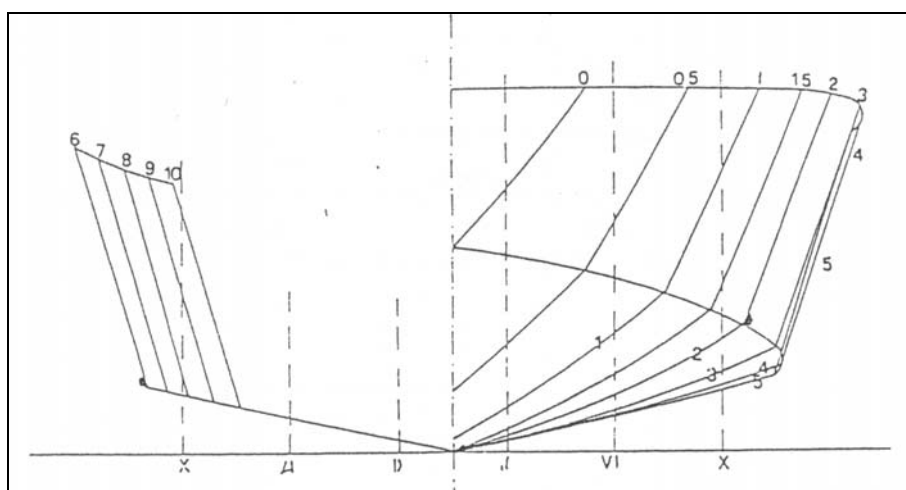


Figura 5 :Trasversale della carena madre

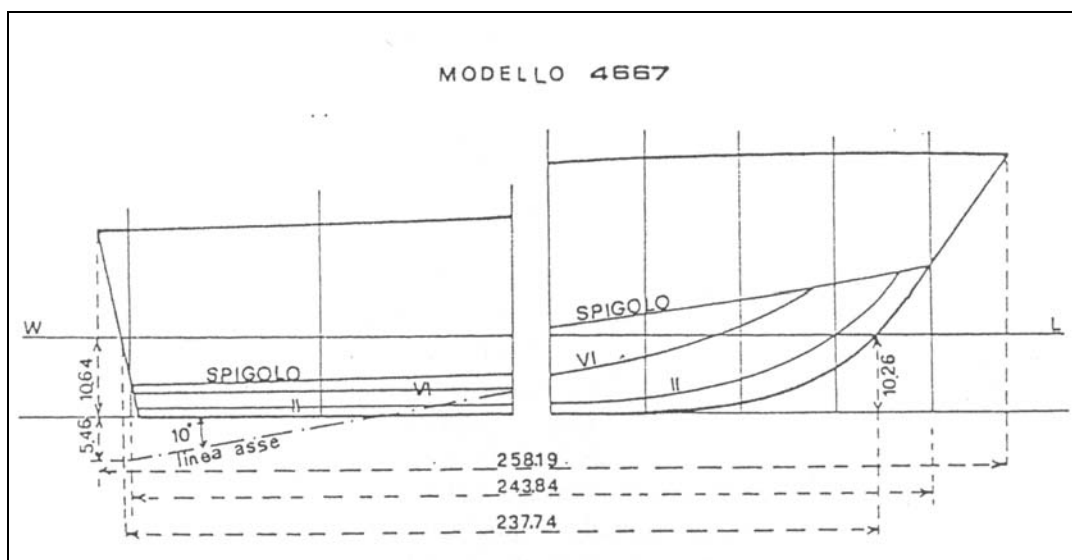


Figura 6: Longitudinale della carena madre

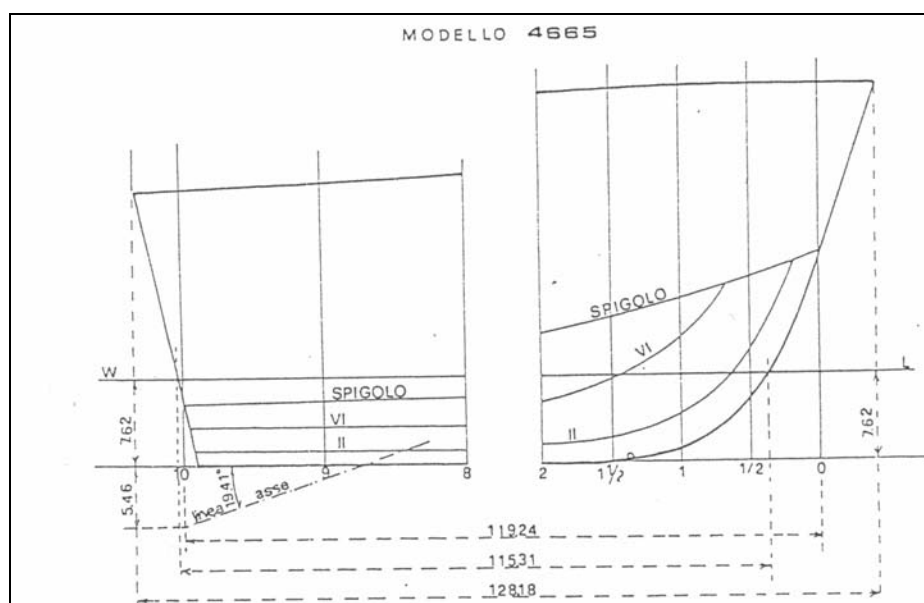


Figura 7-1: Profilo del modello 4665

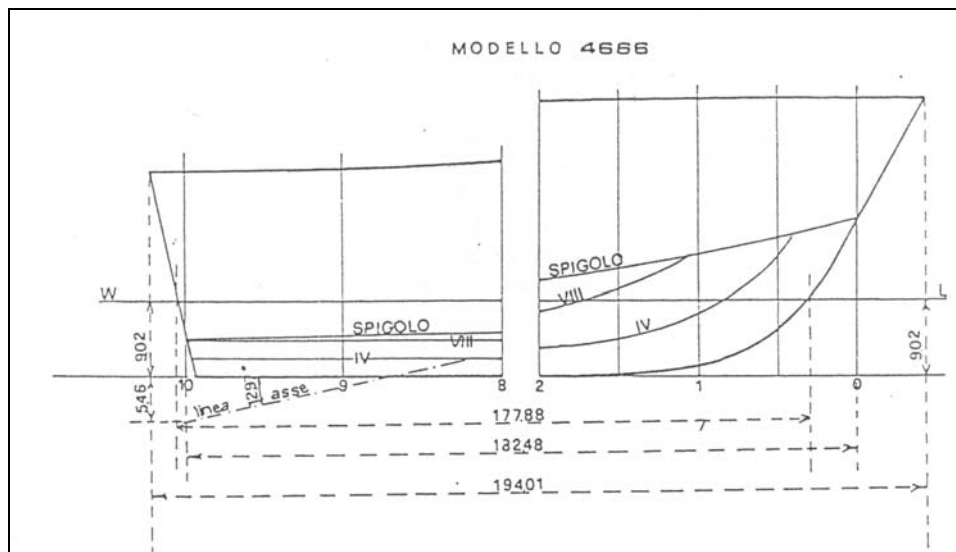


Figura7 -2: Profilo del modello 4666

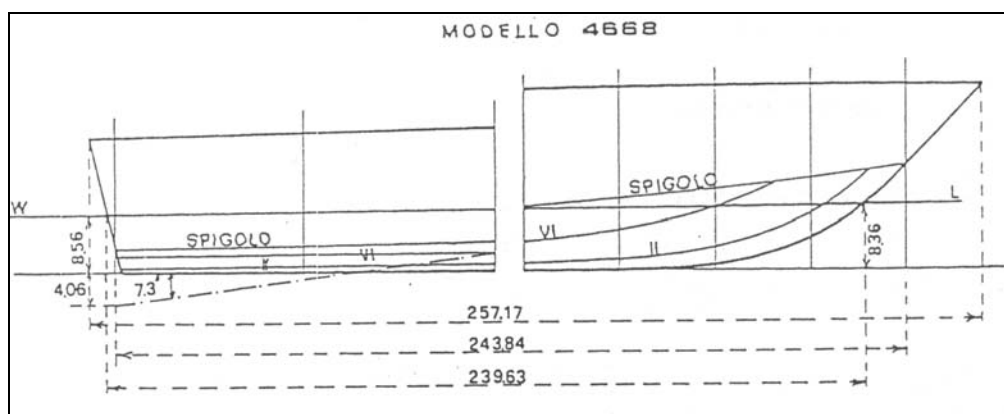


Figura 7-3: Profilo del modello 4668

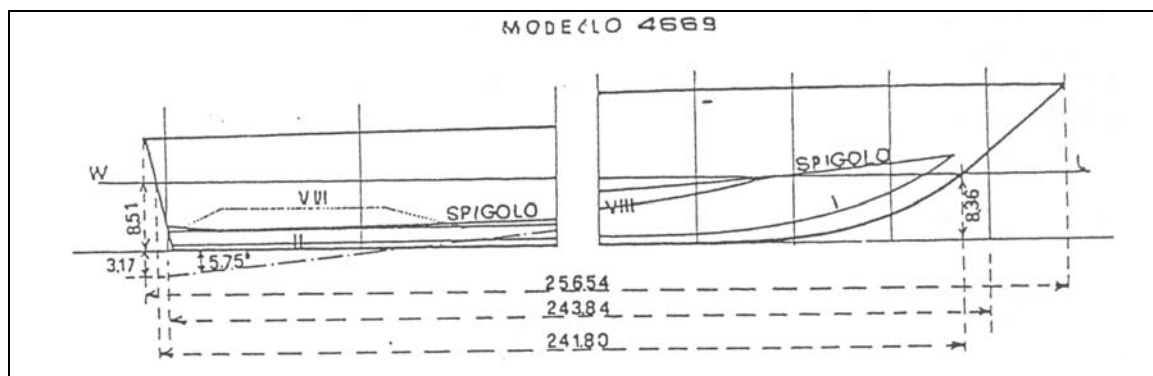


Figura 7-4: Profilo del modello 4669

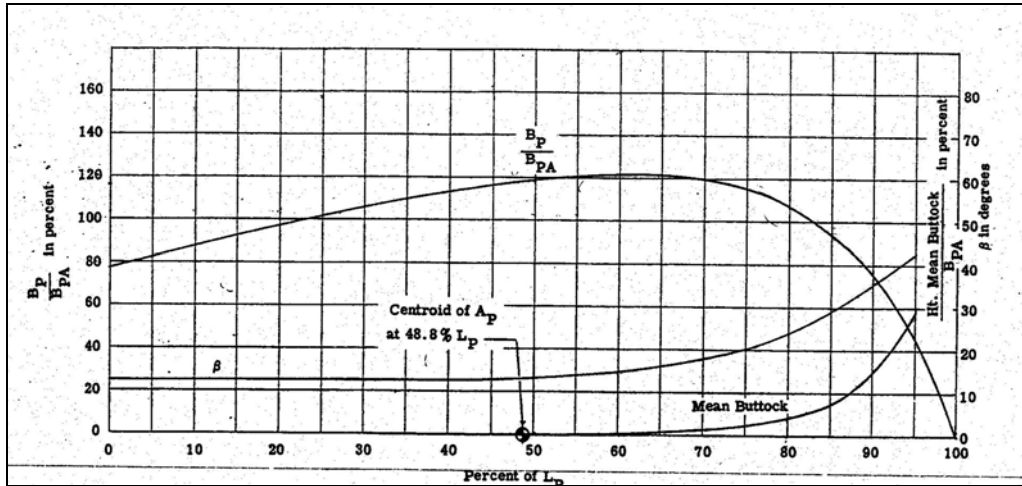


Figura 8: Grafico per la tracciatura della linea della chiglia

Sono disponibili inoltre le proiezioni degli spigoli sul piano orizzontale dei vari modelli (Fig.9):

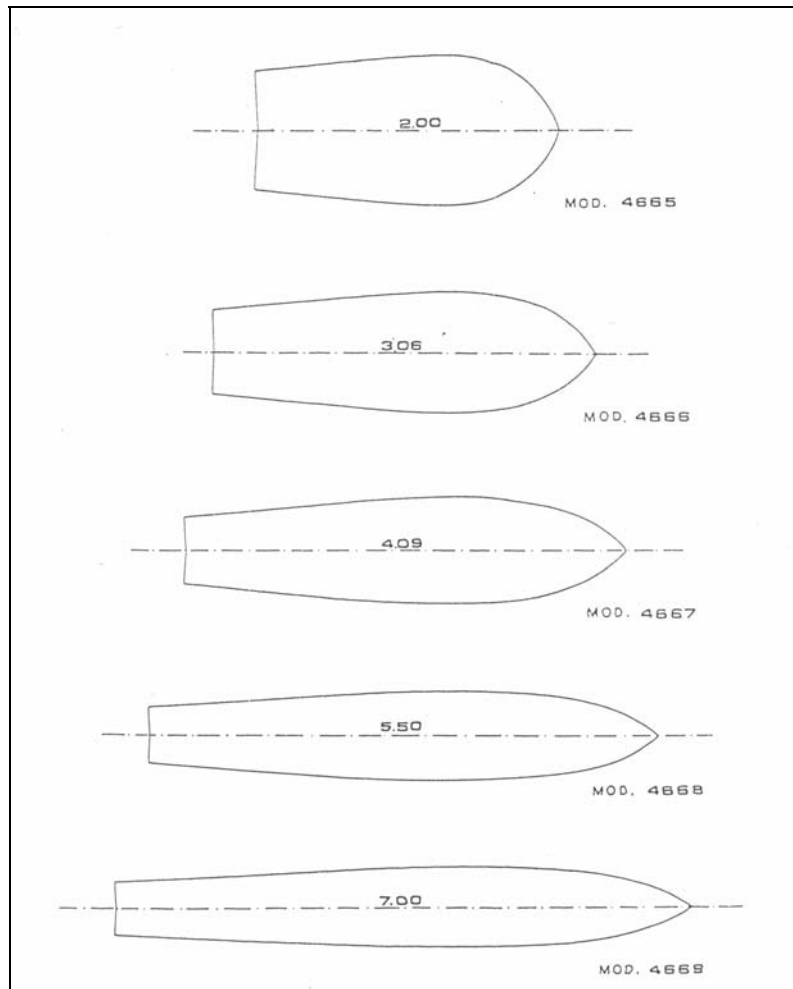


Figura 9: Proiezioni degli spigoli sul piano orizzontale dei vari modelli

### Le caratteristiche principali della carena madre, modello 4667-1 sono :

- Lunghezza fuori tutto  $Loa = 2.5819[m]$
- Lunghezza proiettata dello spigolo  $L_p = 2.4384 [m]$
- Larghezza massima tra gli spigoli  $B_{px} = 0.596[m]$
- Larghezza tra gli spigoli sullo specchio  $B_{pt} = 0.381[m]$
- Intervallo di ossatura =  $0.24384[m]$
- $L_p/B_{px} = 4.09$
- $B_{pt}/B_{px} = 0.64$
- Area racchiusa tra gli spigoli  $A_p = 1.182 [mq]$
- Angolo di rialzamento del fondo a 1.436 dallo specchio di poppa  $\beta = 13.0^\circ$
- Angolo di rialzamento del fondo sullo specchio di poppa  $\beta = 12.5^\circ$
- Semiangolo di chiusura dello spigolo di poppa  $\alpha = 5^\circ$

Serie 62 - Caratteristiche Principali					
Particolari	4665	4666	4667-1	4668	4669
$A_p (ft^2)$	6.469	9.715	12.800	9.518	7.479
$L_p (ft)$	3.912	5.987	8	8	8
$B_{PA}(ft)$	1.654	1.623	1.6	1.19	0.935
$B_{PX}(ft)$	1.956	1.956	1.956	1.455	1.143
$B_{PT}(ft)$	1.565	1.386	1.25	0.934	0.734
$L_p / B_{PA}$	2.365	3.69	5	6.72	8.56
$L_p / B_{PX}$	2	3.06	4.09	5.5	7
$B_{PX} / B_{PA}$	1.18	1.21	1.22	1.22	1.22
$B_{PT} / B_{PX}$	0.8	0.71	0.64	0.64	0.64
Semiangolo di chiusura dello spigolo di poppa	5	5	5	3.7	2.9
Angolo di rilzamento del fondo sullo specchio di poppa	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5

Figura 10: Quadro riassuntivo delle caratteristiche principali

### 4.3.1.2 Serie 62 - Rilievo della nuvola di punti

La serie sistematica 62 è costituita da carene a spigolo le cui superfici risultano essere sviluppabili, è quindi possibile acquisire dal piano di costruzione un numero limitato di punti per descriverne con precisione la geometria.

In primo luogo è stato necessario individuare la scala del disegno facendo riferimento a misure presenti sulla figura (il rapporto di scala sarà pari al rapporto tra la misura rilevata e la misura indicata sul disegno); si è stabilito un sistema di riferimento con il piano YZ coincidente con lo specchio di poppa (ordinata 10), con il piano XZ appartenente al piano diametrale e asse X coincidente con la linea di base.

Per le ordinate dalla 10 alla 6, costituite da segmenti rettilinei, è stato sufficiente rilevare solo tre punti: il primo sulla linea di chiglia, il secondo sullo spigolo e il terzo sull'orlo a murata, tenendo conto dell'angolo di rialzamento del fondo, che in questo intervallo risulta essere costante e pari a  $12.5^\circ$ , si ottiene così un elemento in più per valutare la qualità dei punti acquisiti.

Per le ordinate successive è stato necessario rilevare qualche punto intermedio, con l'intenzione di prendere il minor numero possibile di punti senza compromettere l'affidabilità del disegno: in una successiva analisi delle curve costituenti l'ordinata si evince come un eccessivo numero di punti possa creare oscillazioni sgradite, come rappresentato in Fig 11:

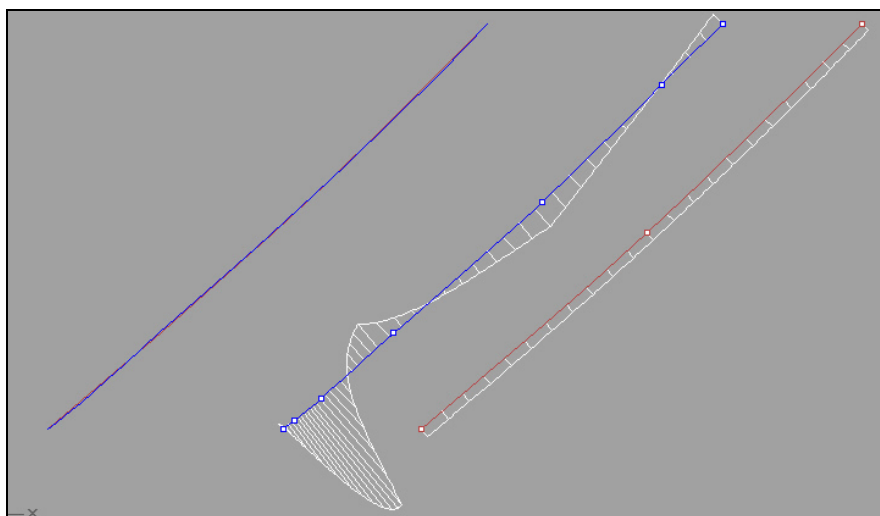


Figura 11: Analisi della curvatura

Infine è stata organizzata la nuvola dei punti in una tabella (fig.12):

N°ORD	X	Y	Z	N°ORD	X	Y	Z
10	0,000	0,250	0,243	2	1,951	0,341	0,321
	0,000	0,191	0,042		1,951	0,261	0,113
	0,000	0,000	0,000		1,951	0,151	0,053
9	0,244	0,272	0,249		1,951	0,000	0,000
	0,244	0,215	0,047	1,5	2,073	0,314	0,325
	0,244	0,000	0,000		2,073	0,232	0,126
8	0,488	0,293	0,256		2,073	0,120	0,056
	0,488	0,238	0,052		2,073	0,000	0,000
	0,488	0,000	0,000	1	2,195	0,277	0,326
7	0,732	0,317	0,266		2,195	0,234	0,234
	0,732	0,257	0,056		2,195	0,190	0,142
	0,732	0,000	0,000		2,195	0,108	0,079
6	0,975	0,338	0,276		2,195	0,000	0,011
	0,975	0,275	0,060	0,5	2,316	0,213	0,327
	0,975	0,000	0,000		2,316	0,167	0,245
5	1,219	0,359	0,288		2,316	0,119	0,163
	1,219	0,290	0,068		2,316	0,067	0,114
	1,219	0,145	0,031		2,316	0,000	0,055
	1,219	0,000	0,000	0	2,438	0,121	0,328
4	1,463	0,368	0,300		2,438	0,092	0,291
	1,463	0,295	0,077		2,438	0,035	0,223
	1,463	0,146	0,033		2,438	0,000	0,185
	1,463	0,000	0,000	P	2,545	0,000	0,328
3	1,707	0,367	0,311				
	1,707	0,289	0,093				
	1,707	0,147	0,038				
	1,707	0,000	0,000				

Figura12: Nuvola dei punti relativa al modello 4667-1

### 4.3.1.3 Modellazione della carena relativa al modello 4667

Una volta acquisita la nuvola dei punti è stato possibile tracciare le ordinate, lo spigolo, la linea di chiglia e l'orlo a murata; tali curve rappresentano le isoparametriche delle superfici costituenti la carena. È stata posta particolare attenzione alla curvatura degli elementi disegnati eliminando eventuali punti di flesso. Sono state quindi elaborate due superfici, una compresa tra la chiglia e lo spigolo, l'altra tra lo spigolo e l'orlo a murata (fig.13):

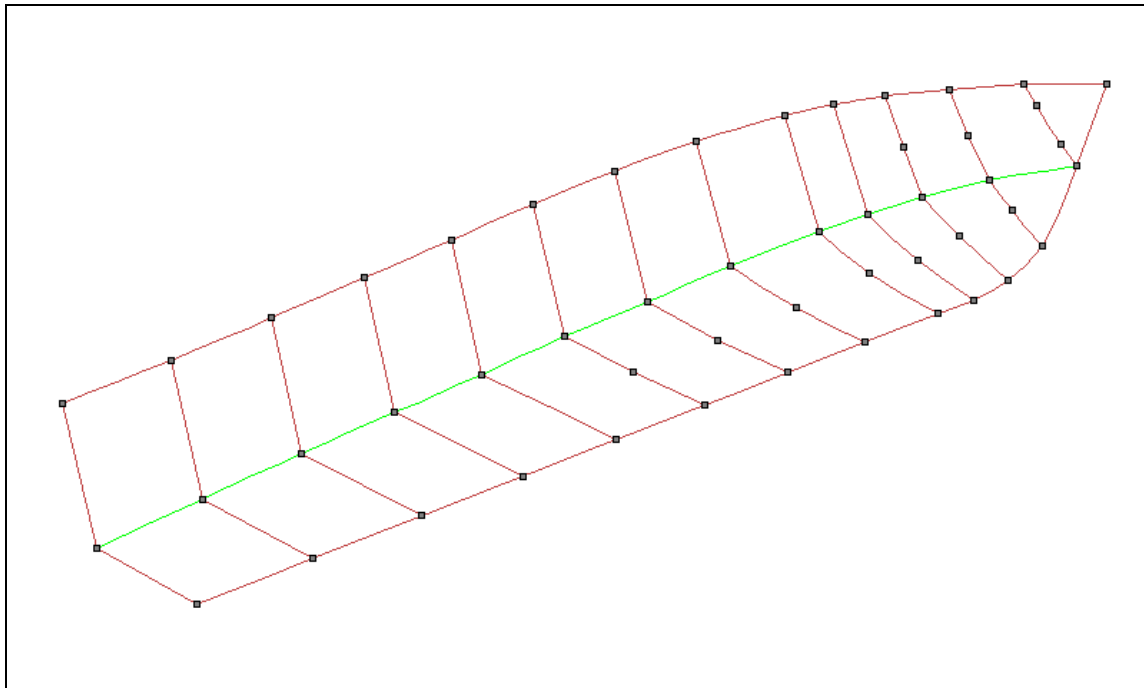


Figura 13 :Modellazione della carena madre

Dal disegno sono state ricavate alcune grandezze:  $A_p$ ,  $\beta_{0,5L_p}$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$  e  $B_{pt}$ .

In prima analisi alcune di esse risultavano discostarsi troppo dai dati di origine; di conseguenza le superfici, le curve e la nuvola di punti sono state rielaborate e corrette per far sì che le grandezze sopraelencate risultassero coincidere con i dati forniti dalla serie 62 (fig.14):

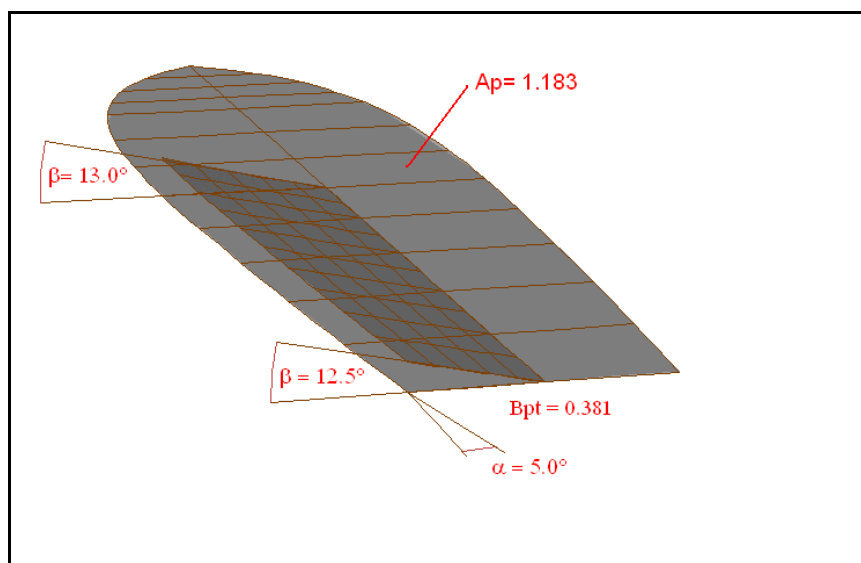


Figura 14: Rielaborazione del modello della carena madre



### 4.3.1.4 Dal modello 4667 ai modelli 4665, 4666 e 4668, 4669

I modelli 4668 e 4669 sono affini alla carena 4667, perciò per disegnarli è necessario ricavare i rapporti di affinità ( $\lambda=Lp/Lp_{4667}$ ;  $\mu=Bpx/Bpx_{4667}=Bpt/Bpt1$ ;  $\tau=T/T_{4667}$ ). Ricordando le caratteristiche principali (fig.15):

	4665	4666	4667	4668	4669
<b>Lp/Bpx</b>	2.00	3.06	4.09	5.50	7.00
<b>Bpt/Bpx</b>	0.8	0.71	0.64	0.64	0.64
<b><math>\alpha</math></b>	5	5	5	3.7	2.9
<b>Lp</b>	1.1924	1.8248	2.4384	2.4384	2.4384

Figura 15: Riepilogo caratteristiche principali

In base ai dati elencati è possibile elaborare le larghezze massime tra gli spigoli (Bpx), si può quindi calcolare  $\mu(Bpx/Bpx_{4667})$ ; l'angolo di rialzamento del fondo  $\beta$  è costante per tutte le carene della serie quindi risulterà  $\tau=\mu$ ;

Risultano così definite le superfici dei modelli 4668 e 4669 (fig.16):

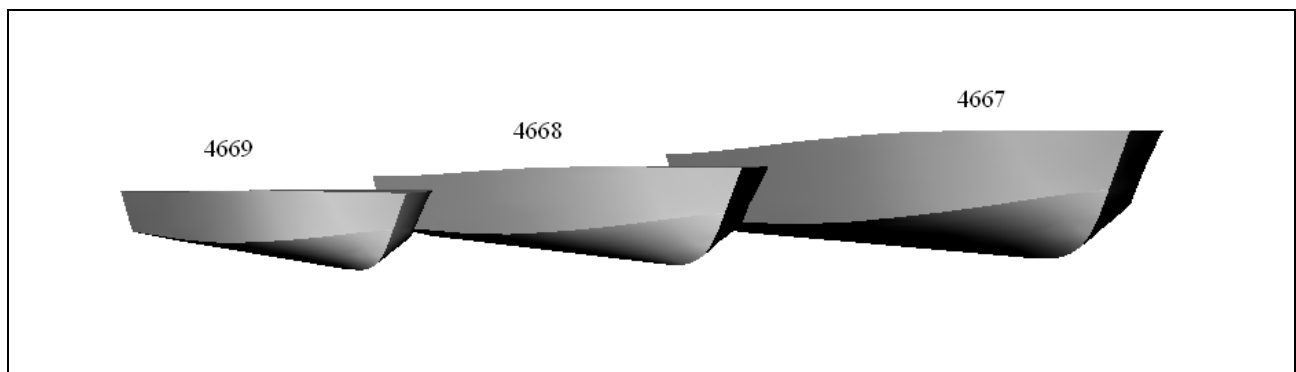


Figura 16: Superfici dei modelli 4667, 4668 e 4669

Per i modelli 4665 e 4666 risulta fissato il rapporto Bpt/Bpx e di conseguenza l'angolo  $\alpha$ . Nel risalire alla geometria delle carene in primo luogo si sono modificate le curve del modello 4667 in affinità, analogamente a come fatto per i modelli 4668 e 4669; poi sono state estese le curve del fondo dall'ordinata 10 alla 4 (fig.17):

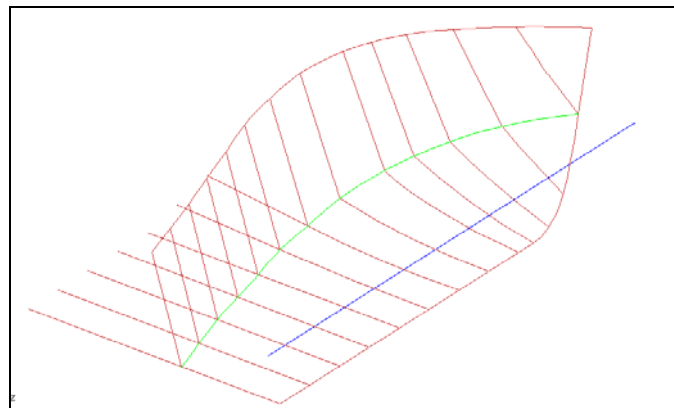


Figura 17: Modellazione dei modelli 4665, 4666

Dai dati forniti dalla serie è possibile risalire alla Bpt ; noto  $\alpha$  e mantenendo costante  $\beta$  si è potuto facilmente disegnare il nuovo spigolo trasladando i punti d'interpolazione sulle curve estese (fig.18-19). Si è proceduto quindi all'elaborazione delle superfici in analogia alla procedura utilizzata per il modello 4667-1.

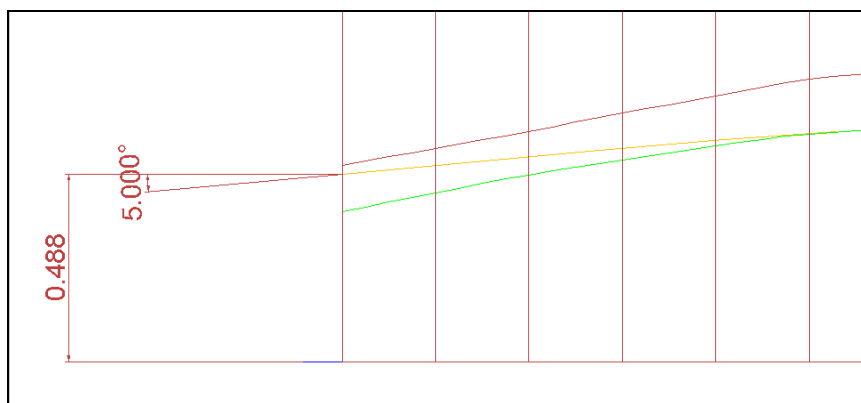


Figura 18 : Rielaborazione dello spigolo

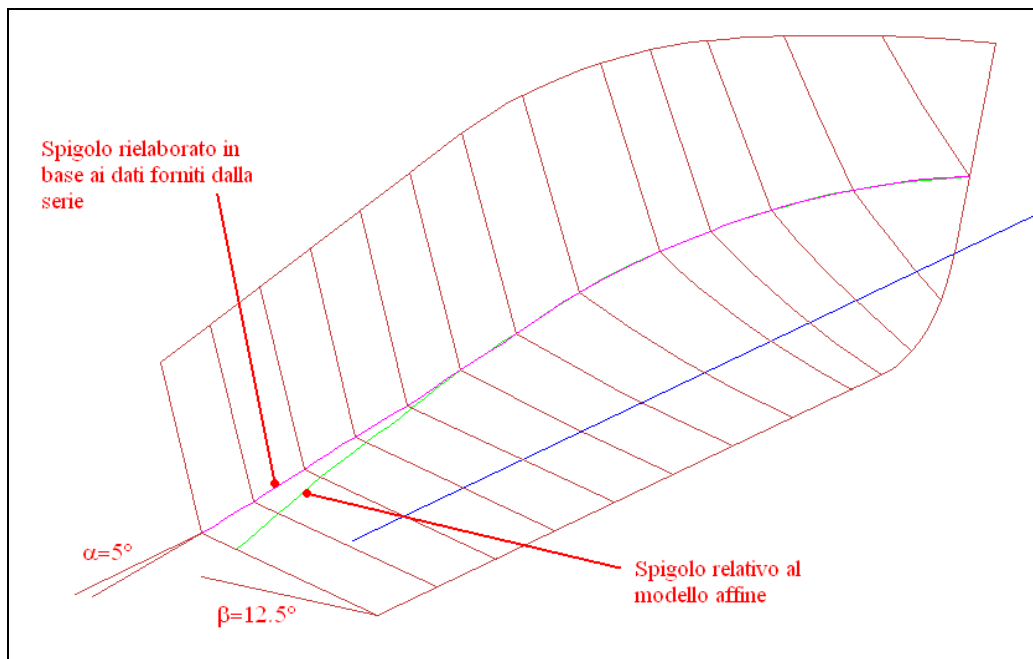


Figura 19: Rielaborazione dello spigolo

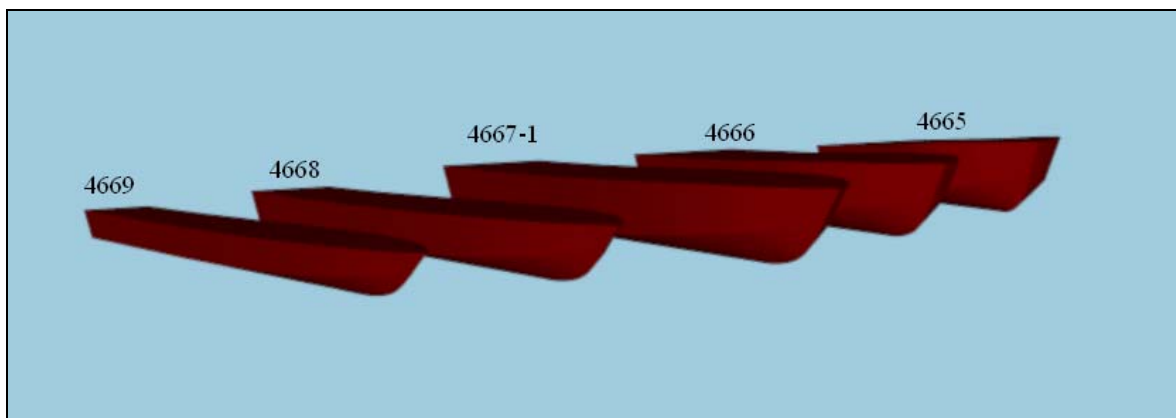


Figura 20: I modelli delle serie 62

### 4.3.2 Modellazione della carena Rescue boat C.G.47200

Lo scopo di questa modellazione è ricostruire la carena essendo in possesso del solo piano trasversale e dei piani generali.

In primo luogo è stata effettuata una scansione delle ordinate e si è importato il trasversale come immagine di sfondo in ambiente CAD. Si è potuto quindi procedere alla ricostruzione in 2D delle ordinate: si è tracciata una linea di riferimento tangente al fondo e parallela alla linea di galleggiamento, quest'ultima non risulterà orizzontale nel sistema di riferimento del CAD data l'imprecisione della scansione.

In prima approssimazione sono state tracciate le ordinate utilizzando una spezzata, il numero di segmenti della polilinea rappresenterà il numero di archi delle curve una volta variato grado e continuità delle ordinate; questa procedura permette di disegnare direttamente delle curve piuttosto "pulite", successivamente sono stati modificati manualmente i punti di controllo per eliminare punti di flesso e per imporre le tangenti alle estremità facendo particolare attenzione all'analisi della curvatura; procedere in questo modo comporta il notevole vantaggio di interagire continuamente col trasversale originale così da poter effettuare un *fearing* delle curve senza discostarsi dai dati originari permettendo inoltre di ridurre al minimo i punti di controllo.

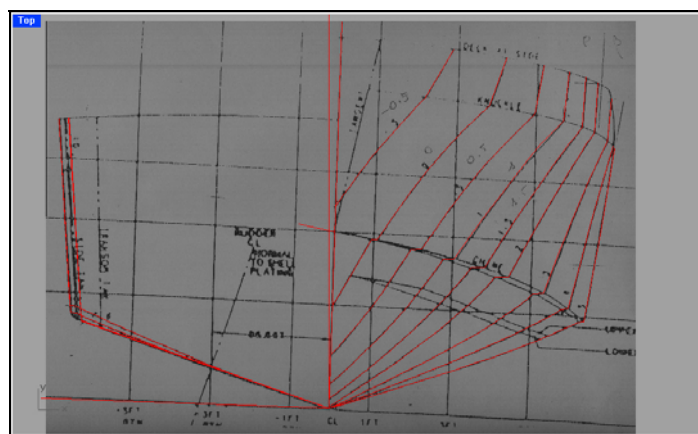
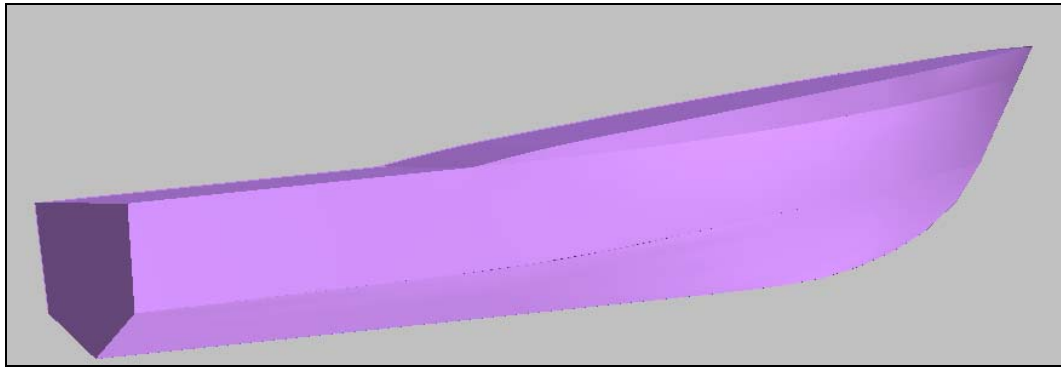
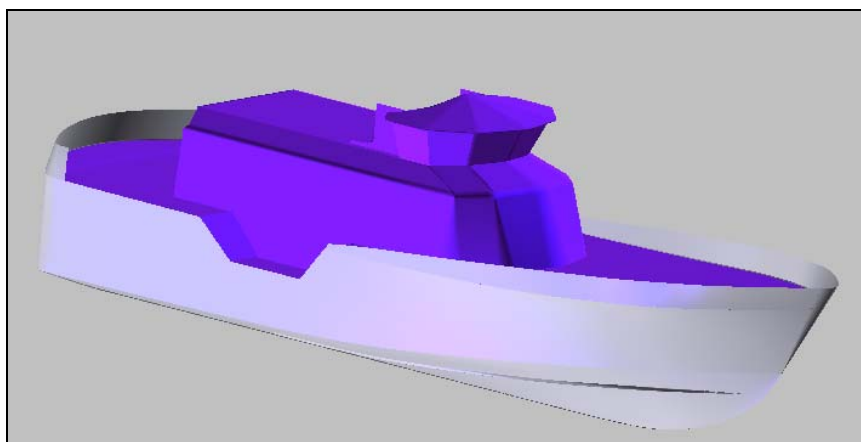


Figura 21: Ricostruzione delle curve





**Figura 23: Superficie della rescue boat**



**Figura 24: Superficie della rescue boat con le sovrastrutture**



**Figura 25: Rendering della rescue boat**

### 4.3.3 Modellazione del Peschereccio “*Nettuno*”

Lo scopo di questa modellazione è ricostruire la carena essendo in possesso del solo piano di costruzione. La tecnica seguita è stata la stessa utilizzata per la ricostruzione della rescue boat del paragrafo 4.3.3. Le caratteristiche principali della nave sono riassunte in figura 26.

<b>CARATTERISTICHE PRINCIPALI DELLA NAVE</b>	
$L_{OA}$	= 31,72 m
$L_{WL}$	= 29,13 m
$L_{PP}$	= 28,20 m
$B$	= 9,04 m
$D$	= 5,25 m
$T_M$	= 3,81 m
$C_B$	= 0,476
$C_P$	= 0,599
$C_{WP}$	= 0,738
$C_X$	= 0,791
$\Delta$	= 490 t

Figura 26: Caratteristiche principali del peschereccio

Il piano di costruzione del peschereccio è dato nella figura 27 :

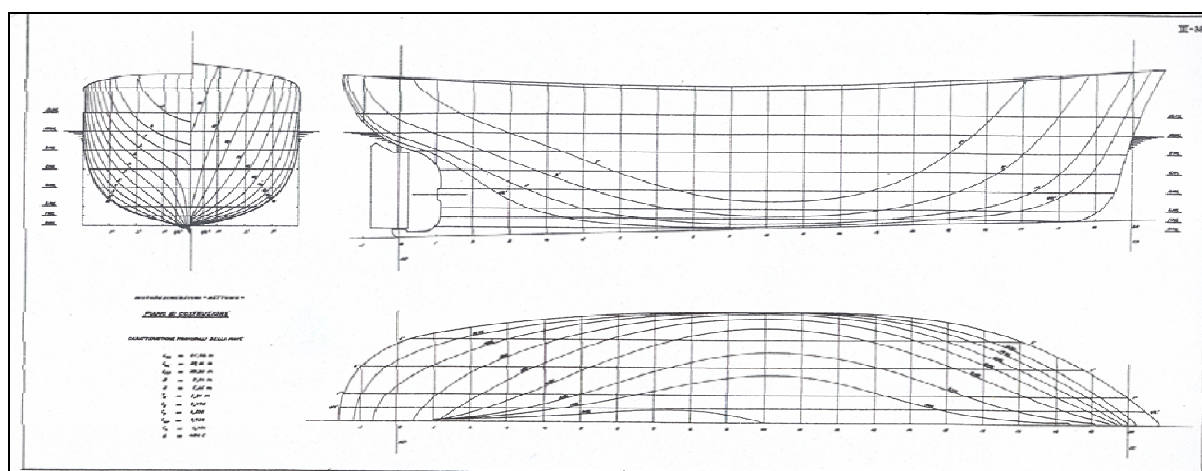


Figura 27: Piano di Costruzione del peschereccio

Anche in questo caso come già detto, si è importata l'immagine del trasversale, il particolare si può vedere in figura 28, in ambiente CAD. In questo modo tramite polilinee è stato possibile riprodurre le ordinate.

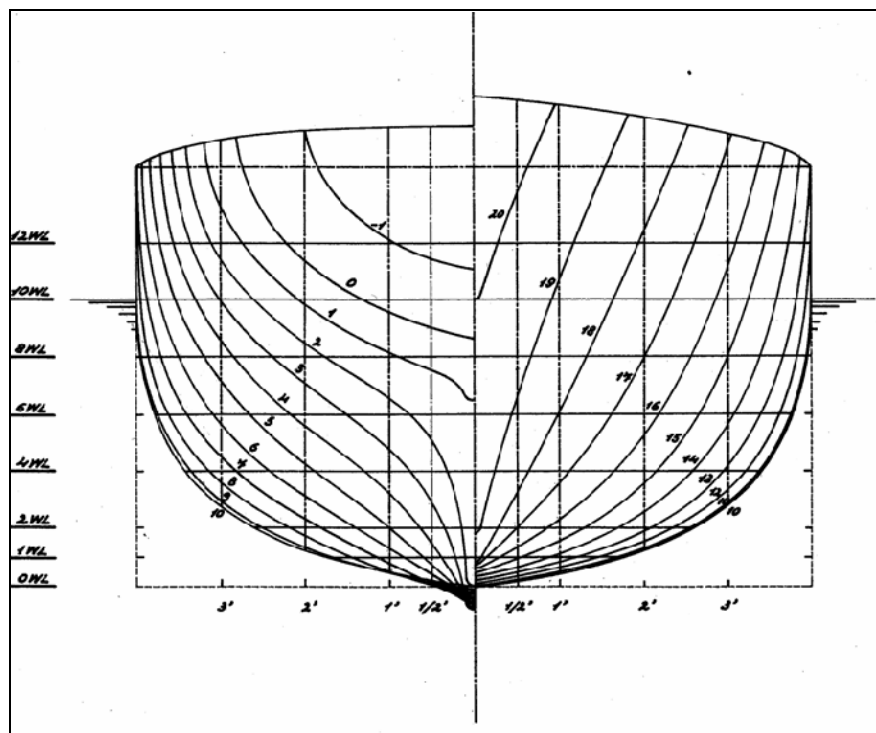


Figura 28: Piano di Costruzione del peschereccio

La ricostruzione della superficie ha portato al seguente risultato:

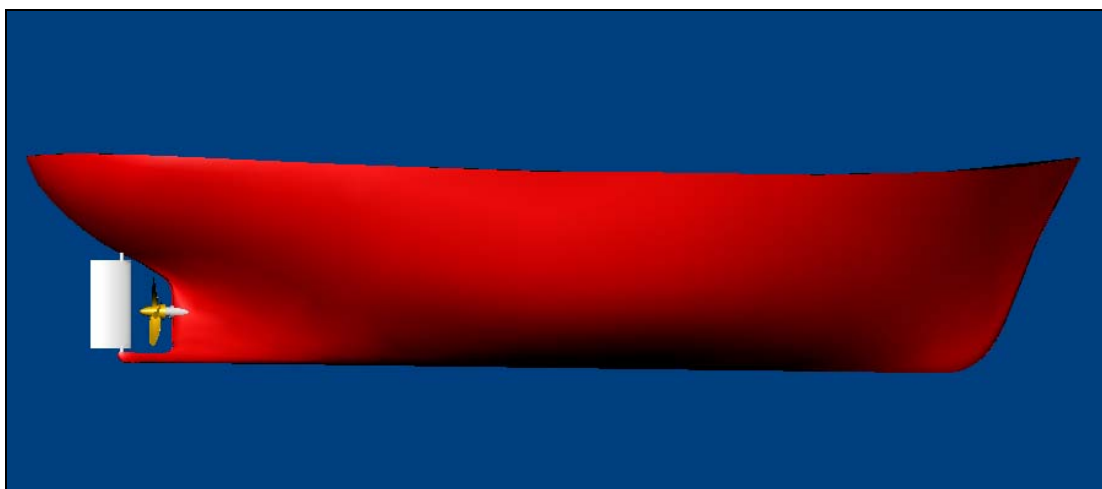
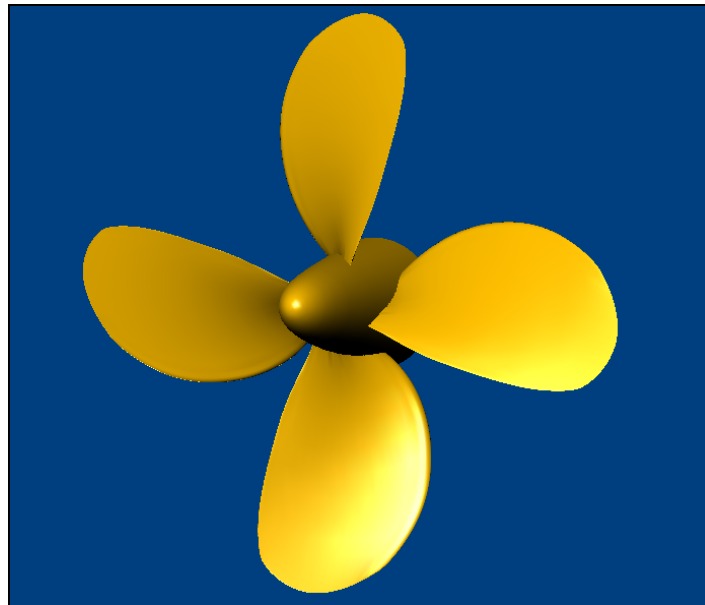


Figura 29: Superficie del Peschereccio "Nettuno"

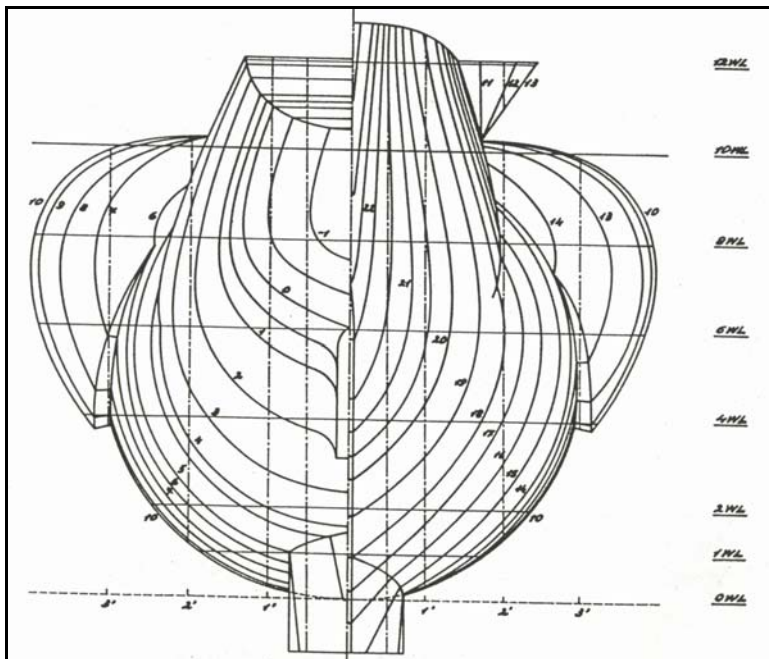




**Figura 30: Particolare dell'elica del Peschereccio "Nettuno"**

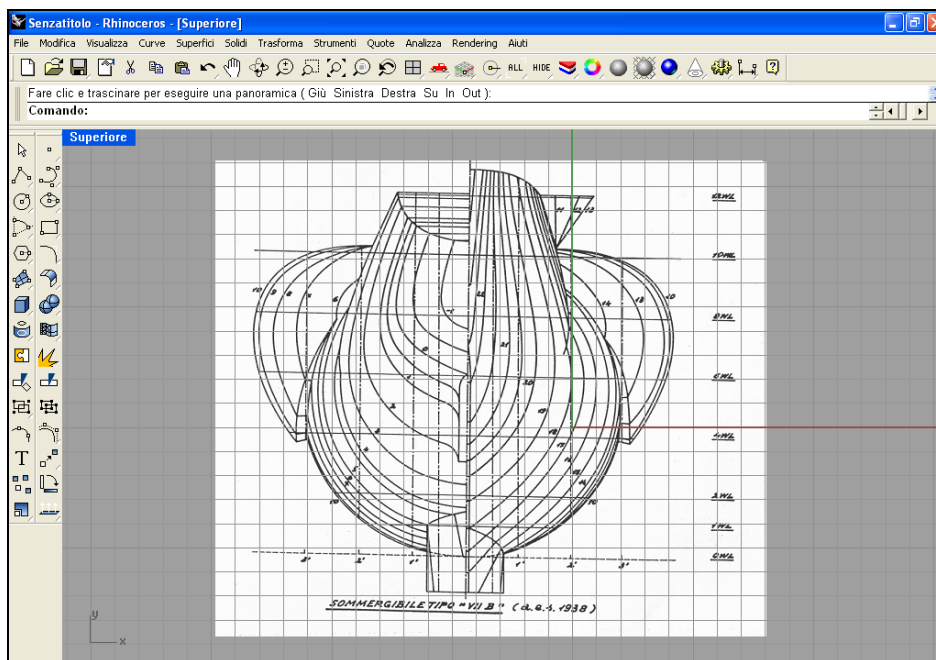
### 4.3.4 Modellazione del Sommergibile “Veniero”

Lo scopo di questa modellazione è ricostruire la carena essendo in possesso del solo piano di costruzione. Anche questa volta la tecnica seguita è stata la stessa utilizzata per la ricostruzione della rescue boat del paragrafo 4.3.3.



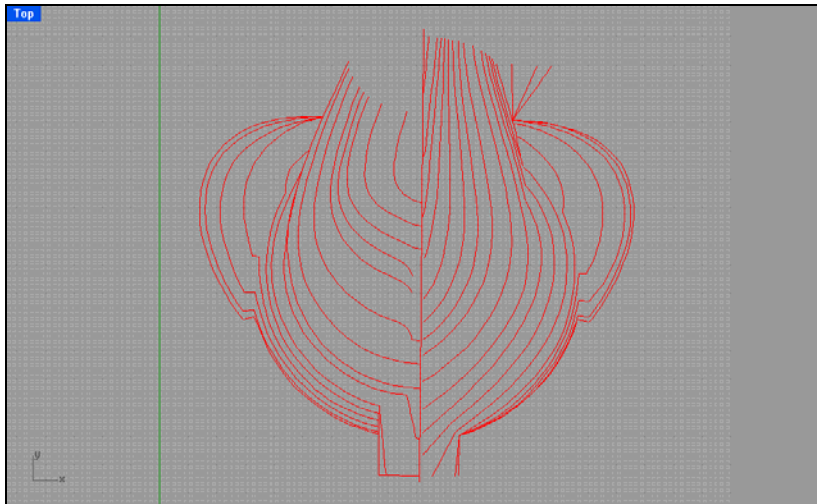
**Passo 1**  
Scansione del  
trasversale della  
carena

Figura 31: Trasversale del sommergibile Veniero



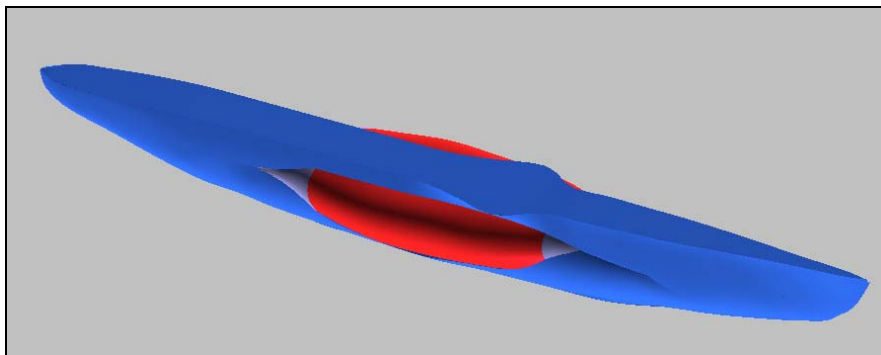
**Passo 2**  
Trasversale  
importato in  
ambiente CAD

Figura 32: Trasversale in ambiente CAD



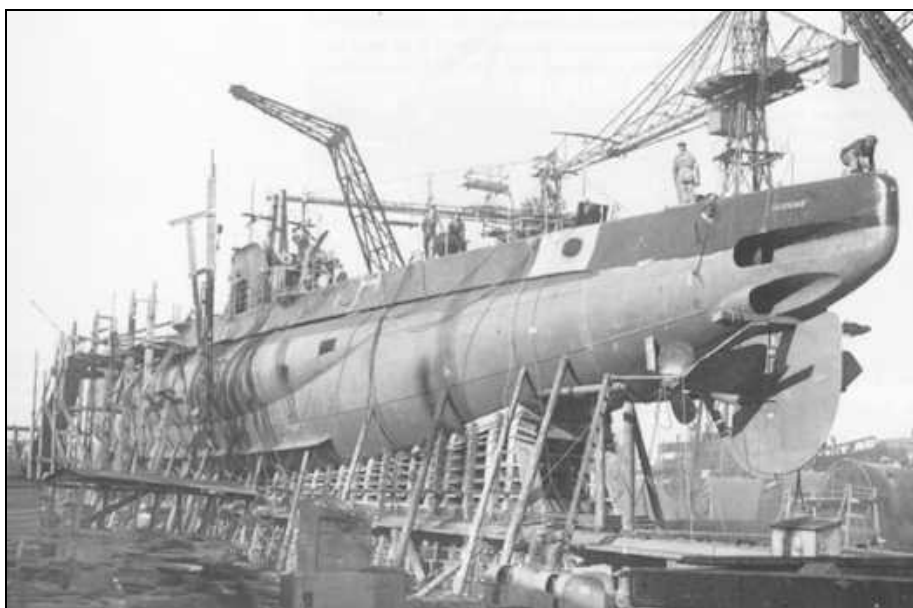
**Passo 3**  
Ricostruzione  
delle curve con  
delle polilinee

Figura 33: Ricostruzione delle curve



**Passo 4**  
Modellazione  
della superficie

Figura 34: Modello del Veniero



**Ecco come appariva  
il Veniero in  
costruzione...**

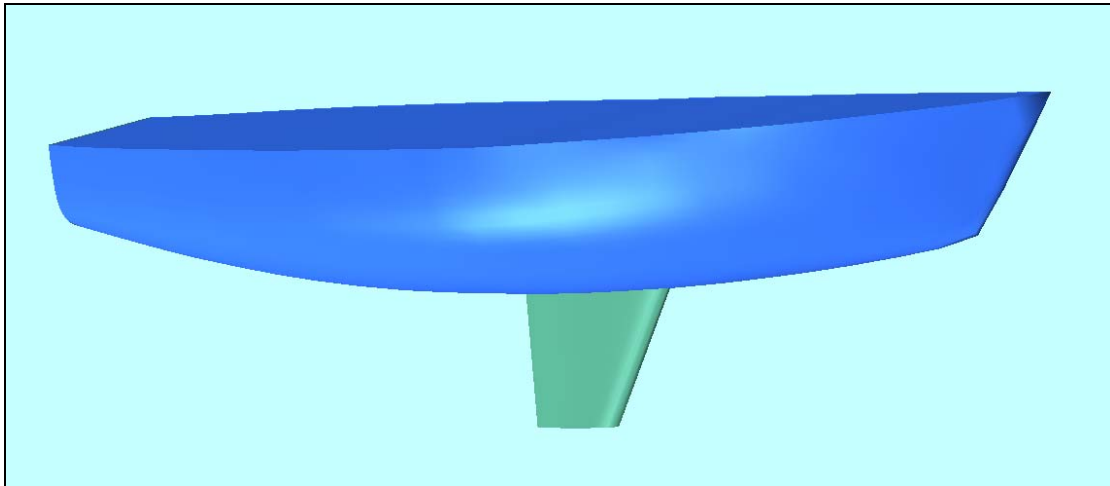
Figura 35: Il Veniero in costruzione

### Storia del Sommergibile Veniero

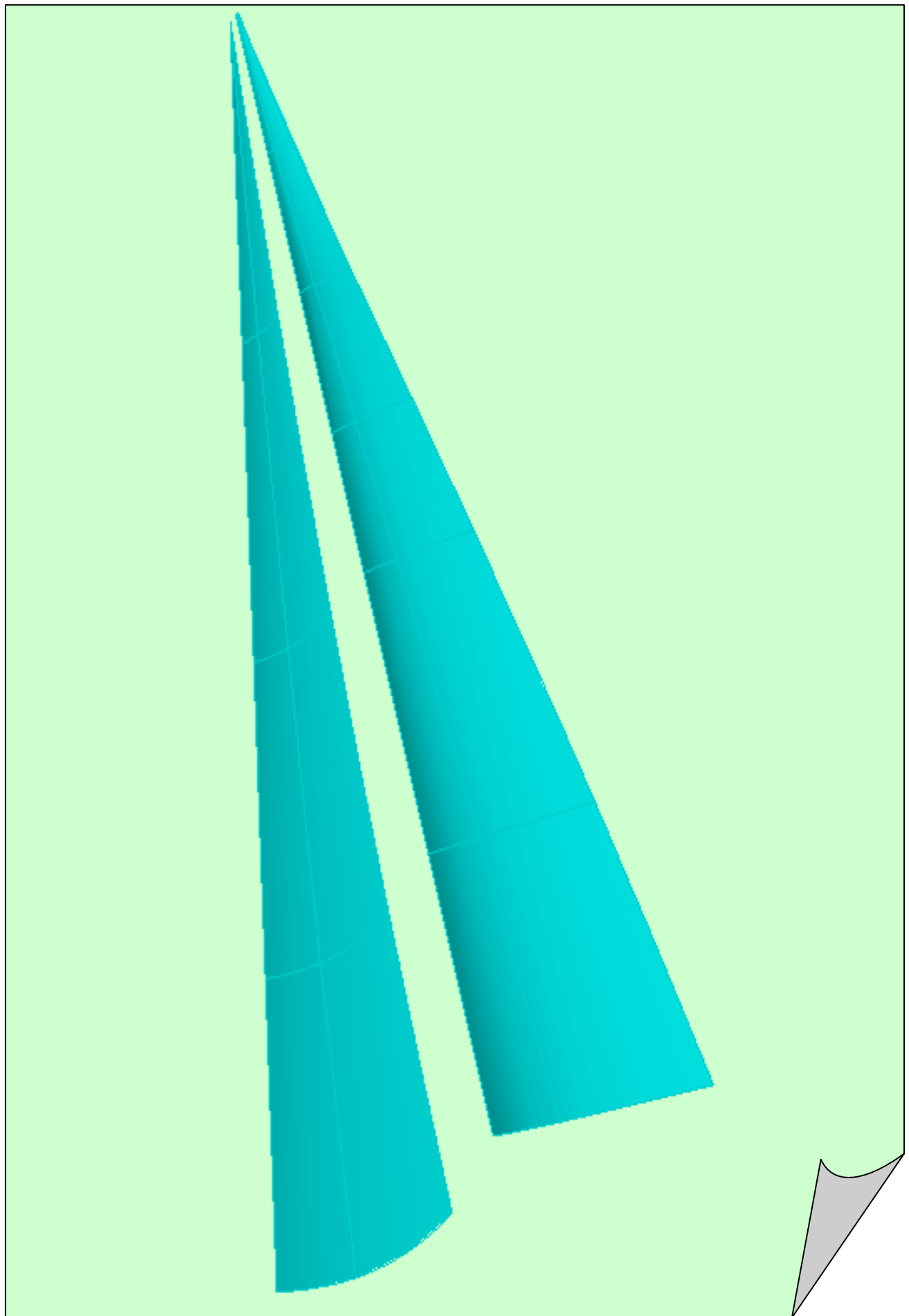
Il Smg. VENIERO era uno degli 11 battelli “oceanici” della classe “MARCELLO” (nome del primo battello, eponimo della classe), una classe ben riuscita che era stata realizzata dai cantieri CRDA di Monfalcone (GO) (9 unità) e dai cantieri OTO di Muggiano (SP) (2 unità) negli anni fra il 1937 e il '39. Il VENIERO era stato costruito a Monfalcone, impostato il 23 gennaio 1937, varato il 14 febbraio 1938 e consegnato alla Marina il 6 giugno dello stesso anno. All’inizio della guerra (10 giugno 1940) il VENIERO è assegnato al 1° Gruppo Sommergibili (12<sup>a</sup> Squadriglia), di base alla Spezia. Dopo una missione d’agguato a sud di Cape d’Antibes (10-21 giugno 1940), il 2 luglio, al comando del Cap. Corv. Folco Bonamici, lascia La Spezia diretto in Atlantico. Attraversa lo Stretto di Gibilterra, in immersione, nella notte fra il 7 e l’8 luglio. È il primo battello italiano a compiere quest’impresa, difficile sia per la stretta sorveglianza inglese e sia per le difficoltà nautiche dovute alle forti correnti sottomarine, da noi poco conosciute (le osservazioni in merito contenute nel rapporto del Com.te Bonamici serviranno al Comando dei Sommergibili per formulare le direttive per l’attraversamento dello Stretto). Dopo un agguato infruttuoso al largo delle Canarie, nella notte fra il 27 e il 28 luglio attraversa ancora lo Stretto, sempre in immersione, per rientrare in Mediterraneo e il 1° agosto è nuovamente alla Spezia. Dopo una sosta in Arsenale per effettuare alcune modifiche rese necessarie dalle particolari condizioni operative della guerra atlantica, il 28 settembre, agli ordini del nuovo Comandante, il Ten. Vasc. Mario Petroni, il battello riparte per raggiungere BETASOM, la nuova base atlantica di Bordeaux. Durante il trasferimento resta in agguato per circa un mese a sud delle Azzorre, senza avvistare alcun bersaglio. In compenso, all’arrivo a Bordeaux, evita per un soffio due siluri lanciati da un sommergibile inglese in agguato alla foce della Gironda. Entra a Bordeaux il 2 novembre 1940. In Atlantico svolge complessivamente 6 missioni offensive. Il 18 dicembre 1940 silura e poi finisce a cannonate il piroscafo greco “ANASTASSIA” di 2.883 t, ma ne recupera 9 naufraghi. Il 24 marzo 1941 affonda a cannonate il piroscafo inglese “AGNETE MAERSK” di 2.104 t, visto che i tre siluri lanciati, forse per il modesto pescaggio del piroscafo, non erano esplosi. Quando viene deciso di riportare 11 battelli oceanici in Mediterraneo, dove la situazione richiede di incrementare il numero di sommergibili, il VENIERO è incluso fra questi. Così, l’8 agosto 1941, al comando del nuovo Comandante, Ten. Vasc. Elio Zappetta, il battello riparte per l’Italia e il giorno 22 giunge alla Spezia, dove si ferma per tre mesi di lavori. In Mediterraneo il battello compie un totale di 7 missioni, di cui una, il 19 dicembre 1941, per trasportare 50 t di viveri da Taranto a Bardia, in Cirenaica. La sua ultima missione comincia il 17 maggio 1942, quando lascia Cagliari per portarsi in agguato al largo delle Baleari. Il giorno 29, alle 16.25, lancia il segnale di scoperta del nemico. Alle 23.30 trasmette un altro segnale che, però, risulta indecifrabile. Da questo momento non si hanno più sue notizie. Il battello viene presumibilmente affondato il 7 giugno 1942, nelle acque fra le Baleari e la Sardegna. Da fonti inglesi del dopoguerra si è appreso che un sommergibile italiano era stato attaccato da un aereo “Catilina” nelle prime ore del mattino del 7 giugno 1942. Lo stesso giorno, poco prima delle 12.00, lo stesso sommergibile era stato sottoposto ad un altro attacco mentre navigava in emersione visibilmente danneggiato. Poiché nel punto in cui si erano svolti i due attacchi, in quel giorno e in quelle ore, non vi erano altri battelli italiani, si può ragionevolmente concludere che il sommergibile attaccato dagli aerei inglesi fosse il VENIERO.

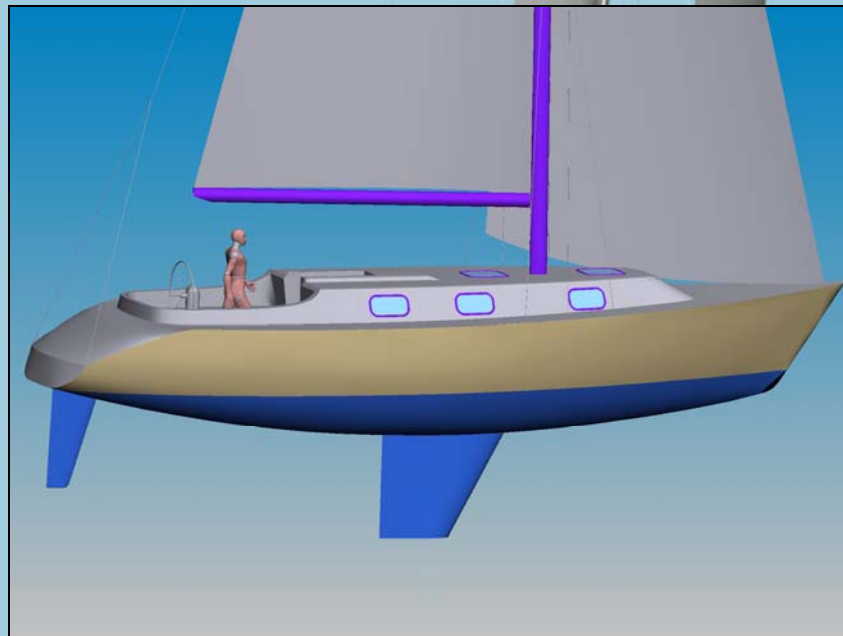
### 4.3.5 Modellazione della carena YD-40

Come ultimo esempio di modellazione, in questo paragrafo viene riprodotta una carena di una barca a vela, precisamente la YD-40 tratta dal libro di L.Larsson “Principles of Yacht Design”. Di questa carena è disponibile il piano di costruzione, figura 37. Nelle figure seguenti si possono vedere alcune immagini della modellazione.

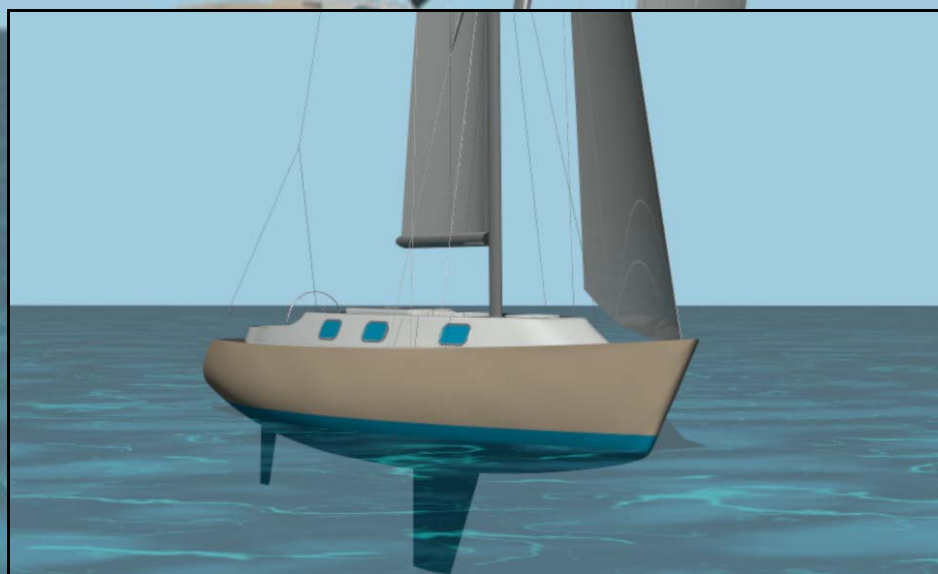


**Figura 36: Modello della superficie dell'YD-40**





**Figura 38: Modello della superficie dell'YD-40**



**Figura 39: Modello della superficie dell'YD-40**

## *Capitolo 5*

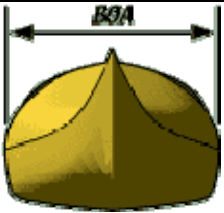
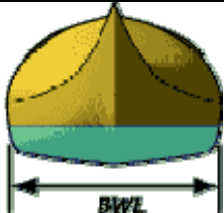




### *Geometria e Coefficienti di Finezza*

#### *Introduzione*

Nella fase preliminare del progetto di una nave è necessario produrre un progetto fattibile. La fattibilità implica un adeguato insieme di dimensioni, un bilanciamento delle masse tale che la nave abbia una dimensione giusta per il servizio che deve svolgere, galleggi ad una corretta immersione, raggiunga la velocità prevista e si integra dal punto di vista strutturale. Le norme internazionali che regolano aspetti come ad esempio il bordo libero, richiedono delle considerazioni nella fase preliminare del progetto. Uno degli elementi di maggiore importanza per un ottenere un nave ottimale è la forma della carena stessa. Esso influenza tutti i principali elementi del progetto, incluse le performance. Una scelta sicura delle caratteristiche di forma è per questo motivo di fondamentale importanza.



## *Le Dimensioni Principali*

<p><b><u>Larghezza fuori tutto</u></b></p> <p>È la massima larghezza dello scafo.</p>	<p><b><u>Larghezza al galleggiamento</u></b></p> <p>È la larghezza dello scafo al galleggiamento di progetto.</p>
	
<p><b><u>Immersione</u></b></p> <p>È l'altezza dell'opera viva.</p>	<p><b><u>Altezza di Costruzione</u></b></p> <p>È l'altezza dello scafo misurata nell'ordinata mediana dalla linea di costruzione alla linea retta del baglio.</p>
	
<p><b><u>Lunghezza fuori tutto</u></b></p> <p>È la massima lunghezza dello scafo.</p>	<p><b><u>Lunghezza al galleggiamento</u></b></p> <p>È la lunghezza dello scafo al galleggiamento di progetto.</p>
	

**Tabella 1: Dimensioni Principali**

## 5.1 Rapporti tra le dimensioni Principali

La superficie di uno scafo è essenzialmente individuata mediante il piano di costruzione. Per meglio comprendere la sua geometria è utile introdurre dei rapporti e dei coefficienti adimensionali i quali influenzano le qualità della nave. Questi coefficienti sono molto utili per progettare una nuova carena e confrontare carene diverse.

In questo paragrafo vengono descritti i rapporti fra le dimensioni principali di una carena. Nella figura 1 sono riassunte le dimensioni principali di una carena.

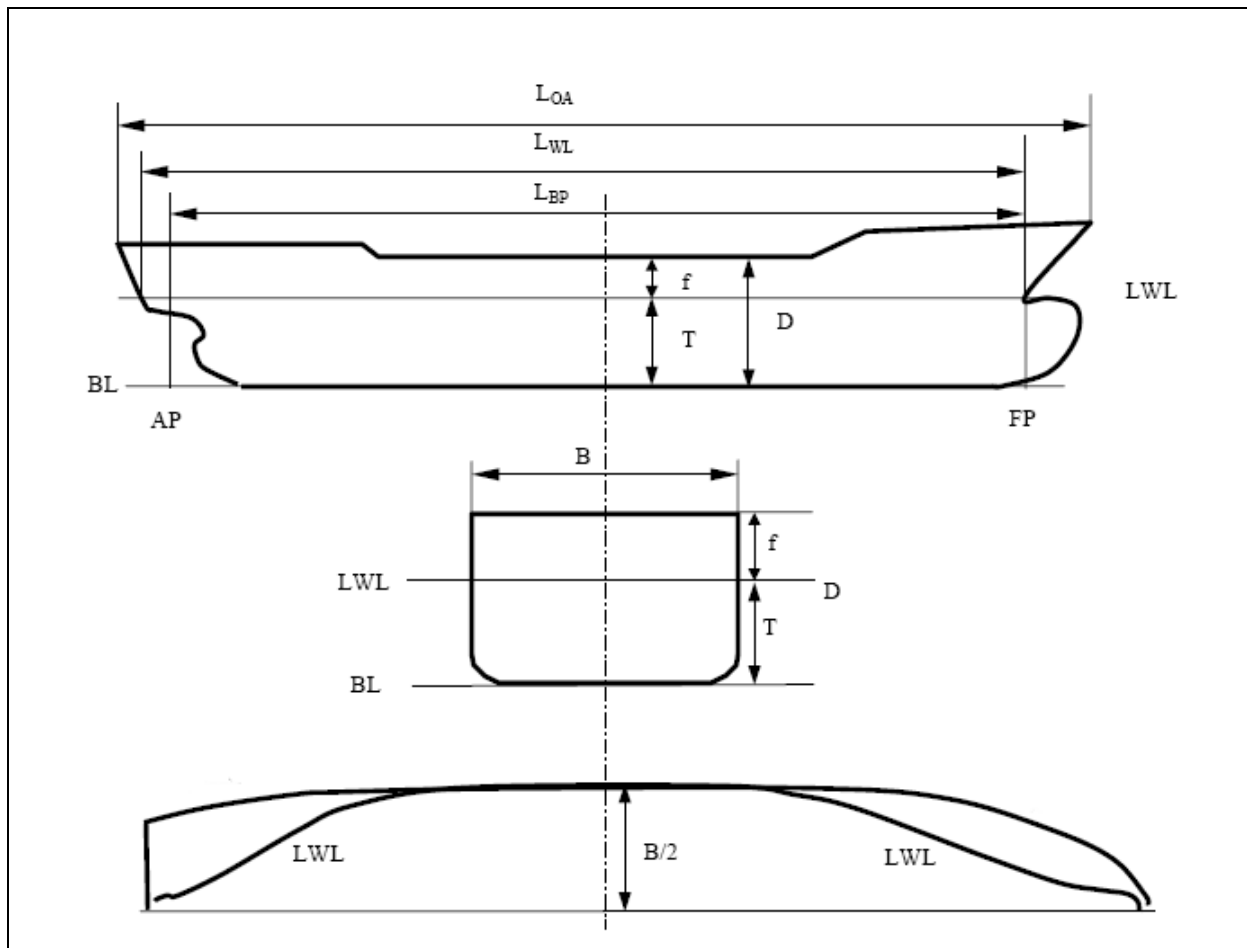
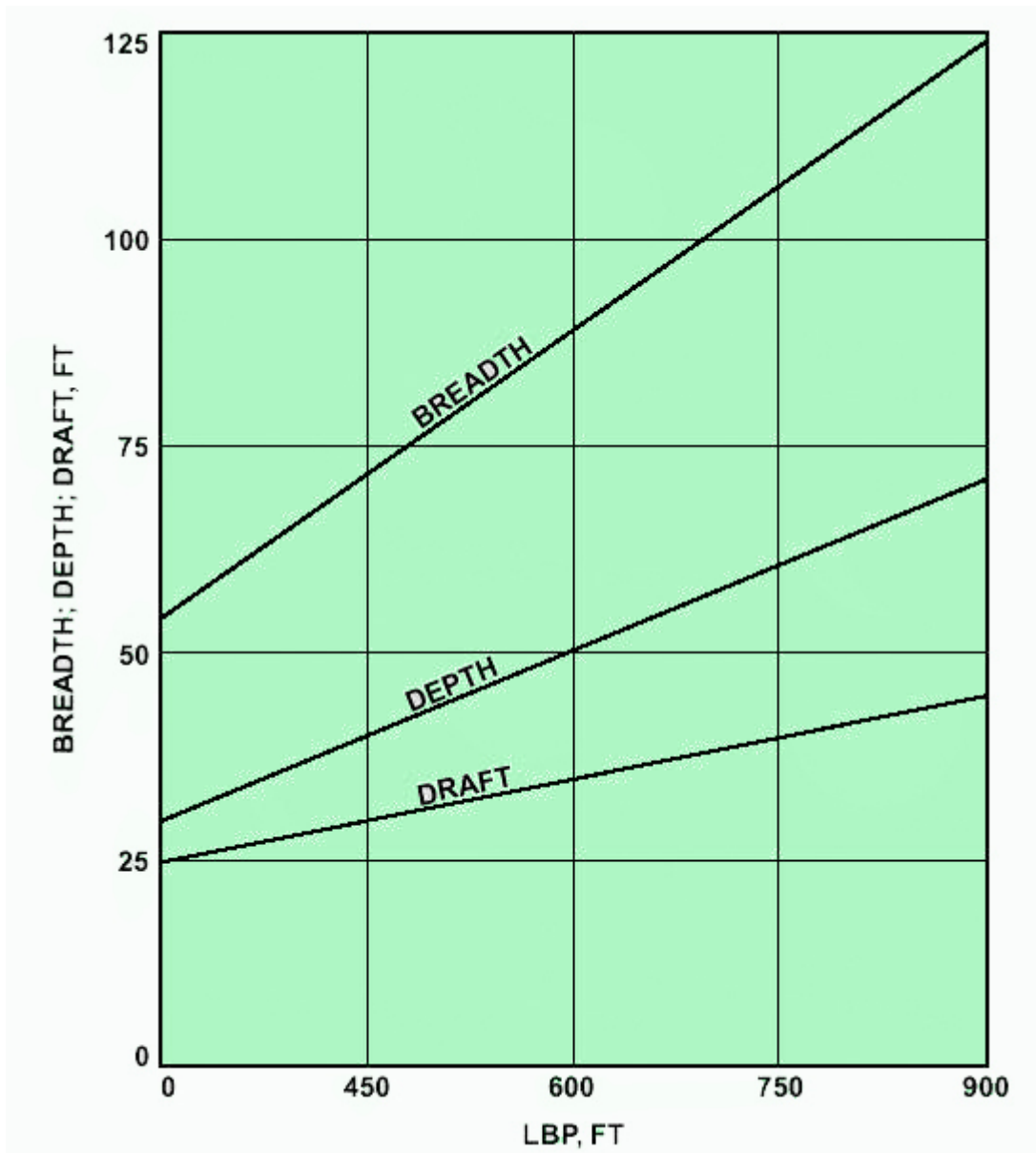


Figura 1: Dimensioni Principali



### ➤ L / B

Dà un'idea della snellezza dello scafo. Esso influisce sulla velocità della nave, sulla stabilità e sulla manovrabilità. In generale varia tra 3.0 e 9.5.

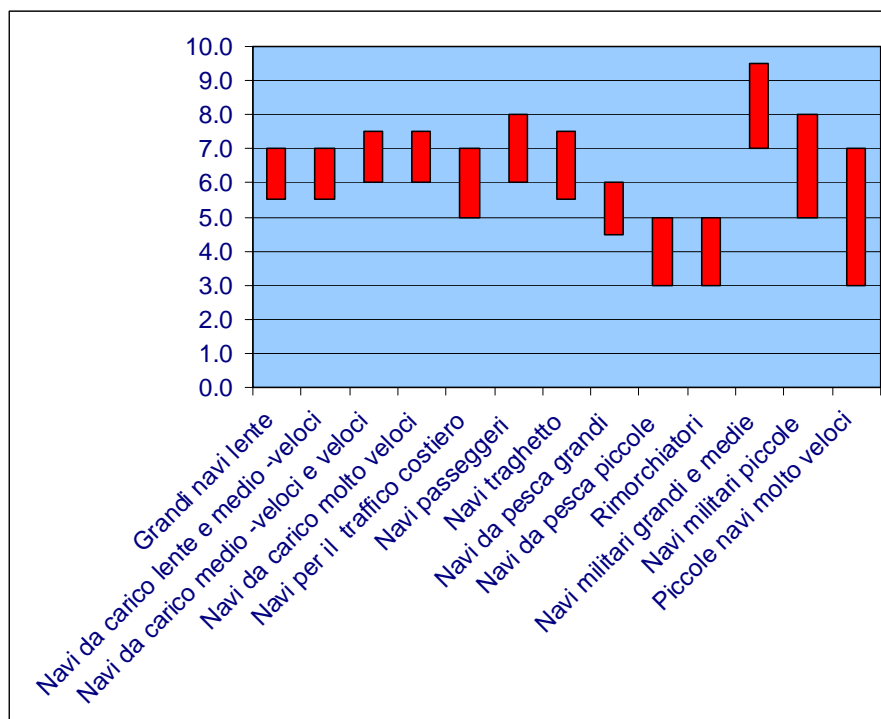


Figura 2: Campo di variabilità di L / B e corrispondenti tipologie di navi

Una costante diminuzione del rapporto L/B negli ultimi anni può essere dovuta all'esigenza di abbassare i costi e di produrre dei buoni flussi per l'elica con una larghezza più grande. Watson & Gilfillan nel 1977 proposero i seguenti valori:

- ✓  $L / B = 6.5$  con  $L \geq 130\text{m}$
- ✓  $L / B = 4.0 + 0.025(L - 30)$  con  $30 \leq L \leq 130\text{m}$
- ✓  $L / B = 4.0$  con  $L \leq 30\text{m}$

Altri valori proposti [ ] sono:

Tipo Carena	L / B
General Cargo	6.3 – 6.8
Cisterne	7.1 – 7.25
Very Large Crude Carrier	6.4 – 6.5

➤ **B / T**

Dà un'idea della configurazione trasversale della carena. Esso influisce sulla stabilità della nave e sulla resistenza alla deriva. Varia tra 2.0 ÷ 4.5.

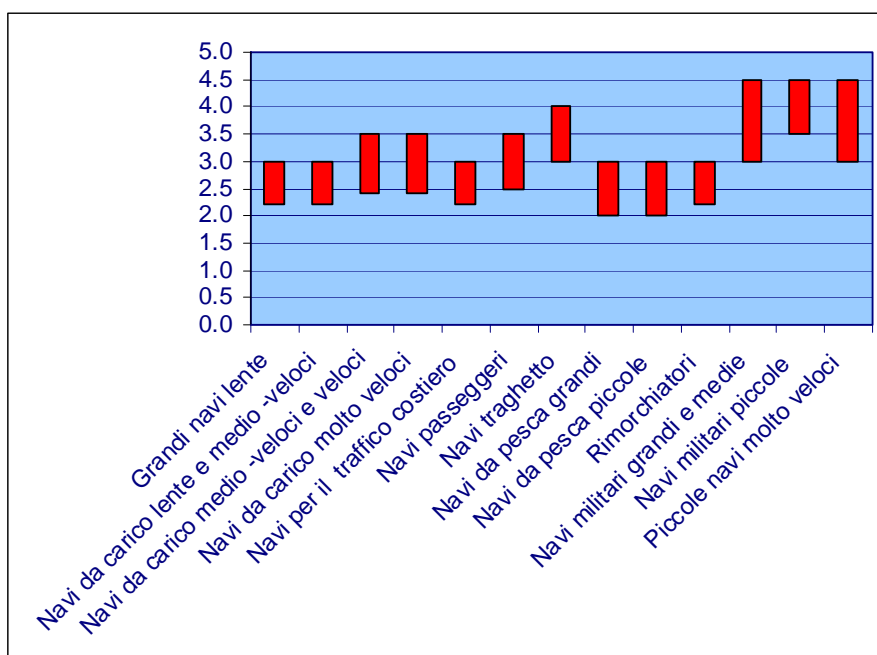


Figura 3: Campo di variabilità di B / T e corrispondenti tipologie di navi

Altri valori proposti [ ] sono:

Tipo Carena	B / T
General Cargo	2.1 – 2.8
Cisterne	2.4 – 2.6
Very Large Crude Carrier	2.4 – 2.6

➤ **L / D**

Dà un'idea della compattezza dello scafo. Esso influisce sull'attitudine dello scafo a resistere alla flessione longitudinale. Varia tra  $6.5 \div 17$ .

➤ **B / D**

Dà un'idea della configurazione dell'ordinata maestra. Esso influisce sulla stabilità della nave e sulla robustezza longitudinale dello scafo. Varia tra  $1.4 \div 2.5$ .

➤ **D / T**

Dà un'idea delle estensioni verticali dell'opera morta e dell'opera viva. Esso influisce sulla riserva di spinta e sulla stabilità di rotta. Varia tra  $1.1 \div 2.2$ .

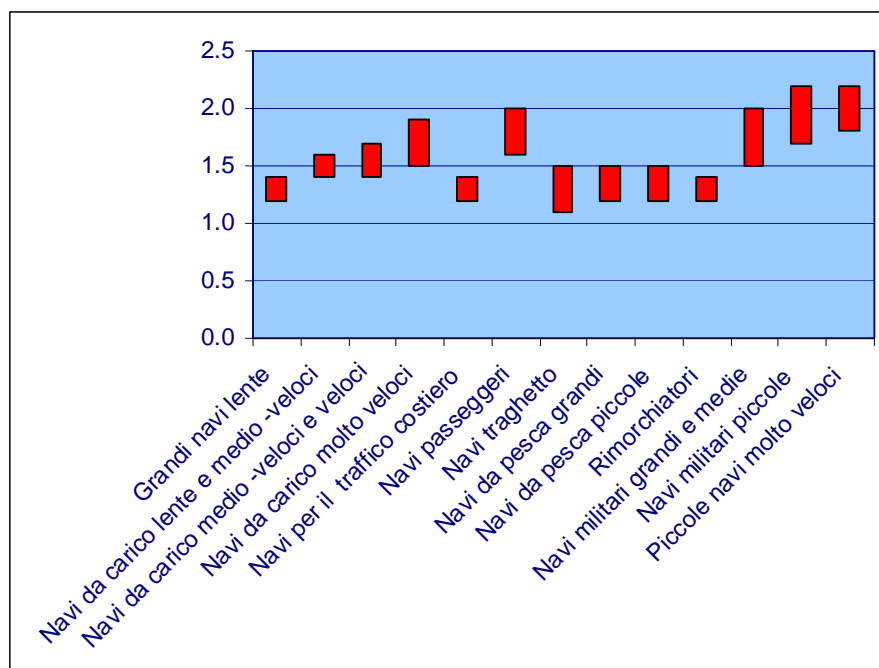


Figura 4: Campo di variabilità di D / T e corrispondenti tipologie di navi

## 5.2 Parametri di Forma

Le proprietà geometriche della forma di carena possono essere suddivise nei seguenti gruppi:

- Curva delle Aree (SAC)
- Galleggiamento (LWL)
- Coefficienti della forma di carena ( $C_B$ ,  $C_M$ ,  $C_P$ ,  $C_{WP}$ , LCB, LCF)

Nella figura 5, è mostrata in maniera schematica la distribuzione longitudinale della curva delle aree, la larghezza e il galleggiamento. La figura contiene informazioni utili per quanto riguarda i parametri di forma della carena. L'area sotto la curva delle aree rappresenta il volume e il suo centro è LCB, mentre l'area sotto la curva della larghezza rappresenta l'area di galleggiamento e il suo centro LCF.

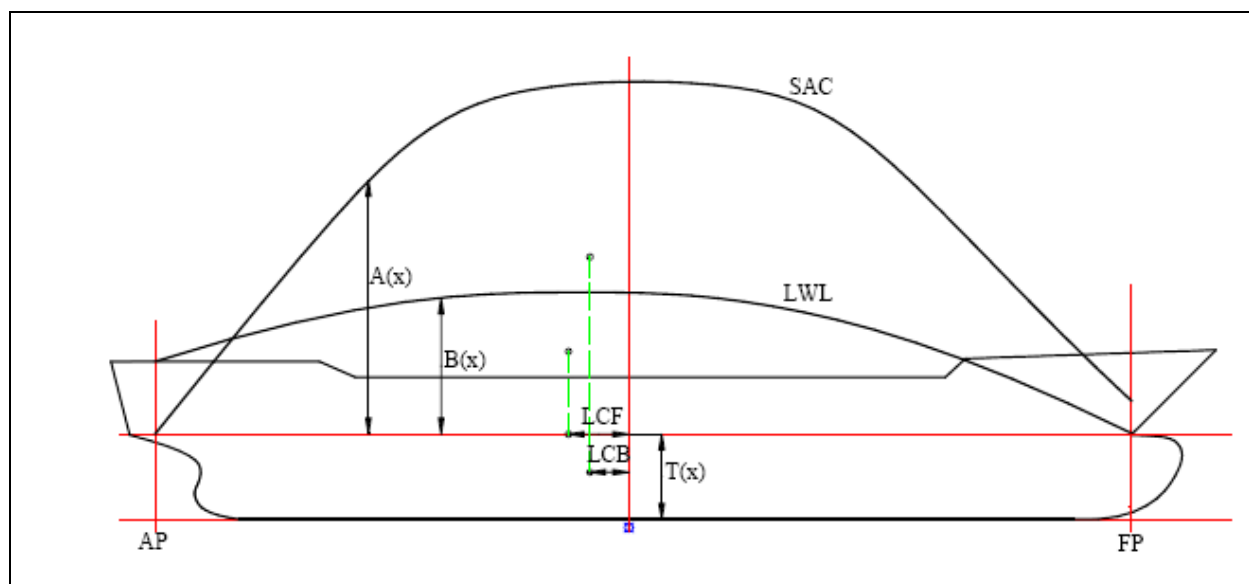


Figura 5: Curva delle aree e galleggiamento

### 5.2.1 Coefficiente di Finezza della Figura di Galleggiamento

È il rapporto tra l'area della figura di galleggiamento di pieno carico normale e l'area del rettangolo ad essa circoscritto. Varia tra 0.60 ÷ 0.95.

$$C_{WP} = \frac{A_W}{L_{DWL} B}$$

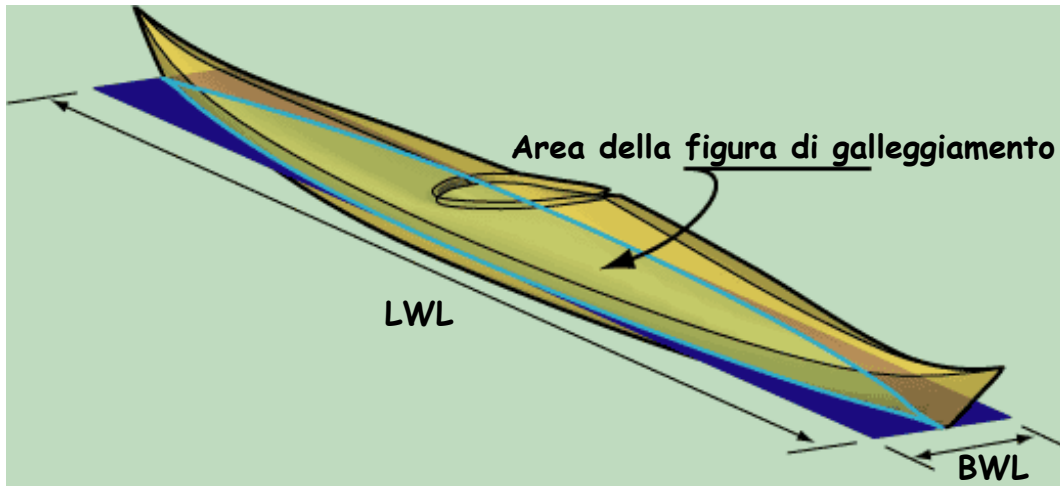


Figura 6: Coefficiente di finezza della figura di galleggiamento

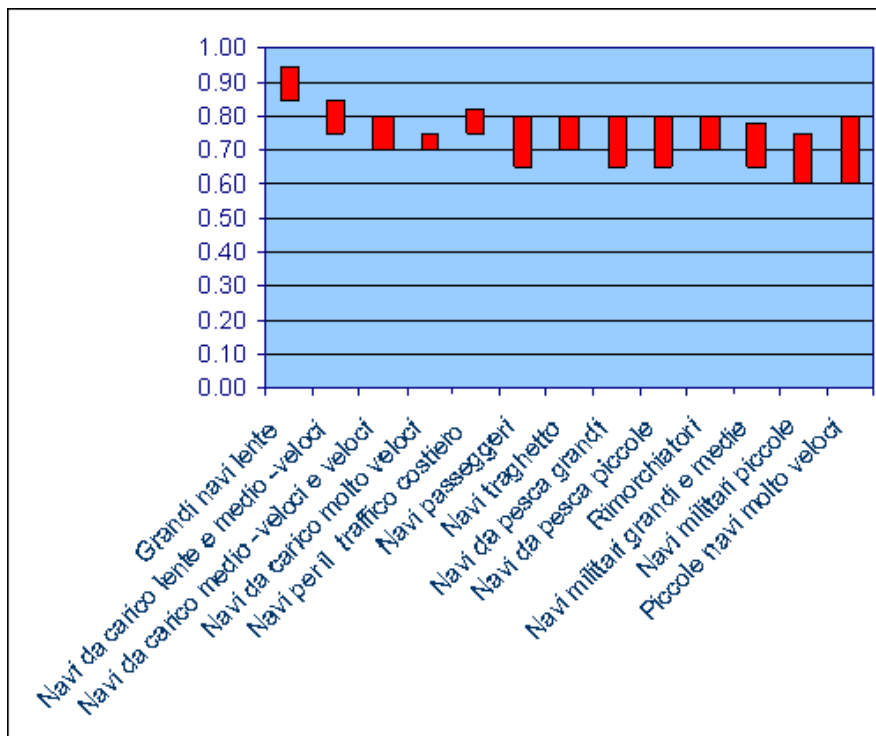
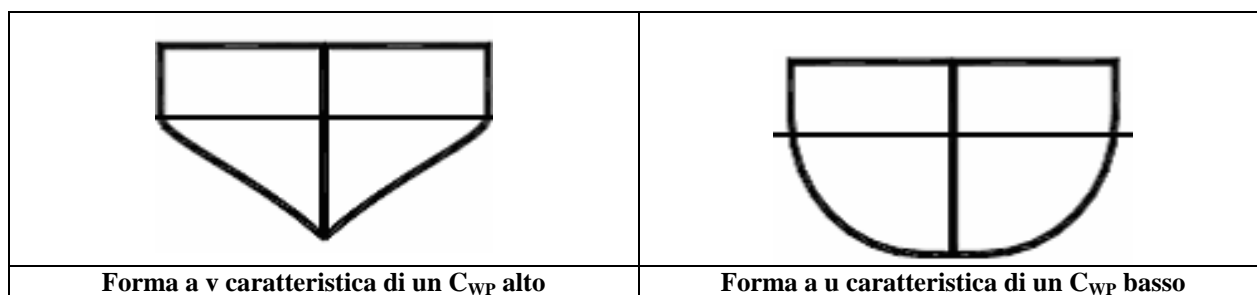


Figura 7: Campo di variabilità del  $C_{WP}$  e corrispondenti tipologie di navi



Il coefficiente di finezza della figura di galleggiamento influenza in maniera significativa la resistenza, la stabilità e la tenuta al mare di una nave. Usualmente si utilizza per questo coefficiente un valore alto per ottenere maggiore stabilità e tenuta al mare, ad esempio nelle navi passeggeri. Questo è anche un vantaggio perché consente di avere grandi superfici dei ponti e questa è una caratteristica essenziale nelle navi passeggeri e nei traghetti. Il coefficiente della figura di galleggiamento insieme con il coefficiente di finezza totale (vedi ) determina la forma della sezione trasversale. D'altro canto questo coefficiente può essere determinato mediante la conoscenza del coefficiente di finezza totale e della forma dell'opera viva. Un alto valore di  $C_{WP}$  è caratteristico delle sezioni a V, mentre le sezioni a U sono tipiche di un  $C_{WP}$  basso.



### 5.2.2 Coefficiente di Finezza della Sezione al Mezzo

È il rapporto tra l'area della parte immersa della ordinata al mezzo e l'area del rettangolo ad esso circoscritto.

$$C_M = \frac{A_M}{BT}$$

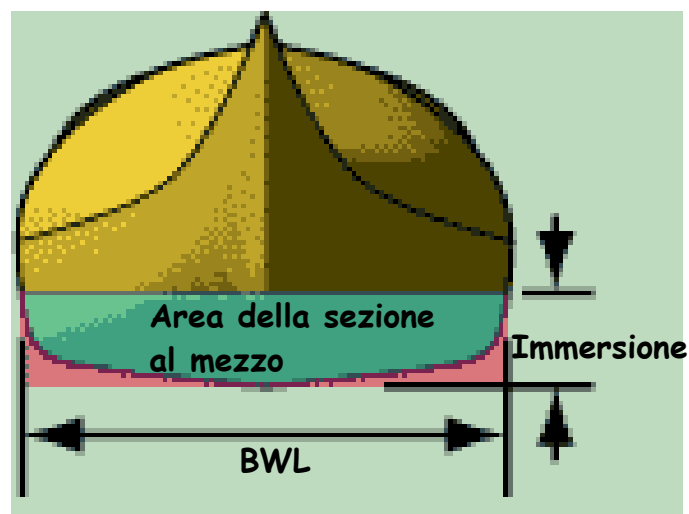


Figura 8: Coefficiente di finezza della sezione al mezzo

Il coefficiente di finezza della sezione al mezzo rappresenta la pienezza della sezione al mezzo e è strettamente legato alle caratteristiche di resistenza della nave. Un aumento di questo coefficiente comporta di solito le seguenti:

- Aumento della superficie bagnata e quindi della resistenza d'attrito
- Aumento della lunghezza d'entrata che causa una ridotta resistenza d'onda
- Aumento lunghezza di corsa che implica che ci si può aspettare una riduzione nella resistenza di separazione
- Aumento dell'efficienza propulsiva
- Maggiore resistenza al rollio e quindi minori moti di rollio in mari agitati

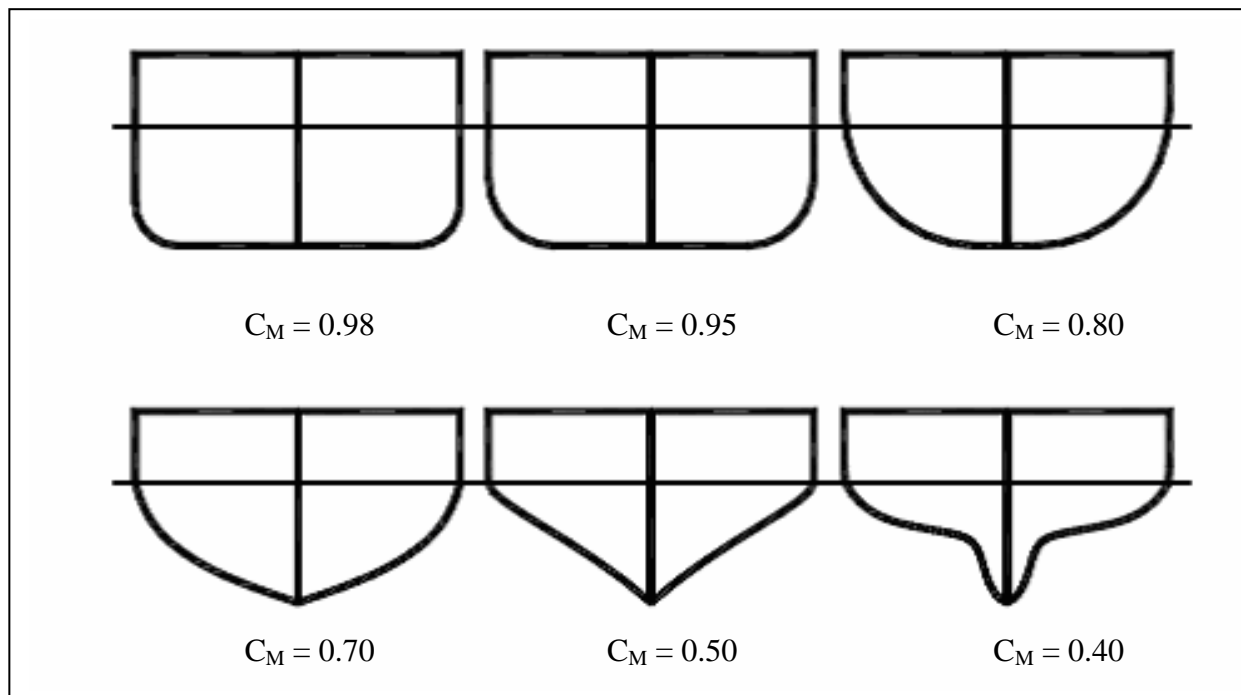


Figura 9: Tipiche forme di sezioni al mezzo

### 5.2.3 Coefficiente di Finezza del Piano di Deriva

$$C_{LA} = \frac{A_L}{L_{DWL} T}$$

È il rapporto tra l'area del piano di deriva e l'area del rettangolo ad esso circoscritto.

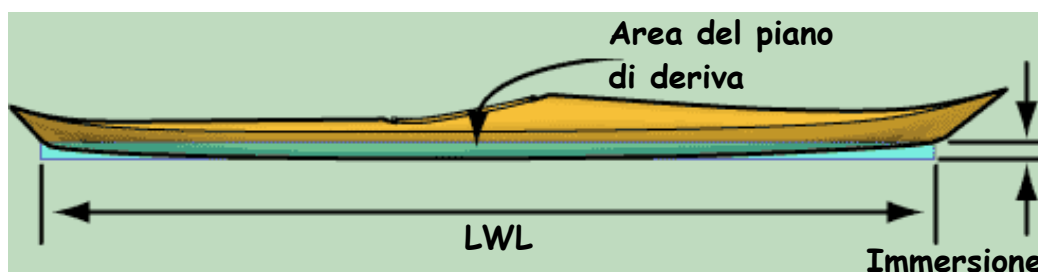


Figura 10: Tipiche forme di sezioni al mezzo

### 5.2.4 Coefficiente di Finezza Totale

È il rapporto tra il volume della carena e il volume del parallelepipedo ad essa circoscritto. Varia tra 0.35 ÷ 0.85

$$C_B = \frac{\nabla}{L_{WL} B_x T_x}$$

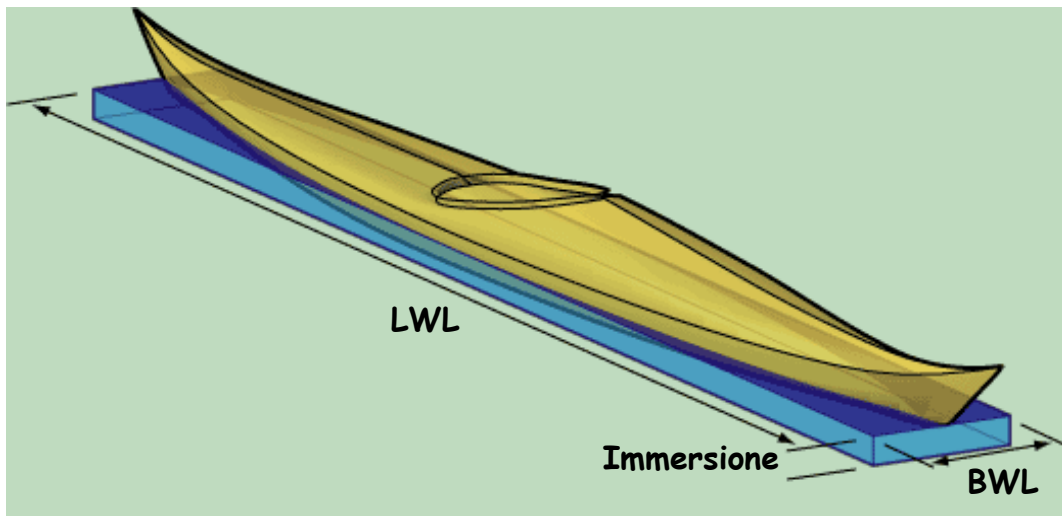


Figura 6: Coefficiente di finezza totale

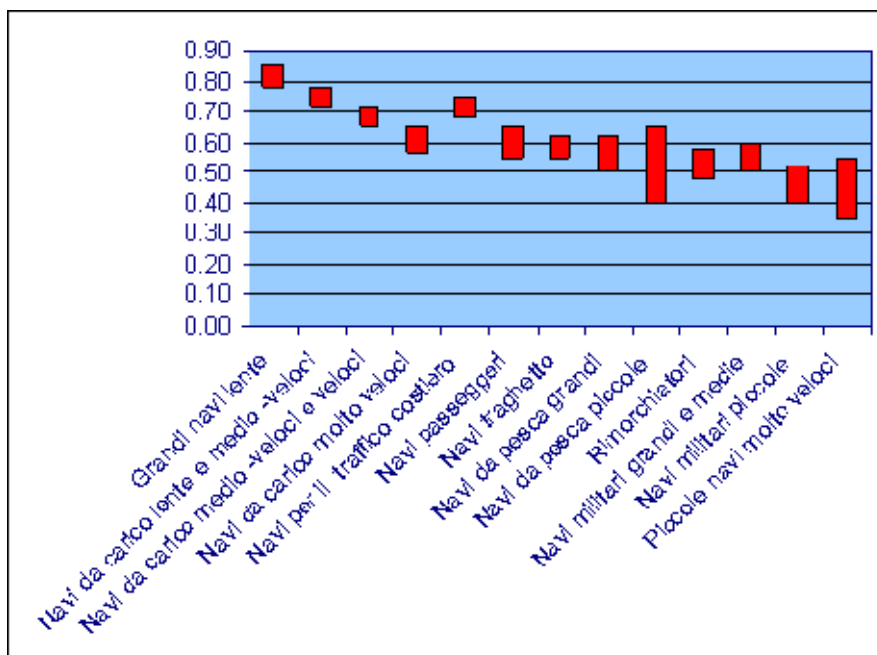


Figura 7: Campo di variabilità del  $C_B$  e corrispondenti tipologie di navi

Il coefficiente di finezza totale è uno dei parametri più utilizzati per definire la pienezza della forma dell'opera viva. Molte caratteristiche tecniche ed economiche della nave sono influenzate da questo coefficiente. Le conseguenze di una riduzione del  $C_B$  sono in generale le seguenti:

- Riduzione della potenza propulsiva necessaria dovuta a miglioramenti nella resistenza d'onda e nell'efficienza propulsiva. Questo comporta una riduzione del peso dell'apparato motore e del peso complessivo della nave.
- Diminuzione del consumo di carburante o velocità più alte con lo stesso apparato motore.
- Riduzione della capacità di trasporto.
- Aumento delle capacità di tenuta al mare con livelli di moto più bassi e minor pericolo di slamming.
- Migliore stabilità di rotta con ridotta manovrabilità.
- Piccoli miglioramenti nelle caratteristiche di stabilità statiche
- Aumento dei costi di costruzione dovuti a:
  - ✓ Più grandi quantità di fasciami ricurvi e sezioni
  - ✓ Minori quantità di fasciami piani
  - ✓ Necessità di una grande varietà di forme e dimensioni di fasciami
  - ✓ Aumento scarti di lavorazioni

### 5.2.5 Coefficiente Prismatico

È il rapporto tra il volume della carena e il volume del cilindro avente per sezione retta la parte immersa della ordinata maestra e per lunghezza quella al galleggiamento di progetto

$$C_P = \frac{\nabla}{A_X L_{WL}}$$

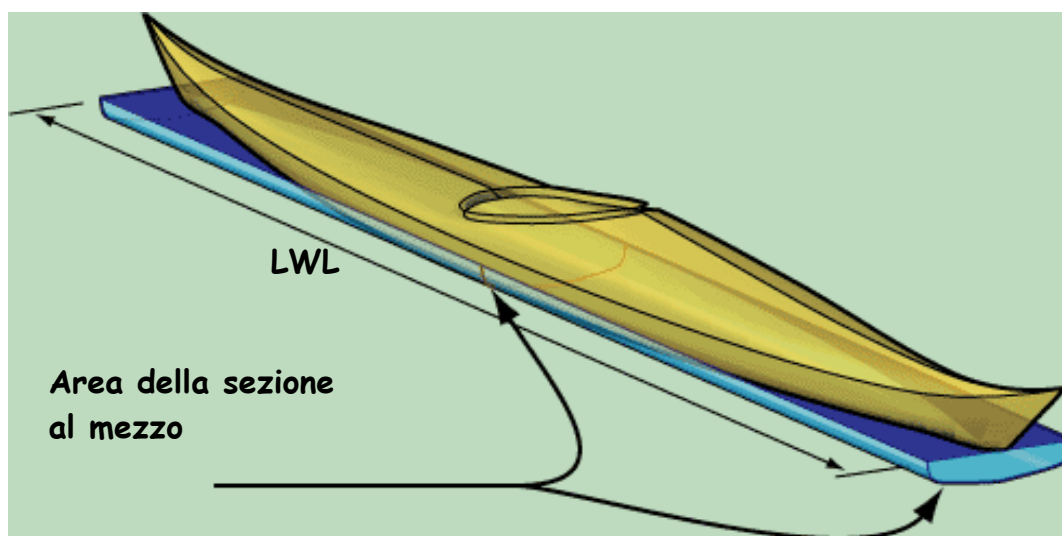


Figura 8 : Coefficiente prismatico

Il coefficiente prismatico rappresenta quindi la distribuzione della pienezza lungo la lunghezza. Se la lunghezza tra le perpendicolari e la lunghezza al galleggiamento sono uguali (come nelle navi militari), il coefficiente prismatico è uguale al coefficiente di finezza totale diviso il coefficiente della sezione al mezzo. Per bassi valori di  $C_P$  il volume è concentrato al mezzo la carena è quindi sottile agli estremi, mentre per valori grandi di  $C_P$  il volume è più uniformemente distribuito lungo la lunghezza è quindi piena agli estremi. Per questa ragione, il coefficiente prismatico è anche chiamato coefficiente prismatico longitudinale. Questo è un fattore principale per determinare la resistenza d'onda residua. Il modo usuale di determinare  $C_P$  è predire  $C_B$  e  $C_X$  e quindi calcolare  $C_P = C_B / C_X$ .

Nella figura si può vedere un grafico che riporta la determinazione del coefficiente prismatico in funzione del numero di Froude così come raccomandato da Saunders.

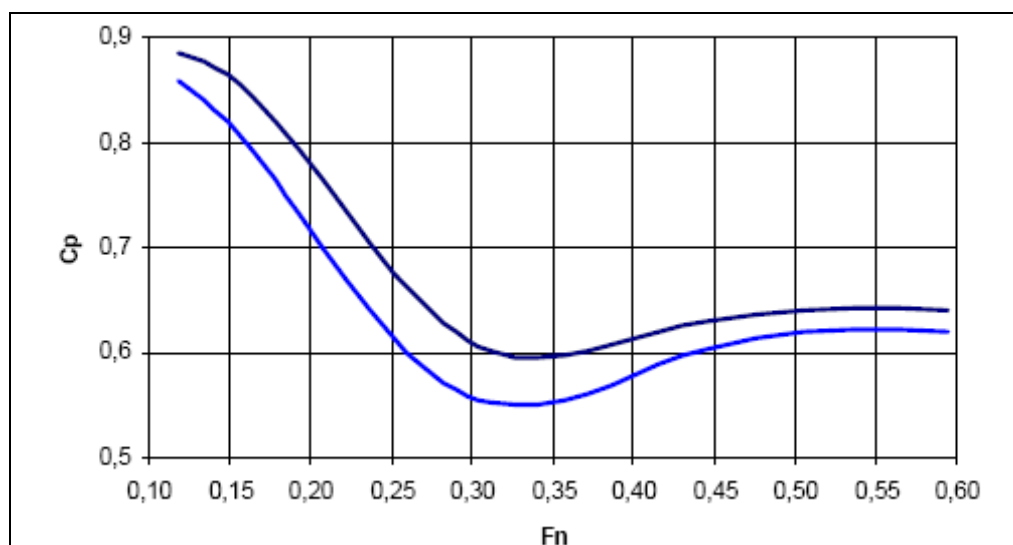


Figura : Determinazione del coefficiente prismatico come raccomandato da Saunders

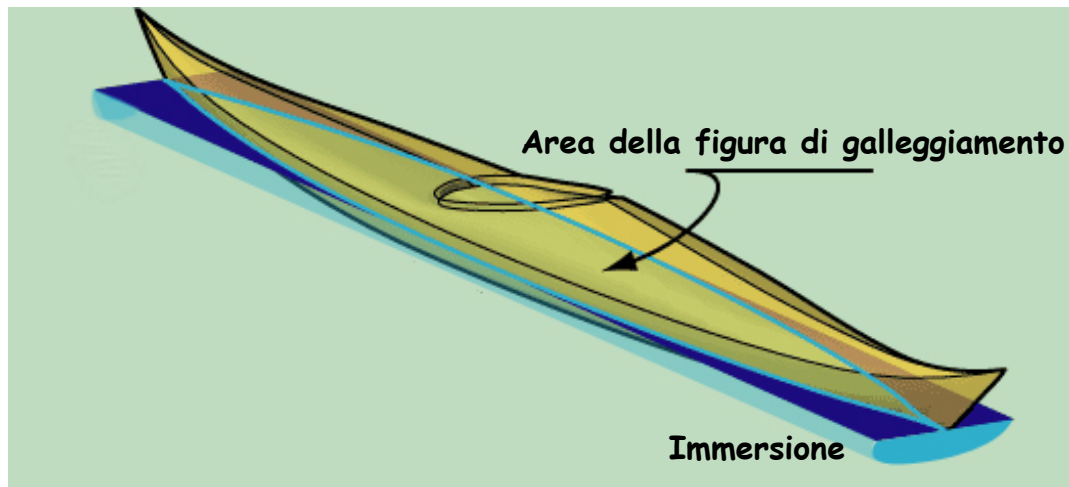
### 5.2.6 Coefficiente Prismatico Verticale

È il rapporto tra il volume della carena e il volume del cilindro avente per sezione retta la figura di galleggiamento di pieno carico normale e per altezza l'immersione della nave.

$$C_{VP} = \frac{\nabla}{A_w T}$$

Il coefficiente prismatico verticale è uguale al coefficiente di finezza totale diviso per il coefficiente di finezza della figura di galleggiamento e indica la distribuzione verticale del volume dell'opera viva. Un  $C_{VP}$  grande indica una concentrazione di volume vicino la chiglia mentre un  $C_{VP}$  piccolo, indica una concentrazione di volume vicino al galleggiamento. Poiché la distribuzione longitudinale del dislocamento della nave influenza fortemente la resistenza ad

una data velocità, il coefficiente prismatico è largamente utilizzato nei calcoli della resistenza e nelle previsioni di potenza.



**Figura 9 : Coefficiente prismatico verticale**



## *Tipici valori di alcuni coefficienti per vari tipi di imbarcazioni*

Type Ship	Block Coefficient $C_B$	Midship Coefficient $C_M$	Waterplane Coefficient $C_{WP}$
<b>Navy Ships</b>			
Aircraft Carrier (CV-59 Class)	0.578	0.984	0.729
Battleship (BB-61 Class)	0.594	1.000	0.694
Cruiser (CGN-38 Class)	0.510	0.810	0.780
Destroyer (DD-963 Class)	0.510	0.850	0.760
Frigate (FFG-7 Class)	0.470	0.770	0.750
Replenishment Ship (AOR-1 Class)	0.652	0.981	0.777
Salvage Tug (ARS-50 Class)	0.542	0.908	0.791
<b>Commercial Vessels</b>			
General Cargo (slow-speed)	0.800	0.992	0.880
General Cargo (medium-speed)	0.700	0.980	0.810
General Cargo (high-speed)	0.576	0.972	0.695
Tanker (35,000-ton DWT)	0.757	0.978	0.845
Large Tanker (76,000-ton DWT)	0.802	0.997	0.874
VLCC (250,000-ton DWT)	0.842	0.996	0.916
Container Ship	0.600	0.970	0.740
RO/RO	0.568	0.972	0.671
Ore Carrier	0.808	0.995	0.883
Great Lakes Bulk Carrier	0.900	0.995	0.950
Passenger Liner	0.530	0.956	0.690
Barge Carrier	0.570	0.950	0.820
Large Car Ferry	0.530	0.910	0.680
Ocean Tug, Trawler	0.550	0.833	0.850
Offshore Supply Vessel	0.660	0.906	0.892
Harbor Tug	0.585	0.892	0.800
Ocean Power Yacht (250 ft LWL)	0.565	0.938	0.724

### 5.3 Posizione Longitudinale del Centro di Carena

La posizione longitudinale del centro di carena può essere vista come la disposizione del peso e come il bisogno di ottenere un'immersione soddisfacente, ma in molte carene essa è governata dalla necessità di minimizzare la potenza propulsiva richiesta.

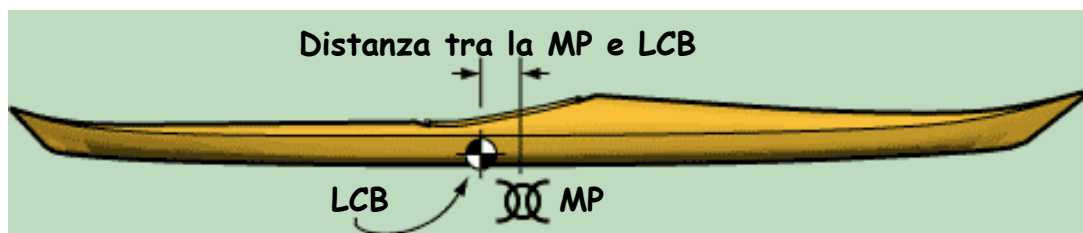


Figura 10 : Posizione longitudinale del centro di carena

La posizione dell'LCB per dipende per la minima potenza principalmente dal numero di Froude e dal coefficiente di finezza totale. La posizione dell'LCB differisce tra una prua tradizionale e una con bulbo, ad esempio la posizione di LCB su una forma con bulbo è circa 0.5 – 1% verso prua rispetto ad una forma simile con una prua normale. La posizione differisce anche per carene a doppio scafo per le quali la posizione ottimale è più vicina a poppa rispetto ad un carena a singolo scafo, questo riflette il fatto che le curve di una carena a doppio scafo possono essere ottimizzate quasi interamente su considerazioni sulla resistenza con la possibilità di tenere poco in considerazione i flussi intorno all'elica che gioca invece un ruolo molto importante nel progetto della poppa di una carena a singolo scafo.

La figura 11 mostra come la posizione di LCB si sposta al variare del  $C_B$  dall'unità ad una forma molto sottile.

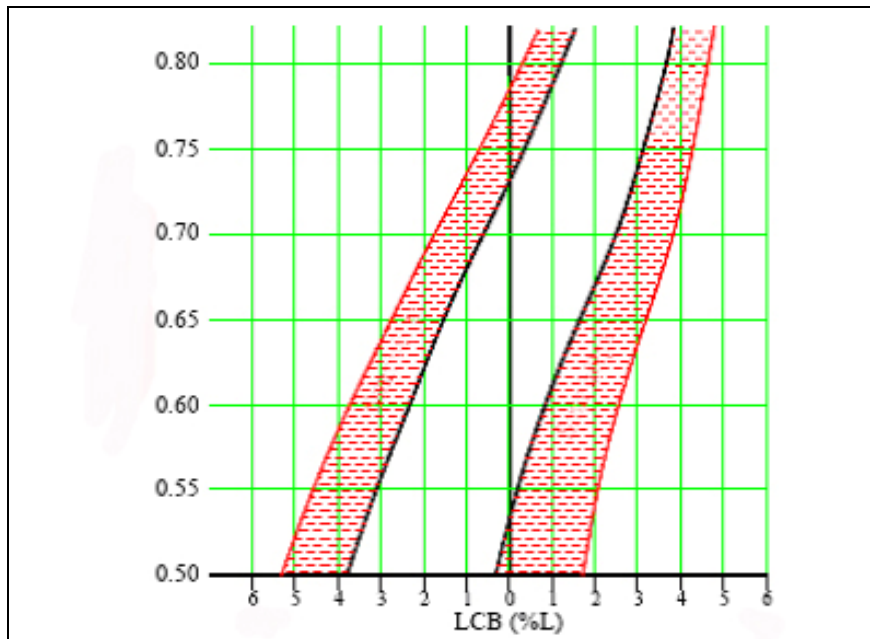


Figura 11: Posizione di LCB al variare del  $C_B$

- Per  $C_B$  uguale a 1 la posizione di LCB è in mezzzeria della carena
- Per una bettolina la caratteristica principale è una prua “swim” quindi il  $C_B$  è all’incirca uguale a 0.95 e la posizione di LCB si sposta verso poppa dell’1.5%
- Il passo successivo per rendere più agevole la manovrabilità della nave è una poppa “swim”, quindi il  $C_B$  è all’incirca uguale a 0.90 e la posizione di LCB si sposta nuovamente verso la mezzzeria
- Per le più lente forme di carena autopropulse la prua è generalmente molto piena e questo insieme alla necessità di avere un buon flusso per l’elica, richiede una poppa sottile, questo vuol dire un  $C_B$  tra 0.75 e 0.90 e di conseguenza una posizione di LCB abbastanza appruata circa del 2.5 – 3.0% o addirittura fino al 3.5%.

Nelle figure 12 e 13 si può vedere come varia la posizione longitudinale del centro di carena, al variare del coefficiente di finezza totale e le relative forme di carena.

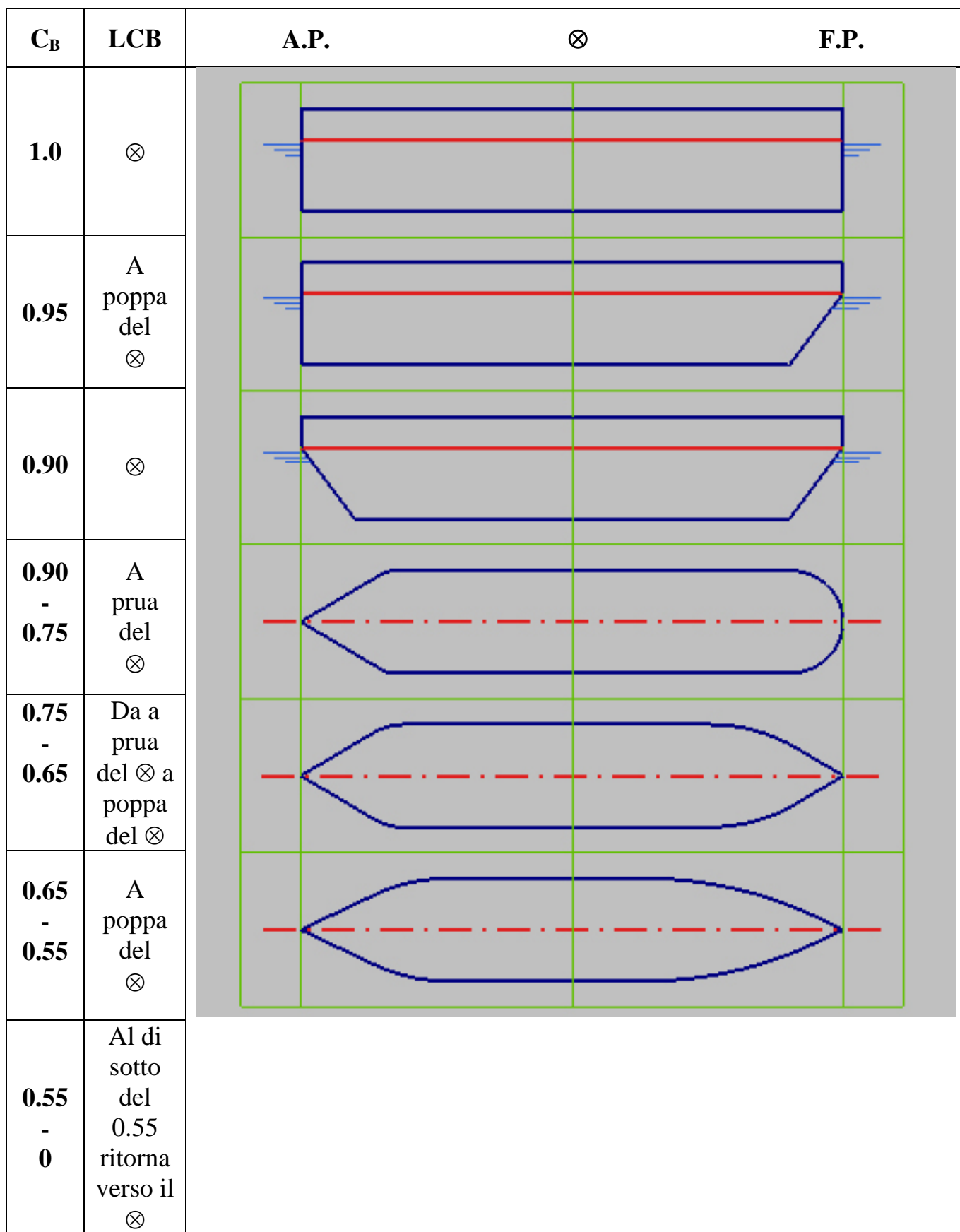


Figura 12: Variazione dell' LCB in relazione al  $C_B$

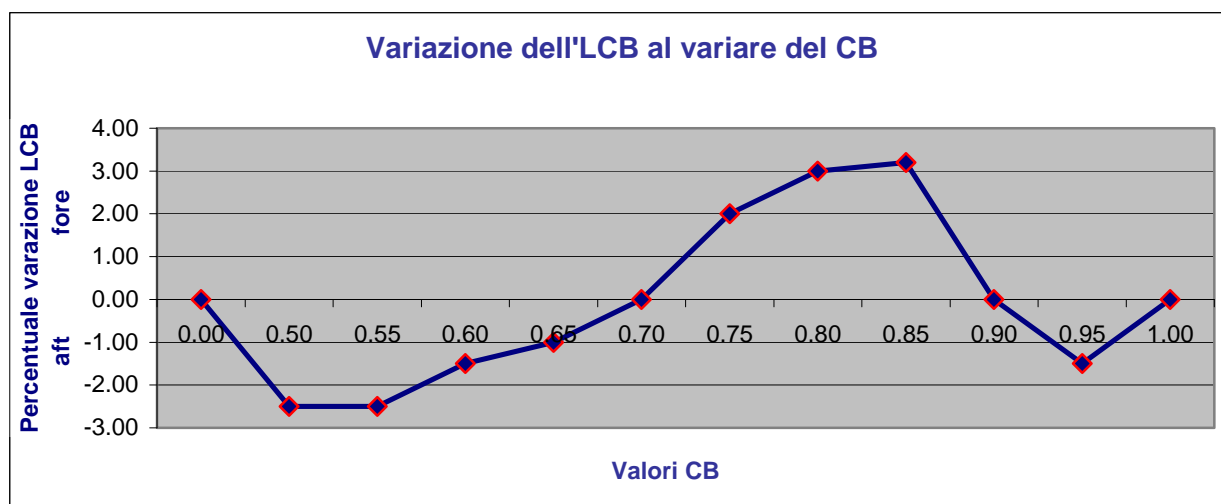


Figura 13: Variazione percentuale dell' LCB in relazione al  $C_B$

### 5.4 Posizione Longitudinale del Centro di Galleggiamento

La posizione longitudinale del centro di carena è il centro del piano di galleggiamento della carena. La nave è in equilibrio intorno a questo punto. Può essere spostato verso poppa o verso prua rispetto alla perpendicolare al mezzo, a seconda della forma della carena al galleggiamento.

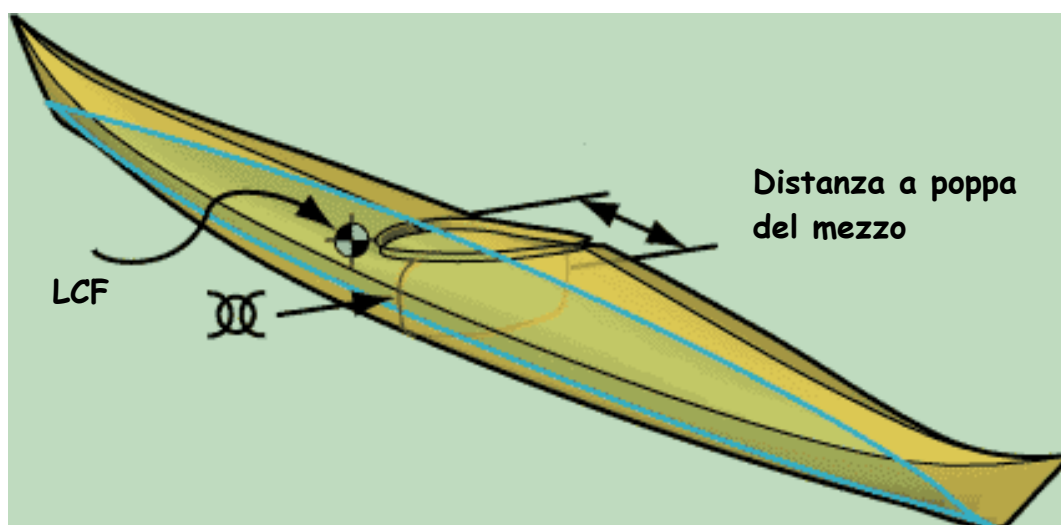


Figura 14 : Posizione longitudinale del centro di galleggiamento

## 5.5 Curva delle Aree – SAC

La curva delle aree, detta SAC è quel diagramma che riporta le aree racchiuse dalle varie ordinate sino al galleggiamento di pieno carico normale in funzione delle rispettive posizioni longitudinale. Essa è di particolare importanza per la dinamica della nave perché la sua geometria influenza non solo la resistenza al moto ma anche il comportamento dello scafo in mare ondosso. L'area racchiusa da detto diagramma rappresenta, in  $m^3$ , della carena delimitata dal galleggiamento di progetto. La curva delle aree può essere resa dimensionale riportando ciascuna ordinata come rapporto tra l'area  $A$  della corrispondente sezione trasversale immersa e quella  $A_M$  della sezione maestra nonché la propria ascissa, con origine generalmente coincidente con il piede della perpendicolare addietro, come frazione della lunghezza tra le perpendicolari. In quest'ultima forma il diagramma è utilizzabile per confrontare carene diverse ed effettuare considerazioni di carattere idrodinamico: per quest'ultimo scopo assumono particolare importanza i segmenti intercettati dalle tangenti condotte alla curva delle aree in corrispondenza delle sue estremità sulla traccia del piano contenente l'ordinata maestra, espressi come rapporti tra gli stessi e l'ordinata del diagramma situata a metà lunghezza tra le perpendicolari.

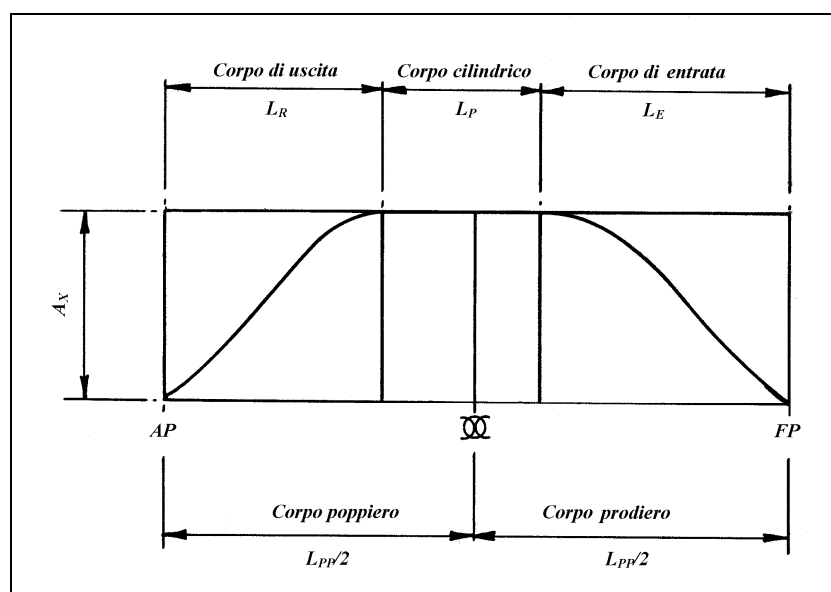
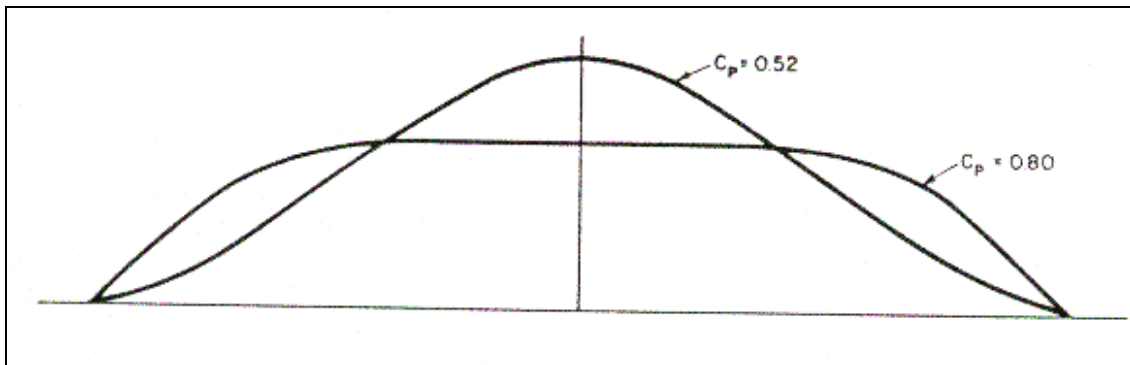


Figura 15 : Curva delle aree

Nella figura 16 si vede come varia la curva delle aree al variare del  $C_p$ .



**Figura 16 : Variazione della curva delle aree al variare del  $C_p$**

## Capitolo 6

### Le Serie Sistematiche

#### *Introduzione*

È più raro di quanto si possa pensare poter disporre di risultati di prove in vasca ed in mare con una carena assolutamente simile a quella di una nave in progetto: ragioni di stabilità, di velocità, di assetto, di sistemazioni interne, ecc. impongono condizioni che rendono ogni nuovo progetto, e la definizione delle dimensioni e delle forme di carena, un problema costante.

Risultano pertanto di grande ausilio le raccolte di esperimenti sistematici sulla resistenza al moto delle carene, cioè la raccolta di esperimenti eseguiti su famiglie di carene, derivate da una carena madre con criteri di uniformità, aventi quindi alcuni caratteri in comune, e che consentono quindi l'interpolazione dei risultati e la relativa utilizzazione per rapporti dimensionali diversi da quelli dei singoli modelli sperimentati. A partire da test su singoli modelli viene fatto un grande lavoro per capire l'influenza della forma di carena sulla resistenza. I test cominciano da una carena madre e poi si fanno variare in maniera sistematica i parametri di forma che risultano essere più significativi. Una serie di test fatta in questo modo viene detta *serie sistematica*. I risultati mostrano come varia la resistenza al variare dei parametri di forma e sono utili per le previsioni di potenza. Per ricoprire  $n$  valori di  $m$  variabili sono necessarie  $m^n$  test quindi la quantità di lavoro e di tempo necessaria è enorme. Nello sviluppare una serie sistematica si deve porre grande attenzione nella scelta dei parametri e del loro campo di variabilità.

La ricerca sistematica prima in ordine di tempo, ed ancora oggi la più importante, è quella di Taylor pubblicata originariamente nel volume "The Speed and Power of Ships" anno 1911 e successivamente rielaborata da Morton Gertler: "A



Reanalysis of the original test data for the Taylor Standard series” Report 806 del David Taylor Model Basin.

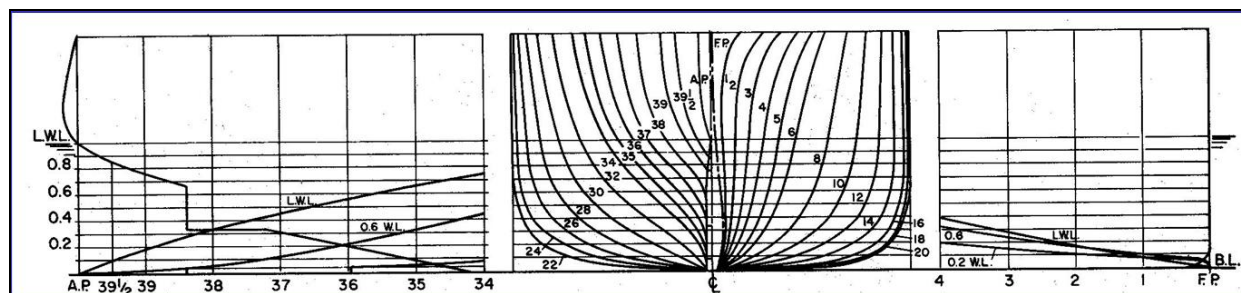


Figura 1: Piano di costruzione della serie di Taylor

La raccolta sperimentale costituisce quindi un ausilio efficace per il progetto, il disegno e le relative previsioni di potenza, ed anche un conveniente termine di paragone per un giudizio di bontà di forme similari di scafo, delle quali siano eventualmente noti i risultati delle prove con modello in vasca.

Dati e testi sulle serie sistematiche di carene non sono reperibili nelle librerie nazionali, neppure nei testi scolastici, ove spesso sono solo accennate; anche i libri di testo in lingua inglese fanno solo specifici riferimenti alle serie sistematiche, eccezion fatta per il “Principles of Naval Architecture”, stampato dalla SNAME di New York ove, nel secondo volume, sono trattate piuttosto diffusamente. Si ipotizza però che ogni affermato progettista di carene dovrebbe possedere nel proprio repertorio tecnico dati e riferimenti sulle serie sistematiche delle carene che disegna.

Le principali serie sistematiche di carene, suddivise per tipologie di navi, e con l’associazione culturale a cui si deve la pubblicazione e diffusione, sono le seguenti :

✓ **Navi militari tradizionali, bieliche:**

- La Serie di David Taylor (SNAME)

- **La Serie 64** (SNAME)
  
- ✓ **Navi mercantili tradizionali monoelica:**
  - **La Serie 60** (SNAME)
  - **La Serie BSRA** (RINA)
  - La Serie svedese per cargo-liners (SSPA)
  - La Serie di Harvald-Guldhammer (D M I)
  - **La Serie SL-7** Containerships (SNAME)
  
- ✓ **Navi mercantili ad elevato coefficiente CB (navi cisterna, bulk-carriers, etc.):**
  - La Serie MARAD (SNAME)
  - **La Serie BSRA** (RINA)
  - La Serie del CETENA (CETENA)
  - **La Serie svedese** (SSPA)
  
- ✓ **Navi veloci semidislocanti a linee avviate (es. Motoryachts, motovedette, etc.):**
  - **La Serie NPL** (Figura 4) (RINA)
  - **La Serie di Nordstrom** (SSPA)
  - La Serie 63 (SNAME)
  - La Serie SSPA per motovedette (SSPA)
  - La Serie SKLAD (Vasca di Zagabria)
  
- ✓ **Navi veloci plananti, a spigoli:**
  - **La Serie 62 con alzata di madiere di 12.5°** (SNAME)
  - **La Serie 62 con alzata di madiere di 25° e 30°** (Univ. di Delft)
  - La Serie 65-A e 65-B (SNAME)

✓ **Pescherecci e/o rimorchiatori:**

- La Serie di Cedric-Ridgely Nevitt (SNAME)
- **La Serie BSRA** (RINA)
- La Serie Svedese per pescherecci (SSPA)
- **La Serie UBC**
- **La Serie Webb**

✓ **Carene semidislocanti a doppio spigolo (per motoryacht, etc.):**

- La Serie dell'Università di Atene (NTUA)

✓ **Catamarani:**

- Catamarani plananti (Serie di Clement) (MARIN-DELFT)
- Catamarani a forme avviate (Molland, con carene NPL) (RINA)
- Catamarani semidislocanti a spigoli (Vasca di Berlino)

✓ **Yacht a vela:**

- **La Serie di Delft** (Univ. di Delft)

✓ **Chiatte:**

- Chiatte marine (Univ. di Trieste)
- Chiatte portuali (raccolta di dati in forma tabulare) (SNAME)

Le serie sistematiche messe in evidenza in rosso sono state oggetto di studio nella seguente tesi, e sono state oggetto di applicazione dei vari tipi di trasformazioni geometriche.

## 6.1 La Serie 60

### *Introduzione*

Nel 1948 the Society of Naval Architects, insieme con la ATTC, sponsorizzò sotto la guida di un gruppo di tecnici il progetto di una serie sistematica di carene di navi mercantili. Il progetto fu sviluppato al Taylor Model Basin. Queste carene presero il nome di “Serie Sistematica 60” e i risultati furono resi noti da **Todd F. H.** nell’articolo “Some further experiments on single – screw merchant ship forms – series 60”, pubblicato da SNAME nel 1953.

### 6.1.2 *Descrizione Tecnica*

Questa serie sistematica ha 5 carene madri che coprono valori di  $C_B$  che vanno da 0.60 a 0.80. I valori caratteristici di questa serie sistematica sono rappresentati nella tabella 1. La lunghezza tra le perpendicolari è di 400 ft (121.92 m) per ogni carena madre e la lunghezza al galleggiamento è di 406.7 ft (123.96 m). Tutti i modelli hanno una prua verticale e una poppa con un’apertura per un’elica. Nessun modello presenta un bulbo prodiero. I modelli lunghi 6.10 m (20 ft) furono provati nella TMB. Questa vasca ha un larghezza di 15.5 m (50.8 ft) e un’altezza di 6.7 m (22 ft). Solitamente i modelli delle serie sistematiche erano figli di una sola carena madre ed erano ottenuti facendo variare la curva delle aree. Dal momento in cui si dovevano ricoprire rapporti molto differenti e avere coefficienti di forma accettabili per diversi valori del numero di Frude, si trovavano forme poco realistiche, rispetto alle forme della carena madre. Nella Serie Sistematica 60 fu adattato un metodo diverso. Furono sviluppate come detto 5 carene madri con  $C_B = 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80$ , ognuna di queste possedeva le caratteristiche necessarie per avere buone qualità di resistenza . La curva delle aree e quella del

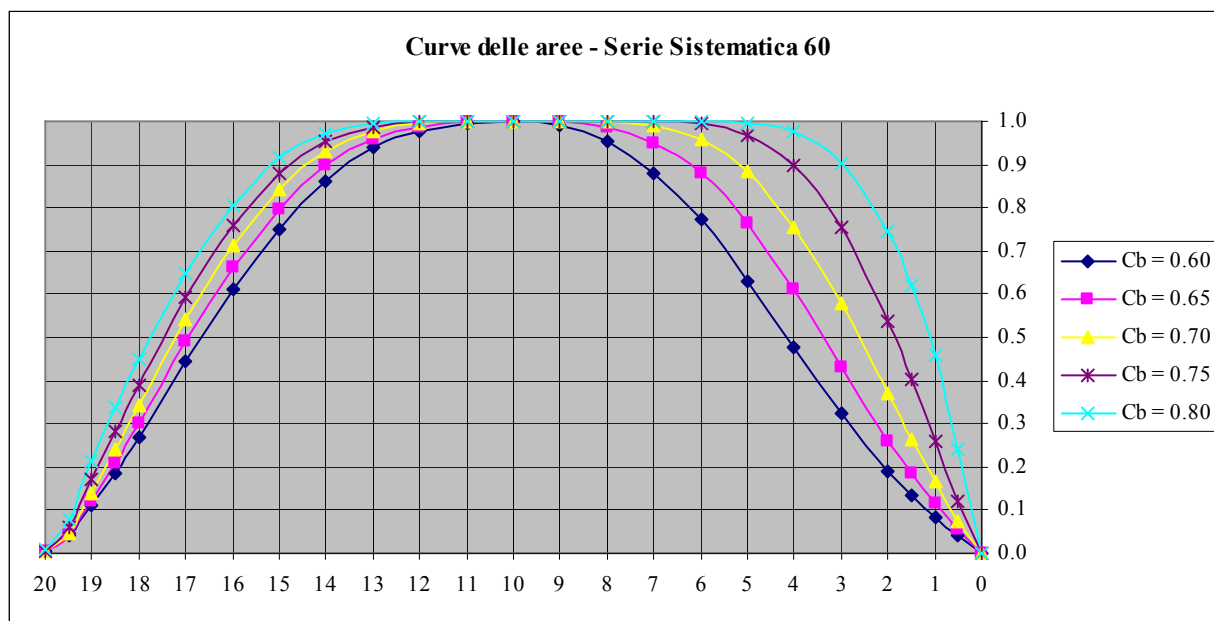
galleggiamento fu disegnata per ogni carena madre e avviata in base al coefficiente prismatico di entrata e di uscita.

### Serie 60 – Particolari Geometrici

Numero Modello	4210 W	4211 W	4212 W	4213 W	4214W-B4
<b>L<sub>BP</sub>, ft</b>	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000
<b>B, ft</b>	53.330	55.170	57.140	59.260	61.540
<b>H, ft</b>	21.330	22.070	22.860	23.700	24.620
<b>D, Tons</b>	7.807	9.051	10.456	12.048	13.859
<b>L<sub>E</sub> / L<sub>BP</sub></b>	0.500	0.472	0.410	0.350	0.290
<b>L<sub>X</sub> / L<sub>BP</sub></b>	0.000	0.035	0.119	0.210	0.300
<b>L<sub>R</sub> / L<sub>BP</sub></b>	0.500	0.493	0.471	0.440	0.410
<b>C<sub>B</sub></b>	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800
<b>C<sub>X</sub></b>	0.977	0.982	0.986	0.990	0.994
<b>C<sub>P</sub></b>	0.614	0.661	0.710	0.758	0.805
<b>C<sub>PF</sub></b>	0.581	0.651	0.721	0.792	0.861
<b>C<sub>PA</sub></b>	0.646	0.672	0.698	0.724	0.750
<b>C<sub>PE</sub></b>	0.581	0.630	0.660	0.704	0.761
<b>C<sub>PR</sub></b>	0.646	0.667	0.680	0.686	0.695
<b>C<sub>PV</sub></b>	0.850	0.871	0.891	0.907	0.920
<b>C<sub>PVF</sub></b>	0.910	0.927	0.944	0.961	0.971
<b>C<sub>PVA</sub></b>	0.802	0.823	0.842	0.856	0.867
<b>C<sub>W</sub></b>	0.706	0.746	0.785	0.827	0.871
<b>C<sub>WF</sub></b>	0.624	0.690	0.753	0.817	0.881
<b>C<sub>WA</sub></b>	0.788	0.802	0.818	0.838	0.860
<b>C<sub>IT</sub></b>	0.543	0.597	0.653	0.711	0.776
<b>1/2<math>\alpha_E</math></b>	7.0°	9.1°	14.5°	22.5°	43.0°
<b>LWL</b>	406.700	406.700	406.700	406.700	406.700
<b>LCB % LBP dal <math>\otimes</math></b>	1.5 A	0.5 A	0.5 F	1.5 F	2.5 F
<b>L / B</b>	7.500	7.250	7.000	6.750	6.500
<b>B / H</b>	2.500	2.500	2.500	2.500	2.500
<b>L / <math>\nabla^{1/3}</math></b>	6.165	5.869	5.593	5.335	5.092
<b>S / <math>\nabla^{2/3}</math></b>	6.481	6.332	6.200	6.091	6.028
<b>W.S., sq ft</b>	27.280	29.410	31.705	34.232	37.200
<b>K<sub>R</sub> = R / sq(BH)</b>	0.229	0.205	0.181	0.153	0.118

Tabella 1: Serie 60 – Particolari Geometrici delle Carene Madri

Curve ausiliarie mostrano inoltre la lunghezza del corpo cilindrico in base al valore del coefficiente di finezza totale e la necessaria lunghezza del corpo d'entrata e di uscita per avere la desiderata posizione di LCB. Le curve delle aree delle cinque carene madri sono rappresentate nella figura 2.



Ord.	Cb				
	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.042	0.055	0.076	0.120	0.243
1	0.085	0.115	0.165	0.261	0.458
1.5	0.135	0.184	0.266	0.401	0.620
2	0.192	0.261	0.370	0.535	0.746
3	0.323	0.432	0.579	0.754	0.901
4	0.475	0.609	0.755	0.900	0.975
5	0.630	0.765	0.882	0.969	0.997
6	0.771	0.879	0.958	0.995	1.000
7	0.880	0.951	0.990	1.000	1.000
8	0.955	0.987	0.999	1.000	1.000
9	0.990	0.999	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	0.996	0.998	0.999	1.000	1.000
12	0.977	0.987	0.994	0.998	0.999
13	0.938	0.958	0.977	0.987	0.995
14	0.863	0.898	0.930	0.953	0.974
15	0.750	0.797	0.844	0.880	0.915
16	0.609	0.662	0.713	0.760	0.806
17	0.445	0.492	0.543	0.594	0.649
18	0.268	0.303	0.343	0.391	0.449
18.5	0.187	0.209	0.239	0.282	0.336
19	0.109	0.121	0.140	0.172	0.212
19.5	0.040	0.042	0.047	0.060	0.079
20	0.004	0.005	0.005	0.006	0.010

Figura 2: Serie 60 - Curve delle aree delle carene madri

Furono provati un certo numero di modelli per determinare la posizione ottimale di LCB per ogni coefficiente di finezza. I risultati di questi test sono riassunti nella figura 3. Questa mostra la posizione ottimale di LCB corrispondente al minor valore di  $\zeta$ .

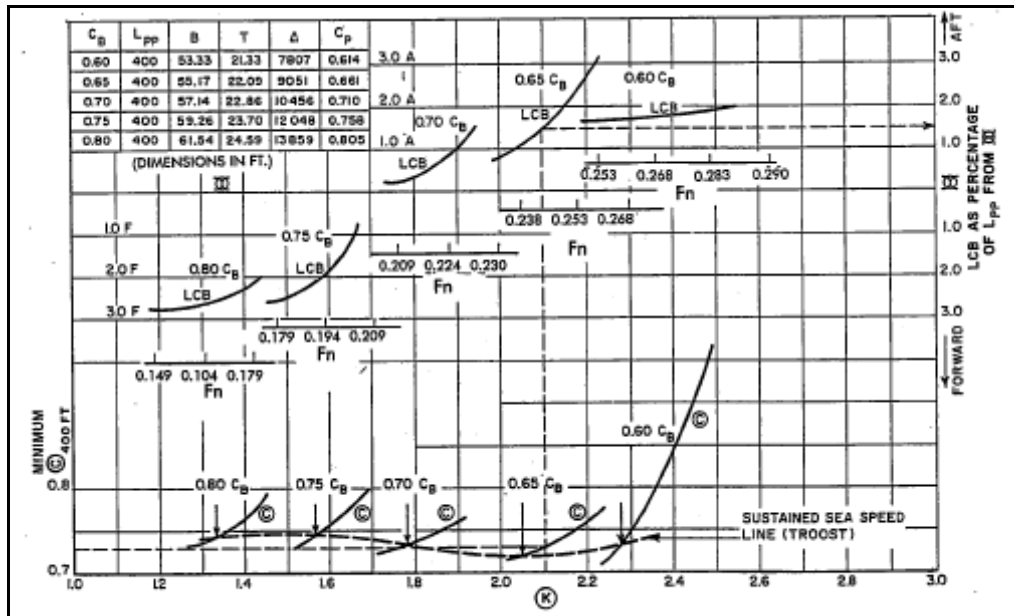


Figura 3: Serie 60 - Posizione ottima di LCB in corrispondenza del minimo valore di  $\zeta$

Per un dato valore di  $C_B$  la posizione ottimale di LCB si sposta a poppa quando il valore di  $(k)$  cresce. Quando i valori di  $C_B$  e  $(k)$  sono noti, la figura 3 mostra la posizione migliore di LCB e il minimo valore di  $\zeta$  corrispondente. Per un  $C_B = 0.65$  e un  $(k) = 2.1$ , la posizione ottimale di LCB è 1.45% di  $L_{PP}$  a poppa del mezzo, il corrispondente valore minimo di  $\zeta$  per una lunghezza di 121.92 m (400 ft) diviene 0.73 con un  $F_n = 0.244$  (basato su  $L_{PP}$ ). La posizione ideale di LCB fu applicata ai vari modelli per i diversi coefficienti di finezza, indipendentemente da  $L/B$  e  $B/T$ , questi rapporti furono poi variati su un certo numero di modelli in modo da ricoprire i range mostrati nella tabella 2:

Numero Modello	4210 W	4211 W	4212 W	4213 W	4214W-B4
----------------	--------	--------	--------	--------	----------

$C_B$	0.600	0.650	0.700	0.750	0.800
$L_P$ (lunghezza corpo cilindrico in % di $L_{BP}$ )	0	3.5	11.9	21	30
LCB % $L_{BP}$ dal $\otimes$	2.84 A a 0.52 F (ottimo 1.69 A)	2.46 A a 1.37 F (ottimo 1.01 A)	2.05 A a 2.55 F (ottimo 0.25 A)	0.48 F a 3.46 F (ottimo 2.60 F)	0.76 F a 3.51 F (ottimo 2.70 F)

Tabella 2: Serie 60 – Valori ottimali di LCB per le Carene Madri

Il grafico in figura 4 mostra la variazione di  $C_X$ ,  $C_P$  e del raggio del ginocchio in relazione ai vari coefficienti di finezza.

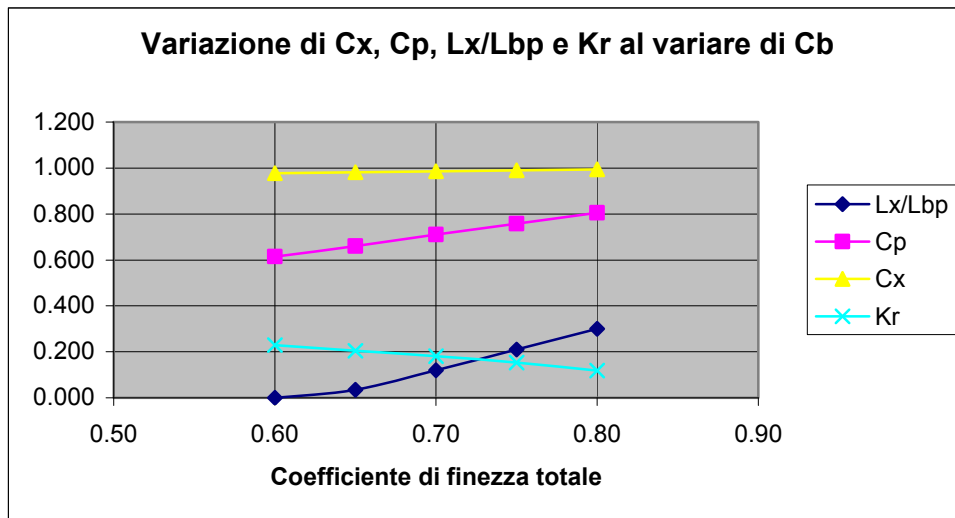


Figura 4: Serie 60 – Variazione di  $C_X$ ,  $C_P$  e raggio del ginocchio

Le curve delle aree relative al corpo poppiero e al corpo prodiero sono rappresentate nei grafici in figura 5a e 5b:

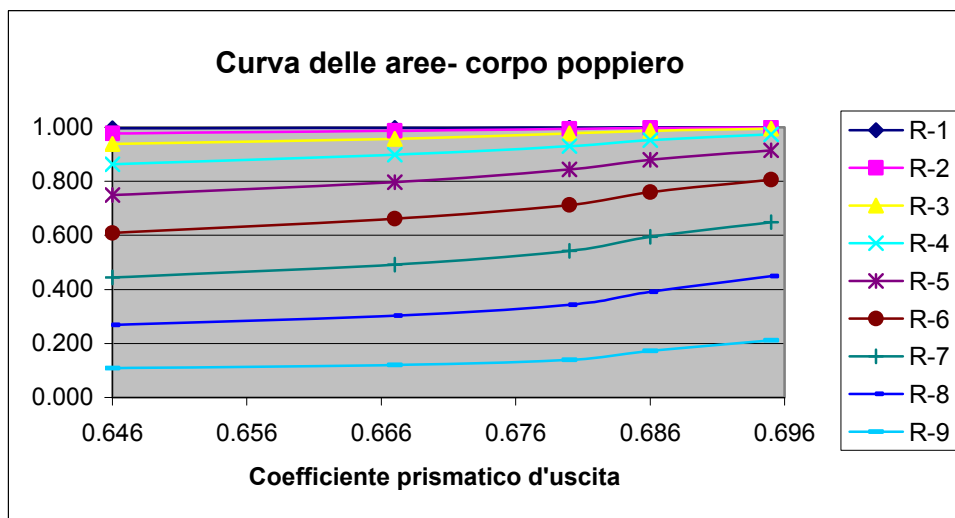


Figura 5a: Serie 60 – Curva delle aree corpo poppiero



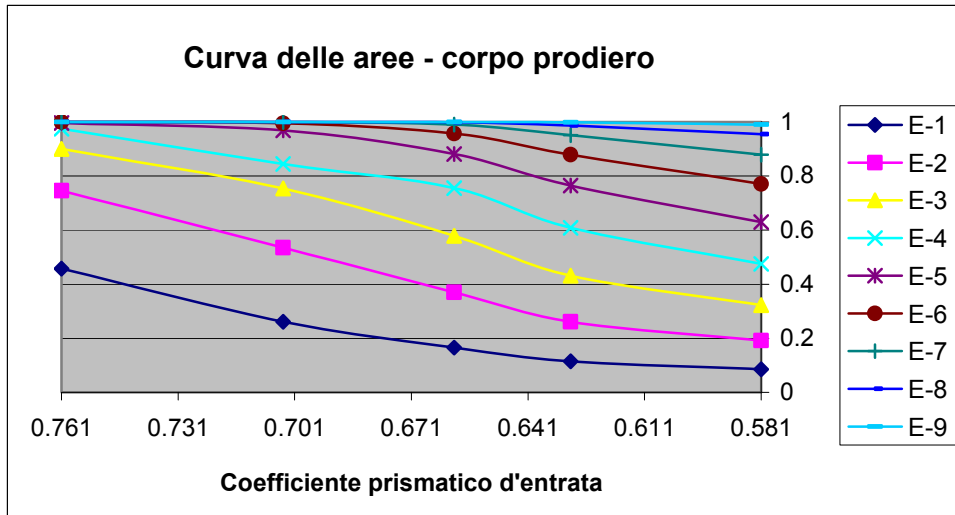


Figura 5b: Serie 60 – Curva delle aree corpo prodiero

Il grafico in figura 6 mostra invece la variazione dell'angolo d'entrata, del corpo cilindrico e del raggio del ginocchio.

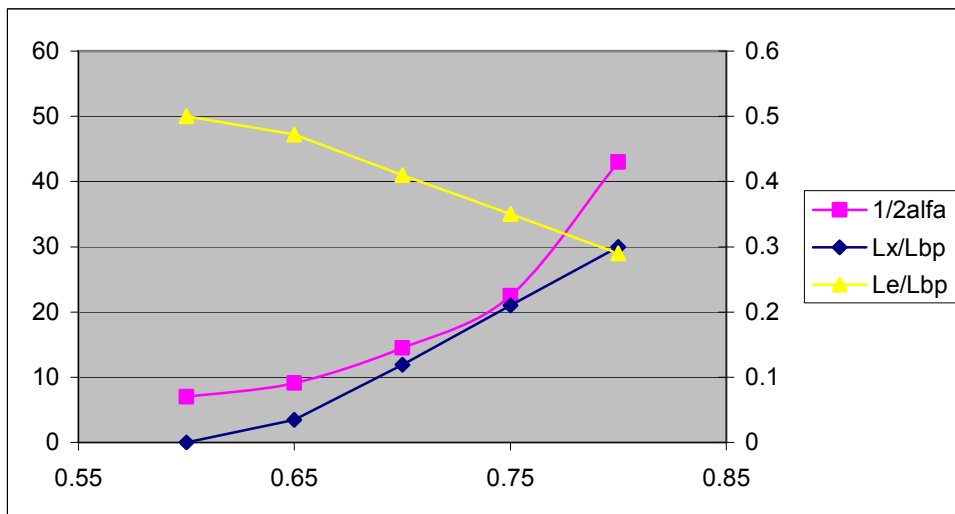


Figura 6: Serie 60 – Variazione dell'angolo d'entrata, del corpo cilindrico e del raggio del ginocchio

### 6.1.3 Modellazione della Serie 60

Si è realizzata una modellazione per ciascuno dei cinque valori del  $C_b$  (0,60; 0,65; 0,70; 0,75 e 0,80) relativi alla serie 60, così facendo è possibile risalire a tutte le carene della serie variando in affinità le superfici.

Nel disegnare i modelli è stata posta particolare attenzione alla metodologia di realizzazione di profili di prua e di poppa, per i quali si è fatto riferimento alle linee d'acqua e non alle ordinate come per il resto della carena, in modo da poter avere maggiore controllo dei raggi di curvatura, figura 7. Questi profili sono comuni a tutte le carene della serie, i particolari geometrici si possono vedere in figura 8. La rappresentazione dei modelli e un rendering invece si possono vedere in figura 9 e 10.

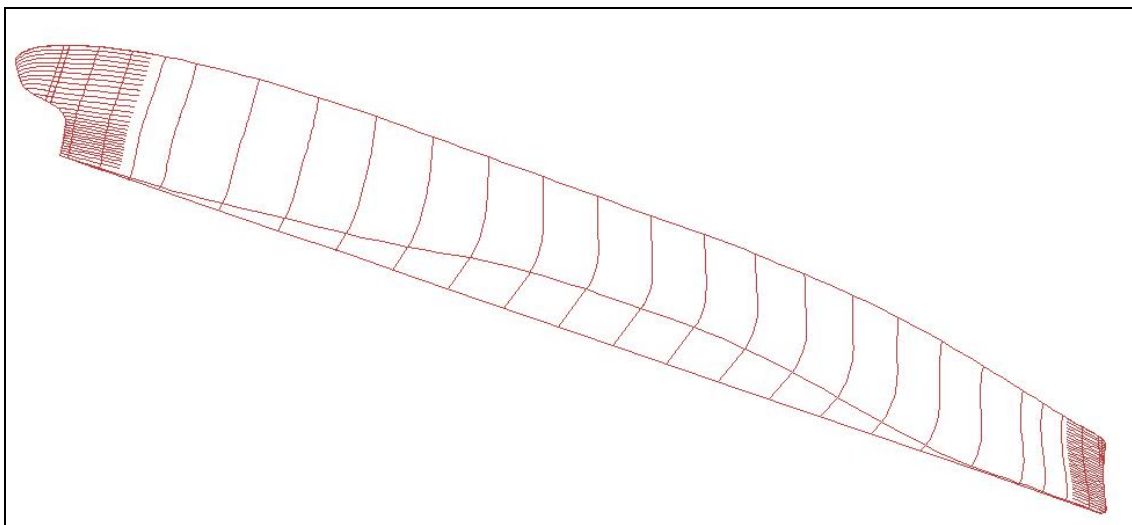


Figura 7: Serie 60 – Particolare della modellazione

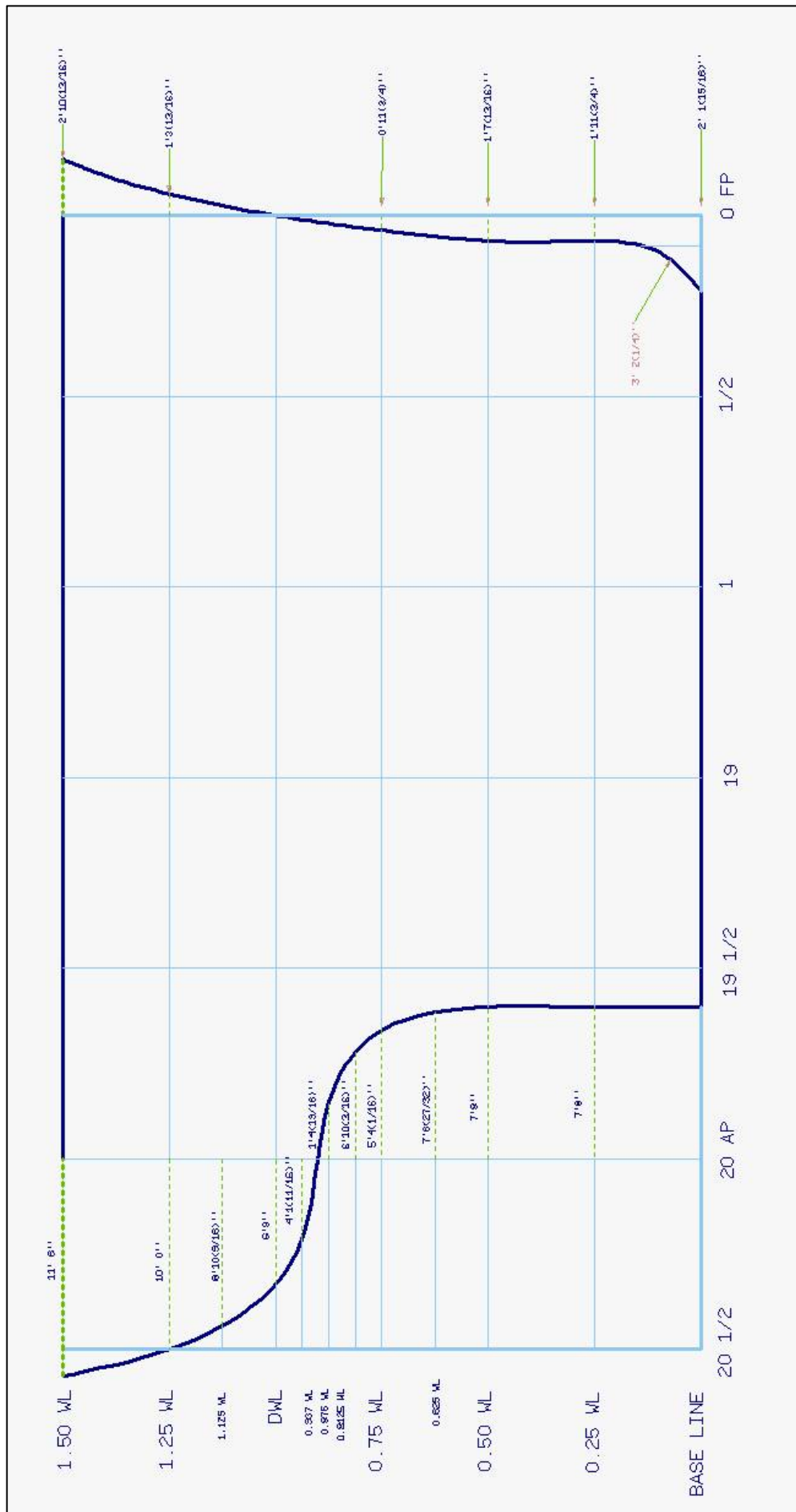
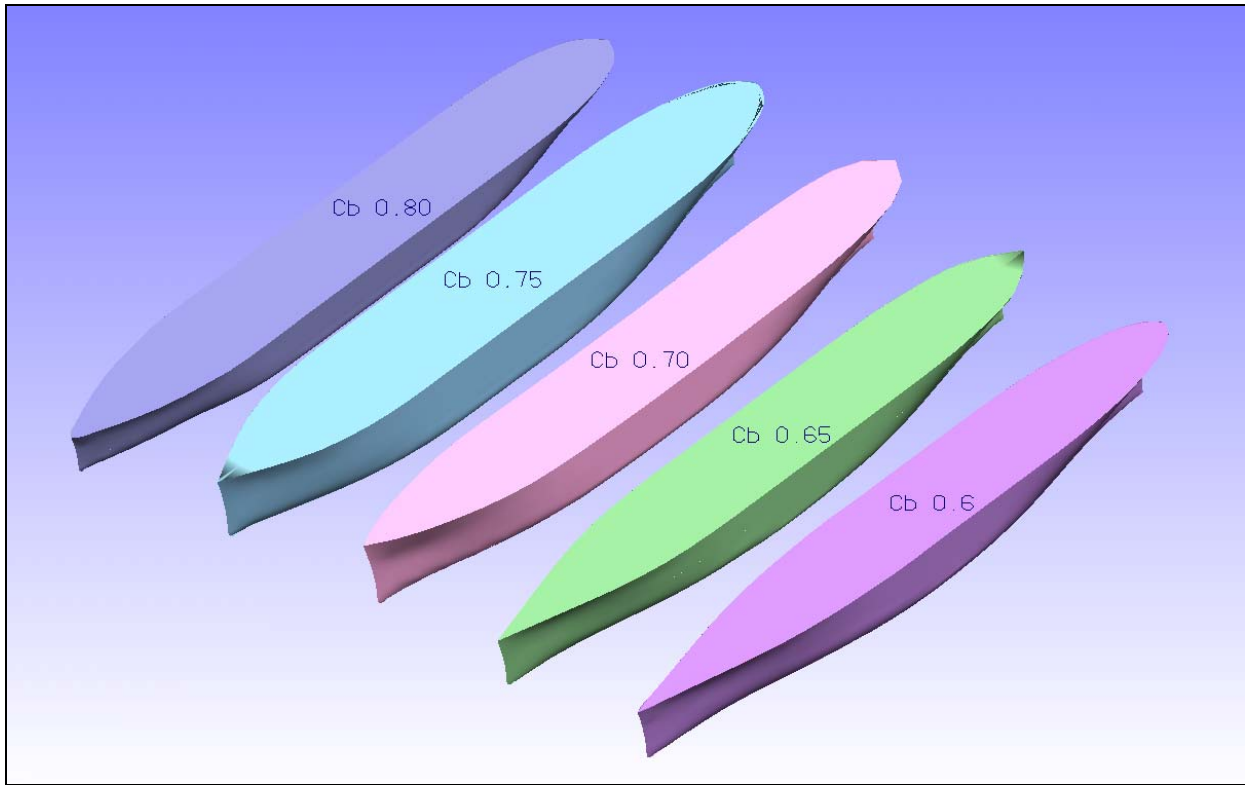
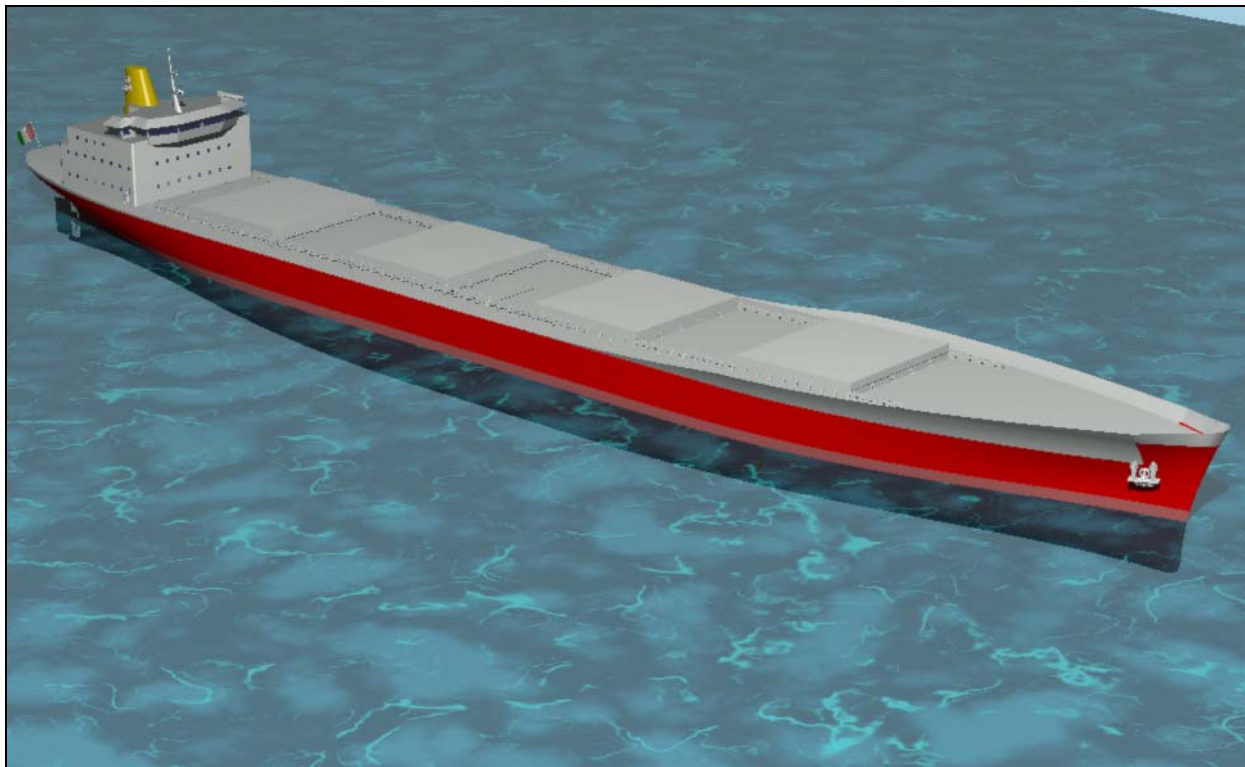


Figura 8: Serie 60 – Profili di prua e di poppa



**Figura 9: Serie 60 – Carene Madri**



**Figura 10: Serie 60 – Rendering**

## 6.2 La Serie BSR<sub>A</sub>

### *Introduzione*

Già nel 1944 la Shipbuilding Conference cominciò un programma di ricerca riguardante esperimenti sulla resistenza su tre serie di carene di navi mercantili aventi coefficienti di finezza 0.65, 0.70, e 0.75. Ogni serie consisteva di dodici modelli, la posizione dell'LCB e il raggio del ginocchio variavano sistematicamente. Dal momento in cui fu istituita la British Shipbuilding Research Association questo progetto passò sotto la sua visione. I test fatti sulle diverse carene portarono alla selezione per ogni coefficiente di finezza della carena migliore, che rappresentava il compresso tra i vari aspetti idrodinamici indagati.

### 6.2.2 *Descrizione Tecnica*

Questa serie sistematica ha 3 carene madri che coprono valori di  $C_B$  che vanno da 0.65 a 0.75. I valori caratteristici di questa serie sistematica sono rappresentati nella tabella 2. La lunghezza tra le perpendicolari è di 400 ft (121.92 m) per ogni carena madre e la lunghezza al galleggiamento è di 409.8 ft (124.91 m). Tutti i modelli hanno una prua verticale e una poppa con un'apertura per un'elica.

I profili comuni alle tre carene madri si possono osservare nelle figure 11a e 11 b. Nessun modello presenta un bulbo prodiero. La curva delle aree, figura 12, fu disegnata per ogni carena madre e avviata in base al coefficiente prismatico di entrata e di uscita.

<b>Serie BSRA Particolari Geometrici</b>			
<b>Coefficiente di finezza totale</b>	<b>0.65</b>	<b>0.70</b>	<b>0.75</b>
<b>LBP (ft)</b>	400	400	400
<b>L<sub>WL</sub></b>	409.8	409.8	409.8
<b>Larghezza B (ft)</b>	55	55	55
<b>Immersione T (ft)</b>	26	26	26
<b>Dislocamento (tons)</b>	10.623	11.416	12.260
<b>L / B</b>	7.27	7.27	7.27
<b>B / T</b>	2.12	2.12	2.12
<b>L / <math>\nabla^{1/3}</math></b>	5.56	5.43	5.3
<b>S / <math>\nabla^{1/3}</math></b>	6.11	6.01	5.95
<b>C<sub>WP</sub></b>	0.763	0.793	0.84
<b>C<sub>IT</sub></b>	0.624	0.663	0.724
<b>C<sub>X</sub></b>	0.981	0.981	0.981
<b>C<sub>P</sub></b>	0.663	0.712	0.765
<b>C<sub>PA</sub></b>	0.669	0.698	0.731
<b>C<sub>PF</sub></b>	0.657	0.726	0.798
<b>LCB</b>	0.5A	0.5F	1.5F
<b>Angolo d'entrata</b>	12.25	19.25	32.25
<b>Estremità poppiera del corpo cilindrico dalla sezione maestra ( % LBP)</b>	0.5A	3.0A	5.0A
<b>Estremità prodiera del corpo cilindrico dalla sezione maestra % LBP)</b>	3.3F	4.2F	1.3F
<b>Velocità (kn)</b>	10 - 19	10 - 16.5	8 - 14.5
<b>Raggio del ginocchio (ft)</b>	6	6	6
<b>Stellatura (in)</b>	6	6	6

Tabella 2: Serie BSRA – Particolari Geometrici delle Carene Madri

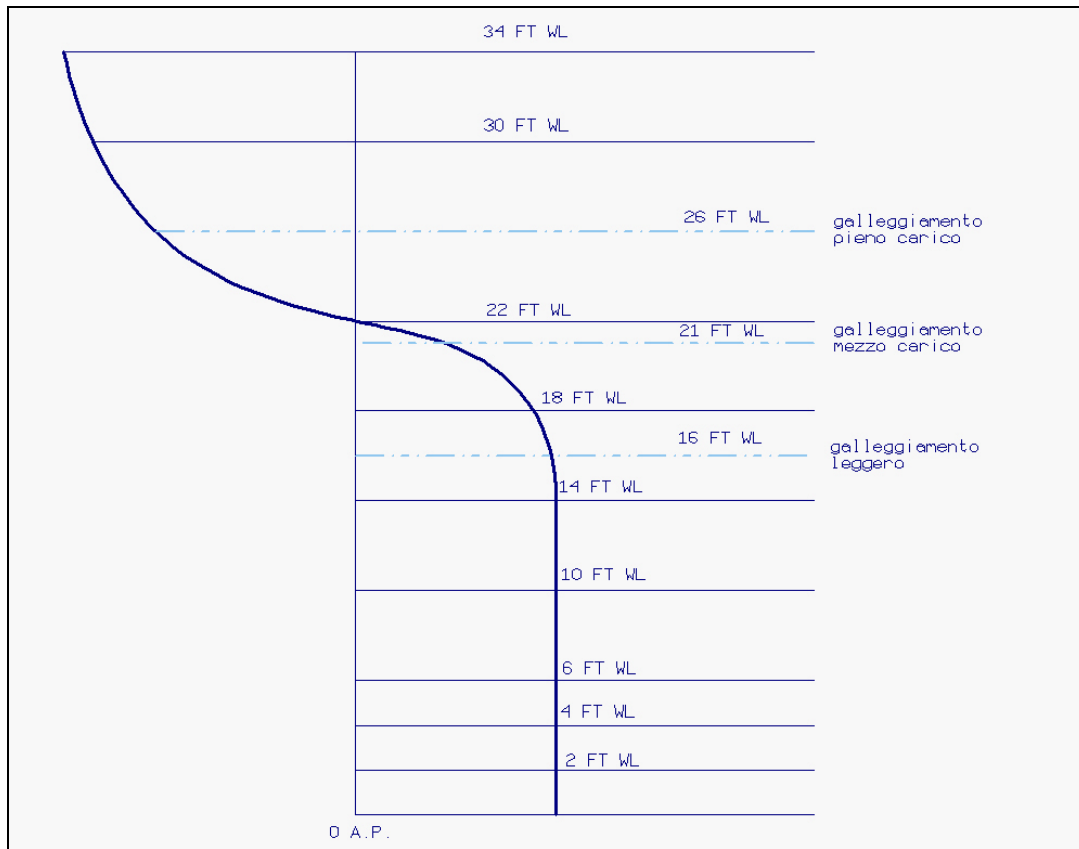


Figura 11 a: Serie BSRA – Profilo di Poppa

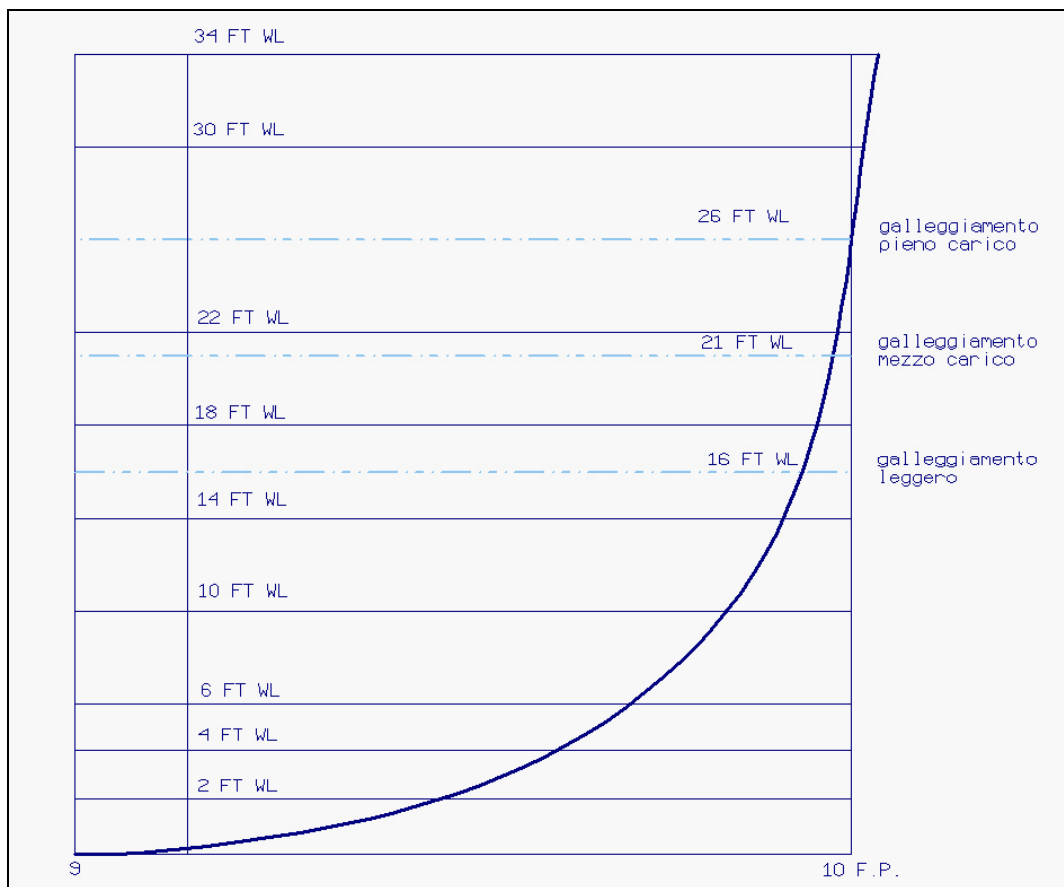
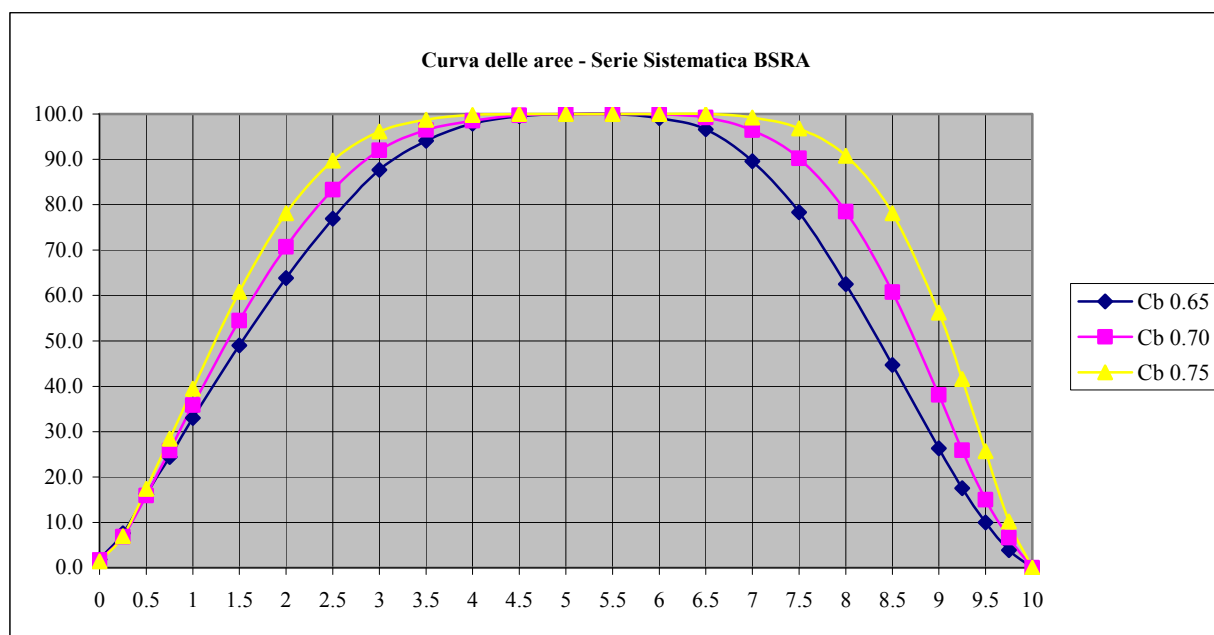


Figura 11 b: Serie BSRA – Profilo di Prua



Ord.	Cb		
	0.65	0.70	0.75
0	0.0	1.7	1.4
0.25	1.4	6.8	7
0.5	7.0	15.9	17.4
0.75	17.4	25.8	28.4
1	28.4	35.8	39.5
1.5	39.5	54.5	60.8
2	60.8	70.7	78.1
2.5	78.1	83.3	89.7
3	89.7	92.0	96.1
3.5	96.1	96.5	98.7
4	98.7	98.5	99.8
4.5	99.8	99.7	100.0
5	100.0	100.0	100.0
5.5	100.0	100.0	100.0
6	100.0	99.9	100.0
6.5	100.0	99.2	100.0
7	100.0	96.4	99.2
7.5	99.2	90.2	96.8
8	96.8	78.5	90.8
8.5	90.8	60.7	78.1
9	78.1	38.1	56.2
9.25	56.2	25.9	41.6
9.5	41.6	15.0	25.7
9.75	25.7	6.6	10.2
10	10	0.0	0.0

Figura 12: Serie BSRA - Curve delle aree delle carene madri



### 6.2.3 Modellazione della Serie BSRA

Si è realizzata una modellazione per ciascuno dei tre valori del  $C_b$  (0,65; 0,70 e 0,75) relativi alla serie BSRA, così facendo è possibile risalire a tutte le carene della serie variando in affinità le superfici. La tecnica seguita è stata del tutto simile a quella utilizzata per la realizzazione della serie 60 (cfr. § 6.1.3). In particolare nella figura 13 si può vedere il modello 3D della carena con  $C_b$  0.65 e la rappresentazione del suo trasversale nella figura 14.

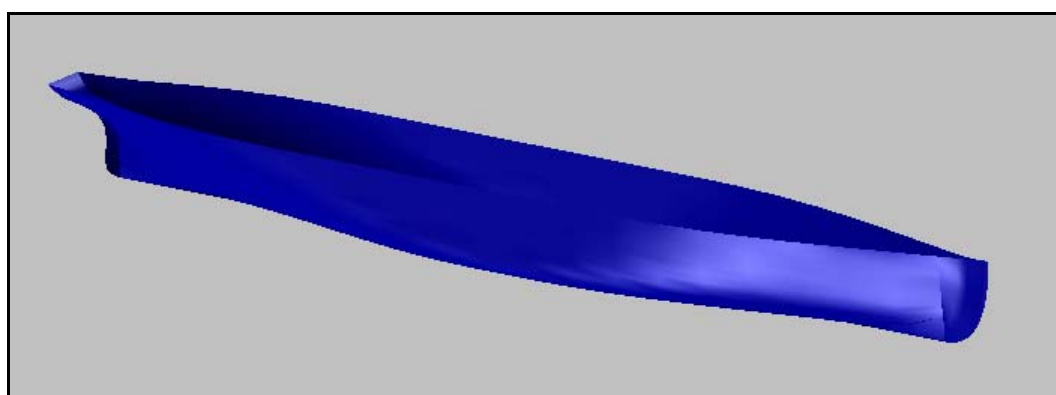


Figura 13: Serie BSRA – Modello della carena madre con  $C_b$  0.65

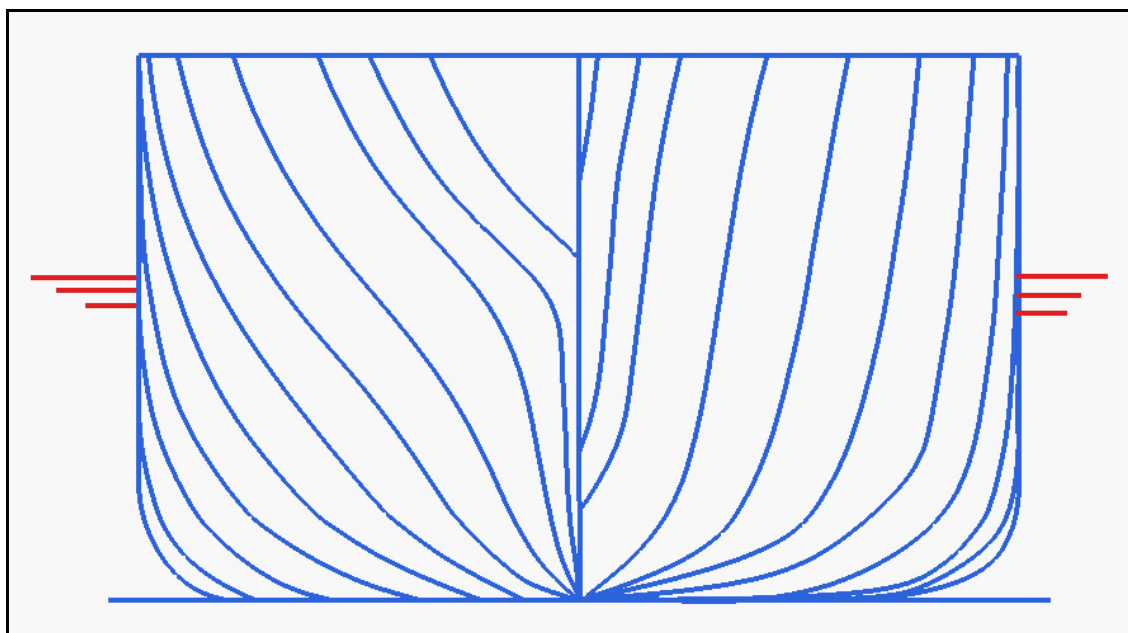


Figura 14: Serie BSRA – Trasversale della carena madre con  $C_b$  0.65

### 6.3 La Serie UBC

#### Introduzione

La Serie UBC fu sviluppata all'University of British Columbia all'interno di un progetto di ricerca che riguardava la riduzione dei consumi dei pescherecci. Durante la progettazione della serie UBC si osservò che i pescherecci tipicamente avevano bassi rapporti di  $L/B$  e di  $L/V^{1/3}$ , nella tabella 3 si può notare il confronto delle carene delle serie BSRA, ITU e Webb con la UBC. Nel caso dell'UBC si scelse di aumentare la larghezza in base alla lunghezza. I vantaggi di avere una carena più larga stavano sicuramente nel fatto che la capacità era superiore e la stabilità era aumentava, lo svantaggio era nella perdita di resistenza.

<b>Confronto dei range di variabilità</b>				
<b>Serie</b>	<b>Cb</b>	<b>L/B</b>	<b>B/T</b>	<b><math>L/V^{1/3}</math></b>
<b>UBC</b>	0.53 - 0.61	2.6 - 4.0	2 - 3	3 - 4.47
<b>BSRA</b>	0.53 - 0.63	4.3 - 5.8	2 - 3	4.35 - 5.1
<b>ITU</b>	0.35 - 0.56	3.3 - 5	2 - 3.2	3.4 - 6.1
<b>Webb</b>	0.42 - 0.53	3.2 - 5.75	2 - 3	3.85 - 5.22

**Tabella 3: Serie UBC –Confronto range di variabilità delle carene di vari pescherecci**

Fu generata una serie di modelli, questi furono provati con diverse configurazioni della chiglia, della prua e della poppa fino a trovare la carena che sviluppava la resistenza più bassa. Questa carena fu scelta come madre e il suo modello fu scalato in modo da ottenere 13 modelli.

### 6.3.2 Descrizione Tecnica

La carena da cui si partì per sviluppare la serie della UBC era la carena di un peschereccio progettato da G. Stensgaard al BC Research. Questa era lunga 21.34 m ed era una carena tipica dei pescherecci utilizzati nella West Coast dell’America per la pesca del salmone e delle aringhe. Queste carene solitamente avevano un rapporto L/B basso in modo da avere una maggiore capacità, stabilità e manovrabilità. Nella figura 15 si può vedere il piano di costruzione di una tipica carena per peschereccio a chiglia singola, mentre la tabella 4 riporta le caratteristiche principali. Numerosi test furono fatti su questa carena i primi riguardanti l’utilizzo di una chiglia doppia o di un ginocchio rotondo. I Test fatti sulle tre carene quella a chiglia semplice, doppia e a ginocchio rotondo portarono alla scelta di quella a chiglia doppia. In figura 16 si possono osservare i trasversali relativi a queste varie configurazioni. Altri esperimenti furono condotti per migliorare la chiglia doppia. Uno studente G.Sadasivaua propose una nuova prua fatta di superfici sviluppabili riducendo l’angolo di entrata ad 42 a 30 gradi. Per mantenere costante la curva delle aree furono modificati i profili di poppa e di prua. La nuova carena si può vedere in figura figura 17. Un confronto in termini di resistenza delle varie forme è dato in figura 18.

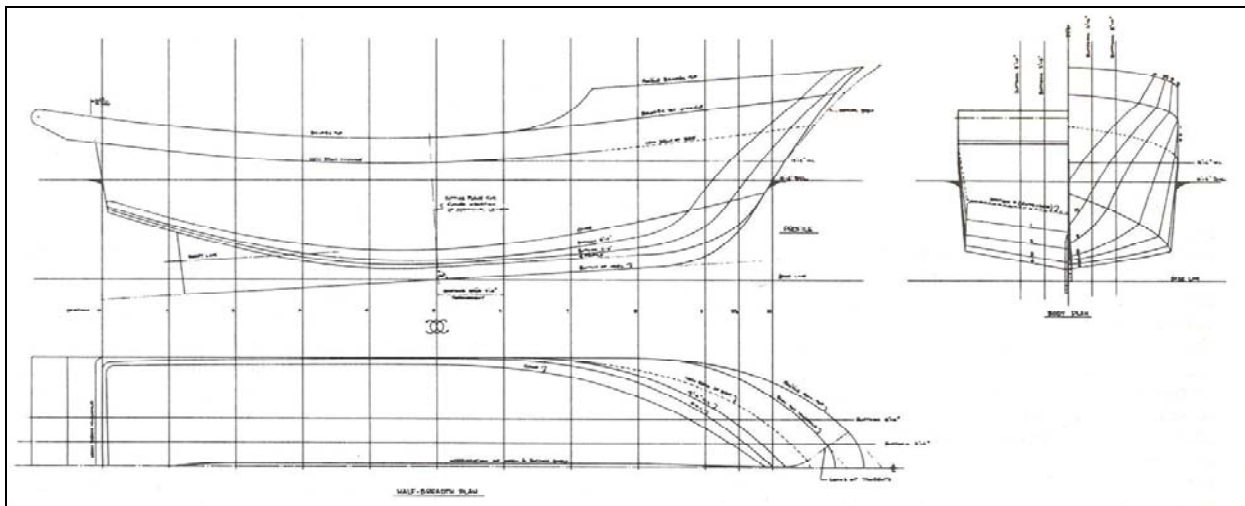


Figura 15: Serie UBC – Carena di partenza per lo sviluppo della serie

Caratteristiche Principali di un comune peschereccio	
Lbp	21.34 m (70 ft)
B	7.01 m (23 ft)
D(esclusa chiglia)	2.80 m (9.2 ft)
Dislocamento	265 tonnes
Cb	0.615
Cp	0.7
Cm	0.878

Tabella 4: Serie UBC – Caratteristiche Principali di un tipico peschereccio

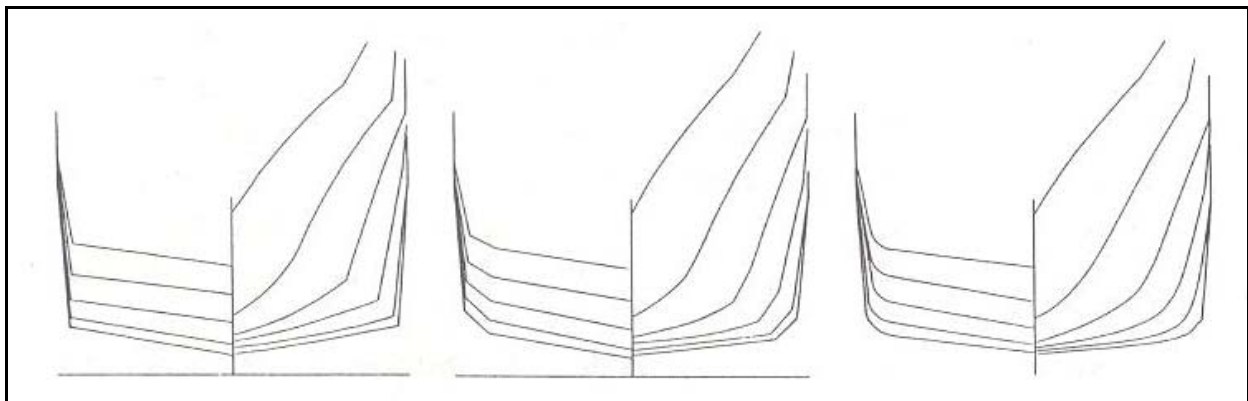


Figura 16: Serie UBC – Trasversali per i modelli a chiglia singola, chiglia doppia e ginocchio rotondo

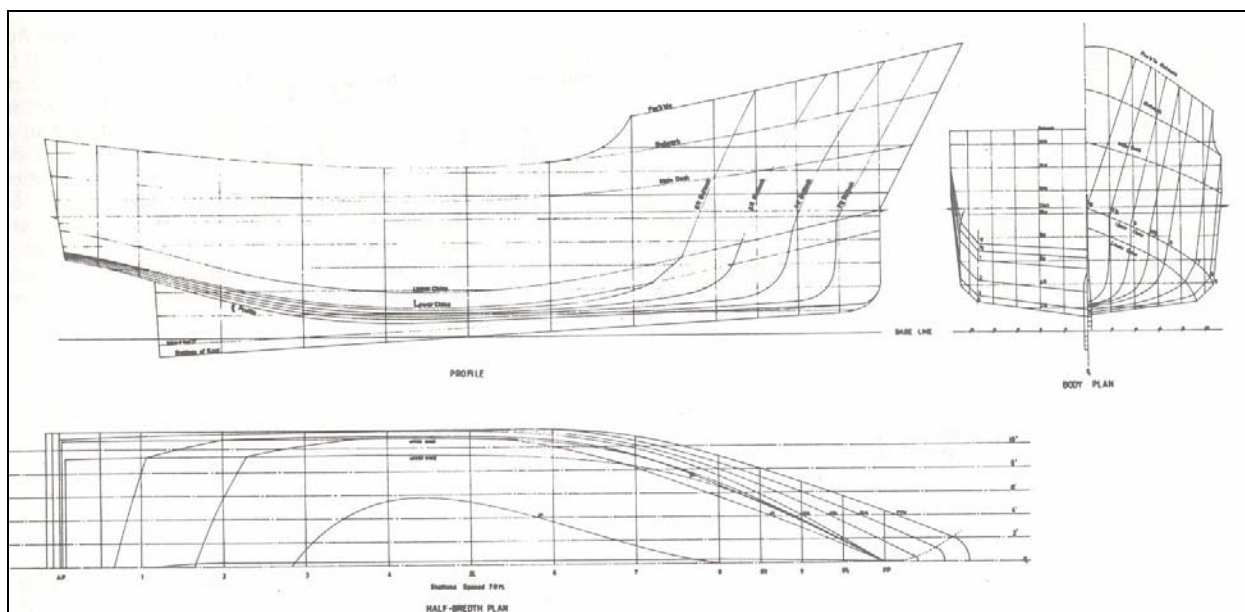


Figura 17: Serie UBC – Piano di costruzione della carena con doppia chiglia e profili di prua e poppa modificati

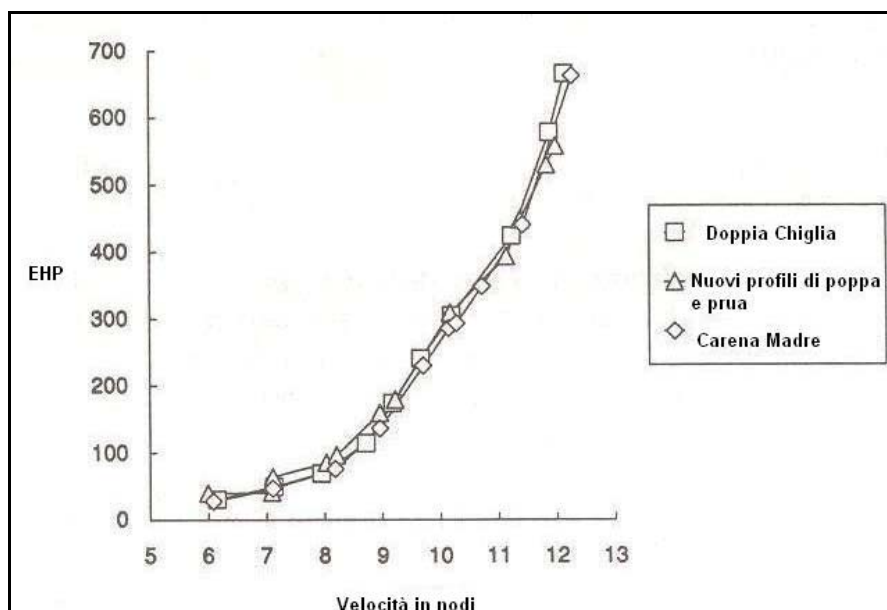


Figura 18: Serie UBC – Ottimizzazione della Resistenza

Le analisi fatte sulla resistenza mostrarono che la nuova prua dava degli ottimi risultati, non era così per la poppa. Quindi fu sviluppato un nuovo modello con la nuova prua e con la vecchia poppa. Questa fu scelta come carena madre, il suo trasversale è dato in figura 19.

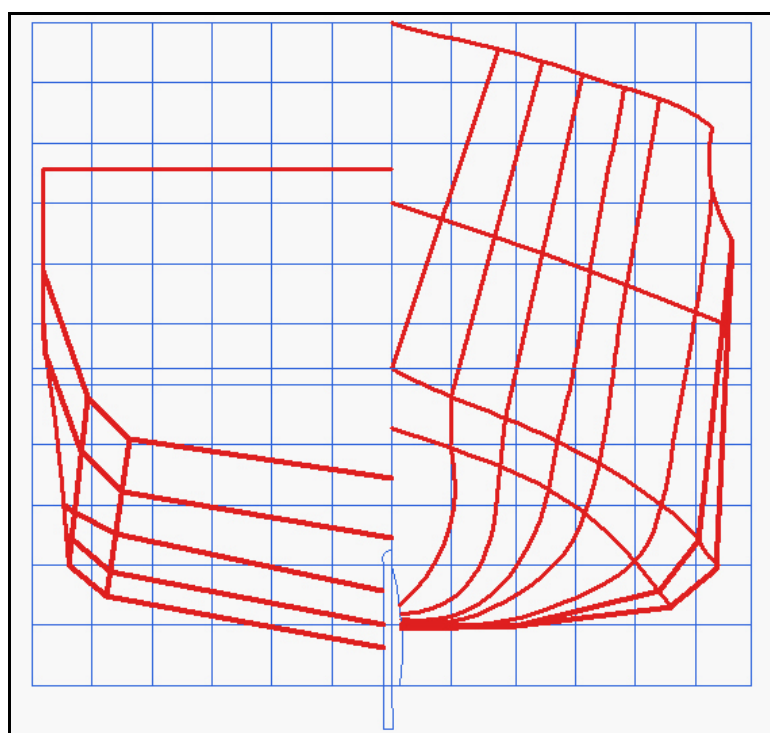


Figura 19: Serie UBC – Trasversale Carena Madre

Scelta la carena madre questa fu scalata in lunghezza e in immersione in modo da ottenere una serie sistematica di 7 modelli. Il rapporto L/B fu aumentato del 30 % e ridotto del 15%. Il rapporto B/T fu aumentato e ridotto del 20%. I modelli furono generati tenendo la larghezza costante e cambiando la lunghezza per modificare L/B e scalando l'immersione per tenere B/T costante. Le proprietà geometriche delle varie carene sia a pieno carico che a nave scarica sono date nelle tabelle 5, 6. Le modifiche della lunghezza e dell'immersione non alterarono i valori dei coefficienti  $C_b$ ,  $C_m$ ,  $C_p$  e LCB/L. Volendo determinare poi l'effetto della variazione del  $C_b$  fu costruita e applicata alla carena madre una funzione scala per ridurre il coefficiente di finezza per la carena a pieno carico e per quella a nave scarica del 14% e del 16% rispettivamente. L'equazione utilizzata per scalare le semilarghezze era la seguente:

$$y_{new} = y \left\{ \left[ 0.2 \frac{z}{T} + 0.8 \right] \left[ 1 - 1.2 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] \right\}$$

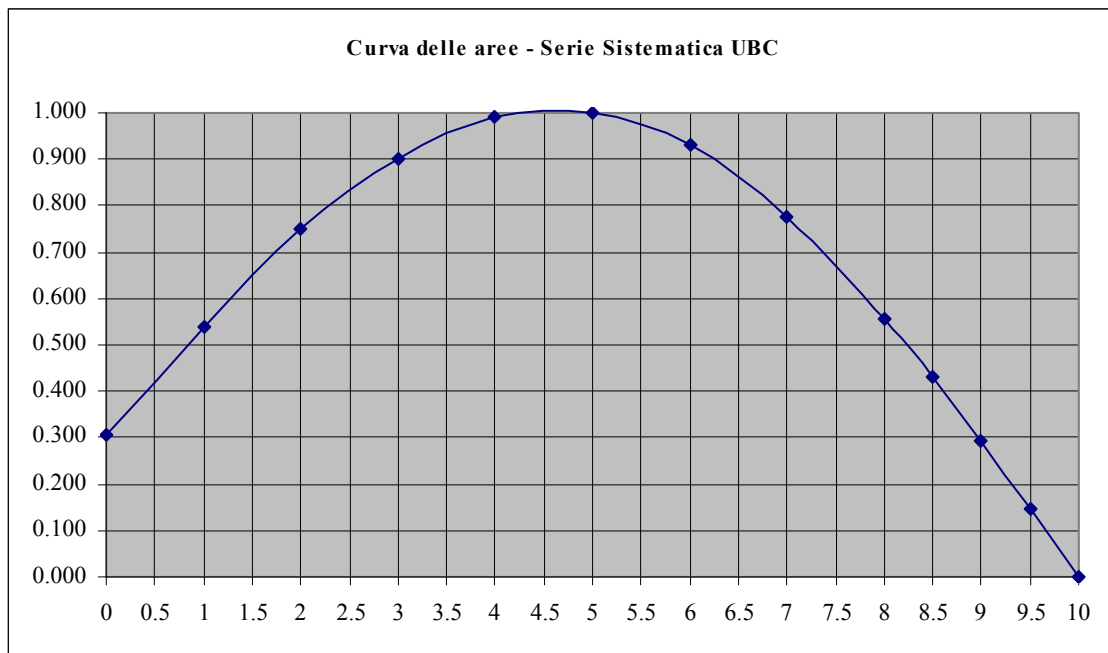
dove con  $x$  si indicava la distanza a poppa o a prua del mezzo, con  $y$  le semilarghezze e con  $z$  la distanza dalla linea di base. Scalando la carena per ridurre il  $C_b$  si riduceva anche il coefficiente della sezione al mezzo e il coefficiente prismatico. Questa modifica non influenzava invece significativamente LCB o LCF. La carena con il nuovo coefficiente di finezza fu scalata allo stesso modo di quella originaria e si ottennero 6 ulteriori modelli con diversi rapporti di L/B e B/T. Il grafico della curva delle aree relativa alla carena madre si può vedere in figura 20.

<b>Serie UBC Particolari Geometrici – dislocamento pieno carico</b>										
Modello	L (m.)	Ws (m <sup>2</sup> )	L/B	B/T	Cb	Cp	Cm	L/V	LCB/L	LCF/L
1	1.552	1.125	3.060	2.490	0.615	0.700	0.878	3.360	3.74%	7.10%
2	1.319	0.956	2.600	2.490	0.615	0.700	0.878	3.010	3.74%	7.10%
3	2.017	1.462	3.980	2.490	0.615	0.700	0.878	4.000	3.74%	7.10%
4	1.552	0.948	3.060	2.990	0.615	0.700	0.878	3.570	3.74%	7.10%
5	1.552	1.124	3.060	1.990	0.615	0.700	0.878	3.120	3.74%	7.10%
6	2.017	14.232	3.980	2.990	0.615	0.700	0.878	4.250	3.74%	7.10%
7	1.552	1.016	3.060	2.490	0.531	0.653	0.813	3.583	3.47%	6.16%
8	2.017	1.321	3.980	2.490	0.531	0.653	0.813	47.200	3.47%	6.16%
9	1.552	0.929	3.060	2.990	0.531	0.653	0.813	3.750	3.47%	6.16%
10	1.552	1.150	3.060	1.990	0.531	0.653	0.813	3.270	3.47%	6.16%
11	2.017	1.461	3.980	1.990	0.615	0.700	0.878	3.710	3.47%	6.16%
12	2.017	1.208	3.980	2.990	0.531	0.653	0.813	4.460	3.47%	6.16%
13	2.017	1.406	3.980	1.990	0.531	0.653	0.813	3.900	3.47%	6.16%

Tabella 5: Serie UBC – Particolari Geometrici delle Carene per dislocamento di pieno carico

<b>Serie UBC Particolari Geometrici – dislocamento leggero</b>											
Modello	L (m.)	Ws (m <sup>2</sup> )	L/B	B/T	Cb	Cp	Cm	L/V	LCB/L	LCF/L	1+k
1	1.552	0.914	3.060	3.520	0.531	0.631	0.842	3.960	1.58%	6.54%	1.080
2	1.319	0.777	2.600	3.520	0.531	0.631	0.842	3.550	1.58%	6.54%	1.280
3	2.017	1.188	3.980	3.520	0.531	0.631	0.842	4.720	1.58%	6.54%	0.980
4	1.552	0.855	3.060	4.230	0.531	0.631	0.842	4.210	1.58%	6.54%	1.080
5	1.552	1.004	3.060	2.810	0.531	0.631	0.842	3.670	1.58%	6.54%	1.110
6	2.017	1.112	3.980	4.230	0.531	0.631	0.842	5.020	1.58%	6.54%	1.170
7	1.552	0.822	3.060	3.520	0.447	0.598	0.747	4.190	1.61%	5.77%	1.080
8	2.017	1.068	3.980	3.520	0.447	0.598	0.747	5.000	1.61%	5.77%	1.100
9	1.552	0.763	3.060	4.230	0.447	0.598	0.747	4.460	1.61%	5.77%	1.320
10	1.552	0.913	3.060	2.810	0.447	0.598	0.747	3.890	1.61%	5.77%	1.270
11	2.017	1.305	3.980	2.810	0.531	0.631	0.842	4.380	1.58%	6.54%	1.130
12	2.017	0.992	3.980	4.230	0.447	0.598	0.747	5.310	1.61%	5.77%	1.130
13	2.017	1.187	3.980	2.810	0.447	0.598	0.747	4.640	1.61%	5.77%	1.060

Tabella 6: Serie UBC – Particolari Geometrici delle Carene per dislocamento leggero



<b>Aree adimensionalizzate dall'area della sezione al mezzo</b>						
<b>Ord 0</b>	<b>Ord 1</b>	<b>Ord 2</b>	<b>Ord 3</b>	<b>Ord 4</b>	<b>Ord 5</b>	
0.000	0.147	0.293	0.430	0.558	0.775	
<b>Ord 6</b>	<b>Ord 7</b>	<b>Ord 8</b>	<b>Ord 8.5</b>	<b>Ord 9</b>	<b>Ord 9.5</b>	<b>Ord 10</b>
0.931	1.000	0.992	0.902	0.751	0.538	0.307

Figura 20: Serie UBC - Curve delle aree



### 6.3.3 Modellazione della Serie UBC

Partendo dal quadro delle semilarghezze che si aveva a disposizione per la carena madre si è creata la nuvola di punti che è stata immessa in un software CAD per la ricostruzione prima delle curve e poi delle superfici. Si tratta nel caso di questa carena in gran parte di superfici sviluppabili. Nella figura 21 si può vedere il modello 3D della carena madre.

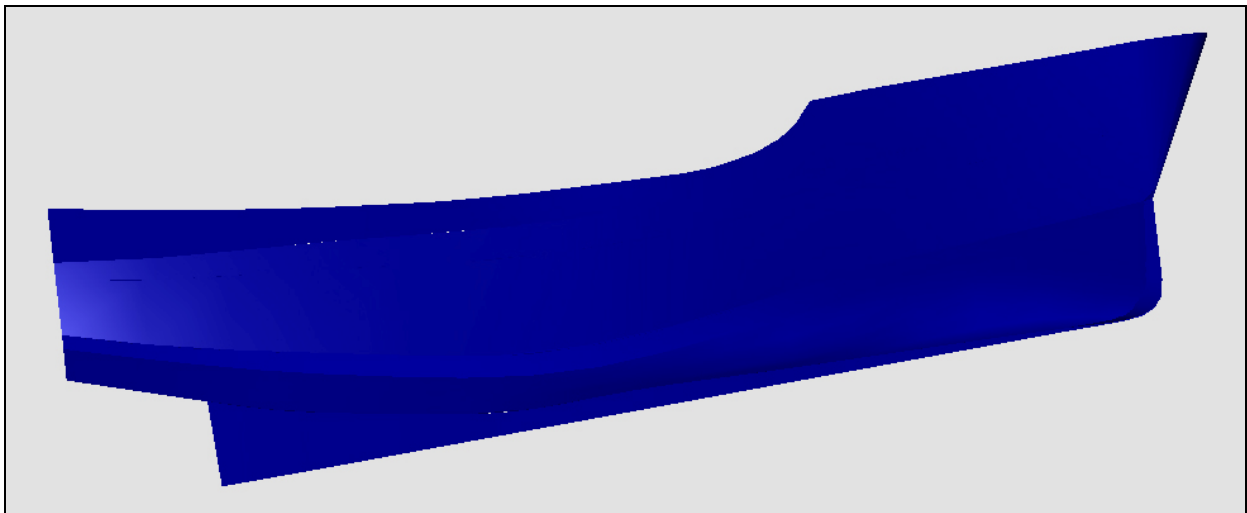


Figura 21: Serie UBC – Modello 3D della carena madre

## 6.4 *La Serie Webb*

### *Introduzione*

Lo sviluppo della serie Webb iniziò nel 1956, quando furono fatti test su una carena per peschereccio a singola elica. Si sviluppò una carena madre con coefficiente prismatico di 0.65, un rapporto dislocamento lunghezza 300 e un rapporto B/T di 2.30. Sempre nel 1963 furono sviluppate altre tre carene madri con coefficienti prismatici 0.55, 0.60 e 0.70 e si osservò attraverso vari esperimenti che tutti i modelli avevano delle buone qualità di resistenza. Non furono utilizzati bulbi di prua mentre per la poppa si scelse un tipo cruiser. Da queste quattro carene nel 1967 furono derivate carene aventi rapporti dislocamento lunghezza da 200 a 500.

### 6.4.2 *Descrizione Tecnica*

Il tipo di carena come già detto fu scelto nel 1956, come quella di un tipico peschereccio. Poiché questa era una carena a singola elica e con una particolare forma di chiglia era difficile ricavare altre forme di carena da una sola carena madre. Qualsiasi variazione del coefficiente prismatico portava a dei risultati insoddisfacenti. Per questo era necessario adottare quattro carene madri, una per ogni valore del coefficiente prismatico. Tutti i modelli avevano lo stesso profilo di poppa mentre il profilo di prua decresceva progressivamente al crescere del coefficiente prismatico. Essenzialmente fu scelta la stessa sezione al mezzo, ma queste non erano del tutto uguali vista l'influenza della sezione maestra nel suo spostarsi verso poppa all'assottigliarsi della carena. L'area della sezione maestra fu utilizzata per descrivere elementi come il coefficiente prismatico. Il coefficiente

di finezza della sezione maestra fu fissato come 0.761 con delle piccole variazioni di  $\pm 0.003$ . La posizione di LCB fu portata dal 3.6% a 0.9% a poppa del mezzo per le forme piú piene di carena, tutto seguendo sempre il trend per quel tipo di carene. Il rapporto B/T fu tenuto costante a 2.30. Tutte le carene avevano un rapporto dislocamento lunghezza di 300 e un rialzamento della chiglia del 3% rispetto alla lunghezza tra le perpendicolari, quest'ultima fu utilizzata per calcolare tutte le caratteristiche di forma.

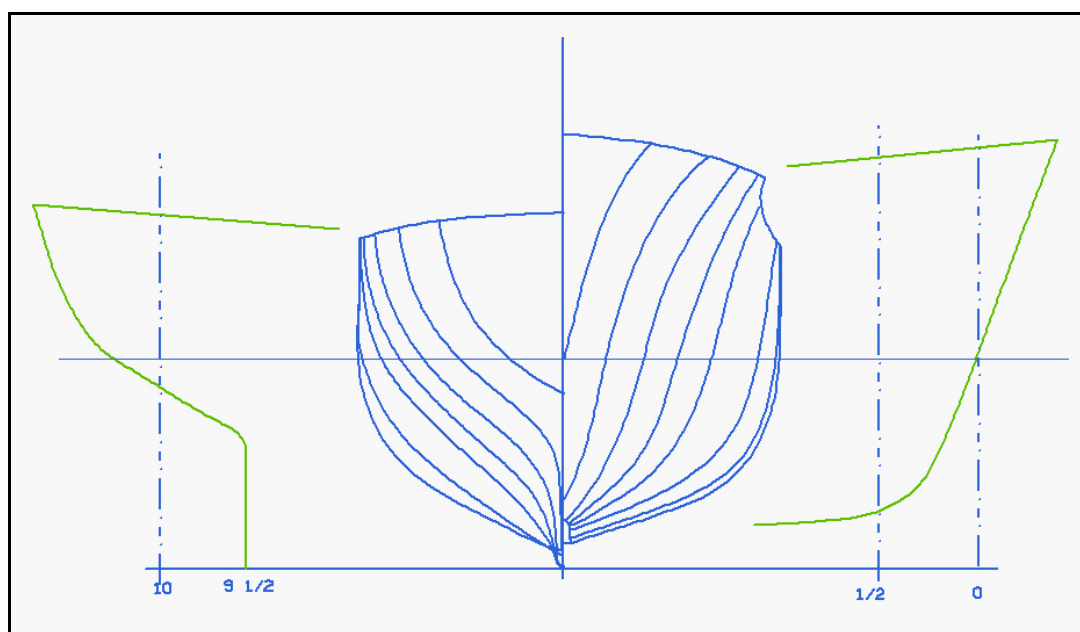


Figura 22: Serie Webb – Carena W-8

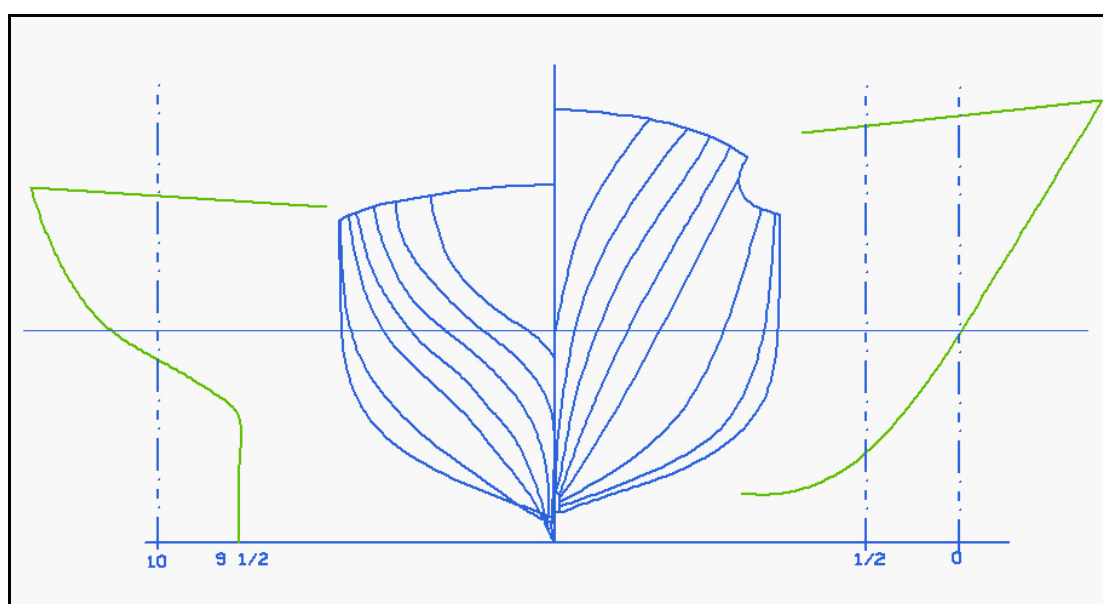


Figura 23: Serie Webb – Carena W-16

Le quattro carene madri avevano coefficienti prismatici 0.554, 0.597, 0.650 e 0.700. Da ogni carena furono derivati tre modelli moltiplicando larghezza e immersione per la stessa costante in modo da ottenere carene con rapporti dislocamento lunghezza di 200, 400 e 500. Questa serie in totale ha quattro coefficienti prismatici e 16 modelli, tutti con lo stesso rapporto di B/T. I particolari della serie sono riassunti in tabella 7.

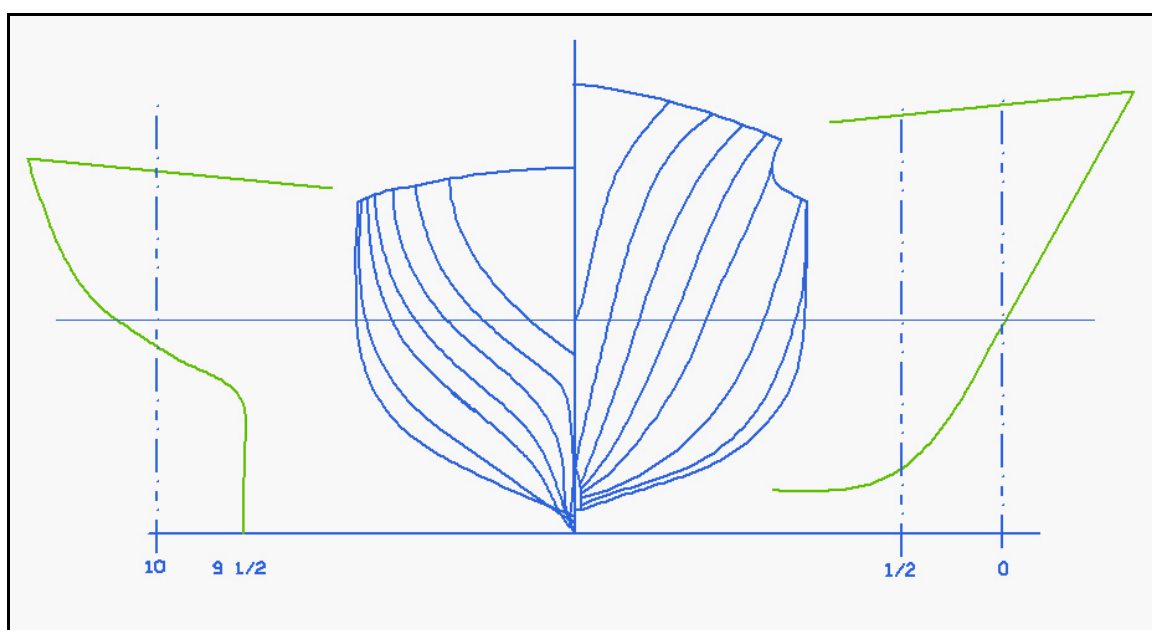


Figura 24: Serie Webb – Carena W-18

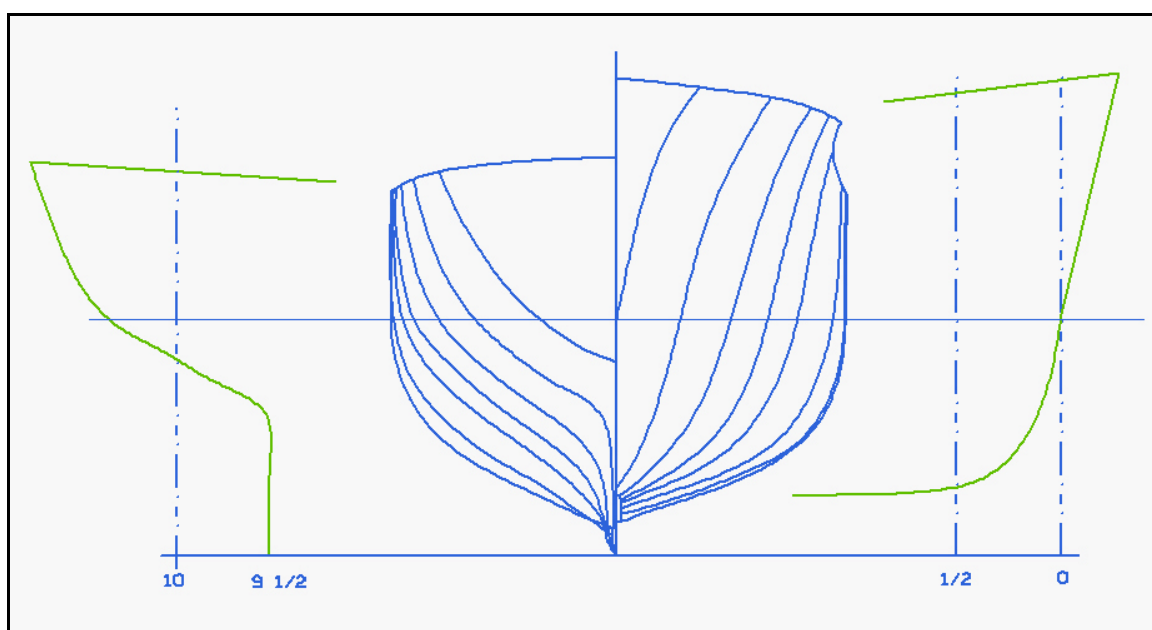


Figura 25: Serie Webb – Carena W-20

Serie Webb - Particolari Geometrici delle Carene Madri																	
Numero Modello	W - 19	W - 16	W - 22	W - 26	W - 27	W - 18	W - 28	W - 29	W - 10	W - 8	W - 11	W - 12	W - 23	W - 20	W - 24	W - 25	W - 30
<b>L<sub>BP</sub>, ft</b>	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
<b>L<sub>wl</sub>, ft</b>	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120	103.120
<b>B, ft</b>	19.630	24.040	27.770	31.040	18.800	23.020	26.590	29.720	18.030	22.080	25.5000	28.510	17.400	21.310	24.610	27.5100	23.000
<b>T, ft</b>	8.490	1.040	12.010	13.430	8.160	1.000	11.550	12.910	7.860	9.630	11.1200	12.430	7.550	9.250	10.680	11.9400	10.000
<b>ΔT, ft</b>	2.450	3.000	3.460	3.870	2.450	3.000	3.460	3.870	2.450	3.000	3.4600	3.870	2.450	3.000	3.460	3.8700	3.000
<b>D, Tons</b>	200.000	300.000	400.000	500.000	200.000	300.000	400.000	500.000	200.000	300.000	400.0000	500.000	200.000	300.000	400.000	500.0000	300.000
<b>W.S., sq ft</b>	2289.000	2804.000	3239.000	3620.000	2240.000	2743.000	3168.000	3541.000	2217.000	2715.000	3135.0000	3505.000	2232.000	2734.000	3158.000	3530.0000	2894.000
<b>C<sub>B</sub></b>	0.420	0.420	0.420	0.420	0.456	0.456	0.456	0.456	0.494	0.494	0.494	0.494	0.533	0.533	0.533	0.533	0.457
<b>C<sub>P</sub></b>	0.554	0.554	0.554	0.554	0.597	0.597	0.597	0.597	0.650	0.650	0.650	0.650	0.700	0.700	0.700	0.700	0.599
<b>C<sub>X</sub></b>	0.758	0.758	0.758	0.758	0.764	0.764	0.764	0.764	0.760	0.760	0.760	0.760	0.761	0.761	0.761	0.761	0.762
<b>C<sub>W</sub></b>	0.687	0.687	0.687	0.687	0.731	0.731	0.731	0.731	0.779	0.779	0.779	0.779	0.829	0.829	0.829	0.829	0.737
<b>C<sub>PV</sub></b>	0.612	0.612	0.612	0.612	0.624	0.624	0.624	0.624	0.634	0.634	0.634	0.634	0.642	0.642	0.642	0.642	0.620
<b>L/B</b>	5.094	4.159	3.601	3.222	5.319	4.344	3.761	3.3650	5.546	4.529	3.9220	3.508	5.747	4.693	4.063	3.6350	4.345
<b>L/T</b>	11.780	9.620	8.330	7.450	12.260	10.000	8.660	7.7500	12.720	10.380	8.9900	8.050	13.250	10.810	9.360	8.3800	10.000
<b>B/T</b>	2.310	2.310	2.310	2.310	2.300	2.300	2.300	2.300	2.290	2.290	2.290	2.290	2.300	2.300	2.300	2.300	2.300
<b>ΔT/L</b>	0.0245	0.0300	0.0346	0.0387	0.0245	0.0300	0.0346	0.0387	0.0245	0.0300	0.0346	0.0387	0.0245	0.0300	0.0346	0.0387	0.0300
<b>LCB/L</b>	0.5364	0.5364	0.5364	0.5364	0.5265	0.5265	0.5265	0.5265	0.5155	0.5155	0.5155	0.5155	0.5089	0.5089	0.5089	0.5089	0.5246
<b>Δ/(0.01L)<sup>3</sup></b>	200.000	300.000	400.000	500.000	200.000	300.000	400.000	500.0000	200.000	300.000	400.0000	500.000	200.000	300.000	400.000	500.000	300.000
<b>∇/(0.1L)<sup>3</sup></b>	7.000	10.500	14.000	17.500	7.000	10.500	14.000	17.5000	7.000	10.500	14.0000	17.500	7.000	10.500	14.000	17.500	10.500
<b>S/√∇L</b>	2.736	2.736	2.736	2.736	2.677	2.677	2.677	2.677	2.650	2.650	2.650	2.650	2.668	2.668	2.668	2.668	2.824
<b>1/2α<sub>E</sub></b>	7.000	8.500	9.800	10.900	13.300	16.100	18.500	20.5000	18.200	22.000	25.0000	27.500	25.800	30.600	34.400	37.400	7.700
<b>t<sub>E</sub></b>	0.260	0.260	0.260	0.260	0.530	0.530	0.530	0.530	0.900	0.900	0.900	0.900	1.600	1.600	1.600	1.600	0.430
<b>f<sub>E</sub></b>																	0.0634

Tabella7: Serie Webb – Particolari Geometrici delle Carene Madri

Tutte le dimensioni delle carene sono date per una carena con lunghezza tra le perpendicolari di 100 piedi. I piani di costruzione delle quattro carene madri sono dati nelle figure 22, 23, 24, 25. La curva delle aree delle varie carene e quella dei galleggianti si possono osservare nelle figure 26-a-b-c-d e 27.

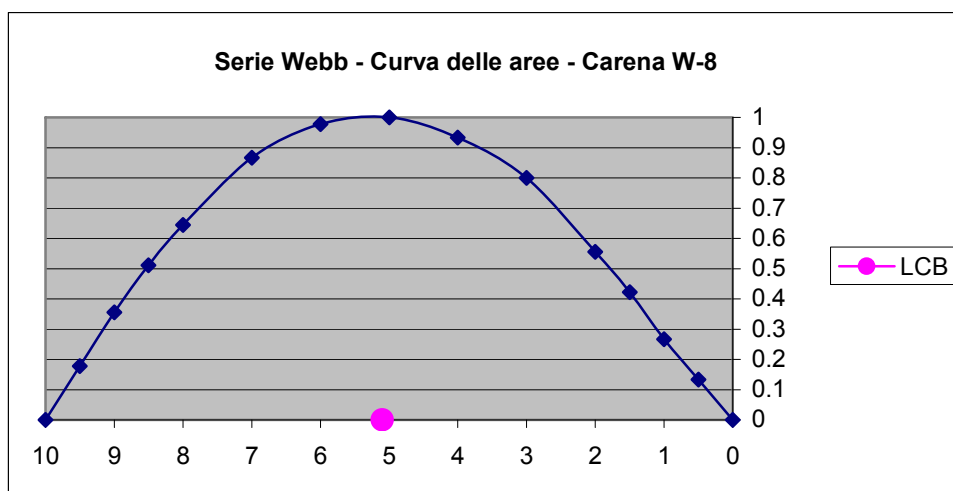


Figura 26 - a: Serie Webb - Curve delle aree Carena W-8

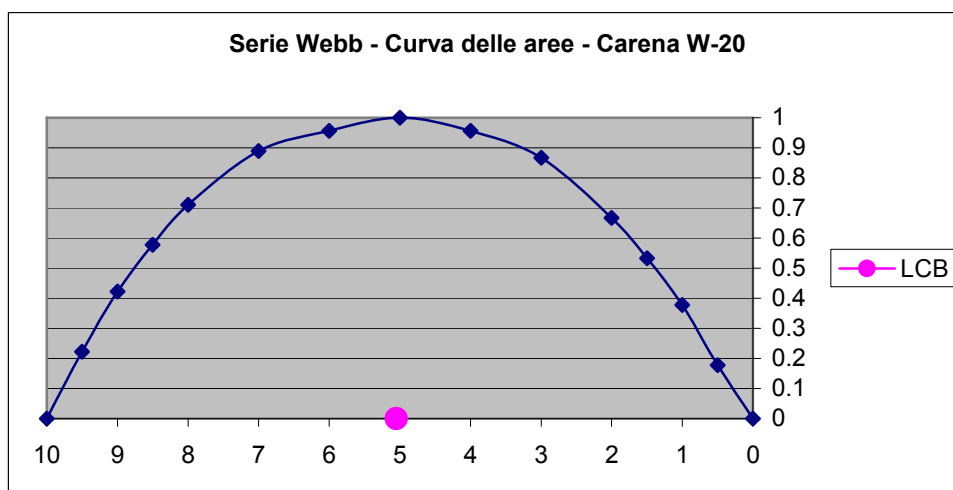


Figura 26 - b: Serie Webb - Curve delle aree Carena W-20

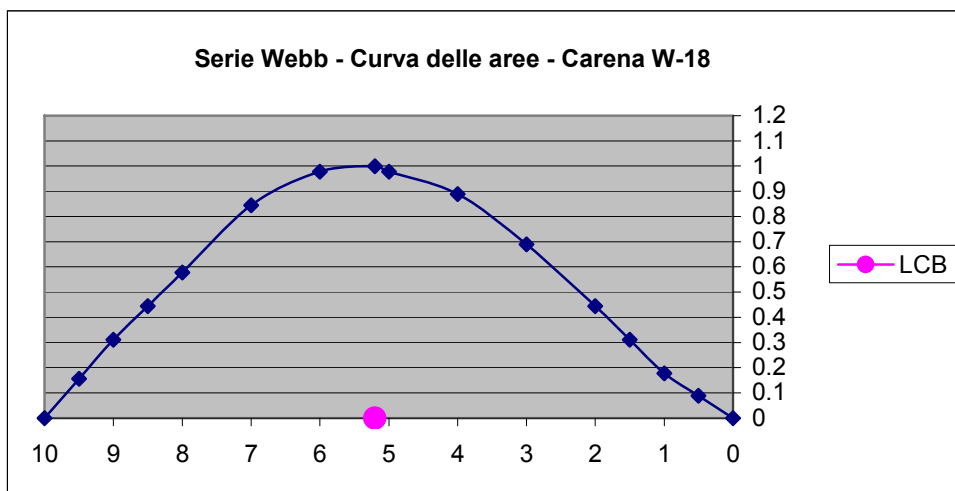


Figura 26 - c: Serie Webb - Curve delle aree Carena W-18

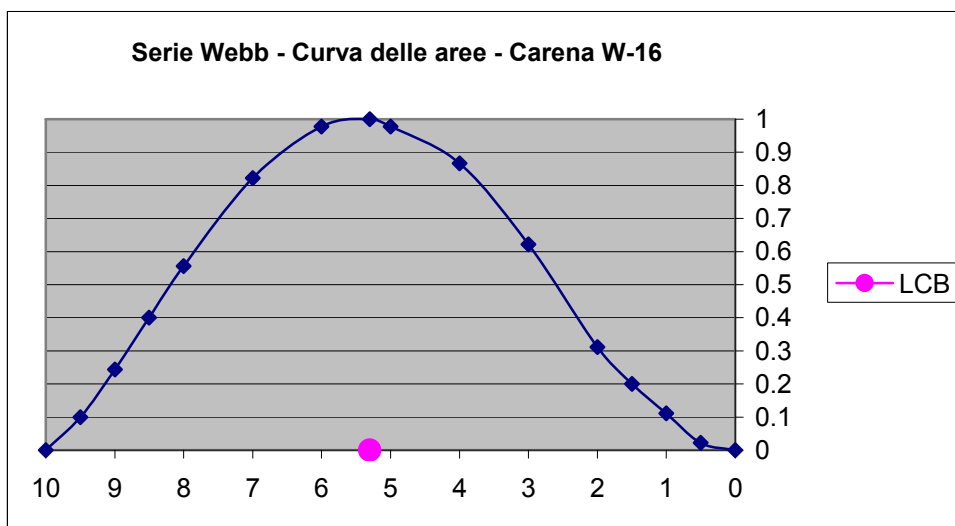


Figura 26 - d: Serie Webb - Curve delle aree Carena W-16

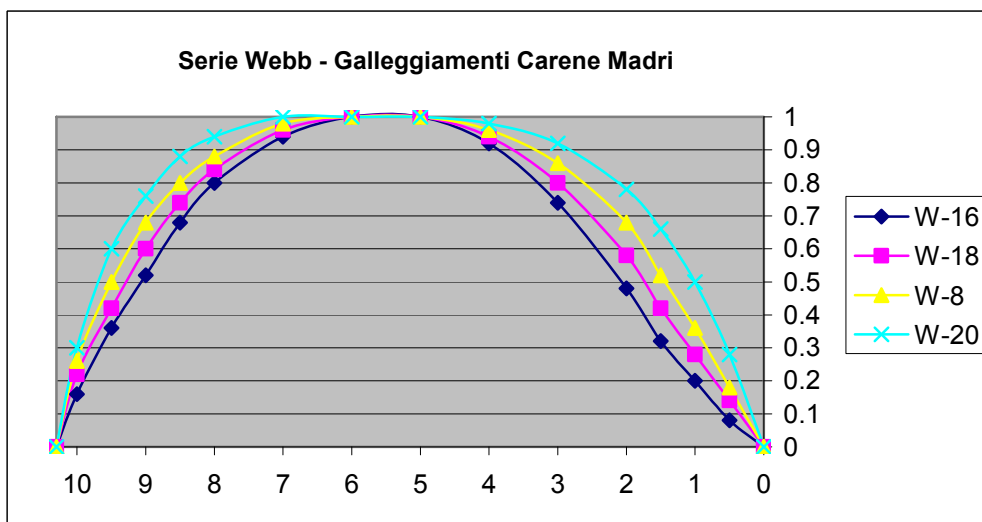


Figura 27: Serie Webb – Galleggiamenti delle Carene Madri

### 6.4.3 Modellazione della Serie Webb

Partendo dal quadro delle semilarghezze che si aveva a disposizione per la carena madre si è creata la nuvola di punti che è stata immessa in un software CAD per la ricostruzione prima delle curve e poi delle superfici. Nella figura 28 si può vedere il modello 3D della carena madre W-16.

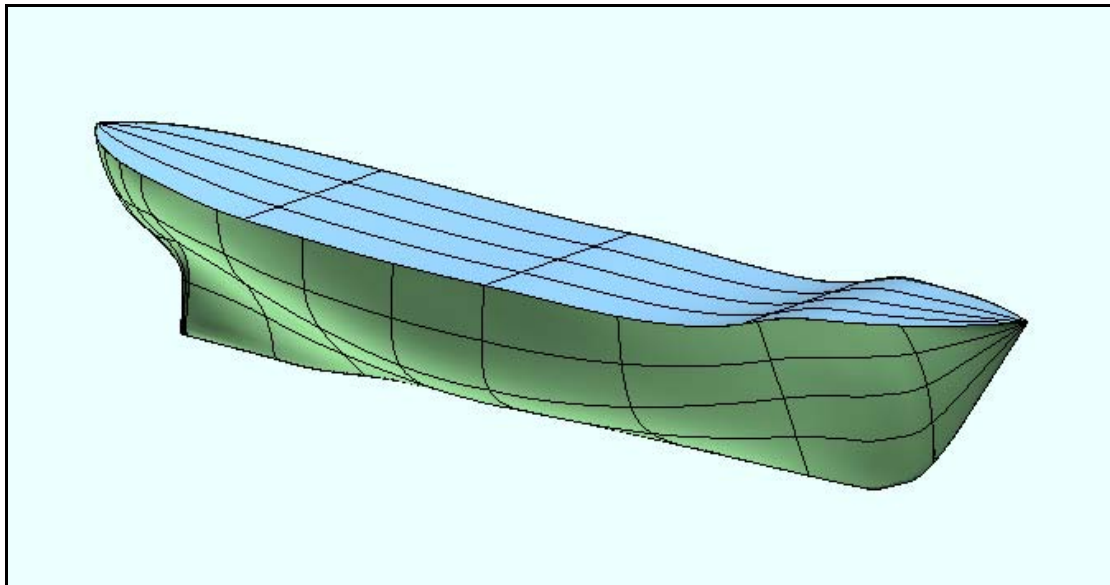


Figura 28: Serie Webb – Modello 3D della carena W-16



## 6.5 La Serie SL - 7

### *Introduzione*

Il progetto di una containership che facesse 33 nodi, con non più di due eliche e avesse un'adeguata stabilità per portare 1000 container da 35 e 40 piedi sicuramente poteva essere considerato come un prototipo in campo commerciale negli anni 60. L'autore però era convinto che il progetto della SL-7 avrebbe avuto molto successo. Con la consegna dell'ultima nave il 4 dicembre del 1973 e dopo 12 anni di lavoro, sicuramente si può dire che l'industria navale beneficiò di un insieme di successi sia in campo progettuale che delle costruzioni e delle operazioni.

### 6.5.2 *Descrizione Tecnica*

Gli studi condotti dal proprietario nel 1968 portarono alla conclusione che su certe rotte la massima velocità richiesta era approssimativamente di 32 nodi. Senza avere sovvenzioni il proprietario decise di progettare una containership capace di operare sulle principali rotte. I requisiti iniziali richiesti possono essere sintetizzati come segue:

1. Velocità 33 nodi
2. Larghezza compatibile per il transito nel canale di Panama
3. Propulsori 2
4. Immersione 30 – 34 piedi a seconda del porto
5. Stabilità capace da soddisfare gli standard richieste per questo tipo da carene
6. Tempo di scarico e carico di 2000 containers 24 ore

I primi tre fattori possono essere considerati come i principali. La richiesta di avere 2 propulsori voleva dire ridurre la potenza a 120.000 shp (60.000 per propulsore). Le stime iniziali facevano però osservare che una tale relazione tra velocità e potenza era difficile da ottenere. Il progetto della SL-7 iniziò nell'ottobre del 1968. Il piano contrattuale fu sottomesso al cantiere nell'aprile del 1969 e il contratto di costruzione nell'agosto del 1969. Prima di considerare i numerosi aspetti da analizzare il problema principale era il progetto della forma di carena che cominciò immediatamente. La tabella 8 mostra le caratteristiche principali.

<b>SL - 7 Caratteristiche Principali</b>		
	<b>m</b>	<b>ft</b>
<b>L<sub>OA</sub>, m</b>	288.38	946 -1(1/2)
<b>L<sub>BP</sub>, m</b>	268.38	880 - 6
<b>L<sub>WL</sub>, m</b>	274.32	900
<b>B, m</b>	32.10	105 - 6
<b>T al ponte principale (prua), m</b>	19.51	64
<b>T al ponte principale(poppa), m</b>	20.84	68 - 6
<b>T -scantling, m</b>	10.57	34 - 8
<b>T di progetto</b>	9.14	30
<b>Dislocamento a 34 ft-8 in, LT</b>	51.815	
<b>Dislocamento nave scarica, LT</b>	22.915	
<b>Peso consumabili, equipaggio, LT</b>	1756	
<b>Nave scarica operante, LT</b>	24.671	
<b>Peso scafo</b>	27.144	
<b>Potenza</b>	120	
<b>Velocità con immersione di 30 ft</b>	33	
<b>Peso lordo, U.S.</b>	41.127	
<b>Peso netto, U.S.</b>	25.385	

**Tabella 8: Serie SL - 7 – Caratteristiche Principali**

Basandosi sulle passate esperienze e sulla necessità di avere delle veloci analisi fu scelta la Netherlands Ship Model Basin. Un modello iniziale fu progettato da J.J. Henry e testato diede buoni risultati. Volendo ottimizzare i rapporti tra velocità e potenza e tra stabilità e differenza di immersione furono testati 6 modelli. Le prime curve furono disegnate con una curva delle aree abbastanza piena a prua, LCB a mezzeria e con un galleggiamento molto sottile a prua ( $i_E = 4^\circ$ ) e a poppa. Si utilizzarono sezioni a U a prua e un bulbo prodiero ( $f_{BT} = 0.08$ ). Sezioni di questo tipo garantiscono una minima resistenza d'onda, una minima perdita di velocità in mare agitato. I particolari geometrici delle varie carene madri si possono vedere in tabella 9.

<b>Serie SL – 7 - Particolari Geometrici delle Carene Madri</b>						
<b>Numero Modello</b>	<b>A 3716</b>	<b>B 3731</b>	<b>C 3736</b>	<b>D 3735</b>	<b>E 3812</b>	<b>F 3813 (=3922)</b>
<b>L<sub>WL</sub>, m</b>	274.320	274.320	274.320	274.320	274.320	274.320
<b>B, m</b>	32.156	32.156	32.156	32.156	32.156	32.156
<b>T, m</b>	9.144	9.144	9.144	9.144	9.144	9.144
<b>L / B</b>	8.530	8.530	8.530	8.530	8.530	8.530
<b>B / T</b>	3.520	3.520	3.520	3.520	3.520	3.520
<b>V / √L</b>	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100
<b>Progettista</b>	JJH	JJH	JJH	JJH	JJH	JJH
<b>Curve - prua</b>	A	B	B	D	E	F
<b>Curve - poppa</b>	A	A	C	D	E	F
<b>∇, m<sup>3</sup></b>	42.817	43.142	43.150	42.427	42.604	42.461
<b>W.S., m<sup>2</sup></b>	9292	9203	9443	9022	9098	8828
<b>LCB % LBP dal ⊗</b>	0.310	0.15	0.340	1.59	2.760	2.76
<b>L<sub>E</sub></b>	4°	6°30'	6°30'	6°	5°	2°30'
<b>C<sub>B</sub></b>	0.5308	0.5347	0.5350	0.5260	0.5286	0.5265
<b>C<sub>X</sub></b>	0.9804	0.9804	0.9804	0.9804	0.9733	0.9443
<b>C<sub>P</sub></b>	0.5413	0.5454	0.5457	0.5364	0.5432	0.5576
<b>C<sub>WP</sub></b>	0.6634	0.6813	0.7077	0.6649	0.6717	0.645
<b>∇ / L<sup>3</sup></b>						2.057 × 10 <sup>-3</sup>

Tabella 9: Serie SL - 7 – Particolari Geometrici delle Carene Madri

Il modello A, figura 29, fu testato per la resistenza e furono fatte prove di autopropulsione a diverse immersioni, le sue performance furono ritenute accettabili a  $V / \sqrt{L} = 1.1$  in confronto alle stime che si avevano al Taylor e alla NSMB per carene con immersioni di 30 ft. Poiché il bulbo prodiero era profondamente immerso, il suo effetto era praticamente costante al variare delle immersioni prodiero nel range di immersioni testate, da 26 a 32 ft (7.92 a 9.75 m).

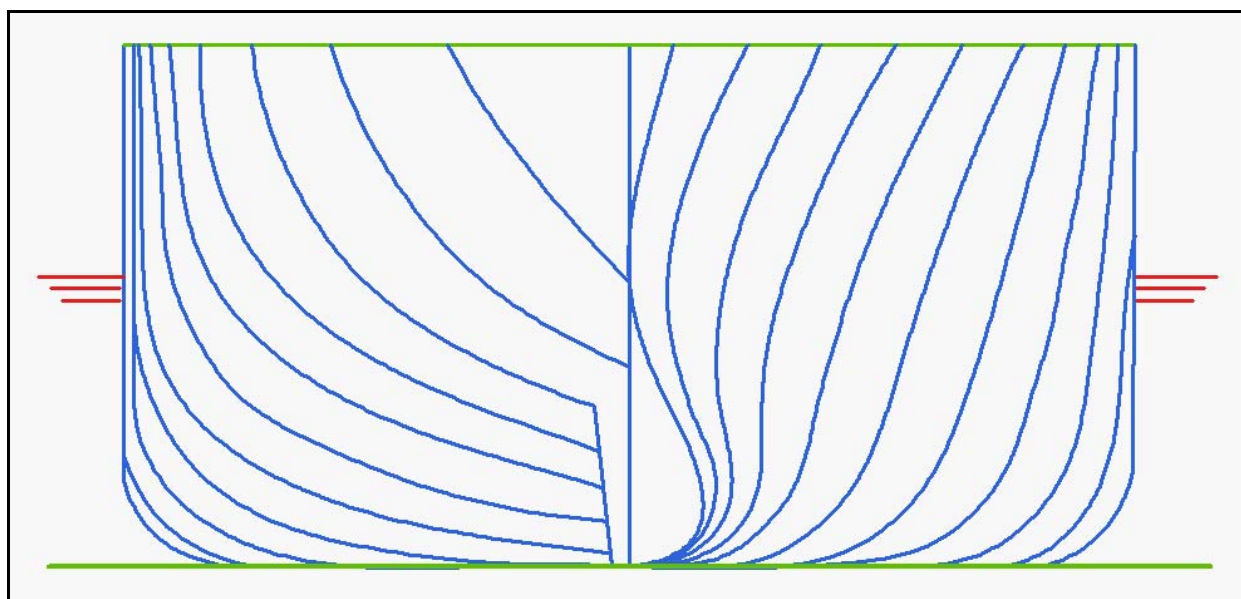


Figura 29: Serie SL-7 - Trasversale Modello A

Divenne subito chiaro, inoltre che le prime curve dovevano essere modificate data l'estrema immersione poppiere in condizioni di pieno carico. Sezioni estremamente ad U nella parte prodiera non erano da preferirsi dal punto di vista della stabilità e degli allestimenti. Quindi furono tesati dei modelli con sezioni a V nella parte prodiera. Questa versione, modello B figura 30, aveva lo stesso corpo poppiere, LCB e la maggioranza dei parametri uguali al modello A, eccetto per l'angolo d'entrata più grande ( $6.5^\circ$  contro  $4^\circ$ ) e le curve a V nel corpo prodiero come già detto. I test fatti sul modello B mostravano che la resistenza aumentava del 5% rispetto al modello A a 29 nodi, del 3% a 31 nodi e del 2% a 33 nodi. Queste differenze furono considerate accettabili per continuare con l'utilizzo delle sezioni a V nel corpo prodiero.

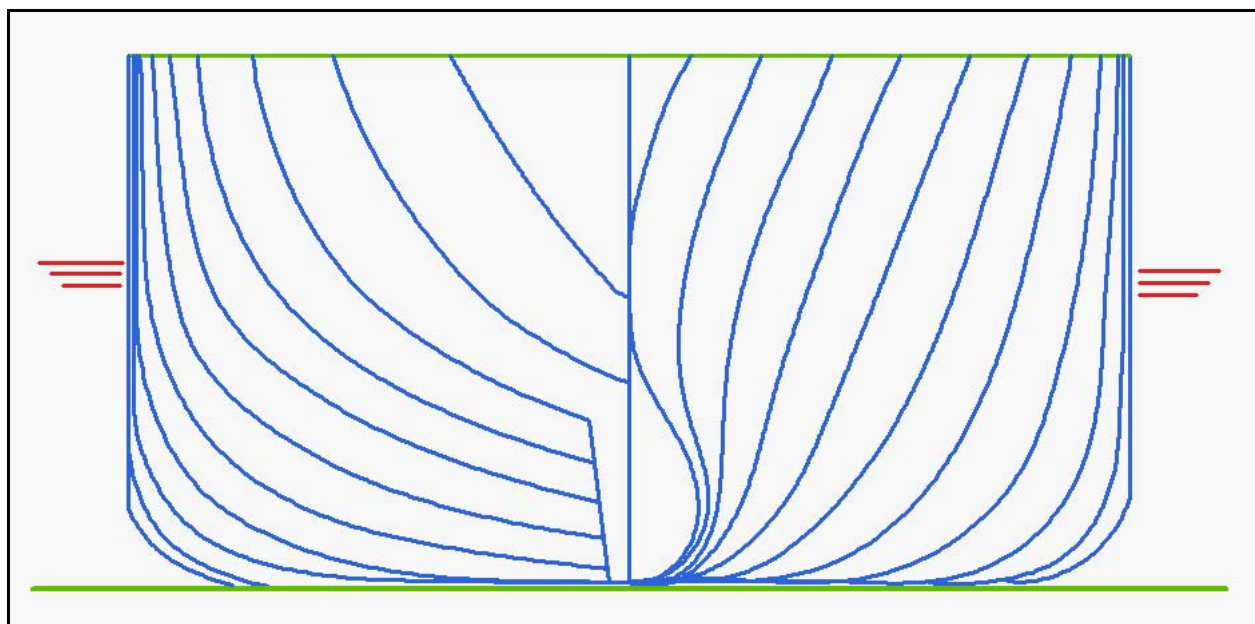


Figura 30: Serie SL-7 - Trasversale Modello B

Poiché era ritenuto conveniente l'utilizzo di una poppa transom per aumentare la capacità di stivare contenitori, le curve prodriere del modello B furono combinate con una nuova poppa transom mantenendo la posizione di LCB al centro e i parametri di forma quanto più possibile simili. Questo nuovo modello detto C, figura 31, fu testato ma diede risultati sulla resistenza penalizzanti ( 9% a 29 nodi e 8% a 33 nodi) rispetto al modello B. Questi risultati furono ritenuti non accettabili, l'idea quindi di utilizzare una poppa largamente transom fu abbandonata.

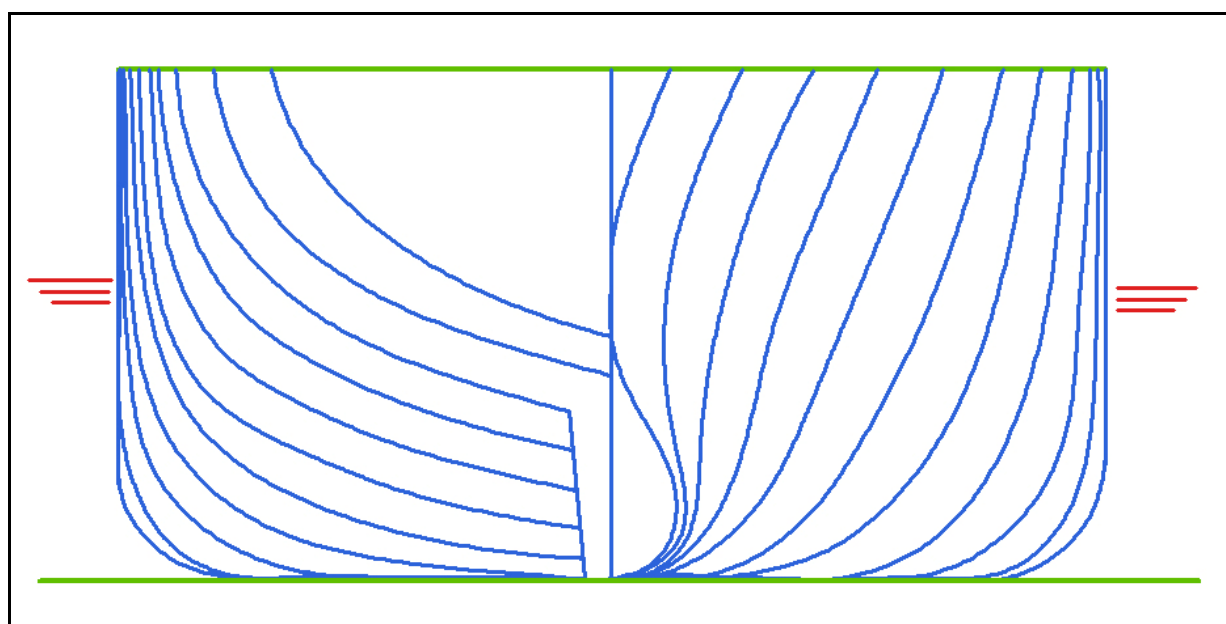
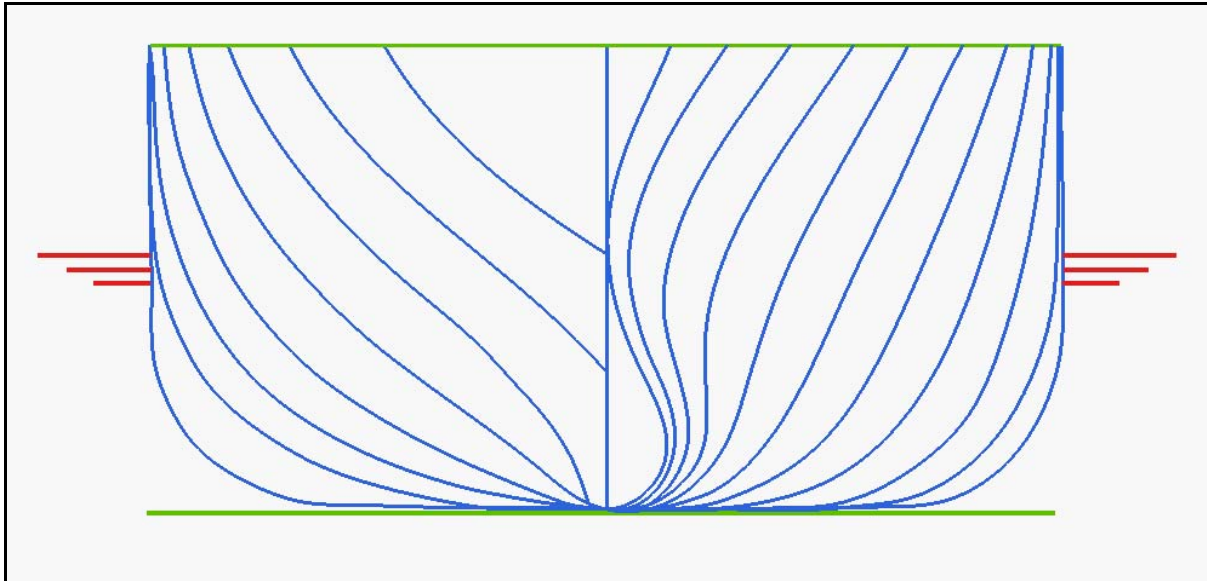


Figura 31: Serie SL-7 - Trasversale Modello C

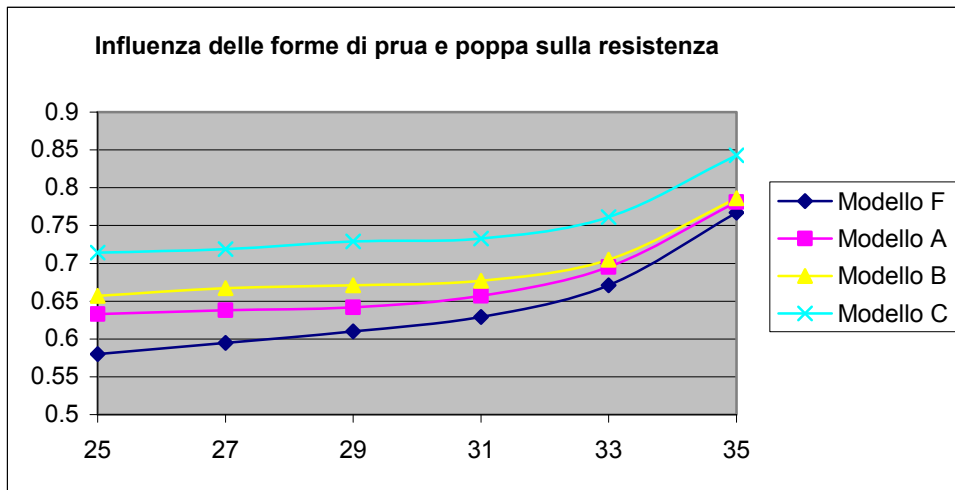
Per considerazioni fatte sul carico e sulla differenza di immersione la posizione di LCB fu spostata a poppa rispetto alla mezzeria. Furono testati altri due modelli simili al modello B. Il modello D aveva LCB spostato del 1.6% di  $L_{BP}$  a poppa della mezzeria, il modello E con LCB spostato del 2.8% a poppa. Dai risultati ottenuti si vide che la resistenza per velocità all'incirca di  $V / \sqrt{L} = 1.0$  era influenzata molto dalla posizione di LCB. Per velocità al di sotto di  $V / \sqrt{L} = 0.95$  la resistenza aumentava spostando LCB a poppa. Inoltre alla velocità di progetto  $V / \sqrt{L} = 1.1$  la resistenza era chiaramente danneggiata da posizioni di LCB più a poppa dell'1.6% di  $L_{BP}$ . Alla fine per motivi di differenza di immersione fu scelta come posizione di LCB quella spostata del 2.8%. Spostando in questo modo la posizione di LCB la resistenza aumentò molto alla velocità di progetto di 33 nodi, divenne necessario allora riconsiderare l'intero progetto. Poiché i tempi cominciavano a restringersi e c'era solo il tempo di testare un altro modello, non fu più possibile adottare un approccio sistematico e le modifiche furono introdotte contemporaneamente. Da studi già fatti su altre carene si ritenne vantaggioso per ridurre la resistenza di diminuire il  $C_X$ . Il valore di  $C_X$  fu portato a 0.92, in modo da ottenere un coefficiente prismatico ottimale a  $V / \sqrt{L} = 1.1$  all'incirca 0.57-0.58. Inoltre dai test fatti sui modelli C, D e E era chiaro che la larghezza del galleggiamento a poppa doveva essere ridotta il più possibile. Con la posizione di LCB spostata del 2.8% a poppa, questo voleva dire che il dislocamento doveva essere spostato dalle linee d'acqua superiori in giù verso lo skeg, risultando quindi in sezioni a V con skeg integrato, come nei progetti di nave passeggeri veloci. Infine la combinazione di sezioni estremamente a U con un angolo d'entrata piccolo e il bulbo prodiero profondamente immerso della versione originale fu reintrodotta nel corpo prodiero. Molti compromessi come porre  $C_X = 0.944$  invece di 0.92 furono accettati dallo staff di J.J. Henry fino ad arrivare al modello finale, modello F. Questo testato risultò essere migliore in resistenza del modello E a velocità tra 31 e 33 nodi. A 33 nodi il modello F era il 3% migliore del modello A,

questo rese questo modello il migliore dell'intera serie; fu scelto quindi come versione finale della serie SL-7.



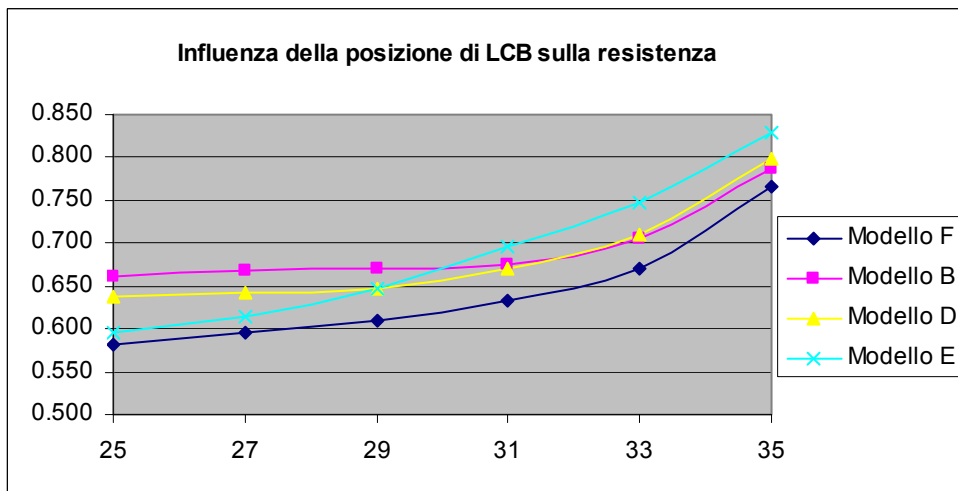
**Figura 32: Serie SL-7 - Trasversale Modello F**

Nelle figure 33 e 34 si può vedere l'influenza dei profili di poppa e di prua dei modelli A, B, C sulla resistenza e l'influenza della posizione di LCB sulla resistenza dei modelli B, D e E.



Modello	LCB	Prua	Poppa
A	-0.31%	Forme U	Cruiser
B	-0.15%	Forme V	Cruiser
C	-0.34%	Forme V	Transom

Figura 33: Serie SL – 7 – Influenza delle forme di prua e di poppa sulla resistenza



Modello	LCB
B	-0.15%
D	-0.16%
E	-2.76%

Figura 34: Serie SL - 7 – Influenza della posizione di LCB sulla resistenza



### 6.5.3 Modellazione della Serie SL -7

La modellazione della carena relativa al modello F è stata ottenuta a partire dal trasversale. L'immagine di quest'ultimo è stata importata nel CAD da lì si è passati alla ricostruzione delle curve. Queste poi sono state spostate nello spazio sfruttando i dati geometrici di cui si era in possesso. Una volta ottenute tutte le sezioni si è passati alla ricostruzione della superficie. La figura 35 mostra il modello 3D ottenuto.

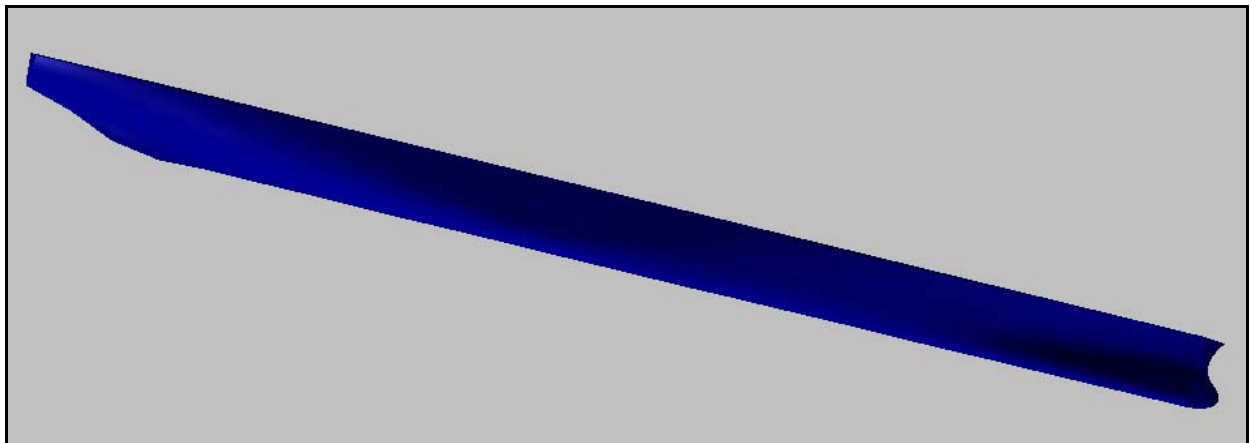


Figura 35: Serie SL - 7 – Modello 3D della Carena Madre

## 6.6 La Serie NPL

### *Introduzione*

Dati sulla resistenza di carene veloci a ginocchio rotondo ottenuti al National Physical Laboratori (NPL) erano già stati presentati da Bailey nel 1969. Lo scopo in quel periodo era di aggiungere informazioni alle poche conoscenze che c'erano allora per quel tipo di carene. Poiché la richiesta dell'industria era abbastanza grande gli studi si estesero per analizzare tutti i vari parametri in modo da capire il loro effetto sulla resistenza d'onda in mare calmo. Altri dati riguardanti la resistenza d'onda in mare calmo erano stati presentati ad esempio per la serie di Nordström e con la serie 64. Nessuno di questi dati però comprendeva il range in cui potevano collocarsi carene a ginocchio rotondo, i dati riguardanti la NPL avrebbero colmato questa lacuna.

### 6.6.2 *Descrizione Tecnica*

I modelli appartenenti a questa serie furono derivati da una forma di carena tipica a ginocchio rotondo caratterizzata da linee d'acqua d'entrata dritte, sezioni poppiere rotonde e longitudinali dritte che a poppa terminavano in modo acuto. Il centro di carena fu posto nel corpo poppiere, poiché questo era ritenuto vantaggioso da considerazioni fatte sulla resistenza. La carena madre è il modello 100A. Le dimensioni principali sono date in tabella 10. Il trasversale e il profilo della carena madre sono dati nelle figure 36, 37. I modelli derivati dalla carena madre ricoprono variazioni di  $L/B$  che vanno da 3.33 a 7.5 e variazioni di lunghezza su dislocamento  $M = L/\nabla$  da 4.47 a 8.3.

<b>NPL Methodical Series - Caratteristiche Principali</b>
---

<b>Carena Madre</b>	100 A
<b>Lunghezza al Galleggiamento</b>	2.54m
<b>Larghezza</b>	0.4064m
<b>Immersione</b>	0.140m
<b>Dislocamento</b>	57.33kg
<b>Coefficiente di Finezza Totale</b>	0.397
<b>Coefficiente di Finezza Prismatico</b>	0.693
<b>Coefficiente di Finezza della Sezione Maestra</b>	0.573
<b>Sezione Maestra</b>	40% da poppa
<b>Posizione Longitudunale del Centro di Carena (LCB)</b>	43.6% da poppa
<b>Angolo d'entrata di DWL</b>	11 gradi
<b>Angolo di Stellatura a Poppa</b>	12 gradi
<b>L / B</b>	6.25
<b>B / T</b>	2.9
<b>Numero di Froude</b>	6.59
<b>Numero di Froude a superficie bagnata</b>	7.17

Tabella 10: Serie NPL – Caratteristiche Principali

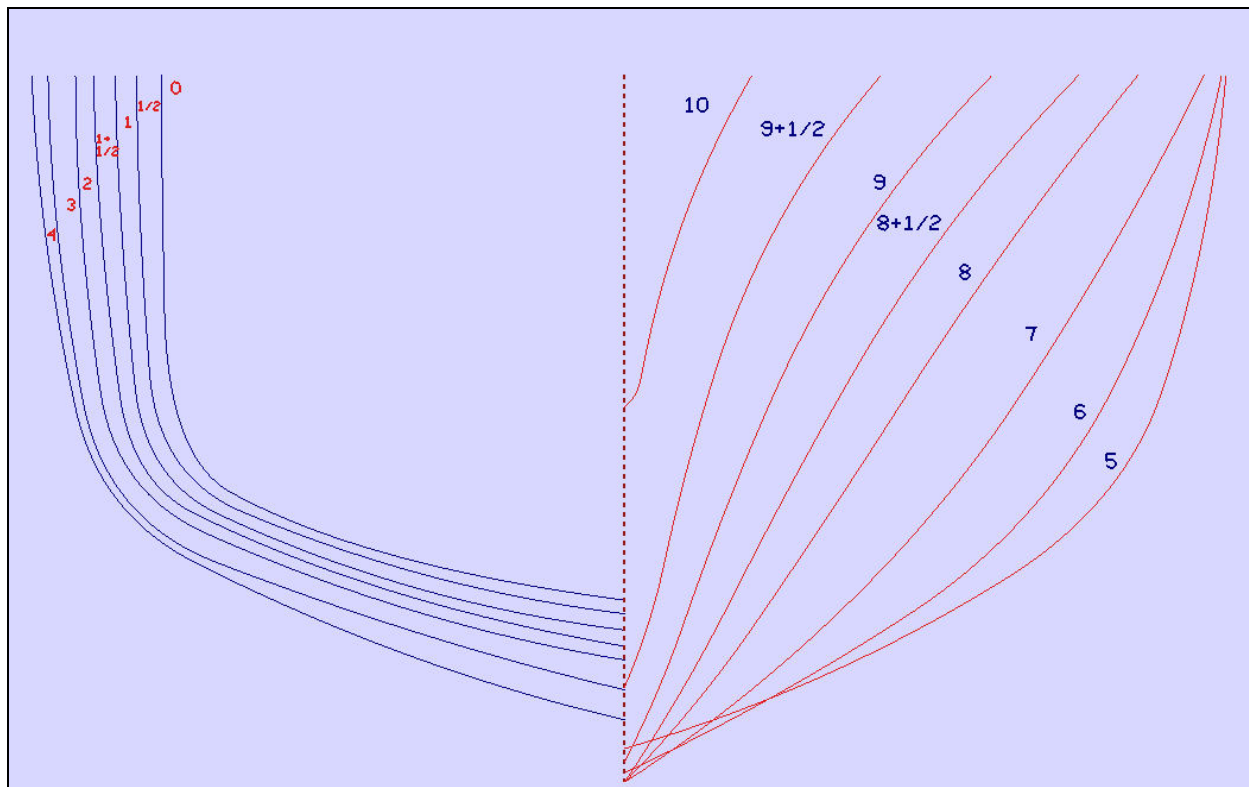
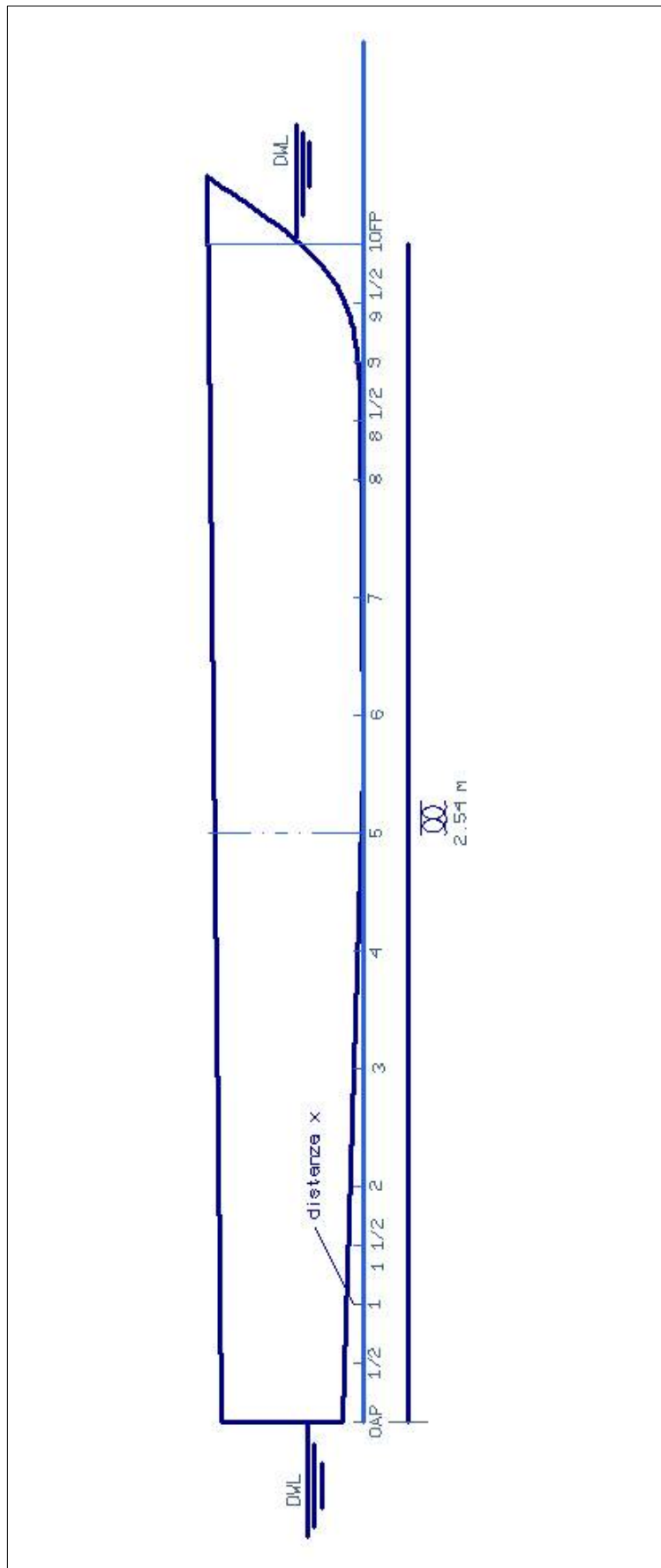


Figura 36: Serie NPL – Trasversale della carena madre



NPL CHIGLIA	
Stazioni	Distanza x (mm)
0	67
1/2	62
1	56
1 + 1/2	50
2	45
3	34
4	23
5	12.4
6	3.5
7	0
8	0
9	7.6
9 + 1/2	35
10	140

**Tabella 11: Serie NPL – Distanze della chiglia dalla linea di base**

**Figura 37: Serie NPL – Profilo della carena madre**

Cominciando dalla carena madre con  $L/B = 6.25$  furono ricavati tre modelli con lo stesso dislocamento ma più larghi aventi rispettivamente un rapporto  $L/B = 5.41$  (modello 100B),  $L/B = 4.54$  (modello 100C) e  $L/B = 3.33$  (modello 100D). Un quarto modello inoltre fu ricavato ma stavolta più stretto con un valore di  $L/B$  di 7.5 (modello 100Z). Quindi in tutto furono creati cinque modelli con lo stesso dislocamento ma con diverse larghezze. Per mantenere costante il dislocamento l'immersione di ogni modello fu modificata in base alla larghezza. Questi cinque modelli furono utilizzati per variare poi il valore di  $M$ , l'immersione di ogni modello a turno veniva aumentata o diminuita per derivare un ulteriore modello. Ad esempio dalla carena madre furono creati i modelli 50A con  $M = 8.3$ , 80A con  $M = 7.1$  e 150A con  $M = 5.76$  ognuno di questi aventi lo stesso  $L/B$ . In tutto furono creati 21 modelli dalla carena madre. Le variazioni geometriche introdotte riguardavano solo la larghezza e l'immersione. Quindi ogni modello manteneva costante la posizione di LCB e i coefficienti di finezza. I particolari di tutti i modelli sono dati nella tabella 12. Dai risultati ottenuti venne la curiosità di investigare circa gli effetti provocati dalla variazione di LCB. Altri 10 modelli furono prodotti ognuno dei quali derivante da un particolare modello della serie. Le dimensioni principali rimasero le stesse e la nuova posizione di LCB fu ottenuta variando la curva delle aree con il metodo dello swinging. Per esempio nel modello 80Z il valore di LCB fu portato dal 6.4% al 2% verso poppa e il nuovo modello fu nominato 80Z (1). I particolari di questi altri modelli sono dati nella tabella 13. La variazione di LCB provata nei nuovi modelli ricopriva un range che andava dal 2% al 5.2% a poppa del mezzo. Il range di  $M$  invece andava da 5.23% a 7.1%. I risultati delle analisi evidenziarono che non c'erano vantaggi nell'adottare una posizione di LCB più avanti di quella adottata nella serie del 6.4% a poppa del mezzo. La posizione ottimale di LCB fu trovata al 6% a poppa del mezzo e in molti casi si trovò un aumento della resistenza per valori di LCB più avanti del 4% a poppa del mezzo. La superficie bagnata inoltre rimaneva pressoché invariata al variare di LCB.

<b>NPL Methodical Series</b>								
<b>Model Number</b>	<b>Lenght on DWL,L (m)</b>	<b>Beam on DWL,B (m)</b>	<b>Draught of DWL,T (m)</b>	<b>Displacement (kg)</b>	<b>L / B</b>	<b>B / T</b>	<b>M</b>	<b>LCB % L aft</b>
50Z	2.54	0.338	0.084	28.67	7.5	4.02	8.3	6.4
50A	2.54	0.406	0.07	28.67	6.25	5.8	8.3	6.4
80Z	2.54	0.338	0.134	45.86	7.5	2.51	7.1	6.4
80A	2.54	0.406	0.112	45.86	6.25	3.63	7.1	6.4
80B	2.54	0.47	0.097	45.86	5.41	4.86	7.1	6.4
80C	2.54	0.559	0.081	45.86	4.54	6.87	7.1	6.4
100Z	2.54	0.338	0.168	57.33	7.5	2.01	6.59	6.4
<b>100A Parent</b>	<b>2.54</b>	<b>0.406</b>	<b>0.14</b>	<b>57.33</b>	<b>6.25</b>	<b>2.9</b>	<b>6.59</b>	<b>6.4</b>
100B	2.54	0.47	0.121	57.33	5.41	3.88	6.59	6.4
100C	2.54	0.559	0.102	57.33	4.54	5.49	6.59	6.4
100D	2.54	0.762	0.075	57.33	3.33	10.21	6.59	6.4
150A	2.54	0.406	0.21	86	6.25	1.93	5.76	6.4
150B	2.54	0.47	0.181	86	5.41	2.59	5.76	6.4
150C	2.54	0.559	0.152	86	4.54	3.67	5.76	6.4
150D	2.54	0.762	0.112	86	3.33	6.8	5.76	6.4
200B	2.54	0.47	0.242	114.66	5.41	1.94	5.23	6.4
200C	2.54	0.559	0.204	114.66	4.54	2.75	5.23	6.4
200D	2.54	0.762	0.149	114.66	3.33	5.1	5.23	6.4
250C	2.54	0.559	0.254	143.33	4.54	2.19	4.86	6.4
250D	2.54	0.762	0.187	143.33	3.33	4.08	4.86	6.4
320C	2.54	0.559	0.326	183.46	4.54	1.72	4.47	6.4
320D	2.54	0.762	0.239	183.46	3.33	3.19	4.47	6.4

Tabella 12: Serie NPL - Dettagli dei modelli della serie

## NPL Methodical Series - Studio sulla variazione di LCB

Model Number	Lenght on DWL,L	Beam on DWL,B	Draught of DWL,T	Displacement	L / B	B / T	M	LCB
	(m)	(m)	(m)	(kg)				% L aft
80Z (1)	2.54	0.338	0.134	45.86	7.5	2.51	7.1	2.0
80Z (2)	2.54	0.338	0.134	45.86	7.5	2.51	7.1	3.8
80Z (3)	2.54	0.338	0.134	45.86	7.5	2.51	7.1	5.2
150B (1)	2.54	0.47	0.181	86.0	5.41	2.59	5.76	2.0
150C (1)	2.54	0.559	0.152	86.0	4.54	3.67	5.76	2.0
150C (2)	2.54	0.559	0.152	86.0	4.54	3.67	5.76	3.8
200B (1)	2.54	0.47	0.242	114.66	5.41	1.94	5.23	2.0
200B (2)	2.54	0.47	0.242	114.66	5.41	1.94	5.23	3.8
200C (1)	2.54	0.559	0.204	114.66	4.54	2.75	5.23	2.0
200C (2)	2.54	0.559	0.204	114.66	4.54	2.75	5.23	3.8

Tabella 13: Serie NPL - Studio sulla variazione di LCB, nuovi dieci modelli

### 6.6.3 Modellazione della Serie NPL

Partendo dal quadro delle semilarghezze che si aveva a disposizione per la carena madre si è creata la nuvola di punti che è stata immessa in un software CAD per la ricostruzione prima delle curve e poi delle superfici. Qualunque altra carena di questa serie sistematica può essere ottenuta per simmetria da quella madre. Il modello 3D della carena madre si può vedere in figura 38, mentre la figura 39 mostra una carena ottenuta a partire da una della serie NPL.

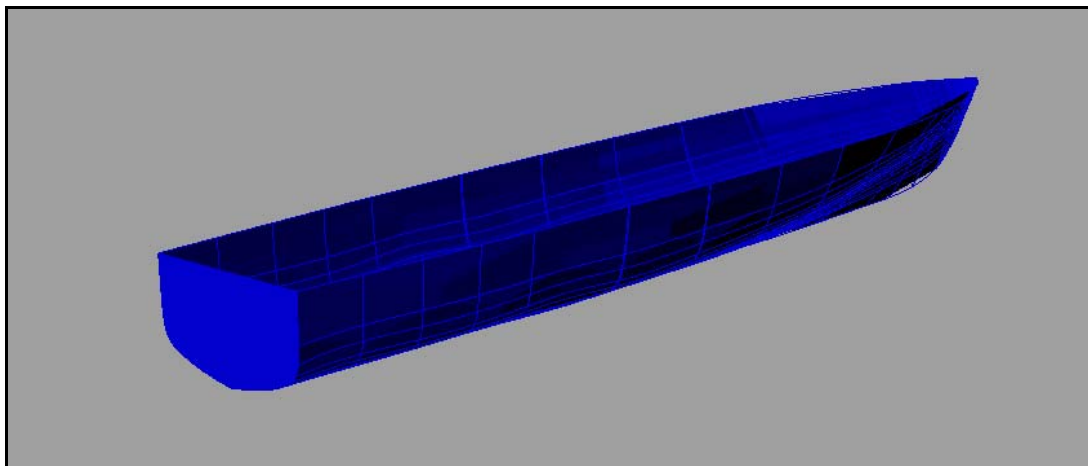


Figura 38: Serie NPL – Modello 3D della carena madre

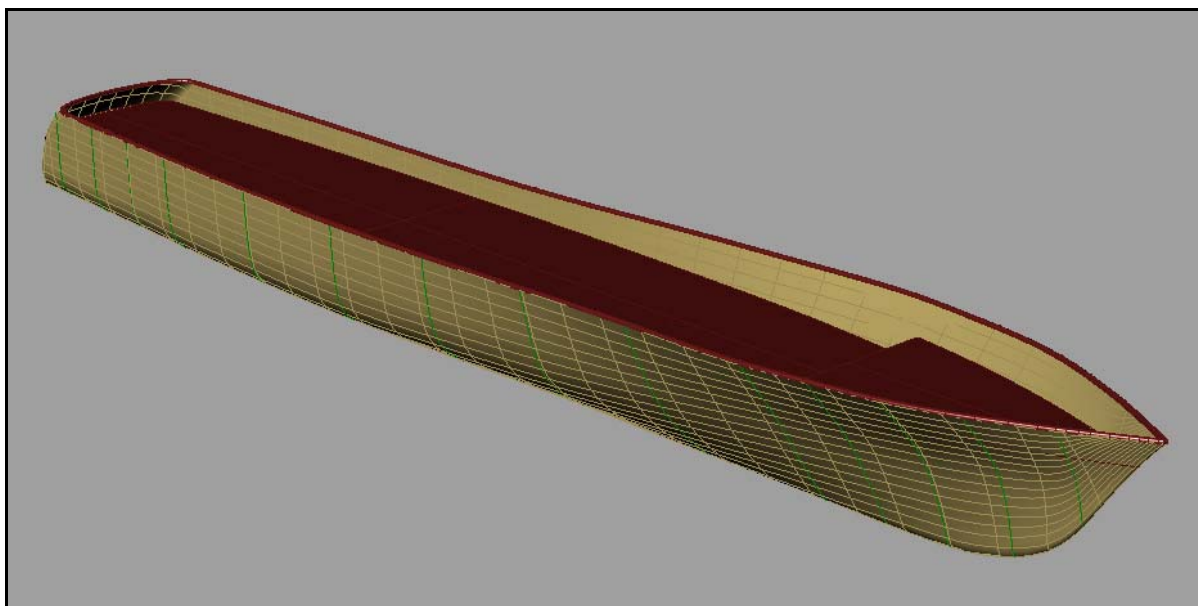


Figura 39: Serie NPL – Modello 3D di una possibile variazione della serie



## 6.7 *La Serie 62*

### *Introduzione*

La serie 62 prende origine dalla serie 50 e dai risultati sulla resistenza ottenuti per questa serie. Si partì quindi dai seguenti particolari:

- ✓ L'angolo di rialzamento dal fondo doveva essere sufficientemente alto, fu scelto come valore  $12.5^\circ$ .
- ✓ La parte poppiera di carene immersa doveva avere un angolo di rialzamento dal fondo costante in modo che l'area planante ad alta velocità non fosse compromessa.
- ✓ La poppa doveva essere stretta con la larghezza del transom del 65% della massima larghezza.
- ✓ Le sezioni di poppa dovevano essere convesse.

Le curve della nuova carena furono quindi sviluppate sulla base di questi particolari. I test fatti su questa carena mostrarono che si aveva un resistenza minore di ogni altra carena planante provata al Model Basin prima di allora, da questo punto di vista si era sicuri allora di aver costruito una buona carena madre per una nuova serie sistematica.

### 6.7.2 *Descrizione Tecnica*

A partire da questa carena, tuttavia si scelse di fare una modifica. La forma di carena iniziale infatti era troppo chiusa per essere fatta interamente da superfici sviluppabili. Di conseguenza, la chiglia, gli spigoli e l'insellatura della forma originale fu mantenuta e furono fatti i cambiamenti necessari per ottenere una forma di carena che fosse interamente sviluppabile. Il nuovo modello quindi fu

assunto come carena madre. Le figure 40 e 41 mostrano i trasversali della carena originale e di quella modificata. La figura mostra che la convessità delle sezioni di prua fu ridotta per ottenere superfici sviluppabili. Inoltre il fatto di avere delle superfici sviluppabili offre enormi vantaggi dal punto di vista economico, infatti la costruzione di una tale carena risulta molto più semplice. Le curve caratteristiche di questa carena sono mostrate i figura 42.

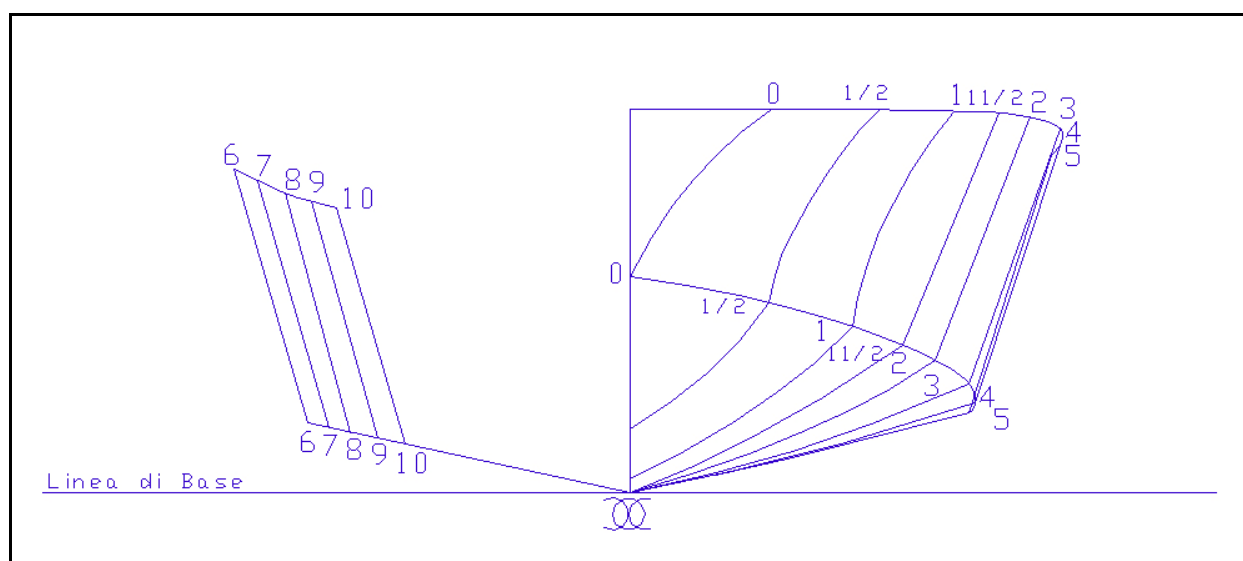


Figura 40: Serie 62 – Trasversale della carena originale

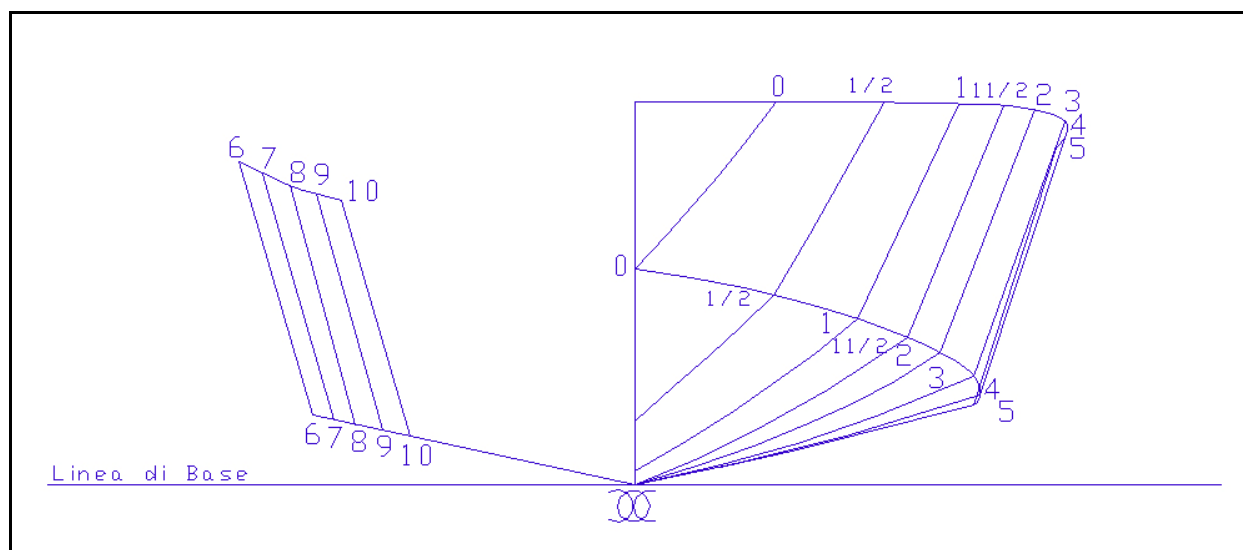


Figura 41: Serie 62 – Trasversale della carena modificata, carena madre della serie

<b>Serie 62 - Caratteristiche Principali</b>					
<b>Particolari</b>	<b>4665</b>	<b>4666</b>	<b>4667-1</b>	<b>4668</b>	<b>4669</b>
<b>A<sub>P</sub> (ft<sup>2</sup>)</b>	6.469	9.715	12.800	9.518	7.479
<b>L<sub>P</sub> (ft)</b>	3.912	5.987	8	8	8
<b>B<sub>PA</sub>(ft)</b>	1.654	1.623	1.6	1.19	0.935
<b>B<sub>PX</sub>(ft)</b>	1.956	1.956	1.956	1.455	1.143
<b>B<sub>PT</sub>(ft)</b>	1.565	1.386	1.25	0.934	0.734
<b>L<sub>P</sub> / B<sub>PA</sub></b>	2.365	3.69	5	6.72	8.56
<b>L<sub>P</sub> / B<sub>PX</sub></b>	2	3.06	4.09	5.5	7
<b>B<sub>PX</sub> / B<sub>PA</sub></b>	1.18	1.21	1.22	1.22	1.22
<b>B<sub>PT</sub> / B<sub>PX</sub></b>	0.8	0.71	0.64	0.64	0.64
<b>Centro di Ap in % di Lp a prua del transom</b>	47.5	48.2	48.8	48.8	48.8
<b>Semiangolo di chiusura dello spigolo di poppa</b>	5	5	5	3.7	2.9
<b>Angolo di rialzamento del fondo sullo specchio di poppa</b>	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5

Tabella 14: Serie 62 - Caratteristiche Principali

Da studi precedenti si era a conoscenza del fatto che principalmente tre parametri influenzano le performance delle carene plananti questi sono il rapporto L/B, il rapporto tra le dimensioni della carena e il peso lordo e la posizione del centro di carena. Nel caso di questa serie il rapporto L/B è definito come il rapporto tra L<sub>p</sub> e B<sub>px</sub>. La relazione tra le dimensioni della carena e il peso lordo è espresso dal rapporto adimensionalizzato di A<sub>p</sub> su  $\nabla^{2/3}$ . Se si confrontano due carene con differenti valori di L/B ma con lo stesso rapporto di A<sub>p</sub> su  $\nabla^{2/3}$  allora il confronto sarà tra quanto sono vicini i valori dell'area di carena, del volume e del peso dello scafo. Questa serie fu progettata in modo da studiare in maniera sistematica gli effetti delle variazioni delle tre variabili sopra menzionate. Questo poteva essere fatto in maniera piuttosto economica infatti era possibile studiare gli effetti di variazione del carico e di LCG con un solo modello. Solo per esaminare gli effetti di variazione del rapporto L/B si necessitava di modelli diversi. Per le analisi sul rapporto L/B furono costruiti cinque modelli 4665, 4666, 4667-1, 4668 e 4669. La vista in pianta dei vari modelli è data in figura 43.

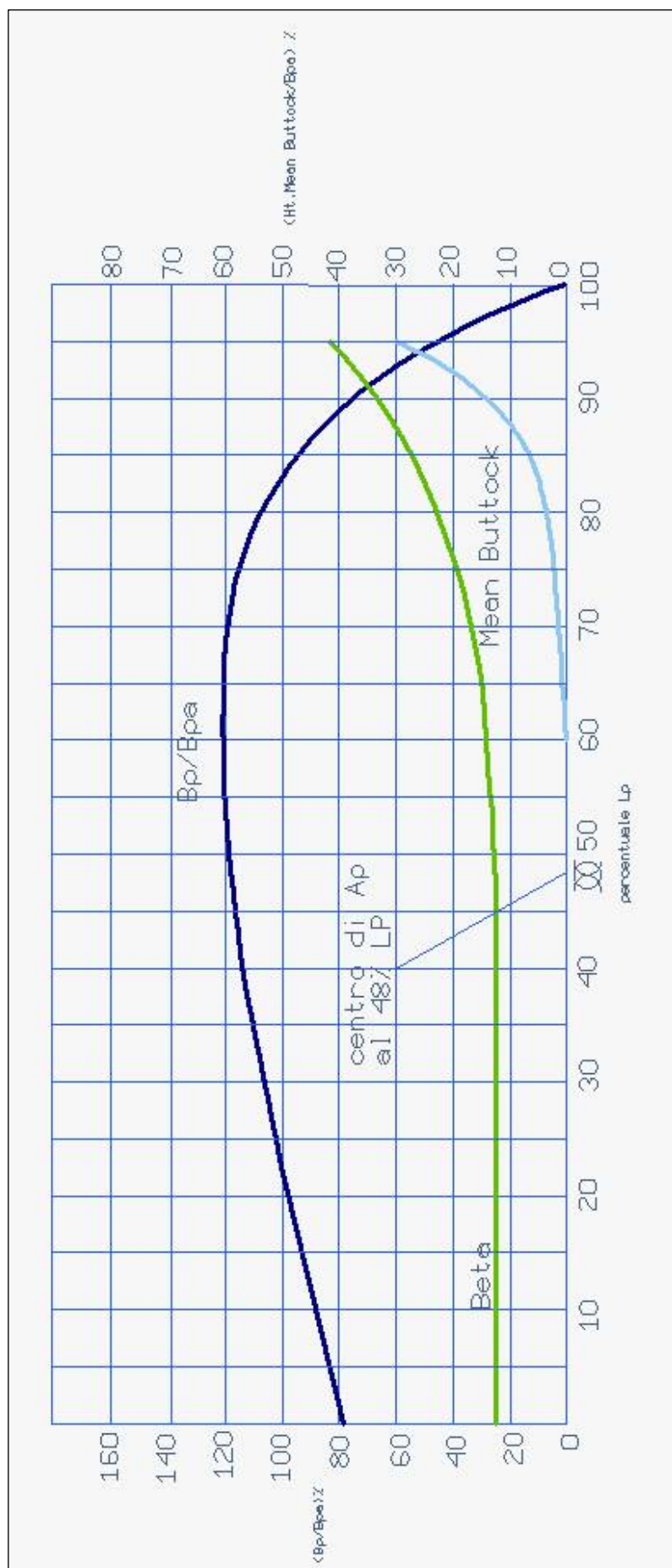


Figura 42: Serie 62 – Curve Caratteristiche della carena madre

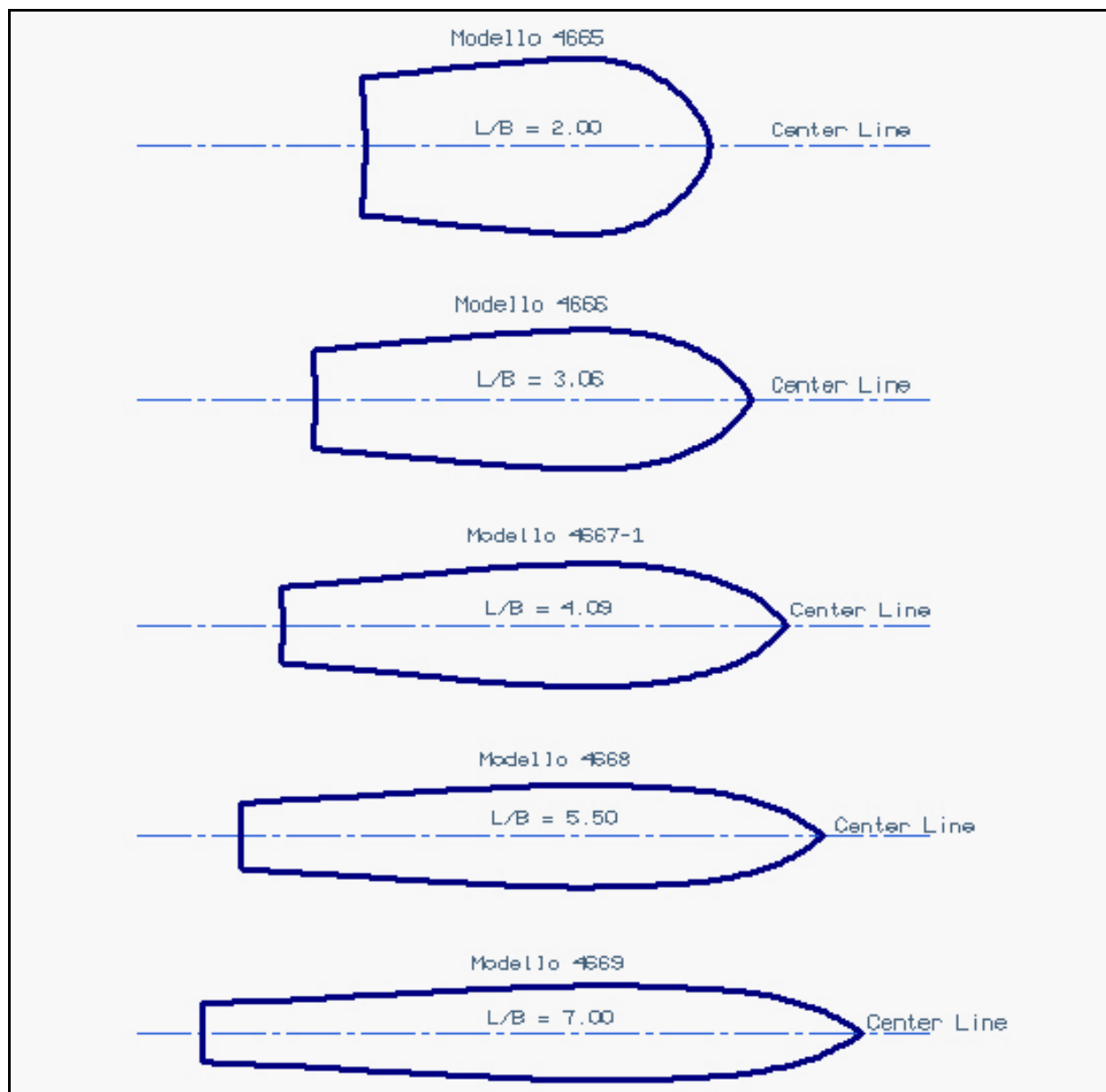


Figura 43: Serie 62 – Vista in pianta dei cinque modelli

Tutti i particolari di questi modelli si possono osservare in tabella 14. Come si può vedere i valori di  $L/B$  esaminato corrispondono a 2, 3.06, 4.09, 5.5 e 7. I modelli estremi sono fuori dalle misure solitamente utilizzate, ma scopo degli studi fatti in questa serie sistematica era di indagare su forme nuove e insolite. I trasversali dei cinque modelli sono identici tranne che per piccole variazioni nel corpo poppiero nei modelli aventi rapporti di  $L/B$  pari a 2 e 3.06. Essenzialmente i quattro modelli della serie sono stati derivati da quella madre mantenendo la stessa forma del trasversale ma variando lo spazio tra le ordinate e la grandezza del trasversale per

ottenere i diversi rapporti di L/B. I profili di poppa e di prua si possono vedere nelle figure 44-a-b-c-d-e.

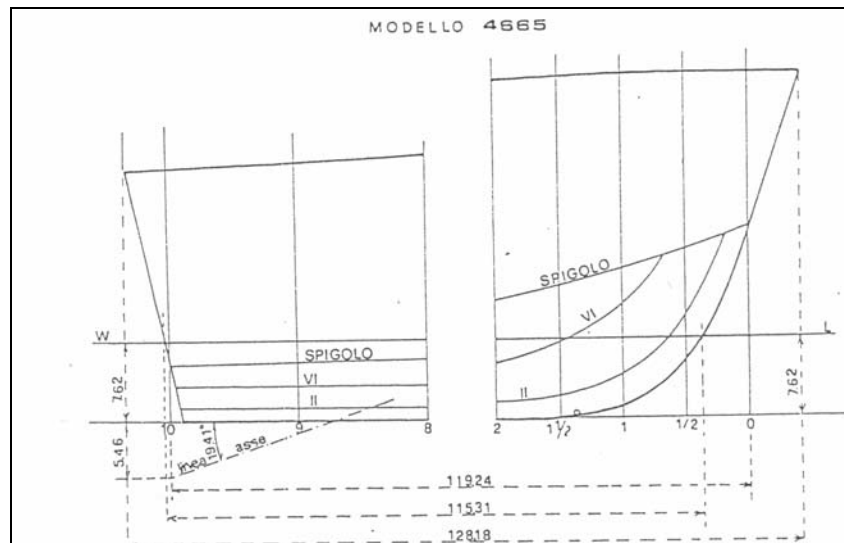


Figura 44-a: Serie 62 – Profilo modello 4665

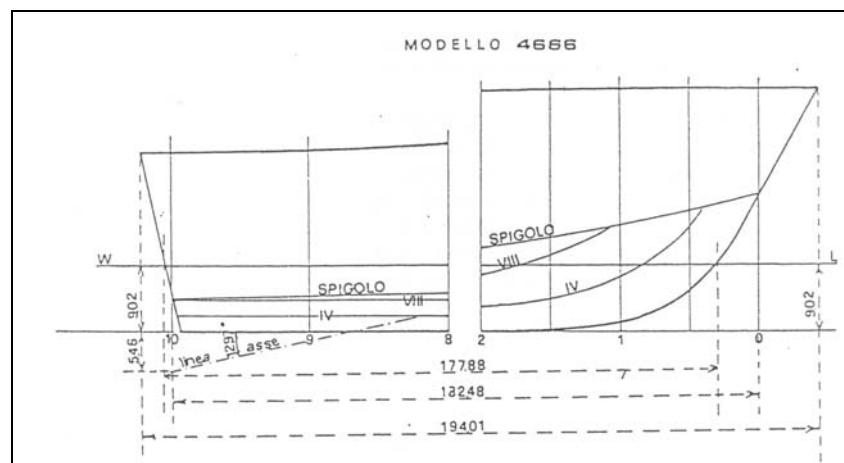


Figura 44-b: Serie 62 – Profilo modello 4666

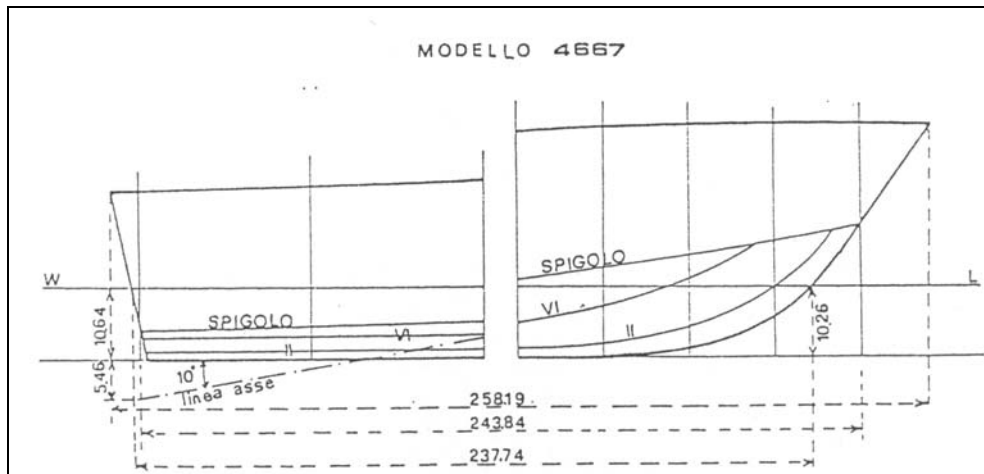


Figura 44-c: Serie 62 – Profilo modello 4667

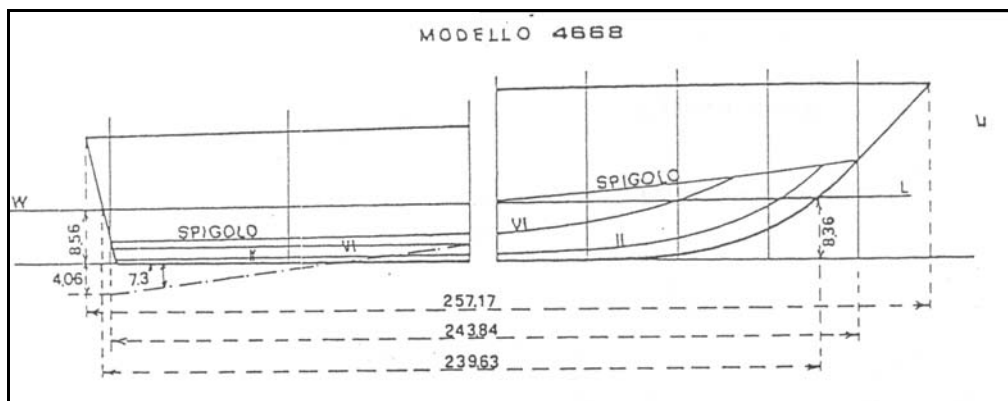


Figura 44-d: Serie 62 – Profilo modello 4668

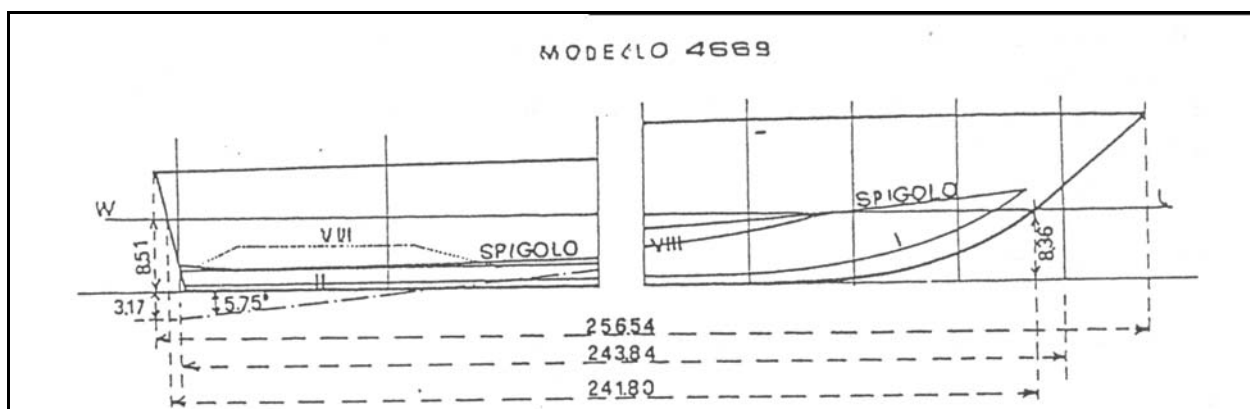


Figura 44-e: Serie 62 – Profilo modello 4669

Il galleggiamento per ogni modello corrisponde allo standard TMB per carena plananti. Nei modelli 4667-1, 4668 e 4669 è lunga 8 ft. Nei modelli 4665 e 4666 è lunga 4 e 6 ft rispettivamente.

### **6.7.3**    *Modellazione della Serie 62*

Per la modellazione della serie 62 si rimanda al § 4.3.1.



## 6.8 La Serie 62 – Angolo di Rialzamento dal Fondo di 25°

### *Introduzione*

Nel 1963 Clement e Blount avevano presentato i risultati riguardante una serie sistematica di carene generalmente conosciuta come serie 62 o serie di Clement. Gli studi riguardavano l'influenza di diversi parametri come L/B, la posizione di LCG e il dislocamento sulle performance delle carene, ma l'angolo di rialzamento dal fondo era di 12.5°. Questi dati furono utilizzati per molto tempo dai progettisti per calcolare le performance di carene plananti. Nei decenni successivi crebbe l'interesse per le barche plananti utilizzate come barche pilota, guardia costiera, barche da lavoro e piccole navi in genere. Di conseguenza le proprietà di tenuta al mare divennero sempre più importanti e uno dei metodi per migliorare il comportamento della carena in mare era aumentare l'angolo di rialzamento dal fondo. Questo infatti aveva una grande influenza sulla resistenza. Per questo motivo nacque una serie sistematica simile a quella di Clement ma con un angolo di rialzamento dal fondo di 25 gradi.

### 6.8.2 *Descrizione Tecnica*

L'influenza dell'angolo di rialzamento del fondo di una carena planante sulla resistenza e sulla tenuta al mare furono investigati da J.J. van den Bosh. Questi confrontò la serie 62 originale con quella modificata con l'angolo di 25°. Tutte le altre dimensioni furono lasciate invariate per quanto possibile. Da test fatti in acqua calma così come in mare agitato si osservò che l'incremento dell'angolo di rialzamento dal fondo dava considerevoli vantaggi nella tenuta al mare al costo di un piccolo aumento della resistenza. La diminuzione delle accelerazioni verticali sembrava invece significativa.

Una serie sistematica di cinque modelli con diversi valori di L/B fu utilizzata per i test. La carena madre della nuova serie fu sviluppata a partire dalla serie di Clement aumentando l'angolo di rialzamento dal fondo da 12.5° a 25° ma tenendo le altre grandezze il più possibile uguali. Da questa carena madre furono sviluppati quattro modelli utilizzando la tecnica di trasformazione di Versluis. Le variazioni nella carena di 25° rispetto a quella di 12.5° furono le seguenti:

- la lunghezza della chiglia, il rapporto  $B_p/B_{pa}$  rimasero invariate
- la linea di chiglia fu lasciata la stessa tranne che per l'ordinata 16 a prua che fu leggermente alzata
- l'angolo di rialzamento dal fondo fu portato da 12.5° a 25°. La lunghezza della parte prismatica della carena fu lasciata invariata
- la carena era costituita interamente da superfici sviluppabili così come la serie di Clement

I piani di costruzione delle carene madri sono messi a confronto nella figura 45. I particolari delle due carene madri si possono vedere nella tabella 15. Dalla carena madre come detto furono sviluppati altri modelli per un totale di cinque modelli variando il rapporto L/B utilizzando le trasformazioni di Versluis. Questa tecnica utilizza funzioni lineari per trasformare la larghezza, l'altezza delle ordinate e lo spazio tra esse per sviluppare un nuovo piano di costruzione di dimensioni predeterminate.

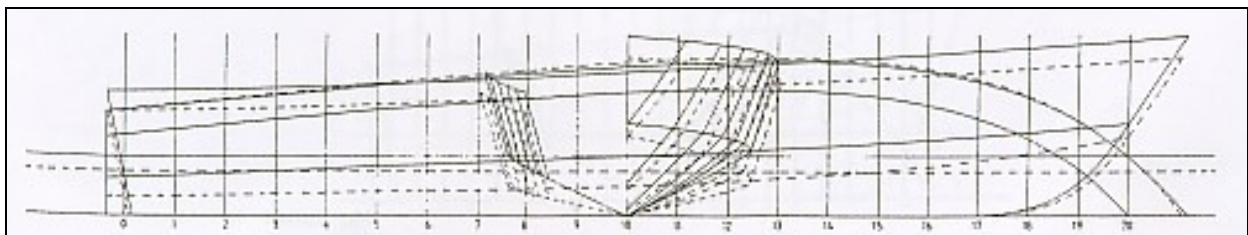


Figura 45: Serie 62 angolo 25° – Confronto tra le carene madri

### Confronto tra la Serie 62 originale e quella modificata

	<b>Modello modificato</b>	<b>Modello Clement</b>
<b>Angolo di rilzamento del fondo sullo specchio di poppa</b>	25 °	12.5°
<b>L<sub>P</sub> (ft)</b>	1.500 m	2.436 m
<b>B<sub>PA</sub>(ft)</b>	0.300 m	0.487 m
<b>B<sub>PX</sub>(ft)</b>	0.367 m	0.596 m
<b>B<sub>PT</sub>(ft)</b>	0.235 m	0.381 m
<b>L<sub>P</sub> / B<sub>PA</sub></b>	5.00	5.00
<b>L<sub>P</sub> / B<sub>PX</sub></b>	4.087	4.09
<b>B<sub>PX</sub> / B<sub>PA</sub></b>	1.2200	1.220
<b>B<sub>PT</sub> / B<sub>PX</sub></b>	0.64	0.640
<b>Centro di Ap in % di L<sub>p</sub> a prua del transom</b>	48.8%	48.8%

Tabella 15: Serie 62 angolo 25° - Confronto tra le serie

Alcune modifiche furono fatte al corpo poppiero per i modelli con rapporti alti di lunghezza/larghezza cioè 2.00 e 3.06 allo stesso modo in cui Clement aveva fatto con la serie originale. I piani di costruzione delle cinque carene si possono vedere in figura 46, mentre i particolari geometrici delle carene sono dati in tabella 16.

<b>Serie 62 Modificata - Caratteristiche Principali</b>					
<b>Particolari</b>	<b>186</b>	<b>187</b>	<b>188</b>	<b>189</b>	<b>190</b>
<b>A<sub>P</sub> (dm<sup>2</sup>)</b>	42.9670	42.7700	45.0000	33.4700	26.2800
<b>L<sub>P</sub> (dm)</b>	10.0	12.5	15.0	15.0	15.0
<b>B<sub>PA</sub>(dm)</b>	4.2967	3.4216	3.0000	2.2300	1.752
<b>B<sub>PX</sub> (dm)</b>	5.00	4.08	3.67	2.73	2.14
<b>B<sub>PT</sub> (dm)</b>	4.00	2.900	2.350	1.750	1.374
<b>L<sub>P</sub> / B<sub>PA</sub></b>	2.372	3.653	5.000	6.726	8.560
<b>L<sub>P</sub> / B<sub>PX</sub></b>	2.00	3.064	4.087	5.494	7.010
<b>B<sub>PX</sub> / B<sub>PA</sub></b>	1.1637	1.1920	1.2200	1.2200	1.2200
<b>B<sub>PT</sub> / B<sub>PX</sub></b>	0.80	0.7108	0.6400	0.6400	0.6420
<b>Centro di Ap in % di L<sub>p</sub> a prua del transom</b>	47.1130	47.8792	48.8000	48.8000	48.8000

Tabella 16: Serie 62 angolo 25° - Caratteristiche Principali

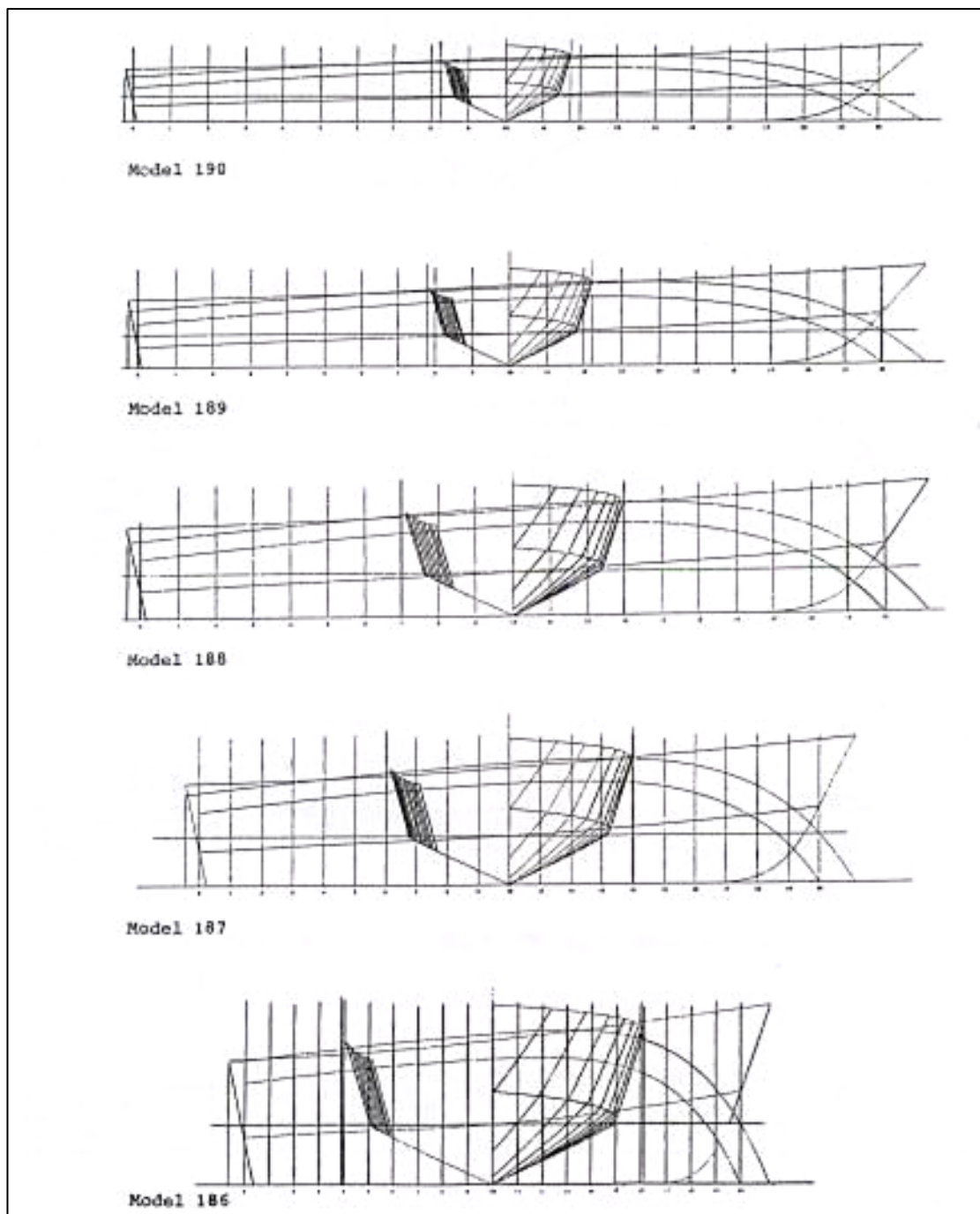


Figura 46: Serie 62 angolo 25° – Piani di costruzione dei cinque modelli

### 6.8.3 Modellazione della Serie 62 con angolo di $25^\circ$

Per la modellazione della serie 62 con angolo di rialzamento dal fondo di  $25^\circ$  si è applicata la stessa procedura utilizzata per la serie originaria di Clement. Le figure 47a-b-c-d-e rappresentano i modelli 3D delle varie carene mentre la figura 48 li mostra a confronto.

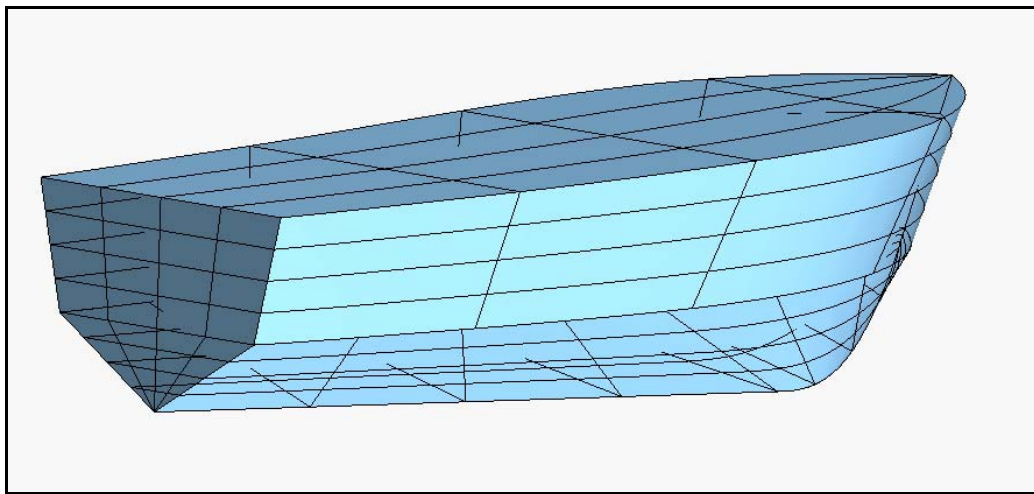


Figura 47-a: Serie 62 angolo  $25^\circ$  – Modello 3D carena 186

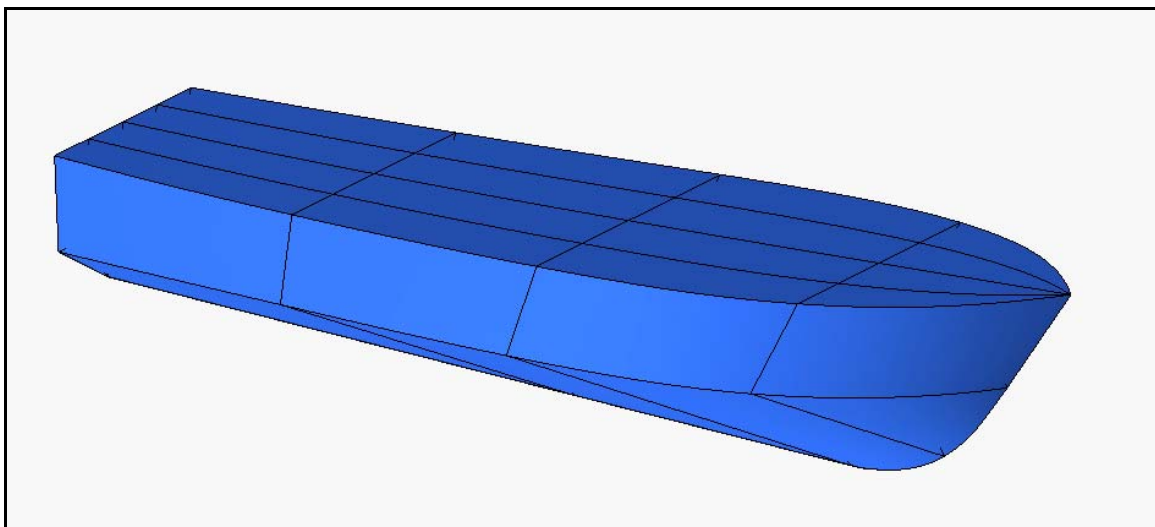


Figura 47-b: Serie 62 angolo  $25^\circ$  – Modello 3D carena 187

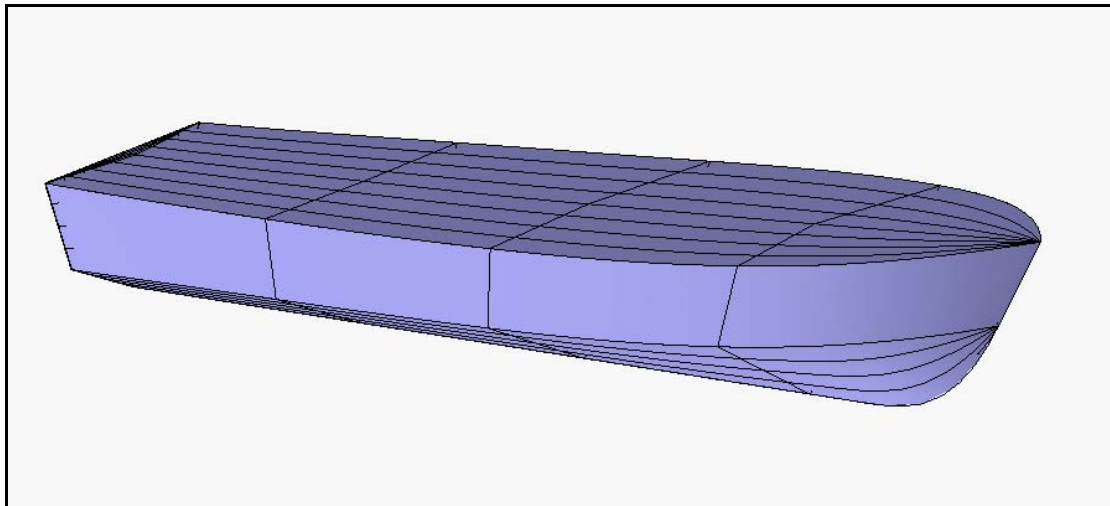


Figura 47-c: Serie 62 angolo 25° – Modello 3D carena 188

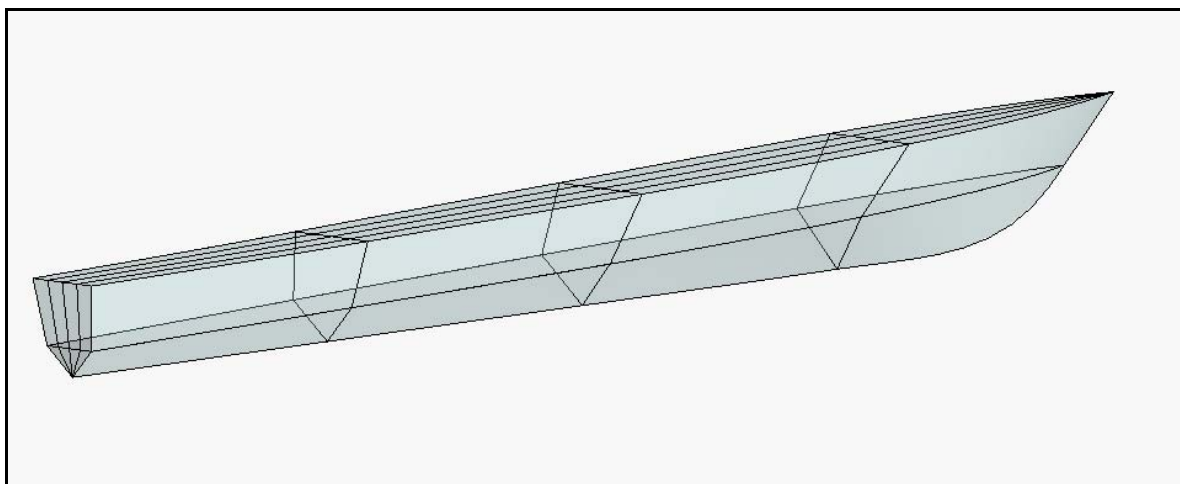


Figura 47-d: Serie 62 angolo 25° – Modello 3D carena 189

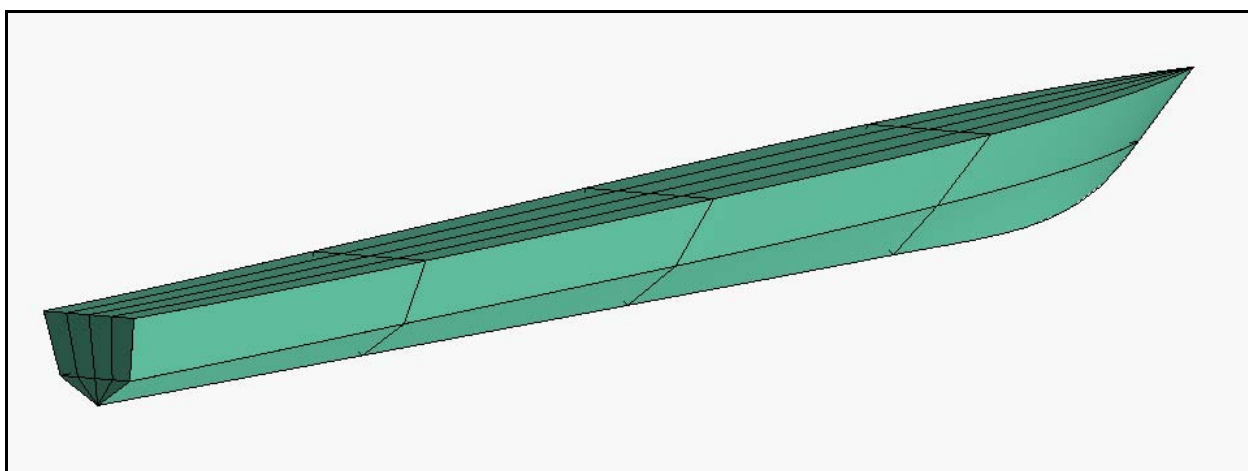


Figura 47-e: Serie 62 angolo 25° – Modello 3D carena 190

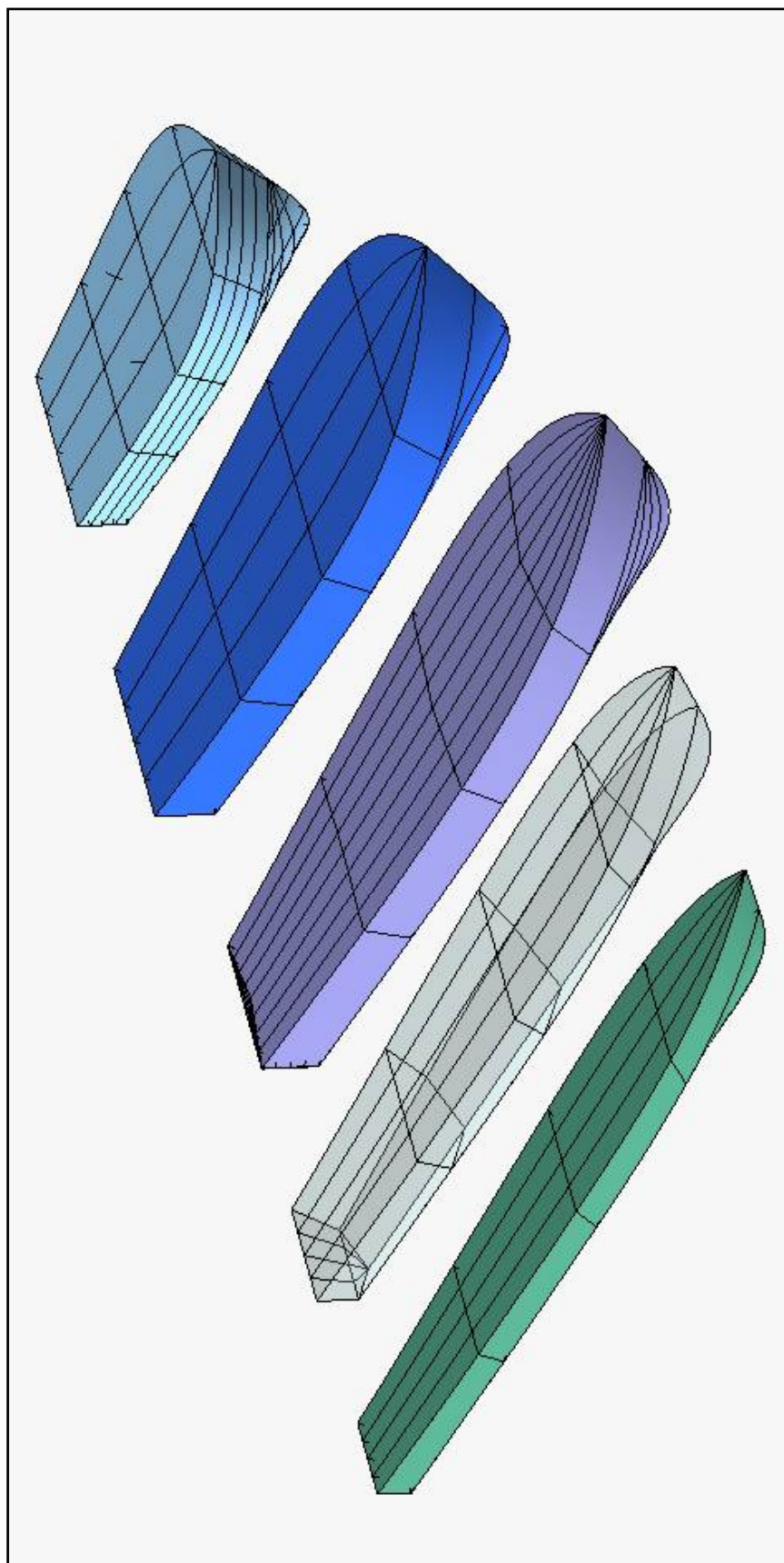


Figura 48 – Serie 62 angolo 25°: Modelli Carene Madri

## 6.9 La Serie 62 – Angolo di Rialzamento dal Fondo di 30°

### *Introduzione*

Nel 1963 Clement presentò i risultati riguardanti una serie sistematica di carene plananti meglio conosciute come Serie 62 o serie di Clement. I modelli avevano un angolo di rialzamento dal fondo di 12.5°. Volendo avere migliori prestazioni di tenuta al mare si pensò di aumentare quest'angolo sebbene questo comportasse un aumento della resistenza. Proprio per dare maggiore risalto a questo rapporto tra resistenza e tenuta al mare nel 1982 Keuning e Gerritsma pubblicarono i risultati di una serie sistematica di carene plananti simile a quella di Clement ma con angolo di rialzamento dal fondo più alto pari cioè a 25°. I risultati mostrarono che l'aumento della resistenza era maggiore per rapporti L/B bassi e indipendente dai parametri. I modelli di questa serie presentavano variazioni simili nei parametri a quelli della serie 62 di Clement e la carena madre era del tutto simile. In aggiunta a questi modelli una nuova carena madre con angolo di rialzamento dal fondo di 30° fu sviluppata e testata alla stessa maniera.

### 6.9.2 *Descrizione Tecnica*

Come per la serie 62 con angolosità 25° anche in questo caso per sviluppare la carena madre si partì dalla serie di Clement. Per ottenere una carena abbastanza simile i seguenti parametri furono mantenuti costanti:

- ✓ Lunghezza della chiglia
- ✓ Massima larghezza sulla chiglia e la proiezione verticale della chiglia
- ✓ Proiezione verticale della linea del ponte
- ✓ La linea di chiglia tranne che per l'ordinata 16 a prua



- ✓ La lunghezza della parte prismatica di carena

Tutti i modelli anche in questo caso erano fatti interamente di superfici sviluppabili così come la serie di Clement. I particolari di tutte le variazioni della serie 62 sono dati in tabella 17.

### Particolari Serie 62 - angoli 12.5°, 25°, 30°

Angolo di rialzamento del fondo sullo specchio di poppa	30°	25°	12.5°
$L_P$ (m)	1.5 m	1.5	2.436 m
$B_{PA}$ (m)	0.3 m	0.3 m	0.487 m
$B_{PX}$ (m)	0.367 m	0.367 m	0.596 m
$B_{PT}$ (m)	0.235 m	0.235 m	0.381 m
$L_P / B_{PA}$	5.00	5.00	5.00
$L_P / B_{PX}$	4.087	4.087	4.09
$B_{PX} / B_{PA}$	1.22	1.220	1.220
$B_{PT} / B_{PX}$	0.64	0.64	0.46
Centro di Ap in % di $L_p$ a prua del transom	48.8%	48.8%	48.8%

Tabella 17: Serie 62 angolo 30° – Confronto per i rialzamenti dal fondo

Il piano di costruzione della carena madre della serie è dato in figura 49. Dalle carene madri furono sviluppati diverse altre carene con differenti rapporti di L/B. Per le carene madri delle serie con angoli di 25° e 30° questo fu fatto con la tecnica di Versluis. Tutte le carene sviluppate per i vari angoli di rialzamento dal fondo con i vari rapporti di L/B sono dati in tabella 18. Il modello con L/B pari a 3.41 e angolo di 30° fu modificato alla stessa maniera della serie di Clement. Questo fu fatto per ottenere un modello che fosse più attuale con un basso rapporto di L/B e che avesse un maggiore volume a poppa. Le immagini dei piani di costruzione dei tre modelli corrispondenti alle variazioni di L/B sono date in figura 50.

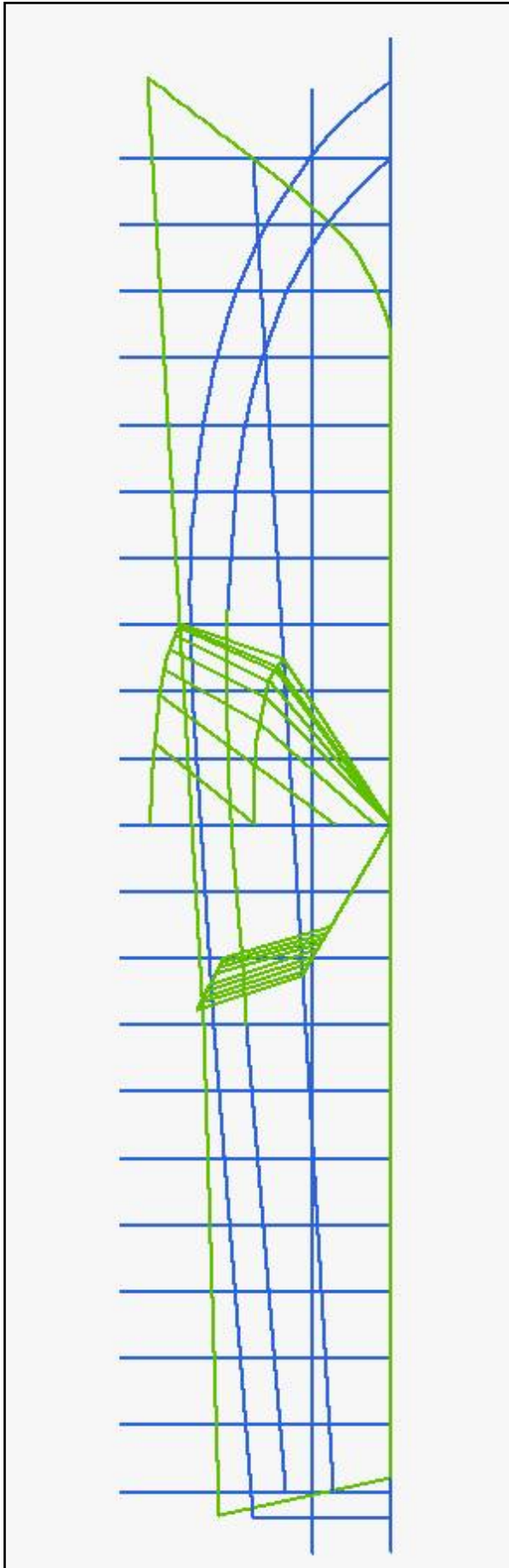


Figura 49 – Serie 62 angolo 30°: Piano di Costruzione della Carena Madre

### Particolari Serie 62 - angoli 12.5°, 25°, 30°

Angolo di rialzamento del fondo sullo specchio di poppa	$L_P / B_{PX}$				
30°		3.41	4.09	5.50	7.00
25°	2.00	3.06	4.09	5.50	7.00
12.5°	2.00	3.06	4.09	5.50	7.00

Tabella 18: Serie 62 angolo 30° – Confronto per i vari rapporti di L/B

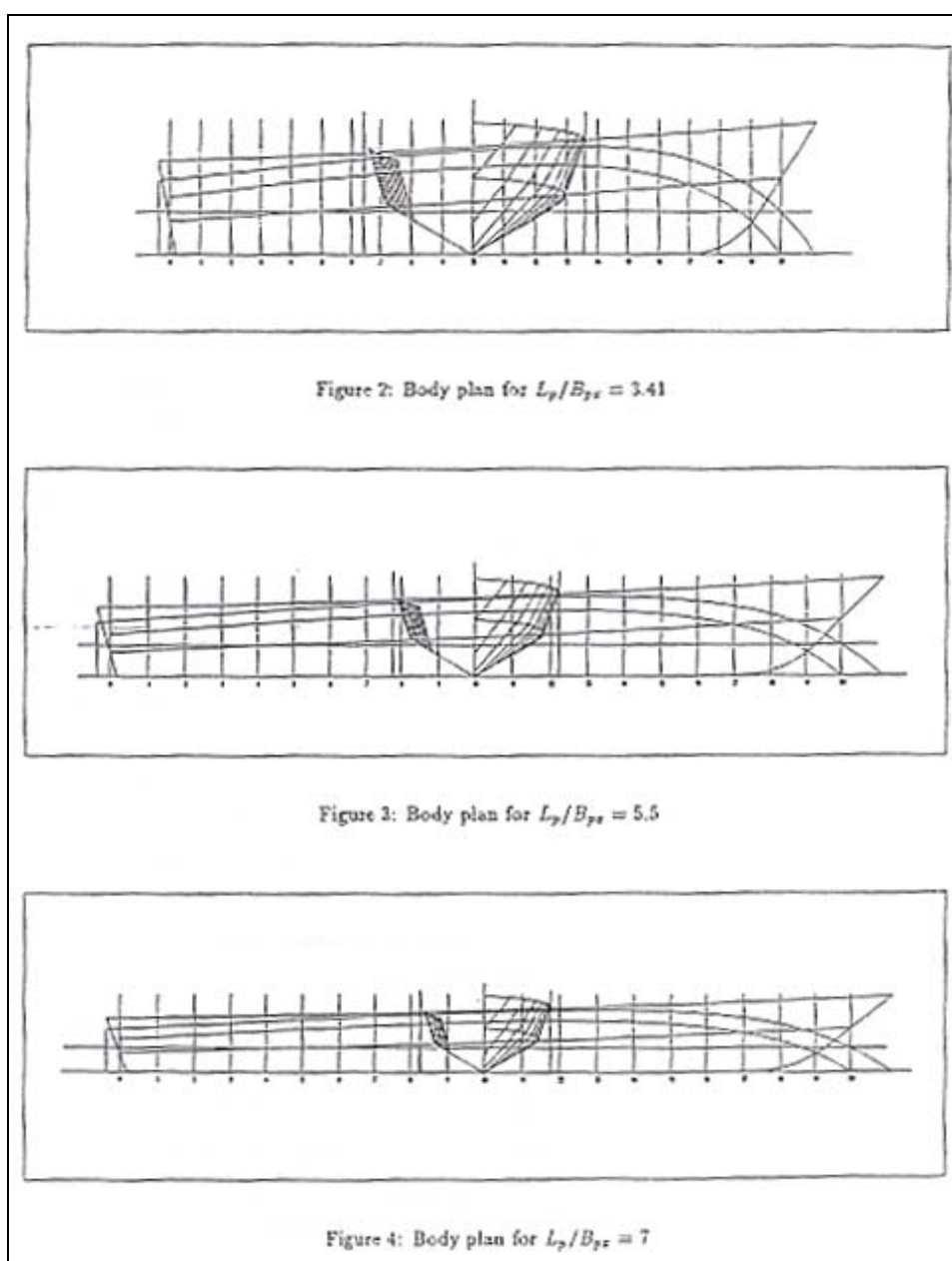


Figura 50: Serie 62 angolo 30° – Piani di costruzione delle carene

I particolari geometrici di queste carene sono rappresentati in tabella 19.

<b>Particolari Serie 62 - Particolari delle variazioni di <math>L_p/B_{px}</math></b>				
$L_P / B_{PX}$	<b>3.41</b>	<b>4.09</b>	<b>5.5</b>	<b>7</b>
$L_P$ (m)	1.25	1.5	1.5	1.5
$A_p$ (m <sup>2</sup> )	0.3843	0.4499	0.3346	0.2627
$B_{PA}$ (m)	0.3	0.3	0.223	0.175
$B_{PX}$ (m)	0.367	0.367	0.273	0.214
$B_{PT}$ (m)	0.26	0.235	0.175	0.137
$L_P / B_{PA}$	4.17	5.0	6.726	8.571
$B_{PX} / B_{PA}$	1.22	1.22	1.22	1.22
$B_{PT} / B_{PX}$	0.71	0.64	0.64	0.64
<b>Centro di <math>A_p</math> in % di <math>L_p</math> a prua del transom</b>	47.9	48.8	48.6	48.6

Tabella 19: Serie 62 angolo 30° – Particolari geometrici relativi alle variazioni di L/B

### 6.9.3 Modellazione della Serie 62 con angolo di 30°

Per la modellazione della serie 62 con angolo di rialzamento dal fondo di 30° si è applicata la stessa procedura utilizzata per la serie originaria di Clement. La figura 51 rappresenta il modello 3D della carena madre.

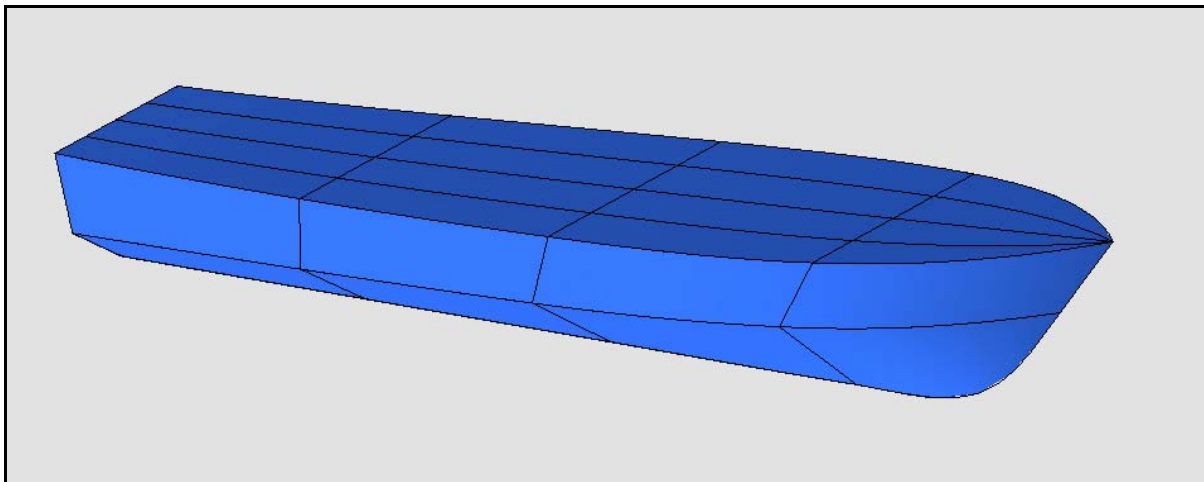


Figura 51: Serie 62 angolo 30° – Modello 3D della Carena Madre

## 6.10 La Serie 64

### *Introduzione*

Nel processo di determinazione della potenza necessaria a soddisfare la velocità richiesta, il progettista navale si riferiva ai dati pubblicati in diversi studi scientifici a riguardo. Estremamente utili erano quei documenti che contenevano i risultati di esperimenti su serie sistematiche di modelli, nei quali i parametri di progetto erano fatti variare sistematicamente uno per volta. Queste serie servivano anche come criterio di valutazione per giudicare le caratteristiche di rendimento dei nuovi progetti. Ad esempio al David Taylor Model Basin si confrontavano abitualmente le caratteristiche di resistenza di tutti i nuovi modelli con quelli della serie standard di Taylor o della serie 60. Se le caratteristiche di resistenza erano inferiori rispetto a quelli delle serie -tranne se vincolate ad altri parametri come ad esempio la stabilità- si prevedeva di poter migliorare le forme di carena.

I rapporti tra velocità e lunghezza delle navi appartenenti alle serie pubblicati in passato, non superavano il valore di 2.0. La richiesta di potenza aumentava notevolmente al di sopra di valori del rapporto velocità-lunghezza pari a 1.5 e, se una nave era progettata per operare con quei valori, il peso di un motore navale convenzionale poteva superare il carico pagante. Siccome il bisogno di valori superiori a 1.5 del rapporto velocità-lunghezza non era forte, non si pensava neanche a navi che potessero operare con valori superiori. Per una buona riuscita delle missioni tattiche progettate, la Marina Militare aveva bisogno di navi con velocità molto superiori, con valori del rapporto velocità-lunghezza pari a 2.0 o più.

Si credeva che la resistenza d'onda, per il moto ondoso generato, fosse la componente più influente sulla resistenza e ciò comportò la creazione di nuovi progetti che avessero l'obiettivo di ridurre la resistenza d'onda.

La mancanza di uno standard rese il compito di giudicare le performance di questi nuovi progetti molto difficile. Per rimediare a questa deficienza, il David Taylor Model Basin nel 1959 con il programma di ricerca di idromeccanica fondamentale, cominciò una serie di esperimenti su forme di carena veloci e che producessero una bassa resistenza d'onda. Siccome non c'erano dati disponibili sulle superfici di navi convenzionali di tipo dislocante ad alta velocità, fu deciso l'inizio di studi sperimentali con forme di carena convenzionali prima di considerare nuove tipologie di carene.

Successivamente a delle prime indagini, si sono progettati, costruiti e testati 27 modelli, che costituirono la Serie 64.

### 6.10.2 *Descrizione Tecnica*

Per sviluppare una buona forma di carena veloce di tipo dislocante per la carena madre, sarebbe stato meglio trarre informazioni da dati relativi ad altre navi aventi però caratteristiche simili. Come già detto però c'erano poche informazioni disponibili su navi che operavano alle velocità alle quali si voleva arrivare. Per fortuna al David Taylor Model Basin c'erano molti documenti disponibili su navi dislocanti moderatamente veloci ( i valori del rapporto velocità-lunghezza pari a circa 3.6). Questi dati furono raccolti e rapportati alle forme di carena selezionate. Per assicurare un giusto confronto, tutti i dati ottenuti con rapporti velocità-lunghezza superiori ad 1.0 furono ricalcolati con procedure di calcolo correnti.

Nel selezionare i criteri di confronto, si considerarono i seguenti parametri:  $C_D$ ,  $C_r$ , e  $R_r/\Delta$ . Quest'ultimo fu scelto in quanto costituisce un parametro molto chiaro per comprendere la relazione che sussiste tra il dislocamento e la resistenza residua. Nel confrontare le diverse forme di carena fu data più importanza alle performance in alta velocità, penalizzando le performance in bassa velocità.

I risultati di queste prove portarono alla scelta di due modelli, TMB 3474 e 3548, che mostrarono buoni risultati ad alte velocità.

Due nuovi modelli, TMB 4783 e 4783-1 furono costruiti utilizzando come riferimento i modelli 3474 e 3548 per lo sviluppo delle curve. Questi due nuovi modelli differivano solo per la linea di spigolo del corpo poppiero; infatti il modello 4783 aveva uno spigolo vivo mentre il modello 4783-1 aveva uno spigolo arrotondato.

Quando furono condotti i test di resistenza della carena nuda per i due modelli, i risultati indicarono che il modello 4783-1 aveva complessivamente le performance migliori; per valori superiori di 2.6 del rapporto velocità-lunghezza, entrambe ottenevano risultati migliori rispetto ai modelli 3474 e 3548. Per queste ragioni, il modello 4783-1 fu scelto come carena madre per la serie. Le tabelle 20 e 21 mostrano le dimensioni e i coefficienti riguardanti questo modello mentre la figura 52 mostra i rapporti  $A/A_x$  e  $B/B_x$  per la carena madre.

Dimensioni		
$L_{WL}$	10 ft	3.048 m
$L_{BP}$	10 ft	3.048 m
$B_x$	1 ft	0.305 m
H	4 in	0.102 m
$\Delta$	94 lb	42.637 kg
$S_W$	10.38 sq.ft	0.964 m <sup>2</sup>
$L_{CB} / L_{WL} = 0.566$		
$L_{CF} / L_{WL} = 0.601$		
Angolo entrata = 7°		

Coefficienti al galleggiamento			
$C_B$	0.45	$C_{PVF}$	0.522
$C_P$	0.63	$C_{WF}$	0.541
$C_X$	0.714	$C_{W\Delta}$	0.981
$C_W$	0.761	$L_E/L$	0.6
$C_{PF}$	0.518	$L_X/L$	0
$C_{PA}$	0.815	$L_R/L$	0.4
$C_{PE}$	0.568	L/B	10
$C_{PR}$	0.71	$B_x/H$	3
$C_{PV}$	0.591	$\Delta/(0,01L)^3$	42.853
$C_{PVA}$	0.609	$S/\sqrt{DL}$	15.825

Tabella 20 - 21: Serie 64 – Dimensioni e Coefficienti al galleggiamento



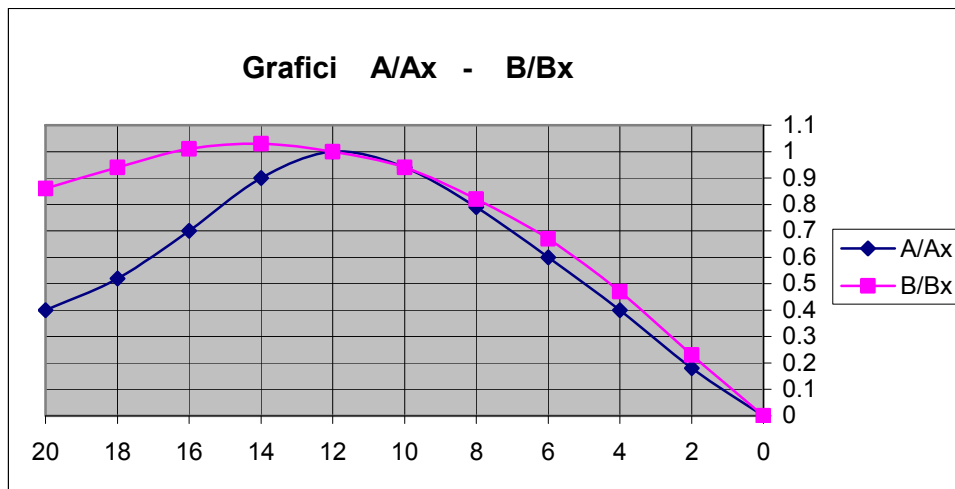


Figura 52: Serie 64 – Grafici dei rapporti A/Ax e B/Bx

Poichè la Serie 64 era sperimentale, si decise che all’inizio sarebbe stato usato un numero minimo di modelli; quindi si sarebbe potuto studiare solo un numero limitato di parametri. Se i risultati di questi studi avessero indicato che l’approccio era corretto, la serie sarebbe potuta essere ampliata aggiungendo altri parametri.

Furono selezionati tre parametri:  $B/H$ ,  $\Delta/(0.01L)^3$  e  $C_B$ . Tre modelli per ogni parametro non riuscivano certo a descrivere adeguatamente l’effetto che si aveva con una variazione di parametro, ma bastavano per un’analisi approssimata degli effetti della stessa. Premesso ciò, si decise di adottare 27 modelli.

Per includere tutte le dimensioni principali in soli tre parametri, la scelta doveva includere il coefficiente di blocco,  $C_B$ , il coefficiente longitudinale  $C_P$ , il coefficiente della sezione maestra  $C_X$ , i rapporti  $B/H$  e  $L/B$  e poi  $\Delta/(0.01L)^3$ . Avendo la relazione:

$$C_X = C_B / C_P$$

bastava considerare solo due di questi parametri. Analogamente si poteva esprimere:

$$\Delta/(0.01L)^3 = C_B / K (L/B)^2 (B/H)$$

dove  $K = 34.977 \times 10^{-6}$ .

“ Speed and Power of Ships” di Taylor, indicava che più è alto il rapporto velocità-lunghezza, meno effetti si avevano sulla resistenza al variare del

coefficiente longitudinale  $C_X$ . Di conseguenza, dopo un attento esame delle curve della resistenza residua rispetto al dislocamento, fu preferito il coefficiente di blocco  $C_B$  al coefficiente longitudinale  $C_P$  come parametro. Questa scelta non precludeva l'utilizzo di  $C_P$  come variabile, in esami successivi.

Dalle stesse curve si evinceva che all'aumentare della velocità, la resistenza residua minima tendeva a valori alti del coefficiente longitudinale. Siccome la carena madre aveva coefficiente longitudinale pari a 0.63 e ciò è in accordo con le curve di Taylor, il valore 0.63 fu adottato per tutta la serie. Ciò non voleva dire comunque che 0.63 era il valore migliore del coefficiente longitudinale per questo tipo di forme di carena. Mantenendo costante  $C_P$  e fissando  $C_B$ ,  $C_X$  si otteneva automaticamente.

Siccome il dislocamento era un ottimo indicatore del carico pagante,  $\Delta/(0.01L)^3$  fu scelto come parametro. Inoltre, siccome i progettisti navali erano abituati a vedere  $B/H$  in tutte le curve precedenti, si preferì adottare questo parametro rispetto a  $L/B$ .

Nei modelli esistenti, che erano compilati per la ricerca della forma di carena da usare come carena madre per alte velocità, i coefficienti di finezza variavano molto. Tuttavia i valori compresi tra 0.35 a 0.55 ricoprivano una vasta tipologia di navi; per questo furono scelti come valori dei coefficienti di blocco 0.35, 0.45, 0.55. Con le stesse ipotesi, si scelsero valori di  $B/H$  pari a 2, 3, 4.

Nello sviluppo di una soddisfacente forma di carena caratterizzata da buone performance in alta velocità, non era possibile ottenere rapporti dislocamento-lunghezza applicabili a tutti e tre i coefficienti di blocco prescelti. Tuttavia fu possibile selezionare i valori per ogni valore di  $C_B$  in modo che la variazione del rapporto dislocamento-lunghezza, coincidesse con la variazione del coefficiente di blocco. Il campo di variabilità del rapporto  $\Delta/L$  andava da 15.0 a 55.0, dove i valori più bassi corrispondevano al valore più piccolo di  $C_B$ .

I coefficienti della sezione maestra furono determinati con la seguente relazione:

$$C_X = C_B / C_P.$$

Siccome  $C_p = 0.3$ ,  $C_x$  diventava 0.873, 0.714 e 0.556 rispettivamente per  $C_B$  pari a 0.35, 0.45 e 0.55.

I modelli della serie 64 hanno un angolo di entrata stretto: metà angolo di entrata è pari a 3.7-3.8 gradi. Non c'è una netta curvatura all'altezza della spalla e la larghezza massima non interviene fino all'ordinata 14 e diminuisce gradualmente fino alla 20. Le prue sono inclinate in avanti e verso il basso, l'angolo tra la FP e la prua varia tra 25 e 30 gradi. Grazie all'ampia variabilità di  $C_x$ , la forma delle sezioni varia da una U estrema ad una V con raggio del ginocchio non netto in entrambi i casi. Nessuno dei modelli ha corpo cilindrico, ma in tutti la sezione maestra è in corrispondenza dell'ordinata 12.

La poppa è ampia e piatta al di sotto della linea di galleggiamento, le linee d'acqua sono dritte nel corpo poppiero e lo specchio di poppa è immerso con un'estremità molto affilata alla fine. L'area della sezione, la larghezza di dimensionamento e il profilo centrale sono gli stessi per tutti i modelli e, quindi, anche LCB e LCF sono gli stessi per tutti i modelli. Le caratteristiche geometriche di tutti i modelli sono date nella tabella 22. Le figure 53 da 1 a 6 mostrano i trasversali di alcune carene della serie sistematica.

Numero Modello	C <sub>B</sub>	C <sub>X</sub>	B/H	$\Delta/(0,01L)^3$	L/B	B	H	A <sub>X</sub>	S	S/NA <sub>L</sub>	C <sub>PV</sub>	C <sub>PVF</sub>	C <sub>PVA</sub>	½ a <sub>E</sub>
				□		(in)	(in)	(sq.in.)	(sq.ft)					
4787	0.55	0.873	2	55	11.956	10.037	5.018	43.96	11.388	15.355	0.723	0.744	0.639	5.5
4788	0.55	0.873	2	40	14.02	8.559	4.28	31.98	9.711	15.355	0.723	0.744	0.639	4.7
4789	0.55	0.873	2	25	17.734	6.767	3.384	19.99	7.678	15.355	0.723	0.744	0.639	3.7
4790	0.55	0.873	3	55	9.762	12.292	4.097	43.96	11.503	15.51	0.723	0.744	0.639	6.7
4791	0.55	0.873	3	40	11.447	10.483	3.494	31.98	9.809	15.51	0.723	0.744	0.639	5.8
4792	0.55	0.873	3	25	14.479	8.288	2.763	19.99	7.755	15.51	0.723	0.744	0.639	4.5
4793	0.55	0.873	4	55	8.454	14.194	3.548	43.96	11.903	16.05	0.723	0.744	0.639	7.8
4794	0.55	0.873	4	40	9.914	12.104	3.026	31.98	10.151	16.05	0.723	0.744	0.639	6.6
4795	0.55	0.873	4	25	12.54	9.569	2.392	19.99	8.025	16.05	0.723	0.744	0.639	5.2
4796	0.45	0.714	2	45	11.956	10.037	5.018	35.97	10.411	15.52	0.591	0.609	0.522	5.5
4797	0.45	0.714	2	32.5	14.069	8.529	4.265	25.98	8.848	15.52	0.591	0.609	0.522	4.7
4798	0.45	0.714	2	20	17.934	6.691	3.346	15.99	6.941	15.52	0.591	0.609	0.522	3.7
4799	0.45	0.714	3	45	9.762	12.292	4.097	35.97	10.616	15.825	0.591	0.609	0.522	6.7
4800	0.45	0.714	3	32.5	11.487	10.446	3.482	25.98	9.022	15.825	0.591	0.609	0.522	5.8
4801	0.45	0.714	3	20	14.643	8.195	2.732	15.99	7.077	15.825	0.591	0.609	0.522	4.5
4802	0.45	0.714	4	45	8.454	14.194	3.548	35.97	11.109	16.561	0.591	0.609	0.522	7.8
4803	0.45	0.714	4	32.5	9.948	12.062	3.016	25.98	9.441	16.561	0.591	0.609	0.522	6.6
4804	0.45	0.714	4	20	12.682	9.462	2.366	15.99	7.406	16.561	0.591	0.609	0.522	5.2
4805	0.35	0.556	2	35	11.956	10.037	5.018	27.98	9.907	16.746	0.46	0.475	0.407	5.5
4806	0.35	0.556	2	25	14.146	8.483	4.242	19.99	8.373	16.746	0.46	0.475	0.407	4.7
4807	0.35	0.556	2	15	18.264	6.57	3.285	11.99	6.486	16.746	0.46	0.475	0.407	3.7
4808	0.35	0.556	3	35	9.762	12.292	4.097	27.98	10.089	17.053	0.46	0.475	0.407	6.7
4809	0.35	0.556	3	25	11.551	10.389	3.463	19.99	8.526	17.053	0.46	0.475	0.407	5.8
4810	0.35	0.556	3	15	14.913	8.047	2.682	11.99	6.604	17.053	0.46	0.475	0.407	4.5
4811	0.35	0.556	4	35	8.454	14.194	3.548	27.98	10.644	17.992	0.46	0.475	0.407	7.8
4812	0.35	0.556	4	25	10.004	11.996	2.999	19.99	8.996	17.992	0.46	0.475	0.407	6.6
4813	0.35	0.556	4	15	12.915	9.292	2.323	11.99	6.968	17.992	0.46	0.475	0.407	5.2

Tabella 22 - Serie 64: Particolari Geometrici della serie

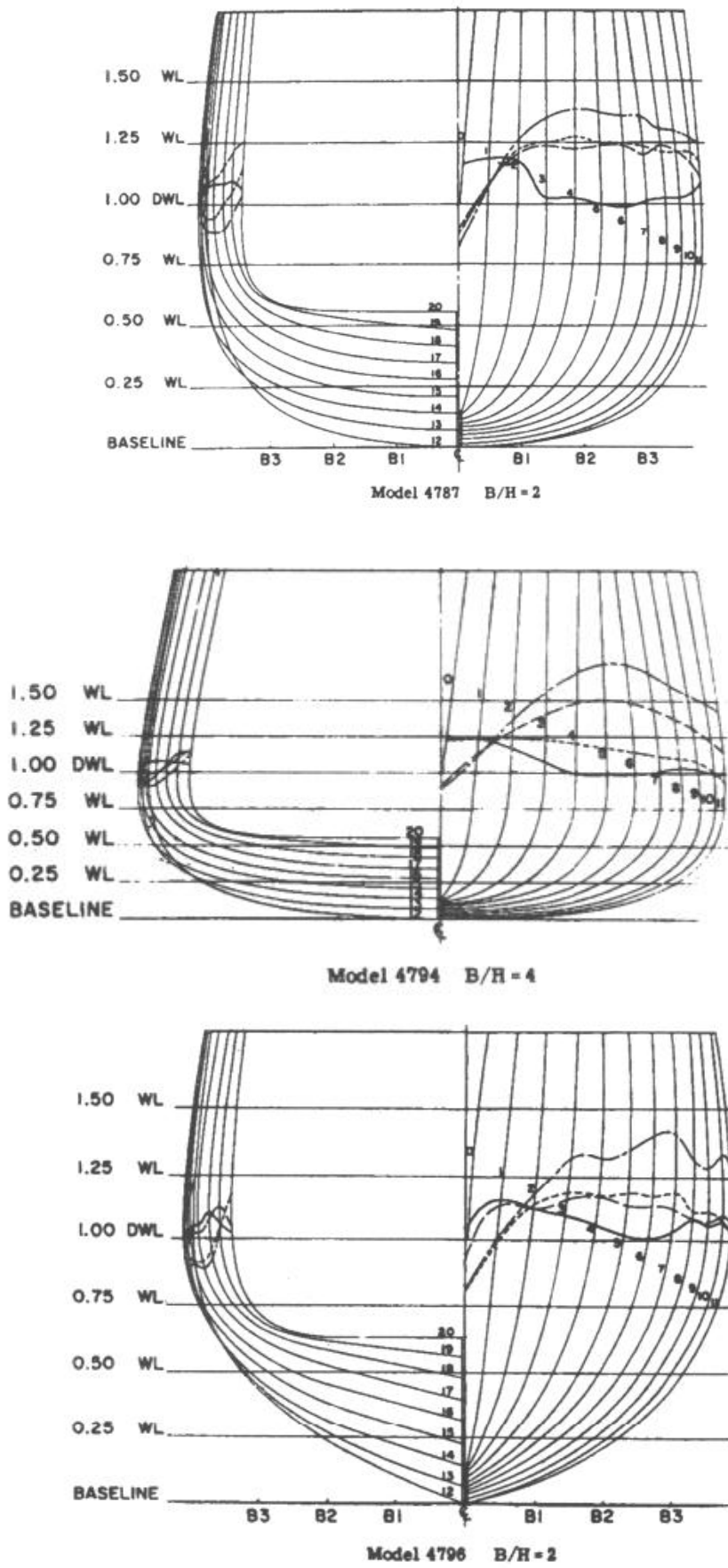


Figura 53-1-2-3: Serie 64 – Trasversali Modelli 4787, 4794, 4796

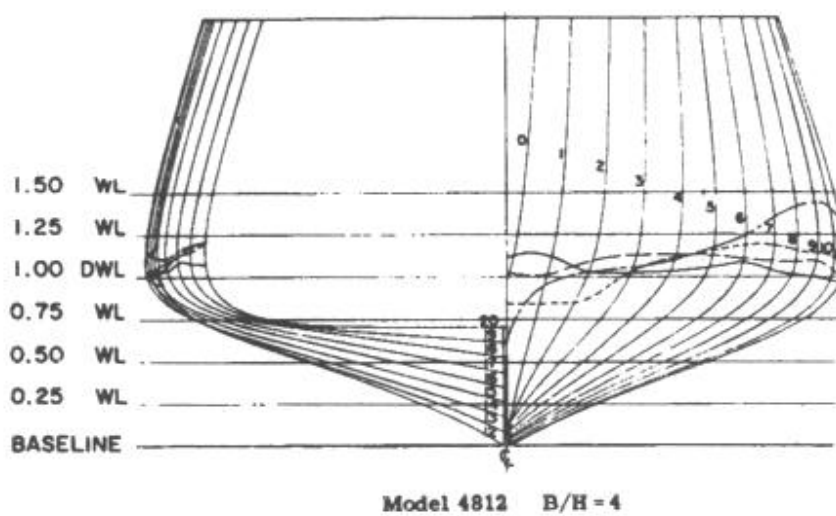
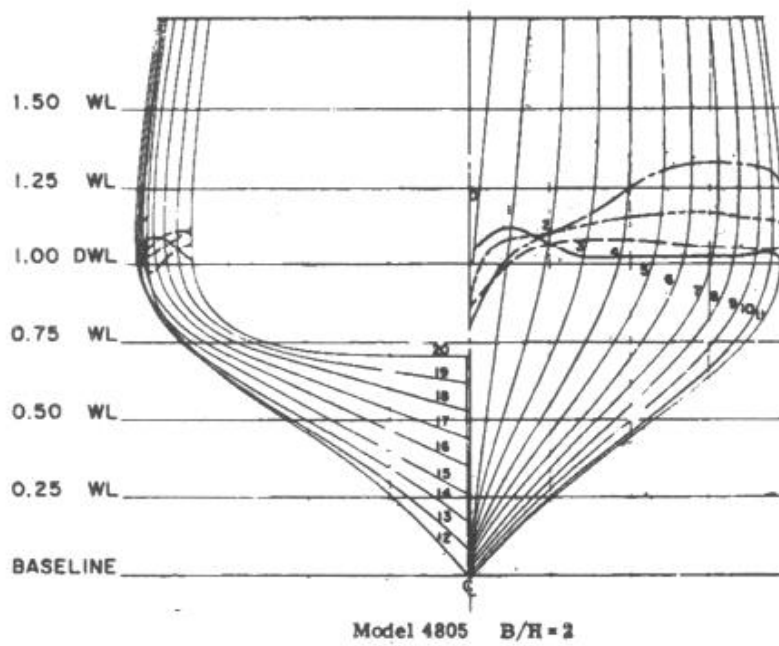
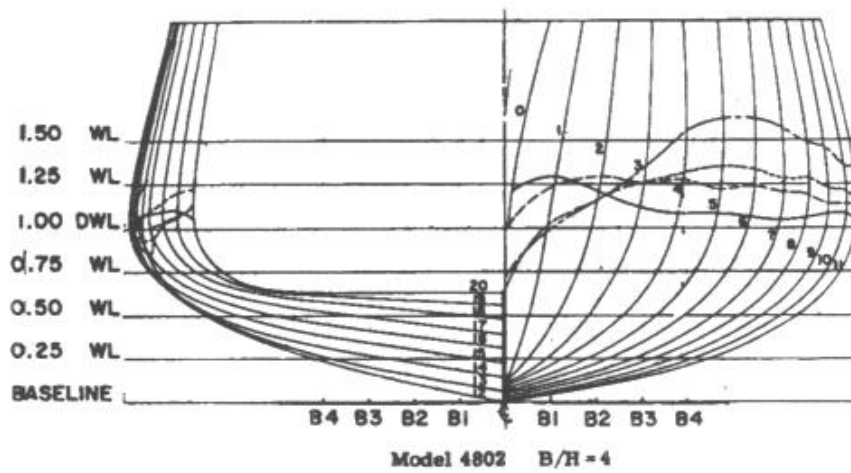


Figura 53-4-5-6: Serie 64 – Trasversali Modelli 4787, 4794, 4796

### 6.10.3 Modellazione della Serie 64

Per la modellazione della serie 64 si è partiti ancora una volta dai trasversali. Molte superfici sviluppabili hanno reso il lavoro di modellazione abbastanza agevole. Le figure 54 e 55 mostrano due modelli della serie. La figura 56 rappresenta invece il piano di costruzione della carena madre.

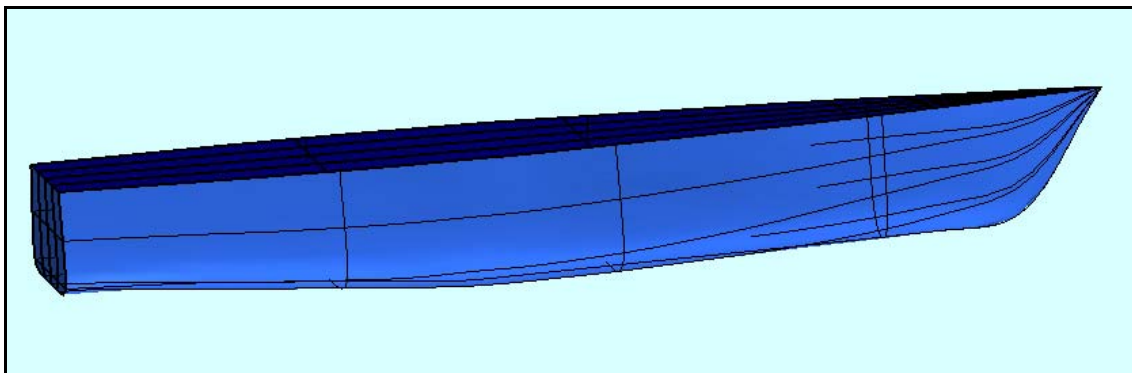


Figura 54: Serie 64– Modello 3D carena 4794

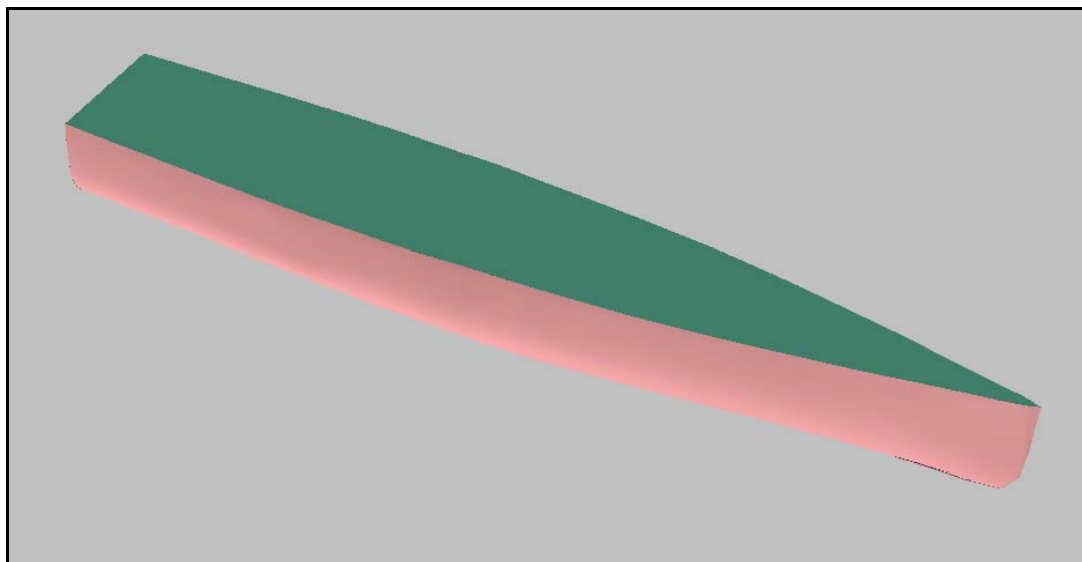


Figura 55: Serie 64– Modello 3D carena 4796

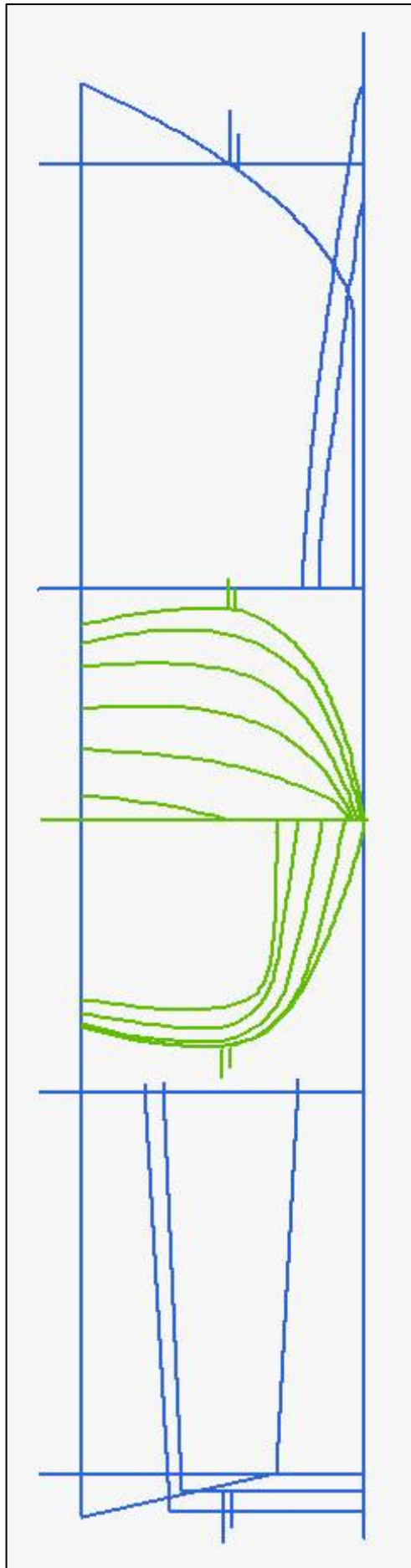


Figura 56: Serie 64 – Trasversale e Profili della Carena Madre



## 6.11 La Serie D

### Introduzione

La richiesta per carene più corte con la conseguente difficoltà di estrapolare risultati da carene già esistenti portò allo sviluppo di una nuova serie chiamata serie D. Questa prese origine da una carena a doppia elica e con ginocchio rotondo. Furono sviluppati sette modelli con tre differenti rapporti di B/T ( da 3.5 a 4.0), due coefficienti volumetrici ( da 0.03 a 0.0035) e due valori di coefficiente prismatico ( da 0.620 a 0.646).

#### 6.11.2 Descrizione Tecnica

La serie D prese seguì il trend già seguito dalla serie C che aveva un rapporto L/B in media di 8, la serie D in media di 6. Per definire la scala del modello, fu posta  $L_{pp} = 90\text{m}$  e la velocità di progetto uguale a 25 nodi il che corrispondeva ad un numero di Froude uguale a 0.433. La lunghezza del modello  $L_{pp}$  fu posta uguale a 6.00 m. La scala del modello era quindi  $\lambda = 15$ . La carena madre della serie era il modello D1. Basandosi sui valori già utilizzati nella serie C, per il modello D1 furono scelti i seguenti valori:

- ✓  $B/T = 3.75$  (Serie C)
- ✓  $C_v = 3 \cdot 10^{-3}$  (Serie C)
- ✓  $C_p = 0.620$
- ✓  $C_x = 0.8065$
- ✓ LCB 0.475 dalla perpendicolare addietro

Allo stesso modo di quanto fatto nella serie C furono fatti variare solo i primi tre parametri mentre gli ultimi due furono lasciati costanti. I parametri principali della serie furono scelti come segue:

- ✓  $C_p$  : 0.620; 0.646
- ✓  $B/T$  : 3.5; 3.75; 4
- ✓  $10^3 C_{\nabla}$ : 3; 3.5

La variazione di  $L/B$  era legata invece dalla seguente formula

$$L/B = \sqrt{C_p * C_m / (B/T * C_{\nabla})}$$

Sette variazioni delle dodici totali furono studiate. I modelli da D1 a D7 furono numerati da 2521 a 2527. Alcuni particolari dei modelli della serie si possono vedere nella tabella 23.

<b>Serie D - Particolari Geometrici</b>							
<b>Numero Modello</b>	<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>	<b>D4</b>	<b>D5</b>	<b>D6</b>	<b>D7</b>
$C_p$	0.62	0.62	0.62	0.62	0.646	0.646	0.646
$B/T$	3.75	3.75	4.00	3.50	3.75	3.75	4.00
$1000C_{\nabla}$	3.00	3.50	3.00	3.00	3.00	3.50	3.00
$C_x$	0.8065	0.8065	0.8065	0.8065	0.8065	0.8065	0.8065
$L_{pp}$ , m	6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.000
LCB	0.475	0.475	0.475	0.475	0.475	0.475	0.475

**Tabella 23 : Serie D – Particolari Geometrici della serie**

I particolari riguardanti la carena madre, modello D1 sono dati nella tabella xx. La carena D1 è la madre per le carene D2, D3, D4. La carena D5 per la D6 e D7. La carena madre ha sezioni a V, ginocchio rotondo. Le carene da D2 a D7 furono

ottenuti dalla carena madre attraverso i metodi di distorsione lineare o variando la curva delle aree. In entrambi i casi le caratteristiche di forme rimasero inalterate.

<b>Serie D Particolari Geometrici Carena Madre</b>	
Cp	0.62
Cpa	0.678
Cpf	0.563
L/B	6.667
B/T	3.75
1000C <sub>v</sub>	3.00
Cx	0.8065
Lpp, m	6.000
LCB	0.475
Cwp	0.773
Cwpa	0.935
Cwpf	0.61
Cm	0.8

**Tabella 24 : Serie D – Particolari Geometrici Carena Madre**

### 6.11.3 Modellazione della Serie D

Anche in questo caso i modelli della serie sono stati ricostruiti a partire dai trasversali. Nella figura 57 si possono vedere i trasversali delle carene D1 e D5, rispettivamente linea continua e linea tratteggiata. La figura 58 mostra il modello 3D della carena madre, modello D1.

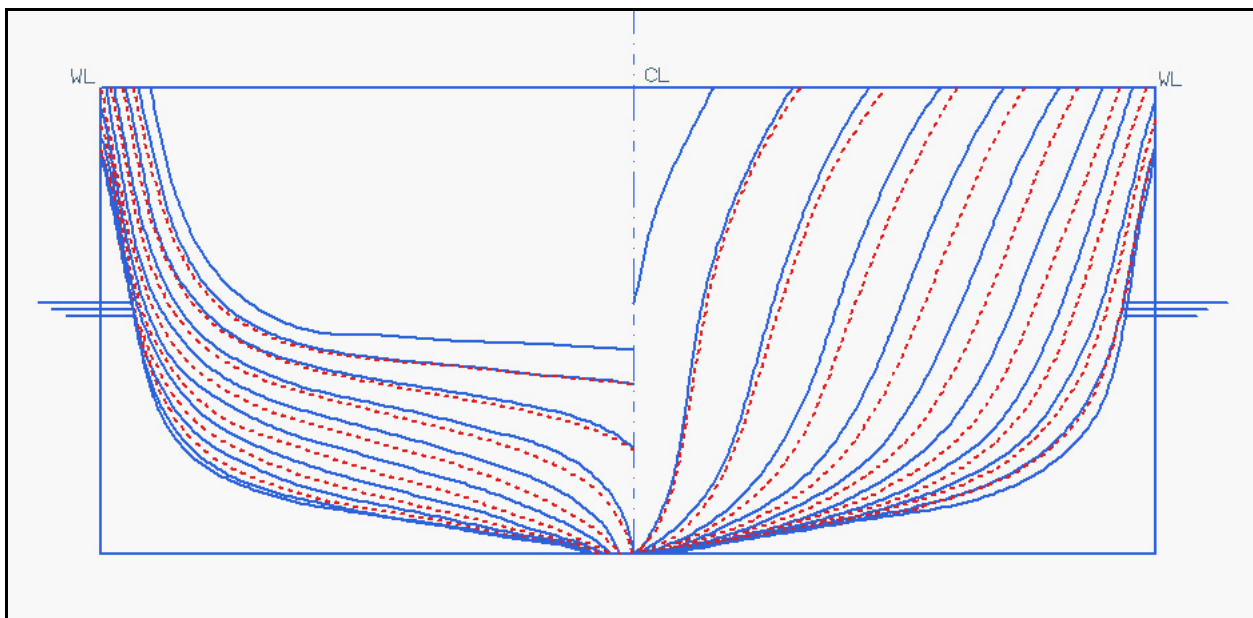


Figura 57: Serie D – Trasversale della Carena D1 e D5

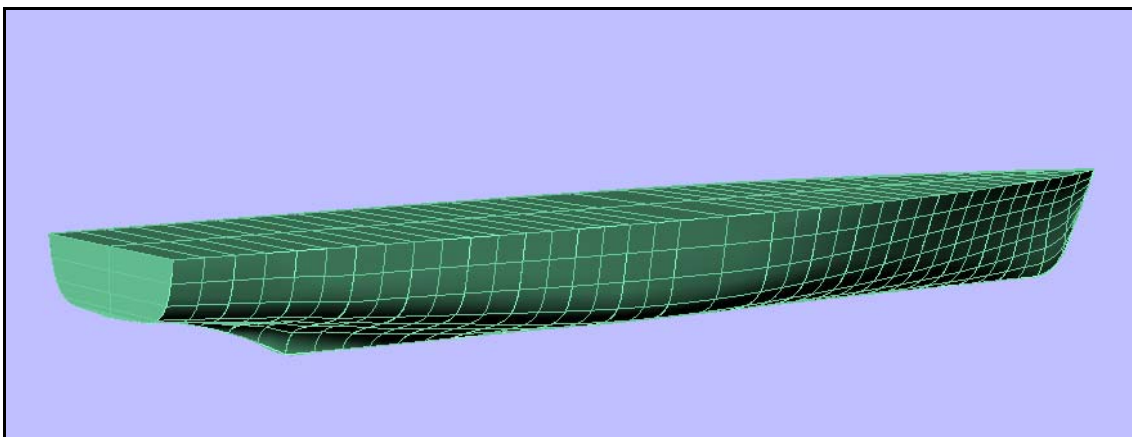


Figura 58: Serie D – Modello 3D della Carena Madre

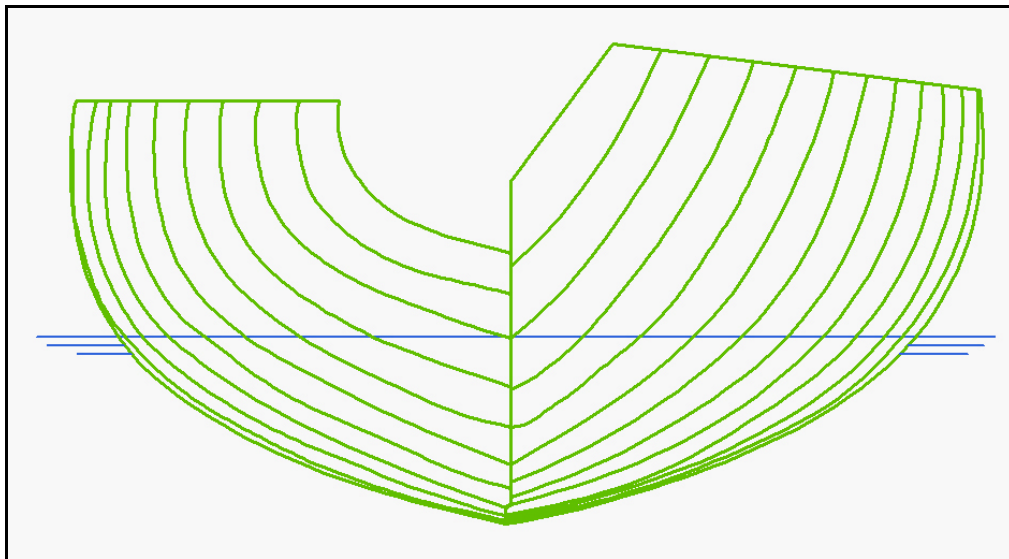
## 6.12 *La Serie di Delft (Serie II)*

### *Introduzione*

Vista il trend sempre crescente di avere barche a vela con un basso dislocamento si decise di ampliare la Serie di Delft, con altre sei carene. A causa della potenzialità di velocità sempre maggiori per gli yacht di piccolo dislocamento gli effetti del dynamic lift dovevano essere considerati e la velocità degli yacht maggiore di  $F_n 0.45$  che corrisponde al limite della serie I divenne importante. Quindi la seconda serie di sei modelli fu testata per velocità più alte di  $F_n 0.725$  eccedendo nella velocità di circa l'80% in alcuni casi. In generale la serie II di carene fu caratterizzata da sezioni dritte in confronto alla serie I. In particolare la serie II fu caratterizzata da rapporti B/T molto grandi. Furono utilizzate per quanto possibile stesse geometrie per la chiglia e per il timone in modo da evitare il più possibile le influenze date da queste. Sebbene nei casi di rapporti B/T molto alti le configurazioni chiglia carena diventano poche realistiche questo fu tollerato in vista dei confronti che si volevano fare tra le due serie. Le performance di yacht a basso dislocamento rispetto a quelli a medio e alto dislocamento mostrano differenze interessanti. Con la serie I e II furono fatte previsioni di velocità per carene che differivano in maniera considerevole nei rapporti  $L/\Delta$ .

### 6.12.2 *Descrizione Tecnica*

I sei modelli della serie furono sviluppati a partire da una carena madre sviluppata da E.G. van de Stadt & Patners. I trasversali della I e delle II serie si possono osservare nelle figure 59 e 60, in cui si possono notare le sostanziali differenze tra le due carene. Le figure 61 da 1 a 6 mostrano i piani di costruzione dei vari modelli. Il modello 25 è la carena madre.



$L/\Delta^{1/3}$	4.78
L/B	3.17
B/T	4.01

Figura 59: Serie di Delft– Trasversale I Serie

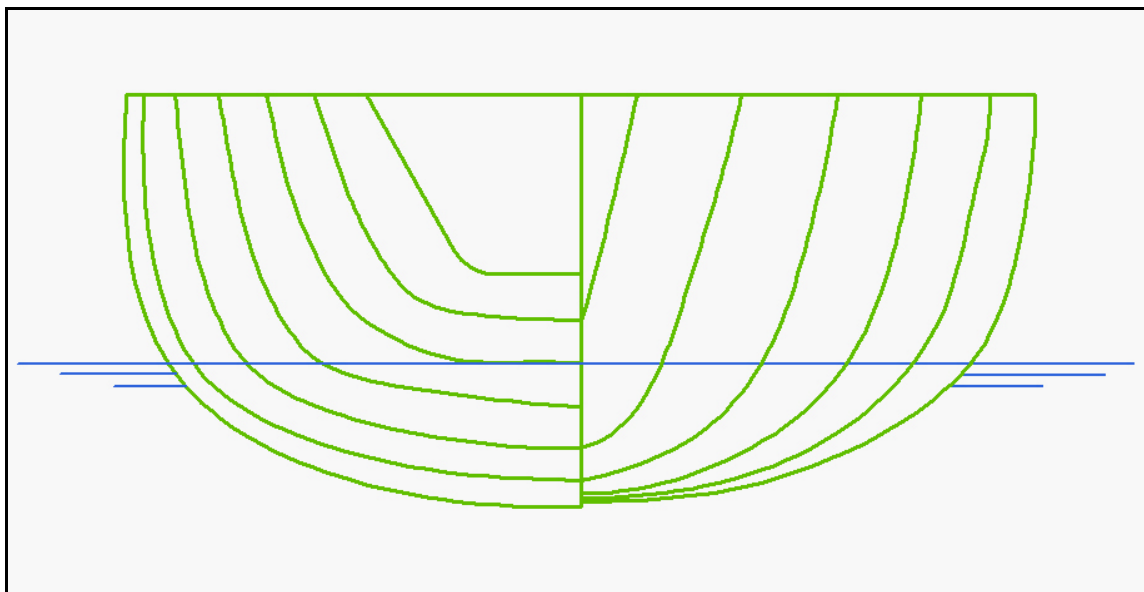


Figura 60: Serie di Delft– Trasversale II Serie

$L/\Delta^{1/3}$	6.0
L/B	4.0
B/T	5.2

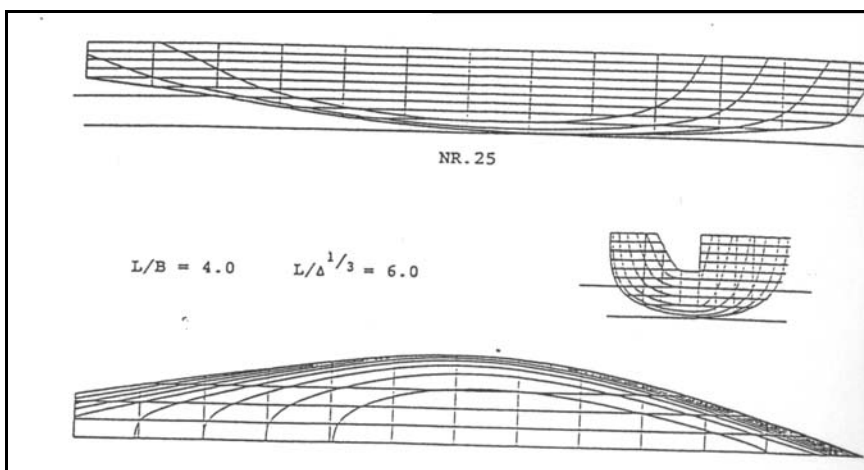
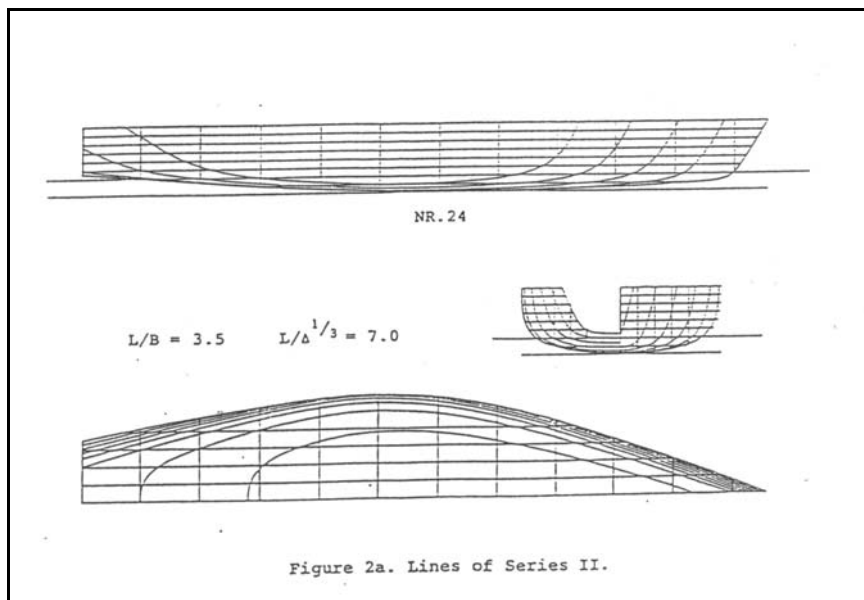
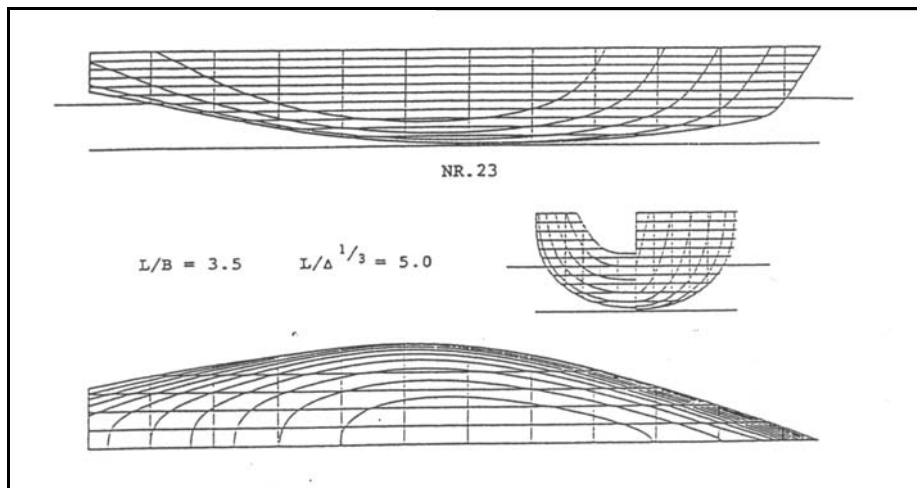


Figura 61-1-2-3: Serie di Delft– Piani di costruzione modelli 23, 24, 25

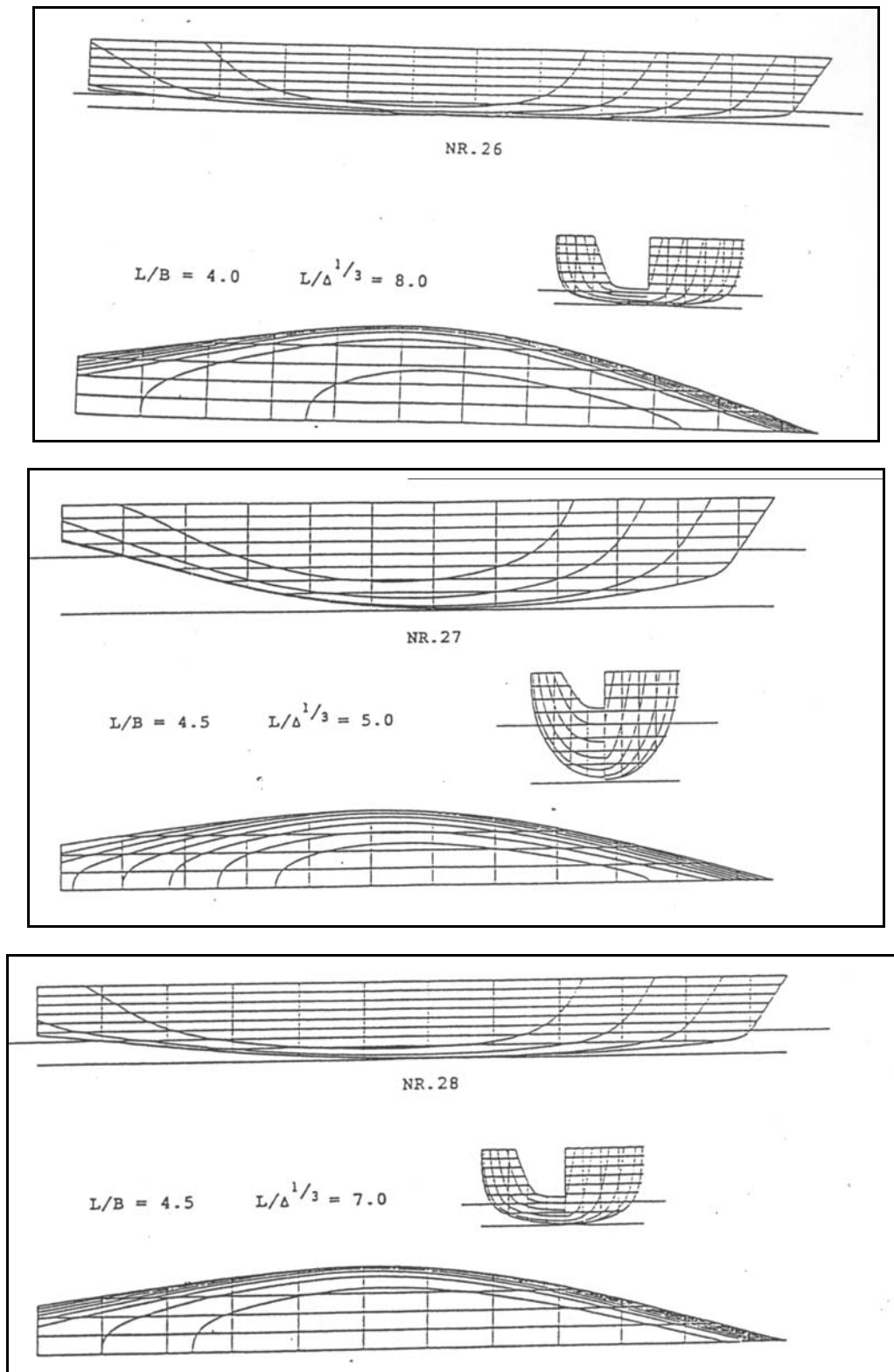


Figura 61-4-5-6: Serie di Delft– Piani di costruzione modelli 26, 27, 28



Tutti i modelli della serie II hanno lo stesso coefficiente prismatico pari a 0.55, la stessa posizione di LCB pari al 2% di  $L_{wl}$  a poppa del mezzo ma diversi rapporti di  $L/\nabla^{1/3}$ , questo varia da 5 a 8. I rapporti  $L/B$  variano da 3.5 a 4.5 e quelli di  $B/T$  da 2.4 a 10.5. Nella tabella 25 sono date le dimensioni principali della serie basante su una lunghezza al galleggiamento di 10 m.

<b>Particolari Geometrici</b>						
<b>Numero Modello</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>
<b><math>L_{WL}</math>, m</b>	10	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
<b><math>B_{MAX}</math>, m</b>	3.80	3.30	2.80	2.90	2.30	2.30
<b><math>B_{WL}</math>, m</b>	2.86	2.86	2.50	2.50	2.20	2.20
<b>Tc(depth canoe body), m</b>	0.704	0.281	0.464	0.194	0.904	0.329
<b>T, m</b>	1.80	1.36	1.56	1.29	2.00	1.43
<b><math>\nabla_c</math>, m<sup>3</sup></b>	7.974	2.995	4.618	1.972	7.915	2.922
<b><math>S_c</math>, m<sup>2</sup></b>	23.32	19.85	18.98	17.30	21.73	16.17
<b><math>A_x</math>, m<sup>2</sup></b>	1.46	0.55	0.84	0.36	1.44	0.36
<b>L / B</b>	3.50	3.50	4.00	4.00	4.50	4.50
<b>B / T</b>	4.06	10.96	5.39	12.89	2.46	6.75
<b><math>C_p</math></b>	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
<b><math>L / \nabla^{1/3}</math></b>	5.00	6.83	6.01	7.97	5.02	5.99
<b>LCB</b>	-1.9	-2.1	-1.9	-2.1	-1.9	-1.9

Tabella 25 -: Serie di Delft – Particolari Geometrici della serie

### 6.12.3 Modellazione della Serie di Delft

Anche in questo caso i modelli della serie sono stati ricostruiti a partire dai trasversali. Le figure 62, 63 e 64 mostrano i modelli 3D delle carene per ogni valore di  $L/B$ .

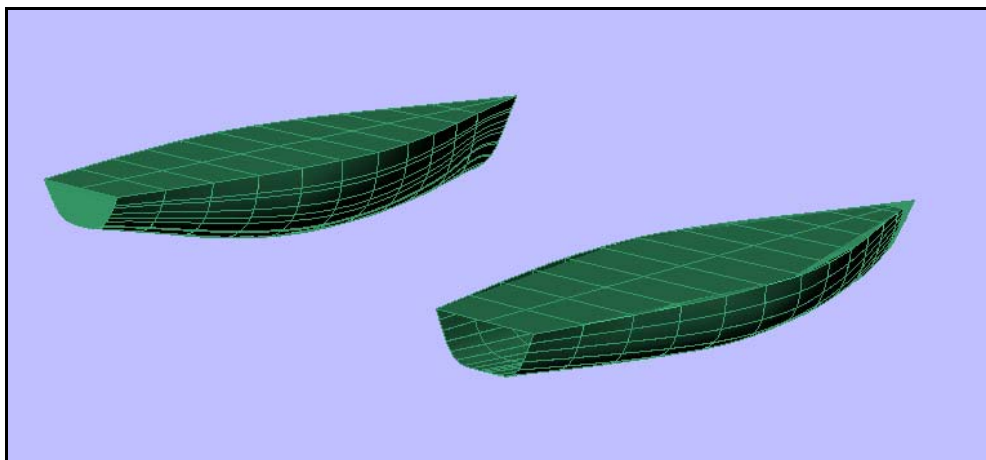


Figura 62: Serie di Delft – Modelli 3D della carena numero 23 e 24

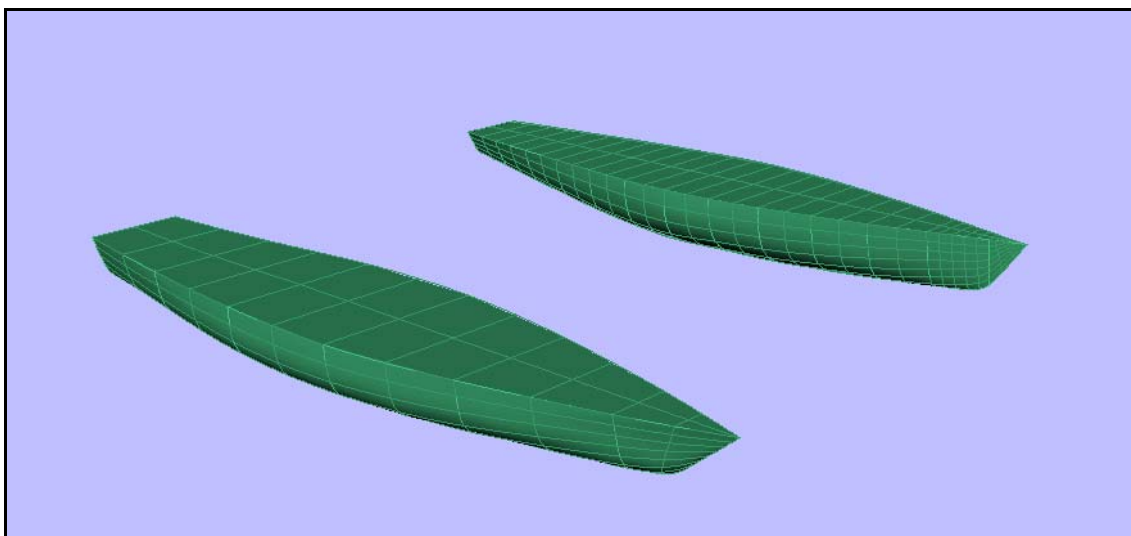
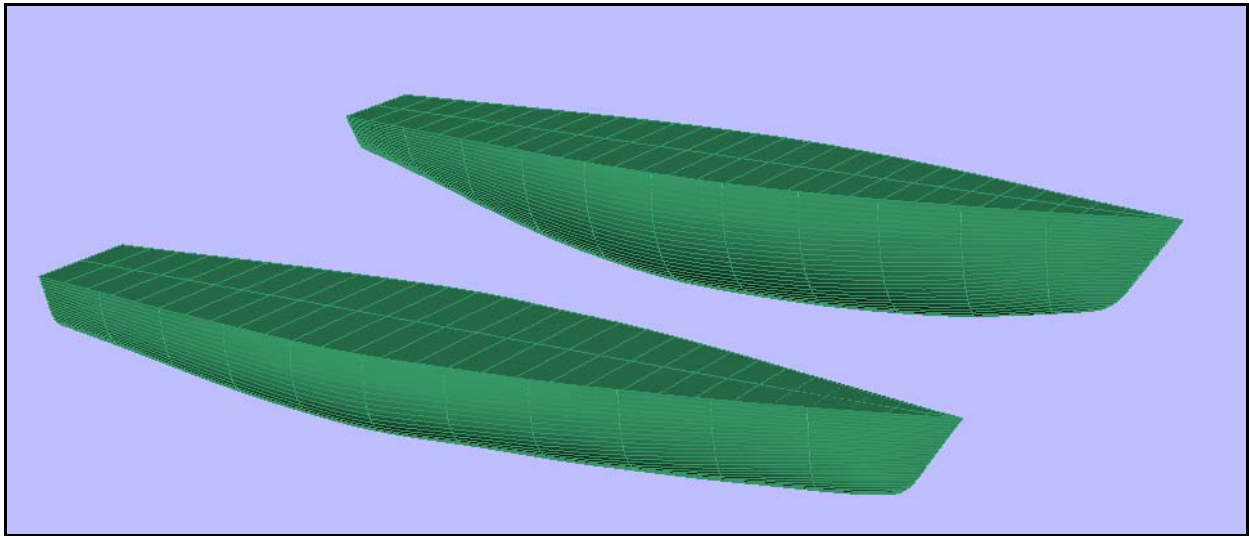


Figura 63: Serie di Delft – Modelli 3D della carena numero 25 e 26



**Figura 64:** Serie di Delft – Modelli 3D della carena numero 27 e 28

## 6.13 La Serie SSPA

### *Introduzione*

La carena madre con coefficiente di finezza 0.40 fu costruita basandosi principalmente su una serie svedese di torpediniere veloci. Alcune di queste erano state costruite dalla Marina Svedese negli anni cinquanta. Riguardo l'idrodinamica per questo di tipo di carene la tendenza principale era di avere attraverso buone qualità di tenuta al mare velocità elevate. Anche la stabilità, la manovrabilità e la propulsione erano oggetto di studi.

### 6.13.2 *Descrizione Tecnica*

La carena madre con coefficiente di finezza 0.40 è mostrata nelle figure 65 e 66.

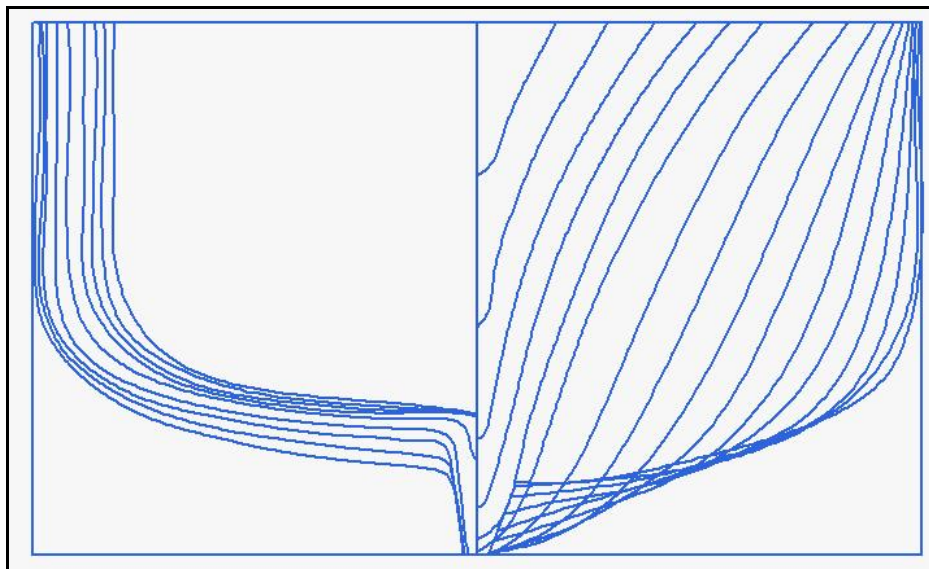


Figura 65: Serie SSPA – Trasversale della carena di Cb 0.40

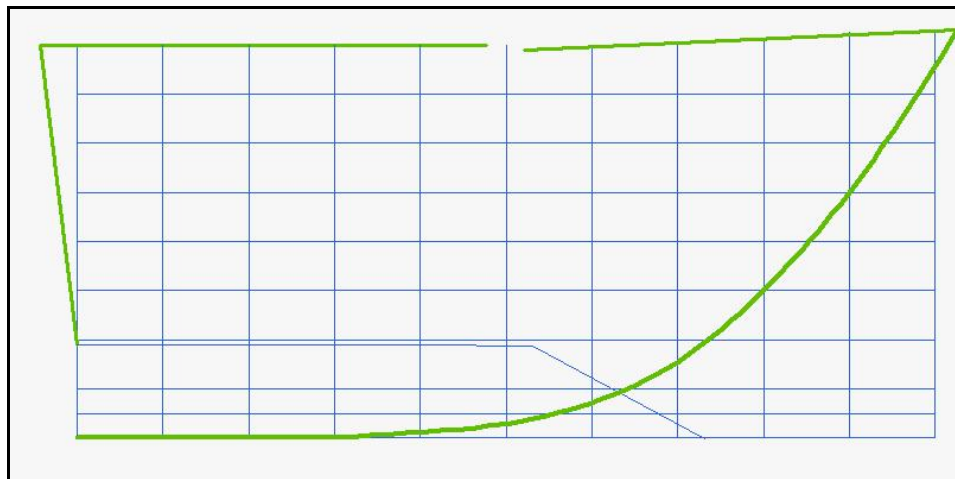
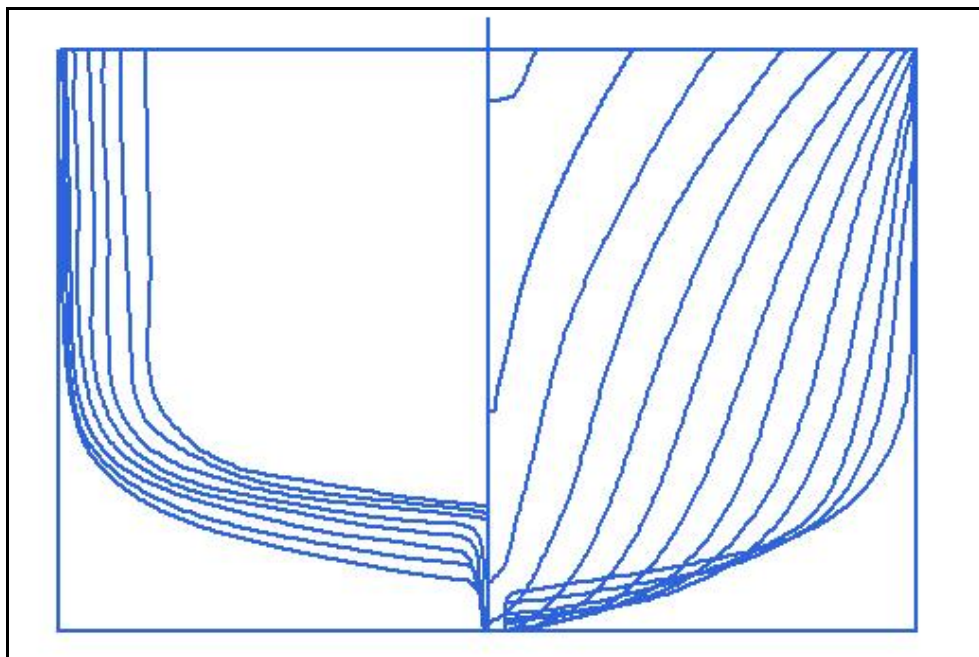


Figura 66: Serie SSPA – Profilo della carena di Cb 0.40

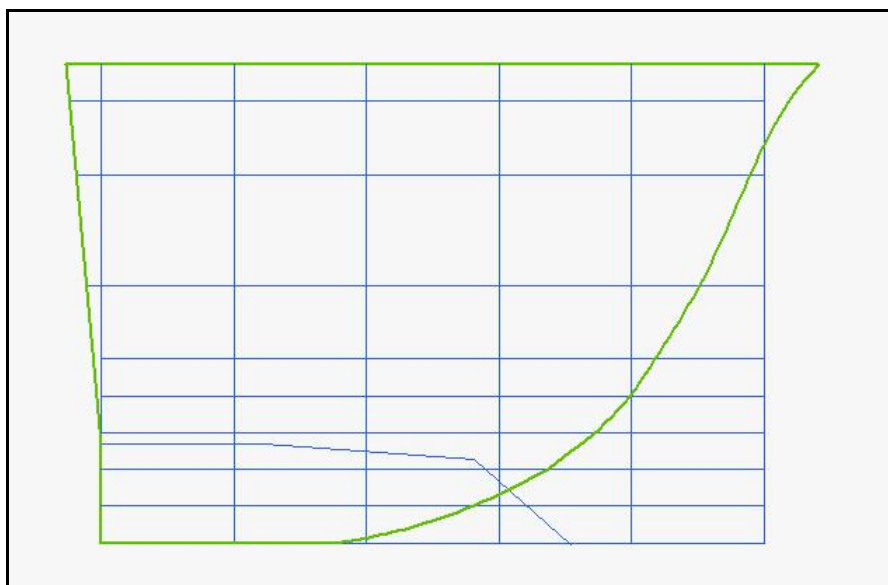
Le caratteristiche principali erano tipiche di carene veloci di questo tipo:

- ✓ sezioni a V nel corpo prodiero
- ✓ ginocchio rotondo lungo l'intera carena con il raggio che si riduce andando verso poppa
- ✓ Prua slanciata
- ✓ Angolo di rialzamento dal fondo piccolo a prua e che aumenta andando verso poppa

Le caratteristiche del modello con Cb 0.45 si possono vedere nelle figure 67 e 68, esse sono simili a quelle con coefficiente 0.40 essendo questa la madre. Inoltre volendo ottenere un Cb più alto l'ampiezza della sezione maestra Cx fu aumentato da 0.59 a 0.66 il che vuol dire un rialzamento dal fondo al mezzo ridotto. Un confronto tra la carena madre e quella ottenuta variando il Cb si può vedere in tabella 26. Sulla carena madre furono sviluppate carene in cui variava il rapporto B/T e il rapporto  $L/\nabla^{1/3}$ . Furono derivate così altre otto carene tenendo costante il Cb 0.40, il Cx e LCB. Tutti i particolari della serie si possono vedere in tabella 27. La forma sviluppata a parte fu solo quella con Cb 0.45 che aveva però in comune con la madre i valori di B/T e  $L/\nabla^{1/3}$ .



**Figura 67: Serie SSPA – Trasversale della carena di Cb 0.45**



**Figura 68: Serie SSPA – Profilo della carena di Cb 0.45**

	<b>Cb 0.40</b> 1213 - A	<b>Cb 0.45</b> 1419 -A
<b>scala modello 1:10</b>		
<b>B / T</b>	3.5	3.5
<b>L / <math>\nabla^{1/3}</math></b>	7	7
<b>Lpp, m</b>	38.57	38.57
<b>B<sub>w</sub>, m</b>	6.194	5.838
<b>T, m</b>	1.770	1.668
<b>S/<math>\sqrt{\nabla}</math>*Lpp</b>	2.94	2.78
<b><math>\nabla</math>, m<sup>3</sup></b>	169	169
<b>C<sub>p</sub></b>	0.68	0.68
<b>C<sub>x</sub></b>	0.59	0.66
<b>LCB in %Lpp</b>	4.15	4.15
<b>LCF in % Lpp/2</b>	9.09	9.09

Tabella 26 -: Serie SSPA – Confronto tra le Carene di Cb 0.40 e 0.45

<b>Particolari Geometrici Serie SSPA - Cb 0.40</b>									
<b>Numero Modello</b>	<b>1209 - A</b>	<b>1210 - A</b>	<b>1211 - A</b>	<b>1212 - A</b>	<b>1213 - A</b>	<b>1214 - A</b>	<b>1215 - A</b>	<b>1216 - A</b>	<b>1217 - A</b>
<b>scala modello 1:10</b>									
<b>B / T</b>	4.00	4.00	4.00	3.50	3.50	3.50	3.00	3.00	3.00
<b>L / <math>\nabla^{1/3}</math></b>	6.00	7.00	8.00	6.00	7.00	8.00	6.00	7.00	8.00
<b>Lpp, m</b>	33.06	38.57	44.08	33.06	38.57	44.08	33.06	38.57	44.08
<b>B<sub>w</sub>, m</b>	7.152	6.621	6.193	6.690	6.194	5.794	6.194	5.374	5.367
<b>T, m</b>	1.788	1.655	1.548	1.911	1.770	1.655	2.065	1.911	1.788
<b>S/<math>\sqrt{\nabla}</math>*Lpp</b>	3.00	3.00	3.00	2.94	2.94	2.94	2.90	2.90	2.90
<b><math>\nabla</math>, m<sup>3</sup></b>	169	169	169	169	169	169	169	169	169
<b>C<sub>B</sub></b>	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
<b>C<sub>p</sub></b>	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68	0.68
<b>C<sub>x</sub></b>	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59	0.59
<b>LCB in %Lpp</b>	4.15	4.15	4.15	4.15	4.15	4.15	4.15	4.15	4.15
<b>LCF in % Lpp/2</b>	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09	9.09

Tabella 27 -: Serie SSPA – Particolari Geometrici della serie con Cb 0.40

### 6.13.3 Modellazione della Serie SSPA

Anche in questo caso i modelli della serie sono stati ricostruiti a partire dai trasversali. Le figure 69, 70 mostrano rispettivamente i modelli 3D della carena con  $C_b$  0.40 e di quella con  $C_b$  0.45.

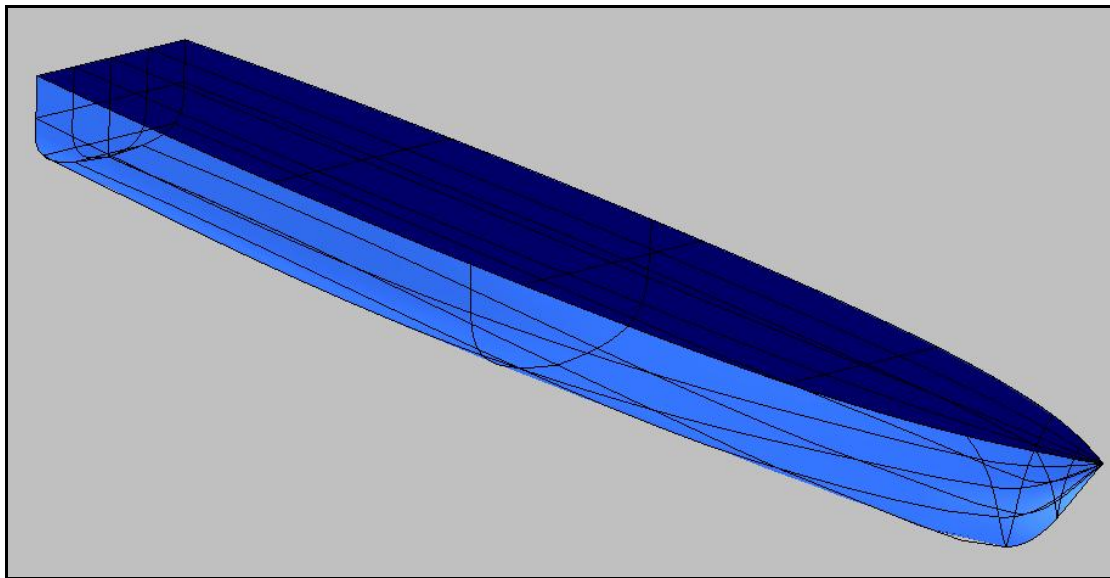


Figura 69: Serie SSPA – Modelli 3D della carena con  $C_b$  0.40

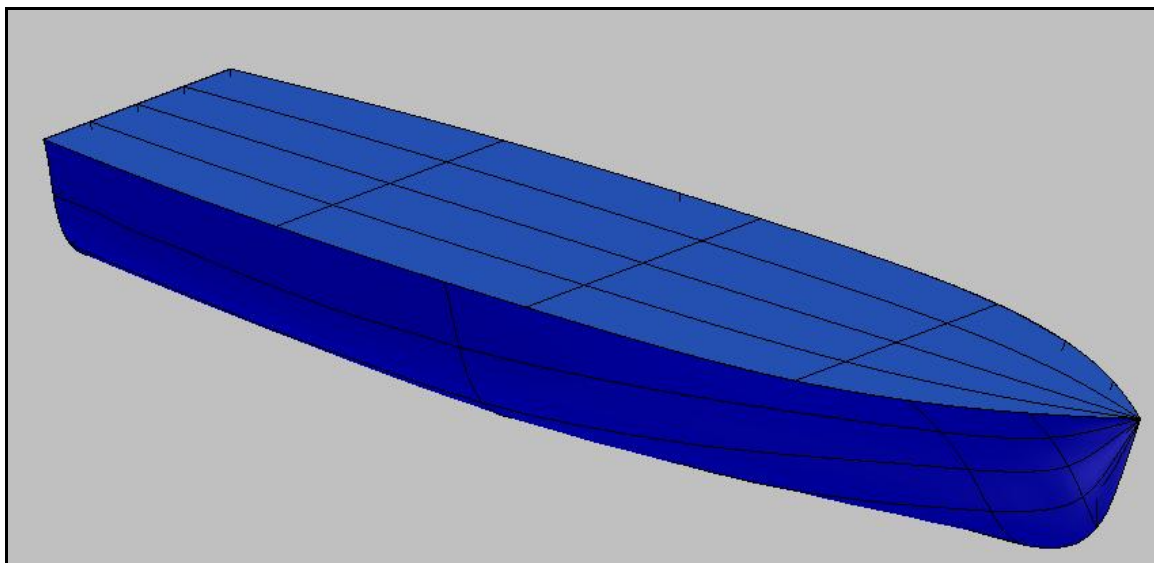


Figura 70: Serie SSPA – Modelli 3D della carena con  $C_b$  0.45



## Capitolo 7

### Trasformazioni di forme di carena

#### *Introduzione*

Nella progettazione navale esistono diversi metodi di creare forme di carena, questi possono essere classificati come segue:

- L'approccio più comune è quello di scegliere un progetto già esistente come carena madre e di modificarlo in una nuova forma di carena che abbia le caratteristiche desiderate. Sebbene siano state progettate e costruite centinaia di navi, e i modelli di gran parte di esse siano stati testati e studiati, non è ancora una conoscenza perfetta dell'idrodinamica di una nave. Ancora oggi non si sa abbastanza su quali qualità una buona forma di carena debba possedere per avere una migliore resistenza, tenuta al mare, propulsione e manovrabilità. Per queste ragioni, un progettista navale normalmente cerca di utilizzare una carena esistente con buone performance come base per un nuovo progetto.
  
- Un altro tipo di approccio consiste nell'utilizzo delle serie sistematiche di carene. Come detto precedentemente ci sono diverse famiglie di carene come la serie 60, la BSRA, la serie di Taylor ecc. Di queste serie sistematiche è specificata la forma, e questo consente di conoscere gli offsets per gli specifici parametri di forma della carena. Conoscendo anche in maniera approssimata i parametri della forma di carena desiderata è possibile utilizzare le curve di una carena appartenente ad una serie sistematica con parametri simili come base del nuovo progetto. Inoltre, risultati numerici e risultati di prove in vasca possono essere classificati a seconda del tipo nave

sotto forma di tabelle relativi ai parametri di forma. Comunque, è possibile trovare in letteratura un minimo di dati riguardanti l'idrodinamica di queste serie sistematiche, che consentono al moderno progettista navale di impostare il proprio progetto. Molte serie sistematiche risalgono agli anni 50 e 60, e quindi non sono significative del trend attuale delle forme di carena.

- Il progettista può sviluppare stando alla propria esperienza passata e alla propria bravura un primo set di curve che rappresentando in maniera approssimativa il piano di costruzione, questo senza basarsi su carene esistenti.
- Per forme di carena molto semplici come le chiatte, si può ricorrere all'utilizzo di equazioni matematiche. Per forme di carene più complicate è possibile basarsi sul computer graphics e su procedure di avviamento.

Per quanto riguarda questo capitolo si è posta l'attenzione ai metodi di distorsione lineare, che consistono nella modifica di forme di carena già esistenti.

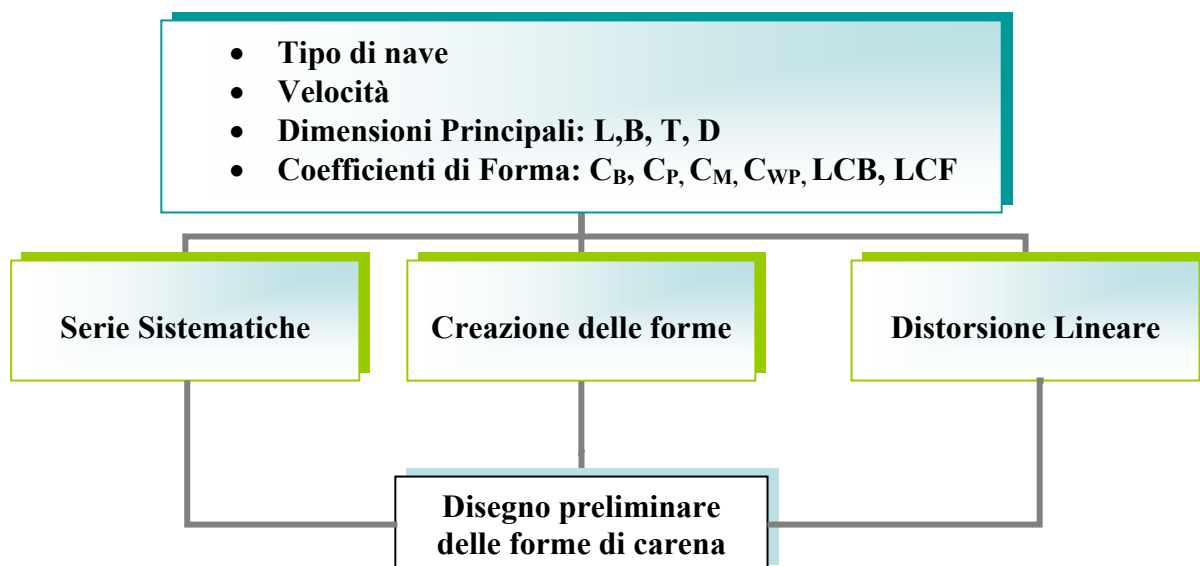


Figura 1: Metodi di progetto delle forme di carena

## 7.1 *Distorsione Lineare*

Quando si vuole studiare l'influenza dei diversi parametri di forma sul comportamento di una nave il progettista ha bisogno di derivare un nuovo piano di costruzione da quello di un data carena madre dove sono stati fatti variare alcuni parametri di forma. L'approccio della distorsione lineare si indirizza a tale scopo e mira all'estrapolazione tramite opportune operazioni matematiche di una nuova forma di carena da una carena madre. In principio il progettista deve essere in grado di variare dei parametri mantenendone altri costanti. La variazione totale desiderata può essere suddivisa in due grandi categorie:

- variazione dei parametri principali;
- variazione dei parametri secondari.

Quando si progetta una nuova carena tramite al distorsione di forme già esistenti, di solito è sufficiente disegnare solo l'opera viva e in un secondo momento aggiungere la parte superiore in modo convenzionale.

### 7.1.1 *Variazione dei parametri principali di forma*

Per modificare la lunghezza, la larghezza o l'immersione, le offset della carena devono essere semplicemente moltiplicate con dei fattori di espansione o contrazione adeguati. Questo non influenza i parametri secondari, cioè  $C_B$ ,  $C_M$ ,  $C_P$ ,  $C_{WP}$ , LCB e LCF. Tuttavia, queste variazioni alterano il dislocamento. Volendo far variare la lunghezza, mantenendo costante il dislocamento, l'area della sezione al mezzo varia in rapporto inverso a quello della lunghezza. Il rapporto B/T resta costante così come il dislocamento, il coefficiente di finezza totale e tutti i parametri secondari. Le nuove dimensioni sono:

$$L' = (1 + \delta L)L \quad B' = \frac{B}{\sqrt{1 + \delta L}} \quad T' = \frac{T}{\sqrt{1 + \delta L}}$$

costante così come il dislocamento, il coefficiente di finezza totale e tutti i parametri secondari.

Poiché  $B'/B$  e  $T'/T$  sono uguali e  $L'/L$  è specificato dal progettista, le linee d'acqua e le offset delle corrispondenti stazioni possono essere trovate utilizzando le moderne tecniche di architettura navale. Con  $L$  fissato e  $B/T$  che varia di un fattore  $1 + \delta x$ , le variazioni di  $B$  e  $T$  sono le seguenti:

$$B' = \frac{B}{\sqrt{1 + \delta x}} \quad T' = \frac{T}{\sqrt{1 + \delta x}}$$

e le corrispondenti variazioni nelle offset e nelle linee d'acqua possono essere prese nel modo solito.

## 7.1.2 Variazione dei parametri secondari di forma

### 7.1.2.1 Swinging the Sectional Area Curve

Questo metodo permette di variare la posizione di LCB mantenendo il  $C_B$  costante. La figura 2 mostra la curva delle aree della carena originale e di quella modificata.

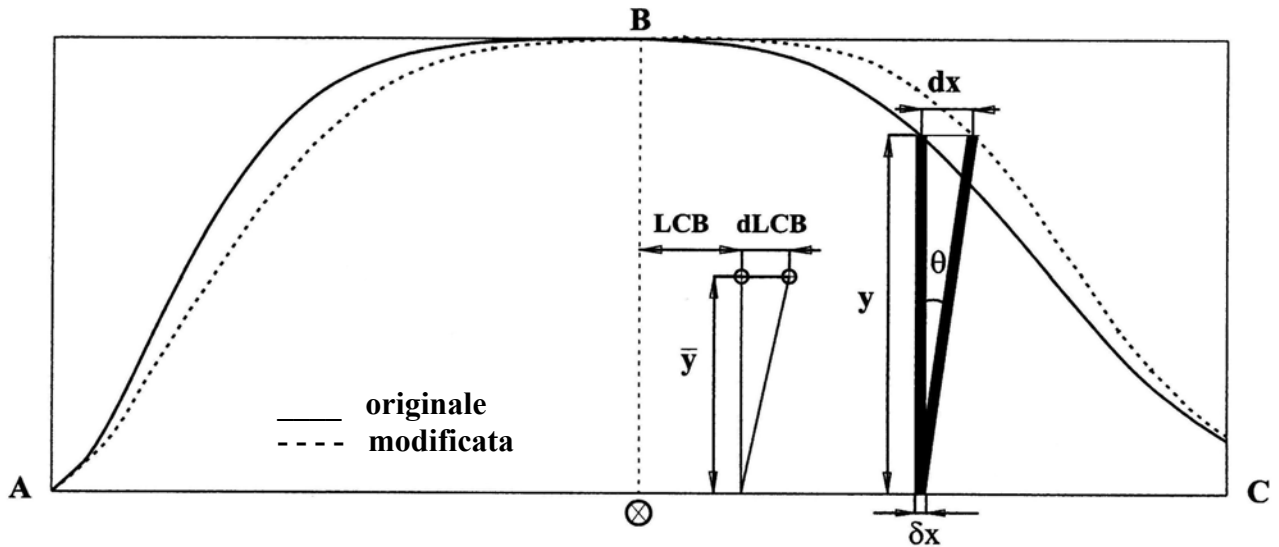


Figura 2: Swinging the sectional area curve variando la posizione di LCB

Consideriamo la curva delle aree divisa in un numero finito di piccole strisce  $\delta x$ . L'area di ognuno di questi elementi è  $\delta xy$ . Il momento longitudinale totale dovuto allo “swinging” di tutte le strisce è dato da

$$M = \sum \frac{1}{2} \delta xy dx = \frac{1}{2} tg \theta \sum y^2 \delta x = A \bar{y} tg \theta$$

Osservando che  $dx = y tg \theta$ ,  $\sum \delta xy = A$ ,  $\frac{1}{2} y = \bar{y}$ . Quindi  $A \bar{y} tg \theta = AdLCB$ .

L'angolo da utilizzare per avere la variazione di LCB e lo shift delle sezioni desiderati sono dati da

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dLCB}{\bar{y}}, \quad dx = y \operatorname{tg} \theta = \frac{y}{\bar{y}} dLCB$$

dove si è utilizzata la seguente simbologia:

- $A$  = area totale racchiusa dalla curva ABC, rappresentante il coefficiente di finezza;
- $y$  = area di ogni sezione trasversale in  $x$  espressa come frazione dell'ordinata maestra;
- $\bar{y}$  = posizione del centro;
- $\theta$  = angolo di “shift” richiesto per ottenere la variazione di LCB;
- $dLCB$  = variazione richiesta di LCB.

Una volta determinate le nuove posizioni delle sezioni trasversali, le offsets modificate possono essere ottenute direttamente dall'orizzontale della carena originaria. I limiti di questo metodo consistono nella variazione incontrollata di  $C_{WP}$  e LCF, inoltre la variazione del corpo cilindrico e della sezione maestra nella forma derivata non possono essere controllate.

## *Esempi*

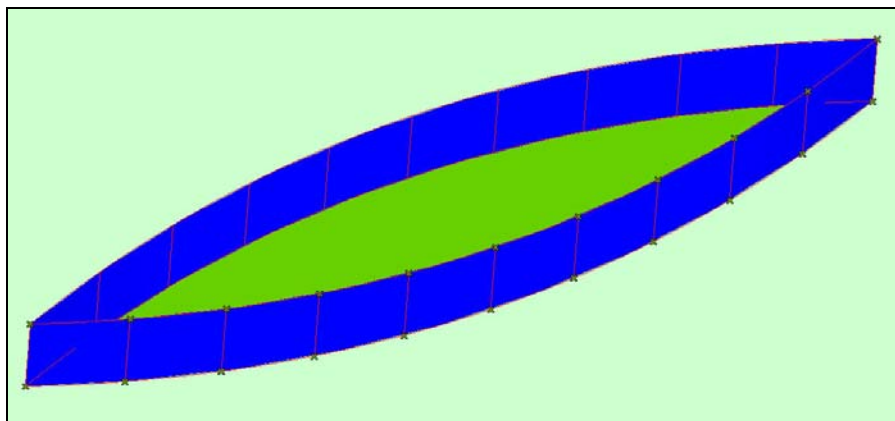
### *Esempio A - Forma Parabolica*

Consideriamo una forma parabolica avente come dimensioni principali  $L = 100\text{m}$ ,  $B = 10\text{m}$  e  $T = 10\text{m}$ . La tavola delle semilarghezze e le relative aree sono date nella seguente tabella A-1:

Station	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Breadth	0	3.6	6.4	8.4	9.6	10	9.6	8.4	6.4	3.6	0
Sectional area $y$	0	36	64	84	96	100	96	84	64	36	0

**Tabella A-1: Semilarghezze e Aree Carena Originaria**

La carena è stata modellata con un CAD e nelle figure seguenti si può vedere il trasversale e il modello 3D.



**Figura A-1: Modello 3D forma parabolica originaria**

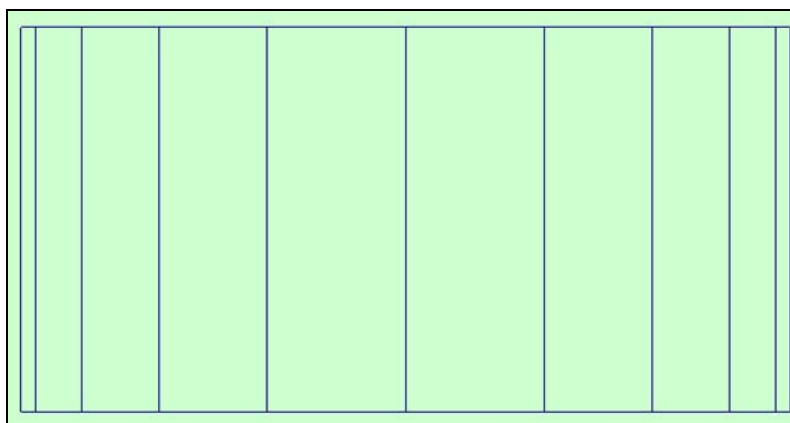


Figura A-2: Trasversale forma parabolica

In seguito è stata tracciata la curva delle aree:

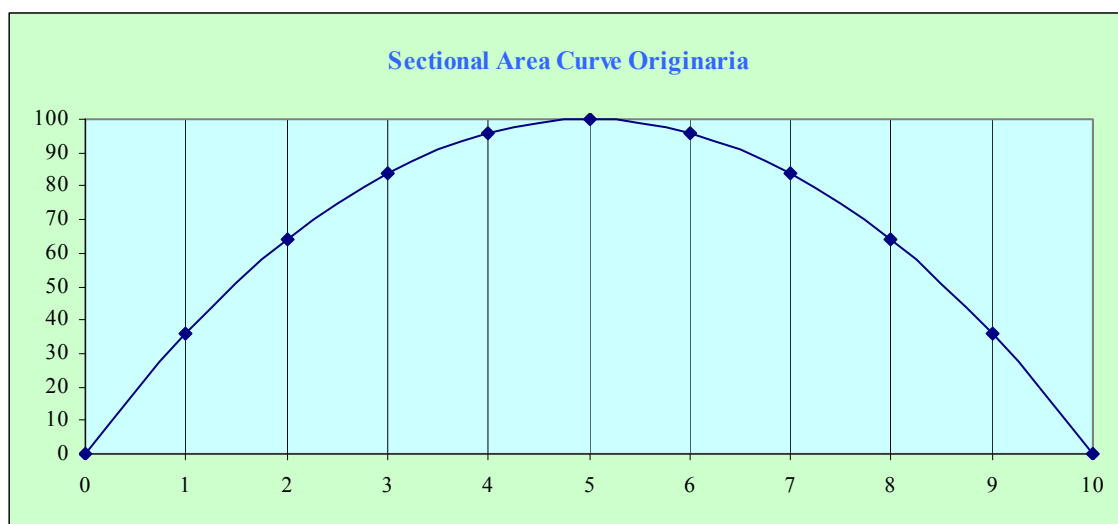


Figura A-3: SAC originaria

Poiché questa forma è perfettamente simmetrica la posizione di LCB è al mezzo. Vogliamo spostare la posizione di LCB del 5% verso prua.

Come prima passo valutiamo la curva delle aree originaria nel seguente modo:



Calcolo Aree						
Station	Area	SM	Prodotti	Area^2	SM	Prodotti
0	0	1	0	0	1	0
1	36	4	144	1296	4	5184
2	64	2	128	4096	2	8192
3	84	4	336	7056	4	28224
4	96	2	192	9216	2	18432
5	100	4	400	10000	4	40000
6	96	2	192	9216	2	18432
7	84	4	336	7056	4	28224
8	64	2	128	4096	2	8192
9	36	4	144	1296	4	5184
10	0	1	0	0	1	0
			$\Sigma_1 = 2000$			$\Sigma_2 = 160064$

Tabella A-2: Calcolo delle Aree

Avendo indicato con  $\lambda$  il passo il volume è dato da :

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 6666.667 \text{ m}^3$$

Il momento:

$$M = (\lambda / 6) * \Sigma_2 = 266773.333 \text{ m}^4$$

Il centro:

$$\tilde{y} = (M/V) = 40\text{m}$$

L'angolo di shift delle stazioni è:

$$\tan\theta = dLCB / \tilde{y} = 5 / 40 = 0.125$$

Lo shift di ogni sezione è dato nella tabella A-3 :

Calcolo degli Shift $y * \text{tg}\theta$											
Station	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>dx</b>	0	4.5	8	10.5	12	12.5	12	10.5	8	4.5	0

Tabella A-3: Calcolo degli Shift

Le nuove aree sono espresse in tabella A-4:

Calcolo Nuove Aree											
Station	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Area	0	25.4176	48.1222	67.6186	83.3275	94.428	99.758	97.563	84.982	56.695	0

Tabella A-4: Calcolo delle nuove Aree

La nuova curva delle aree è rappresentata nella figura A-4 e il confronto tra le curve delle aree è dato nella figura A-5:

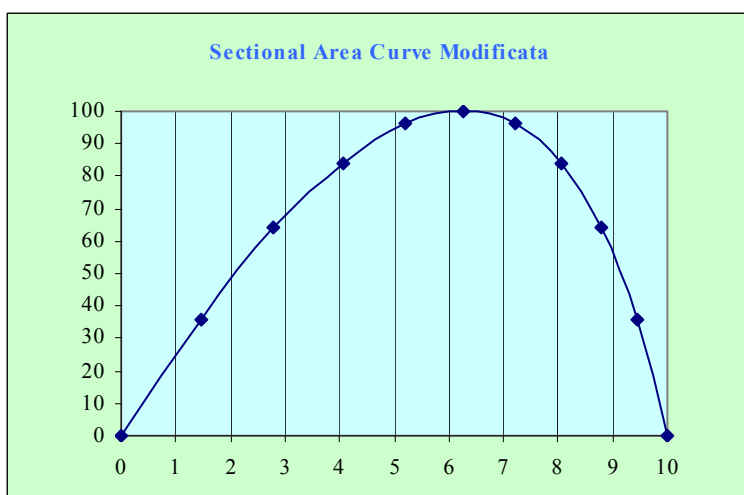


Figura A-4: SAC modificata

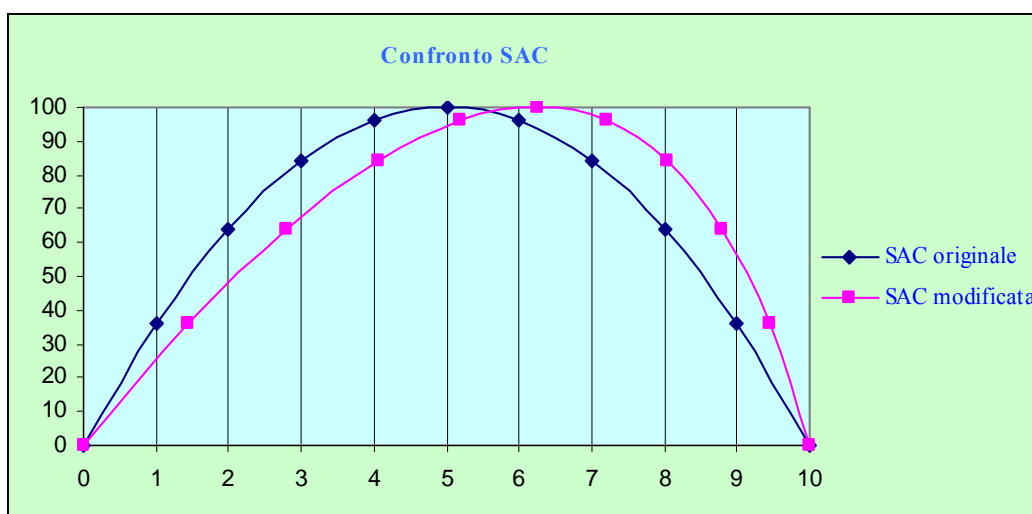


Figura A-5: SAC originaria – Sac modificata

Le proprietà idrostatiche della nuova forma sono state calcolate e sono date nella tabella A-5:

Calcolo Proprietà Idrostatiche					
Station	Area	SM	Prodotti	Ascisse	Prodotti
0	0	1	0	5	0
1	25.418	4	101.672	4	406.688
2	48.122	2	96.244	3	288.732
3	67.619	4	270.476	2	540.952
4	83.328	2	166.656	1	166.656
5	94.428	4	377.712	0	0
6	99.758	2	199.516	-1	-199.516
7	97.563	4	390.252	-2	-780.504
8	84.982	2	169.964	-3	-509.892
9	56.695	4	226.78	-4	-907.12
10	0	1	0	-5	0
			$\Sigma_1 = 1999.272$		$\Sigma_2 = -994.004$

Tabella A-5: Calcolo Proprietà Idrostatiche

Il volume:

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 6664.24 \text{ m}^3$$

La differenza di volume:

$$dV = (6666.667 - 6664.24)/6666.667 \Rightarrow 0.036 \%$$

Posizione di LCB:

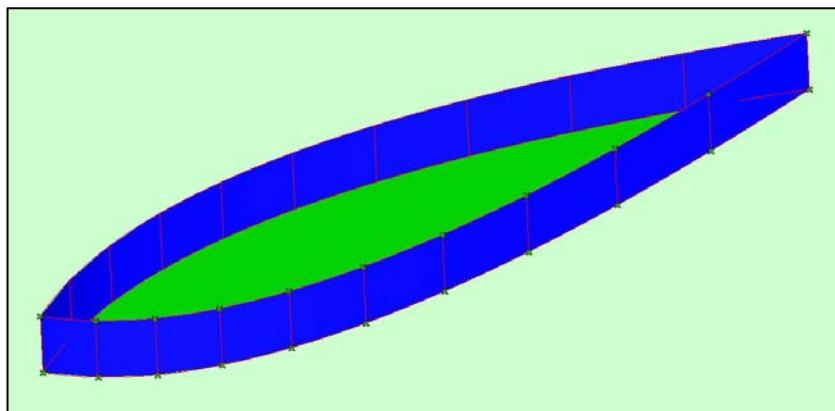
$$LCB = \lambda (\Sigma_2 / \Sigma_1) = 4.972 \text{ verso poppa}$$

La differenza di LCB è :

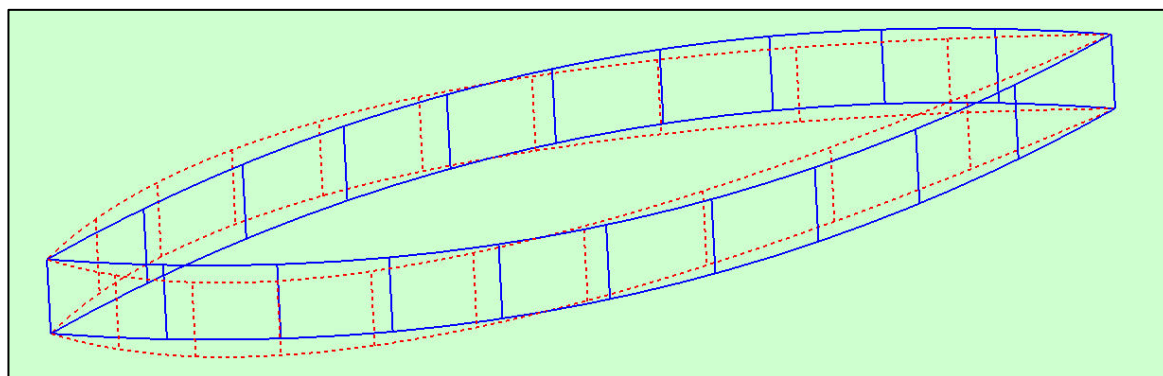
$$dLCB = (4.972 - 0)/100 = 4.972\%$$

La differenza di LCB ottenuta è molto vicina al 5% desiderato e il volume è mantenuto all'incirca costante. La nuova carena è stata modellata al CAD e il

suo modello è rappresentato nella figura A-6. Un confronto tra le curve della curva originaria e di quella modificata è dato in figura A-7.



**Figura A-6: Modello 3D forma parabolica modificata**



**Figura A-7: Confronto Curve**

## *Esempio B - Carena Wigley*

Consideriamo una carena, matematicamente definita, appartenente alla serie sistematica Wigley. Le dimensioni principali sono  $L = 16\text{m}$ ,  $B = 1.6\text{m}$ ,  $T = 1\text{m}$  e l'equazione che la definisce è data da:

$$y(x, z) = \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{2x}{L} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left( \frac{z}{T} \right)^2 \right\}$$

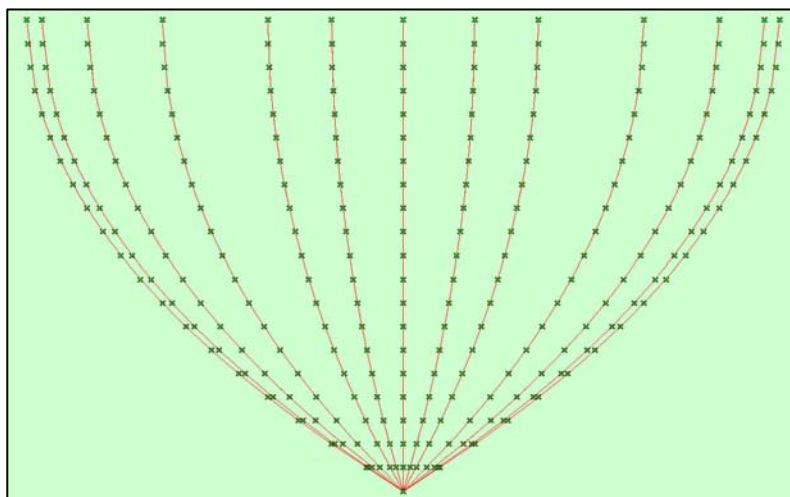
dove si è indicato con:

$x$  = distanza longitudinale dal mezzo (positivo verso prua)

$y$  = semilarghezze rispetto a  $(x, z)$

$z$  = altezze (positive verso il basso)

Questa forma è simmetrica. Si vuole spostare la posizione di LCB del 7.5%  $L$  verso poppa. La carena è stata modellata con un CAD e nelle figure B-8, B-9 e B-10 seguenti si possono vedere il trasversale, l'orizzontale e il modello 3D.



**Figura B-8: Trasversale Carena Wigley Originaria**

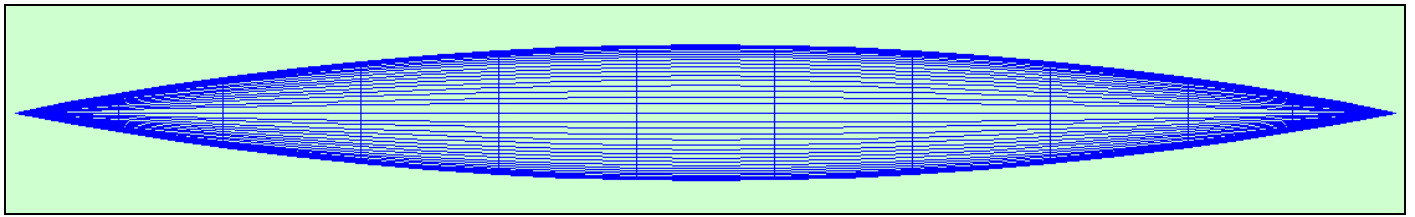


Figura B-9: Orizzontale Carena Wigley Originaria

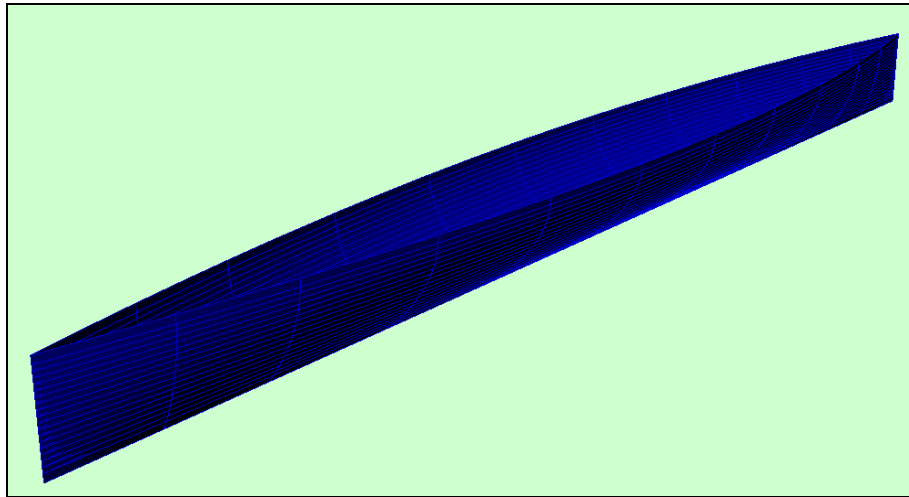


Figura B-10: Modello 3D Carena Wigley Originaria

Le semilarghezze e le relative aree sono date nella seguente tabella:

Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
Breadth	0	0.152	0.288	0.512	0.672	0.768	0.8	0.768	0.672	0.512	0.288	0.152	0
Sectional area y	0	0.2027	0.3841	0.6826	0.896	1.024	1.067	1.024	0.896	0.6826	0.3841	0.2027	0

Tabella B-5: Calcolo Proprietà Idrostatiche

In seguito è stata tracciata la curva delle aree, come si può vedere in figura B-11:

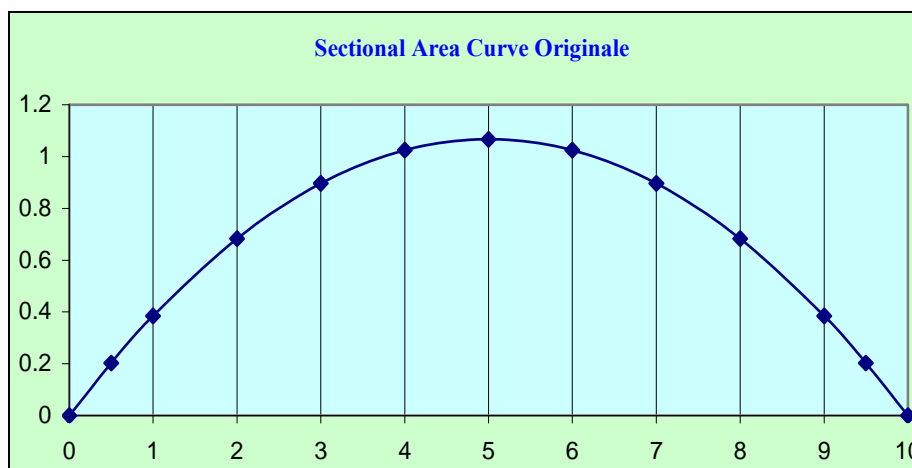


Figura B-11: SAC Originaria

Sono state calcolate le proprietà idrostatiche della forma originaria, che sono mostrate in tabella B-6:

Calcolo Aree						
Station	Area	SM	Prodotti	Area^2	SM	Prodotti
0	0	0.5	0	0	0.5	0.000
0.5	0.2027	2	0.4054	0.041	2	0.082
1	0.3841	1.5	0.5762	0.147	1.5	0.221
2	0.6826	4	2.7304	0.466	4	1.864
3	0.8960	2	1.7920	0.803	2	1.606
4	1.0240	4	4.0960	1.049	4	4.196
5	1.0670	2	2.1340	1.138	2	2.276
6	1.0240	4	4.0960	1.049	4	4.196
7	0.8960	2	1.7920	0.803	2	1.606
8	0.6826	4	2.7304	0.466	4	1.864
9	0.3841	1.5	0.5762	0.147	1.5	0.221
9.5	0.2027	2	0.4054	0.041	2	0.082
10	0	0.5	0	0	0.5	0.000
			$\Sigma_1=21.33$			$\Sigma_2=18.214$

Tabella B-6: Calcolo Proprietà Idrostatiche

Avendo con  $\lambda$  il passo il volume è dato da:

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 11.376 \text{ m}^3$$

Il momento:

$$M = (\lambda / 6) * \Sigma_2 = 4.857 \text{ m}^4$$

Il centro:

$$\tilde{y} = (M/V) = 0.427 \text{ m}$$

L'angolo di shift delle stazioni è:

$$\tan\theta = dLCB / \tilde{y} = (6.8 - 8) / 0.427 = - 2.81$$

Lo shift di ogni sezione è dato nella tabella B-7 :

Calcolo degli Shift $y * \text{tg}\theta$													
Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
dx	0	-0.57	-1.08	-1.92	-2.52	-2.88	-3.00	-2.88	-2.52	-1.92	-1.08	-0.57	0

Tabella B-7: Calcolo degli Shift

Le nuove aree sono:

Calcolo Nuove Aree													
Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
Area	0	0.516	0.767	1	1.067	1.038	0.948	0.814	0.647	0.452	0.236	0.119	0

Tabella B-8: Calcolo delle nuove Aree

La nuova curva delle aree è rappresentata nella figura B-12 e il confronto tra le curve delle aree è dato nella figura B-13:



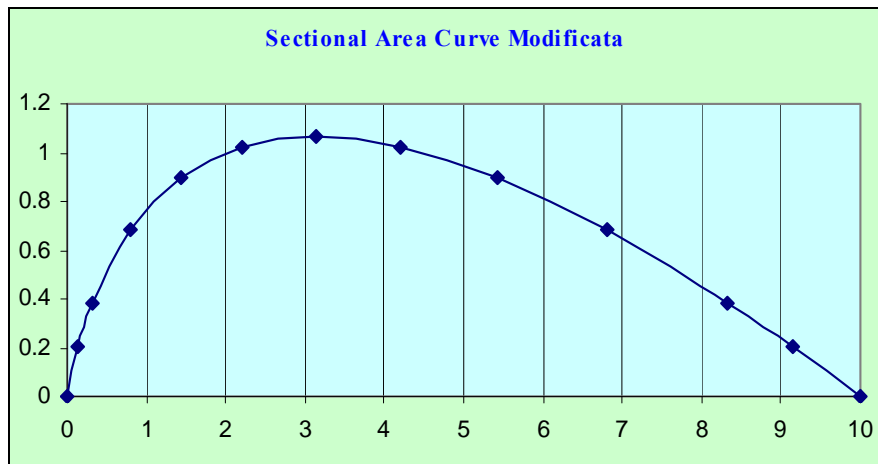


Figura B-12: SAC Modificata

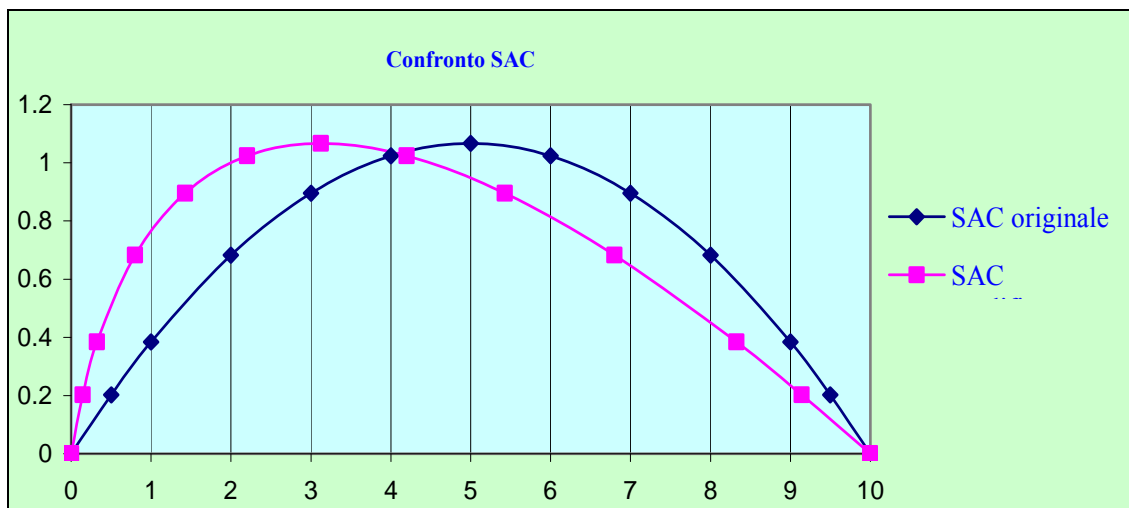


Figura B-13: SAC originaria – SAC modificata

Le proprietà idrostatiche della nuova forma sono state calcolate e sono date nella seguente tabella:

Calcolo Proprietà Idrostatiche					
Station	Area	SM	Prodotti	MC	Prodotti
0	0	0.5	0	5	0
0.5	0.516	2	1.032	4.5	4.644
1	0.767	1.5	1.151	4	4.604
2	1	4	4	3	12
3	1.067	2	2.134	2	4.268
4	1.038	4	4.152	1	4.152
5	0.948	2	1.896	0	0
6	0.814	4	3.256	-1	-3.256
7	0.647	2	1.294	-2	-2.588
8	0.452	4	1.808	-3	-5.424
9	0.236	1.5	0.354	-4	-1.416
9.5	0.119	2	0.238	-4.5	-1.071
10	0	0.5	0	-5	0
			$\Sigma_1=21.315$		$\Sigma_2=15.913$

Tabella B-9: Calcolo Proprietà Idrostatiche

Il volume:

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 11.368 \text{ m}^3$$

La differenza di volume:

$$dV = (11.376 - 11.368)/11.376 \Rightarrow 0.07 \%$$

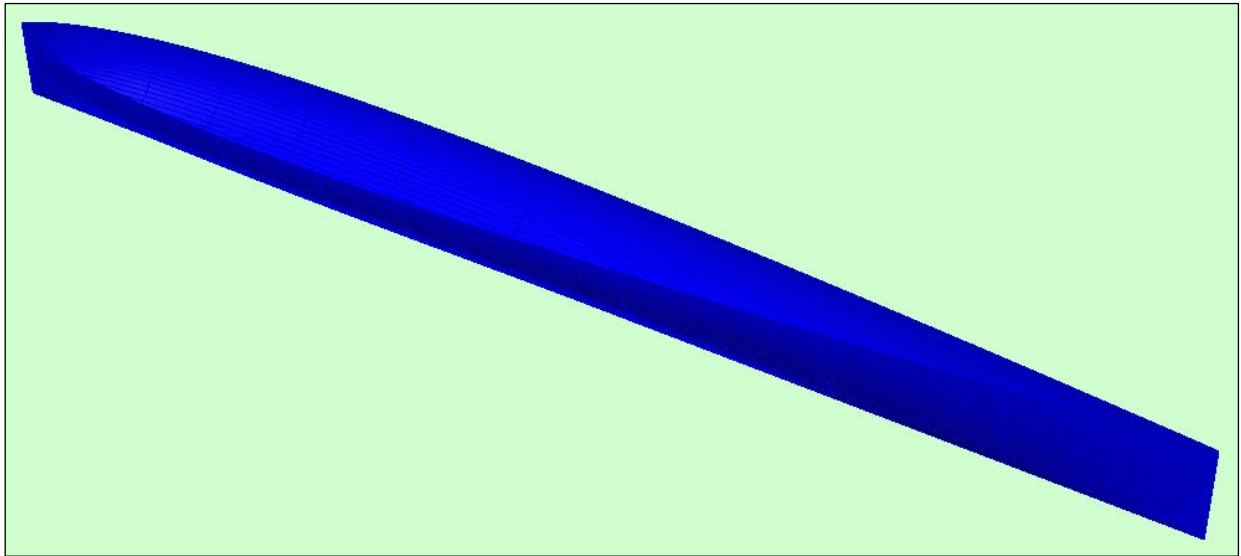
Posizione di LCB:

$$LCB = \lambda (\Sigma_2 / \Sigma_1) = 1.195 \text{ verso prua}$$

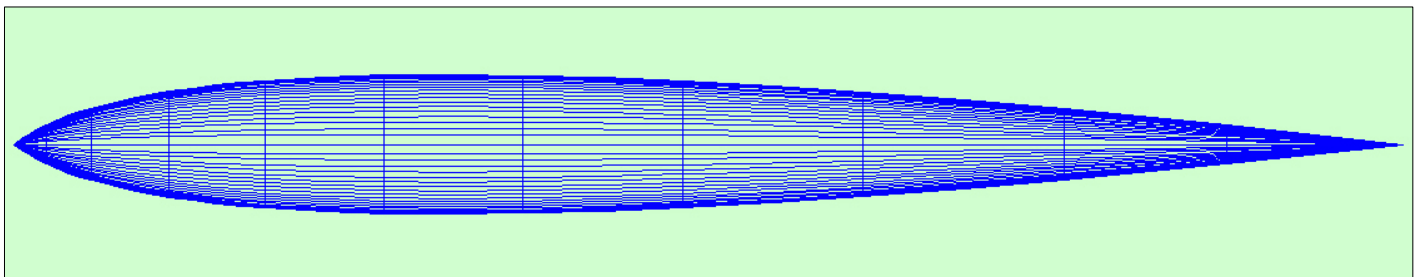
La differenza di LCB è :

$$dLCB = (1.195/16)*100 = 7.46 \%$$

La differenza di LCB ottenuta è molto vicina al 7.5% desiderato e il volume è mantenuto all'incirca costante. La nuova carena è stata modellata al CAD, il suo modello e l'orizzontale sono mostrati nelle figure B-14 e B-15.



**Figura B-14: Modello 3D Carena Wigley modificata**



**Figura B-15: Orizzontale Carena Wigley modificata**

### Esempio C – Cargo Ship

Consideriamo una carena di una cargo ship. Le dimensioni principali sono  $L = 120\text{m}$ ,  $B = 18\text{m}$ ,  $T = 8\text{m}$ ,  $D = 12\text{m}$ . Le offsets di questa carena sono date nella tabella C-10.

Quadro delle Semilarghezze													
Linee d'acqua	Stazioni												
	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
0	0.000	0.153	1.305	4.023	6.039	6.813	6.813	6.813	6.372	4.437	1.548	0.351	0.000
0.5	0.000	0.486	2.565	6.246	8.199	8.658	8.658	8.658	8.37	6.57	3.519	2.169	1.314
1	0.000	0.639	2.871	6.894	8.613	8.991	8.991	8.991	8.829	7.317	4.032	2.556	1.710
2	0.000	0.774	3.294	7.596	8.865	9.000	9.000	9.000	8.982	8.037	4.473	2.583	1.647
3	0.000	2.061	4.752	8.082	8.964	9.000	9.000	9.000	9.000	8.298	4.788	2.376	0.774
4	2.925	5.022	6.741	8.550	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	8.415	5.157	2.439	0.063
5	5.112	6.957	8.136	8.865	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	8.586	5.823	3.276	0.630
6	6.642	8.253	8.865	8.982	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	8.757	6.867	5.058	2.367

Tabella C-10: Quadro delle Semilarghezze

Il trasversale di questa carena è mostrato nella figura C-16:

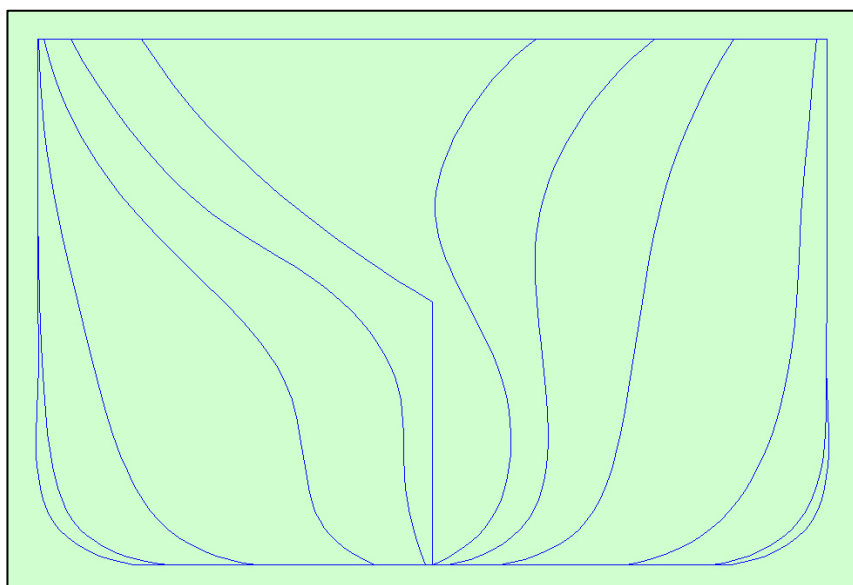


Figura C-16: Trasversale Cargo Ship

Vogliamo spostare la posizione di LCB del 3% verso poppa. Le semilarghezze e le relative aree sono date nella seguente tabella:

Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
Breadth	2.925	5.022	6.741	8.550	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	8.415	5.157	2.439	0.063
Area	4.6165	23.618	60.587	117.955	138.643	141.9	141.9	141.9	140.431	122.648	68.782	37.718	18.229

Tabella C-11: Quadro delle Aree

La carena è stata modellata con un CAD e nella figura C-17 si può vedere il modello 3D.

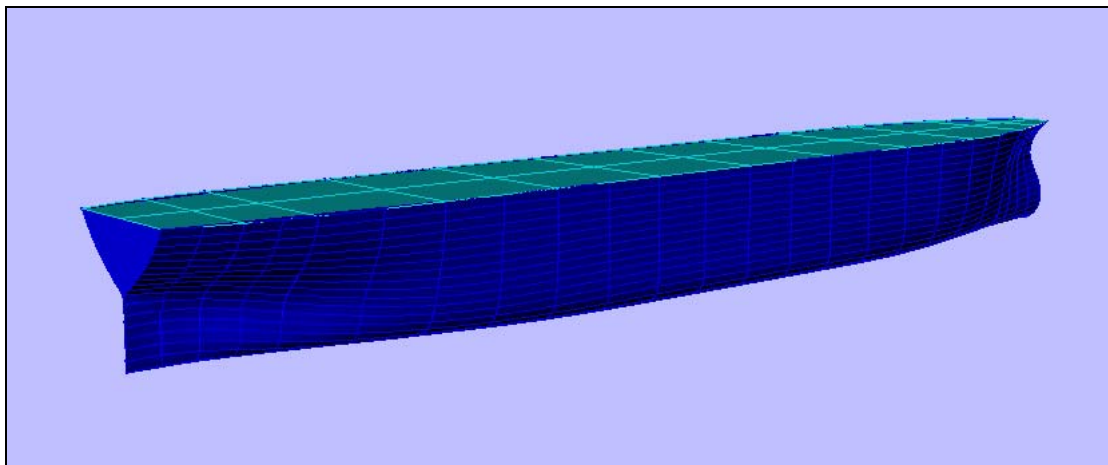


Figura C-17: Modello 3D Cargo Ship

In seguito sono state calcolate le proprietà idrostatiche della carena originaria, inclusi il centro verticale e la curva delle aree. Nella tabella seguente sono rappresentati i risultati ottenuti e la figura C-18 mostra la curva delle aree:

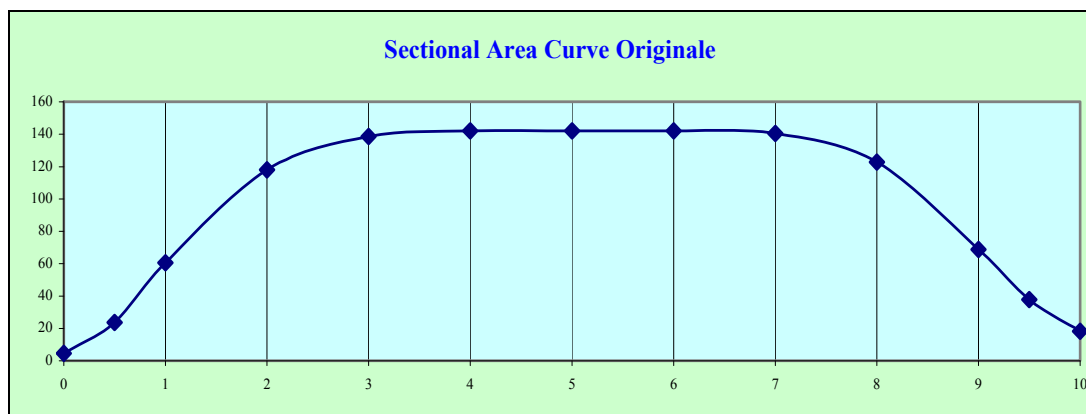


Figura C-18: SAC originaria

Calcolo Proprietà Idrostatiche								
Station	Area	SM	Prodotti	MC	Prodotti	Area^2	SM	Prodotti
0	4.6165	0.5	2.30825	5	11.54125	21.3121	0.5	10.65603613
0.5	23.618	2	47.236	4.5	212.562	557.81	2	1115.619848
1	60.587	1.5	90.8805	4	363.522	3670.78	1.5	5506.176854
2	117.955	4	471.82	3	1415.46	13913.4	4	55653.5281
3	138.643	2	277.286	2	554.572	19221.9	2	38443.7629
4	141.9	4	567.6	1	567.6	20135.6	4	80542.44
5	141.9	2	283.8	0	0	20135.6	2	40271.22
6	141.9	4	567.6	-1	-567.6	20135.6	4	80542.44
7	140.431	2	280.862	-2	-561.724	19720.9	2	39441.73152
8	122.648	4	490.592	-3	-1471.776	15042.5	4	60170.12762
9	68.782	1.5	103.173	-4	-412.692	4730.96	1.5	7096.445286
9.5	37.718	2	75.436	-4.5	-339.462	1422.65	2	2845.295048
10	18.229	0.5	9.1145	-5	-45.5725	332.296	0.5	166.1482205
			$\Sigma_1 = 3267.70825$			$\Sigma_2 = -273.56925$		
						$\Sigma_3 = 411805.5914$		

Tabella C-12: Calcolo delle Proprietà Idrostatiche

Avendo con  $\lambda$  il passo il volume è dato da:

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 13070.833 \text{ m}^3$$

Il momento:

$$M = (\lambda / 6) * \Sigma_2 = 823611.1829 \text{ m}^4$$

Il coefficiente di finezza totale

$$C_B = \nabla / LBT = 0.7564$$

Posizione di LCB:

$$LCB = \lambda (\Sigma_2 / \Sigma_1) = 1 \text{ verso prua}$$

Il centro verticale della SAC

$$\tilde{y} = M / V = 63.011$$

L'angolo di shift delle stazioni è:

$$\tan\theta = dLCB / \tilde{y} = 0.0571$$

Lo shift di ogni sezione è dato nella seguente tabella :

Calcolo degli Shift $y \cdot \tan\theta$													
Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
<b>dx</b>	0.264	1.349	3.461	6.739	7.921	8.107	8.107	8.107	8.023	7.007	3.930	2.155	1.041

Tabella C-13: Calcolo degli Shift

Le nuove aree sono:

Calcolo Nuove Aree													
Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
<b>Area</b>	4.092	35.860	88.950	134.891	141.520	141.988	141.813	141.720	132.610	100.880	52.486	30.455	16.653

Tabella C-14: Calcolo delle Nuove Aree

La nuova curva delle aree è rappresentata nella figura C-19 e il confronto tra le curve delle aree è dato nella figura C-20:

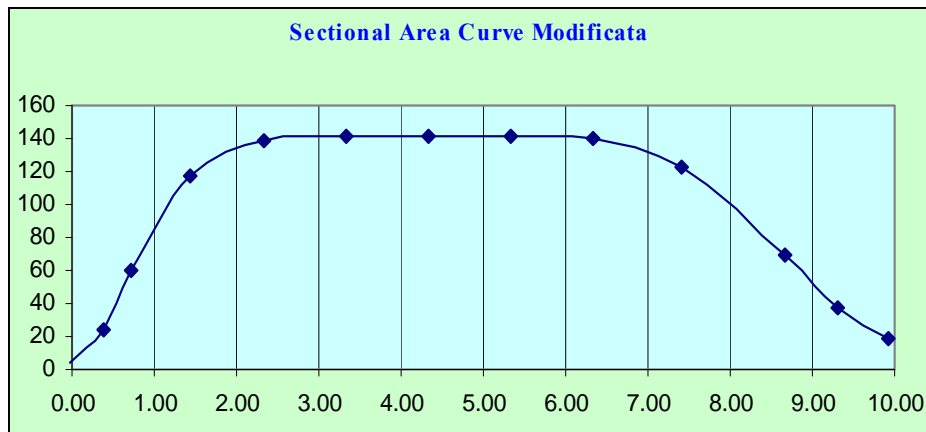


Figura C-19: SAC Modificata

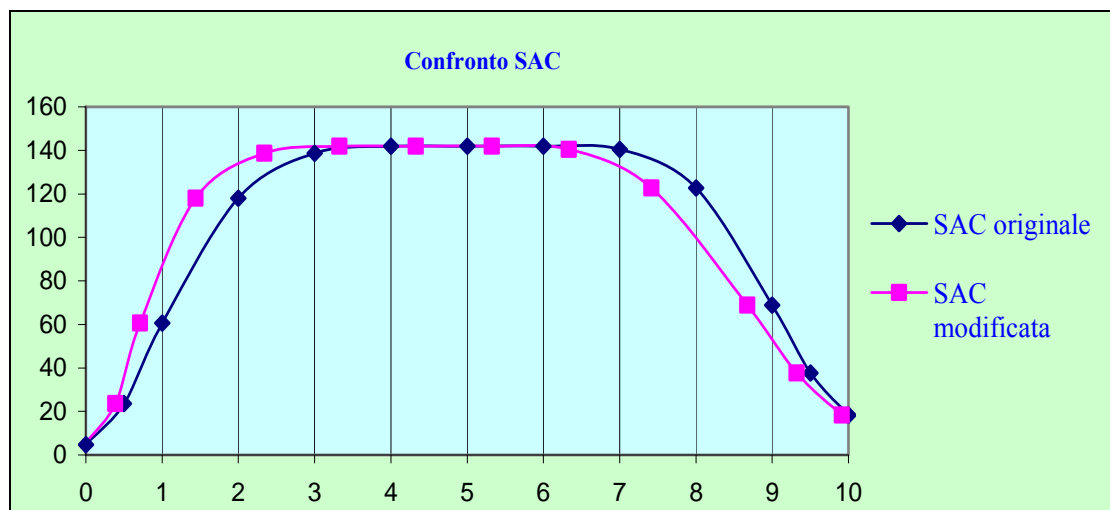


Figura C-20: SAC originaria – SAC modificata

Le proprietà idrostatiche della nuova forma sono state calcolate e sono date nella seguente tabella:



Calcolo Proprietà Idrostatiche Modificata					
Station	Area	SM	Prodotti	MC	Prodotti
0	4.092	0.5	2.046	5	10.231
0.5	35.860	2	71.720	4.5	322.738
1	88.950	1.5	133.424	4	533.697
2	134.891	4	539.562	3	1618.687
3	141.520	2	283.039	2	566.079
4	141.988	4	567.952	1	567.952
5	141.813	2	283.625	0	0.000
6	141.720	4	566.880	-1	-566.880
7	132.610	2	265.219	-2	-530.439
8	100.880	4	403.518	-3	-1210.555
9	52.486	1.5	78.729	-4	-314.914
9.5	30.455	2	60.911	-4.5	-274.098
10	16.653	0.5	8.326	-5	-41.632
			$\Sigma_1 = 3264.953$		$\Sigma_2 = 680.867$

Tabella C-15: Calcolo delle Proprietà Idrostatiche

Il volume:

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 13059.810 \text{ m}^3$$

La differenza di volume:

$$dV = (13070.833 - 13059.810) / 13070.833 \Rightarrow 0.1 \%$$

Il coefficiente di finezza totale

$$C_B = \nabla / LBT = 0.756$$

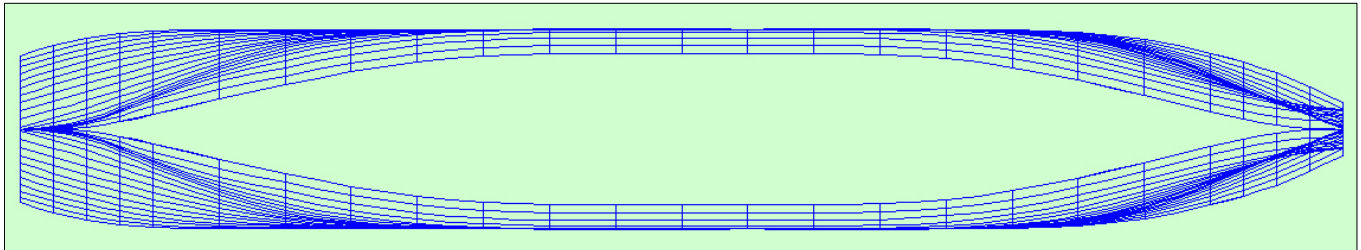
Posizione di LCB:

$$LCB = \lambda (\Sigma_2 / \Sigma_1) = 2.502 \text{ verso poppa}$$

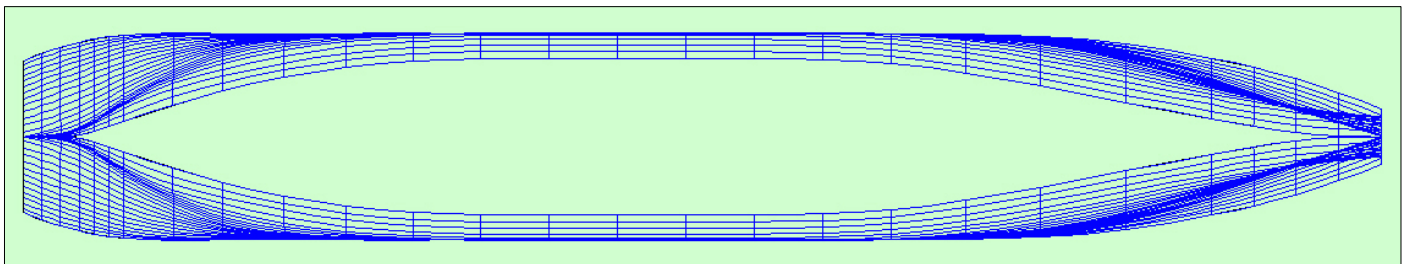
La differenza di LCB è :

$$dLCB = (2.502 + 1/120) * 100 = 2.9 \%$$

La differenza di LCB ottenuta è molto vicina al 3% desiderato e il volume è mantenuto all'incirca costante. Il confronto tra gli orizzontali della carena originaria e di quella modificata sono mostrati nelle figure C-21 e C-22.



**Figura C-21: Orizzontale Cargo Ship Originaria**



**Figura C-22: Orizzontale Cargo Ship Modificata**

### 7.1.2.2 One Minus Prismatic Method

Questo metodo permette di variare la curva delle aree di una carena contraendo e espandendo il corpo d'entrata o il corpo d'uscita e riducendo o incrementando il corpo cilindrico. Queste modifiche influenzano alcuni particolari geometrici come la posizione di LCB,  $C_p$ , e l'estensione del corpo cilindrico nel corpo prodiero e nel corpo poppiero. Le nuove offset possono essere ottenute direttamente da quelle della carena di partenza. La figura 3 riporta la curva ABC delle aree delle ordinate immerse, limitatamente ad uno dei due corpi, poppiero o prodiero, della carena.

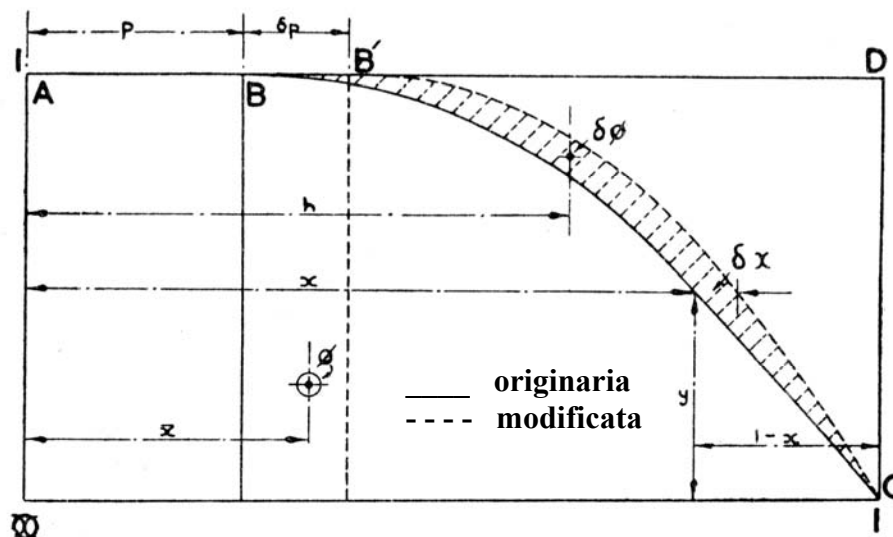


Figura 3: Derivazione geometrica della funzione di shift

La rappresentazione è data in forma normalizzata, vale a dire:

- Le posizioni delle ordinate sono espresse in decimi della lunghezza del corpo, pertanto variabili nell'intervallo  $[0, 1]$ : il valore 0 corrisponde alla posizione della sezione di mezzeria, il valore 1 all'estremità della carena;
- Analogamente le ordinate danno l'area immersa in decimi di quella della sezione di mezzeria (presumibilmente quella maestra, di area massima); i valori sono pertanto variabili nell'intervallo  $[0, 1]$ : il valore 0 corrisponde

all'area nulla (estremità della carena), il valore 1 all'area della sezione di mezzeria.

Ne segue che l'area sottesa da ABC è uguale al coefficiente prismatico del corpo.

***Per la carena di partenza :***

- $\phi$  = coefficiente prismatico ;
- $\bar{x}$  = distanza dal mezzo del centro del corpo;
- $p$  = lunghezza del corpo cilindrico;
- $x$  = distanza di ogni sezione trasversale dal mezzo;
- $y$  = area della sezione trasversale in  $x$  espressa come frazione dell'ordinata maestra.

***Per la forma di carena derivata :***

- $\delta\phi$  = variazione richiesta del coefficiente prismatico;
- $\delta p$  = conseguente variazione del corpo cilindrico;
- $\delta x$  = shift longitudinale necessario della sezione in  $x$  per produrre la variazione richiesta del coefficiente prismatico;
- $h$  = distanza dal mezzo del centro dell'area aggiunta rappresentata da  $\delta\phi$ .

AB'C è la curva delle aree della forma derivata avente il coefficiente prismatico  $\phi + \delta\phi$  richiesto.

Il metodo “one minus prismatic” è espresso nella seguente espressione, che mette in relazione la distanza originaria e quella modificata di ogni sezione dal mezzo con i rispettivi coefficienti prismatici:

$$\frac{1-(x+\delta x)}{1-x} = \frac{1-(\phi+\delta\phi)}{1-\phi}$$

Quindi

$$\frac{\delta x}{1-x} = \frac{\delta \phi}{1-\phi}$$

o

$$\delta x = \frac{\delta \phi}{1-\phi}(1-x) \quad (1)$$

Come si può vedere chiaramente dalla figura 3 la variazione di  $\phi$  produce un cambiamento  $\delta p$  nel corpo cilindrico di lunghezza  $p$ , a seconda della variazione del corpo d'entrata e del corpo d'uscita, per  $x = p$ :

$$\delta p = \frac{\delta C_p}{1-C_p}(1-p) \quad (2)$$

Applicando questo metodo, se particolare riguardo è dato alla posizione di LCB nelle forme derivate, la relativa finezza del corpo prodiero e poppiero deve essere opportunamente variata e in pratica la variazione necessaria a produrre il dato shift di LCB è usualmente basato sull'esperienza con forme simili.

Per una valutazione esatta della variazione necessaria in ampiezza del corpo prodiero e poppiero è necessario conoscere la distanza  $h$  del centro dell'area aggiunta dal mezzo in entrambi i corpi. Questa distanza può essere calcolata senza difficoltà dalle proprietà geometriche della curva delle aree ABC.

Il momento al mezzo dell'area aggiunta  $\delta \phi$  è data da:

$$\delta \phi \cdot h = \int_0^1 \delta x \left( x + \frac{\delta x}{2} \right) dy = \int_0^1 \delta x \cdot x \cdot dy + \frac{1}{2} \int_0^1 \delta x^2 \cdot dy$$

Sostituendo  $\delta x$  dall'equazione (1),

$$\delta \phi \cdot h = \frac{\delta \phi}{1-\phi} \int_0^1 (x - x^2) dy + \frac{\delta \phi^2}{2(1-\phi)^2} \int_0^1 (1 - 2x + x^2) dy$$

Ma

$$\int_0^1 x dy = \phi \quad \text{e} \quad \int_0^1 x^2 \cdot dy = 2\phi \cdot \bar{x}$$

Quindi

$$\delta\phi \cdot h = \frac{\delta\phi}{1-\phi} (\phi - 2\phi \cdot \bar{x}) + \frac{\delta\phi^2}{2(1-\phi)^2} (1 - 2\phi + 2\phi \cdot \bar{x})$$

E ancora la distanza h è uguale a:

$$\frac{\phi(1-2\bar{x})}{1-\phi} + \frac{\delta\phi}{2(1-\phi)^2} [1-2\phi(1-\bar{x})] \tag{3}$$

Se  $\delta\phi$  è piccolo rispetto a  $\phi$  allora il secondo termine dell'equazione (3) può essere trascurato e il valore di h è dato da

$$\frac{\phi(1-2\bar{x})}{(1-\phi)} \tag{4}$$

Raramente però si è interessati solo a metà corpo. Considereremo ora l'intera curva delle aree volendo determinare l'effetto delle variazioni discusse sul coefficiente prismatico totale e sulla posizione di LCB. La figura 4 rappresenta la curva delle aree completa, come nella figura 1 la rappresentazione è data in forma normalizzata.

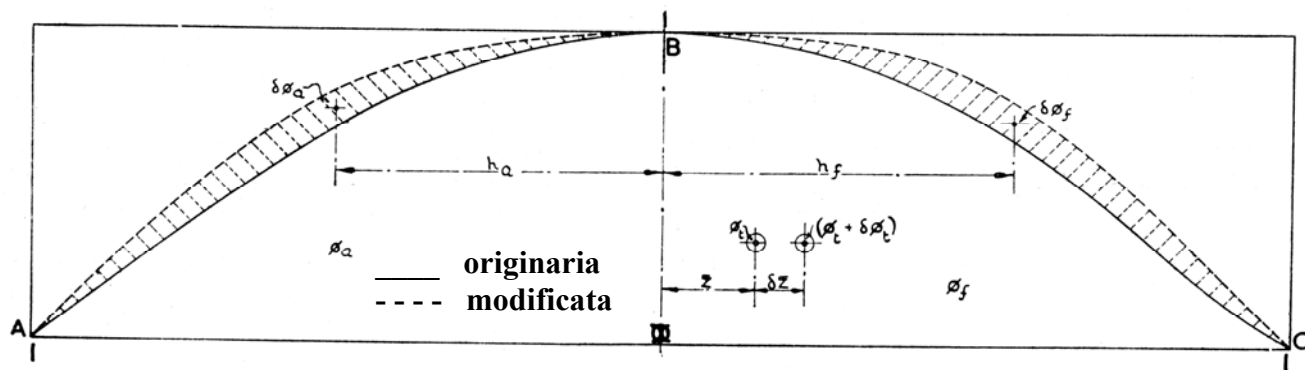


Figura 4: Curva delle aree della carena originaria e di quella modificata

**Per la carena di partenza :**

- $\phi_f$  = coefficiente prismatico del corpo prodiero;
- $\phi_a$  = coefficiente prismatico del corpo poppiero;
- $x_f$  = distanza dal mezzo del centro del corpo prodiero;
- $x_a$  = distanza dal mezzo del centro del corpo poppiero;
- $\bar{z}$  = distanza di LCB dalla mezzeria espressa come frazione di metà-lunghezza (positiva dopo la mezzeria, negativa prima).

**Per la forma di carena derivata :**

- $\delta\phi_f$  = variazione del coefficiente prismatico del corpo prodiero;
- $\delta\phi_a$  = variazione del coefficiente prismatico del corpo poppiero;
- $\delta\bar{z}$  = shift richiesto di LCB nella forma derivata.

In generale si può dimostrare che

$$\delta\phi_f = \frac{2[\delta\phi_t(h_a + \bar{z}) + \delta\bar{z}(\phi_t + \delta\phi_t)]}{(h_f + h_a)} \quad (5)$$

e

$$\delta\phi_a = \frac{2[\delta\phi_t(h_f - \bar{z}) - \delta\bar{z}(\phi_t + \delta\phi_t)]}{(h_f + h_a)} \quad (6)$$

Le distanze  $h_f$  e  $h_a$  per il corpo prodiero e poppiero rispettivamente possono essere calcolate dalla relazione (3). Più precisamente sono date da :

$$h_f = \frac{\phi_f (1 - 2\bar{x}_f)}{1 - \phi_f} + \frac{\delta\phi_f}{2(1 - \phi_f)^2} [1 - 2\phi_f (1 - \bar{x}_f)] \quad (7)$$

$$h_a = \frac{\phi_a (1 - 2\bar{x}_a)}{1 - \phi_a} + \frac{\delta\phi_a}{2(1 - \phi_a)^2} [1 - 2\phi_a (1 - \bar{x}_a)] \quad (8)$$

Quindi le correzioni da fare al coefficiente prismatico del corpo prodiero e poppiero per ottenere la variazione desiderata nella posizione di LCB e il coefficiente prismatico totale possono essere determinate dalle equazioni (5) e (6) per  $\delta\phi_f$  e  $\delta\phi_a$ .

Tuttavia poiché  $\delta\phi_f$  e  $\delta\phi_a$  sono funzioni di  $h_f$  e  $h_a$ , i valori delle distanze  $h_f$  e  $h_a$  non possono essere determinati esattamente e il secondo termine delle equazioni (7) e (8) deve essere ignorato, cioè:

$$h_f = \frac{\phi_f (1 - 2\bar{x}_f)}{1 - \phi_f} \quad (9)$$

$$h_a = \frac{\phi_a (1 - 2\bar{x}_a)}{1 - \phi_a} \quad (10)$$

I limiti di questo metodo sono i seguenti:

- La lunghezza del corpo cilindrico e il coefficiente prismatico non possono essere variati in maniera indipendente;
- Il coefficiente prismatico del corpo prodiero e poppiero non può essere variato;
- Questa trasformazione non si può applicare a carene senza corpo cilindrico;
- C'è un raggio d'azione limitato per lo shift longitudinale delle sezioni;
- Lo shift longitudinale massimo delle sezioni è ristretto agli estremi.



## *Esempi*

### *Esempio D - Forma Parabolica*

Riprendiamo ad esempio la forma parabolica trattata nel paragrafo precedente. Questa forma ha una lunghezza di 100 m, una larghezza di 10 m e un'immersione di 10m (figure A-1, A-2). Vogliamo aumentare il coefficiente prismatico del 10% mantenendo la posizione di LCB costante. Di nuovo consideriamo le semilarghezze e le relative aree:

Station	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Breadth	0	3.6	6.4	8.4	9.6	10	9.6	8.4	6.4	3.6	0
Sectional area $y$	0	36	64	84	96	100	96	84	64	36	0

Tabella D-16: Semilarghezze e Aree Carena Originaria

Per prima cosa dobbiamo determinare i valori di  $C_p$  e di LCB. A causa della simmetria la posizione di LCB è al centro.

Calcolo Aree			
Station	Area	SM	Prodotti
0	0	1	0
1	36	4	144
2	64	2	128
3	84	4	336
4	96	2	192
5	100	4	400
6	96	2	192
7	84	4	336
8	64	2	128
9	36	4	144
10	0	1	0
			<b><math>\Sigma_1 = 2000</math></b>

Tabella D-17: Calcolo delle Aree

Avendo indicato con  $\lambda$  il passo il volume è dato da :

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 6666.667 \text{ m}^3$$

Il coefficiente prismatico è uguale a :

$$C_p = C_B = \frac{\nabla}{LBT} = \frac{6666.667}{100 \times 10 \times 10} = 0.667$$

La variazione del coefficiente prismatico desiderata è:

$$dC_p = 0.1 \times C_p = 0.0667$$

Lo shift per ogni sezione è dato dalla seguente relazione  $dx = \frac{dC_p}{1 - C_p} \left( \frac{L}{2} - x \right)$ , nella

tabella xx vengono mostrati i risultati ottenuti:

Calcolo degli Shift $dx = (\Delta C_p / (1 - C_p))(L/2 - x)$											
Station	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
dx	0	2	4	6	8	10	8	6	4	2	0

Tabella D-18: Calcolo degli Shift

Le nuove aree sono date nella tabella D-19, mentre un grafico delle curve prima e dopo le modifiche è dato in figura D-23.

Calcolo Nuove Aree											
Station	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Area	0	43.753	74.988	93.793	100	100	100	93.793	74.988	43.753	0

Tabella D-19: Calcolo delle nuove Aree

Il volume, il coefficiente prismatico e il valore di LCB per quanto riguarda la forma modificata sono dati nella seguente tabella:

Calcolo Proprietà Idrostatiche					
Station	Area	SM	Prodotti	Ascisse	Prodotti
0	0	1	0	5	0
1	43.753	4	175.012	4	700.048
2	74.988	2	149.976	3	449.928
3	93.793	4	375.172	2	750.344
4	100	2	200	1	200
5	100	4	400	0	0
6	100	2	200	-1	-200
7	93.793	4	375.172	-2	-750.344
8	74.988	2	149.976	-3	-449.928
9	43.753	4	175.012	-4	-700.048
10	0	1	0	-5	0

Tabella D-20: Calcolo delle Proprietà Idrostatiche

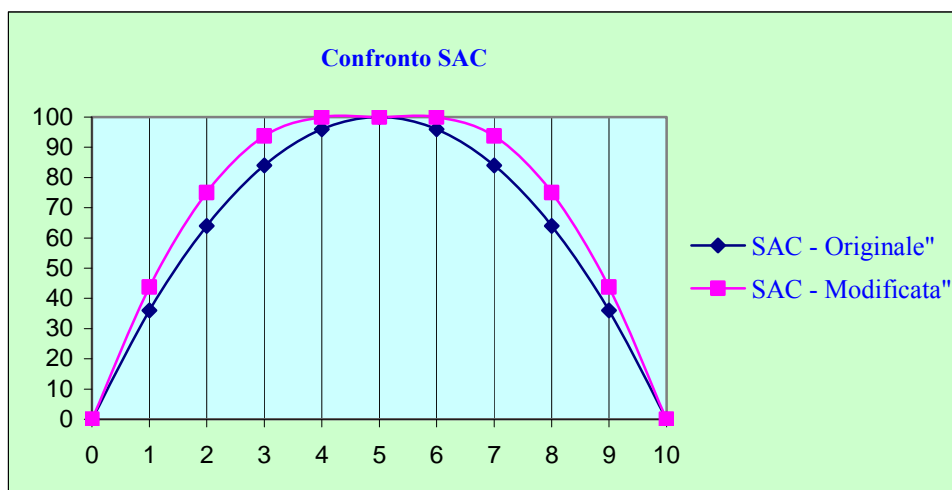


Figura D-23: Confronto delle Curve delle Aree

Il volume è dato da :

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 7334.400 \text{ m}^3$$

Il coefficiente prismatico

$$C_p = C_B = \frac{\nabla}{LBT} = \frac{7334.400}{100 \times 10 \times 10} = 0.733$$

mentre

$$LCB = \lambda \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = 0$$

Il risultato indica che la variazione del coefficiente prismatico è stata ottenuta senza alcuna variazione di LCB. Nelle figure D-24 e D-25 si possono vedere il modello 3D della forma modificata e le due forme a confronto.

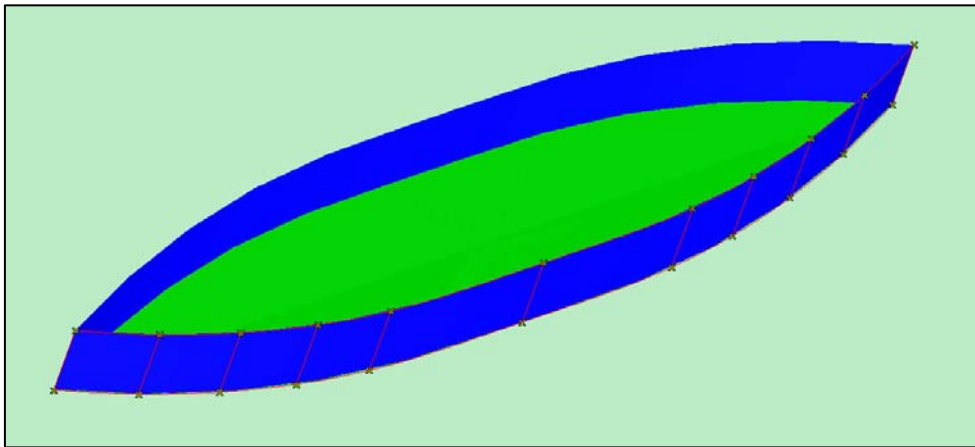


Figura D-24: Modello 3D forma modificata

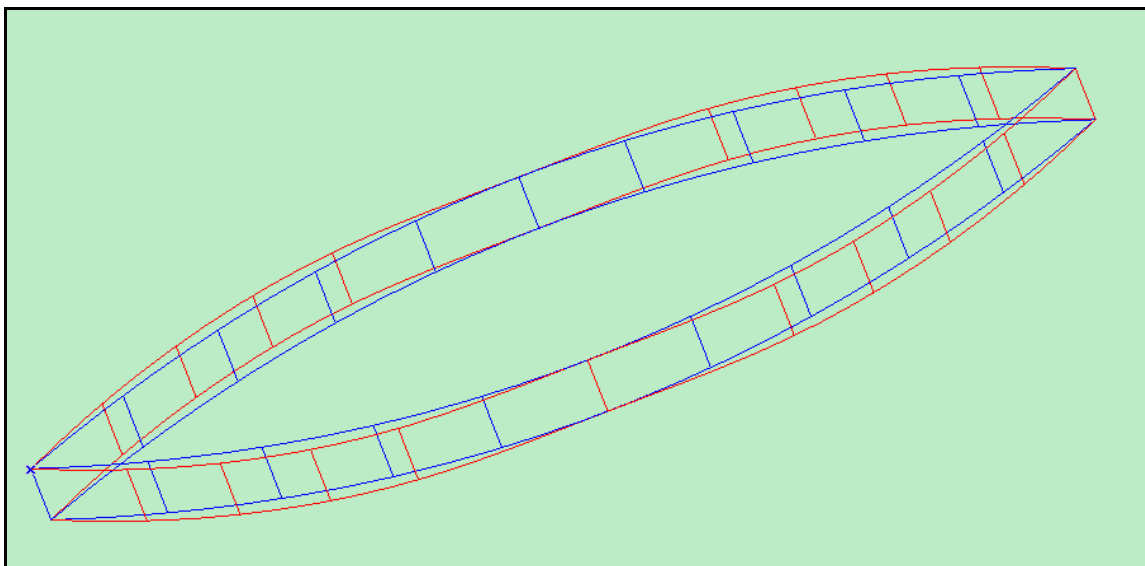


Figura D-25: Confronto tra le forme

## Esempio E

Prendiamo in considerazione nuovamente la cargo ship dell'esempio 8.1.3. Vogliamo incrementare il coefficiente prismatico del 2% spostando verso prua la posizione di LCB dell'1%. Le semilarghezze e le relative aree sono date nella tabella seguente:

Station	0	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9.5	10
Breadth	2.925	5.022	6.741	8.550	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	8.415	5.157	2.439	0.063
Area	4.6165	23.618	60.587	117.955	138.643	141.9	141.9	141.9	140.431	122.648	68.782	37.718	18.229

Tabella E-21: Semilarghezze e relative aree

Le proprietà idrostatiche della carena sono date nella tabella E-22:

Calcolo Proprietà Idrostatiche					
Station	Area	SM	Prodotti	MC	Prodotti
0	4.6165	0.5	2.30825	5	11.54125
0.5	23.618	2	47.236	4.5	212.562
1	60.587	1.5	90.8805	4	363.522
2	117.955	4	471.82	3	1415.46
3	138.643	2	277.286	2	554.572
4	141.9	4	567.6	1	567.6
5	141.9	2	283.8	0	0
6	141.9	4	567.6	-1	-567.6
7	140.431	2	280.862	-2	-561.724
8	122.648	4	490.592	-3	-1471.776
9	68.782	1.5	103.173	-4	-412.692
9.5	37.718	2	75.436	-4.5	-339.462
10	18.229	0.5	9.1145	-5	-45.5725

Tabella E-22: Calcolo delle Proprietà Idrostatiche

Il volume è dato da :

$$V = (\lambda / 3) * \Sigma_1 = 13070.833 \text{ m}^3$$

Il coefficiente di finezza totale è dato da:

$$C_B = \nabla / (LBT) = 13070.833 / (120 * 18 * 8) = 0.756$$

Il coefficiente della sezione al mezzo è dato da:

$$C_M = A_M / (BT) = 141.9 / (18 * 8) = 0.985$$

Il coefficiente prismatico è dato da:

$$C_P = C_B / C_M = (0.756 / 0.985) = 0.768$$

La posizione di LCB è uguale a

$$LCB = \lambda (\Sigma_2 / \Sigma_1) = 1 \text{ verso prua } (\% 0.8333L)$$

Calcolo coefficienti prismatici e centro del corpo prodiero e poppiero						
Station	Area	A'	SM	Prodotti	MC	Prodotti
0	4.6165	0.0325	0.5	0.0163	5	0.0813
0.5	23.618	0.1664	2	0.3329	4.5	1.4980
1	60.587	0.4270	1.5	0.6405	4	2.5618
2	117.955	0.8313	4	3.3250	3	9.9751
3	138.643	0.9770	2	1.9541	2	3.9082
4	141.9	1.0000	4	4.0000	1	4.0000
5	141.9	1.0000	1	1.0000	0	0.0000
			<b>Somma Prodotti <math>\Sigma_1</math></b>		<b>Somma Prodotti <math>\Sigma_3</math></b>	
			11.2687		22.0244	
Station	Area	A'	SM	Prodotti	MC	Prodotti
5	141.9	1.0000	1	1.0000	0	0.0000
6	141.9	1.0000	4	4.0000	1	4.0000
7	140.431	0.9896	2	1.9793	2	3.9586
8	122.648	0.8643	4	3.4573	3	10.3719
9	68.782	0.4847	1.5	0.7271	4	2.9083
9.5	37.718	0.2658	2	0.5316	4.5	2.3923
10	18.229	0.1285	0.5	0.0642	5	0.3212
			<b>Somma Prodotti <math>\Sigma_2</math></b>		<b>Somma Prodotti <math>\Sigma_4</math></b>	
			11.7595		23.9523	

Tabella E-23: Calcolo dei coefficienti relativi al corpo prodiero e poppiero

Il coefficiente prismatico del corpo poppiero è dato da:

$$C_{PA} = (0.2/3) * \Sigma_1 = 0.7512$$

Il coefficiente prismatico del corpo prodiero è dato da:

$$C_{PA} = (0.2/3) * \Sigma_2 = 0.7840$$

Il centro del corpo poppiero è:

$$X_a = 0.2 * (\Sigma_3 / \Sigma_1) = 0.3909$$

Il centro del corpo prodiero è:

$$X_f = 0.2 * (\Sigma_4 / \Sigma_2) = 0.4074$$

Infine il calcolo dei bracci di prua e di poppa:

$$h_a = \frac{C_{PA} (1 - 2x_a)}{1 - C_{PA}} = 0.6590$$

$$h_f = \frac{C_{PF} (1 - 2x_f)}{1 - C_{PF}} = 0.6723$$

Le variazioni del coefficiente prismatico nel corpo prodiero e poppiero sono:

$$\delta C_{PF} = \frac{2 \left[ \delta C_P (h_a + LCB) + 2 \delta LCB (C_P + \delta C_P) \right]}{(h_f + h_a)} = 0.03891$$

$$\delta C_{PA} = \frac{2 \left[ \delta C_P (h_f - LCB) - 2 \delta LCB (C_P + \delta C_P) \right]}{(h_f + h_a)} = - 0.00821$$

Le modifiche da fare alle sezioni sono date dalle seguenti relazioni i risultati sono date nelle tabelle E-24 e E-25:

$$dx_A = \frac{dC_{PA}}{1-C_{PA}} \left( \frac{L}{2} - x \right) \quad dx_F = \frac{dC_{PF}}{1-C_{PF}} \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

Calcolo Shift $(dC_{PA}/(1-C_{PA}))*(L/2-x)$ - Corpo Poppiero							
	0	0.5	1	2	3	4	5
x	0	6	12	24	36	48	60
dx	0.000	-0.1980	-0.3961	-0.7922	-1.1883	-1.5844	-1.9804

Tabella E-24: Calcolo degli shift corpo poppiero

Calcolo Shift $(dC_{PA}/(1-C_{PA}))*(L/2-x)$ - Corpo Prodiero							
	5	6	7	8	9	9.5	10
x	60	72	84	96	108	114	120
dx	10.8082	8.6465	6.4849	4.3233	2.1616	1.0808	0.000

Tabella E-25 Calcolo degli shift corpo prodiero



### 7.1.2.3 *Lackenby*

Questo metodo fondamentale è basato sulla variazione one minus prismatic ma permette di controllare la lunghezza del corpo cilindrico indipendentemente dalla posizione di LCB e dal coefficiente prismatico. Partendo da qualunque estensione del corpo cilindrico (anche nulla) esso permette di variare sia quest'estensione sia volendo il coefficiente prismatico. Qui di seguito verranno presentati vari casi particolari e infine il caso generale da cui discendono questi.

In generale verrà utilizzata la seguente nomenclatura:

#### ***Per la carena di partenza :***

- $\phi$  = coefficiente prismatico ;
- $\bar{x}$  = distanza dal mezzo del centro del corpo;
- $p$  = lunghezza del corpo cilindrico;
- $x$  = distanza di ogni sezione trasversale dal mezzo;
- $y$  = area della sezione trasversale in  $x$  espressa come frazione dell'ordinata maestra;
- $k$  = braccio del momento del secondo ordine;
- $r$  = braccio del momento del terzo ordine.

#### ***Per la forma di carena derivata :***

- $\delta\phi$  = variazione richiesta del coefficiente prismatico;
- $\delta p$  = conseguente variazione del corpo cilindrico;
- $\delta x$  = shift longitudinale necessario della sezione in  $x$  per produrre la variazione richiesta del coefficiente prismatico;
- $h$  = distanza dal mezzo del centro dell'area aggiunta rappresentata da  $\delta\phi$ .

### 7.1.2.3.1 Caso Particolare “1”

**Carena Madre:** carena senza corpo cilindrico cioè  $p = 0$  e con coefficiente prismatico  $\phi$ .

**Forma Derivata:** nessuna variazione nel corpo cilindrico, variazione di  $C_p$ .  
 ( $p = 0, \phi \Rightarrow \delta\phi$ )

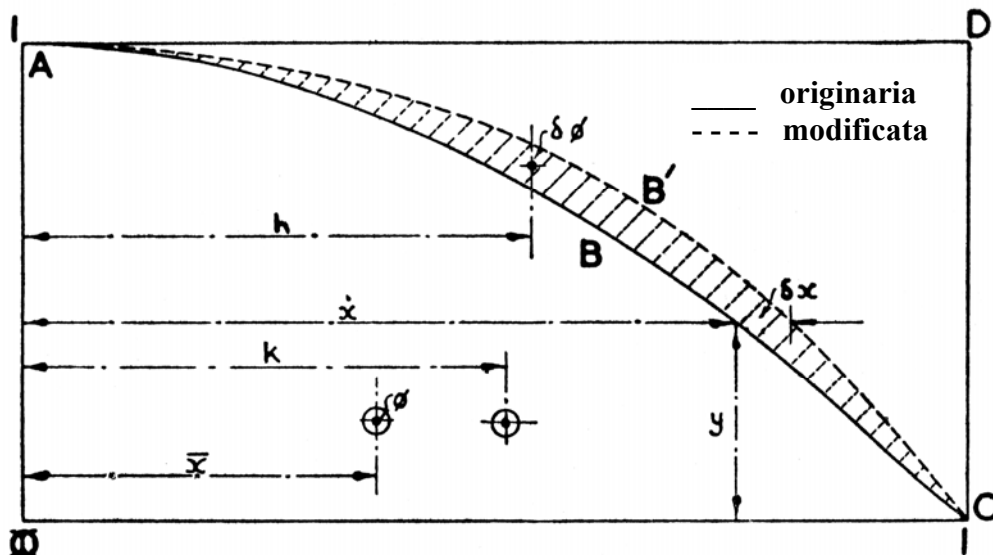


Figura 5: Lackenby – caso particolare 1

In questo caso particolare sia la carena madre sia la carena derivata non hanno corpo cilindrico quindi la lunghezza del corpo prodiero (o del corpo poppiero) è uguale alla lunghezza di metà corpo e la variazione equivale alla variazione in finezza del corpo prodiero (o del corpo poppiero). Questo tipo di variazione può essere ottenuta da una relazione tra  $\delta x$  e  $x$  del tipo

$$\delta x = c \cdot x(1 - x) \tag{1}$$

dove  $c$  è una costante.

Il valore di  $c$  in termini di variazione di finezza  $\delta\phi$  può essere ottenuto nel seguente modo:

$$\delta\phi = \int_0^1 \delta x \cdot dy = c \int_0^1 x(1 - x) dy = c \int_0^1 (x - x^2) dy$$

cioè

$$\delta\phi = c \int_0^1 x dy - c \int_0^1 x^2 dy = c(\phi - 2\phi \cdot \bar{x})$$

dove  $\int_0^1 x dy = \phi$  e  $\int_0^1 x^2 \cdot dy = 2\phi \cdot \bar{x}$ .

Da questo segue

$$c = \frac{\delta\phi}{\phi(1-2\bar{x})} \quad (2)$$

Quindi

$$\delta x = \frac{\delta\phi \cdot x(1-x)}{\phi(1-2\bar{x})} \quad (3)$$

Si osservi che  $\delta x = 0$  in  $x = 1$  e  $x = 0$ . Inoltre  $\delta x$  ha un massimo in  $x = 1/2$ . Quindi l'area aggiunta o rimossa è concentrata al centro e non agli estremi A e C.

Si osservi ancora che nell'espressione di  $\delta x$ , come nella variazione “one minus prismatic”, l'unica variabile utilizzata è la  $x$  la quale rappresenta lo spazio longitudinale tra le sezioni trasversali e che l'ordinata  $y$  della curva delle aree non è coinvolta. Tutti gli altri termini dell'espressione sono costanti e si riferiscono solo alle proprietà geometriche della curva di partenza. Questo è particolarmente conveniente perché permette di ottenere le sezioni trasversali per le forme derivate direttamente dall'orizzontale della carena madre. Non c'è bisogno di disegnare la nuova curva delle aree o le nuove linee d'acqua. Questo implica che le sezioni della carena madre e di quella derivata aventi la stessa area hanno anche la stessa forma. Ci sono dei limiti tuttavia nei quali la finezza di una data forma può essere variata con questo metodo. Il limite assoluto è dato da :

$$\delta\phi = \pm\phi(1-2\bar{x}) \quad (4)$$

Infatti dato  $\delta x = c \cdot x (1-x)$  sia  $x' = x + \delta x$  la nuova ascissa della curva derivata, cioè  $x' = x + c \cdot x (1-x)$ .

Differenziando rispetto a  $y$  abbiamo

$$\frac{dx'}{dy} = \frac{dx}{dy} + c \frac{dx}{dy} - 2c \cdot x \cdot \frac{dx}{dy}$$

Quindi

$$\frac{dx'}{dy} = \frac{dx}{dy} + [1 + c(1-2x)]$$

o

$$\frac{dy}{dx'} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{1 + c(1-2x)}$$

Questo ci dà la relazione tra la pendenza della curva derivata e quella della carena madre alla stessa ordinata  $y$ .

In  $x = 0$  abbiamo:

$$\frac{dy}{dx'} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{1+c}$$

La pendenza della curva della carena madre ( $dy/dx$ ) qui sarà zero e di conseguenza la pendenza della curva derivata ( $dy/d x'$ ) sarà anch'essa zero con  $c$  più grande di  $-1$ . Quest'ultima condizione fornisce il limite inferiore per  $\delta\phi$ .

Cioè

$$c = \frac{\delta\phi}{\phi(1-2 \cdot \bar{x})} = -1$$

quindi

$$\delta\phi = -\phi(1-2 \cdot \bar{x})$$

In  $x = 1$  abbiamo:

$$\frac{dy}{dx'} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{1-c}$$

Se in questo caso la pendenza della curva originaria ( $dy/dx$ ) è finita, allora la pendenza della curva derivata ( $dy/dx'$ ) sarà anch'essa finita con  $c$  più piccolo di  $+1$ . Questa condizione fornisce il limite superiore per  $\delta\phi$ , cioè  $\delta\phi = +\phi(1-2\cdot\bar{x})$  è il limite superiore assoluto della variazione. Se la pendenza della curva della carena madre è zero in questo punto, la pendenza della curva derivata è indeterminata.

I limiti assoluti di  $\delta\phi$  sono dati quindi da:

$$\delta\phi = \pm\phi(1-2\cdot\bar{x})$$

Al di fuori di questi limiti le curve derivate vanno fuori dai contorni del corpo. Volendo determinare il valore di  $h$  consideriamo il momento dell'area aggiunta

$$\delta\phi \cdot h = \int_0^1 \delta x \left( x + \frac{\delta x}{2} \right) dy = \int_0^1 \delta x \cdot x \cdot dy + \frac{1}{2} \int_0^1 \delta x^2 \cdot dy$$

sostituendo  $\delta x$  dall'equazione (3) abbiamo,

$$\delta\phi \cdot h = \frac{\delta\phi}{\phi(1-2\bar{x})} \int_0^1 (x^2 - x^3) dy + \frac{\delta\phi^2}{2\phi^2(1-2\bar{x})^2} \int_0^1 (x^2 - 2x^3 + x^4) dy$$

ma

$$\int_0^1 x^3 dy = 3\phi \cdot k^2 \quad \text{e} \quad \int_0^1 x^4 \cdot dy = 4\phi \cdot r^3$$

quindi si ha

$$\delta\phi \cdot h = \frac{\delta\phi}{\phi(1-2\bar{x})} \left[ (2\phi \cdot \bar{x} - 3\phi \cdot k^2) + \frac{\delta\phi}{2\phi(1-2\bar{x})} (2\phi \cdot \bar{x} - 6\phi \cdot k^2 + 4\phi \cdot r^3) \right]$$

Segue che il valore di h è dato da:

$$h = \frac{2\bar{x} - 3k^2}{1 - 2\bar{x}} + \frac{\delta\phi}{\phi} \cdot \frac{(\bar{x} - 3k^2 + 2r^3)}{(1 - 2\bar{x})^2} \tag{5}$$

Se  $\delta\phi$  è piccolo rispetto a  $\phi$  allora il secondo termine dell'equazione (5) può essere trascurato e il valore di h sarà dato da:

$$h = \frac{2\bar{x} - 3k^2}{1 - 2\bar{x}} \tag{6}$$

### 7.1.2.3.2 Caso Particolare "2"

**Carena Madre:** carena senza corpo cilindrico cioè  $p = 0$  e con coefficiente prismatico  $\phi$ .

**Forma Derivata:** variazione nel corpo cilindrico, mantenendo CP costante.  
( $p = 0 \Rightarrow \delta p, \phi$ )

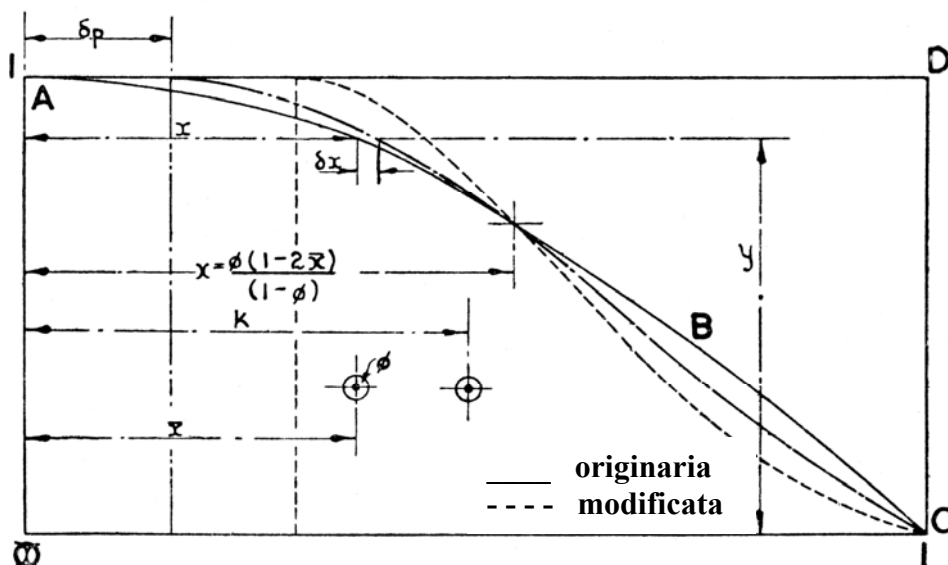


Figura 6: Lackenby – caso particolare 2

La relazione tra  $\delta x$  e  $x$  è la seguente :

$$\delta x = \delta p (1-x) \left[ 1 - \frac{x(1-\phi)}{\phi(1-2\bar{x})} \right] \quad (7)$$

Le curve derivate naturalmente attraversano la curva originaria nello stesso punto dato da:

$$x = \left[ \frac{\phi(1-2\bar{x})}{(1-\phi)} \right] \quad (8)$$

Poiché non è aggiunta nessuna area alla curva di base ABC, il braccio  $h$  è indeterminato, ma la variazione di  $\bar{x}$ , il centro dell'area originaria, è data da :

$$\delta \bar{x} = -\delta p \left[ \frac{(1-\phi)(2\bar{x}-3k^2)}{\phi(1-2\bar{x})} - (1-2\bar{x}) \right] \text{ prima approssimazione} \quad (9)$$

Il limite assoluto nel quale il corpo cilindrico può rientrare è dato dalla relazione:

$$\delta p = \left[ \frac{\phi(1-2\bar{x})}{(1-2\phi \cdot \bar{x})} \right] \quad (10)$$

Il corrispondente limite è:

$$\delta p = \left[ \frac{\phi(1-2\bar{x})}{2-\phi(1+2\bar{x})} \right] \text{ (approssimazione)} \quad (11)$$

### 7.1.2.3.3 Caso Particolare “3”

**Carena Madre:** carena senza corpo cilindrico cioè  $p = 0$  e con coefficiente prismatico  $\phi$ .

**Forma Derivata:** variazione nel corpo cilindrico, variazione di  $C_p$ .  
 ( $p \Rightarrow \delta p$ ,  $\phi \Rightarrow \delta\phi$ )

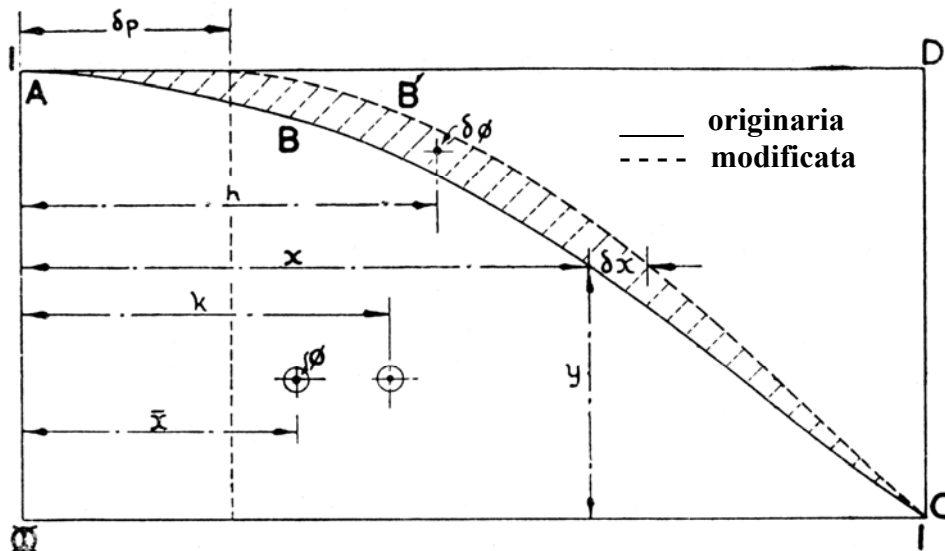


Figura 7: Lackenby – caso particolare 3

La relazione richiesta tra  $\delta x$  e  $x$  è la seguente :

$$\delta x = (1-x) \left\{ \delta p + \frac{[\delta\phi - \delta p(1-\phi)] \cdot x}{\phi(1-2\bar{x})} \right\} \quad (12)$$

La prima approssimazione di  $h$  è :

$$h = \left[ \frac{1 - \frac{\delta p}{\delta\phi}(1-\phi)}{1-2\bar{x}} \right] (2\bar{x} - 3k^2) + \frac{\delta p}{\delta\phi} \cdot \phi(1-2\bar{x}) \quad (13)$$

I limiti assoluti di  $\delta\phi$  sono dati da:



$$\delta\phi = \delta p(1-\phi) \pm \phi(1-2\bar{x})(1-\delta p) \tag{14}$$

I corrispondenti limiti sono dati da:

$$\delta\phi = \delta p(1-\phi) \pm \frac{1}{2}\phi(1-2\bar{x})(1-\delta p) \tag{15}$$

### 7.1.2.3.4 Caso Particolare “4”

**Carena Madre:** carena con corpo cilindrico uguale a  $p$  e con coefficiente prismatico  $\phi$ .

**Forma Derivata:** variazione nel corpo cilindrico, mantenendo CP costante.  
( $p \Rightarrow \delta p, \phi$ )

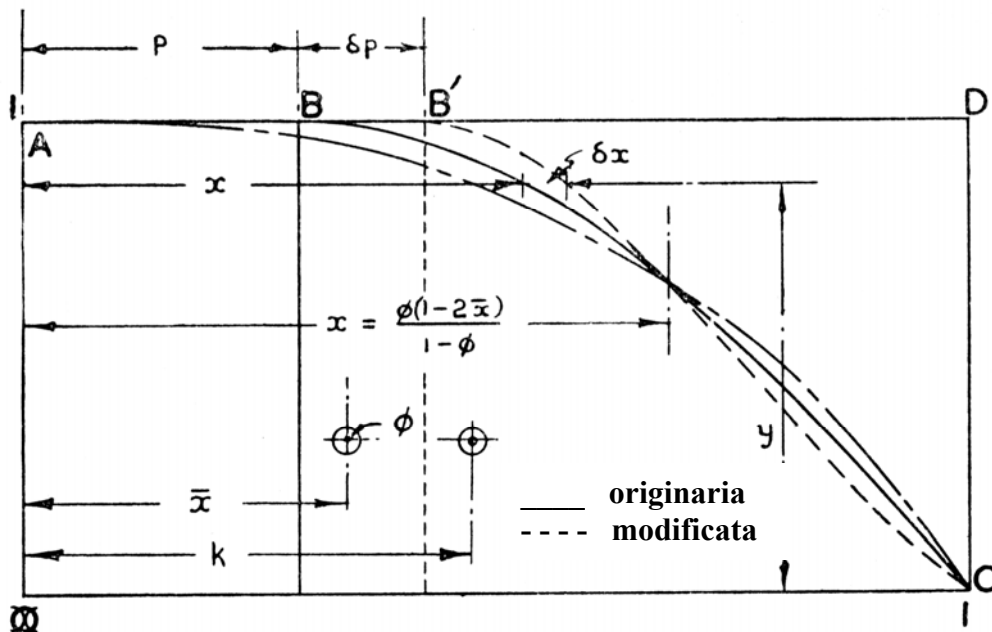


Figura 8: Lackenby – caso particolare 4

La relazione richiesta tra  $\delta x$  e  $x$  è la seguente :

$$\delta x = \frac{\delta p(1-x)}{1-p} \left[ 1 - \frac{(1-\phi)(x-p)}{\phi(1-2\bar{x})-p(1-\phi)} \right] \tag{16}$$

Le curve derivate anche in questo caso attraversano la curva originaria; il punto di intersezione è dato da:

$$x = \frac{\phi(1-2\bar{x})}{(1-\phi)} \quad (17)$$

Nuovamente, poiché non c'è nessuna area aggiunta, il braccio  $h$  è indeterminato, ma la variazione nel movimento longitudinale del centro  $\bar{x}$  è, alla prima approssimazione, data da :

$$\delta\bar{x} = \frac{-\delta p}{(1-p)} \left\{ \frac{(1-\phi)[2\bar{x}-3k^2-p(1-2\bar{x})]}{\phi(1-2\bar{x})-p(1-\phi)} - (1-2\bar{x}) \right\} \quad (18)$$

Il limite assoluto del quale il corpo parallelo può essere aumentato o ridotto è dato da:

$$\delta p = \frac{1-p}{1 \pm \frac{(1-\phi)(1-p)}{\phi(1-2\bar{x})-p(1-\phi)}} \quad (19)$$

Il corrispondente limite è dato da :

$$\delta p = \frac{1-p}{1 \pm \frac{2(1-\phi)(1-p)}{\phi(1-2\bar{x})-p(1-\phi)}} \quad (\text{approssimazione}) \quad (20)$$

### 7.1.2.3.5 Caso Particolare "5"

**Carena Madre:** carena con corpo cilindrico uguale a  $p$  e con coefficiente prismatico  $\phi$ .

**Forma Derivata:** variazione nel corpo cilindrico, variazione di  $C_p$ .  
 ( $p \Rightarrow p, \phi \Rightarrow \delta\phi$ )

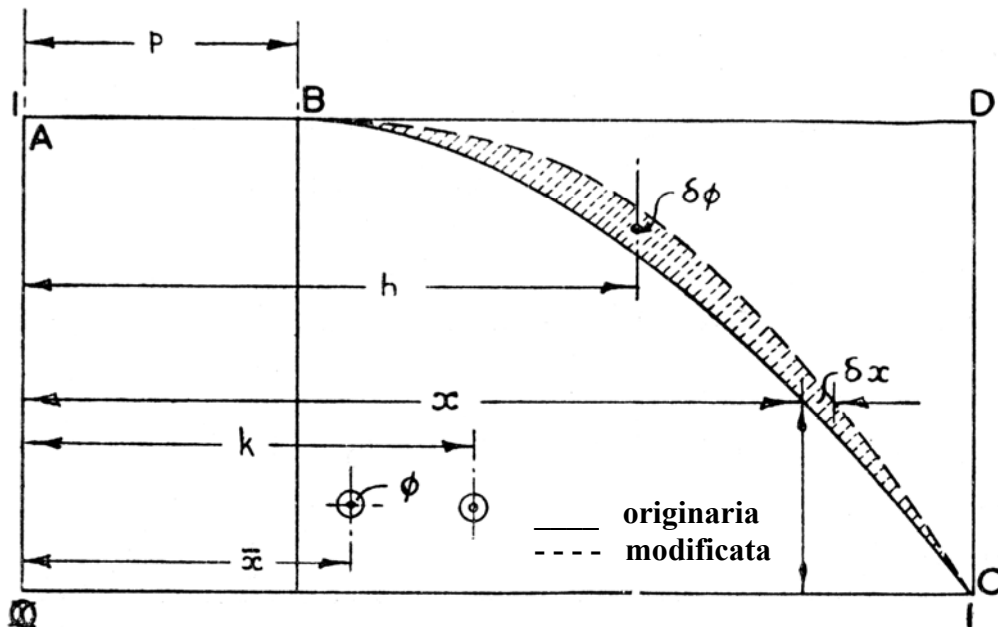


Figura 9: Lackenby – caso particolare 5

Questo equivale a variare la finezza del corpo prodiero (o del corpo poppiero). La relazione richiesta tra  $\delta x$  e  $x$  è la seguente :

$$\delta x = \frac{\delta\phi(1-x)(x-p)}{\phi(1-2\bar{x})-p(1-\phi)} \quad (21)$$

La prima approssimazione di  $h$  è:

$$h = \frac{\phi[2\bar{x}-3k^2-p(1-2\bar{x})]}{\phi(1-2\bar{x})-p(1-\phi)} \quad (22)$$

Il limite assoluto di  $\delta\phi$  in questo caso è dato da:

$$\delta\phi = \pm \frac{\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)}{(1-p)} \quad (23)$$

Il limiti corrispondenti sono dati da :

$$\delta\phi = \pm \frac{\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)}{2(1-p)} \quad (\text{approssimazione}) \quad (24)$$

### 7.1.2.3.6 Caso Generale

**Carena Madre:** Estensione qualunque del corpo cilindrico.

**Forma Derivata:** Qualunque variazione del coefficiente prismatico e del corpo cilindrico.

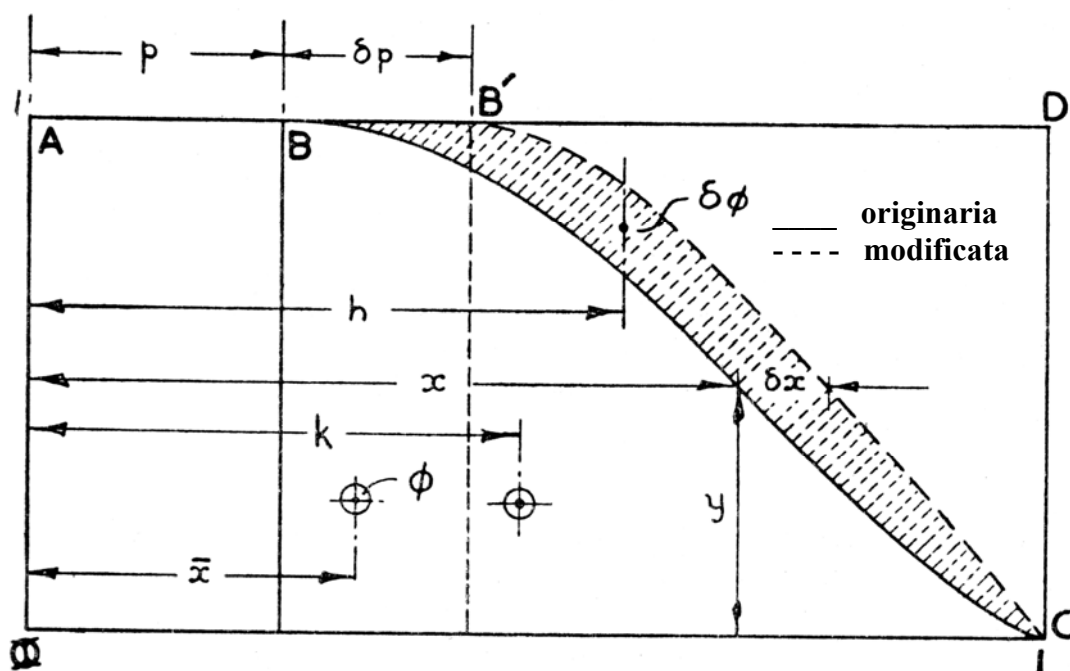


Figura 10: Lackenby – caso generale

Per soddisfare le condizioni finali sarà necessario utilizzare un'espressione per  $\delta x$  della forma

$$\delta x = c (1-x) (x+d)$$

dove c e d sono costanti.

Le condizioni agli estremi :

$$\text{in } x = 1, \delta x = 0; \text{ in } x = p, \delta x = \delta p$$

La condizione per  $x = 1$  è chiaramente soddisfatta; per quanto riguarda  $x = p$  abbiamo:

$$\delta p = c (1-p) (p+d)$$

cioè

$$d = \frac{\delta p}{c(1-p)} - p$$

Quindi

$$\delta x = c(1-x)(x-p) + \frac{\delta p}{(1-p)}(1-x)$$

e

$$\delta \phi = \int_0^1 \delta x dy = c \int_0^1 (x - x^2 - p + p \cdot x) dy + \frac{\delta p}{1-p} \int_0^1 (1-x) dy = c(\phi - 2\phi \cdot \bar{x} - p + p \cdot \phi) + \frac{\delta p}{1-p}(1-\phi)$$

Quindi

$$c = \frac{\delta \phi - \delta p \frac{(1-\phi)}{(1-p)}}{\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)}$$

Da qui

$$\delta x = (1-x) \left\{ \frac{\left[ \delta \phi - \delta p \frac{(1-\phi)}{(1-p)} \right]}{\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)} \cdot (x-p) + \frac{\delta p}{(1-p)} \right\}$$

Sostituendo A con  $\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)$  abbiamo:

$$\delta x = (1-x) \left\{ \frac{\delta p}{(1-p)} + \frac{(x-p)}{A} \left[ \delta\phi - \delta p \frac{(1-\phi)}{(1-p)} \right] \right\} \quad (25)$$

Il momento dell'area aggiunta al mezzo è dato da:

$$\delta\phi \cdot h = \int_0^1 \delta x \cdot x \cdot dy$$

cioè

$$\begin{aligned} \delta\phi \cdot h &= c \int_0^1 \delta (x^2 - x^3 - p \cdot x + p \cdot x^2) dy + \frac{\delta p}{(1-p)} \int_0^1 (x - x^2) dy = \\ &= c (2\phi \cdot \bar{x} - 3\phi \cdot k^2 - p \cdot \phi + 2p \cdot \phi \cdot \bar{x}) + \frac{\delta p}{(1-p)} (\phi - 2\phi \cdot \bar{x}) = \\ &= c \cdot \phi [2\bar{x} - 3k^2 - p(1-2\bar{x})] + \frac{\delta p \cdot \phi}{(1-p)} (1-2\bar{x}) \end{aligned}$$

Sostituendo c e dividendo per  $\delta\phi$  abbiamo il valore di h

$$h = \phi \left\{ \frac{\left[ 1 - \frac{\delta p (1-\phi)}{\delta\phi (1-p)} \right]}{\phi (1-2\bar{x}) - p(1-\phi)} [2\bar{x} - 3k^2 - p(1-2\bar{x})] + \frac{\delta p}{\delta\phi} \cdot \frac{(1-2\bar{x})}{(1-p)} \right\}$$

Sostituendo B per  $\frac{\phi [2\bar{x} - 3k^2 - p(1-2\bar{x})]}{\phi (1-2\bar{x}) - p(1-\phi)}$  abbiamo:

$$h = \phi \left\{ \frac{B}{\phi} \left[ 1 - \frac{\delta p (1-\phi)}{\delta\phi (1-p)} \right] + \frac{\delta p (1-2\bar{x})}{\delta\phi (1-p)} \right\} \quad (26)$$

Sia ora  $\delta x = c(1-x)(x+d)$  e  $x'$  è l'ascissa della curva derivata  $x + \delta x$ . Allora

$$x' = x + c(1-x)(x+d) = x+c(x-x^2+d-d \cdot x)$$

Differenziando rispetto a  $y$  abbiamo

$$\frac{dx'}{dy} = \frac{dx}{dy} + [1 + c(1 - 2x - d)]$$

e

$$\frac{dy}{dx'} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{1 + c(1 - 2x - d)}$$

La pendenza della curva originaria ( $dy/dx$ ) sarà uguale a zero in questo caso e la pendenza della curva derivata ( $dy/d x'$ ) sarà anch'essa zero con  $c(1-2p-d)$  più grande di  $-1$ .

Il caso limite è dato da:

$$c(1-2p-d) = -1$$

Sostituendo  $d$  abbiamo:

$$c(1-2p) - \frac{\delta p}{1-p} + c \cdot p = -1$$

cioè

$$c(1-p) = -\left(1 - \frac{\delta p}{1-p}\right)$$

Sostituendo  $c$  abbiamo:

$$\frac{\delta\phi(1-p) - \delta p(1-\phi)}{\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)} = -\left(1 - \frac{\delta p}{1-p}\right)$$

Ponendo  $A = \phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)$  abbiamo il limite inferiore di

$$\delta\phi = \frac{\delta p(1-\phi) - A\left(1 - \frac{\delta p}{1-p}\right)}{1-p}$$

In  $x = 1$  abbiamo

$$\frac{dy}{dx'} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{1-c(1+d)}$$

Se la pendenza della curva originaria è finita in questo caso, allora la pendenza della curva derivata sarà anch'essa finita con  $c(1+d)$  più piccolo di  $+1$ . Questa condizione fornisce il limite superiore per  $\delta\phi$ .

Il caso limite è dato da:

$$c(1+d) = 1$$

Sostituendo  $d$  abbiamo:

$$c + \frac{\delta p}{1-p} - c \cdot p = 1$$

Quindi

$$c(1-p) = 1 - \frac{\delta p}{1-p}$$

Sostituendo  $c$  abbiamo:

$$\frac{\delta\phi(1-p) - \delta p(1-\phi)}{\phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)} = 1 - \frac{\delta p}{1-p}$$

Di nuovo ponendo  $A = \phi(1-2\bar{x}) - p(1-\phi)$  il limite superiore per  $\delta\phi$  è dato da:

$$\delta\phi = \frac{\delta p(1-\phi) + A\left(1 - \frac{\delta p}{1-p}\right)}{1-p}$$

I limiti assoluti per  $\delta\phi$  nel caso generale sono dati da:

$$\delta\phi = \frac{\delta p(1-\phi) \pm A\left(1 - \frac{\delta p}{1-p}\right)}{1-p} \quad (27)$$



e il corrispondente limite è dato da:

$$\delta\phi = \frac{\delta p(1-\phi) \pm \frac{A}{2} \left(1 - \frac{\delta p}{1-p}\right)}{1-p} \quad (\text{approssimazione}) \quad (28)$$

Tutti in casi particolari studiati in precedenza possono essere ricavati dall'equazione (25) con opportune sostituzioni di  $\delta p$ ,  $\delta\phi$ ,  $p$ . Inoltre la relazione tra  $\delta x$  e  $h$  per la variazione “one minus prismatic” può essere ottenuta sostituendo la condizione speciale  $\frac{\delta p}{1-p} = \frac{\delta\phi}{1-\phi}$ .

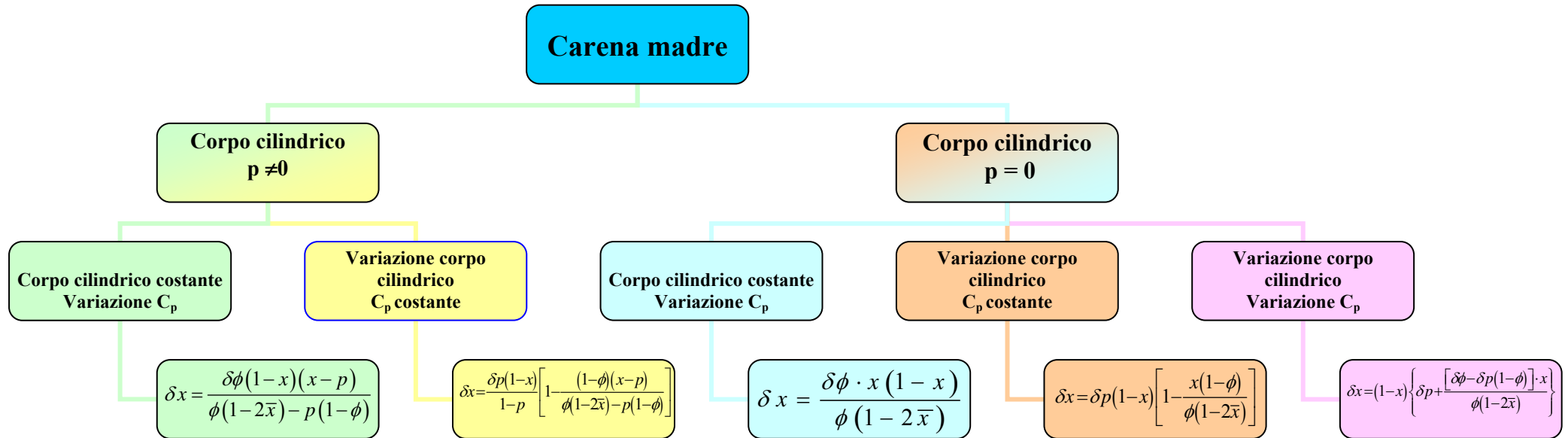


Figura 11: Lackenby – Riepilogo Variazioni

## Capitolo 8

### Elaborato Numerico

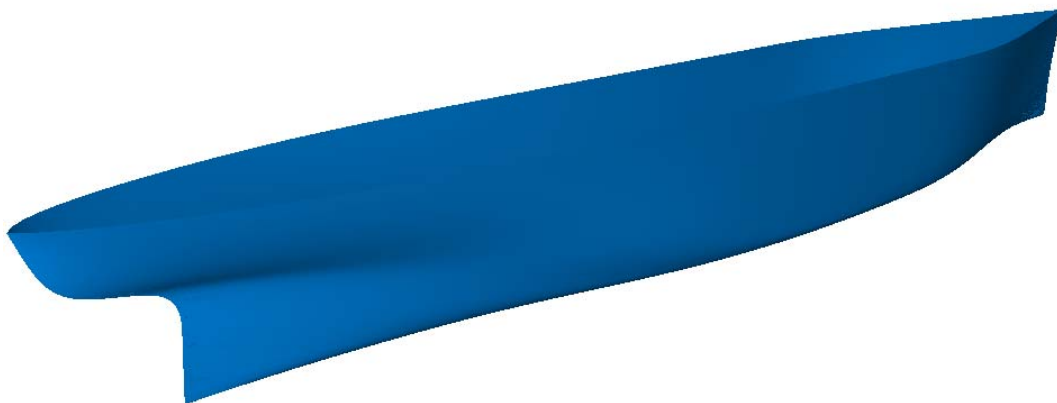
#### *8.1 Sviluppo dell'Elaborato Numerico*

L'obiettivo di questo lavoro è realizzare una trasformazione di carena, e, di seguito, sviluppare un confronto tra la carena di partenza e la carena derivata.

Sfruttando le potenzialità del programma Excel, il processo può essere automatizzato.

Nel caso che stiamo analizzando, la carena di partenza è una carena della Serie 60, caratterizzata da un  $CB = 0.60$ ; di questa carena sono presenti in letteratura tutti i dati e gli elementi geometrici; è inoltre nota la tabella delle semilarghezze.

Come primo passo si inserisce la nuvola di punti della serie 60 nel programma Thinkdesign o Rhinoceros tra l'altro, la visualizzazione 3D della carena di cui si sono inseriti i valori.

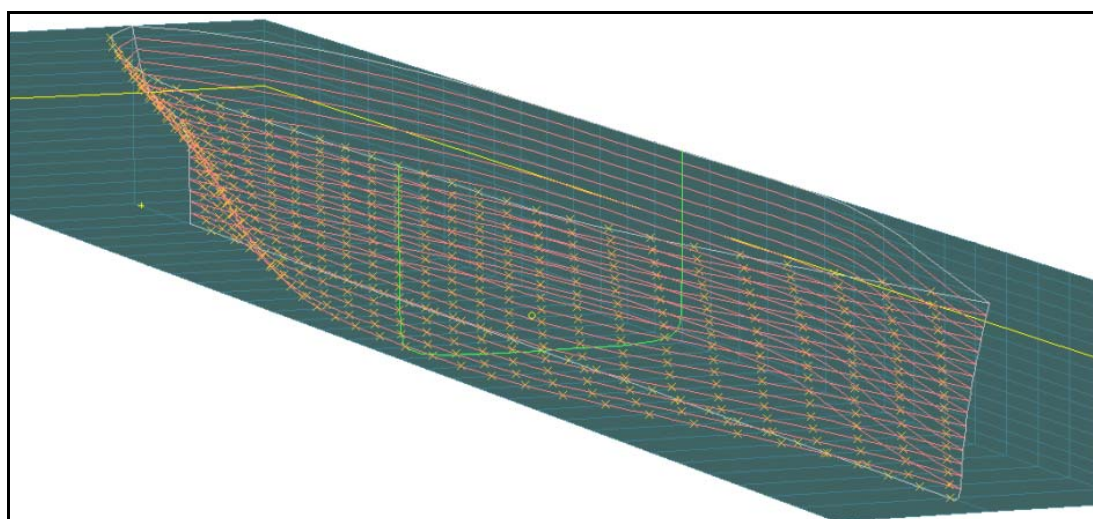
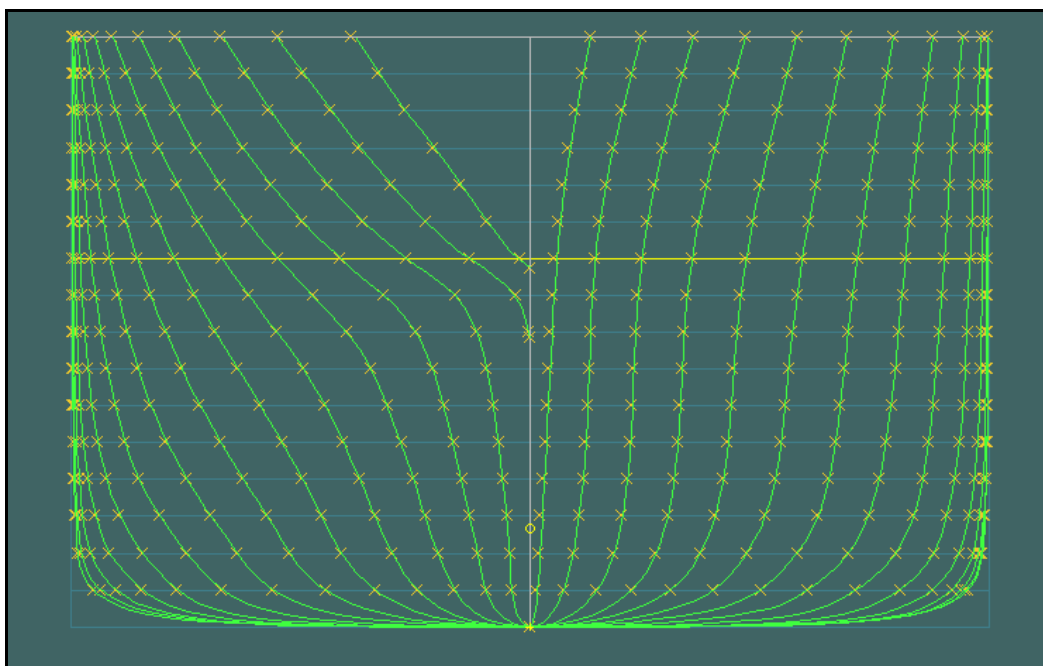


La “nuvola di punti” è l’insieme delle coordinate xyz dei punti che costituiscono le ordinate, dove le x (position) rappresentano la posizione longitudinale, le y (offset) rappresentano le semilarghezze ed infine le z (height) rappresentano le altezze (alle varie linee d’acqua) (figura 1).

	A	B	C	D	E
1	Station Index	Position	Offset	Height	
2		m	m	m	
3	1	122,47	0,925	9,773	
4	1	122,47	0,793	9,121	
5	1	122,47	0,675	8,469	
6	1	122,47	0,574	7,818	
7	1	122,47	0,495	7,167	
8	1	122,47	0,437	6,515	
9	1	122,47	0,393	5,864	
10	1	122,47	0,358	5,212	
11	1	122,47	0,327	4,56	
12	1	122,47	0,296	3,909	
13	1	122,47	0,262	3,258	
14	1	122,47	0,226	2,606	
15	1	122,47	0,187	1,955	
16	1	122,47	0,146	1,303	
17	1	122,47	0,098	0,651	
18	1	122,47	0	0	
19	1	122,47	1,068	10,424	
20	2	118,387	1,794	9,773	
21	2	118,387	1,626	9,121	
22	2	118,387	1,473	8,47	
23	2	118,387	1,34	7,818	
24	2	118,387	1,233	7,167	
25	2	118,387	1,157	6,515	
26	2	118,387	1,105	5,864	
27	2	118,387	1,069	5,212	

Figura 1: Nuvola di punti

Per ogni  $x$ , cioè per ogni ordinata, sono presenti più punti caratterizzati da diversi valori della  $y$  e della  $z$ , che corrispondono a punti appartenenti alle diverse linee d'acqua, come mostrato nelle due figure seguenti.



Il numero di ordinate e di linee d'acqua può essere diverso; il foglio di calcolo individua il numero di punti costituenti ogni ordinata e il numero di ordinate stesse. Inserendo come ulteriore dato di ingresso l'immersione  $T$ , il programma individua le semilarghezze dalla nuvola di punti e le riporta in forma tabulare, inserendo in colonna le linee d'acqua e in riga punti delle stesse ordinate (figura 2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	Sezioni	30							1	4	2	4	2	4	2	4	2	4	1
2	WL	17							6,515	5,864	5,212	4,56	3,909	3,258	2,606	1,955	1,303	0,651	0
3	T	6,515						6,515	5,864	5,212	4,56	3,909	3,258	2,606	1,955	1,303	0,651	0	
4									5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	1	122,47		0,925	0,793	0,675	0,574	0,495	0,437	0,393	0,358	0,327	0,296	0,262	0,226	0,187	0,146	0,098	0
7	2	118,387		1,794	1,626	1,473	1,34	1,233	1,157	1,105	1,069	1,043	1,018	0,985	0,937	0,888	0,764	0,591	0
8	3	114,305		2,696	2,514	2,344	2,192	2,066	1,97	1,905	1,861	1,832	1,808	1,776	1,723	1,634	1,479	1,174	0
9	4	110,223		3,624	3,443	3,271	3,113	2,975	2,864	2,793	2,726	2,686	2,653	2,616	2,552	2,438	2,233	1,802	0
10	5	106,14		4,564	4,397	4,235	4,083	3,944	3,826	3,733	3,663	3,608	3,561	3,508	3,427	3,28	3,015	2,488	0
11	6	102,058		5,484	5,34	5,2	5,066	4,941	4,83	4,735	4,657	4,591	4,527	4,455	4,353	4,173	3,841	3,255	0
12	7	97,976		6,333	6,217	6,106	5,999	5,899	5,807	5,724	5,649	5,579	5,505	5,419	5,302	5,107	4,737	4,085	0
13	8	93,893		7,056	6,969	6,887	6,81	6,738	6,671	6,608	6,547	6,482	6,41	6,32	6,199	6,011	5,653	4,93	0
14	9	89,811		7,615	7,552	7,495	7,444	7,397	7,354	7,312	7,269	7,219	7,157	7,077	6,967	6,799	6,468	5,775	0
15	10	85,729		7,964	7,925	7,889	7,859	7,832	7,807	7,784	7,758	7,726	7,683	7,623	7,537	7,404	7,157	6,558	0
16	11	81,646		8,1	8,082	8,067	8,053	8,041	8,031	8,02	8,009	7,993	7,971	7,937	7,883	7,791	7,612	7,143	0
17	12	77,564		8,125	8,12	8,117	8,113	8,11	8,107	8,104	8,099	8,094	8,085	8,069	8,04	7,982	7,857	7,482	0
18	13	73,482		8,128	8,127	8,127	8,126	8,125	8,124	8,123	8,12	8,117	8,113	8,104	8,086	8,048	7,959	7,643	0
19	14	69,399		8,128	8,128	8,128	8,127	8,126	8,125	8,123	8,121	8,118	8,113	8,106	8,092	8,066	8,002	7,73	0
20	15	65,317		8,128	8,128	8,127	8,127	8,126	8,124	8,122	8,119	8,115	8,11	8,102	8,09	8,069	8,022	7,769	0
21	16	61,235		8,128	8,128	8,127	8,126	8,125	8,123	8,121	8,117	8,112	8,106	8,097	8,084	8,062	8,016	7,741	0
22	17	57,153		8,128	8,127	8,126	8,125	8,123	8,121	8,118	8,113	8,106	8,097	8,084	8,064	8,03	7,959	7,61	0
23	18	53,07		8,126	8,124	8,122	8,119	8,116	8,112	8,106	8,098	8,086	8,068	8,042	8,002	7,936	7,798	7,337	0
24	19	48,988		8,12	8,113	8,105	8,098	8,089	8,079	8,065	8,047	8,021	7,983	7,929	7,847	7,716	7,459	6,892	0
25	20	44,906		8,1	8,081	8,06	8,038	8,014	7,986	7,952	7,91	7,853	7,777	7,672	7,52	7,282	6,879	6,263	0
26	21	40,823		8,058	8,013	7,965	7,913	7,856	7,792	7,718	7,628	7,517	7,377	7,194	6,941	6,578	6,069	5,472	0
27	22	36,741		7,971	7,887	7,796	7,697	7,587	7,464	7,323	7,158	6,966	6,739	6,458	6,101	5,688	5,194	4,589	0
28	23	32,659		7,813	7,676	7,527	7,363	7,182	6,977	6,743	6,478	6,187	5,86	5,492	5,092	4,679	4,266	3,63	0
29	24	28,576		7,554	7,353	7,134	6,892	6,621	6,313	5,963	5,584	5,187	4,788	4,405	4,042	3,696	3,336	2,752	0
30	25	24,494		7,164	6,896	6,6	6,271	5,899	5,472	4,992	4,492	4,024	3,639	3,314	3,023	2,749	2,444	1,991	0
31	26	20,412		6,628	6,292	5,921	5,505	5,028	4,475	3,855	3,256	2,828	2,529	2,285	2,067	1,858	1,63	1,338	0
32	27	16,329		5,933	5,538	5,1	4,607	4,037	3,362	2,595	2,02	1,724	1,52	1,354	1,205	1,063	0,925	0,779	0
33	28	12,247		5,077	4,633	4,145	3,596	2,963	2,192	1,328	0,94	0,763	0,649	0,56	0,48	0,41	0,359	0,32	0
34	29	8,165		4,035	3,556	3,042	2,483	1,857	1,076	0,257	0,018	4,481							
35	30	4,062		2,7	2,213	1,731	1,257	0,772	0,183	3,182									
36																			
37																			
38																			

Figura 2 : Tabella delle semilarghezze

Avendo reso automatico ed immediato il processo, il medesimo risultato si potrà ottenere per una nuvola di punti di una carena per un qualunque numero di sezioni e di linee d'acqua.

Come già detto precedentemente, data una immersione, si possono seguire diverse strade per il calcolo delle aree delle sezioni immerse.

La più comune consiste nei “metodi di quadratura approssimata”.

In particolare, per questo caso, si è scelto il metodo di Simpson.

La formula è la seguente:

$$A = \frac{\delta}{3} (y_1 + 4y_2 + 2y_3 + \dots + 4y_{n-1} + y_n), \text{ dove } \delta \text{ è l'intervallo (costante) tra due linee}$$

d'acqua, e le  $y$  sono le semilarghezze.

I coefficienti delle  $y$  (1, 2 e 4) sono presi in modo che il primo (corrispondente all'offset dell'immersione fissata) e l'ultimo (corrispondente alla linea di base) sono pari a 1, mentre gli altri coefficienti, delle offset intermedie, sono alternativamente uguali a 2 e 4.

Per semplicità, e grazie alla proprietà di simmetria della nave rispetto al piano diametrale, il calcolo delle aree, con la formula suddetta, si effettua su metà nave; il risultato andrà, perciò, moltiplicato per due.

E' fondamentale individuare, tra tutte le aree delle sezioni immerse, quella di valore massimo, che rappresenta l'area della sezione maestra; inoltre è importante conoscere la corrispondente posizione longitudinale, che rappresenta la mezzeria.

Per il calcolo del volume è sufficiente effettuare una seconda integrazione, sempre utilizzando la formula di Simpson:

$$\nabla = \frac{\delta}{3} (A_1 + 4A_2 + 2A_3 + \dots + 4A_{n-1} + A_n), \text{ dove questa volta l'intervallo } \delta$$

rappresenta la distanza (costante) tra due ordinate, e le “A” sono le aree immerse.

I coefficienti della formula sono presi con lo stesso criterio precedentemente utilizzato.



Noto il volume, e note le dimensioni principali della carena di partenza, è quindi

possibile calcolare i coefficienti di finezza dei volumi:  $C_B = \frac{\nabla}{L_{WL} BT}$  (coefficiente di

blocco) e  $C_P = \frac{\nabla}{A_X L_{DWL}}$  (coefficiente prismatico).

Questi passaggi sono mostrati in figura 3.

	A	B	C	D	E	F	G
1		<b>posiz. long.</b>	<b>area/2</b>	<b>area</b>		<b>interv δ (tra WL)</b>	0,652
2						<b>A<sub>M</sub></b>	<b>101,501</b>
3	<b>1</b>	122,47	1,642	3,285	<b>1</b>	<b>x<sub>M</sub></b>	65,317
4	<b>2</b>	118,387	5,890	11,780	<b>4</b>	<b>interv δ (tra ordinate)</b>	4,083
5	<b>3</b>	114,305	10,648	21,297	<b>2</b>	<b>Vol</b>	7710,765
6	<b>4</b>	110,223	15,755	31,510	<b>4</b>	<b>C<sub>P</sub></b>	0,613
7	<b>5</b>	106,14	21,217	42,435	<b>2</b>	<b>C<sub>B</sub></b>	0,60
8	<b>6</b>	102,058	27,041	54,082	<b>4</b>		
9	<b>7</b>	97,976	33,002	66,004	<b>2</b>		
10	<b>8</b>	93,893	38,619	77,237	<b>4</b>		
11	<b>9</b>	89,811	43,433	86,866	<b>2</b>		
12	<b>10</b>	85,729	47,043	94,087	<b>4</b>		
13	<b>11</b>	81,646	49,230	98,459	<b>2</b>		
14	<b>12</b>	77,564	50,246	100,492	<b>4</b>		
15	<b>13</b>	73,482	50,600	101,199	<b>2</b>		
16	<b>14</b>	69,399	50,715	101,431	<b>4</b>		
17	<b>15</b>	65,317	50,750	<b>101,501</b>	<b>2</b>		
18	<b>16</b>	61,235	50,704	101,408	<b>4</b>		
19	<b>17</b>	57,153	50,504	101,007	<b>2</b>		
20	<b>18</b>	53,07	50,002	100,005	<b>4</b>		
21	<b>19</b>	48,988	48,953	97,906	<b>2</b>		
22	<b>20</b>	44,906	46,997	93,995	<b>4</b>		
23	<b>21</b>	40,823	43,853	87,706	<b>2</b>		
24	<b>22</b>	36,741	39,508	79,015	<b>4</b>		
25	<b>23</b>	32,659	34,185	68,370	<b>2</b>		
26	<b>24</b>	28,576	28,215	56,431	<b>4</b>		
27	<b>25</b>	24,494	21,939	43,879	<b>2</b>		
28	<b>26</b>	20,412	15,669	31,337	<b>4</b>		
29	<b>27</b>	16,329	9,728	19,457	<b>2</b>		
30	<b>28</b>	12,247	4,471	8,942	<b>4</b>		
31	<b>29</b>	8,165	4,361	8,721	<b>2</b>		
32	<b>30</b>	4,082	2,806	5,612	<b>1</b>		

Figura 3 : Calcolo aree e volume

Terminata questa fase, che riguarda tutti i calcoli relativi alla carena iniziale , si passa alla trasformazione vera e propria.

In questo caso si è utilizzato il metodo di Lackenby, considerando il caso particolare di una carena madre senza corpo cilindrico ( $p = 0$ ) e con un dato coefficiente prismatico  $\phi$  ; la forma derivata è caratterizzata da una variazione nel corpo cilindrico ( $p \Rightarrow \delta p$ ) e una variazione di  $C_p$  ( $\phi \Rightarrow \delta\phi$ ) (figura 4).

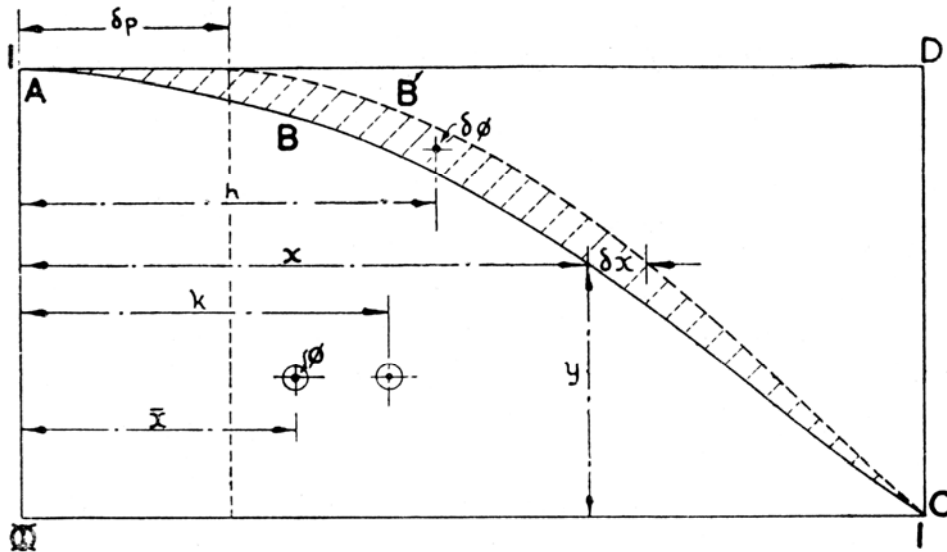


Figura 4 : Lackenby – caso particolare

Come già detto, in questo metodo, si effettua una semplice traslazione delle ordinate; nell'espressione di  $\delta x$ , quindi, l'unica variabile utilizzata è l'ascissa  $x$  che rappresenta lo spazio longitudinale tra le sezioni trasversali, mentre l'ordinata  $y$  della curva delle aree non è coinvolta; tutti gli altri termini dell'espressione sono costanti e si riferiscono solo alle proprietà geometriche della curva di partenza.

La relazione richiesta tra  $\delta x$  e  $x$ , che si ricava dall'espressione più generale prima analizzata, è la seguente:

$$\delta x = (1 - x) \left\{ \delta p + \frac{[\delta\phi - \delta p(1 - \phi)]x}{\phi(1 - 2\bar{x})} \right\}$$

dove:

- $\phi$  = coefficiente prismatico;
- $\bar{x}$  = distanza dal mezzo del centro del corpo;
- $p$  = lunghezza del corpo cilindrico;
- $x$  = distanza di ogni sezione trasversale dal mezzo;
- $y$  = area della sezione trasversale in  $x$  espressa come frazione dell'ordinata maestra;
- $\delta\phi$  = variazione richiesta del coefficiente prismatico:
- $\delta p$  = conseguente variazione del corpo cilindrico;
- $\delta x$  = shift longitudinale necessario della sezione in  $x$  per produrre la variazione richiesta del coefficiente prismatico.

La determinazione della posizione del centro del corpo prodiero e poppiero ( $\bar{x}_E$  e  $\bar{x}_R$ ) è resa possibile dai grafici, già presenti nel lavoro di F.H. Todd: “Some further experiments on single- screw merchant ship forms”, che riportano il  $C_P$  in funzione di  $\frac{\bar{x}_E}{L_E}$  e  $\frac{\bar{x}_R}{L_R}$  rispettivamente.

L'incremento di lunghezza del corpo cilindrico  $\delta p$  si può ottenere per qualsiasi carena di cui sia noto il  $C_B$ , grazie al grafico presente nel medesimo lavoro del Todd, che riporta il  $C_B$  in funzione di  $\frac{L_X}{L_{BP}}$ .

Questi tre grafici sono stati riportati in Excel inserendo le coordinate di alcuni punti noti; facendo passare per questi punti una curva polinomiale di 4° grado, e utilizzando la sua espressione analitica, si può ottenere, in modo approssimato e per una qualunque carena caratterizzata da un dato valore di  $C_B$  o  $C_P$ , il valore di  $L_X$ ,  $\bar{x}_E$ ,  $\bar{x}_R$  (figure 5, 6 e 7).

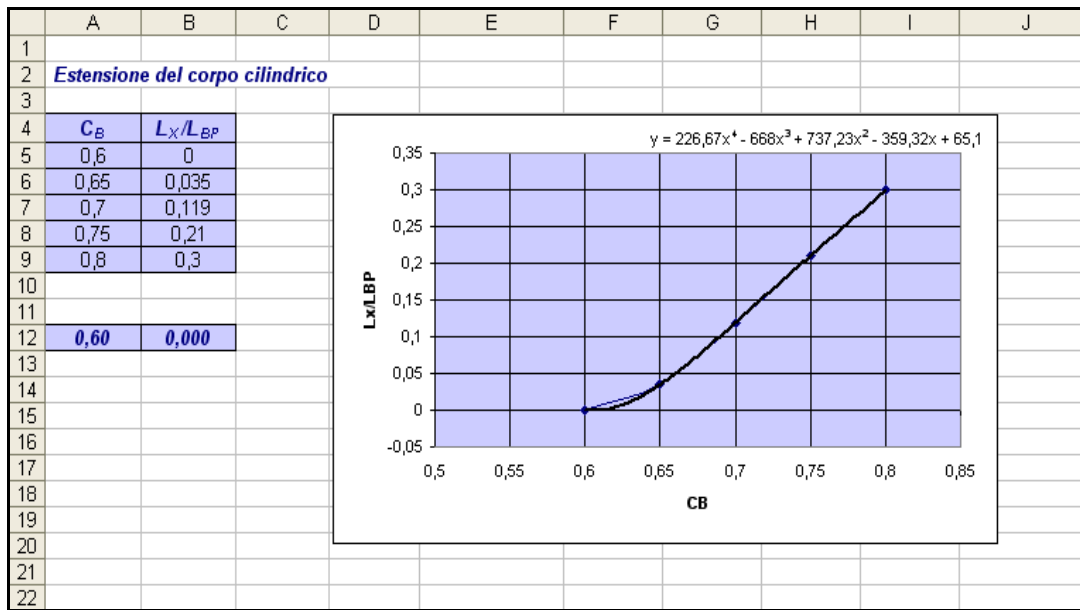


Figura 5 : Estensione del corpo cilindrico

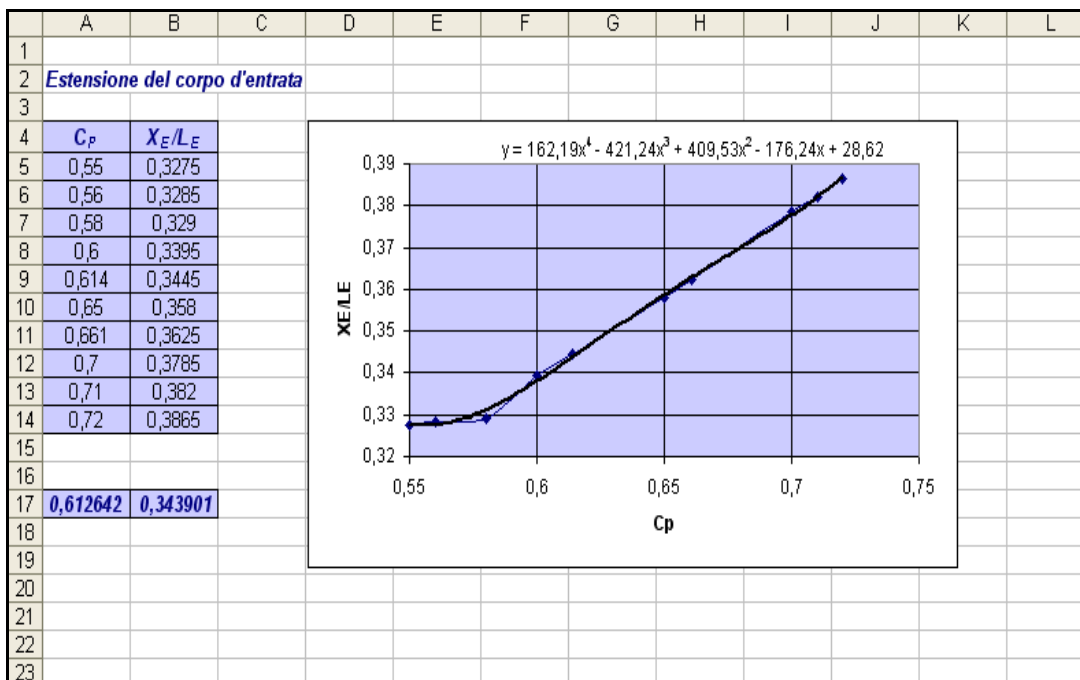


Figura 6 : Estensione del corpo d'entrata

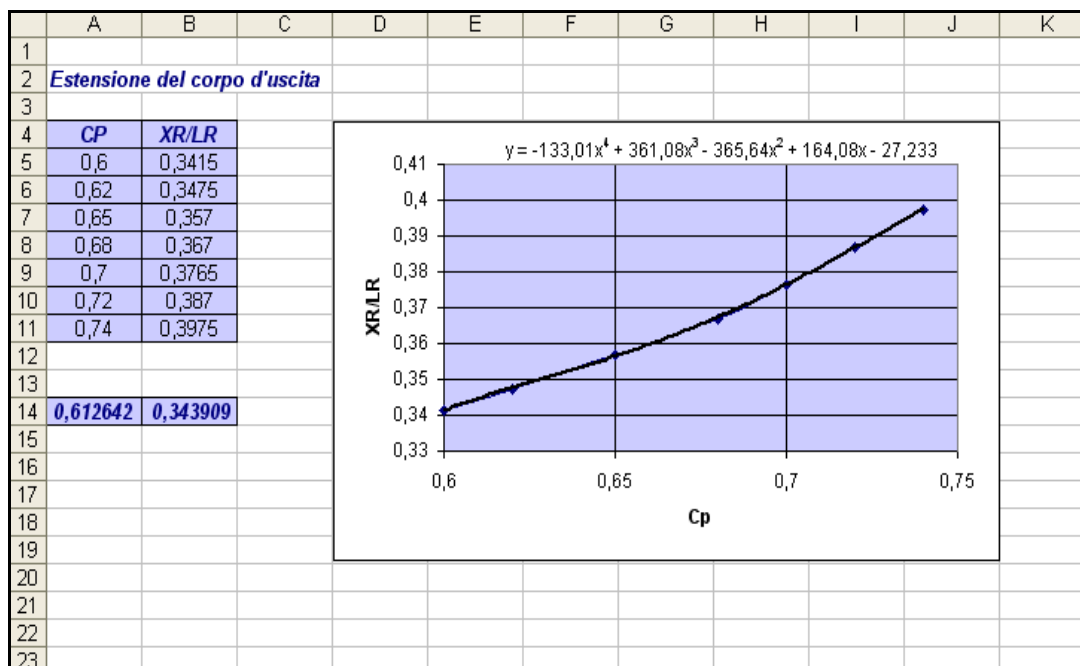


Figura 7 : Estensione del corpo d'uscita

Il calcolo della nuova posizione delle ordinate si effettua per il corpo prodiero e per il corpo poppiero, facendo riferimento al numero di sezioni di partenza; tuttavia ciò non rappresenta un vincolo per lo svolgimento dei calcoli, che possono, infatti, essere eseguiti su un qualsiasi numero di ordinate.

I passaggi relativi alla trasformazione effettuata sono evidenziati in figura 8.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	<b>Trasformazione - Lackenby</b>								
2									
3	$\delta x = (1-x) \delta p + \delta \Phi - \delta p / (1-x) \delta p / (1-x) \delta p$								
4									
5	<b>x = posiz. long. ordinate</b>								
6	$\delta p = \Delta p$	0,00029828	0,00014914	$x_z$	0,3439008				
7	$\delta \Phi = \Delta C p$	0,048358379		$x_z$	0,3439088				
8	$\Phi = C p$	0,612641621		$x_H$	65,317				
9	$p$ richiest	0,661		$A_H$	101,50075				
10									
11									
12	<b>posiz. con origine</b>								
13	<b>x</b>	<b>in mezzeria</b>	<b>x adimens.</b>	<b><math>\delta x</math> adim.</b>	<b><math>\delta x</math></b>	<b><math>x' = x - \delta x</math></b>	<b>x' adimens.</b>	<b>A</b>	<b>A adimens.</b>
14	122,47	57,153	1	0	0,000	122,470	1	3,2848	0,0324
15	118,387	53,07	0,9286	0,0168	0,958	119,345	0,9453	11,7799	0,1161
16	114,305	48,988	0,8571	0,0309	1,769	116,074	0,8881	21,2969	0,2098
17	110,223	44,906	0,7857	0,0425	2,432	112,655	0,8283	31,5099	0,3104
18	106,14	40,823	0,7143	0,0516	2,948	109,088	0,7659	42,4348	0,4181
19	102,058	36,741	0,6429	0,0580	3,317	105,375	0,7009	54,0821	0,5328
20	97,976	32,659	0,5714	0,0619	3,538	101,514	0,6333	66,0037	0,6503
21	93,893	28,576	0,5000	0,0632	3,612	97,505	0,5632	77,2372	0,7610
22	89,811	24,494	0,4286	0,0619	3,539	93,350	0,4905	86,8655	0,8558
23	85,729	20,412	0,3571	0,0581	3,319	89,048	0,4152	94,0866	0,9270
24	81,646	16,329	0,2857	0,0516	2,952	84,598	0,3373	98,4594	0,9700
25	77,564	12,247	0,2143	0,0426	2,437	80,001	0,2569	100,4919	0,9901
26	73,482	8,165	0,1429	0,0311	1,775	75,257	0,1739	101,1991	0,9970
27	69,399	4,082	0,0714	0,0169	0,965	70,364	0,0883	101,4308	0,9993
28	65,317	0	0	0,0001	0,009	65,326	0,0001	101,5008	1
29	61,235	4,082	0,0714	0,0169	0,965	60,270	0,0883	101,4082	0,9991
30	57,153	8,164	0,1428	0,0310	1,775	55,378	0,1739	101,0074	0,9951
31	53,07	12,247	0,2143	0,0426	2,437	50,633	0,2569	100,0046	0,9853
32	48,988	16,329	0,2857	0,0516	2,952	46,036	0,3374	97,9056	0,9646
33	44,906	20,411	0,3571	0,0581	3,319	41,587	0,4152	93,9949	0,9261
34	40,823	24,494	0,4286	0,0619	3,540	37,283	0,4905	87,7062	0,8641
35	36,741	28,576	0,5000	0,0632	3,613	33,128	0,5632	79,0154	0,7785
36	32,659	32,658	0,5714	0,0619	3,538	29,121	0,6333	68,3700	0,6736
37	28,576	36,741	0,6429	0,0580	3,317	25,259	0,7009	56,4306	0,5560
38	24,494	40,823	0,7143	0,0516	2,948	21,546	0,7659	43,8787	0,4323
39	20,412	44,905	0,7857	0,0426	2,432	17,980	0,8283	31,3373	0,3087
40	16,329	48,988	0,8571	0,0309	1,769	14,560	0,8881	19,4565	0,1917
41	12,247	53,07	0,9286	0,0168	0,958	11,289	0,9453	8,9420	0,0881
42	8,165	57,152	1,0000	0,0000	0,000	8,165	1,0000	8,7212	0,0859
43	4,082	61,235	1,0714	-0,0193	-1,105	5,187	1,0521	5,6120	0,0553

Figura 8 : Trasformazione

È possibile individuare, quindi, la nuova nuvola di punti relativa alla carena derivata, in cui le  $x = x'$  si ottengono dalla trasformazione, le  $y$  e le  $z$  rimangono, invece, invariate.

	A	B	C	D	E	F	G
1			coordinate "grafico trasformazione"				
2							
3	<b>x prua (iniziale)</b>	<b>x' prua (trasformata)</b>	<b>A adimens. Prua</b>	<b>x poppa (iniziale)</b>	<b>x poppa (trasformata)</b>	<b>A adimens. Poppa</b>	
4	1	1	0,032362				
5	0,928560	0,945323	0,116057				
6	0,857138	0,888082	0,209820				
7	0,785716	0,828265	0,310440				
8	0,714276	0,765856	0,418073				
9	0,642853	0,700886	0,532825				
10	0,571431	0,633339	0,650278				
11	0,499991	0,563199	0,760952				
12	0,428569	0,490499	0,855812				
13	0,357147	0,415222	0,926955				
14	0,285707	0,337350	0,970036				
15	0,214284	0,256920	0,990061				
16	0,142862	0,173913	0,997028				
17	0,071422	0,088309	0,999311				
18	0	0,000149	1	0	-0,000149		1
19				-0,071422	-0,088310	0,999088	
20				-0,142845	-0,173894	0,995139	
21				-0,214284	-0,256922	0,985260	
22				-0,285707	-0,337352	0,964580	
23				-0,357129	-0,415206	0,926052	
24				-0,428569	-0,490502	0,864094	
25				-0,499991	-0,563202	0,778472	
26				-0,571414	-0,633326	0,673591	
27				-0,642853	-0,700889	0,555962	
28				-0,714276	-0,765859	0,432300	
29				-0,785698	-0,828253	0,308740	
30				-0,857138	-0,888084	0,191689	

Figura 10 : Nuove coordinate

Una volta ottenute le x' (figura 10), si costruisce il grafico che riporta sulle ascisse le posizioni longitudinali, e sulle ordinate i valori delle aree (figura 11).

La rappresentazione è data in forma normalizzata, cioè i valori delle ascisse e delle ordinate sono adimensionalizzati.

In particolare le posizioni longitudinali delle ordinate, sono adimensionalizzate rispetto all'intera lunghezza del corpo, pertanto sono variabili nell'intervallo [0,1]: il valore 0 corrisponde alla posizione della sezione di mezzeria, il valore 1 all'estremità della carena;

Analogamente le ordinate (aree immerse) sono adimensionalizzate rispetto all'area di mezzeria (presumibilmente quella maestra, di area massima); i valori sono pertanto variabili nell'intervallo [0, 1]: il valore 0 corrisponde all'area nulla (estremità della carena), il valore 1 all'area della sezione di mezzeria.

Da ciò segue che l'area sottesa alla prima curva corrisponde al coefficiente prismatico della carena iniziale; quella sottesa alla curva trasformata rappresenta invece il coefficiente prismatico della carena derivata.

Infatti, indicati con:

- $X$  l'ascissa della generica ordinata;
- $A(X)$  la corrispondente area dell'ordinata immersa;
- $A_M = A_X$  l'area della sezione di mezzeria (si suppone siano coincidenti);
- $L_C$  e  $V_C$  la lunghezza e il volume del corpo;
- $C_P$  il coefficiente prismatico;
- $x = X/L$  e  $A_1(x) = A(X)/A_X$  l'ascissa e la corrispondente area immersa adimensionalizzate.

Si ha:

$$\nabla_C = \int_0^L A(X) dX = A_X L \int_0^1 A_1(x) dx$$

$$C_P = \frac{\nabla_C}{A_X L} = \int_0^1 A_1(x) dx$$

Osservando il grafico, si nota come è variata la curva delle aree immerse, in seguito alla trasformazione effettuata.

E' possibile, quindi, confrontare le due curve, e visualizzare immediatamente la variazione di volume così ottenuta.



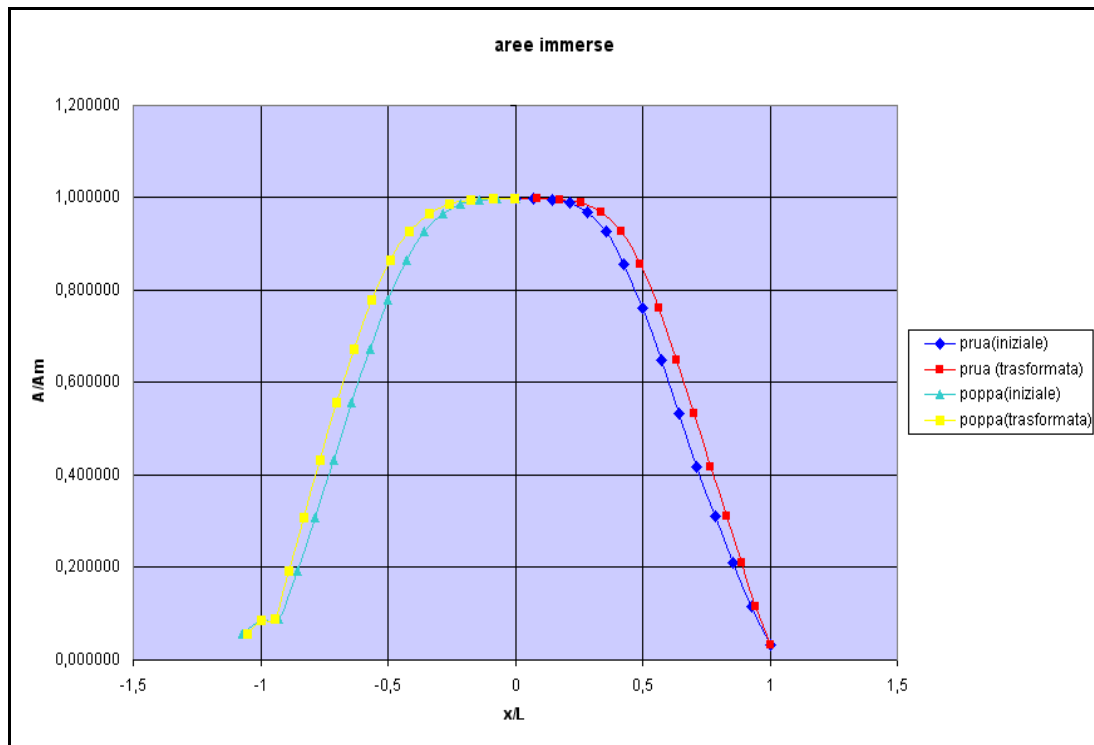


Figura 11 : Aree immerse

## 8.2 Verifica e Conclusioni

Il passo successivo consiste in una verifica dei risultati ottenuti.

Una prima verifica si basa sul confronto tra la curva relativa alla carena di partenza, sviluppata dal foglio di calcolo, e la curva, relativa alla stessa carena, sviluppata dal programma Rhinoceros, come mostrato nella figura 12.

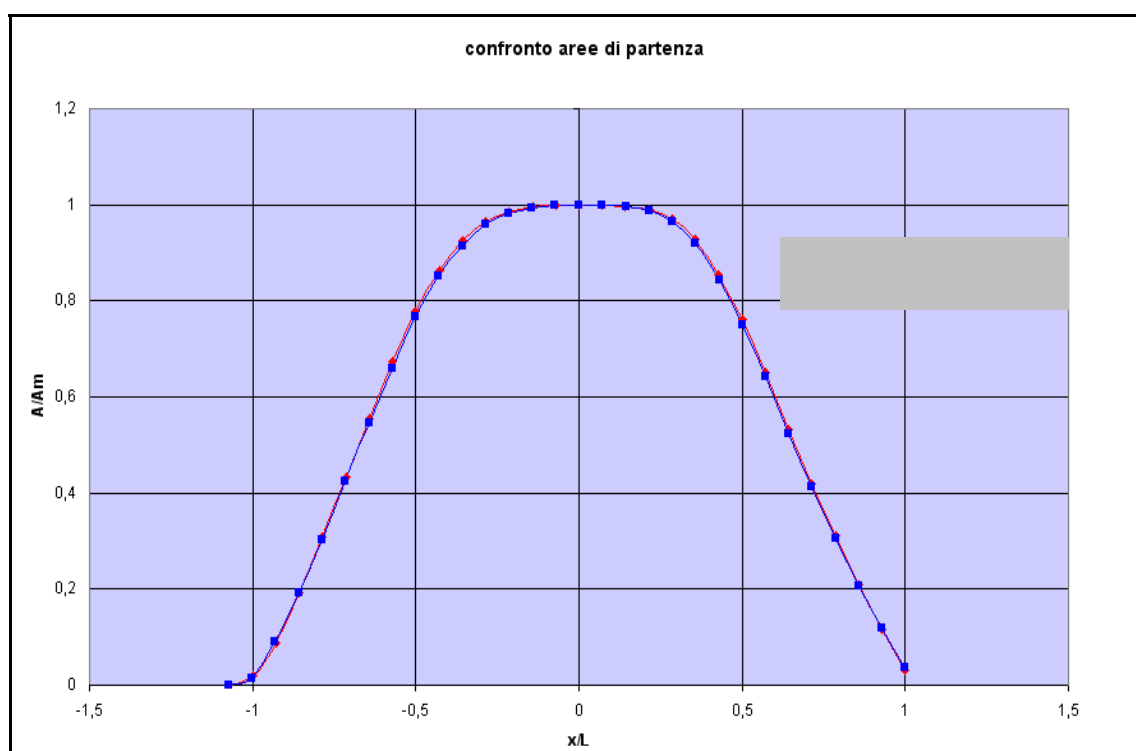


Figura 12 : Confronto tra le aree di partenza

Per effettuare un analogo confronto (figura 13), relativo alla carena trasformata, si inserisce la nuvola di punti, ottenuta dalla trasformazione, all'interno di Rhinoceros. Il programma elabora una nuova superficie di carena avviata, e sviluppa la nuova curva delle aree, da confrontare con quella ottenuta con excel.

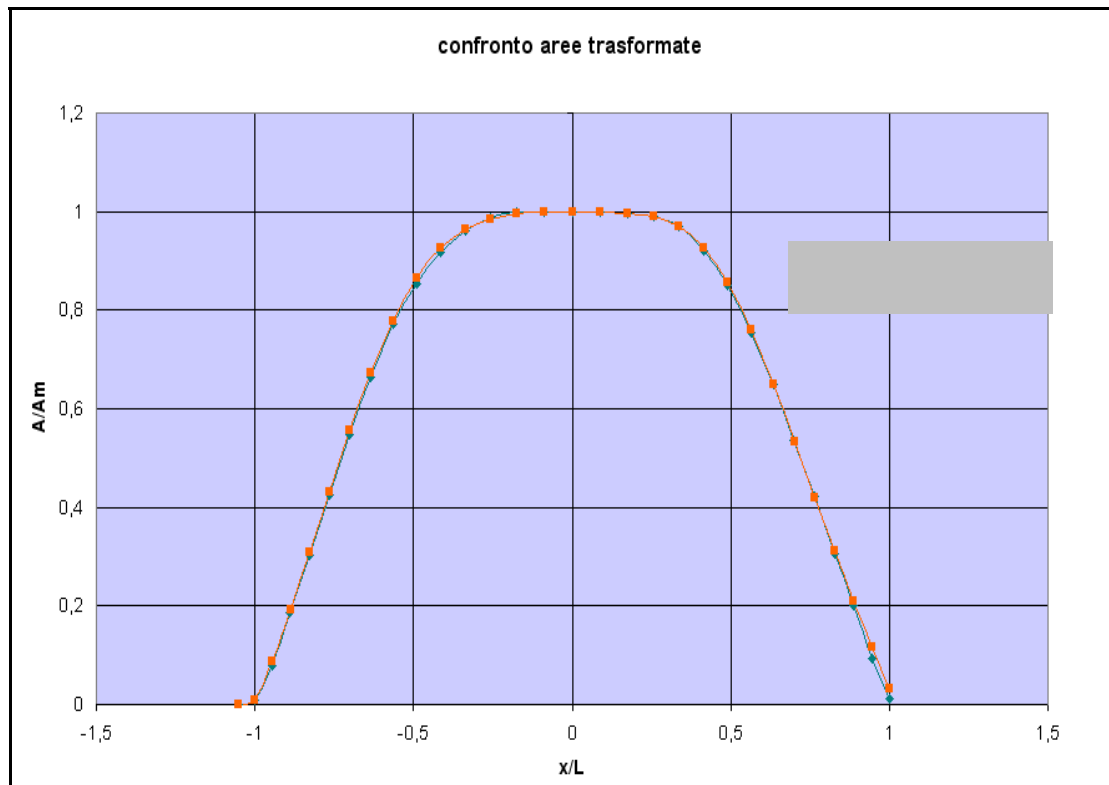


Figura 13 : Confronto tra le nuove aree

Come si può notare, sia le curve relative alla carena di partenza, sia quelle relative alle carene derivate, sono estremamente vicine; lo scarto, infatti, è inferiore all'1%.



## Bibliografia :

- [1] Bailey D. 1976 *The NPL high speed round displacement hull series*, RINA.
- [2] Boylston J.W., de Koff D.J., Muntjewerf J.J., 1993 *SL-7 Containerships: design, construction, and operational experience*, Transactions SNAME, 82, 4427 - 478.
- [3] Calisal Sander M., McGreer Dan 1993 *A resistance study on a systematic series of low L/B vessels*, Marine Technology, 30, 4, 286 - 296.
- [4] Clement E. 1963 *Resistance tests of a systematic series of planing hull forms*, Transactions SNAME, 491 - 579.
- [5] Cohen S., Ghosh D., Shepard D.M. 1990 *Design and construction of the u.s. coast guard's 47-ft self-righting, heavy weather rescue craft*, Transactions SNAME, 98, 627 - 661.
- [6] Harries S. 1998 *Parametric design hydrodynamic optimization of ship hull forms Ph.D. thesis*, Technical University Berlin.
- [7] Hollister S.M. *Automatic hull variation and optimization*, Sname.
- [8] Hoschek J. Lasser D. 1993 *Fundamentals of computer aided geometric design*, A K Peters, Ltd., Wellesley.
- [1] Hoschek J., Farin G., Kim M.S. 2002 *Handbook of Computer Aided Geometric Design*, North Holland.
- [2] Hugh Y.H. Yeh 1965 *Series 64 Resistance experiments on high-speed displacement forms*, Marine Technology, 2, 7, 248-272.
- [3] Jacobsen A., Kracht A. M. 1992 *D-Series systematic experiments with models of fast twin-screw displacement ships*, SNAME, vol.100.

- [4] Jorde J. H. 1997 *Mathematics of a body plan*, *The Naval Architect*, January 38 – 41.
- [5] Keuning J. A., Gerritsma J. 1982 *Resistance tests of a series of planing hull forms with 25 degrees deadrise angle*, *International Shipbuilding Progress* 29, 337, 222 – 249.
- [6] Keuning J. A., Gerritsma J. 1993 *Resistance tests of a series planing hull forms with 30 degrees deadrise angle, and a calculation model based on this and similar systematic series*, Memt 25, *Ship Hydromechanics Labotatory*, Delft University of Technology.
- [7] Kracht A. M., 1978 *Design of bulbous bows*, *Transactions SNAME* 86, 197-217.
- [8] Lackenby H. 1950 *On the systematic geometrical variation of ship forms*, *Transaction of INA*, 92, 289 – 316.
- [9] Lindgren H., Williams A. 1969 *Systematic tests with small, fast displacement vessels, including a study of the influence of spray strips*, *Publications of the swedish state shipbuilding experimental tank*.
- [10] Moor D. I., Parker M. N., Pattullo R. N. M. 1961 *The BSRA methodical series: an overall presentation*, *Transactions of RINA*, 103, 329 – 419.
- [11] Moor D. I. *Effects on performance in still water and waves of some geometric changes to the form of a large twin-screw ship*, *Transactions SNAME* 78, 88 - 150.
- [12] Narlı E., Sariöz K. 1998 *Fairing of high speed displacement hull forms by b-spline approximation and fitting*, *Naval Engineers Journal*, March 35 – 47.
- [13] Narlı E., Sariöz K. 2001 *Hull form optimization by shift and deformation of ship sections*, *Journal of ship Research* 45, 3, 197 – 204.
- [14] Narlı E., Sariöz K. 2003 *Geometrical variation and distortion of ship hull forms*, *Marine Technology*, 40, 4, 239 – 248.

- [15] Narlı E., Sariöz K. 2004 *The automated fairing of ship hull lines using formal optimisation methods Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 28, 3, 157-166.
- [16] Nevitt C. 1967 *The resistance of a high displacement – length ratio trawler series Transactions SNAME* 75, 51 – 78.
- [17] Pattullo R. N. M., Thomson G.R. 1965 *The BSRA trawler series (part I), Transactions RINA*, 107, 215 – 241.
- [18] Pattullo R. N. M. 1968 *The BSRA trawler series (part II), Transactions RINA*, 110, 151 – 183.
- [19] Pérez F., Suárez J. A., Clemente J. A. 2002 *Parametric generation of high speed round bilge hull lines, IMAM, Creta*.
- [20] Rogers D. F. 1977 *B-Spline curves and surfaces for ship hull definition, Computer-Aided Hull Surface Definition Symposium, Annapolis, Maryland*.
- [21] Todd F. H. 1953 *Some further experiments on single – screw merchant ship forms – series 60, Transactions SNAME*, 516 – 589.
- [22] Völker H. 1954 *Systematic variation of usual ship forms, International Shipbuilding Progress* 1,1, 10 - 18.
- [23] Versluis A. 1969 *Computer aided design of shipform by affine transformation, Publications of Delft university of technology*.