

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI “FEDERICO II”



DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE, NAVALE
E DELLA QUALITÀ
18° CICLO

TESI DI DOTTORATO

**ANALISI DEL CAMPO DI MOTO GENERATO
DA ATTUATORI DI FLOW CONTROL
A GETTO SINTETICO
MEDIANTE SIMULAZIONE NUMERICA**

TUTOR
Prof. Luigi De Luca

DOTTORANDO
Ing. Luigi Mongibello

COORDINATORE
Prof. Antonio Moccia

Novembre 2005

INDICE

<u>Introduzione</u>	4
<u>Il codice SyntJet</u>	8
1.1 Introduzione.....	8
1.2 Le equazioni U-RANS.....	9
1.2.1 La turbulent-viscosity hypotesis.....	11
1.2.2 Il modello “k-ε Jones & Launder”.....	12
1.3 Procedura generale di risoluzione numerica.....	15
1.4 Discretizzazione delle U-RANS.....	20
1.4.1 Discretizzazione del termine in stazionario.....	21
1.4.2 Discretizzazione del termine convettivo.....	23
1.4.3 Discretizzazione del termine diffusivo.....	28
1.4.4 Discretizzazione del termine relativo all’energia cinetica turbolenta.....	31
1.4.5 Equazione del bilancio della quantità di moto discretizzata.....	32
1.4.6 L’algoritmo SIMPLE.....	32
<u>Simulazioni numeriche del getto sintetico isolato</u>	38
2.1 Introduzione.....	38
2.2 Simulazione numerica del getto sintetico isolato mediante il solver Navier-Stokes.....	39
2.2.1 Condizioni iniziali e al contorno.....	40
2.2.2 Risultati.....	41

2.2.3 Analisi parametrica.....	50
2.3 Simulazione numerica del getto sintetico isolato mediante il solver U-RANS.....	56
2.3.1 Condizioni iniziali e al contorno.....	57
2.3.2 Risultati.....	59
2.4 Il caso NASA LaRC.....	65
2.4.1 Condizioni iniziali e al contorno.....	66
2.4.2 Risultati.....	66
2.5 Simulazione numerica del getto sintetico isolato con cavità.....	76
2.5.1 Condizioni iniziali e al contorno.....	77
2.5.2 Risultati.....	77
2.6 Simulazione numerica del getto sintetico isolato con attuatore a pistone mediante l'impiego del metodo "Immersed Boundary".....	88
2.6.1 Risultati.....	88
<u>Simulazione numerica del getto sintetico in crossflow</u>	91
3.1 Introduzione.....	91
3.2 Simulazione numerica.....	92
3.2.1 Condizioni iniziali e al contorno.....	93
3.2.2 Risultati.....	94
<u>Conclusioni</u>	102
<u>Bibliografia</u>	105

INTRODUZIONE

Negli ultimi anni, visti i notevoli progressi ottenuti per quanto riguarda lo sviluppo dei MEMS (microelectromechanicalsystems), molto è stato fatto per cercare di capire in che modo sia possibile controllare flussi mediante l'utilizzo di tali microdispositivi. Gli attuatori a getto sintetico appartengono a quest'ultima classe di dispositivi e figurano tra più studiati in letteratura. Infatti molti studi, sia a carattere sperimentale sia numerico, hanno dimostrato la buona capacità di questo tipo di attuttore di operare nell'ambito dell' "active flow control".

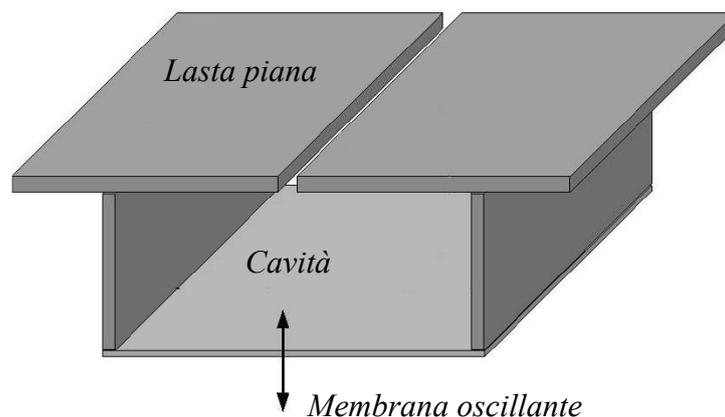


Fig. I1

Nella figura (I1) è riportato lo schema di un attuttore di getto sintetico montato su una lastra piana. Tale dispositivo è composto da una cavità e da una membrana piezoelettrica che costituisce la parete sud della cavità. La cavità è collegata all'ambiente esterno, ovvero alla zona che si trova al di sopra della lastra, mediante una slot a sezione rettangolare. Le oscillazioni del diaframma, dovute al passaggio di corrente elettrica all'interno dello stesso, provocano fasi alternate di suzione ed eiezione di fluido attraverso la slot. Nella fase di eiezione si forma una

coppia di vortici controrotanti sulla sezione di uscita della slot che si separano nella fase di suzione ed interagiscono tra di loro fino a formare un vero e proprio getto, detto getto sintetico. L'oscillazione di pressione necessaria per formare un getto sintetico può anche essere imposta con un campo acustico, purchè l'ampiezza delle oscillazioni della pressione sia abbastanza grande da generare la formazione di vortici.

La caratteristica principale dei getti sintetici sta nel fatto che non necessitano di fluido aggiuntivo per formarsi poiché il fluido che l'attuatore (sistema cavità-membrana) utilizza per formare il getto sintetico proviene dalla regione esterna alla cavità. Il bilancio di massa attraverso la sezione di uscita del getto risulta essere nullo in ogni singolo ciclo di oscillazione della membrana, mentre non è nullo il bilancio di quantità di moto. Avviene, quindi, un trasferimento di energia dall'attuatore al fluido che ha come risultato la formazione del getto sintetico.

Le indagini sperimentali e numeriche condotte sul getto sintetico isolato hanno mostrato che, in prossimità della sezione di uscita del getto, il campo di moto è dominato dalla formazione periodica di strutture vorticosi (coppie di vortici o anelli di vortici) che, separandosi dal piano di uscita, diventano instabili, interagiscono e perdono la loro coerenza. Le coppie di vortici non interagiscono secondo un ben noto criterio, ma accade che ogni vortice sviluppa una instabilità di tipo spanwise che porta alla formazione di un getto turbolento. Il getto sintetico assomiglia molto al getto piano turbolento per quanto riguarda la componente crosswise della velocità media. La componente streamwise decade più rapidamente rispetto al getto convenzionale, mentre risulta che la larghezza del getto aumenta meno velocemente rispetto al caso convenzionale. Queste due ultime considerazioni trovano una spiegazione nel fatto che è presente un gradiente avverso di pressione in prossimità della sezione di uscita del getto durante la fase di suzione.

Relativamente all'interazione tra un getto sintetico ed un crossflow, si è visto che il getto sintetico può apportare modifiche sostanziali a correnti fluide caratterizzate da scale di

lunghezza fino a cento volte la larghezza della slot. La presenza di un getto sintetico in un crossflow comporta, a livello macroscopico, un inarcamento delle linee di corrente in corrispondenza della sezione di uscita del getto. Tale effetto, equivalente ad una modifica virtuale della forma della superficie su cui è montato l'attuatore di getto sintetico, comporta una modifica della distribuzione di pressione sulla superficie medesima.

Alcune tipiche applicazioni del getto sintetico nell'ambito del flow control sono il jet vectoring e il controllo dello strato limite laminare e turbolento.

Smith et al. [1-2] furono i primi a dimostrare in che modo ottenere il jet vectoring di un getto convenzionale a mezzo di un getto sintetico, senza l'impiego di apposite superfici di controllo.

Amitay et al. [3-5] hanno poi utilizzato gli attuatori di getto sintetico per ritardare la separazione dello strato limite e aumentare l'efficienza aerodinamica su profili alari posti a vari angoli d'attacco.

Il lavoro svolto durante gli anni del dottorato di ricerca ha avuto come obiettivo principale la creazione di un codice di calcolo fatto "ad hoc" per la simulazione numerica di campi di moto relativi sia a getti sintetici isolati sia all'interazione di un getto sintetico con un crossflow. Tale lavoro nasce da una collaborazione del prof. Luigi de Luca con il **Centro Italiano Ricerche Aerospaziali**, nell'ambito del progetto HaleWing U.A.V.. Nelle simulazioni numeriche effettuate è stato simulato il campo di moto generato da un attuatore a getto sintetico del tipo rappresentato in figura (I1). Poiché da osservazioni sperimentali è emerso che il campo di moto generato da questo tipo di attuatori è bidimensionale, è stato sviluppato un codice ai volumi finiti, denominato SyntJet, che risolve le equazioni U-RANS 2D instazionarie per flusso incompressibile nella formulazione integrale. Il modello di chiusura utilizzato è il "k- ϵ Jones & Launder" [6].

La tesi è essenzialmente divisa in due parti. Nella prima parte vengono descritte in dettaglio le caratteristiche del codice. Nella seconda vengono presentati i risultati ottenuti oltre ad un

confronto con i risultati relativi ad alcuni tra i più importanti lavori sul getto sintetico presenti in letteratura.

CAPITOLO I

“Il Codice SyntJet”

1.1 Introduzione

In questo capitolo, come già anticipato, saranno descritte le caratteristiche del codice di calcolo SyntJet, sviluppato per la risoluzione numerica delle equazioni U-RANS 2D per flusso incompressibile. Il linguaggio di programmazione utilizzato per la scrittura del codice è il Visual Fortran 90, mentre il preprocessing ed il postprocessing dei dati è stato effettuato con il Matlab 7. Nei primi paragrafi saranno descritte le equazioni del bilancio ed il modello di turbolenza, poi saranno trattati in maniera dettagliata l’algoritmo di risoluzione e gli schemi numerici utilizzati. Questo capitolo non ambisce, ovviamente, ad essere esaustivo nei confronti degli argomenti trattati e, pertanto, si rimanda il lettore ai testi della letteratura specializzata per un necessario approfondimento.

1.2 Le equazioni U-RANS

Scriviamo il sistema di equazioni costituito dalle equazioni del bilancio della massa e della quantità di moto per flusso incompressibile (Navier-Stokes) scritte nella formulazione locale e con notazione tensoriale.

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{cases}, \quad (1.1)$$

dove τ_{ij} sono le componenti della parte anisotropa del tensore degli sforzi:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.2)$$

Se il campo di moto è turbolento e statisticamente instazionario, la generica variabile $\phi(x_i, t)$, rappresentativa delle componenti del vettore velocità e della pressione, può essere scomposta nel seguente modo:

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i, t) + \phi'(x_i, t). \quad (1.3)$$

Il primo termine al secondo membro della (1.3) rappresenta la media d'insieme, mentre il secondo la fluttuazione.

La media d'insieme si definisce come:

$$\bar{\phi}(x_i, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi(x_i, t), \quad (1.4)$$

dove N è il numero degli elementi appartenenti all'insieme delle determinazioni della variabile ϕ all'istante t e nel punto x_i .

Le componenti della velocità e della pressione si scrivono dunque:

$$u_i(x_i, t) = \bar{u}_i(x_i, t) + u_i'(x_i, t) \quad \text{e} \quad p(x_i, t) = \bar{p}(x_i, t) + p'(x_i, t). \quad (1.5)$$

Sostituendo le (1.5) all'interno delle Navier-Stokes e sfruttando le proprietà della media ed il fatto che la media delle fluttuazioni è nulla si arriva alle equazioni “Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes” (U-RANS):

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u_i' u_j'}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \end{cases} \quad (1.6)$$

dove $\bar{\tau}_{ij}$ sono le componenti del tensore “medio” degli sforzi viscosi:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.7)$$

La presenza del tensore degli stress di Reynolds $\overline{u_i' u_j'}$ all'interno del sistema di equazioni (1.6) rende il sistema non chiuso ed è quindi necessario, affinché il sistema di equazioni si presenti in forma chiusa, fare delle approssimazioni che portino ad esprimere il tensore degli stress di

Reynolds in funzione di quantità relative al campo medio. In realtà è possibile derivare equazioni del bilancio anche per le correlazioni relative al tensore degli stress di Reynolds. Tuttavia tali equazioni conterrebbero altre correlazioni, di ordine superiore, che andrebbero comunque modellate. Il punto è che è impossibile derivare un sistema di equazioni chiuso e che occorre per forza utilizzare dei modelli approssimativi.

1.2.1 La Turbulent-Viscosity Hypothesis

Per chiudere il sistema di equazioni (1.6) occorre modellare il tensore degli stress di Reynolds. Il modello κ - ε si basa sulla cosiddetta “turbulent-viscosity hypothesis” introdotta da Boussinesq. Secondo tale ipotesi tra il tensore degli stress di Reynolds e il gradiente delle velocità medie vale la seguente relazione:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k, \quad (1.8)$$

dove μ_T è la viscosità turbolenta e k è l'energia cinetica turbolenta $\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$.

La presenza dell'ultimo termine al secondo membro dell'equazione (1.8) è giustificata dal fatto che i due tensori al primo e secondo membro devono avere la stessa traccia.

Sostituendo la (1.8) all'interno del sistema (1.6) aggiungiamo due incognite al problema, tali incognite sono la viscosità turbolenta e l'energia cinetica turbolenta in ogni istante di tempo e in tutti i punti del dominio fisico interessato dal campo di moto.

Al fine di riformulare il problema in funzione dell'energia cinetica turbolenta k e del tasso di dissipazione turbolenta ε si ipotizza di poter descrivere il campo turbolento in ogni punto e in ogni istante mediante una lunghezza caratteristica l^* e la velocità caratteristica $u^* \approx \sqrt{k}$. Di

conseguenza, si ricava una espressione per la viscosità turbolenta derivante da una mera analisi dimensionale:

$$\mu_T = C_\mu \rho l^* u^* , \quad (1.9)$$

dove C_μ è un parametro adimensionale.

La lunghezza caratteristica l^* e la velocità caratteristica u^* si esprimono in funzione di k ed ε nel seguente modo:

$$u^* = \sqrt{k} \quad \text{e} \quad l^* = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} , \quad (1.10)$$

che sostituite all'interno della (1.9) danno:

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} . \quad (1.11)$$

La chiusura delle (1.6) si ottiene, quindi, aggiungendo al sistema le equazioni del bilancio dell'energia cinetica turbolenta e della dissipazione. Tali equazioni sono non lineari e alle derivate parziali. Per i dettagli su come ricavare le due equazioni in maniera esatta dalle Navier-Stokes si preferisce rimandare il lettore al testo di Wilcox (1994).

1.2.2 Il modello “κ-ε Jones & Launder”

Il modello di turbolenza qui utilizzato per la simulazione numerica dei getti sintetici è il “κ-ε Jones & Launder”. Questo modello appartiene alla classe dei modelli a due equazioni poichè la

chiusura delle RANS avviene mediante la risoluzione di due equazioni differenziali alle derivate parziali. Tale modello si dice completo perché non richiede alcuna ipotesi “a priori” sulle scale del moto turbolento; in maniera equivalente si può affermare che il termine completo si usa perché il numero delle equazioni da risolvere è pari al numero delle incognite.

In questa formulazione le equazioni di k ed ε risultano essere le seguenti:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial(\bar{u}_j k)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \rho \varepsilon - 2\mu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \\ \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial(\bar{u}_j \varepsilon)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} f_1 P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + 2\nu \mu_T \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_i} \right)^2, \end{aligned} \quad (1.12)$$

dove la viscosità turbolenta è calcolata come

$$\mu_T = c_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.13)$$

e sono fatte abbastanza classicamente le seguenti posizioni:

$$\begin{aligned} f_1 &= 1, f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R^2), f_\mu = \exp(-2.5/(1 + R/50)) \\ C_\mu &= 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1.3 \end{aligned} \quad (1.14)$$

Il numero di Reynolds turbolento è

$$R = \frac{\rho \kappa^2}{\mu \varepsilon} \quad (1.15)$$

Si noti esplicitamente che sia nell'equazione del bilancio di k sia in quella di ε l'ultimo termine al secondo membro rappresenta il termine aggiuntivo dovuto al modello Jones & Launder. Tali termini non sono valutati come nella formulazione più classica “da strato limite” che è riportata nella bibliografia [6], ma appaiono nella loro forma completa così come descritto da Kral, Mani and Ladd [7].

Per quanto riguarda il termine di produzione dell'energia cinetica turbolenta P_k , si è scelto di applicare il limitatore di Kato & Launder [8], in base al quale tale termine si può valutare nel seguente modo:

$$P_k = 2\mu_T \Omega \quad (1.16)$$

dove Ω è il doppio prodotto scalare della parte antisimmetrica del gradiente delle velocità medie con sé stessa.

La necessità di impiegare il limitatore per k risiede nel fatto che il modello k - ε , in generale, tende a sovrastimare sia i valori dell'energia cinetica turbolenta sia i valori della viscosità turbolenta in prossimità delle pareti.

Le condizioni al contorno relative all'intero sistema di equazioni saranno trattate nel seguito poichè dipendono, ovviamente, dalle caratteristiche del campo di moto che si vuole simulare.

E' opportuno, però, anticipare che il nostro modello prescrive che la ε sia nulla sulle pareti.

Questa condizione, che è molto vantaggiosa dal punto di vista computazionale, dipende dal fatto che, in realtà, la ε che si va a risolvere non rappresenta la dissipazione totale, che non assume valore nullo sulla parete, ma si può interpretare come la parte isotropa della dissipazione totale.

Il valore che la dissipazione totale assume sulla parete è rappresentato dall'ultimo termine al secondo membro della prima delle equazioni (1.12).

1.3 Procedura generale di risoluzione numerica

Prima di descrivere l'algoritmo generale di risoluzione numerica vale la pena di riscrivere il sistema di equazioni U-RANS che, a valle delle posizioni finora fatte, risulta essere:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \rho \frac{\partial k}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) \end{cases} \quad (1.17)$$

Per comodità si è deciso di non mettere l'overbar sulle componenti della velocità e sulla pressione. Si tenga presente, quindi, che d'ora in poi le componenti della velocità e la pressione all'interno delle equazioni del bilancio rappresentano medie d'insieme.

La risoluzione numerica delle U-RANS non differisce di molto dalla risoluzione numerica delle Navier-Stokes laminari visto che il sistema di equazioni (1.17) diventa identico alle Navier-Stokes laminari se si sostituisce, nelle NS, la viscosità molecolare con la viscosità effettiva $\mu_{eff} = \mu + \mu_T$, e la pressione con la pressione modificata $p_{mod} = p + \frac{2}{3} \rho \kappa$.

La principale differenza che vi è tra la risoluzione laminare e quella turbolenta risiede nel fatto che nel caso turbolento assieme alle (1.17) bisogna risolvere altre due equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari, ovvero l'equazione del bilancio dell'energia cinetica turbolenta "k" e l'equazione del bilancio della dissipazione "ε".

Quindi, nel caso di moto turbolento ed in base al modello di turbolenza qui utilizzato, il sistema di equazioni da risolvere viene ad essere:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \rho \frac{\partial k}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) \\ \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial (u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \rho \varepsilon - 2\mu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \\ \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial (u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} f_1 P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + 2\nu \mu_T \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_l} \right) \end{array} \right. , \quad (1.18)$$

dove

$$\mu_T = c_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad P_k = 2\mu_T \Omega,$$

$$f_1 = 1, f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R^2), f_\mu = \exp(-2.5/(1 + R/50))$$

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1.3, R = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon},$$

corredato da opportune condizioni iniziali ed al contorno.

La procedura di risoluzione numerica utilizzata dal codice SyntJet consiste nel risolvere le equazioni del bilancio (1.18) in maniera disaccoppiata (Ferziger & Peric 2002) utilizzando uno schema implicito. La risoluzione delle equazioni della quantità di moto e della continuità viene effettuata utilizzando l'algoritmo SIMPLE che fa parte della classe di metodi detti "projection methods". Di seguito si riporta una breve descrizione del metodo implicito utilizzato per la risoluzione combinata delle equazioni della quantità di moto e della continuità. Una descrizione più dettagliata dell'algoritmo SIMPLE è riportata più avanti in questo capitolo.

Supponendo di aver discretizzato le (1.18) utilizzando una griglia computazionale cartesiana ortogonale, l'equazione del bilancio della quantità di moto relativa al generico time-step che va dall'istante t^n all'istante t^{n+1} si scrive:

$$A_P^{u_i} u_{i,P}^{n+1} + \sum_l A_l^{u_i} u_{i,l}^{n+1} = Q_{u_i}^{n+1} - \Omega \left(\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right)_P \quad (1.19)$$

dove con P si indica il centro del generico volume di controllo e con l = E, W, N e S i nodi limitrofi (vedi fig. 1.1) e Ω il volume del generico volume di controllo . La (1.19), in realtà, rappresenta le proiezioni dell'equazione del bilancio della quantità di moto lungo gli assi. Ovviamente, le incognite sono rappresentate dalle componenti del vettore velocità relative all'istante t^{n+1} .

Si è scelto, per rendere più comoda la trattazione, di non riportare in forma discretizzata, all'interno della (1.19), il termine relativo alla pressione.

L'equazione (1.19) è non lineare poiché i termini A^{u_i} dipendono dalle componenti del vettore velocità all'istante t^{n+1} e, quindi, non può essere risolta direttamente ma deve essere risolta con un metodo iterativo. Le iterazioni relative ad un tale metodo si dicono “esterne”, per distinguerle da quelle interne relative alla risoluzione dei sistemi lineari a coefficienti costanti.

Alla generica m-esima iterazione esterna, si risolve la seguente equazione del bilancio linearizzata:

$$A_P^{u_i} u_{i,P}^{m*} + \sum_l A_l^{u_i} u_{i,l}^{m*} = Q_{u_i}^{m-1} - \Omega \left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x_i} \right)_P, \quad (1.20)$$

nelle incognite $u_{i,P}^{m*}$ e $u_{i,l}^{m*}$. I termini espliciti al secondo membro sono calcolati utilizzando le componenti della velocità, l'energia cinetica turbolenta, la viscosità turbolenta e la pressione relative all'iterazione esterna precedente.

Siccome la pressione nella (1.20) è quella dell'iterazione esterna precedente, le componenti della velocità u_i^{m*} calcolate dalla (1.20), in generale, non soddisfano l'equazione della continuità (1.21). Questo è il motivo per cui si è usato l'asterisco.

$$\frac{\partial u_i^m}{\partial x_i} = 0 \quad (1.21)$$

Quindi, bisogna correggere il campo di velocità risultante dalla (1.20) affinché soddisfi l'equazione della continuità. A tal fine, riscriviamo la velocità nel nodo P (vedi fig. 1.1), ottenuta risolvendo la (1.20), nel seguente modo:

$$u_{i,P}^{m*} = \frac{Q_{u_i}^{m-1} - \sum_l A_l^{u_i} u_{i,l}^{m*}}{A_P^{u_i}} - \Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x_i} \right)_P \quad (1.22)$$

Possiamo riscrivere la (1.21) come:

$$u_{i,P}^{m*} = \tilde{u}_{i,P}^{m*} - \Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x_i} \right)_P \quad (1.23)$$

$$\tilde{u}_{i,P}^{m*} = \frac{Q_{u_i}^{m-1} - \sum_l A_l^{u_i} u_{i,l}^{m*}}{A_P^{u_i}} \quad (1.24)$$

dove $\tilde{u}_{i,P}^{m*}$ può essere pensato come il campo di velocità a cui è stato tolto il contributo dovuto al gradiente di pressione.

Le velocità corrette soddisfano la seguente equazione (vedi eq. 1.23):

$$u_{i,P}^m = \tilde{u}_{i,P}^{m*} - \Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p^m}{\partial x_i} \right)_P \quad (1.25)$$

La continuità viene imposta sostituendo l'espressione della velocità (1.25) nella (1.21). Si arriva, quindi, all'equazione di Poisson per la pressione:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p^m}{\partial x_i} \right) \right]_P = \left[\frac{\partial(\tilde{u}_i^{m*})}{\partial x_i} \right]_P \quad (1.26)$$

Dopo aver calcolato la pressione dalla (1.26), si utilizza la (1.25) per calcolare il valore finale della velocità relativo all'iterazione m-esima.

I campi di pressione e velocità ottenuti dalle (1.26) e (1.25) sono soluzioni dell'equazione della continuità ma non è detto che siano anche soluzione dell'equazione del bilancio della quantità di moto. Se non lo sono, si comincia un'altra iterazione esterna finché non vengono soddisfatte entrambe le equazioni del bilancio.

Ad ogni iterazione esterna le equazioni della quantità di moto e della continuità vengono risolte utilizzando i valori della viscosità turbolenta e della energia cinetica turbolenta calcolati nell'iterazione esterna precedente. Una volta calcolate le componenti della velocità e la pressione, si procede alla risoluzione delle equazioni del bilancio di k ed ε linearizzate col metodo di Newton. Calcolate k ed ε si aggiorna la viscosità turbolenta e si passa alla iterazione esterna successiva.

Quando tutte le equazioni del sistema (1.18) sono soddisfatte si passa al time-step successivo.

1.4 Discretizzazione delle U-RANS

In questa sezione sarà descritta la discretizzazione delle equazioni del bilancio della quantità di moto e della continuità per flusso incompressibile. La discretizzazione delle equazioni del bilancio di k ed ε si effettua in maniera analoga e non sarà riportata.

Utilizzando il teorema di Gauss le U-RANS (1.17) nella formulazione integrale si scrivono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \underline{\nabla} \cdot \underline{V} d\Omega = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \underline{V} d\Omega + \int_S \rho (\underline{V} \underline{V}) \cdot \underline{n} dS = - \int_{\Omega} \underline{\nabla} p d\Omega - \frac{2}{3} \int_{\Omega} \rho \underline{\nabla} \kappa d\Omega + \int_S \mu_{eff} 2 \underline{\underline{S}} \cdot \underline{n} dS \end{array} \right. , \quad (1.27)$$

dove $\underline{\underline{S}}$ rappresenta la parte simmetrica a traccia nulla del gradiente delle velocità medie.

Se proiettiamo l'equazione del bilancio della quantità di moto lungo gli assi x ed y di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale bidimensionale (vedi fig. (1.1)), il sistema di equazioni (1.27) diventa un sistema di tre equazioni scalari nelle tre incognite scalari che sono le componenti della vettore velocità lungo gli assi e la pressione.

Il codice SyntJet risolve il sistema di equazioni (1.27) nella formulazione integrale utilizzando uno schema implicito del secondo ordine a tre livelli temporali per l'integrazione temporale dell'equazione del bilancio della quantità di moto. L'arrangiamento delle variabili su griglia cartesiana è di tipo co-locato per entrambe le equazioni. Questo significa che il volume di controllo è lo stesso per tutte le variabili, ovvero tutte le variabili sono calcolate nel medesimo punto al centro del volume di controllo ed il valore delle variabili in quel punto rappresenta il valore medio all'interno della cella.

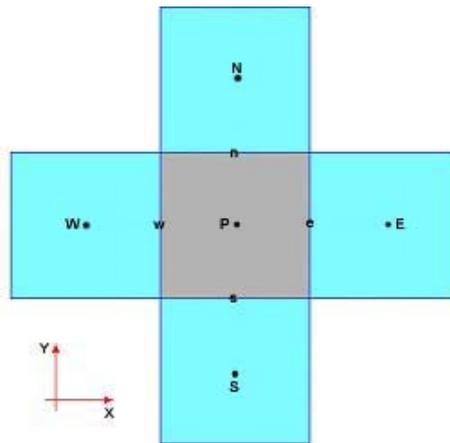


Fig. 1.1. Molecola computazionale

La molecola computazionale relativa agli schemi di discretizzazione utilizzati è raffigurata nella figura (1.1). Il punto P rappresenta il centro del generico volume di controllo. I punti E, W, S, N rappresentano rispettivamente i centri delle celle est, ovest, sud e nord.

1.4.1 Discretizzazione del termine instazionario

E' stato già anticipato che l'integrazione temporale dell'equazione del bilancio della quantità di moto viene effettuata utilizzando una schema implicito del secondo ordine a tre livelli temporali. Al fine di ottenere la forma discretizzata del termine instazionario, scriviamo l'equazione del bilancio della q.d.m. nel seguente modo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \underline{V} d\Omega = f(\underline{V}, t). \quad (1.28)$$

Supponendo di dover calcolare le componenti del vettore velocità all'istante t_{n+1} , integriamo entrambi i membri della (1.28) rispetto alla variabile temporale in un intervallo di ampiezza Δt , centrato in t_{n+1} , viene:

$$\int_{t_{n+1}-\frac{\Delta t}{2}}^{t_{n+1}+\frac{\Delta t}{2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \underline{V} d\Omega \right) dt = \int_{t_{n+1}-\frac{\Delta t}{2}}^{t_{n+1}+\frac{\Delta t}{2}} f(\underline{V}, t) dt \quad (1.29)$$

Utilizzando la middle point rule al primo ed al secondo membro per il calcolo degli integrali, e proiettando l'equazione lungo gli assi x ed y si ottiene:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho u d\Omega \right)_{t_{n+1}} \Delta t = f_x(\underline{V}, t_{n+1}) \Delta t \quad (1.30)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho v d\Omega \right)_{t_{n+1}} \Delta t = f_y(\underline{V}, t_{n+1}) \Delta t \quad (1.31)$$

dove u e v sono rispettivamente le componenti della velocità lungo x ed y. Supponendo che le componenti delle velocità u(t) e v(t) abbiano andamento parabolico e forzandole in t^{n+1} , t^n e t^{n-1} , si ottiene l'espressione discretizzata delle proiezioni lungo x ed y del termine instazionario:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho u d\Omega \right)_{t_{n+1}} = 3 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} u_p^{n+1} - 4 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} u_p^n + \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} u_p^{n-1} = A_p^t u_p^{n+1} - Q_u^t \quad (1.32)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho v d\Omega \right)_{t_{n+1}} = 3 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} v_p^{n+1} - 4 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} v_p^n + \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} v_p^{n-1} = A_p^t v_p^{n+1} - Q_v^t \quad (1.33)$$

dove

$$A_p^t = 3 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t}, \quad Q_u^t = +4 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} u_p^n - \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} u_p^{n-1} \quad e \quad Q_v^t = +4 \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} v_p^n - \frac{\rho \Omega}{2\Delta t} v_p^{n-1}. \quad (1.34)$$

Nelle (1.32-1.34) Ω rappresenta il volume bidimensionale, ovvero la superficie del volume di

controllo di centro P rappresentato in figura (1.1), u_p^{n+1} e v_p^{n+1} sono le incognite e rappresentano il valore che le componenti del vettore velocità assumono all'istante t^{n+1} nel punto P, mentre u_p^n, v_p^n, u_p^{n-1} e v_p^{n-1} sono quantità note e rappresentano le componenti del vettore velocità relative agli istanti t^n e t^{n-1} . Le u^{n+1} e v^{n+1} , in realtà, non rappresentano il valore delle componenti del vettore velocità all'istante t^{n+1} , ma sono una stima di tale valore e corrispondono alle u_i^{m*} viste nel paragrafo 1.3. Si tenga presente, quindi, che d'ora in poi l'apice (n+1) si riferirà a variabili che rappresentano una stima delle variabili al time-step t^{n+1} .

1.4.2 Discretizzazione del termine convettivo

Consideriamo il termine convettivo che compare nell'equazione del bilancio della quantità di moto:

$$\int_S \rho(\underline{VV}) \cdot \underline{n} dS . \quad (1.35)$$

Questo termine, che è evidentemente non lineare, è approssimato, alla m-esima iterazione esterna, dal prodotto di un termine old (relativo all'iterazione esterna (m-1) e di un termine new (relativo all'iterazione esterna m). Questa approssimazione, dettata dal metodo SIMPLE, consente di linearizzare l'equazione.

In base a quanto detto, il flusso convettivo relativo alla componente u della velocità sulla faccia est del volume di controllo, risulta essere:

$$F_e^C = \dot{m}_e^m (u_e)^{n+1} , \quad (1.36)$$

dove la portata massica sulla faccia est viene ad essere:

$$\dot{m}_e^m = \int_{S_e} \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \approx (\rho u)_e^{m-1} S_e. \quad (1.37)$$

Effettuando lo stesso ragionamento sulle altre facce del volumetto di controllo si ottiene:

$$\dot{m}_w^m = \int_{S_w} \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \approx (\rho u)_w^{m-1} S_w \quad (1.38)$$

$$\dot{m}_n^m = \int_{S_n} \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \approx (\rho v)_n^{m-1} S_n \quad (1.39)$$

$$\dot{m}_s^m = \int_{S_s} \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \approx (\rho v)_s^{m-1} S_s \quad (1.40)$$

E' d'uopo sottolineare che le portate così calcolate soddisfano l'equazione della continuità poiché sono state calcolate utilizzando le velocità relative all'iterazione esterna precedente che, anche se non ancora soluzioni dell'equazione del bilancio della quantità di moto, soddisfano l'equazione della continuità.

Con queste posizioni il termine convettivo (1.35), proiettato lungo gli assi, diventa:

lungo x:
$$\dot{m}_e^m u_e^{n+1} + \dot{m}_w^m u_w^{n+1} + \dot{m}_n^m u_n^{n+1} + \dot{m}_s^m u_s^{n+1} \quad (1.41)$$

lungo y:
$$\dot{m}_e^m v_e^{n+1} + \dot{m}_w^m v_w^{n+1} + \dot{m}_n^m v_n^{n+1} + \dot{m}_s^m v_s^{n+1} \quad (1.42)$$

A questo punto resta da esprimere le componenti del vettore velocità sulle facce del volume di controllo in funzione dei valori nodali.

Per fare ciò il codice SyntJet utilizza lo schema centrale del secondo ordine e lo schema upwind del primo ordine, combinati secondo il metodo della “deferred correction”. Tale approccio

permette di ottenere una approssimazione del secondo ordine con un notevole guadagno in termini di stabilità. Di seguito sono descritti i due schemi utilizzati ed il metodo della “deferred correction”.

Schema centrale

Questo schema consente di esprimere le componenti del vettore velocità sulle facce del volume di controllo in funzione dei valori nodali a mezzo di interpolazioni lineari.

Le componenti della velocità sulle quattro facce del volume vengono così ad essere:

$$\text{faccia est:} \quad u_e^{n+1} = f_{x,E} u_E^{n+1} + f_{x,P} u_P^{n+1}, \quad v_e^{n+1} = f_{x,E} v_E^{n+1} + f_{x,P} v_P^{n+1} \quad (1.43)$$

$$\text{faccia ovest:} \quad u_w^{n+1} = f_{x,P} u_P^{n+1} + f_{x,W} u_W^{n+1}, \quad v_w^{n+1} = f_{x,P} v_P^{n+1} + f_{x,W} v_W^{n+1} \quad (1.44)$$

$$\text{faccia nord:} \quad u_n^{n+1} = f_{y,N} u_N^{n+1} + f_{y,P} u_P^{n+1}, \quad v_n^{n+1} = f_{y,N} v_N^{n+1} + f_{y,P} v_P^{n+1} \quad (1.45)$$

$$\text{faccia sud:} \quad u_s^{n+1} = f_{y,P} u_P^{n+1} + f_{y,S} u_S^{n+1}, \quad v_s^{n+1} = f_{y,P} v_P^{n+1} + f_{y,S} v_S^{n+1} \quad (1.46)$$

dove i termini “ f ” rappresentano i fattori di interpolazione.

In definitiva, considerando il versore normale alle facce positivo se uscente, le proiezioni del termine convettivo nella forma discretizzata si scrivono:

$$\left(\int_S \rho(\underline{VV}) \cdot \underline{n} dS \right)_x = A_P^{conv} u_P^{n+1} + A_E^{conv} u_E^{n+1} + A_W^{conv} u_W^{n+1} + A_N^{conv} u_N^{n+1} + A_S^{conv} u_S^{n+1} \quad (1.47)$$

$$\left(\int_S \rho(\underline{VV}) \cdot \underline{n} dS \right)_y = A_P^{conv} v_P^{n+1} + A_E^{conv} v_E^{n+1} + A_W^{conv} v_W^{n+1} + A_N^{conv} v_N^{n+1} + A_S^{conv} v_S^{n+1} \quad (1.48)$$

dove

$$\begin{aligned}
A_E^{conv} &= \dot{m}_e^m f_{x,E}, \quad A_W^{conv} = -\dot{m}_w^m f_{x,W}, \quad A_N^{conv} = \dot{m}_n^m f_{y,N}, \quad A_S^{conv} = -\dot{m}_s^m f_{y,S} \quad e \\
A_P^{conv} &= -\sum_l A_l^{conv} \quad l = E, W, N, S
\end{aligned} \tag{1.49}$$

l'ultima delle (1.49) si ottiene sfruttando l'equazione della continuità.

Schema Upwind

Secondo tale schema le proiezioni lungo gli assi dei termini convettivi relativi alle quattro facce del volume di controllo sono:

Est

$$x) \quad \max(\dot{m}_e^m, 0) u_P^{n+1} + \min(\dot{m}_e^m, 0) u_E^{n+1}; y) \quad \max(\dot{m}_e^m, 0) v_P^{n+1} + \min(\dot{m}_e^m, 0) v_E^{n+1} \tag{1.50}$$

Ovest

$$x) \quad -\max(\dot{m}_w^m, 0) u_W^{n+1} - \min(\dot{m}_w^m, 0) u_P^{n+1}; y) \quad -\max(\dot{m}_w^m, 0) v_W^{n+1} - \min(\dot{m}_w^m, 0) v_P^{n+1} \tag{1.51}$$

Nord

$$x) \quad \max(\dot{m}_n^m, 0) u_P^{n+1} + \min(\dot{m}_n^m, 0) u_N^{n+1}; y) \quad \max(\dot{m}_n^m, 0) v_P^{n+1} + \min(\dot{m}_n^m, 0) v_N^{n+1} \tag{1.52}$$

Sud

$$x) \quad -\max(\dot{m}_s^m, 0) u_S^{n+1} - \min(\dot{m}_s^m, 0) u_P^{n+1}; y) \quad -\max(\dot{m}_s^m, 0) v_S^{n+1} - \min(\dot{m}_s^m, 0) v_P^{n+1} \tag{1.53}$$

In questo caso le proiezioni del termine convettivo nella forma discretizzata si scrivono:

$$\left(\int_S \rho(\underline{VV}) \cdot \underline{n} \, dS \right)_x = A_P^{conv} u_P^{n+1} + A_E^{conv} u_E^{n+1} + A_W^{conv} u_W^{n+1} + A_N^{conv} u_N^{n+1} + A_S^{conv} u_S^{n+1} \tag{1.54}$$

$$\left(\int_S \rho(\underline{VV}) \cdot \underline{n} \, dS \right)_y = A_P^{conv} v_P^{n+1} + A_E^{conv} v_E^{n+1} + A_W^{conv} v_W^{n+1} + A_N^{conv} v_N^{n+1} + A_S^{conv} v_S^{n+1} \tag{1.55}$$

dove

$$\begin{aligned}
A_E^{conv} &= \min(\dot{m}_e^m, 0), \quad A_W^{conv} = -\max(\dot{m}_w^m, 0), \quad A_N^{conv} = \min(\dot{m}_n^m, 0), \quad A_S^{conv} = -\max(\dot{m}_s^m, 0) \text{ e} \\
A_P^{conv} &= -\sum_l A_l^{conv} \quad l = E, W, N, S
\end{aligned} \tag{1.56}$$

L'ultima delle (1.56) si ottiene anch'essa sfruttando l'equazione della continuità.

Deferred Correction

Lo schema centrale può compromettere la convergenza della soluzione poiché la matrice dei coefficienti relativa al sistema di equazioni discretizzate può non essere a dominanza diagonale. Tuttavia l'utilizzo di uno schema stabile come l'upwind del primo ordine soffre della presenza di una viscosità numerica eccessiva che incide negativamente sulla bontà delle simulazioni.

Il codice SyntJet risolve il problema suddetto utilizzando il metodo della *deferred correction*. Questo metodo permette di ottenere allo stesso tempo la stabilità dello schema upwind del primo ordine e l'accuratezza dello schema centrale del secondo ordine.

A dimostrazione di ciò prendiamo in considerazione il flusso convettivo relativo alla componente u della velocità sulla faccia est del volume di controllo. Con questo metodo il flusso convettivo alla m -esima iterazione esterna si esprime come:

$$F_e^C = \dot{m}_e^m (u_e)_{UDS}^m + \dot{m}_e^m \beta \left((u_e)_{CDS}^{m-1} - (u_e)_{UDS}^{m-1} \right) \tag{1.57}$$

o più semplicemente come:

$$F_e^C = (F_e^{UDS})^m + \beta \left((F_e^{CDS})^{m-1} - (F_e^{UDS})^{m-1} \right) \tag{1.58}$$

dove con CDS e UDS si è indicato rispettivamente lo schema centrale e lo schema upwind.

Il primo termine al secondo membro è un upwind implicito poiché è valutato all'iterazione m-esima, mentre il secondo termine è esplicito poiché è valutato all'iterazione precedente. A convergenza, per $\beta=1$, i termini UDS si elidono, lasciando solo il termine CDS.

1.4.3 Discretizzazione del termine diffusivo

Consideriamo il termine diffusivo relativo agli sforzi viscosi che compare nell'equazione del bilancio della quantità di moto:

$$\int_S \mu_{eff} 2\underline{\underline{S}} \cdot \underline{n} dS. \quad (1.59)$$

dove con $\underline{\underline{S}}$ si indica la parte simmetrica a traccia nulla del gradiente della velocità. Ponendo

$\underline{\underline{S}}^* = 2\underline{\underline{S}}$, scriviamo il tensore $\underline{\underline{S}}^*$:

$$\underline{\underline{S}}^* = \begin{pmatrix} 2u_x - (u_x + v_y) & u_y + v_x \\ u_y + v_x & 2v_y - (u_x + v_y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x - v_y & u_y + v_x \\ u_y + v_x & u_x - v_y \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

Specializzando il termine diffusivo (1.59) sulle superfici del volume di controllo, le proiezioni del flusso diffusivo relative alle superfici suddette risultano essere:

Est

$$\begin{aligned}
 x) \quad F_{u,e}^D &= \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right)_e = (\mu_{eff})_e \frac{u_E^{n+1} - u_P^{n+1}}{x_E - x_P} S_e \\
 y) \quad F_{v,e}^D &= \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)_e = (\mu_{eff})_e \frac{v_E^{n+1} - v_P^{n+1}}{x_E - x_P} S_e
 \end{aligned} \tag{1.61}$$

Ovest

$$\begin{aligned}
 x) \quad F_{u,w}^D &= - \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right)_w = (\mu_{eff})_w \frac{u_W^{n+1} - u_P^{n+1}}{x_P - x_W} S_w \\
 y) \quad F_{v,w}^D &= - \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)_w = (\mu_{eff})_w \frac{v_W^{n+1} - v_P^{n+1}}{x_P - x_W} S_w
 \end{aligned} \tag{1.62}$$

Nord

$$\begin{aligned}
 x) \quad F_{u,n}^D &= \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)_n = (\mu_{eff})_n \frac{u_N^{n+1} - u_P^{n+1}}{y_N - y_P} S_n \\
 y) \quad F_{v,n}^D &= \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right)_n = (\mu_{eff})_n \frac{v_N^{n+1} - v_P^{n+1}}{y_N - y_P} S_n
 \end{aligned} \tag{1.63}$$

Sud

$$\begin{aligned}
 x) \quad F_{u,s}^D &= - \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)_s = (\mu_{eff})_s \frac{u_S^{n+1} - u_P^{n+1}}{y_P - y_S} S_s \\
 y) \quad F_{v,s}^D &= - \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right)_s = (\mu_{eff})_s \frac{v_S^{n+1} - v_P^{n+1}}{y_P - y_S} S_s
 \end{aligned} \tag{1.64}$$

Occorre fare un paio di considerazioni in merito alle relazioni suddette. Si osservi che la viscosità effettiva $\mu_{eff} = \mu + \mu_T$ non è costante poiché non lo è la viscosità turbolenta. Il suo valore sulle superfici del volume di controllo è ricavato mediante interpolazione lineare. Inoltre si osservi

che, poichè gli integrali superficiali si ottengono mediante la “middle-point rule” e poichè le variabili sono considerate costanti sulle superfici del volume di controllo e pari al valore che assumono al centro delle superfici stesse, sulle facce est ed ovest si annullano le derivate lungo y, mentre sulle facce nord e sud si annullano le derivate lungo x.

Il termine diffusivo reversibile, dovuto alla pressione, è dato dal seguente integrale di volume:

$$-\int_{\Omega} \nabla p \, d\Omega \quad (1.65)$$

Proiettando nelle direzione x e y si ha:

$$x) \quad -\int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial x} \, d\Omega \quad (1.66)$$

$$y) \quad -\int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial y} \, d\Omega \quad (1.67)$$

Nell’equazione discretizzata del bilancio di quantità di moto il termine di pressione viene calcolato in modo esplicito utilizzando lo schema CDS del secondo ordine per la discretizzazione delle derivate spaziali:

$$x) \quad -\int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial x} \, d\Omega = -\frac{(p_e - p_w)^{m-1}}{x_e - x_w} \Omega \quad (1.68)$$

$$y) \quad -\int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial y} \, d\Omega = -\frac{(p_n - p_s)^{m-1}}{y_n - y_s} \Omega \quad (1.69)$$

Le pressioni sulle superfici del volume di controllo sono ricavate dai valori nodali mediante interpolazione lineare.

Infine, le proiezioni del termine diffusivo nella forma discretizzata si scrivono:

$$\left(\int_S \mu_{eff} 2\underline{S} \cdot \underline{n} dS - \int_{\Omega} \underline{\nabla} p d\Omega \right)_x = A_P^{diff} u_P^{n+1} + A_E^{diff} u_E^{n+1} + A_W^{diff} u_W^{n+1} + A_N^{diff} u_N^{n+1} + A_S^{diff} u_S^{n+1} + Q_u^{diff} \quad (1.70)$$

$$\left(\int_S \mu_{eff} 2\underline{S} \cdot \underline{n} dS - \int_{\Omega} \underline{\nabla} p d\Omega \right)_y = A_P^{diff} v_P^{n+1} + A_E^{diff} v_E^{n+1} + A_W^{diff} v_W^{n+1} + A_N^{diff} v_N^{n+1} + A_S^{diff} v_S^{n+1} + Q_v^{diff} \quad (1.71)$$

dove

$$\begin{aligned} A_E^{diff} &= (\mu_{eff})_e \frac{S_e}{x_E - x_P}, \quad A_W^{diff} = (\mu_{eff})_w \frac{S_w}{x_P - x_W}, \quad A_N^{diff} = (\mu_{eff})_n \frac{S_n}{y_N - y_P}, \\ A_S^{diff} &= (\mu_{eff})_s \frac{S_s}{y_P - y_S}, \quad A_P^{diff} = -\sum_l A_l^{diff} \quad l = E, W, N, S \\ Q_u^{diff} &= -(p_e - p_w)^{m-1} \Omega, \quad Q_v^{diff} = -(p_n - p_s)^{m-1} \Omega \end{aligned} \quad (1.72)$$

1.4.4 Discretizzazione del termine relativo all'energia cinetica turbolenta

La discretizzazione del termine relativo all'energia cinetica turbolenta viene fatta alla stregua della discretizzazione del termine di pressione. Pertanto possiamo direttamente scrivere:

$$x) \quad -\frac{2}{3} \rho \int_{\Omega} \frac{\partial k}{\partial x} d\Omega = -\frac{2}{3} \rho \frac{(k_e - k_w)^{m-1}}{x_e - x_w} = Q_u^k \quad (1.73)$$

$$y) \quad -\frac{2}{3} \rho \int_{\Omega} \frac{\partial k}{\partial y} d\Omega = -\frac{2}{3} \rho \frac{(k_n - k_s)^{m-1}}{y_n - y_s} = Q_v^k \quad (1.74)$$

1.4.5 Equazione del bilancio della Q.d.M. discretizzata

Si riporta l'espressione completa delle proiezioni lungo i due assi dell'equazione del bilancio della quantità di moto discretizzate secondo gli schemi suddetti:

$$\begin{aligned}
 \text{x)} \quad & \left(A_P^t + A_P^{conv} - A_P^{diff} \right) u_P^{n+1} + \left(A_E^{conv} - A_E^{diff} \right) u_E^{n+1} + \left(A_W^{conv} - A_W^{diff} \right) u_W^{n+1} + \\
 & + \left(A_N^{conv} - A_N^{diff} \right) u_N^{n+1} + \left(A_S^{conv} - A_S^{diff} \right) u_S^{n+1} = Q_u^t + Q_u^{D.C.} + Q_u^{diff} + Q_u^k
 \end{aligned} \tag{1.75}$$

$$\begin{aligned}
 \text{y)} \quad & \left(A_P^t + A_P^{conv} - A_P^{diff} \right) v_P^{n+1} + \left(A_E^{conv} - A_E^{diff} \right) v_E^{n+1} + \left(A_W^{conv} - A_W^{diff} \right) v_W^{n+1} + \\
 & + \left(A_N^{conv} - A_N^{diff} \right) v_N^{n+1} + \left(A_S^{conv} - A_S^{diff} \right) v_S^{n+1} = Q_v^t + Q_v^{D.C.} + Q_v^{diff} + Q_v^k
 \end{aligned} \tag{1.76}$$

dove $Q_u^{D.C.}$ e $Q_v^{D.C.}$ sono i termini noti derivanti dalla deferred correction.

Le due equazioni (1.75) e (1.76) vengono risolte in tutti i volumi del dominio computazionale utilizzando il metodo iterativo SIP (Strongly Implicit Procedure) con sottorilassamento.

1.4.6 L'algoritmo SIMPLE

Questo algoritmo considera le velocità u_i^{m*} , ottenute dalle (1.75) e (1.76), e le pressioni relative all'iterazione esterna precedente come valori provvisori ai quali va addizionata una correzione che tenga conto del fatto che il campo di velocità deve essere indivergente.

$$u_i^m = u_i^{m*} + u'_i \quad \text{e} \quad p^m = p^{m-1} + p' \tag{1.77}$$

Riprendiamo le equazioni del bilancio della quantità di moto (1.25), della continuità (1.21) e di Poisson (1.26).

$$u_{i,P}^m = \tilde{u}_{i,P}^{m*} - \Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p^m}{\partial x_i} \right)_P \quad (1.78)$$

$$\frac{\partial u_i^m}{\partial x_i} = 0 \quad (1.79)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p^m}{\partial x_i} \right) \right]_P = \left[\frac{\partial(\tilde{u}_i^{m*})}{\partial x_i} \right]_P \quad (1.80)$$

Sostituendo le (1.77) nella (1.78) si ottiene:

$$u'_{i,P} = \tilde{u}'_{i,P} - \Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right)_P \quad (1.81)$$

dove:

$$\tilde{u}'_{i,P} = - \frac{\sum_l A_i^{u_i} u'_{i,l}}{A_P^{u_i}} \quad (1.82)$$

Sostituendo le (1.77) e la (1.81) nell'equazione della continuità (1.79), e tenendo conto della Poisson (1.80), si ottiene la seguente equazione per le correzioni della pressione:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Omega \frac{1}{A_P^{u_i}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right) \right]_P = \left[\frac{\partial(u_i^{m*})}{\partial x_i} \right]_P + \left[\frac{\partial(\tilde{u}'_i)}{\partial x_i} \right]_P \quad (1.83)$$

L'ultimo termine al secondo membro è incognito e, come previsto dal metodo SIMPLE, si trascura.

Dalla (1.83) si ricavano le correzioni della pressione che ci permettono di calcolare le correzioni delle velocità a mezzo della (1.81), nella quale, alla stregua di quanto fatto per la risoluzione della (1.83), si trascura il primo termine al secondo membro.

Vediamo ora come si applica il metodo SIMPLE quando si utilizza un arrangiamento delle variabili su griglia di tipo co-locato.

Supponiamo di aver già risolto l'equazione del bilancio della quantità di moto linearizzata e che ci resta da ricavare solo le correzioni dalla equazione della continuità.

L'equazione della continuità si può scrivere:

$$\int_S \rho \underline{V} \cdot \underline{n} dS \quad (1.84)$$

Occorre, quindi, calcolare le componenti della velocità ortogonali alle facce del volume di controllo di figura (1.1). Siccome stiamo utilizzando lo schema centrale del secondo ordine per il computo delle derivate spaziali, se utilizziamo una interpolazione lineare dei valori nodali per calcolare tali velocità rischiamo di compromettere la convergenza del metodo e possiamo incorrere nel problema del “checkerboard-uniform pressure field”, poiché, così facendo, utilizziamo in maniera indiretta i gradienti di pressione interpolati sulle facce delle superfici di controllo (1.23) e (1.78).

Questo problema è stato risolto utilizzando un gradiente di pressione sulle facce del volume di controllo calcolato in maniera “compatta”.

Prendiamo in considerazione la faccia est di figura (1.2), nella quale si è indicato con “C” il volume di controllo di centro “P”, e con “S” il volume di centro “e” con i lati in rosso.

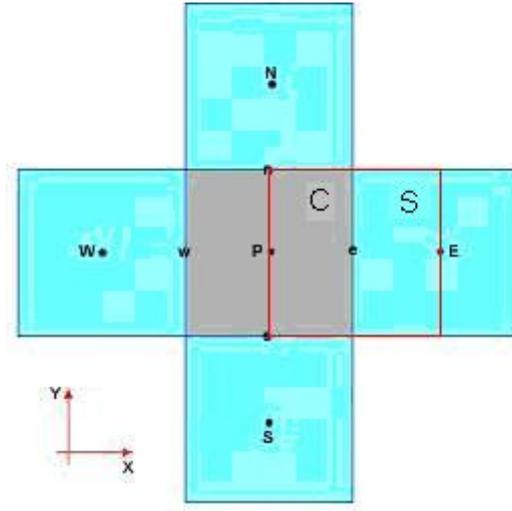


Fig. 1.2

Per il volume “S” possiamo scrivere:

$$\overline{u_e^{m*}} = \overline{\tilde{u}_e^{m*}} - \Omega_e \left(\frac{1}{A_P^{u_i}} \right)_e \left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x} \right)_e \quad (1.84)$$

$$u'_e = -\Omega_e \left(\frac{1}{A_P^{u_i}} \right)_e \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_e \quad (1.85)$$

dove Ω_e è il volume della cella “S” e l’overbar indica i valori interpolati. La (1.85) si ricava dalla (1.81) trascurando il primo termine al secondo membro di quest’ultima.

Al fine di utilizzare il gradiente compatto nel punto “e” si riscrivono la (1.84) e la (1.85) come segue:

$$u_e^{m*} = \tilde{u}_e^{m*} - \Omega_e \left(\frac{1}{A_P^{u_i}} \right)_e \left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x} \right)_e \quad (1.86)$$

$$u'_e = -\Omega_e \left(\frac{1}{A_P^{u_i}} \right)_e \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_e \quad (1.87)$$

dove

$$\left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x} \right)_e = \frac{p_E^{m-1} - p_P^{m-1}}{x_E - x_P} \quad (1.88)$$

$$\left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_e = \frac{p'_E - p'_P}{x_E - x_P} \quad (1.89)$$

sono i gradienti compatti calcolati secondo lo schema CDS del secondo ordine.

Sottraendo la (1.84) alla (1.86) si ottiene l'espressione utilizzata per la correzione "esplicita" della velocità sulla faccia est:

$$u_e^{m*} = \overline{u_e^{m*}} - \Omega_e \left(\frac{1}{A_P^{u_i}} \right) \left[\left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x} \right)_e - \overline{\left(\frac{\partial p^{m-1}}{\partial x} \right)_e} \right] \quad (1.90)$$

Questa procedura va effettuata su tutte le facce del volume di controllo "C".

Va aggiunto che i fattori di interpolazione relativi ai gradienti di pressione interpolati devono essere pari a 0.5 anche quando si utilizzano griglie a passo variabile perché i gradienti interpolati vanno calcolati nello stesso punto in cui si calcolano i gradienti compatti.

Per calcolare le correzioni della pressione scriviamo l'equazione della continuità (1.84) per il volume di controllo "C":

$$(\rho S u^m)_e - (\rho S u^m)_w + (\rho S v^m)_n - (\rho S v^m)_s = 0 \quad (1.91)$$

Sostituendo le (1.77) all'interno della (1.91) viene:

$$(\rho S u')_e - (\rho S u')_w + (\rho S v')_n - (\rho S v')_s = (\rho S u^{m*})_e - (\rho S u^{m*})_w + (\rho S v^{m*})_n - (\rho S v^{m*})_s \quad (1.92)$$

dove le velocità al secondo membro sono calcolate col gradiente compatto di pressione (1.90).

Sostituendo la (1.87) scritta per i volumi “staggered”, ovvero di tipo “S”, relativi a tutte le facce del volume “C” nella (1.92) e utilizzando i gradienti compatti del tipo (1.89) abbiamo:

$$A_P p'_P + \sum_l A_l p'_l = (\rho S u^{m*})_e - (\rho S u^{m*})_w + (\rho S v^{m*})_n - (\rho S v^{m*})_s \quad (1.93)$$

dove

$$\begin{aligned} A_E &= -(\rho S_e^2) \left(\frac{1}{A_P^u} \right)_e; A_W = -(\rho S_w^2) \left(\frac{1}{A_P^u} \right)_w; A_N = -(\rho S_n^2) \left(\frac{1}{A_P^u} \right)_n; \\ A_S &= -(\rho S_s^2) \left(\frac{1}{A_P^u} \right)_s; A_P = -\sum_l A_l \end{aligned} \quad (1.94)$$

La (1.93) ci permette di calcolare le correzioni della pressione in tutti i nodi relativi ai volumi di controllo di tipo “C”.

Note le correzioni di pressione, si calcolano le correzioni della velocità al centro dei volumi di controllo di tipo “C” utilizzando la (1.81), mentre le correzioni della velocità sulle facce dei volumi di controllo di tipo “C” vengono calcolate utilizzando le (1.87).

CAPITOLO II

“Simulazioni numeriche del getto sintetico isolato”

2.1 Introduzione

In questo capitolo saranno presentati i risultati, ottenuti mediante il codice SyntJet, relativi a simulazioni numeriche di getti sintetici isolati. Le simulazioni numeriche effettuate fanno riferimento a casi già analizzati sia sperimentalmente sia numericamente dalla letteratura specializzata. La scelta di simulare casi già noti è motivata dal fatto che si vuole effettuare una validazione del codice SyntJet mediante un'analisi critica dei risultati basata sul confronto con i risultati presenti in letteratura.

2.2 Simulazione numerica del getto sintetico isolato mediante il solver Navier-Stokes

Questa simulazione, realizzata mediante il solver Navier-Stokes 2D del codice SyntJet, corrisponde alla simulazione laminare effettuata da Kral et al.[9]. Le figure (2.1a) e (2.1b) mostrano rispettivamente il dominio computazionale e la griglia computazionale utilizzati per la simulazione numerica.

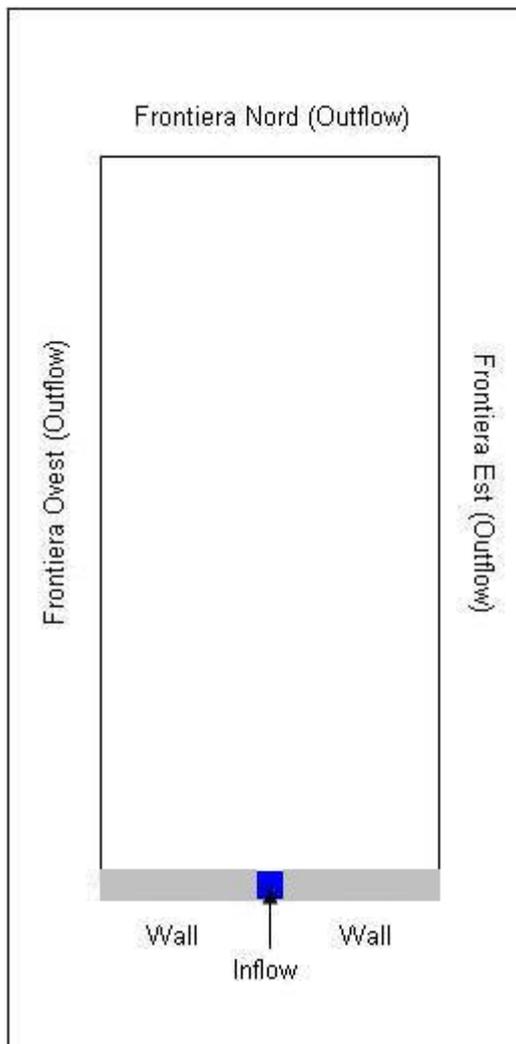


Fig. 2.1a. Dominio Computazionale

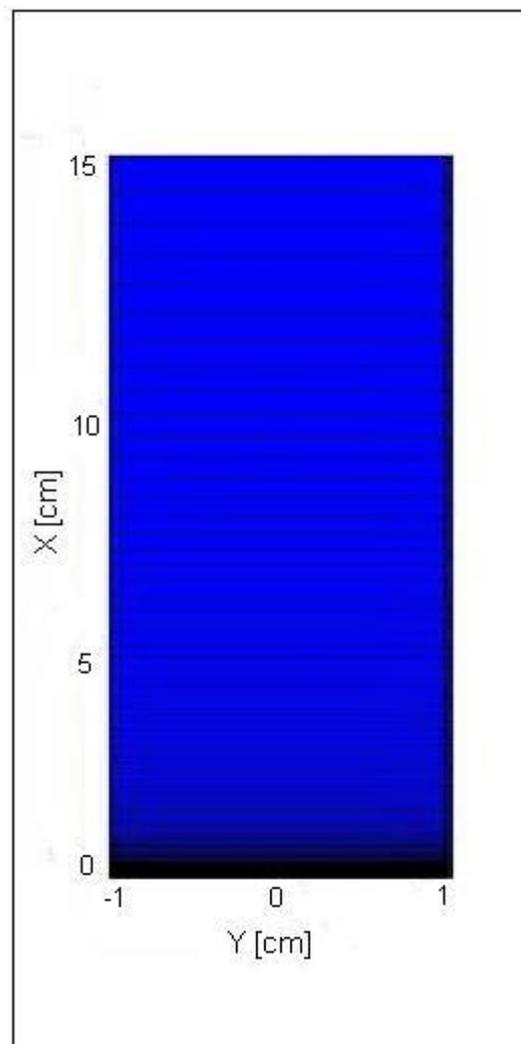


Fig. 2.1b. Griglia Computazionale (400x100)

“ U_{\max} ” è il massimo valore della velocità all’inflow ed è pari a 2000 cm/s, “ f ” è la frequenza di oscillazione ed è pari a 1000 Hz. La larghezza dell’ugello, ovvero la sezione di inflow “ h ” è uguale a 0.05 cm. Il numero di Reynolds è $Re = \frac{\rho U_{\max} h}{\mu} = 644.1$ mentre il numero di Strouhal è $St = \frac{f h}{U_{\max}} = 0.025$. La “ ρ ” e la “ μ ” sono rispettivamente la densità e la viscosità molecolare dell’aria.

La griglia computazionale è a passo costante lungo l’asse dell y mentre lungo l’asse delle x il passo è variabile. Il Δy è pari a 0.005 cm, il Δx_{\min} è 0.005 cm mentre il Δx_{\max} è 0.73 cm. Il time step Δt utilizzato è pari a 10^{-5} .

2.2.1 Condizioni iniziali e al contorno

All’istante iniziale viene prescritta una condizione di quiete per le componenti della velocità. La cavità e l’ugello sono sostituiti da una condizione al contorno instazionaria posta sulla sezione di uscita del getto. In pratica, le oscillazioni della membrana piezoelettrica vengono simulate mediante una condizione al contorno per la velocità di tipo sinusoidale. Tale condizione prescrive all’inflow un profilo di velocità di tipo top-hat modulato nel tempo mediante una sinusoide: $U_{in}(t) = U_{\max} \sin(2\pi f t)$ e $V = 0$. Le componenti del vettore velocità vengono poste uguali a zero sulla parete (no-slip e impermeabilità), mentre sulle frontiere di outflow viene imposto che la derivata normale di entrambe le componenti del vettore velocità si annulli.

Il valore della pressione e delle correzioni della pressione su tutte le frontiere del dominio computazionale viene estrapolato linearmente dai valori interni.

2.2.2 Risultati

Tutti i risultati riportati in questa tesi si riferiscono a condizioni di moto pseudo-stazionarie. Tali condizioni si verificano allorché il campo di moto instazionario, relativo ad un singolo periodo di oscillazione, si riproduce parimenti ad ogni successivo periodo di oscillazione. Si tenga presente che l'istante di tempo iniziale corrisponde all'istante in cui comincia la fase di iniezione, ovvero all'istante in cui la membrana all'interno della cavità si trova nella posizione che massimizza il volume della cavità. Le figure (2.2a) e (2.2b) mostrano rispettivamente i vettori velocità ed il modulo di tali vettori nell'istante di massima iniezione che corrisponde ad un angolo di fase pari a $\pi/2$. Relativamente alla singola oscillazione, tale istante si ha quando è trascorso un quarto del periodo di oscillazione. Le due figure illustrano chiaramente la formazione dei vortici controrotanti in prossimità del bordo di uscita del getto durante la fase di iniezione. A partire da questo istante i vortici cominciano a separarsi dal bordo di uscita.

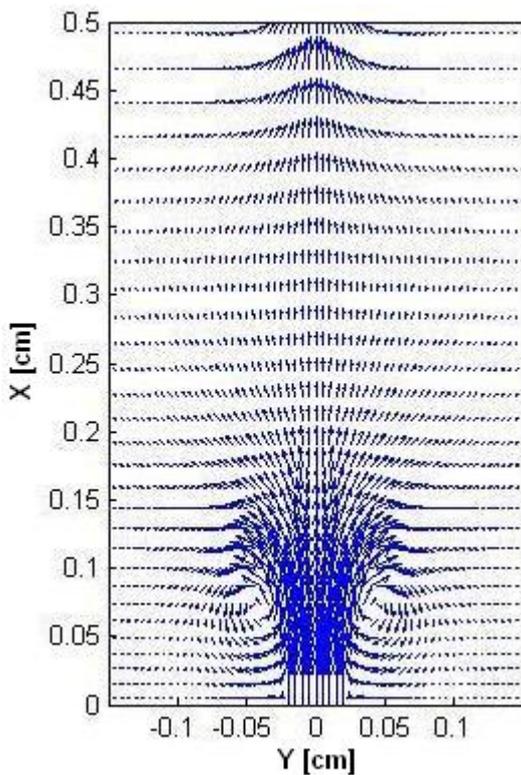


Fig 2.2a

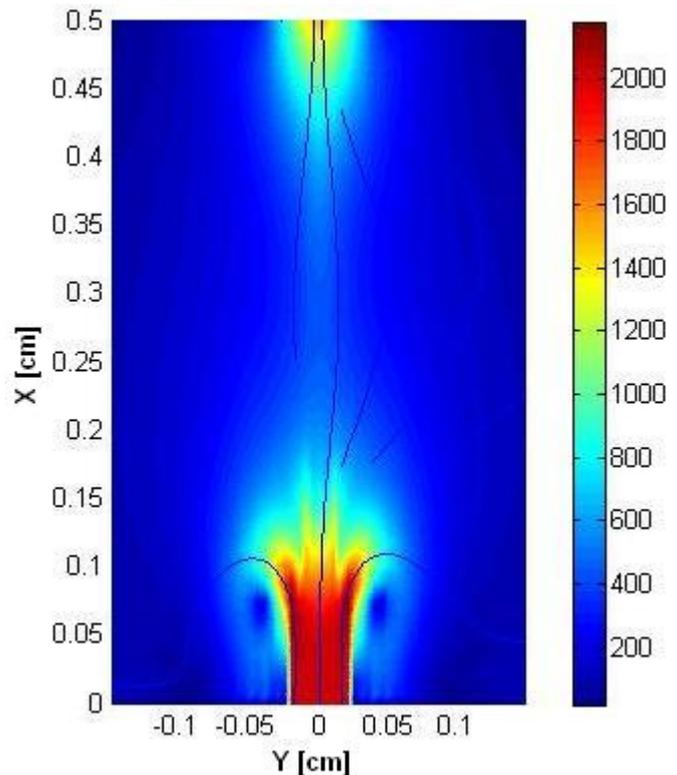


Fig 2.2b. Modulo del vettore velocità [cm/s]

Le figure (2.3a) e (2.3b) mostrano il campo di velocità a metà periodo di oscillazione. Si nota che i vortici si sono separati dal bordo di uscita e che proseguono il loro cammino a valle spinti dalla loro velocità autoindotta.

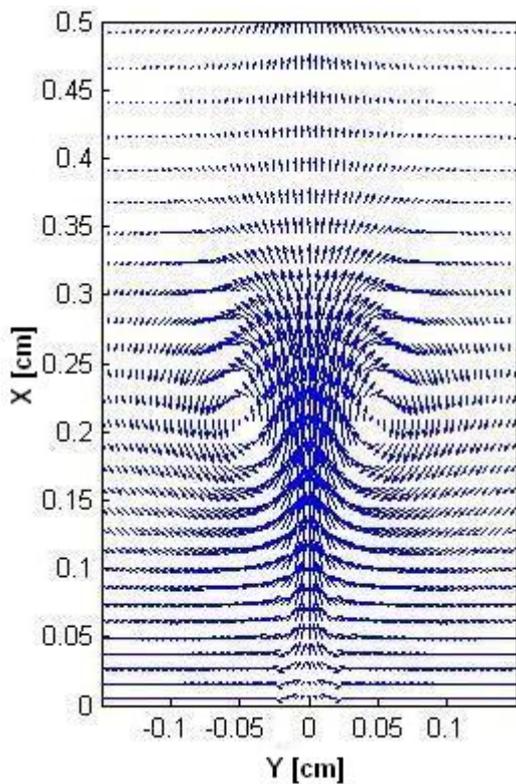


Fig 2.3a

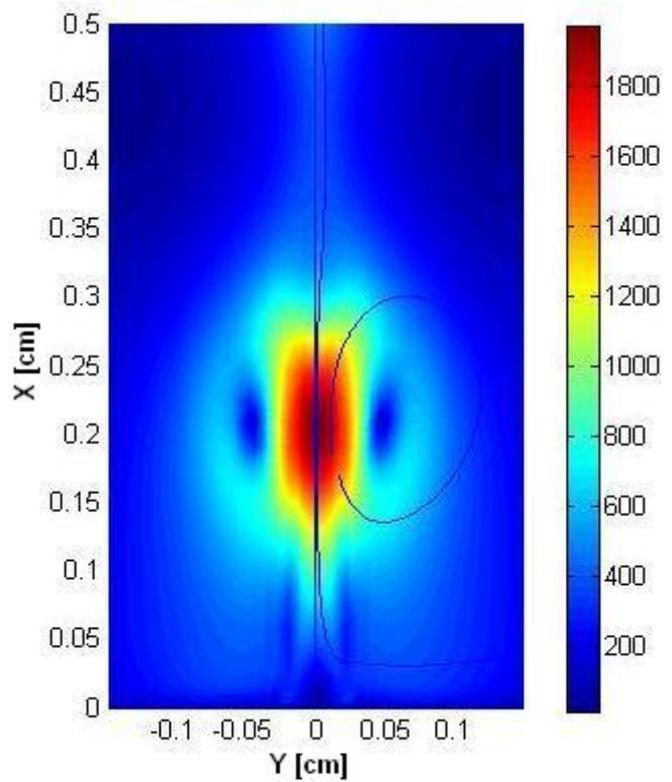


Fig 2.3b. Modulo del vettore velocità [cm/s]

Le figure (2.4a) e (2.4b) mostrano il campo di velocità nell'istante di massima suzione, ovvero a 3/4 del periodo di oscillazione.

Si nota in prossimità del bordo di uscita del getto lungo la center-line la presenza di un saddle-point ovvero di un punto, in cui il modulo del vettore velocità tende a zero, che separa la porzione di fluido interessata dalla presenza dei vortici controrotanti che proseguono il loro cammino a valle fino a sintetizzarsi e a formare il getto sintetico dalla porzione di fluido che si

trova ai lati del bordo di uscita e che viene risucchiata all'interno della cavità (virtuale nel nostro caso).

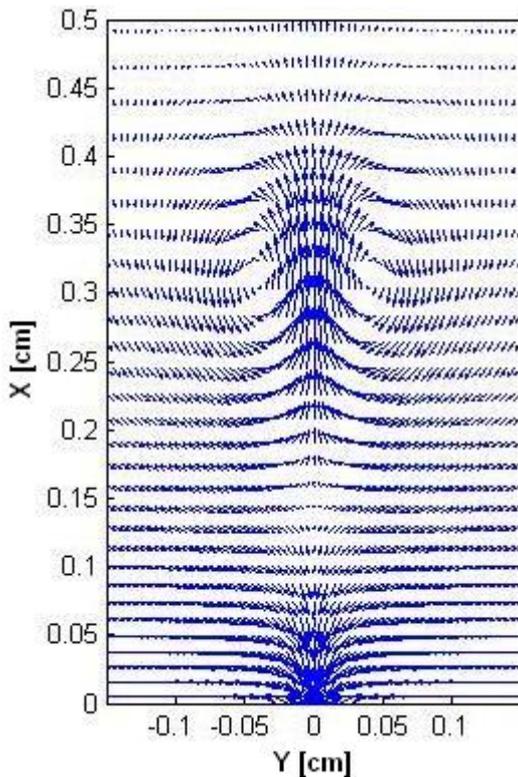


Fig 2.4a

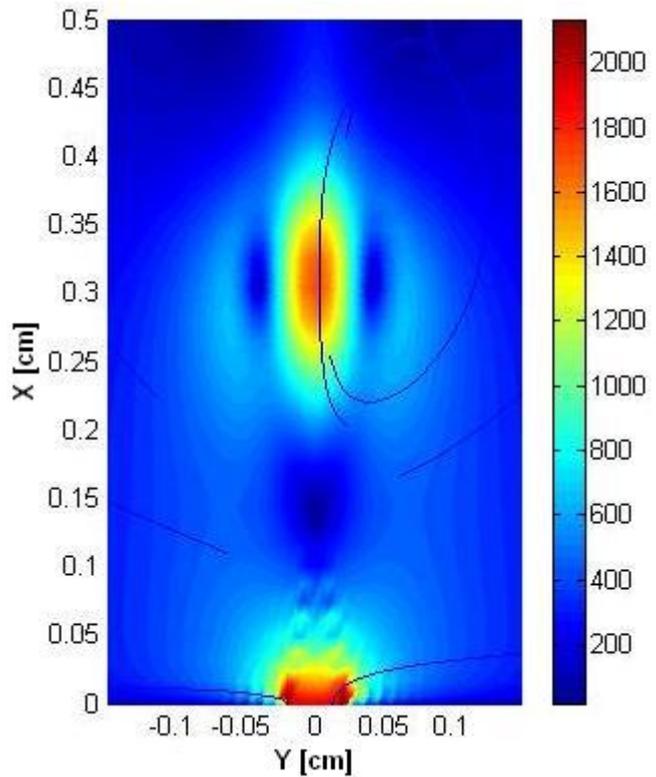


Fig 2.4b. Modulo del vettore velocità [cm/s]

Dai risultati ottenuti è emerso che il saddle-point comincia a formarsi all'inizio della fase di suzione a una distanza dal bordo di uscita pari a 2.5 diametri lungo la direzione streamwise, ovvero lungo l'asse delle x. Durante la fase di suzione il saddle-point si sposta a valle lungo la center-line fino a raggiungere una distanza dal bordo di uscita pari a 3.5 diametri.

Le figure (2.5a) e (2.5b) mostrano il campo di velocità alla fine del periodo di oscillazione.

La formazione dei vortici controrotanti dipende fortemente dal numero di Strouhal. Infatti, per numeri di Strouhal maggiori di uno o prossimi ad uno, si è constatato che i vortici formati

durante la fase di iniezione vengono completamente risucchiati nella fase di suzione. La ragione di ciò sta nel fatto che, per garantire la formazione del getto, l'inerzia del fluido deve superare gli effetti instazionari che si oppongono all'allontanamento dei vortici.

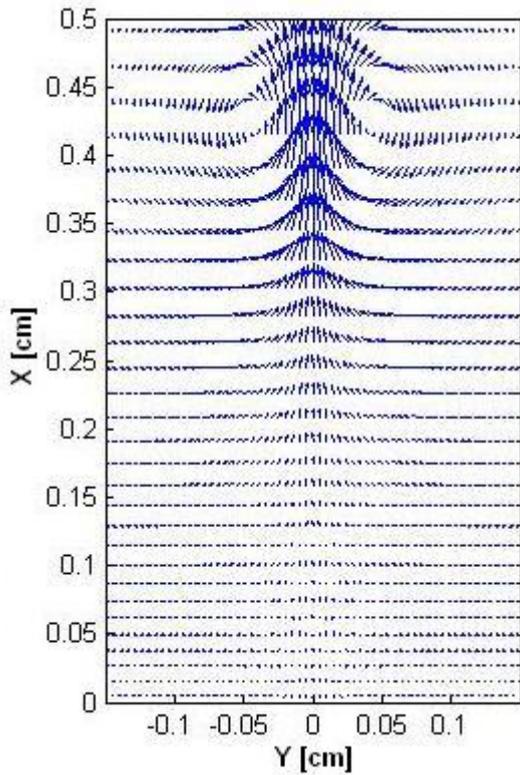


Fig 2.5a

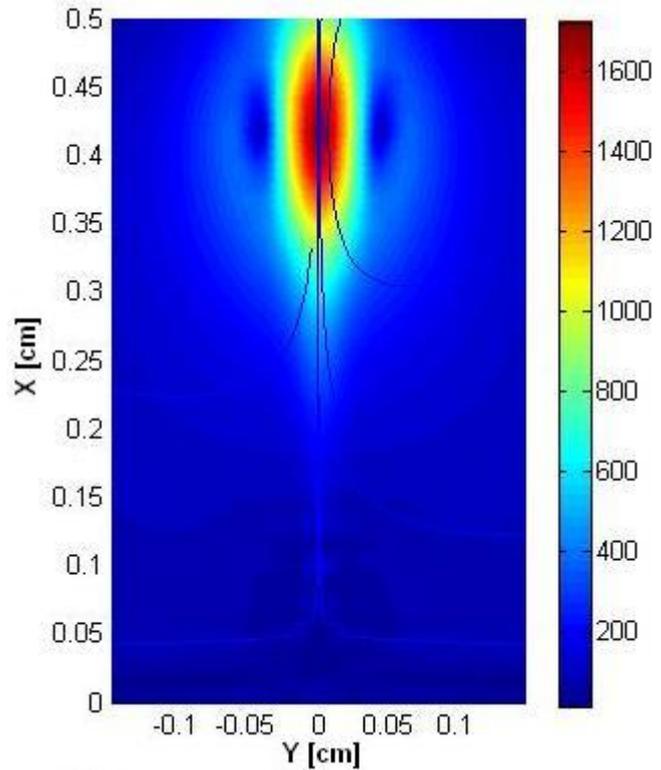


Fig 2.5b. Modulo del vettore velocità [cm/s]

La figura (2.6) mostra una mappa del vettore velocità in prossimità della sezione di uscita del getto dopo 7.5 periodi di oscillazione. Si riesce a distinguere la coppia di vortici controrotanti che si forma sul bordo di uscita e le due coppie di vortici che, formatesi durante le due precedenti oscillazioni, proseguono il loro cammino a valle della prima coppia senza perdere la loro coerenza.

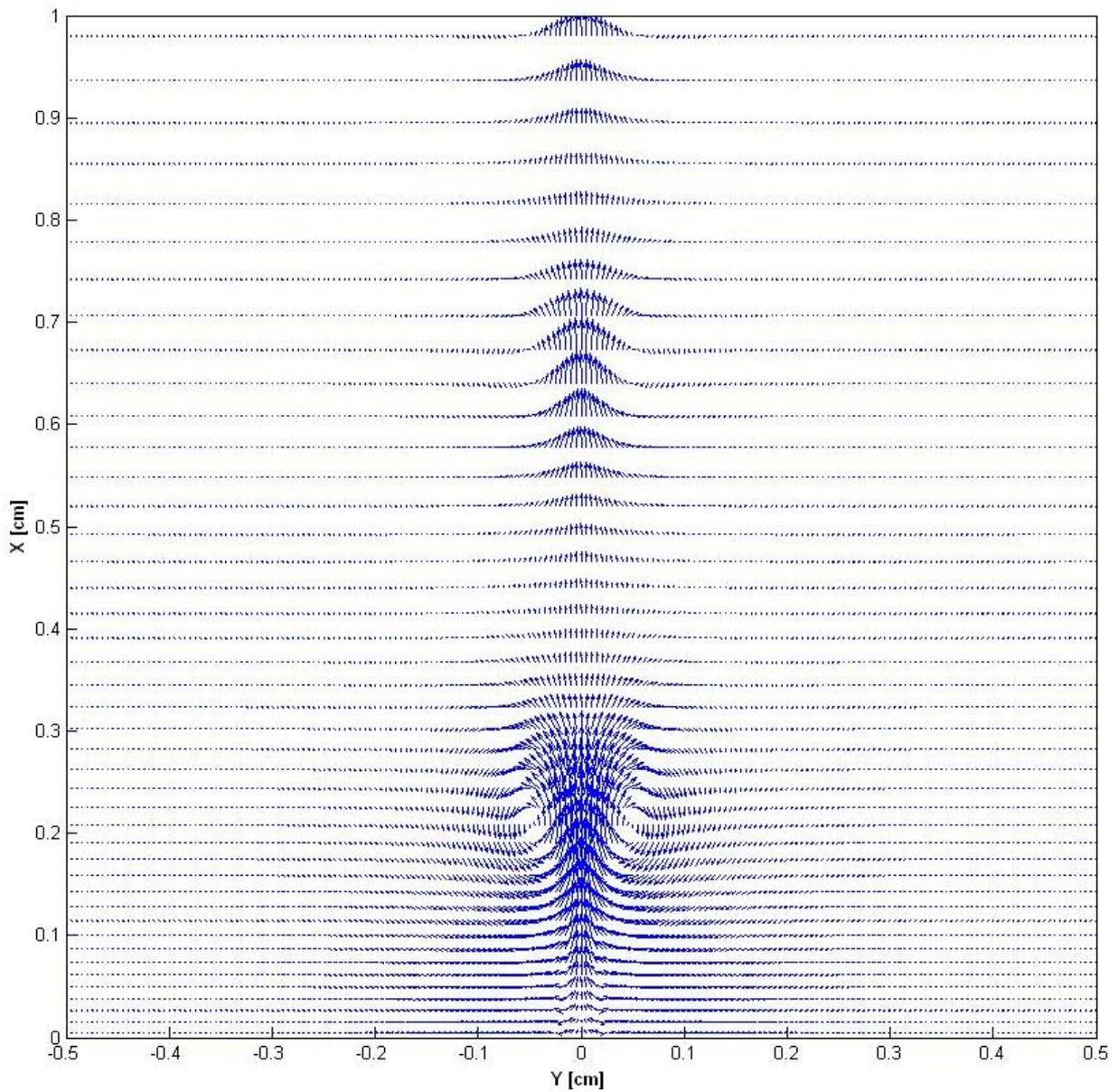


Fig. 2.6. Vettori velocità dopo 7.5 periodi

La figura (2.7a) mostra una mappa del modulo della vorticità dopo 7.5 periodi.

La figura (2.7b) riporta la stessa mappa ottenuta da Kral, della quale però non si conosce la scala colorimetrica né quella spaziale. Tuttavia il confronto tra le due mappe di vorticità sembra buono.

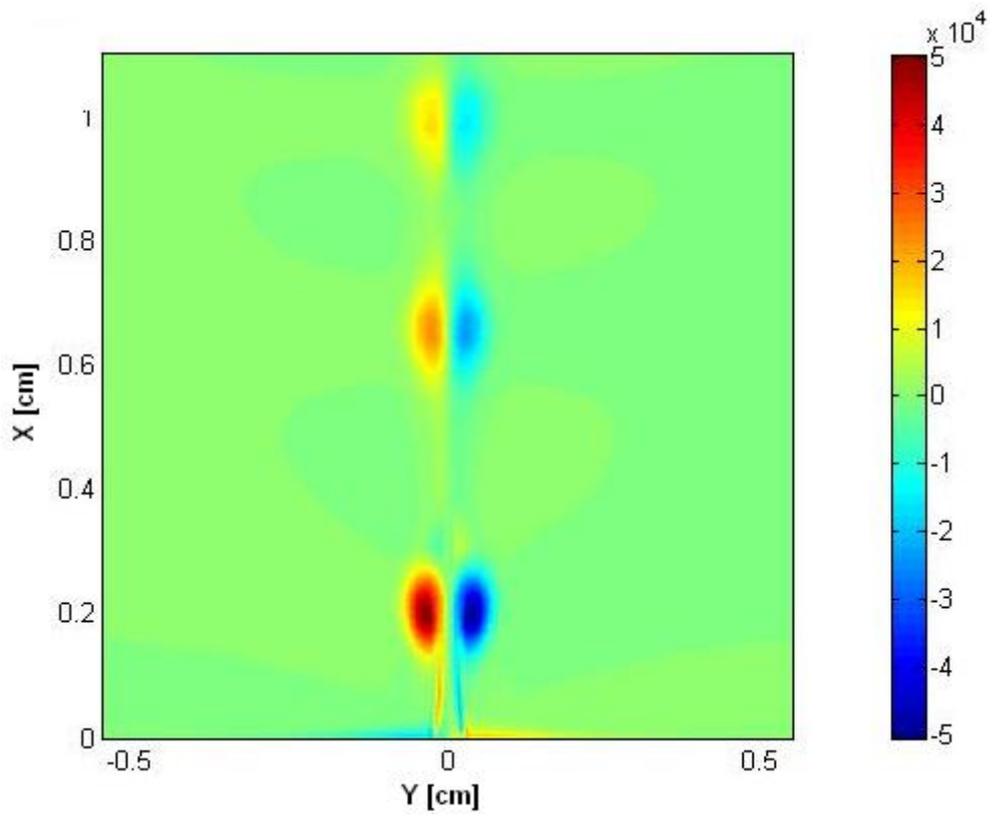


Fig. 2.7a. Modulo della vorticità [1/s] dopo 7.5 periodi (SYNTJET)

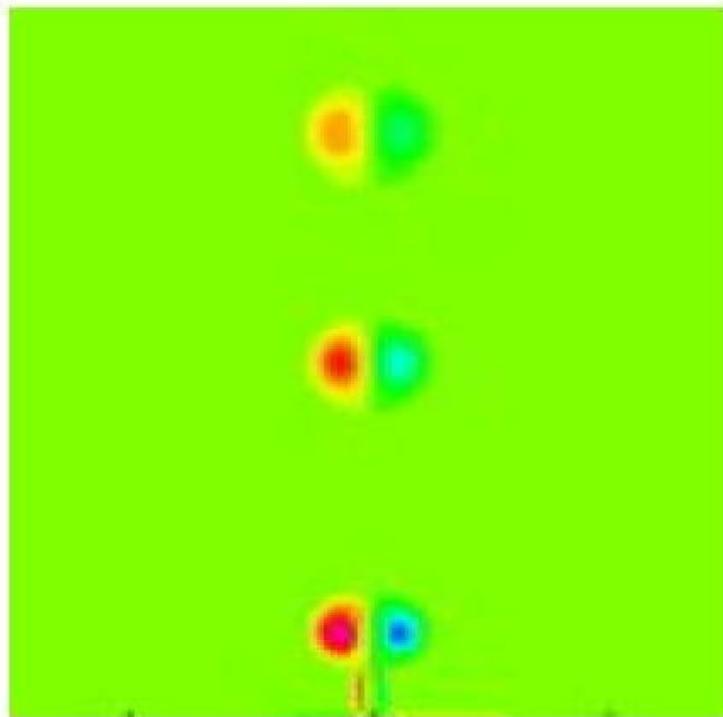


Fig. 2.7b. Modulo della vorticità [1/s] dopo 7.5 periodi (Kral)

Le figure (2.8a) e (2.8b) mostrano la componente del vettore velocità medio lungo l'asse delle x , a varie stazioni lungo la direzione streamwise, in funzione della distanza dalla center-line. Le velocità sono adimensionalizzate utilizzando la velocità sulla center-line alla stessa quota mentre la y è adimensionalizzata utilizzando la distanza tra la center-line ed il punto lungo la y in cui la velocità diventa pari alla metà della velocità sulla center-line.

La figure (2.8a) mostra un comportamento self-similar del getto sintetico a partire da circa 10 diametri di distanza dal bordo di uscita del getto. Le code laterali dei profili di velocità indicano che, ad una certa distanza dalla centerline, la componente streamwise del vettore velocità medio assume valori negativi. Tale fatto, pur essendo in accordo con i risultati numerici di Kral, non trova alcun riscontro sperimentale poiché si è visto da indagini sperimentali che la componente streamwise del vettore velocità medio tende a zero in maniera monotona man mano che ci si allontana dalla centerline.

Il motivo della discordanza tra i risultati numerici ottenuti e quelli sperimentali sta nel fatto che il solver Navier-Stokes laminare non riesce a cogliere la diffusione turbolenta dei vortici controrotanti che si separano dal bordo di uscita del getto. Infatti i vortici, dopo essersi separati dal bordo di uscita, continuano a mantenere la loro coerenza e, di conseguenza, non permettono la formazione del getto che è strettamente legata alla loro interazione turbolenta.

La figura (2.9) mostra l'andamento della velocità media lungo la center-line. La linea continua si riferisce all'andamento delle velocità misurate sperimentalmente. Anche da questa figura emerge la discordanza tra i risultati numerici e quelli sperimentali. Si nota, infatti, che le velocità ottenute a mezzo del solver Navier Stokes laminare del codice SyntJet non si sovrappongono a quelle sperimentali poiché il loro valore, non essendoci la diffusione turbolenta, resta abbastanza alto lungo la center-line.

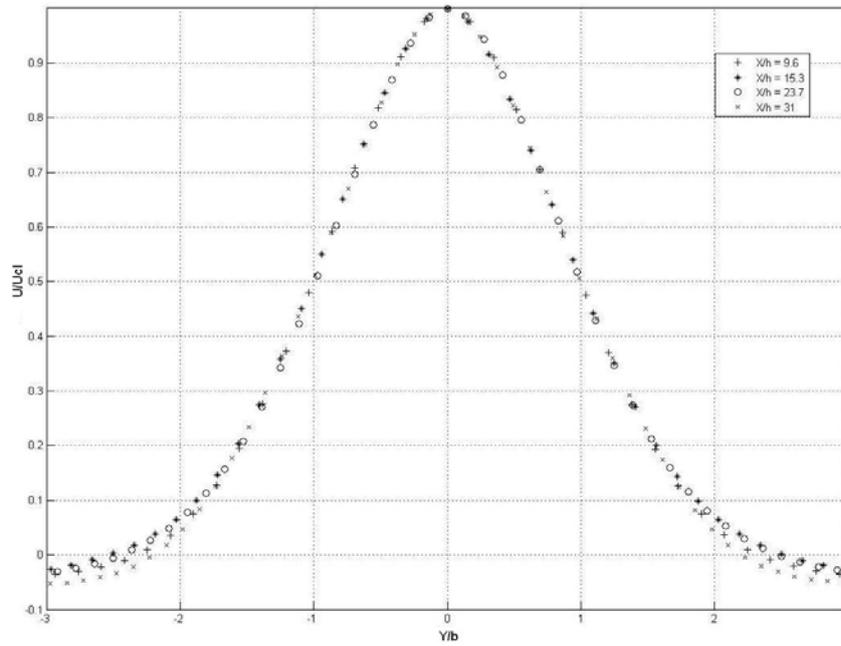


Fig. 2.8a. Profili di velocità (SYNTJET)

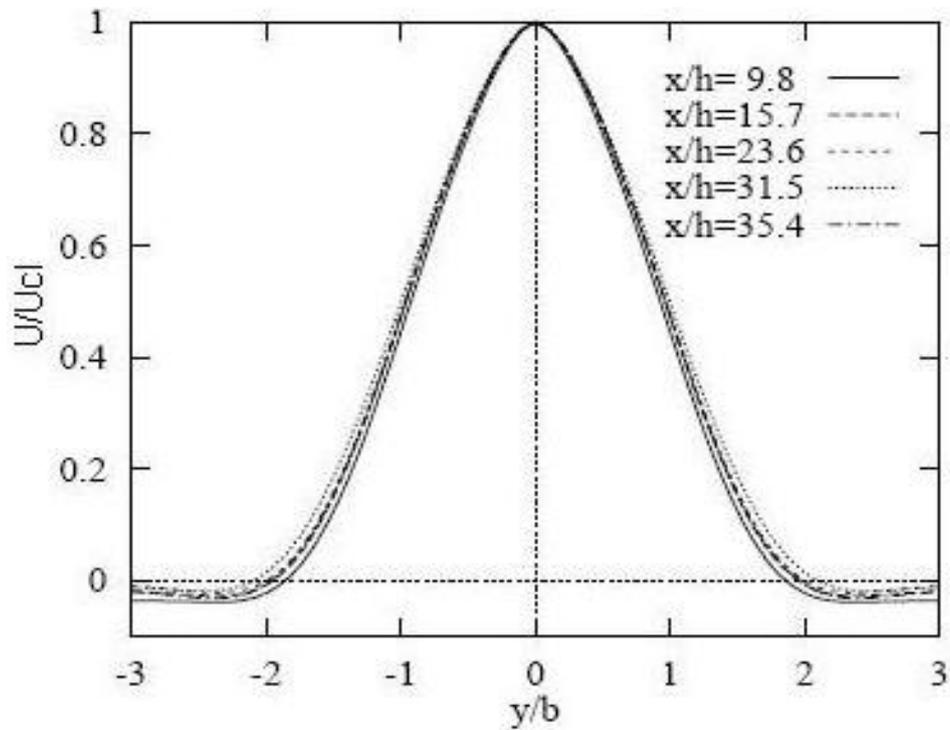


Fig. 2.8b. Profili di velocità (Kral)

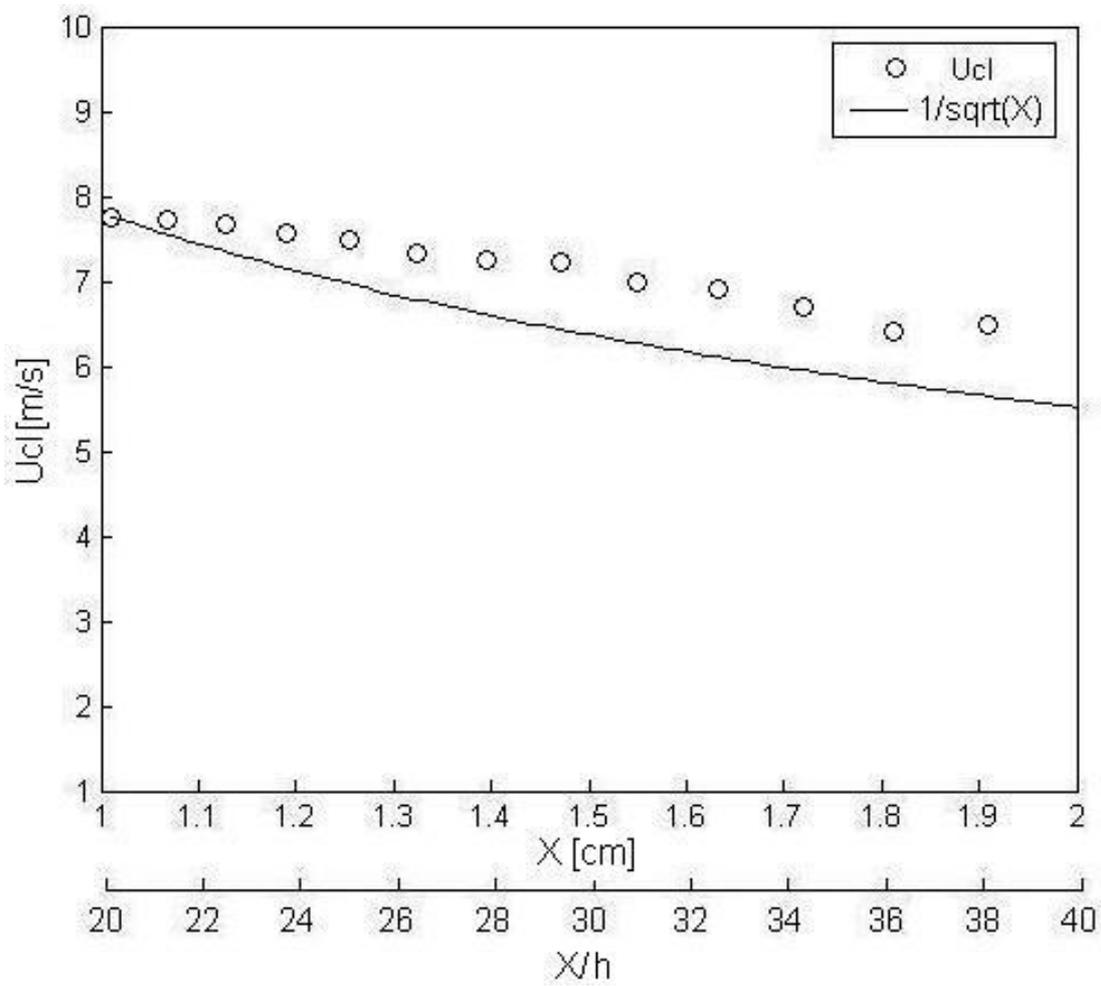


Fig. 2.9

2.2.3 Analisi parametrica

In questa sezione analizzeremo il comportamento del getto sintetico per diversi valori del numero di Reynolds e di Strouhal. Indicheremo il caso analizzato precedentemente come caso (a). I numeri di Reynolds e di Strouhal relativi agli altri casi analizzati sono riportati nello schema sottostante.

Caso (b)	Caso (c)
Re = 644.1	Re = 322.05
St = 0.0083	St = 0.025

Il dominio computazionale e la griglia utilizzati nei casi (b) e (c) sono gli stessi utilizzati nel caso (a). Il caso (b) si riferisce ad una simulazione numerica realizzata utilizzando lo stesso numero di Reynolds del caso (a) e con il numero di Strouhal pari a 1/3 dello Strouhal relativo al caso (a). Questa simulazione è stata realizzata riducendo di 1/3 la frequenza di oscillazione della membrana rispetto alla frequenza utilizzata nel caso (a). Relativamente al caso (c), si ha che il numero di Strouhal è lo stesso del caso (a) mentre il numero di Reynolds è pari alla metà. Questa simulazione è stata realizzata riducendo di 1/2 la frequenza di oscillazione della membrana rispetto alla frequenza utilizzata nel caso (a) e dimezzando il massimo valore della velocità all'inflow.

Le figure (2.10), (2.11), (2.12) e (2.13) mostrano un confronto tra i campi di vorticità relativi al caso (a) ed al caso (b). Dall'analisi di tali figure è emerso che la diminuzione del numero di Strouhal provoca una sostanziale variazione della struttura dei vortici controrotanti che nel caso (b), essendo il numero di Strouhal molto inferiore a quello relativo al caso (a), hanno una forma molto più allungata e penetrano maggiormente all'esterno alla cavità. Tale comportamento, in accordo con i risultati ottenuti da Lee e Goldstein [10], trova una spiegazione se si considera che il rapporto tra gli effetti instazionari e quelli inerziali nel caso (b) è più basso che nel caso

(a). Quindi, alla luce dei risultati ottenuti è evidente che il numero di Strouhal ha una importanza determinante poiché va ad incidere direttamente sulla formazione e sulla evoluzione dei vortici controrotanti che si formano sul bordo di uscita del getto.

Le figure (2.14), (2.15), (2.16) e (2.17), che riportano un confronto tra i campi di vorticità relativi al caso (a) ed al caso (c), mostrano che i vortici hanno in entrambi i casi la medesima struttura e che l'unica differenza sta nelle dimensioni del getto ma non nei meccanismi di formazione e di interazione tra i vortici.

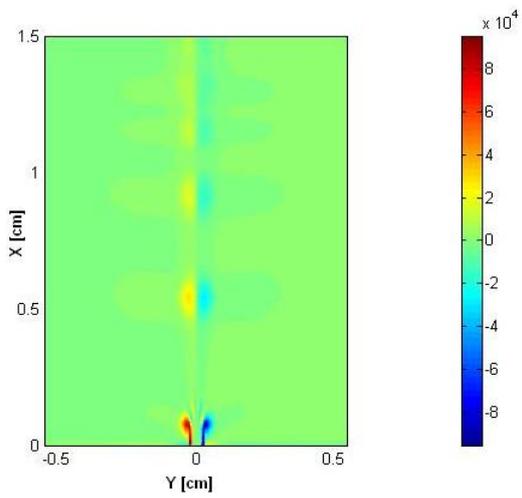


Fig. 2.10a. Vorticità [1/s] a $\pi/2$ (caso a)

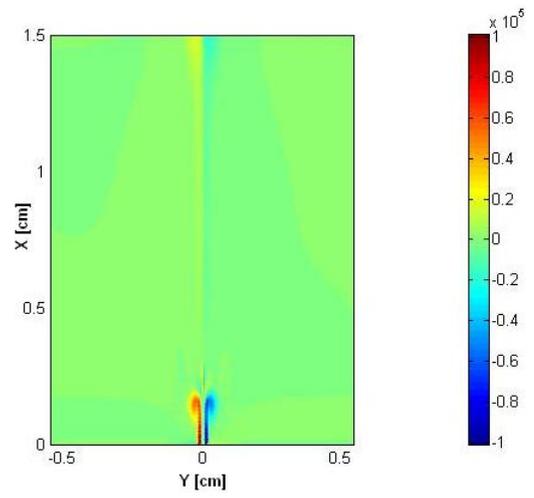


Fig. 2.10b. Vorticità [1/s] a $\pi/2$ (caso b)

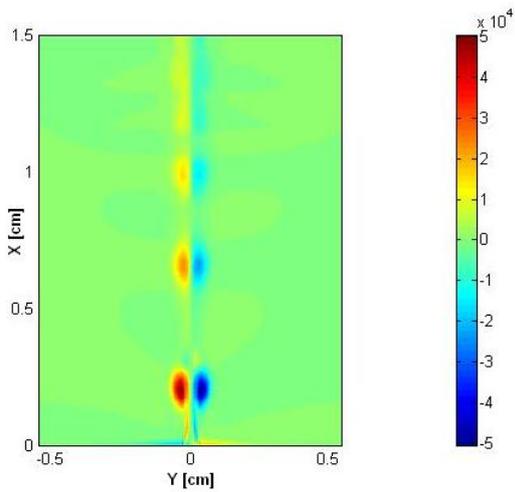


Fig. 2.11a. Vorticità [1/s] a π (caso a)

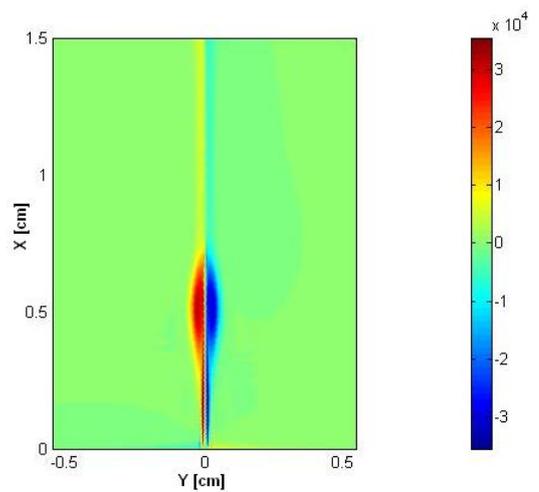


Fig. 2.11b. Vorticità [1/s] a π (caso b)

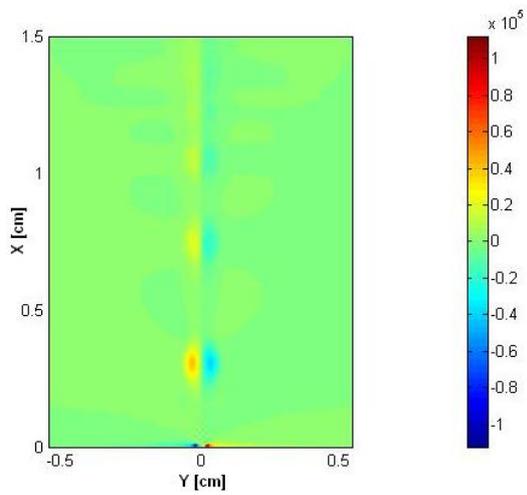


Fig. 2.12a. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$ (caso a)

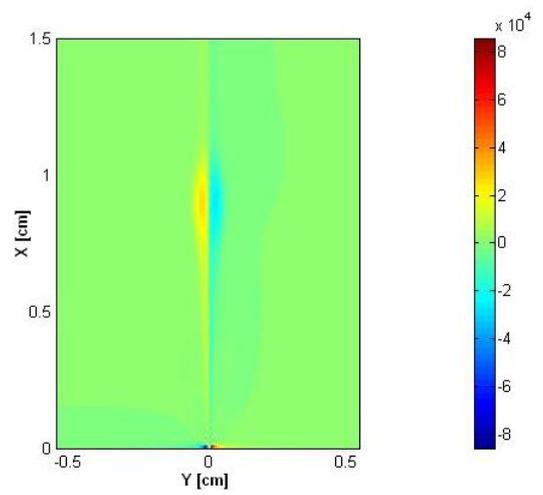


Fig. 2.12b. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$ (caso b)

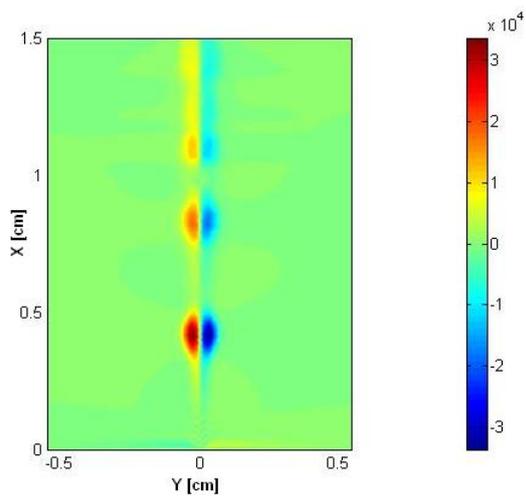


Fig. 2.13a. Vorticità [1/s] a 2π (caso a)

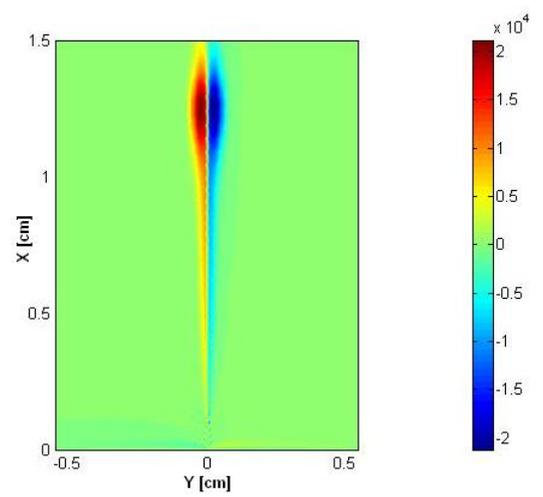


Fig. 2.13b. Vorticità [1/s] a 2π (caso b)

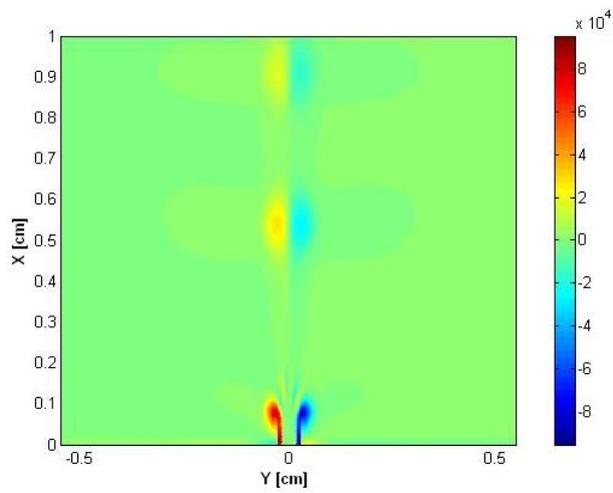


Fig. 2.14a. Vorticità [1/s] a $\pi/2$ (caso a)

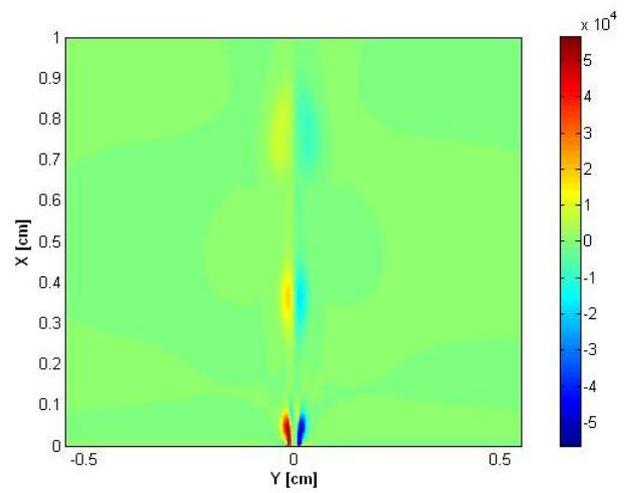


Fig. 2.14b. Vorticità [1/s] a $\pi/2$ (caso c)

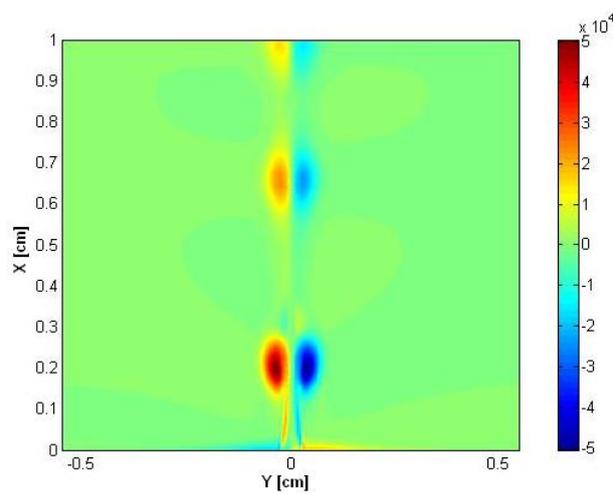


Fig. 2.15a. Vorticità [1/s] a π (caso a)

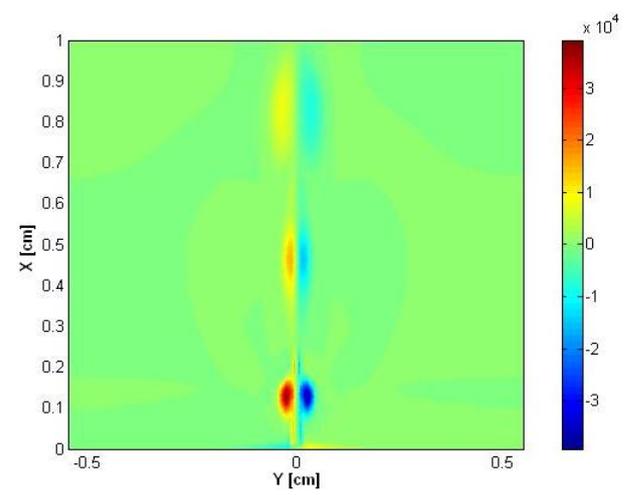


Fig. 2.15b. Vorticità [1/s] a π (caso c)

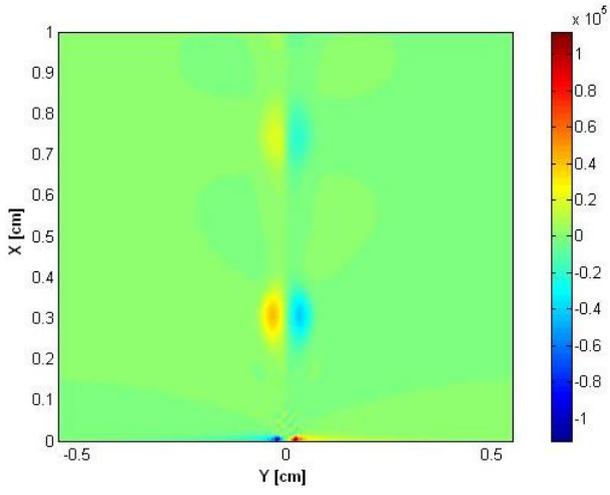


Fig. 2.16a. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$ (caso a)

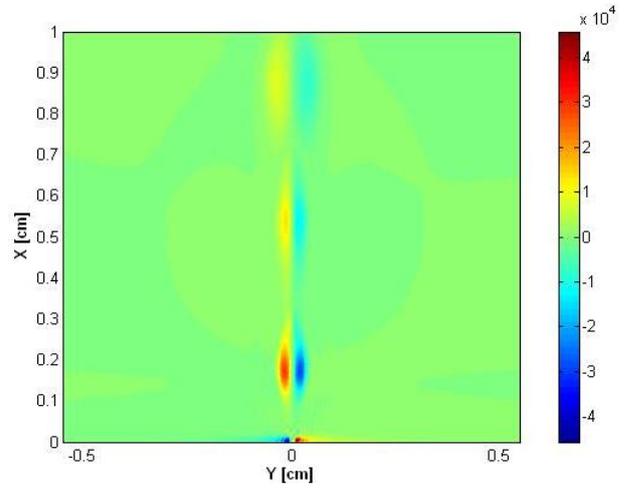


Fig. 2.16b. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$ (caso c)

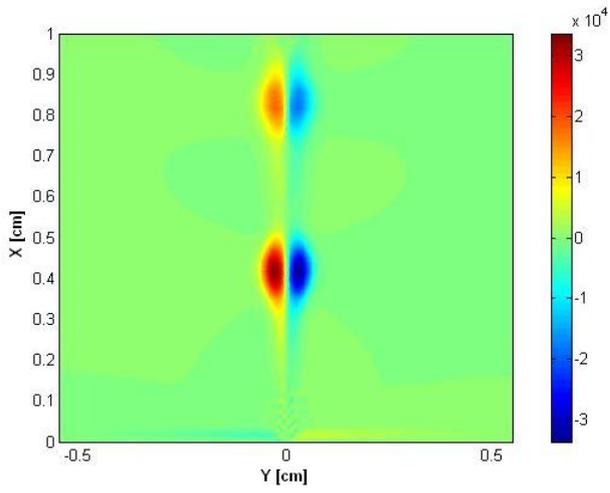


Fig. 2.17a. Vorticità [1/s] a 2π (caso a)

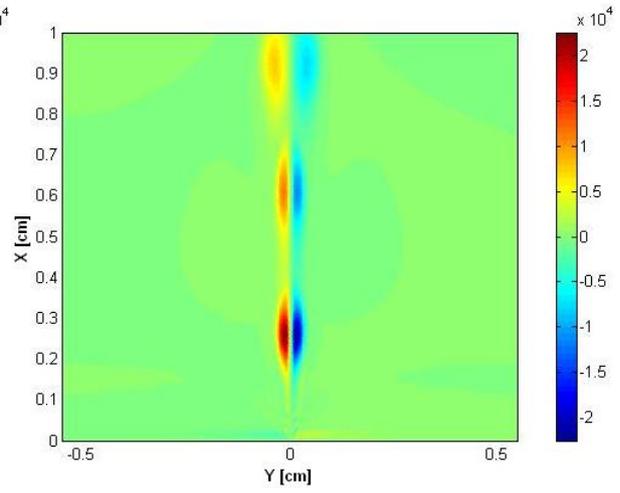


Fig. 2.17b. Vorticità [1/s] a 2π (caso c)

2.3 Simulazione numerica del getto sintetico isolato mediante il solver U-RANS

Questa simulazione, realizzata mediante il solver U-RANS 2D del codice SyntJet, riproduce i risultati ottenuti sperimentalmente da Smith et al.[1] e numericamente da Kral et al.[9] con il modello di turbolenza ad una equazione di Spalart e Allmaras. Le figure (2.18a) e (2.18b) mostrano rispettivamente il dominio computazionale e la griglia computazionale utilizzati per la simulazione numerica.

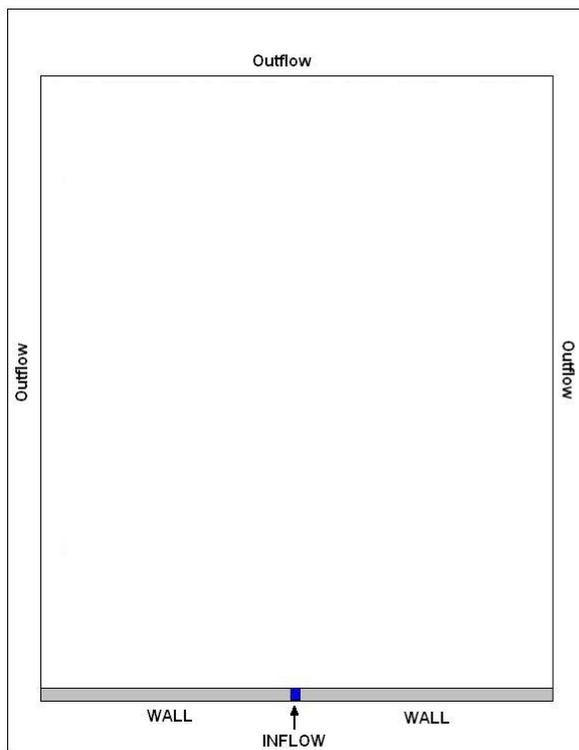


Fig. 2.18a. Dominio Computazionale

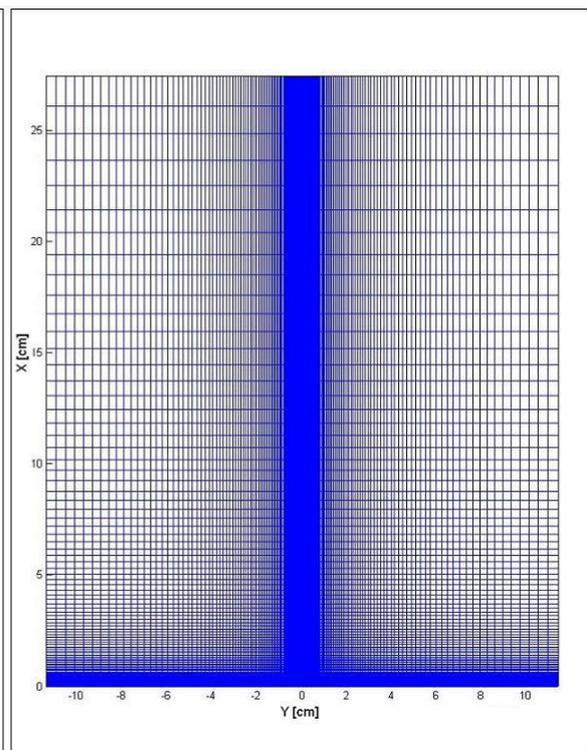


Fig. 2.18b. Griglia Computazionale (200x100)

“ U_{\max} ” è il massimo valore della velocità all’inflow ed è pari a 2500 cm/s, “ f ” è la frequenza di oscillazione ed è pari a 1000 Hz. La larghezza dell’ugello, ovvero la sezione di inflow “ h ” è

uguale a 0.05 cm. Il numero di Reynolds è $Re = \frac{\rho U_{\max} h}{\mu} = 805.1$ mentre il numero di Strouhal è

$$St = \frac{f h}{U_{\max}} = 0.02. \quad \text{La “}\rho\text{” e la “}\mu\text{” sono rispettivamente la densità e la viscosità molecolare}$$

dell'aria.

La griglia computazionale è a passo variabile sia lungo l'asse delle x sia lungo l'asse delle y. Il Δy_{\min} è pari a 0.01 cm mentre il Δy_{\max} è pari a 0.45 cm, il Δx_{\min} è 0.01 cm mentre il Δx_{\max} è 1.3 cm. Il time step Δt utilizzato è pari a 10^{-6} .

2.3.1 Condizioni iniziali e al contorno

La condizione iniziale assegnata impone che all'istante iniziale le componenti del vettore velocità all'interno del dominio computazionale siano pressoché nulle. Quindi la condizione iniziale assegnata equivale ad una condizione di quiete. Anche in questo caso la cavità e l'ugello sono sostituiti da una condizione al contorno instazionaria posta sulla sezione di uscita del getto. Tale condizione prescrive all'inflow un profilo di velocità di tipo top-hat modulato nel tempo mediante una sinusoide: $U_{in}(t) = U_{\max} \sin(2\pi f t)$. L'energia cinetica turbolenta è stata inizializzata utilizzando i valori delle velocità all'istante iniziale. Si ricordi che nelle simulazioni turbolente le velocità rappresentano delle medie d'insieme.

E' stato fissato il livello di turbolenza iniziale pari allo 0.1% e, quindi, l'energia cinetica turbolenta in tutto il campo è stata inizializzata col seguente valore:

$$k_0 = 1.5 * (TL)^2 \left(\frac{|U|}{L}\right)^2 \quad (2.1)$$

Dove TL indica il livello di turbolenza che, in base alle posizioni fatte, è pari a 0.001. La viscosità turbolenta iniziale è data da:

$$\mu_{0T} = 1 \cdot 10^{-4} \mu, \quad (2.2)$$

e la dissipazione iniziale risulta essere:

$$\varepsilon_0 = \rho C_\mu \frac{k_0^2}{\mu_{0T}} \quad (2.3)$$

dove $C_\mu = 0.09$.

All'ingresso del getto l'energia cinetica turbolenta assegnata si calcola considerando che il livello di turbolenza in ingresso è del 10%:

$$k_{in} = 1.5 * (0.1)^2 (U_{in})^2. \quad (2.4)$$

La dissipazione all'ingresso è stata ottenuta supponendo che la lunghezza di scala relativa al campo di moto turbolento all'ingresso del getto sia uguale a un decimo della larghezza della sezione di uscita del getto:

$$\varepsilon_{in} = C_\mu^{\frac{3}{4}} \frac{k_{in}^{\frac{3}{2}}}{(h/10)} \quad (2.5)$$

La viscosità turbolenta risultante all'ingresso è:

$$\mu_{in,T} = \rho C_\mu \frac{k_{in}^2}{\varepsilon_{in}} \quad (2.6)$$

Le componenti del vettore velocità vengono poste uguali a zero sulla parete (no-slip e impermeabilità), mentre sulle frontiere di outflow viene imposto che la derivata normale di entrambe le componenti del vettore velocità si annulli.

Il modello di turbolenza utilizzato prescrive che l'energia cinetica turbolenta e la dissipazione siano nulle sulle pareti.

Sulle frontiere di outflow viene imposto che il valore delle derivate normali di k ed ϵ sia nullo.

Il valore della pressione e delle correzioni della pressione su tutte le frontiere del dominio computazionale viene estrapolato linearmente dai valori interni.

2.3.2 Risultati

In questo caso la formazione della coppia di vortici controrotanti sul bordo di uscita del getto durante la fase di iniezione e la loro separazione durante la fase di suzione avviene alla stregua di quanto visto nel caso laminare. La differenza tra la simulazione laminare e quella turbolenta, infatti, non sta nella formazione delle coppie di vortici controrotanti bensì nella loro evoluzione a valle della separazione dal bordo di uscita del getto. Tale fatto è in accordo con i risultati sperimentali secondo cui la formazione delle coppie di vortici controrotanti è un processo laminare e la transizione al turbolento comincia nel momento in cui esse si separano dal bordo di uscita. Le figura (2.19) e (2.20a) mostrano rispettivamente le mappe del vettore velocità e della vorticità in prossimità della sezione di uscita del getto dopo 26.5 periodi di oscillazione. Si riesce a distinguere la coppia di vortici controrotanti che si è formata sul bordo di uscita mentre le coppie di vortici che si sono formate precedentemente hanno perso la loro coerenza e si sono sintetizzate fino a diventare un vero e proprio getto, detto appunto sintetico. La figura (2.20b) riporta la stessa mappa di vorticità ottenuta da Kral.

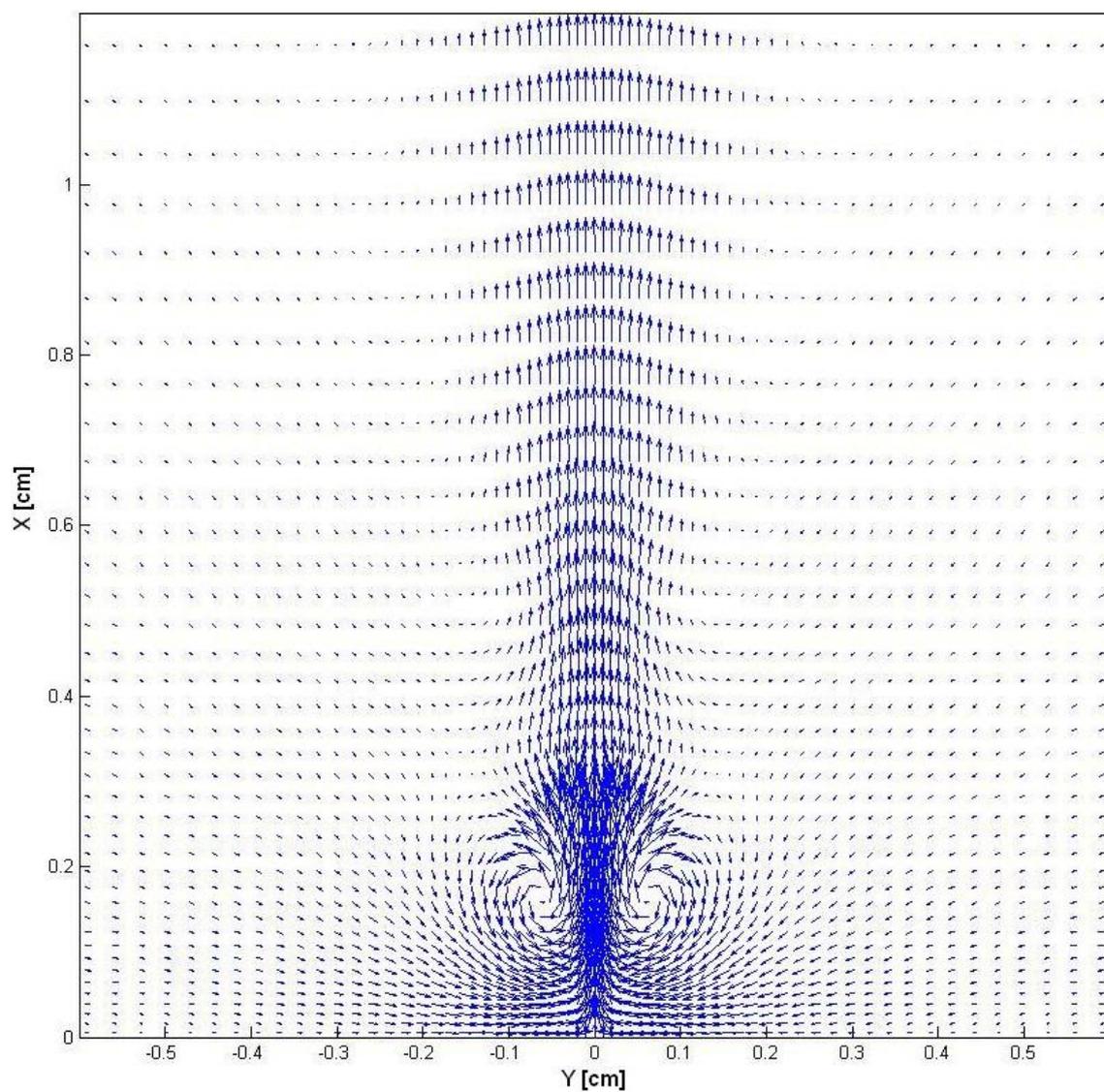


Fig. 2.19. Vettori velocità dopo 26.5 periodi

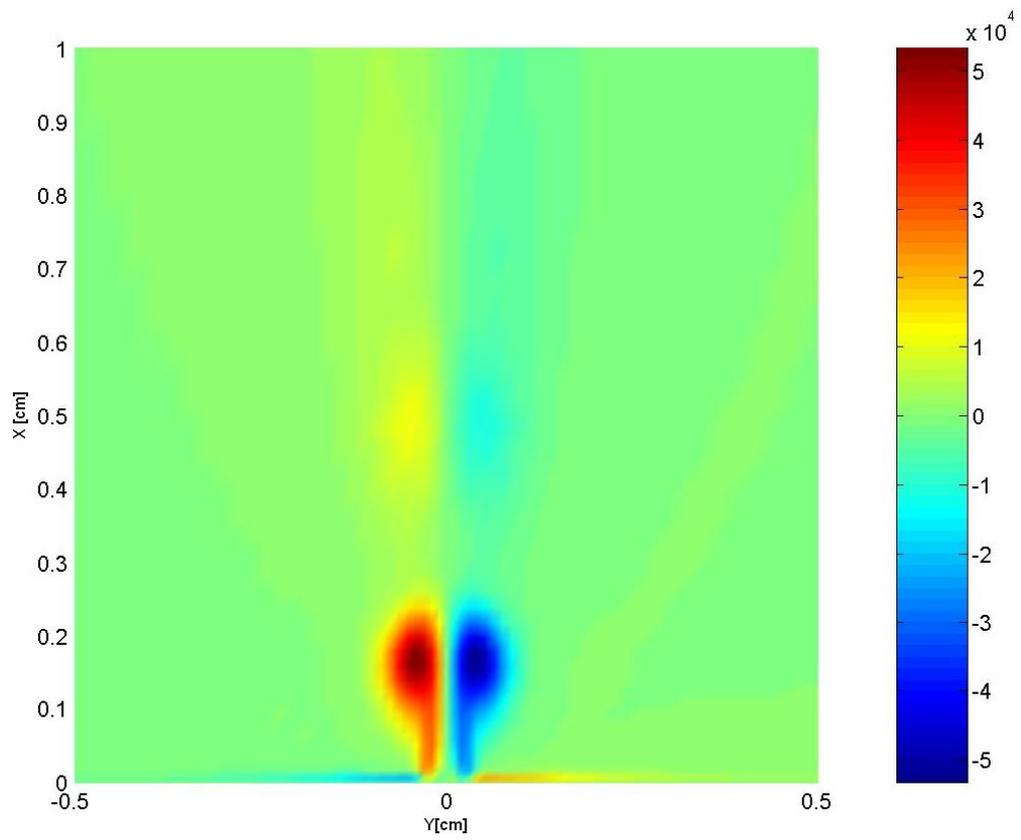


Fig. 2.20a. Modulo della vorticità [1/s] dopo 26.5 periodi (SYNTJET)

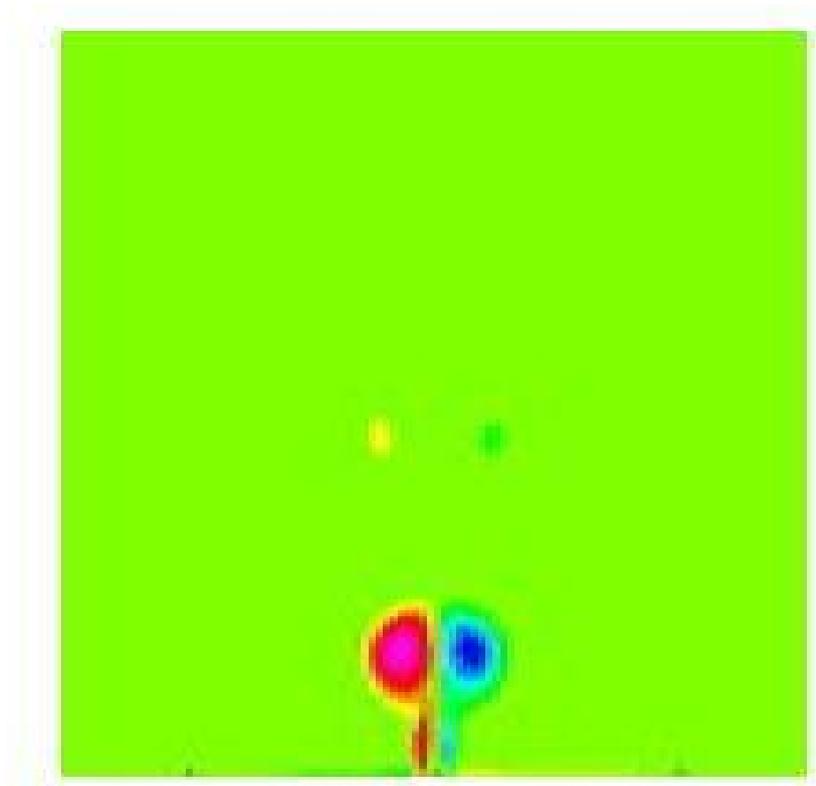


Fig. 2.20b. Modulo della vorticità [1/s] dopo 26.5 periodi (Kral)

Le figure (2.21a) e (2.21b) mostrano la componente del vettore velocità medio lungo l'asse delle x a varie stazioni lungo la direzione streamwise in funzione della distanza dalla center-line. Le velocità sono adimensionalizzate utilizzando la velocità sulla center-line mentre la y è adimensionalizzata utilizzando la distanza tra la center-line ed il punto lungo la y in cui la velocità diventa pari alla metà della velocità sulla center-line.

I profili di velocità ottenuti sono in buon accordo sia con i risultati sperimentali ottenuti da Smith sia con quelli numerici ottenuti da Kral. Il solver U-RANS è riuscito a cogliere il comportamento monotono della componente streamwise della velocità lungo la coordinata laterale. Tuttavia si nota che la velocità streamwise ottenuta mediante le simulazioni numeriche tende a zero più rapidamente rispetto a quella ottenuta sperimentalmente. Questo fatto è molto probabilmente dovuto alla eccessiva produzione di energia cinetica turbolenta nelle zone di interfaccia tra il getto e la zona laterale indisturbata dei bordi laterali del getto poiché in quelle zone la griglia computazionale non è particolarmente fitta e di conseguenza i gradienti di velocità calcolati numericamente possono raggiungere valori eccessivamente alti.

La figura (2.22) mostra l'andamento della velocità media lungo la center-line. La linea continua si riferisce all'andamento delle velocità misurate sperimentalmente. In questo caso l'accordo con i risultati sperimentali è buono.

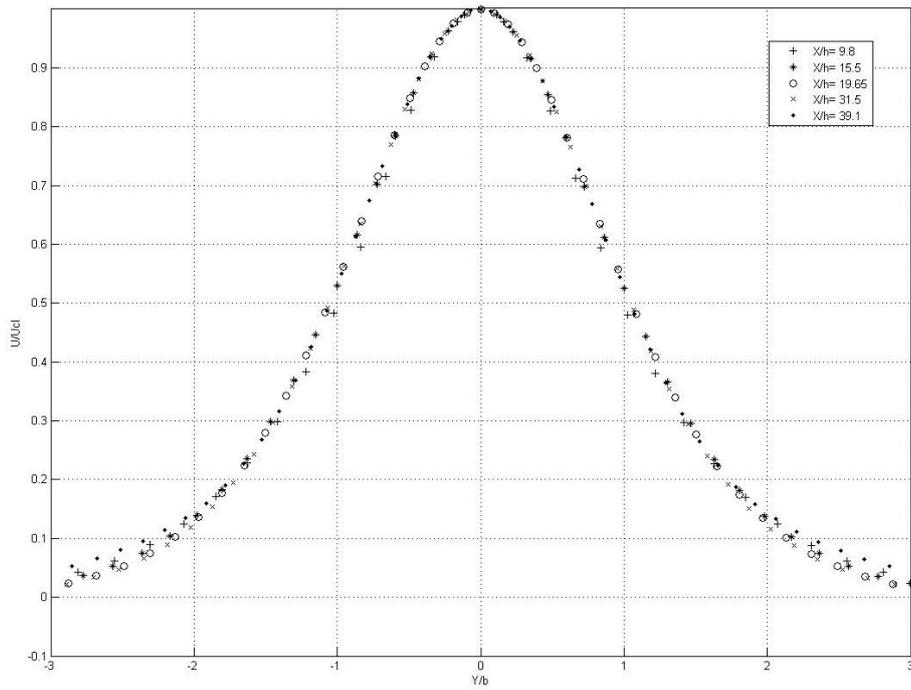


Fig. 2.21a. Profili di velocità (SYNTJET)

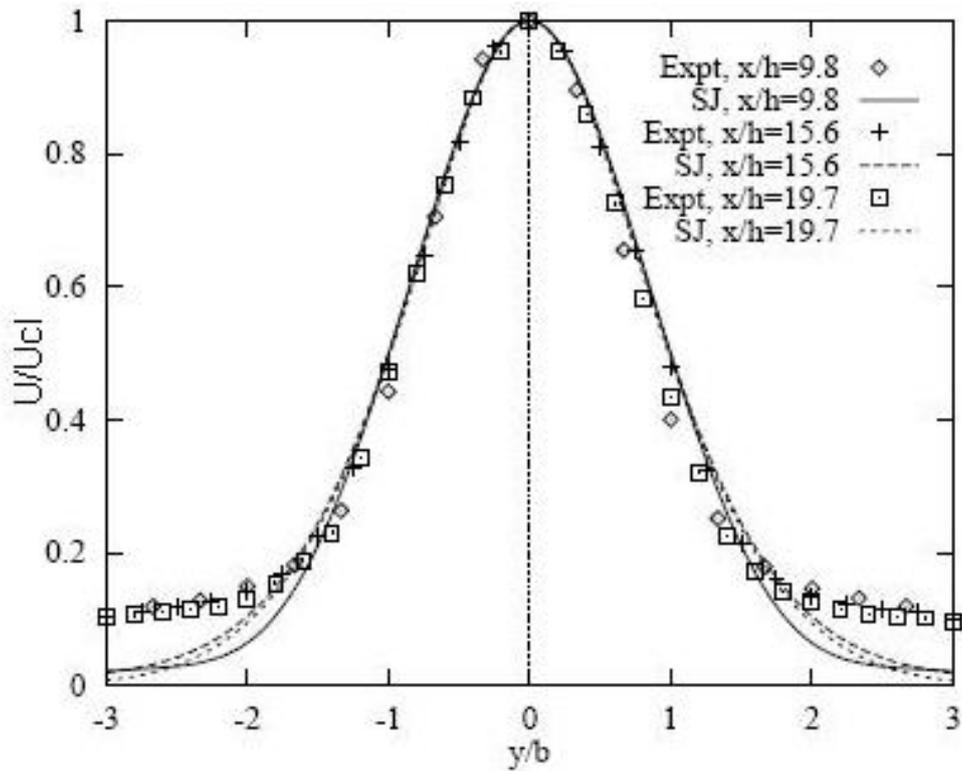


Fig. 2.21b. Profili di velocità (Kral, Smith)

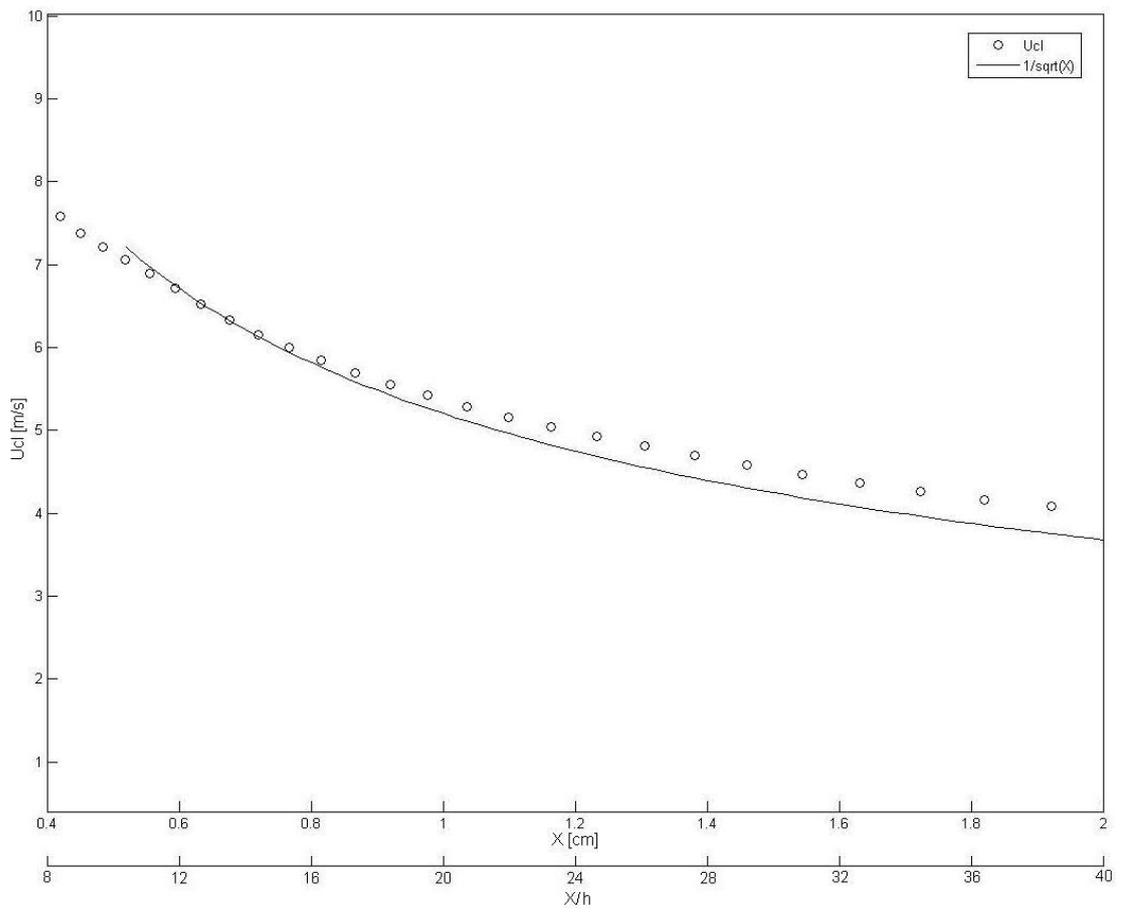


Fig. 2.22

2.4 Il caso NASA LaRC

Questa simulazione, realizzata mediante il solver U-RANS 2D del codice SyntJet, fa riferimento al caso n° 1 del Workshop “CFD Validation of Synthetic Jets and Turbulent Separation Control” organizzato dal NASA LaRC che si è tenuto a Williamsburg in Virginia (USA) nel marzo del 2003, al quale il sottoscritto ha partecipato. Le figure (2.23a) e (2.23b) mostrano rispettivamente il dominio computazionale e la griglia computazionale utilizzati per la simulazione numerica. Si tenga presente che in questo caso l’asse del getto si trova all’ascissa $x = 20$ cm.

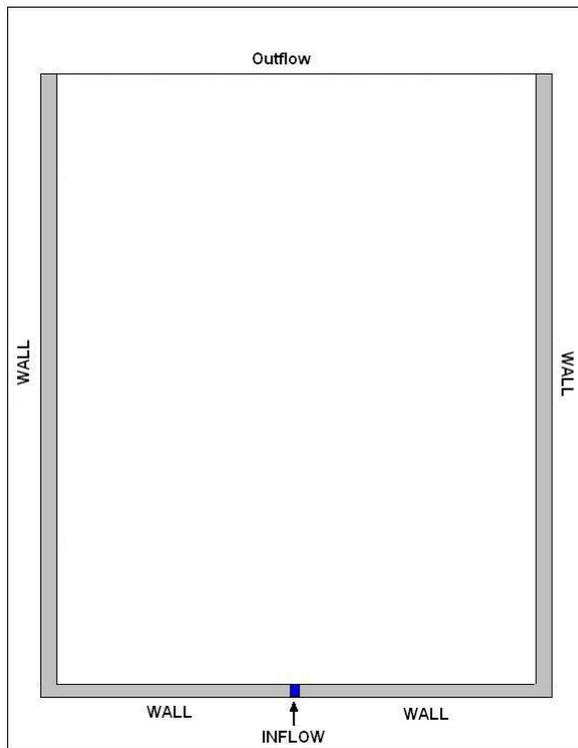


Fig. 2.23a. Dominio Computazionale

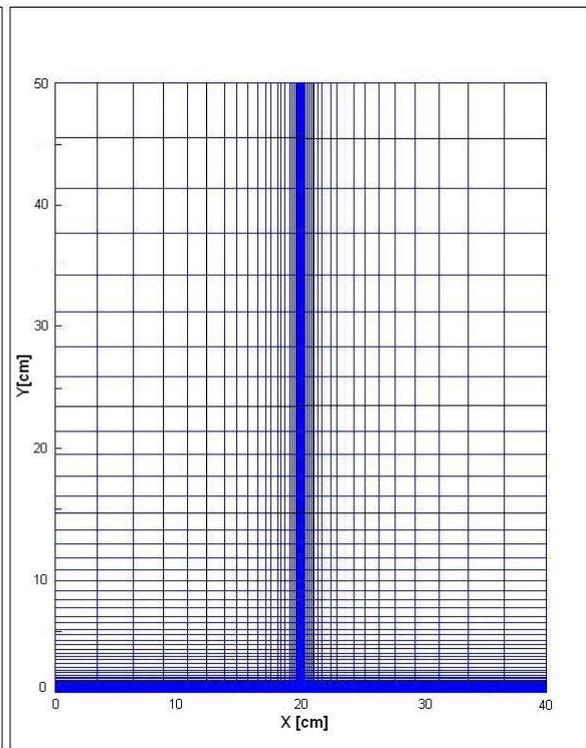


Fig. 2.23b. Griglia Computazionale (100x100)

“ V_{\max} ” è il massimo valore della velocità all’inflow ed è pari a 3000 cm/s, “ f ” è la frequenza di oscillazione ed è pari a 455 Hz e “ d ” è la sezione di uscita del getto uguale a 0.125 cm. Il

numero di Reynolds è $Re = \frac{\rho V_{\max} d}{\mu} = 2415.1$ mentre il numero di Strouhal è

$St = \frac{fd}{V_{\max}} = 0.019$. La “ ρ ” e la “ μ ” sono rispettivamente la densità e la viscosità molecolare

dell’aria.

La griglia computazionale è a passo variabile sia lungo l’asse delle x sia lungo l’asse delle y . Il Δy_{\min} è pari a 0.008 cm mentre il Δy_{\max} è pari a 4.5 cm, il Δx_{\min} è 0.006 cm mentre il Δx_{\max} è 13.5 cm. Il time step Δt utilizzato è pari a $4.4 \cdot 10^{-7}$.

2.4.1 Condizioni iniziali e al contorno

Anche in questo caso all’istante iniziale viene prescritta una condizione di quiete per le componenti della velocità. La condizione all’inflow prescrive due differenti profili di velocità. Il primo di tipo top-hat modulato nel tempo mediante una sinusoide: $V(t) = V_{\max} \sin(2\pi ft)$. Il secondo di tipo sinusoidale modulato nel tempo mediante una sinusoide:

$V(x, t) = V_{\max} \sin\left(\pi \frac{x - x_S}{d}\right) \sin(2\pi ft)$ dove x varia da x_S , che è l’ascissa dello spigolo sinistro

della sezione di uscita del getto, a x_D che è l’ascissa dello spigolo destro. Le componenti del vettore velocità vengono poste uguali a zero sulla parete (no-slip e impermeabilità), mentre sulla frontiera di outflow la velocità viene assegnata in modo da verificare la continuità globale. Le condizioni iniziali ed al contorno per l’energia cinetica turbolenta, la dissipazione, la viscosità e la pressione sono state assegnate in maniera analoga rispetto al caso precedentemente analizzato, quindi non sono riportate.

2.4.2 Risultati

Le figure seguenti mostrano un confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali. Ogni figura contiene quattro grafici. I due grafici in alto rappresentano i risultati sperimentali ottenuti

al NASA LaRC e i risultati numerici presentati da alcuni gruppi di ricerca appartenenti a varie università e centri di ricerca americani, mentre i due nella parte bassa rappresentano i risultati ottenuti mediante il codice SyntJet . Il grafico in basso a sinistra è relativo al profilo di inflow sinusoidale, quello a destra al profilo top-hat.

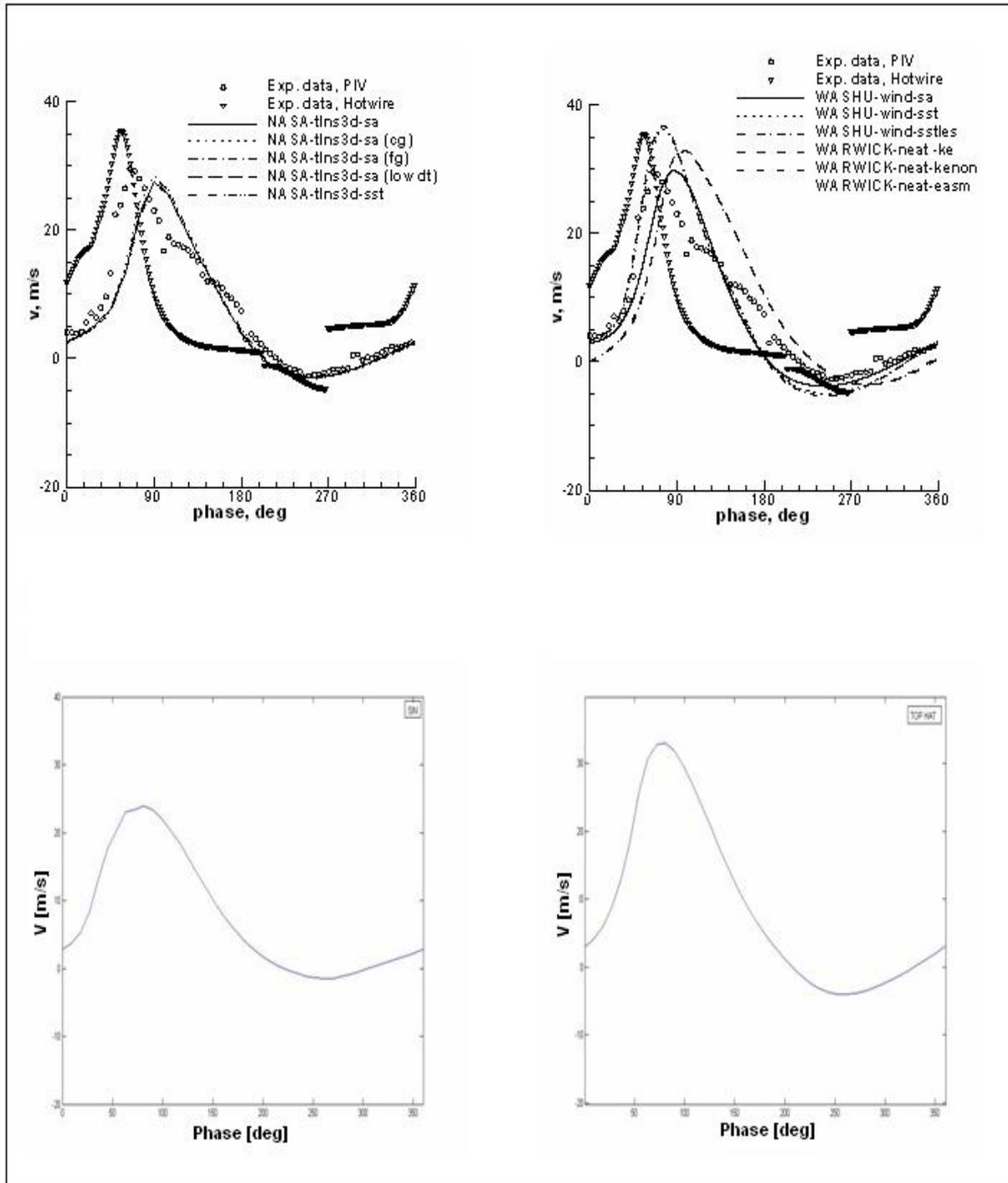


Fig. 2.24. Storia temporale di V a $x=20\text{cm}$ e $y=0.2\text{cm}$

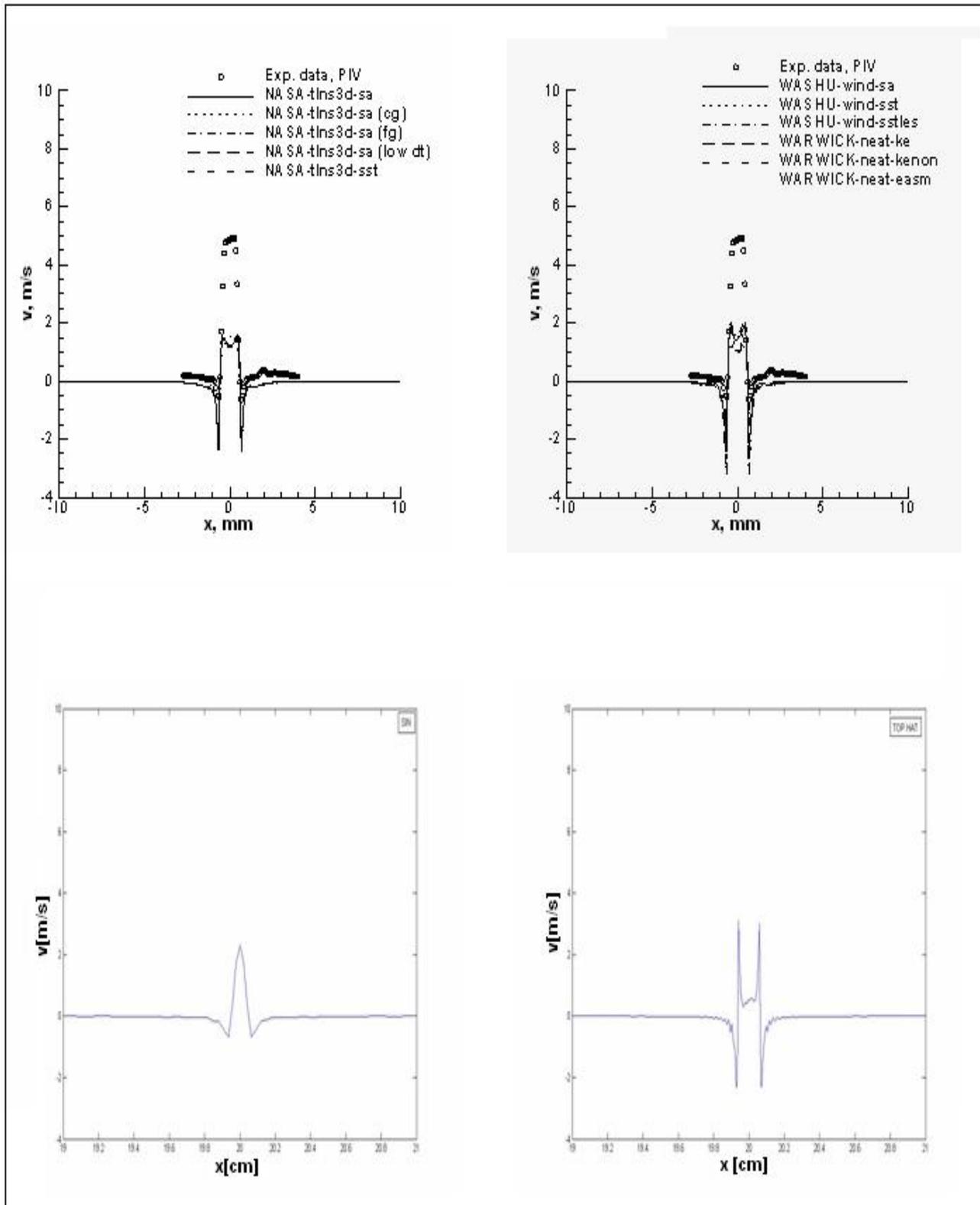


Fig. 2.25. Media temporale di V a $y=0.01$ cm

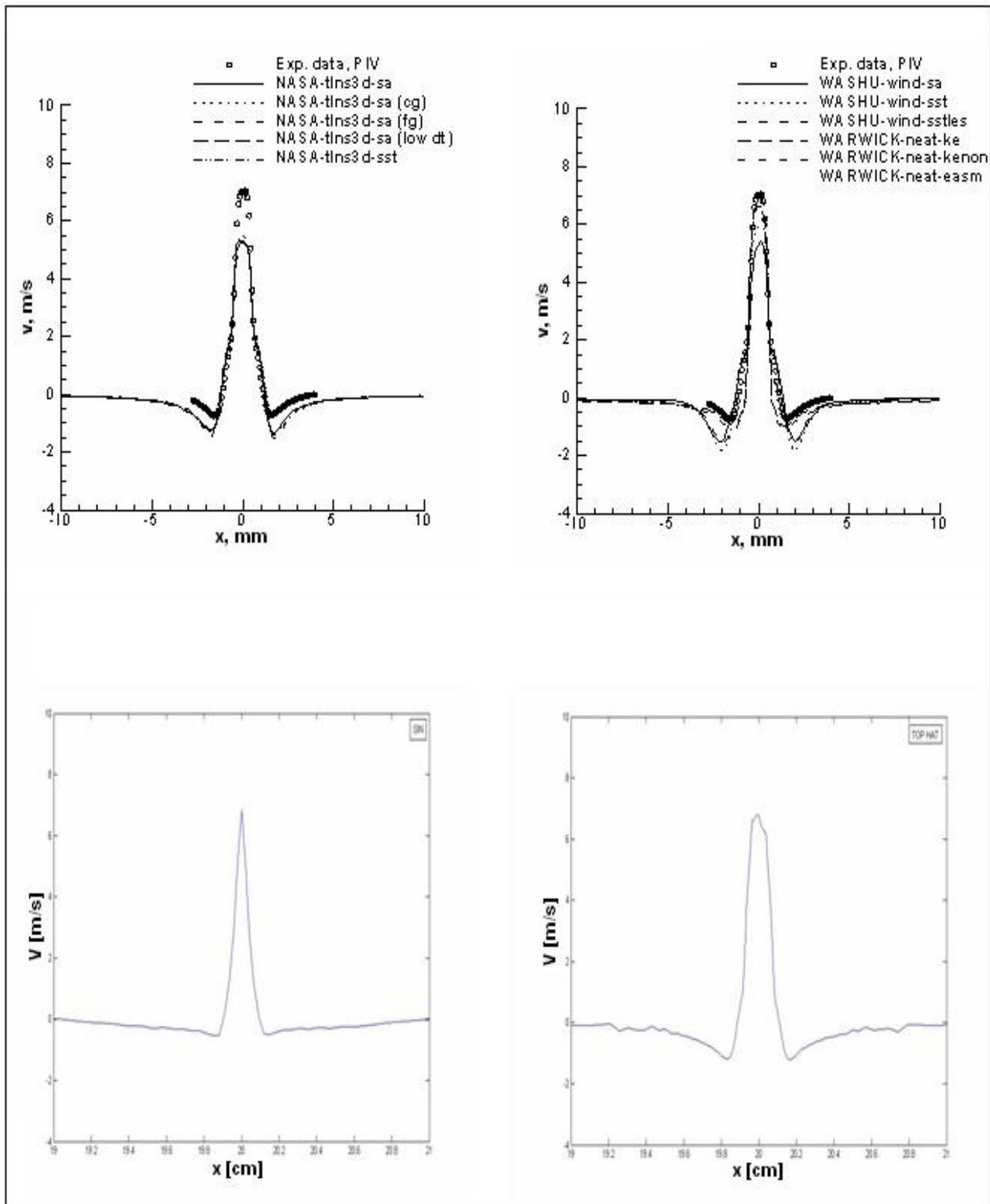


Fig. 2.26. Media temporale di V a $y=0.1$ cm

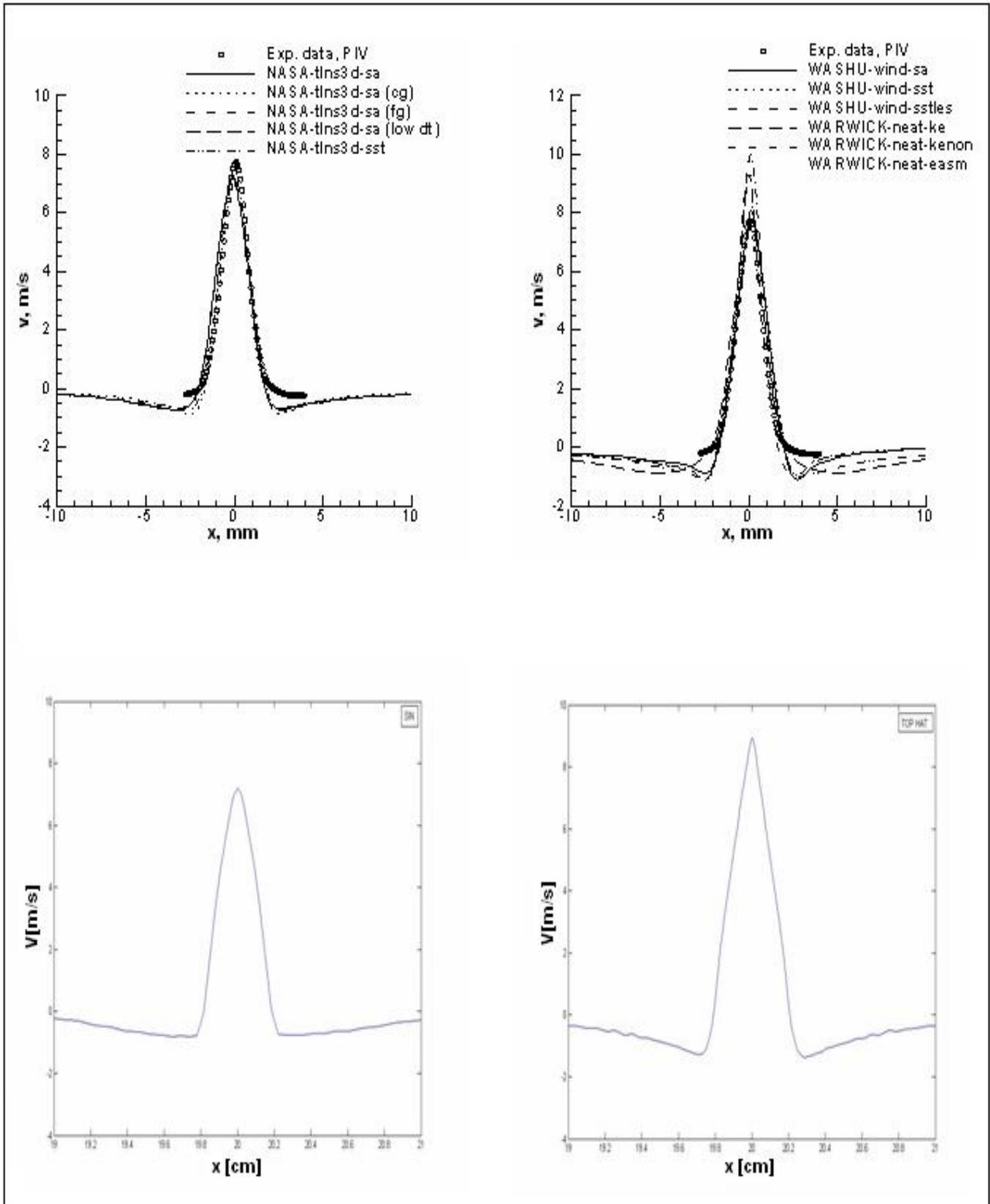


Fig. 2.27. Media temporale di V a $y=0.4\text{cm}$

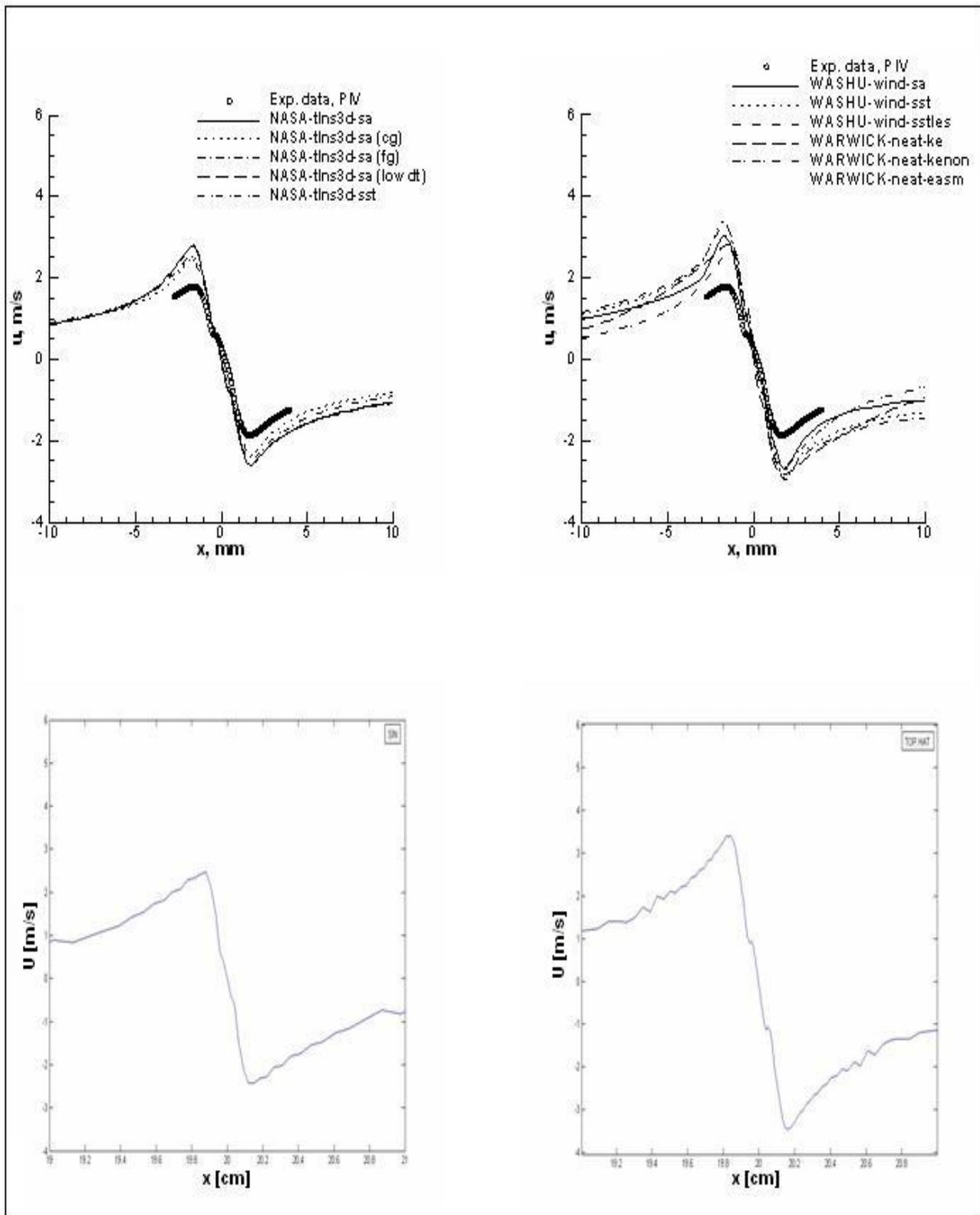


Fig. 2.28. Media temporale di U a $y=0.1$ cm

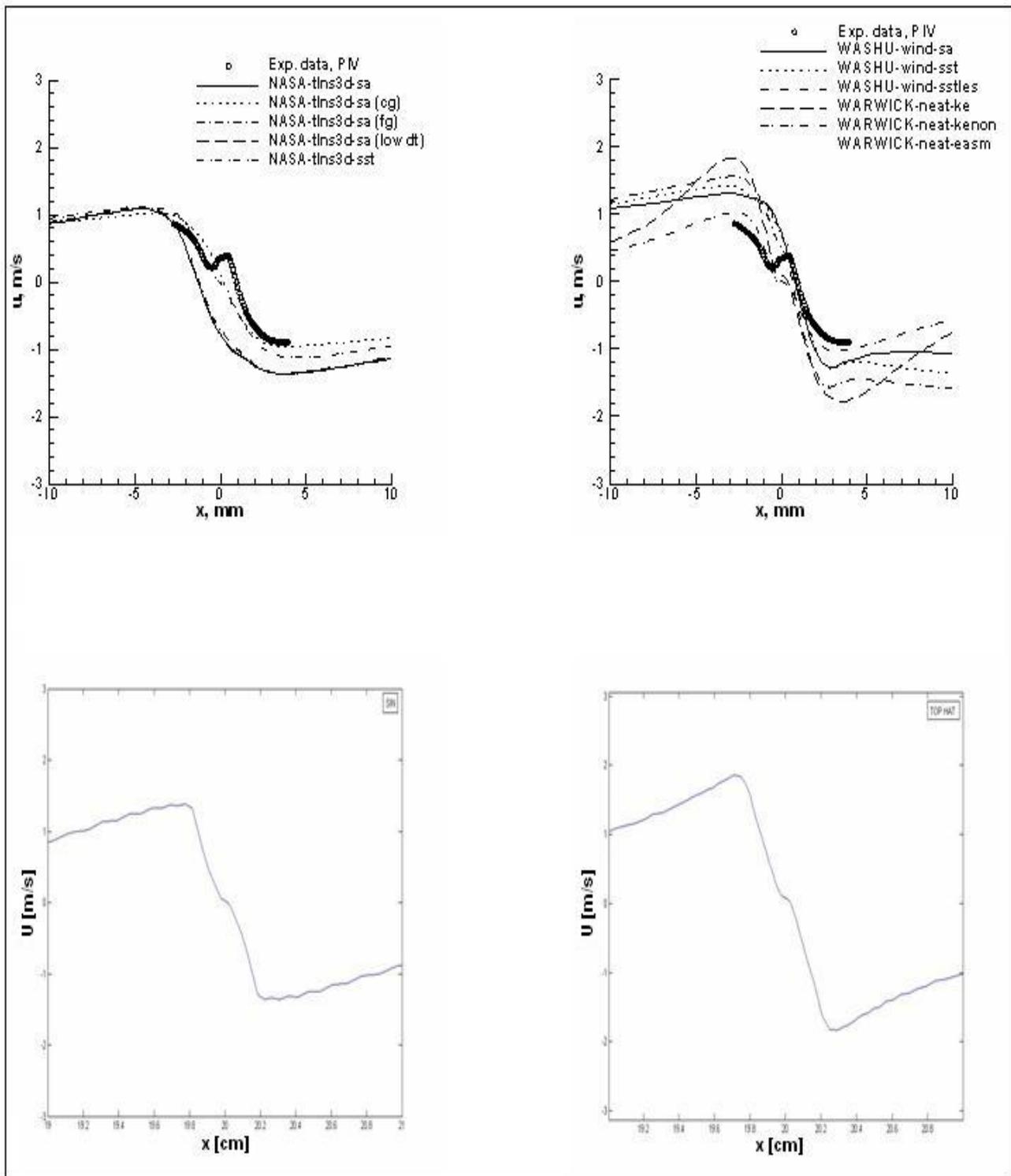


Fig. 2.29. Media temporale di U a $y=0.4\text{cm}$

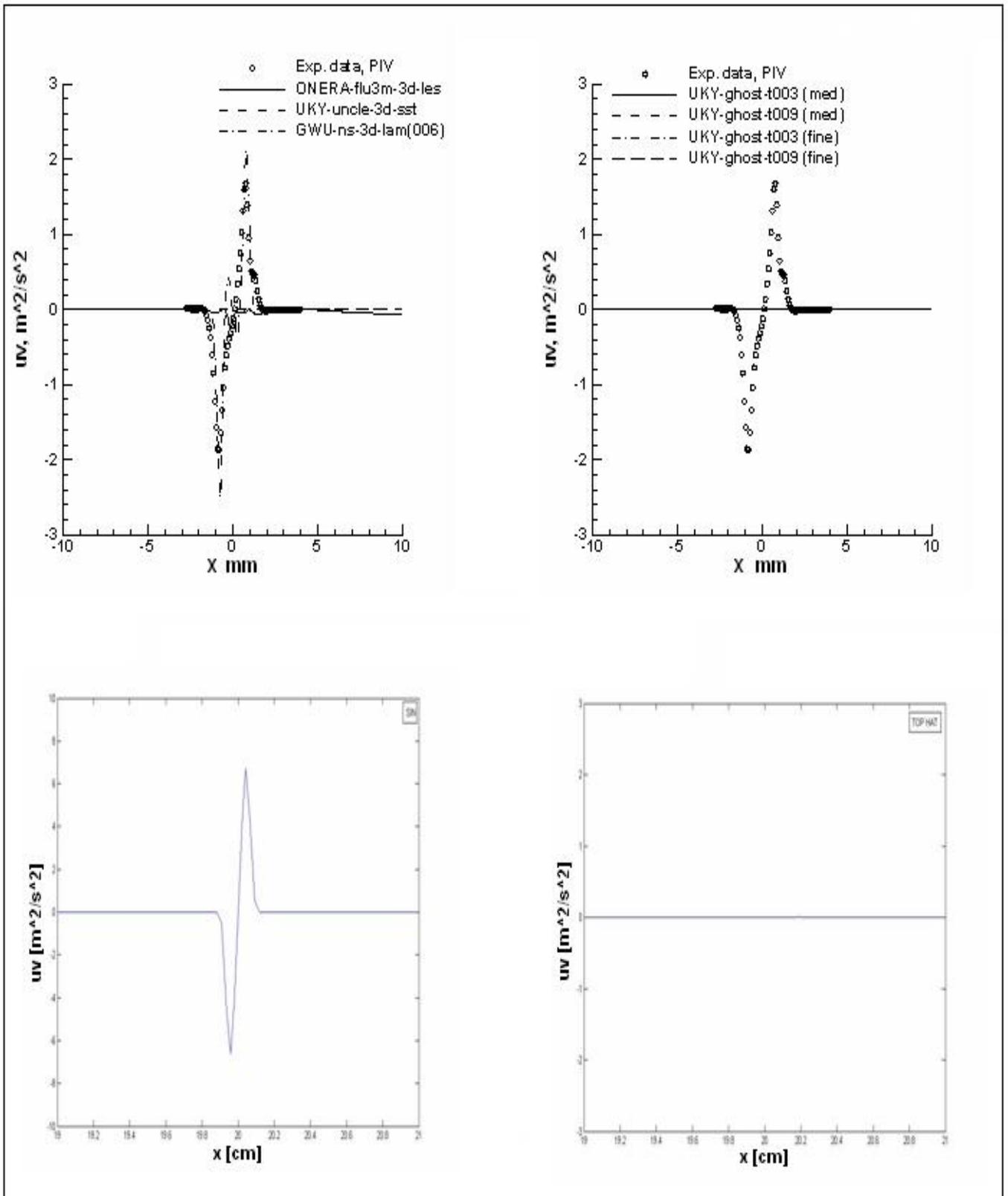


Fig. 2.30. Phase Averaged $u'v'$ at 0° and $y=0.1cm$

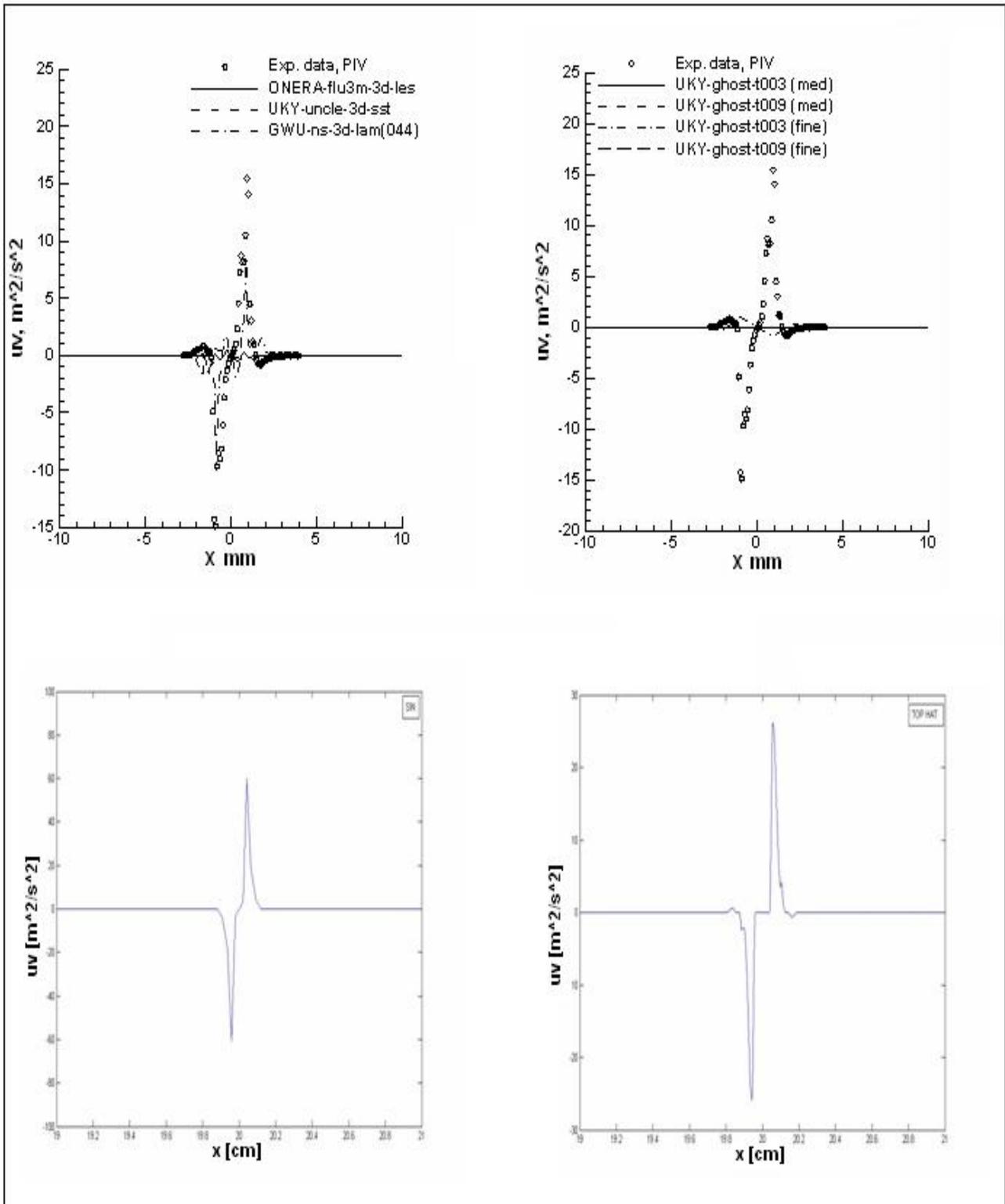


Fig. 2.31. Phase Averaged $u'v'$ at a 45° angle at $y=0.1\text{cm}$

I risultati ottenuti sono in buon accordo sia con i risultati sperimentali sia con quelli numerici ottenuti dagli altri gruppi di ricerca. Entrambe le condizioni al contorno utilizzate all'inflow hanno prodotto risultati abbastanza validi, anche se, per quanto riguarda i profili relativi ad entrambe le componenti del vettore velocità, la condizione al contorno top-hat ha dato in generale risultati migliori rispetto a quelli relativi alla condizione al contorno sinusoidale. Tuttavia la condizione al contorno sinusoidale ha funzionato meglio nel computo degli stress di Reynolds, calcolati utilizzando l'ipotesi della turbulent-viscosity.

2.5 Simulazione numerica del getto sintetico isolato con cavità

Questa simulazione, realizzata mediante il solver Navier-Stokes 2D del codice SyntJet, ha preso spunto dalle simulazioni numeriche sul getto sintetico isolato effettuate da Utturkar et al.[11] e Rizzetta et al.[12]. Le figure (2.32a) e (2.32b) mostrano rispettivamente il dominio computazionale e la griglia computazionale utilizzati per la simulazione numerica.

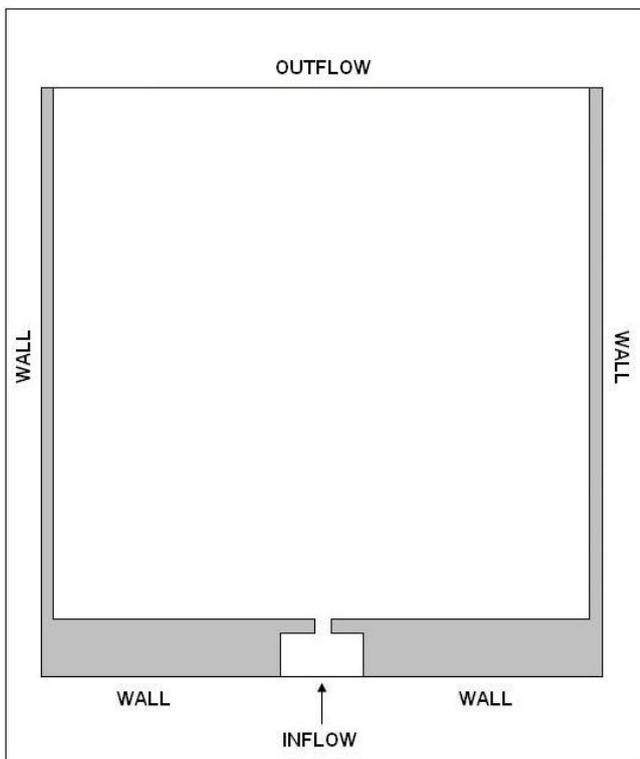


Fig. 2.32a. Dominio Computazionale

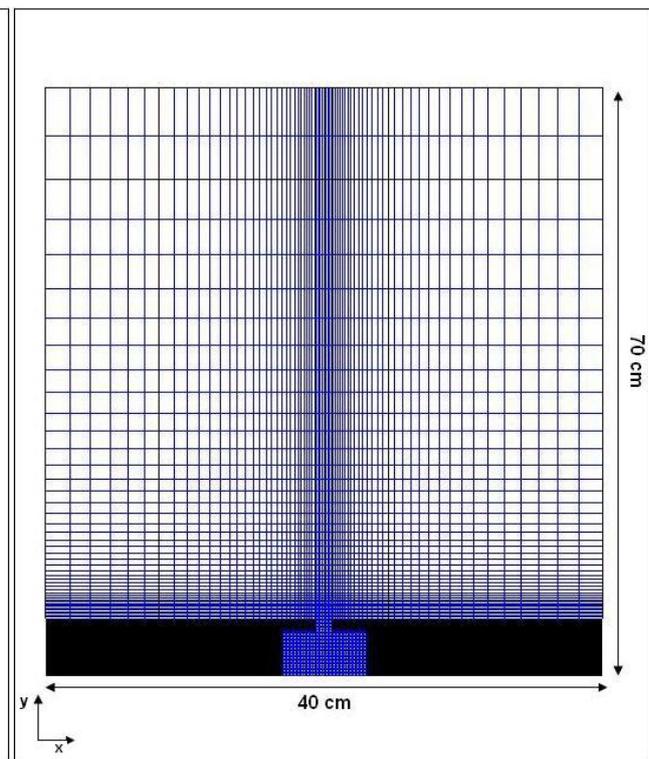


Fig. 2.32b. Griglia Computazionale (31500 celle)

“ V_{max} ” è pari a 125 cm/s e la frequenza di oscillazione “ f ” è pari a 100 Hz . La cavità misura 8cm x 1.6cm mentre l’ugello a sezione rettangolare misura 0.4cm x 0.4cm. La griglia computazionale è a passo costante sia all’interno della cavità sia all’interno dell’ugello. Il Δy ed il Δx sono uguali a 0.025 cm. Nella regione esterna la griglia è a passo variabile. Il Δx_{min} è

0.025 cm mentre il Δx_{\max} è 1.02 cm, il Δy_{\min} è 0.025 cm mentre il Δy_{\max} è 3.15 cm. Il time step Δt utilizzato è pari a $1 \cdot 10^{-5}$.

2.5.1 Condizioni iniziali e al contorno

La condizione iniziale assegnata impone che all'istante iniziale le componenti del vettore velocità all'interno del dominio computazionale siano nulle. In questo caso la condizione al contorno instazionaria è posta all'interno della cavità. Le oscillazioni della membrana piezoelettrica vengono simulate mediante una condizione al contorno instazionaria per la velocità posta sul fondo della cavità. Tale condizione prescrive all'inflow un profilo di velocità di tipo sinusoidale modulato nel tempo mediante una sinusoide:

$$V(x, t) = V_{\max} \sin\left(\pi \frac{x - x_S}{d}\right) \sin(2\pi f t) \text{ dove } x \text{ varia da } x_S, \text{ che è l'ascissa dello spigolo sinistro}$$

della cavità, a x_D che è l'ascissa dello spigolo destro. Le componenti del vettore velocità vengono poste uguali a zero sulla parete (no-slip e impermeabilità), mentre sulla frontiera di outflow la velocità viene assegnata in modo da verificare la continuità globale.

Il valore della pressione e delle correzioni della pressione su tutte le frontiere del dominio computazionale viene estrapolato linearmente dai valori interni.

2.5.2 Risultati

Le figure seguenti mostrano il modulo del vettore velocità e la vorticità relativi alle 4 fasi salienti del generico periodo di oscillazione in condizioni di moto pseudo-stazionario. La dicitura “far field” sta ad indicare il campo di moto lontano dalla sezione di uscita del getto mentre con “near field” si indica il campo di moto in prossimità della sezione di uscita del getto.

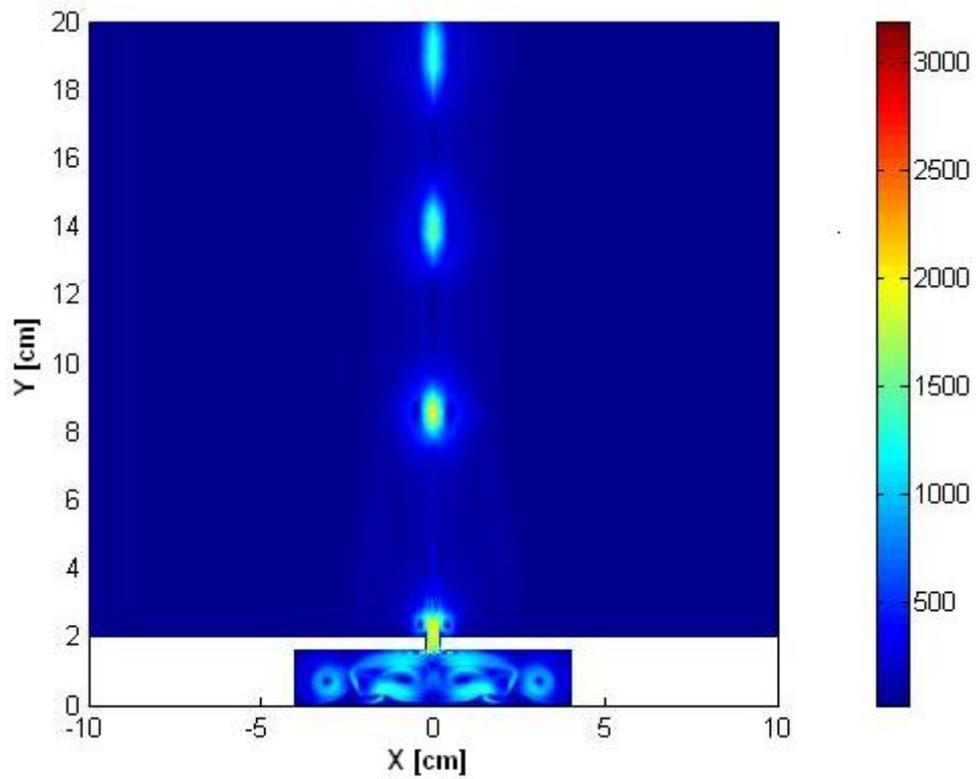


Fig. 2.33a. Modulo della velocità [cm/s] a $\pi/2$ (far field)

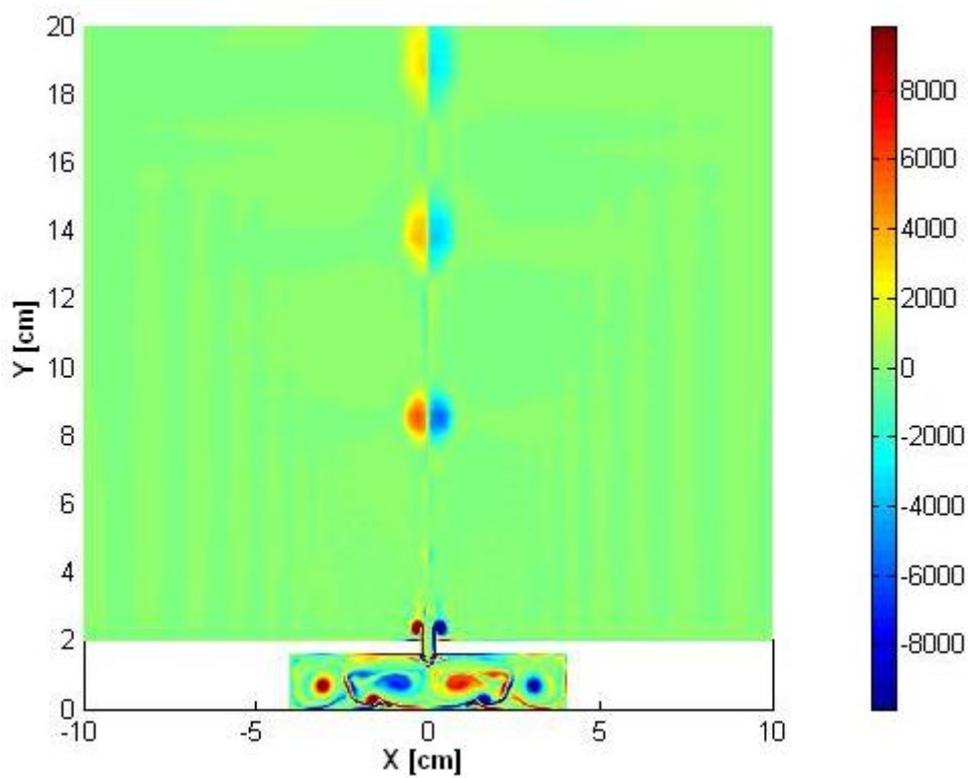


Fig. 2.33b. Vorticità [1/s] a $\pi/2$ (far field)

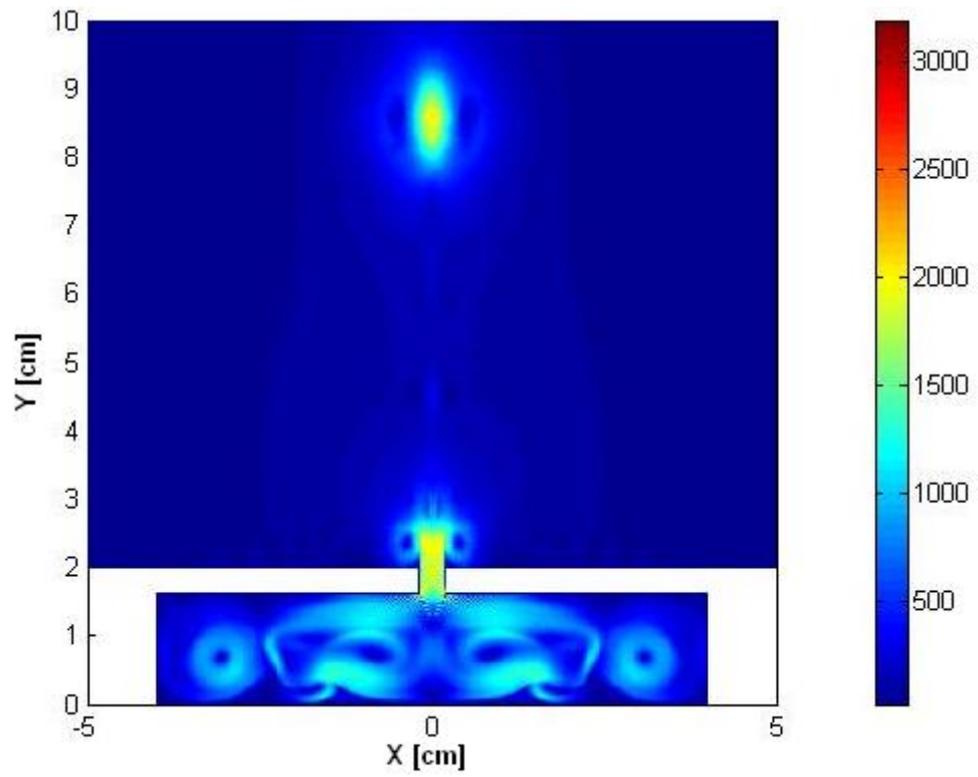


Fig. 2.34a. Modulo della velocità [cm/s] a $\pi/2$ (near field)

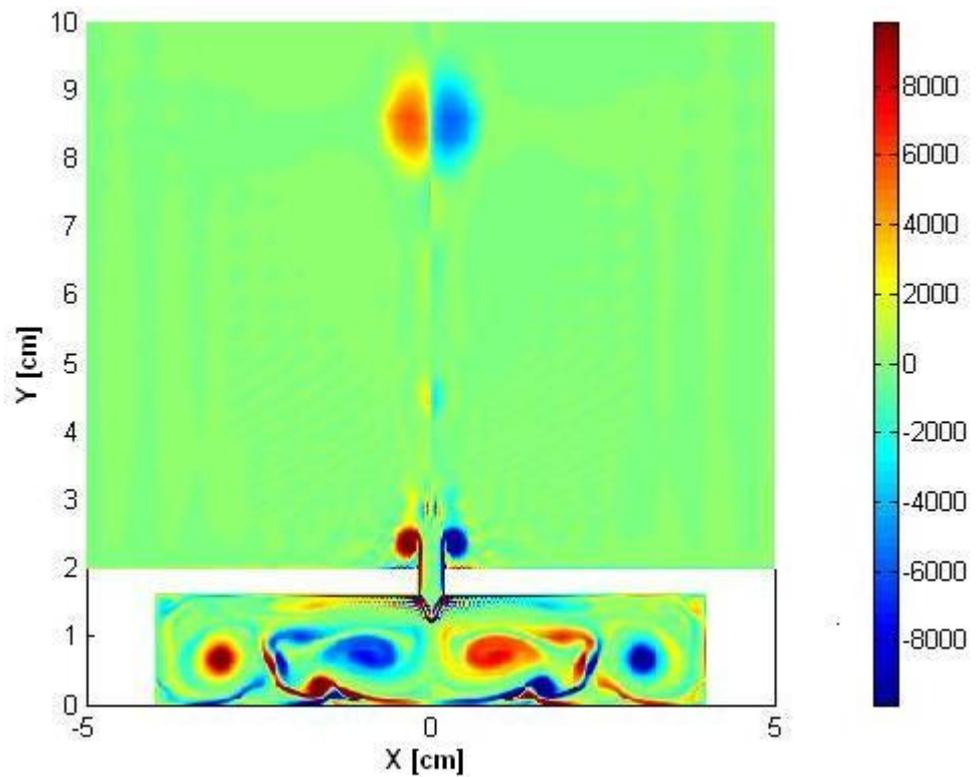


Fig. 2.34b. Vorticità [1/s] a $\pi/2$ (near field)

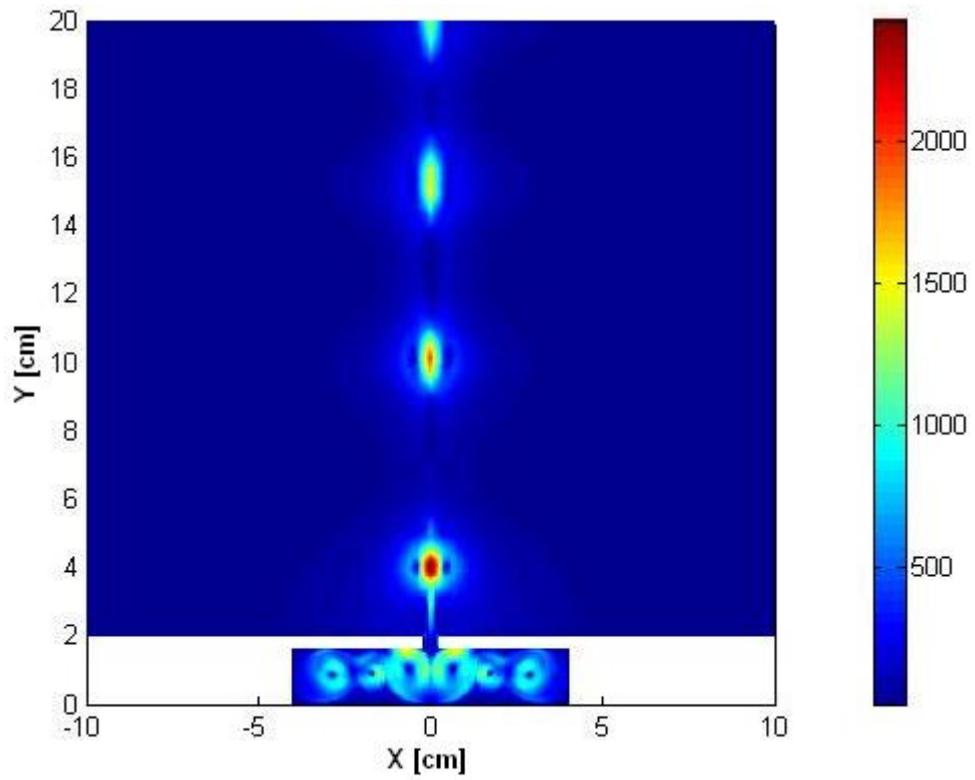


Fig. 2.35a. Modulo della velocità [cm/s] a π (far field)

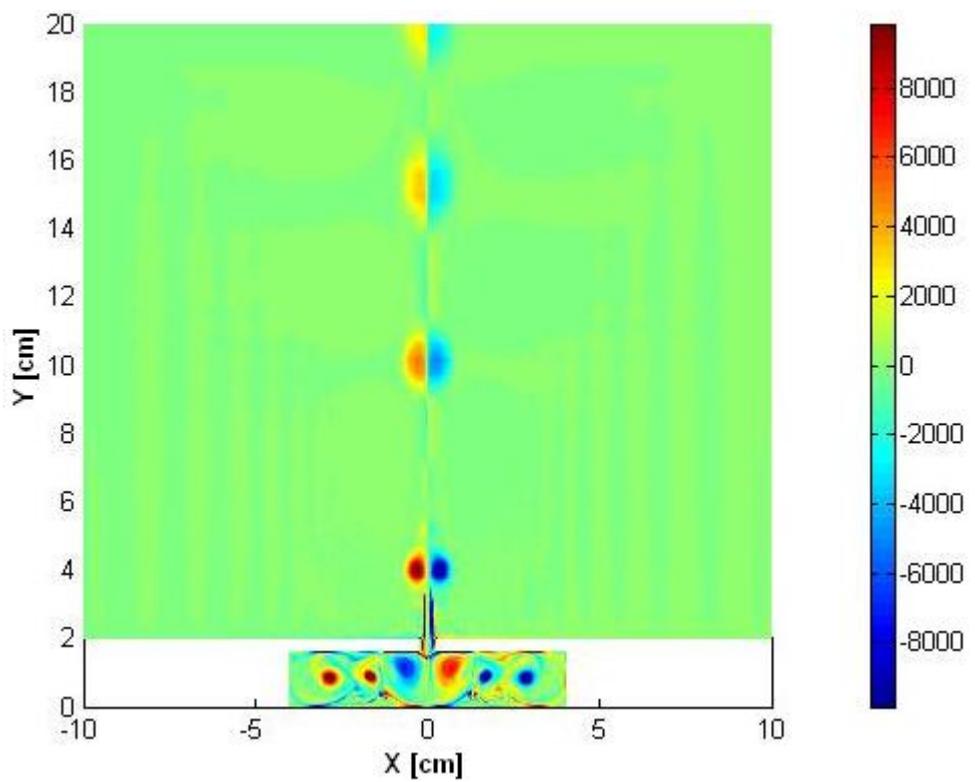


Fig. 2.35b. Vorticità [1/s] a π (far field)

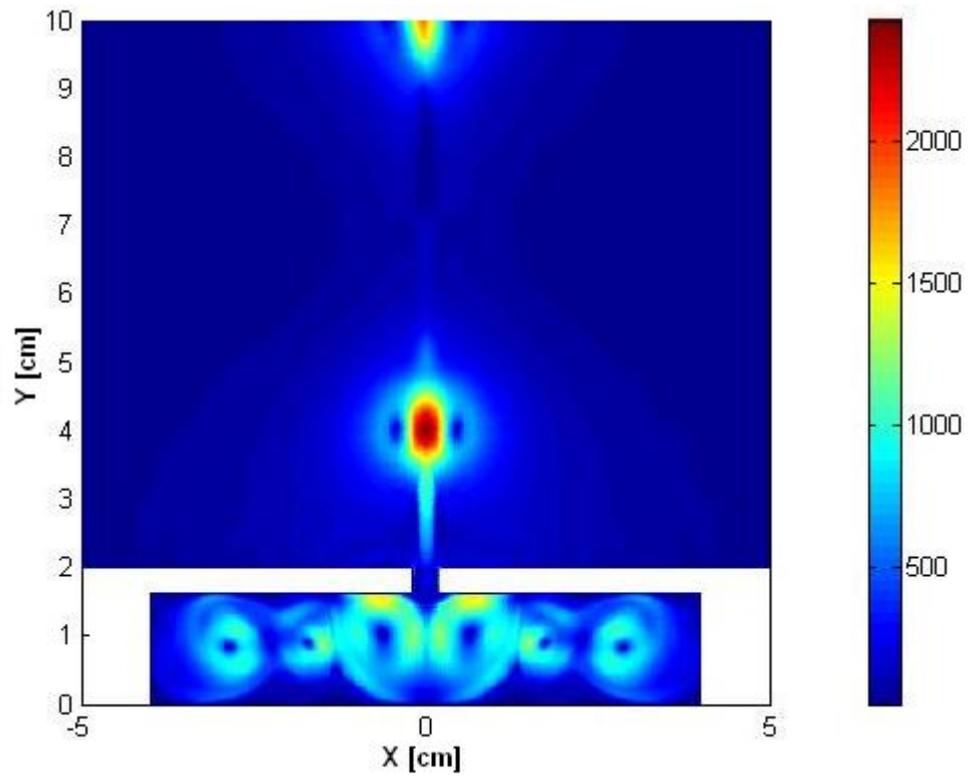


Fig. 2.36a. Modulo della velocità [cm/s] a π (near field)

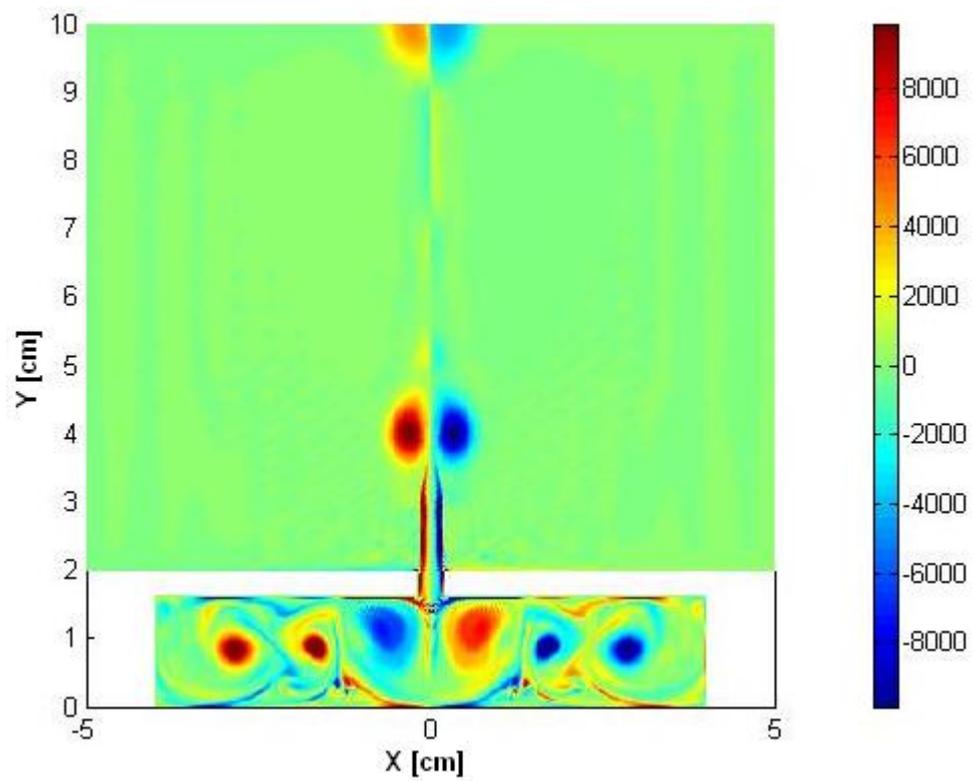


Fig. 2.36b. Vorticità [1/s] a π (near field)

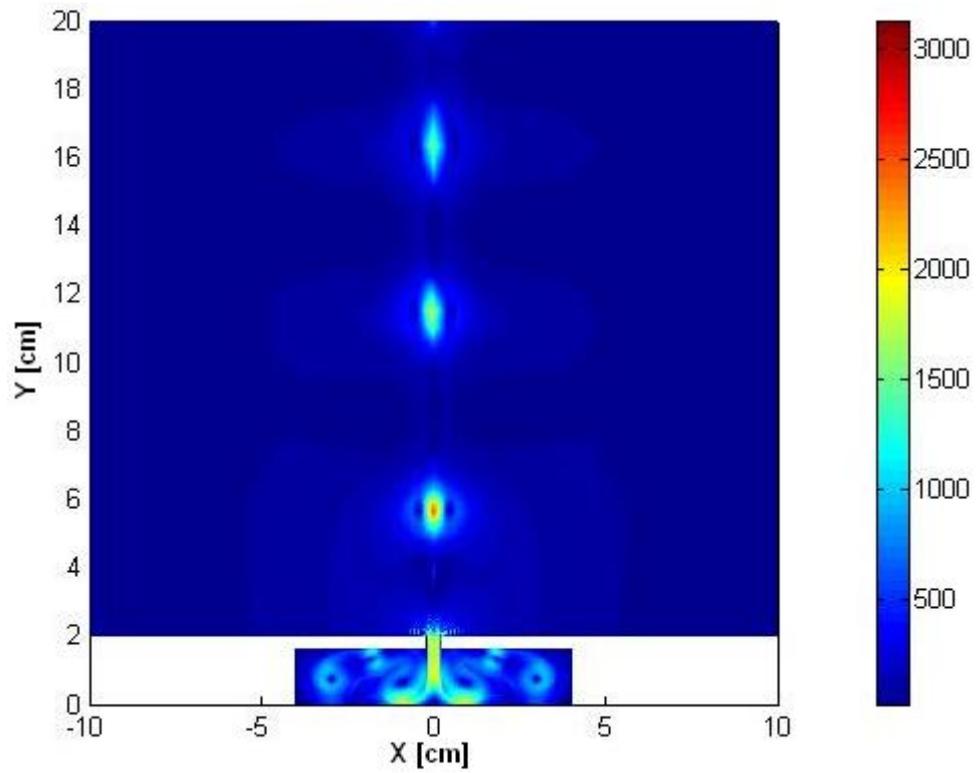


Fig. 2.37a. Modulo della velocità [cm/s] a $3\pi/2$ (far field)

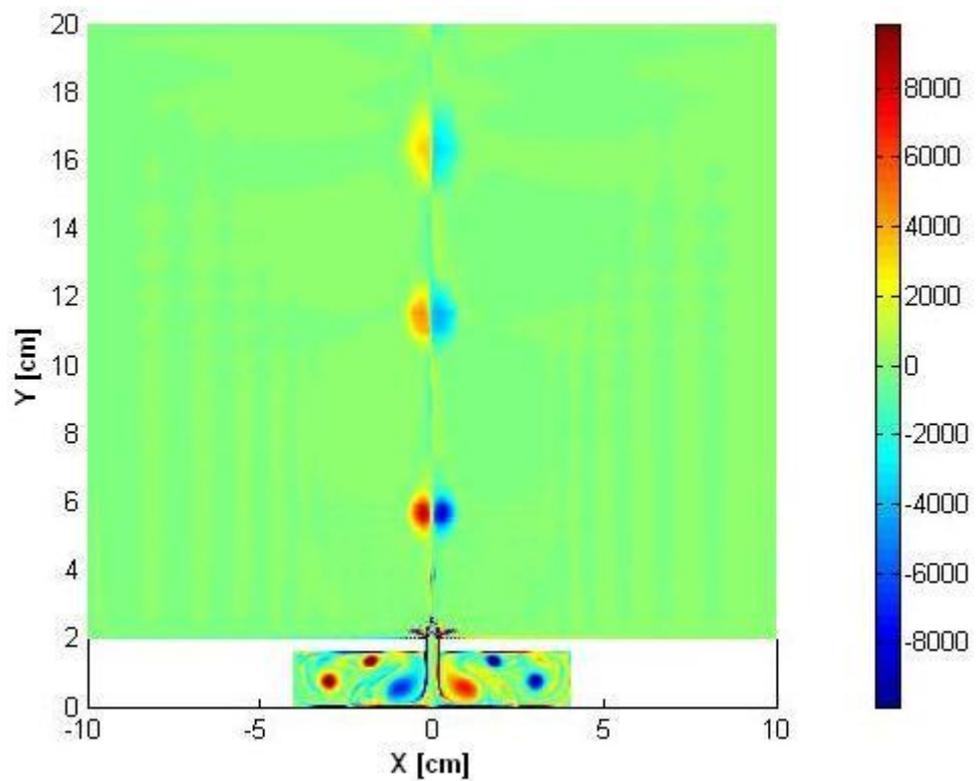


Fig. 2.37b. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$ (far field)

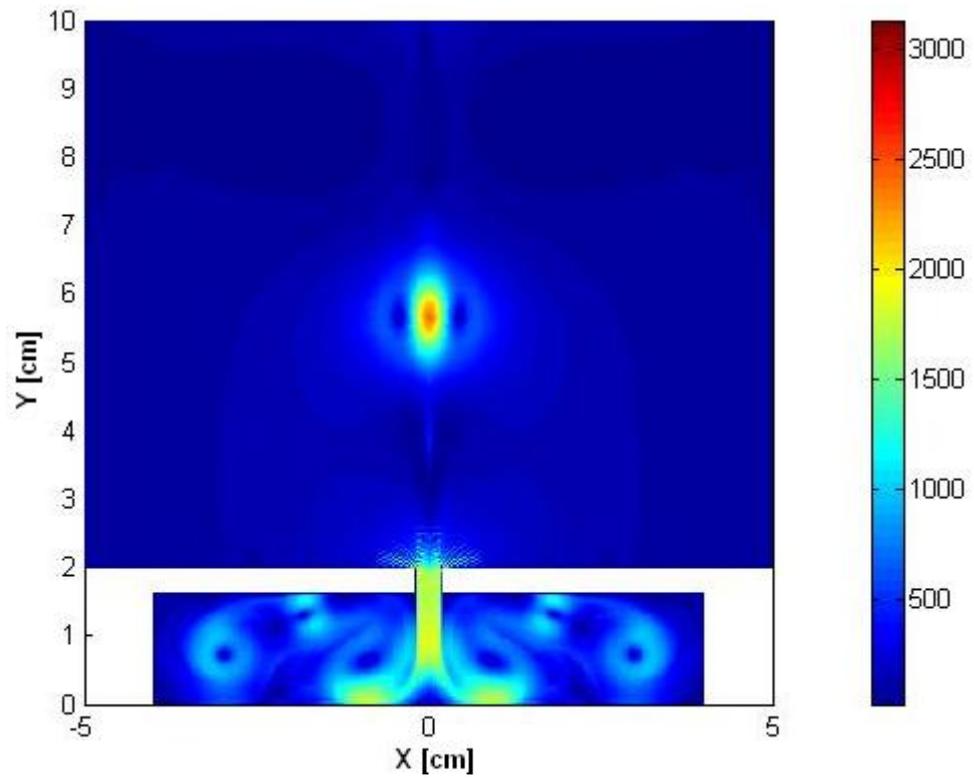


Fig. 2.38a. Modulo della velocità [cm/s] a $3\pi/2$ (near field)

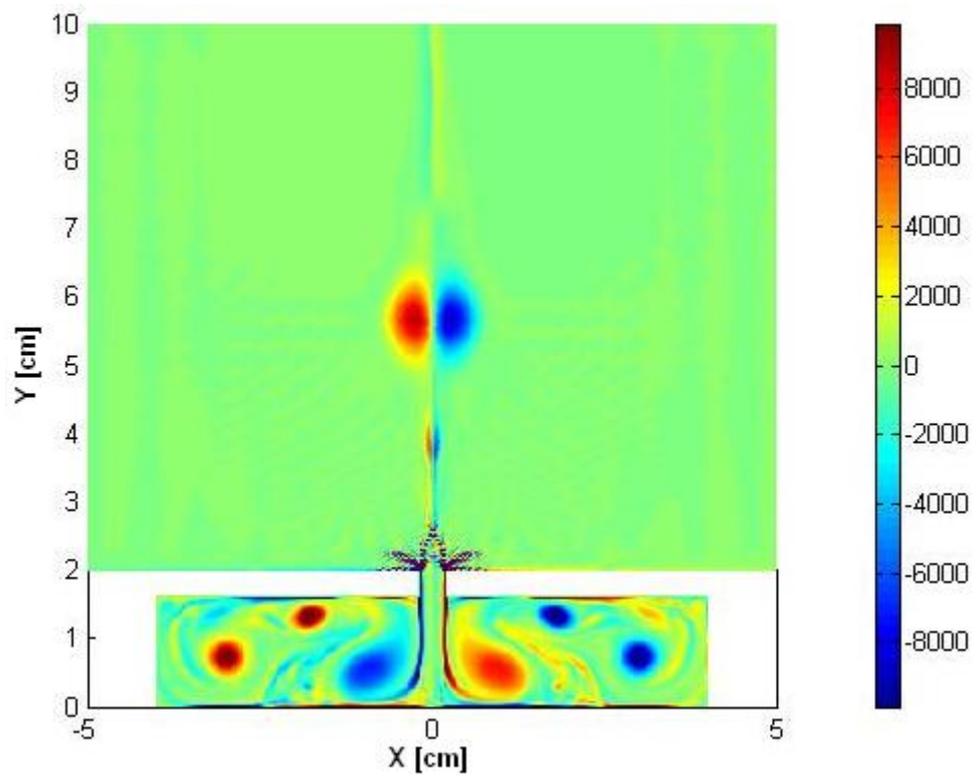


Fig. 2.38b. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$ (near field)

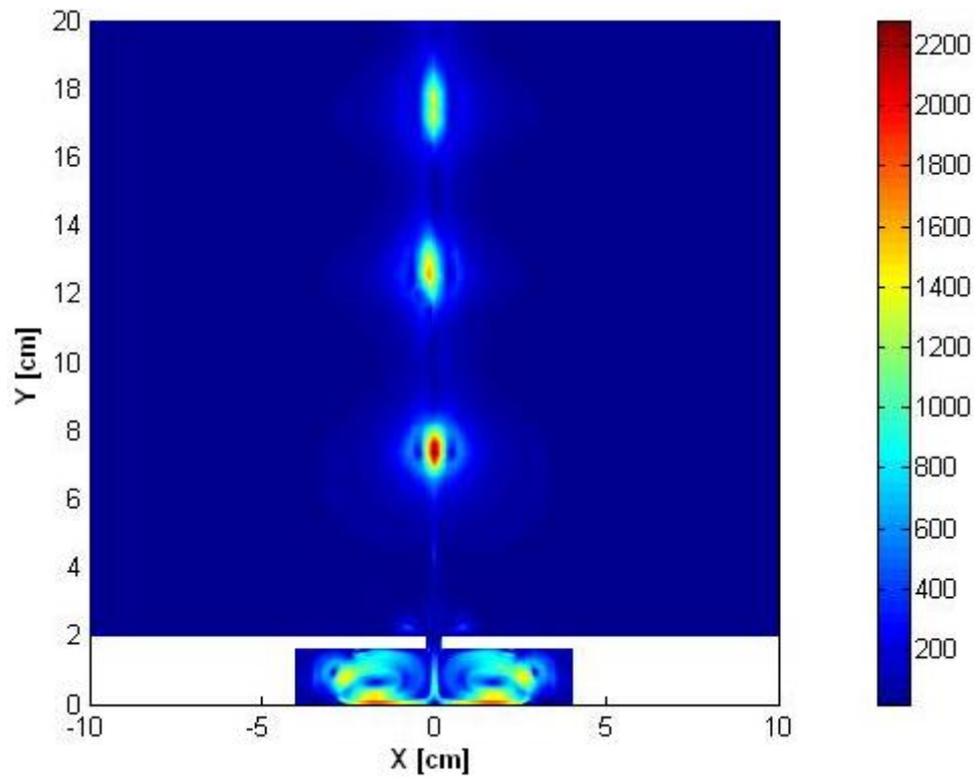


Fig. 2.39a. Modulo della velocità [cm/s] a 2π (far field)

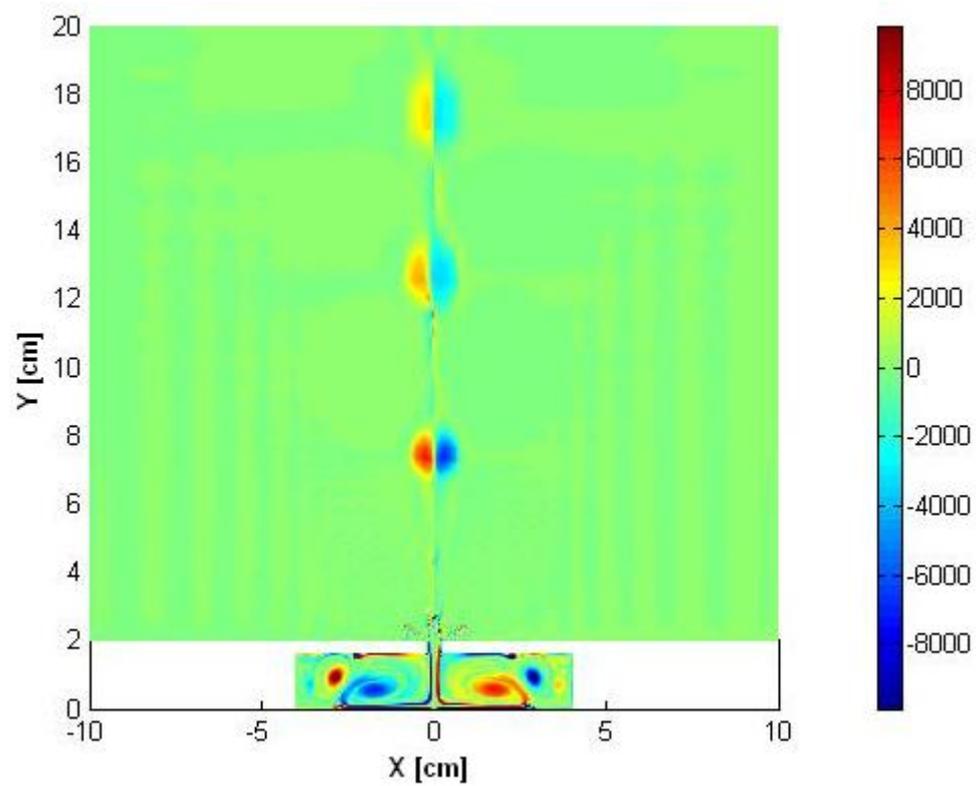


Fig. 2.39b. Vorticità [1/s] a 2π (far field)

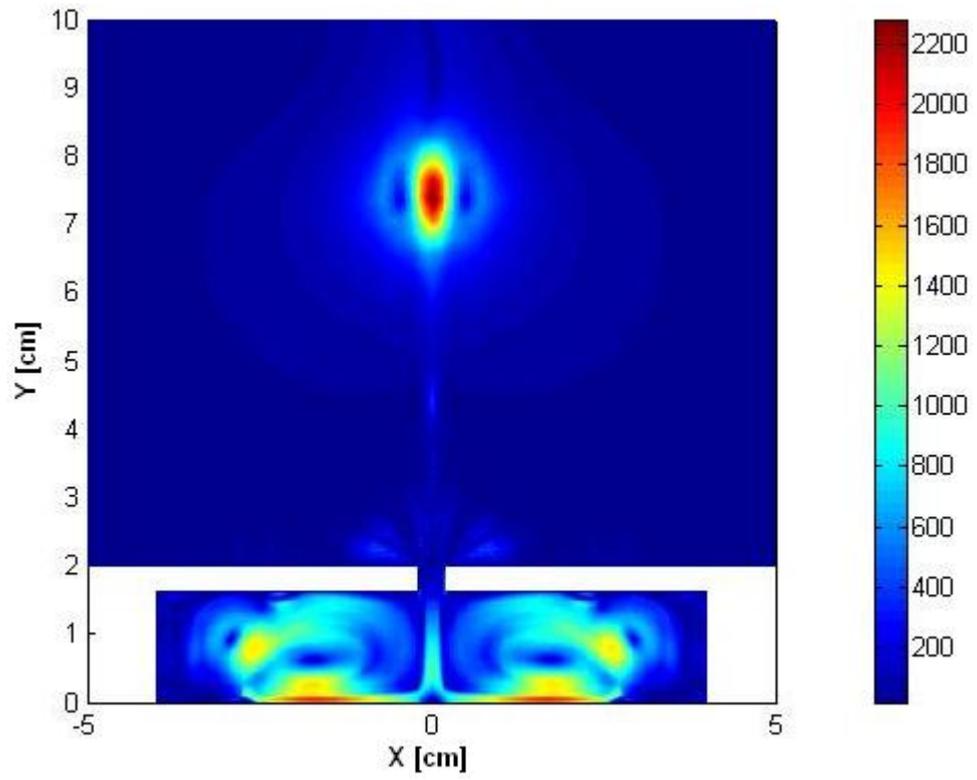


Fig. 2.40a. Modulo della velocità [cm/s] a 2π (near field)

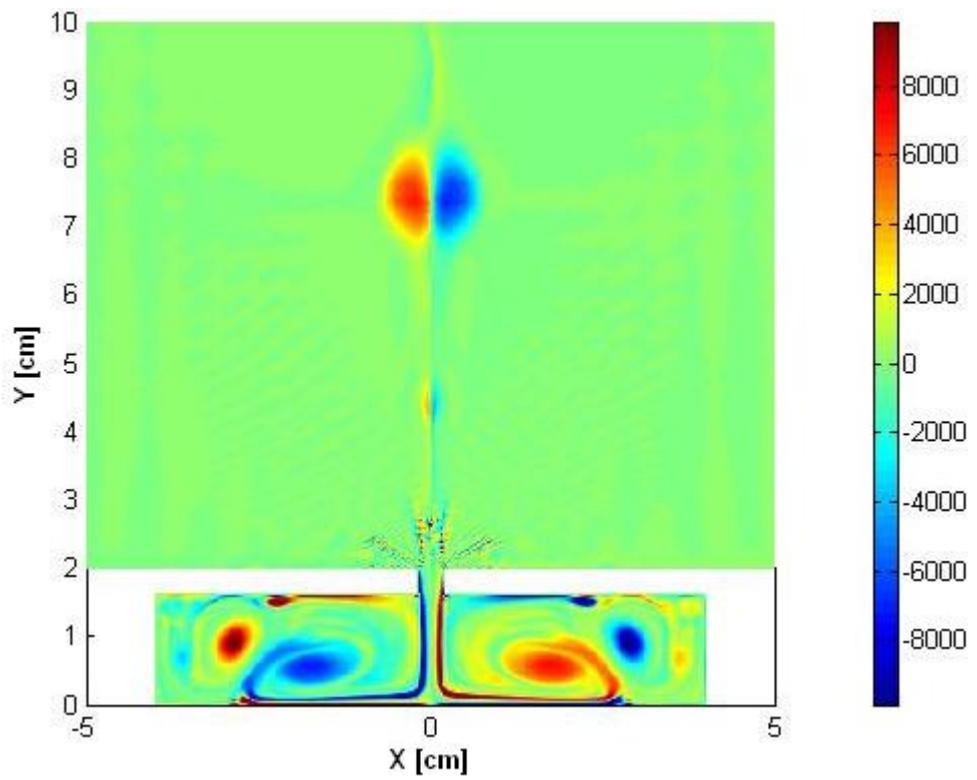


Fig. 2.40b. Vorticità [1/s] a 2π (near field)

Le figure (2.33) e (2.34), che si riferiscono alla fase di massima iniezione, mostrano la formazione laminare dei vortici controrotanti sul bordo di uscita del getto. All'interno della cavità si possono notare due vortici di segno opposto disposti ai lati estremi della cavità e due vortici controrotanti nella zona centrale di segno opposto rispetto alla coppia di vortici uscenti dalla cavità. Le figure (2.35) e (2.36) mostrano il campo di moto a metà periodo di oscillazione. I vortici controrotanti presenti nella zona esterna alla cavità si sono quasi del tutto separati dai bordi di uscita. All'interno della cavità sono ancora presenti i due vortici di segno opposto nella zona laterale e la coppia di vortici controrotanti nella zona centrale. Si nota anche la presenza di altri due vortici secondari tra le coppie di vortici suddette.

Le figure (2.37) e (2.38) mostrano il campo di moto nella fase di massima suzione. All'esterno della cavità i vortici controrotanti si sono completamente separati ed è chiaramente visibile il saddle point. Nella parte interna alla cavità i due vortici ai lati estremi e la coppia di vortici controrotanti al centro della cavità hanno inglobato in sé il fluido che proviene dall'esterno della cavità.

Le figure (2.39) e (2.40) mostrano il campo di moto alla fine del periodo di oscillazione. Nella zona esterna i vortici controrotanti proseguono il loro cammino a valle sotto la spinta della loro velocità autoindotta. All'interno continuano a mantenere la loro coerenza i vortici laterali e la coppia di vortici controrotanti nella zona centrale.

La figura (2.41) mostra l'andamento della componente streamwise del vettore velocità lungo la sezione di uscita dell'ugello nelle fasi di massima e minima iniezione e suzione. Con riferimento a quest'ultima figura, è evidente che tra le condizioni al contorno di inflow utilizzate nelle simulazioni precedenti quella che più si avvicina ai profili di figura (2.41) è quella che vede l'impiego di un profilo top-hat. Tale fatto, che è coerente con i risultati ottenuti dalla simulazione numerica relativa al caso analizzato nel paragrafo 2.4, trova un buon riscontro nei risultati numerici di Utturkar e Rizzetta.

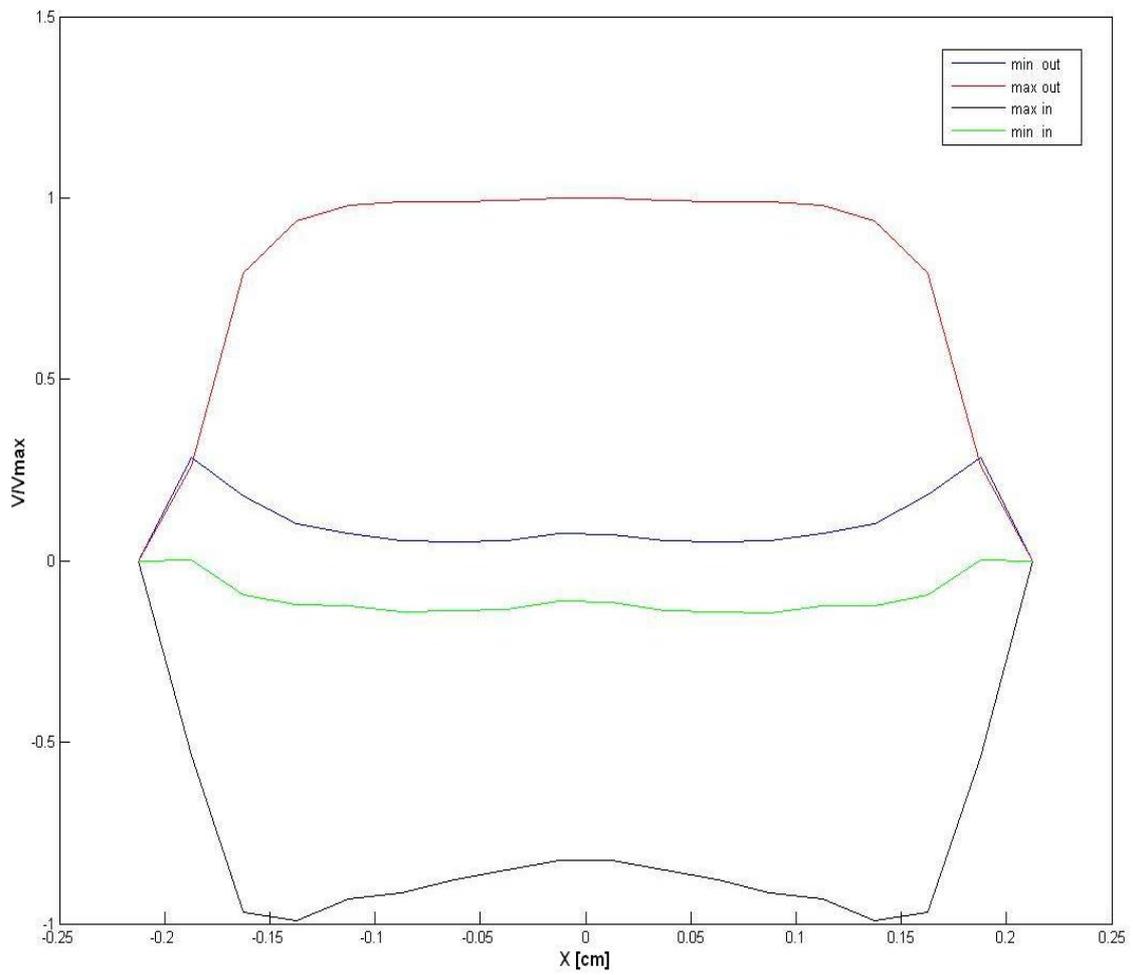


Fig. 2.41. Velocità streamwise lungo la sezione di uscita del getto

2.6 Simulazione numerica del getto sintetico icolato con attuatore a pistone mediante l'impiego del metodo “*Immersed Boundary*”

Si è considerato in questo caso un attuatore di getto sintetico a pistone con ugello convergente-divergente. Il pistone ha una corsa di 0.5 cm ed una frequenza di oscillazione di 10 Hz. La simulazione numerica è stata effettuata con il solver Navier-Stokes 2D utilizzando una griglia cartesiana non conforme alla geometria dell'ugello e del pistone mobile. L'effetto di questi ultimi sul campo di moto è stato simulato utilizzando il metodo “immersed boundary” secondo l'approccio descritto da Kalitzin et al.[13].

2.6.1 Risultati

Le figure (2.42), (2.43), (2.44) e (2.45) riportano rispettivamente le mappe colorimetriche del modulo del vettore velocità relative rispettivamente alle 4 fasi salienti del periodo di oscillazione. Il comportamento del campo di moto rispecchia quanto detto finora in merito ai casi precedentemente analizzati. Infatti, anche in questo caso è evidente la presenza dei vortici controrotanti in prossimità del bordo di uscita del getto ed all'interno nella cavità. In questo caso il rapporto tra la larghezza e l'altezza della cavità è prossimo ad uno. Di conseguenza all'interno della cavità si forma soltanto la coppia di vortici centrale.

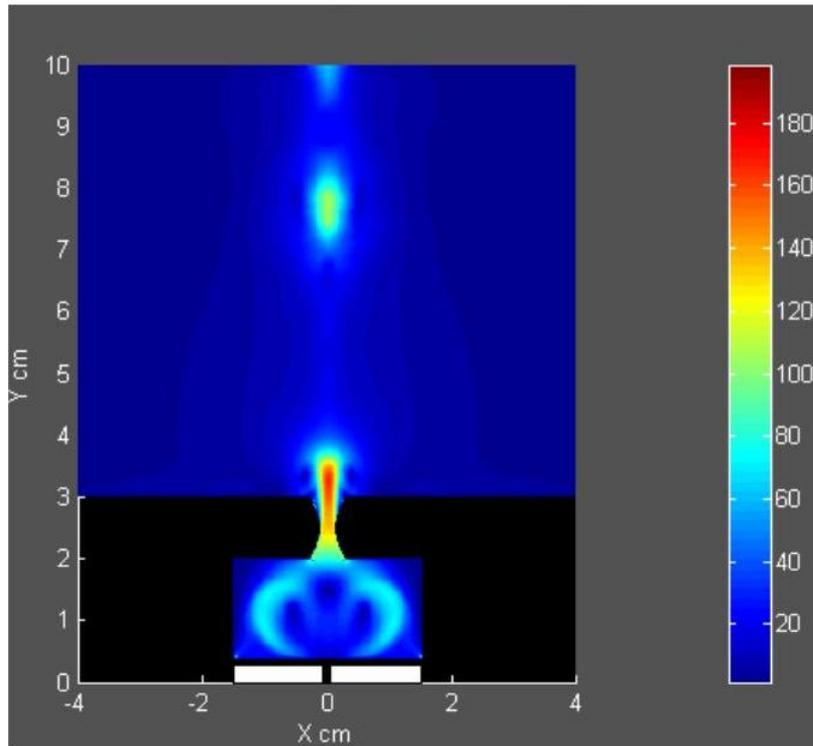


Fig. 2.42. Modulo della velocità a $\pi/2$

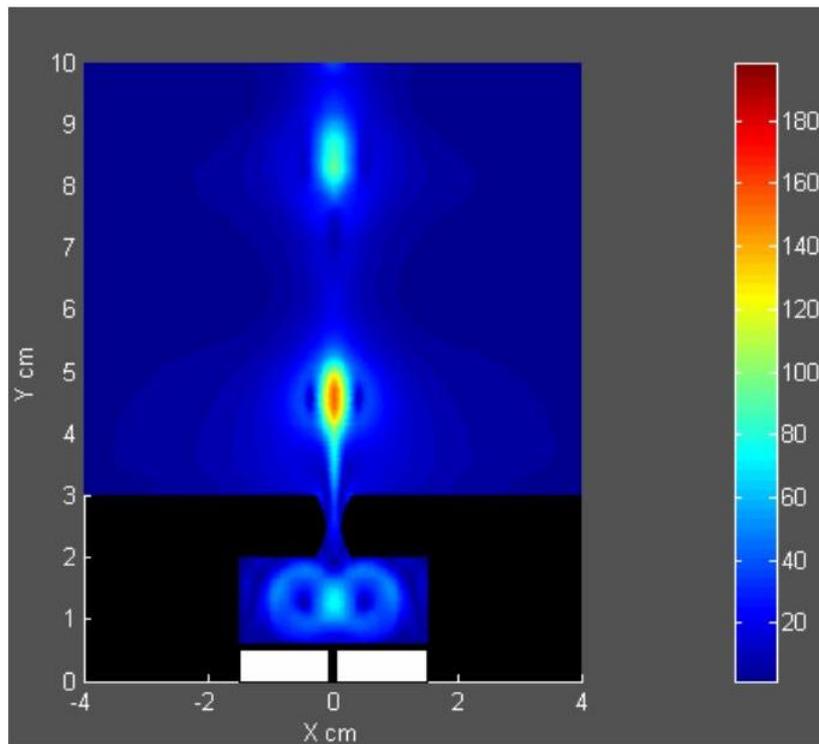


Fig. 2.43. Modulo della velocità a π

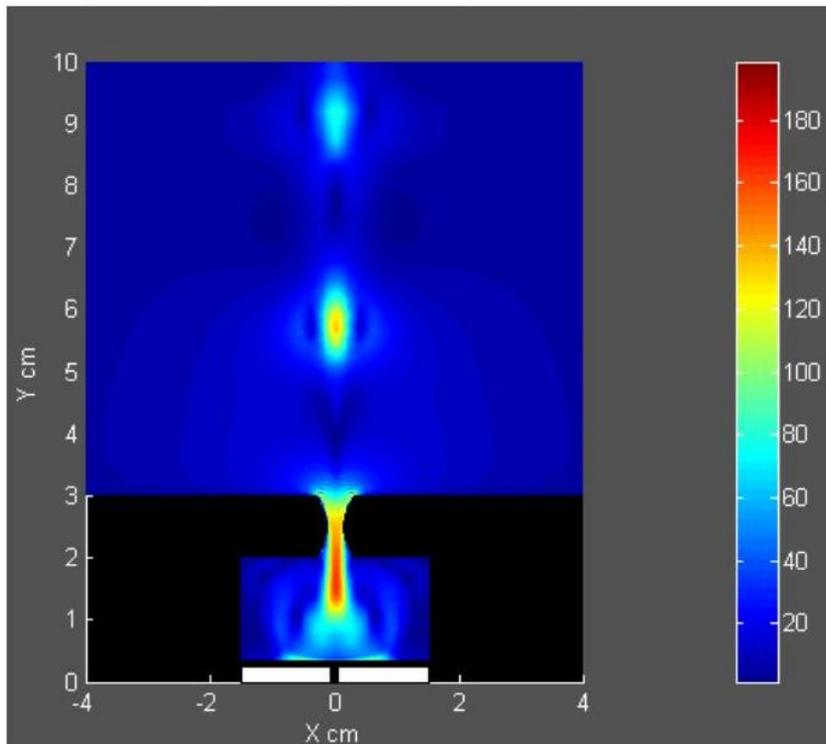


Fig. 2.44. Modulo della velocità a $3\pi/2$

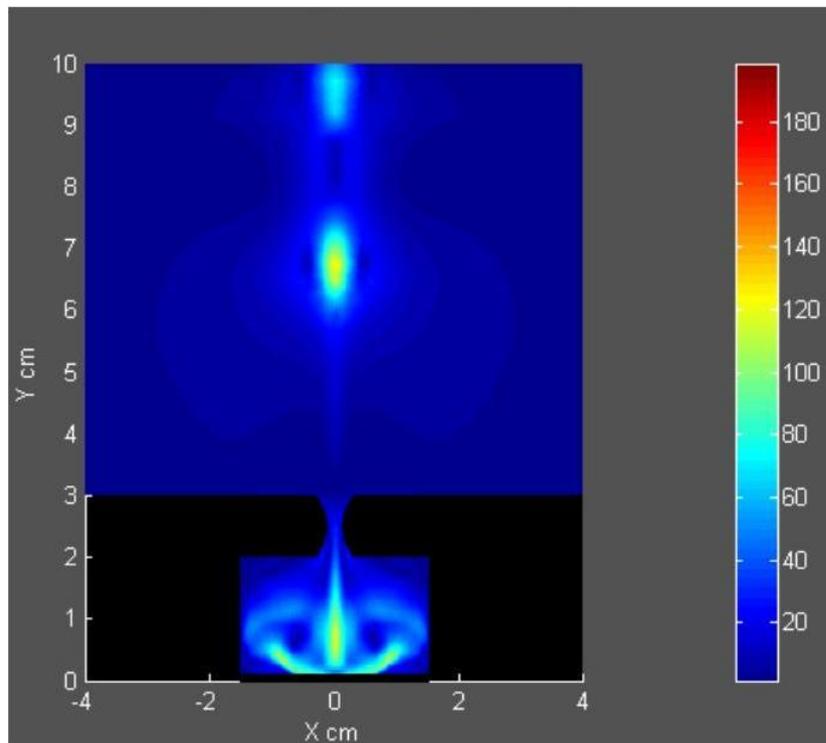


Fig. 2.45. Modulo della velocità a 2π

CAPITOLO III

“Simulazione numerica del getto sintetico in crossflow”

3.1 Introduzione

In questo capitolo saranno mostrati i risultati ottenuti dalla simulazione numerica dell'interazione di un getto sintetico con una corrente di crossflow su lastra piana a zero angolo d'attacco realizzata mediante il solver Navier-Stokes 2D. Lo scopo di questa simulazione è mettere in evidenza le caratteristiche peculiari del campo di moto prodotto dall'interazione del getto sintetico con un crossflow mediante una analisi sia quantitativa sia qualitativa del campo di velocità e del campo di vorticità.

3.2 Simulazione numerica

Le figure (3.1a) e (3.1b) mostrano rispettivamente il dominio computazionale e la griglia computazionale utilizzati per la simulazione numerica.

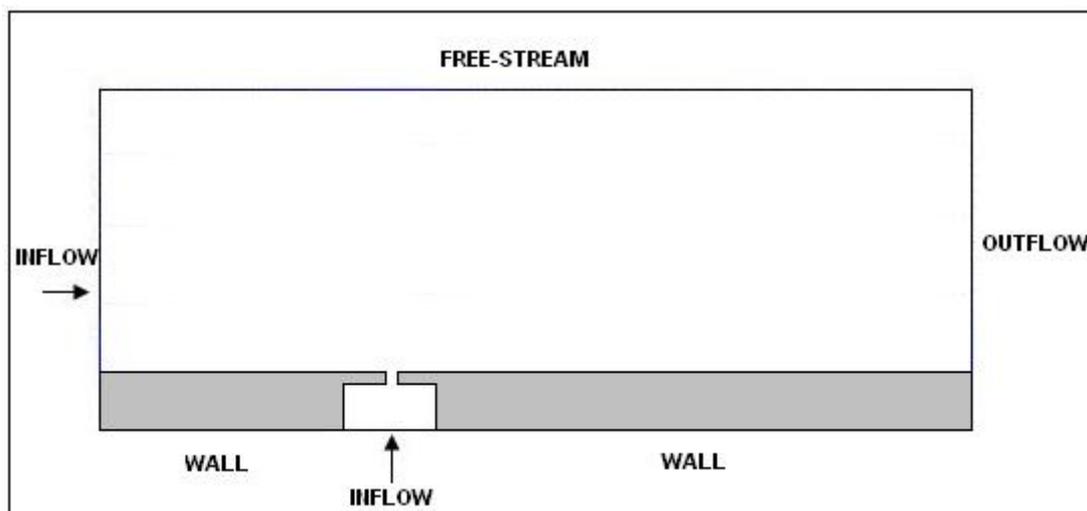


Fig. 3.1a. Dominio Computazionale

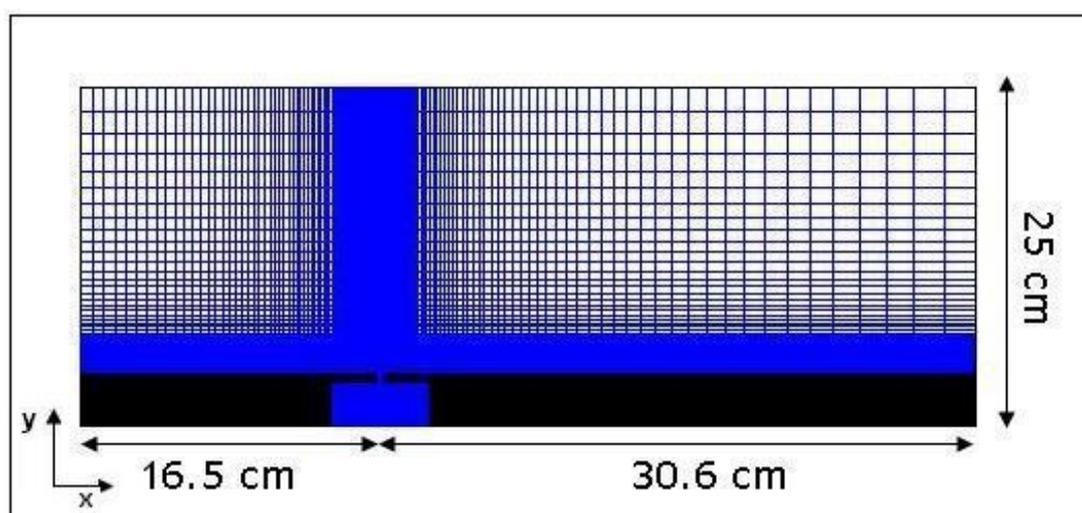


Fig. 3.1b. Griglia Computazionale (31200 celle)

La velocità di free-stream relativa al crossflow " U_{∞} " è 1500 cm/s. Il massimo valore della velocità all'inflow posto sul fondo della cavità " V_{\max} " è 125 cm/s mentre la frequenza di

oscillazione della membrana “ f ” è 100 Hz. La cavità misura 8cm x 1.6cm mentre l’ugello a sezione rettangolare misura 0.4cm x 0.4cm. La griglia computazionale è a passo costante sia all’interno della cavità sia all’interno dell’ugello. Il Δy ed il Δx sono uguali a 0.025 cm. Nella regione esterna la griglia è a passo variabile. Il Δx_{\min} è 0.025 cm mentre il Δx_{\max} è 2.67 cm, il Δy_{\min} è 0.025 cm mentre il Δy_{\max} è 1.4 cm. Il time step Δt utilizzato è pari a $1 \cdot 10^{-5}$.

3.2.1 Condizioni iniziali e al contorno

All’istante iniziale le componenti del vettore velocità sono poste uguali a zero all’interno della cavità mentre all’esterno della cavità viene imposta una velocità uniforme pari a quella di free-stream. La condizione al contorno assegnata all’ingresso del crossflow prescrive un profilo di velocità uniforme di valore pari alla velocità di free-stream. Le oscillazioni della membrana piezoelettrica sono simulate mediante una condizione al contorno instazionaria per la velocità posta sul fondo della cavità. Tale condizione prescrive un profilo di velocità di tipo sinusoidale modulato nel tempo mediante una sinusoide: $V(x, t) = V_{\max} \sin\left(\pi \frac{x - x_S}{d}\right) \sin(2\pi f t)$ dove x varia da x_S , che è l’ascissa dello spigolo sinistro della cavità, a x_D che è l’ascissa dello spigolo destro. Le componenti del vettore velocità vengono poste uguali a zero sulla parete (no-slip e impermeabilità). La frontiera a nord viene trattata come linea di corrente mentre sulla frontiera di outflow la velocità viene assegnata in modo da verificare la continuità globale.

Il valore della pressione e delle correzioni della pressione su tutte le frontiere del dominio computazionale viene estrapolato linearmente dai valori interni.

3.2.2 Risultati

Le figure (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5), che riportano rispettivamente le mappe del campo di velocità e di vorticità relative alle 4 fasi del periodo di oscillazione, evidenziano chiaramente la asimmetria del campo di moto all'interno della cavità dovuta al crossflow esterno. Tale risultato, che è in accordo con i risultati di Utturkar et al. [11], mostra chiaramente l'influenza del crossflow sul campo di moto che si sviluppa all'interno della cavità e dimostra l'impossibilità di poter simulare un getto sintetico in crossflow mediante una condizione al contorno posta sul bordo di uscita del getto, come fatto per il caso isolato. Nella cavità si produce, analogamente a quanto accade nel caso isolato, un campo vorticoso caratterizzato dalla presenza di vortici controrotanti che interagiscono (evolvono nel periodo di oscillazione) in maniera asimmetrica.

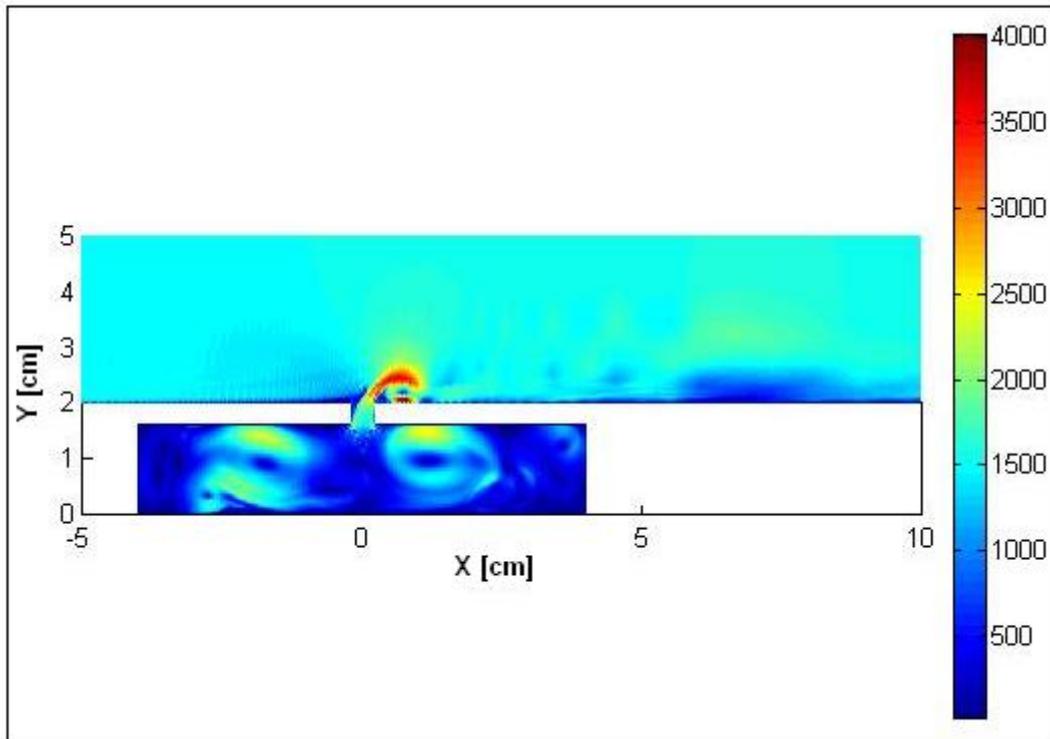


Fig. 3.2a. Modulo della velocità [cm/s] a $\pi/2$

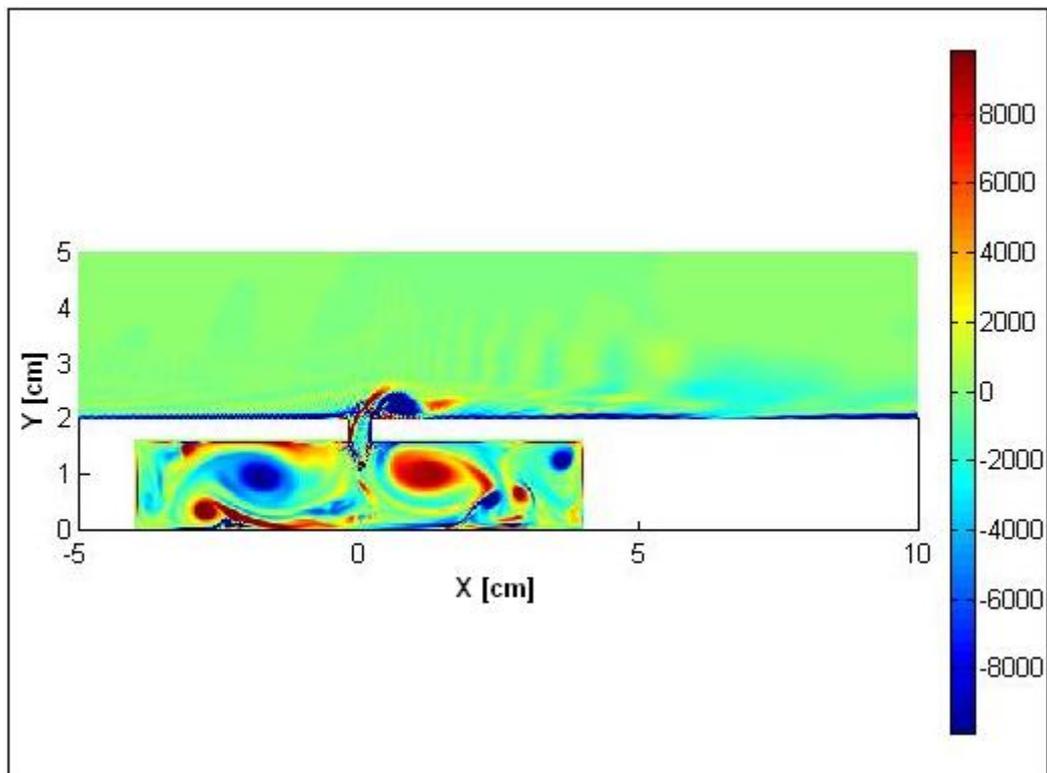


Fig. 3.2b. Vorticità [1/s] a $\pi/2$

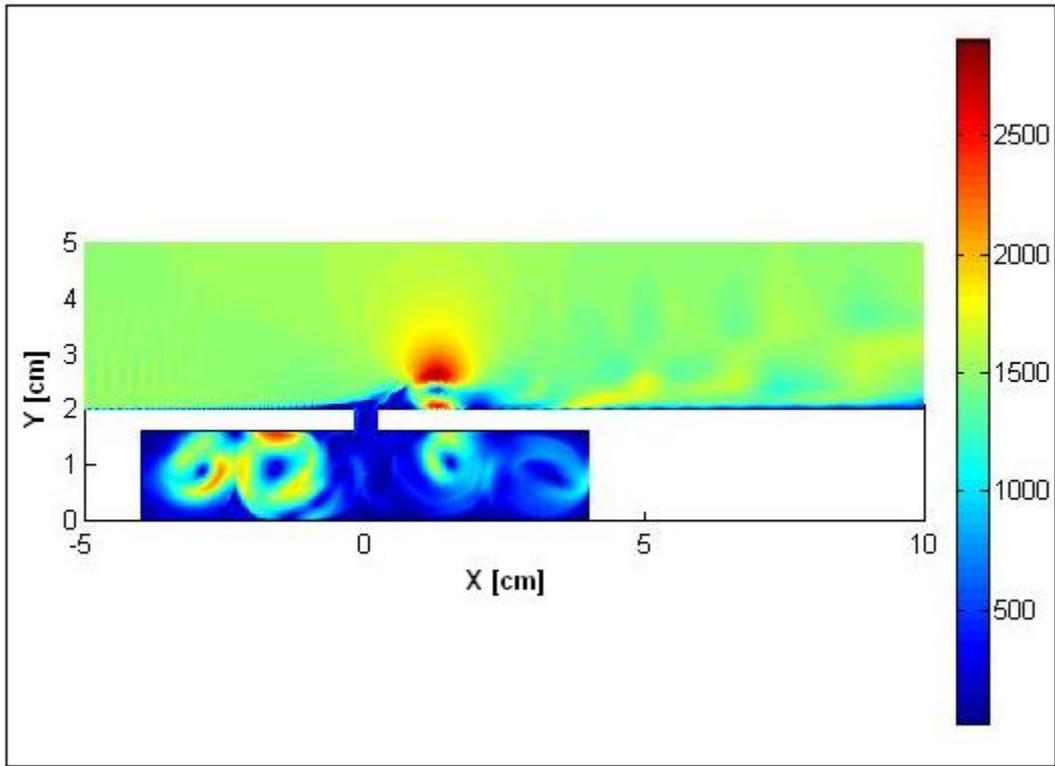


Fig. 3.3a. Modulo della velocità [cm/s] a π

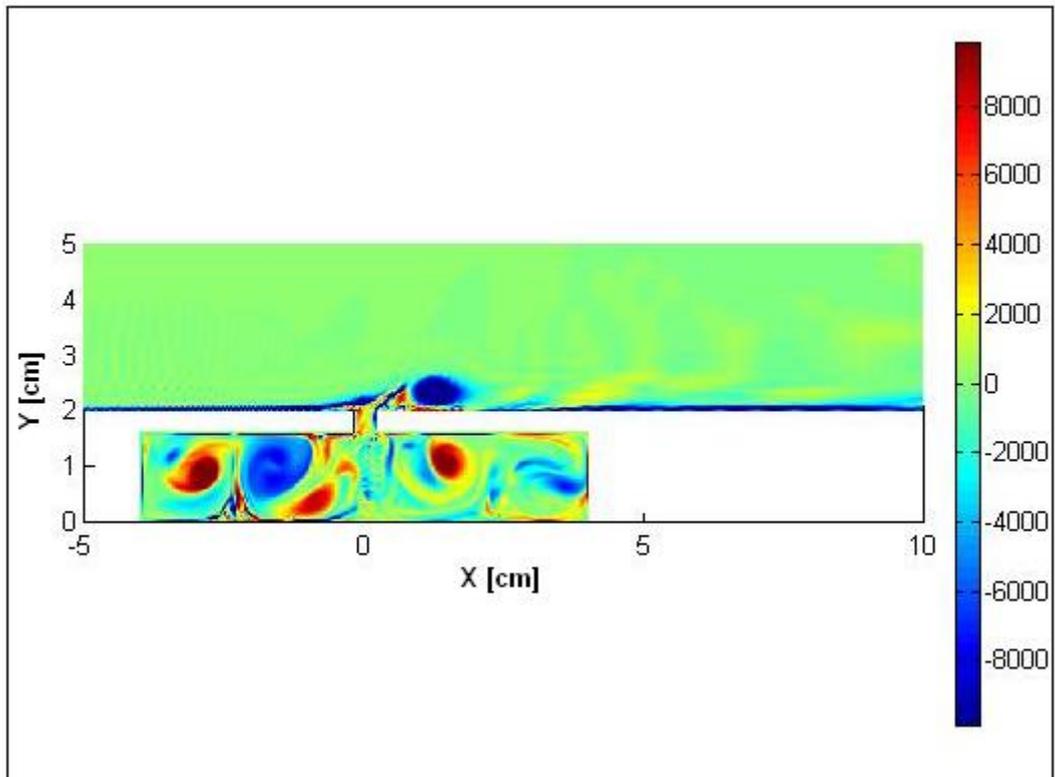


Fig. 3.3b. Vorticità [1/s] a π

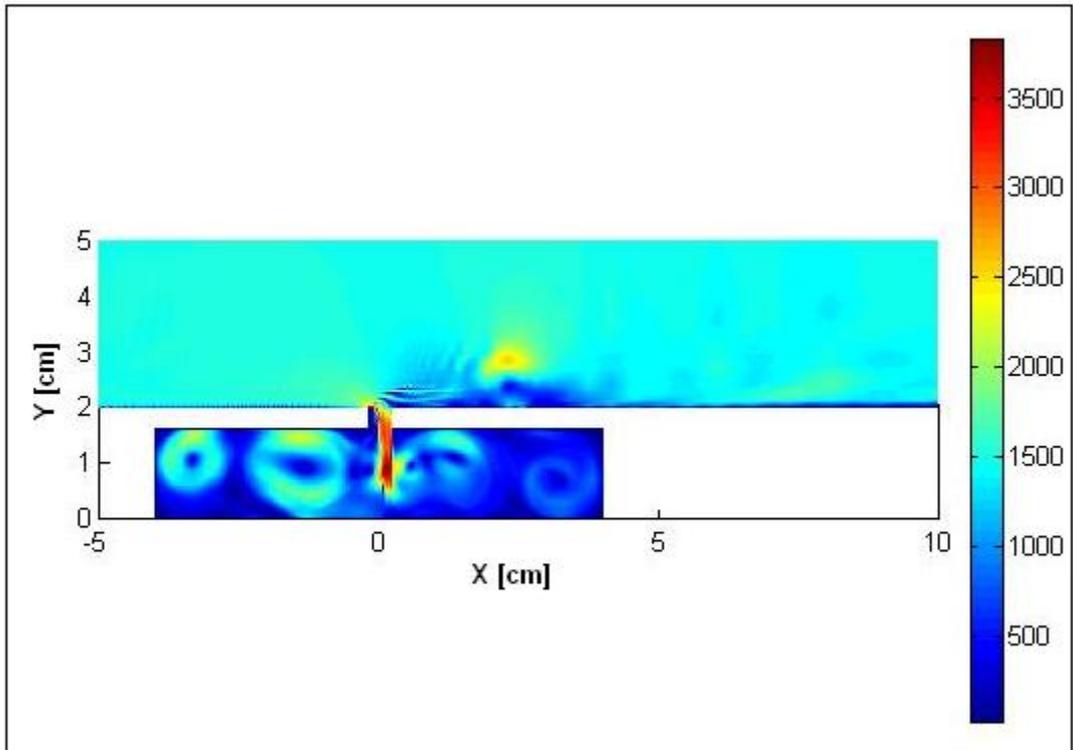


Fig. 3.4a. Modulo della velocità [cm/s] a $3\pi/2$

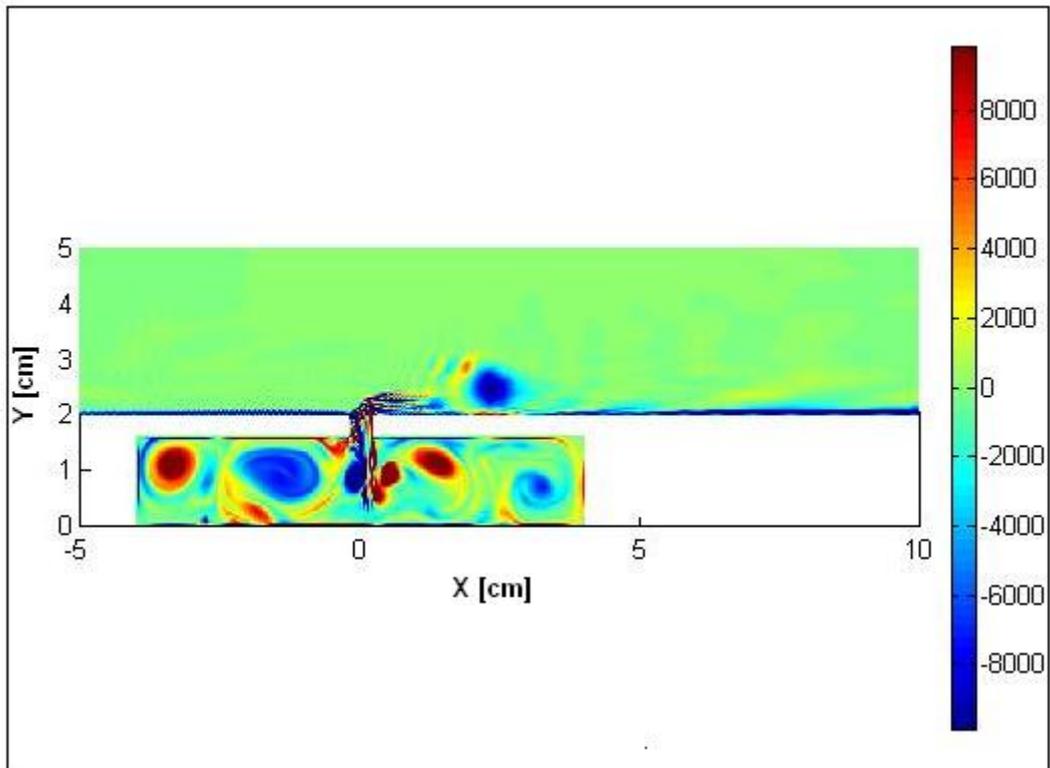


Fig. 3.4b. Vorticità [1/s] a $3\pi/2$

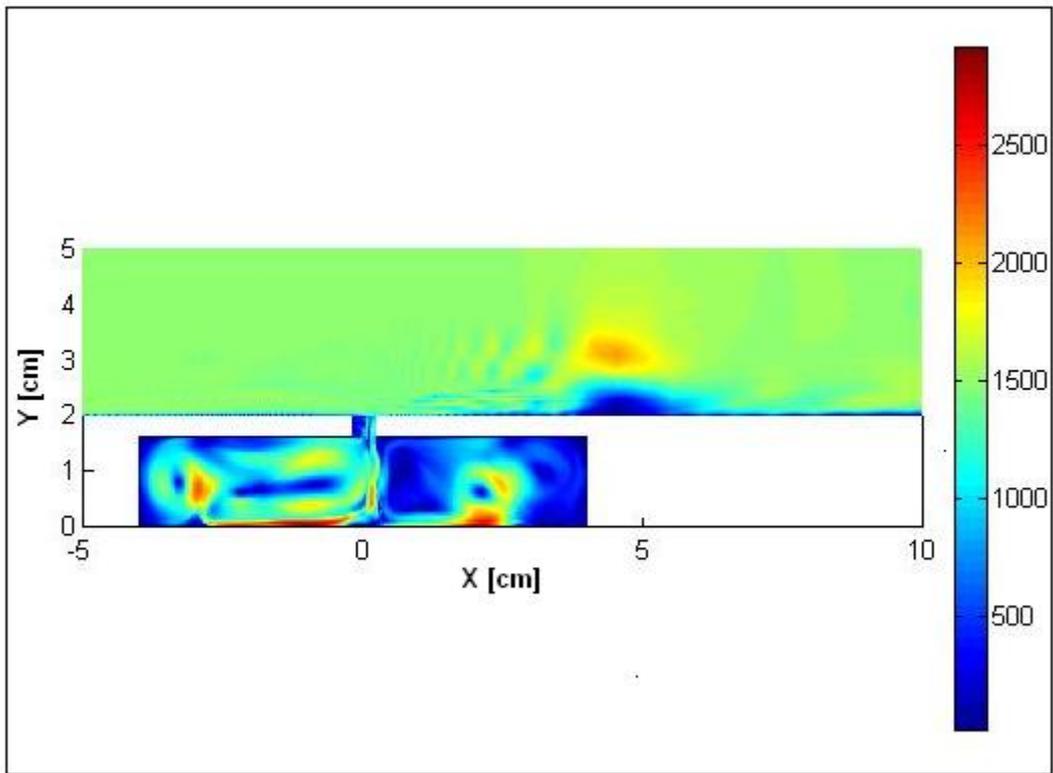


Fig. 3.5a. Modulo della velocità [cm/s] a 2π

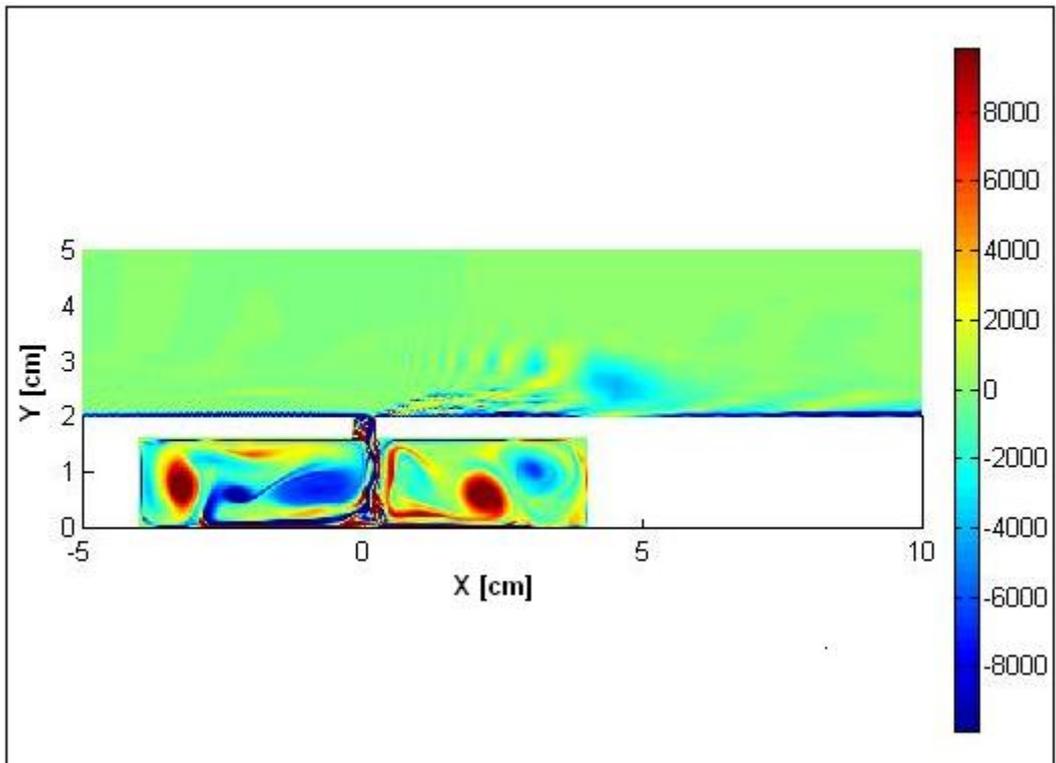


Fig. 3.5b. Vorticità [1/s] a 2π

Le figure (3.6) e (3.7), che riportano le mappe del campo di velocità e le linee di corrente rispettivamente nella fase di massima iniezione e a metà periodo di oscillazione, mostrano chiaramente che la presenza del getto pulsante nella corrente di strato limite produce un effetto di *virtual shaping*, come menzionato in letteratura. Tale effetto si concretizza in un incurvamento *virtuale* locale della lastra, determinando quindi, a valle di tale ingobbamento, una separazione laminare a bolla che si riproduce ciclicamente ad ogni successiva oscillazione della membrana. Con riferimento al lavoro di Utturkar, le presenti simulazioni sono in buon accordo con le analoghe simulazioni (laminari) in quanto risulta che la bolla di ricircolo, che resta attaccata al bordo di uscita nella fase di iniezione, è di estensione nettamente maggiore dell'ampiezza della sezione di uscita del getto.

Le figura (3.8) e (3.9), che riportano le mappe del campo di velocità e le linee di corrente rispettivamente nella fase di massima suzione ed alla fine del periodo di oscillazione, mostrano che la bolla di ricircolo, formatasi durante la fase di iniezione, si separa dal bordo di uscita e prosegue nella direzione crosswise fino a dissolversi si dissolve nella direzione crosswise.

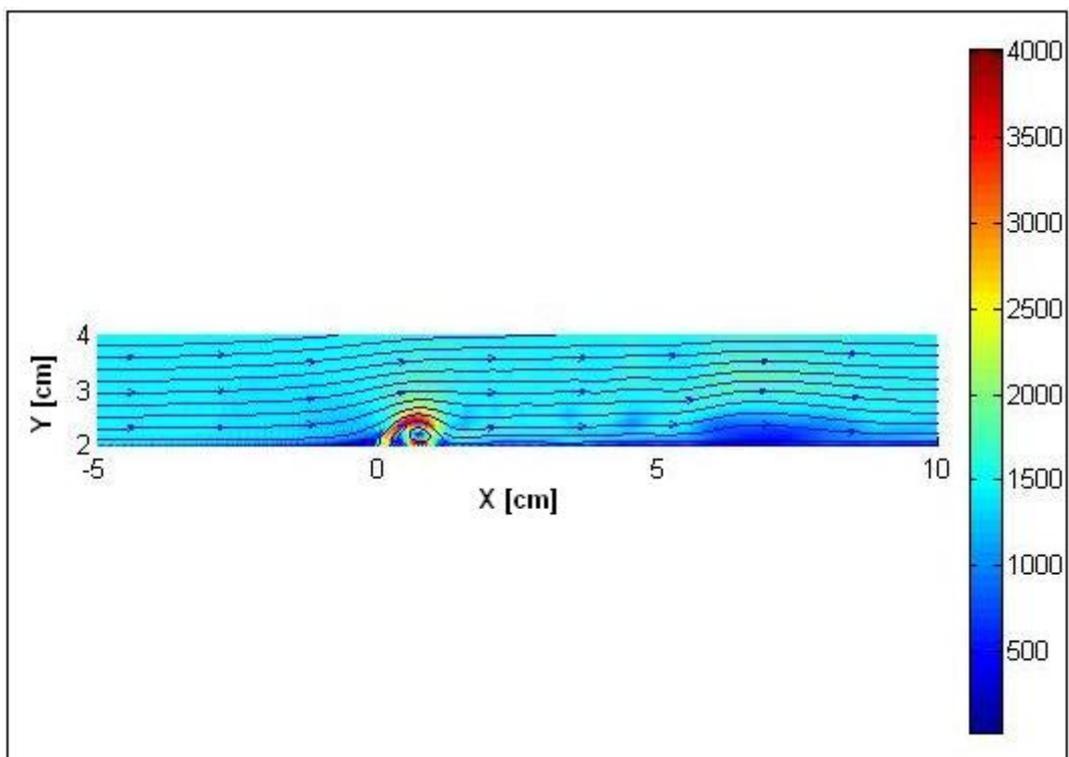


Fig. 3.6. Modulo della velocità [cm/s] +Linee di Corrente a $\pi/2$

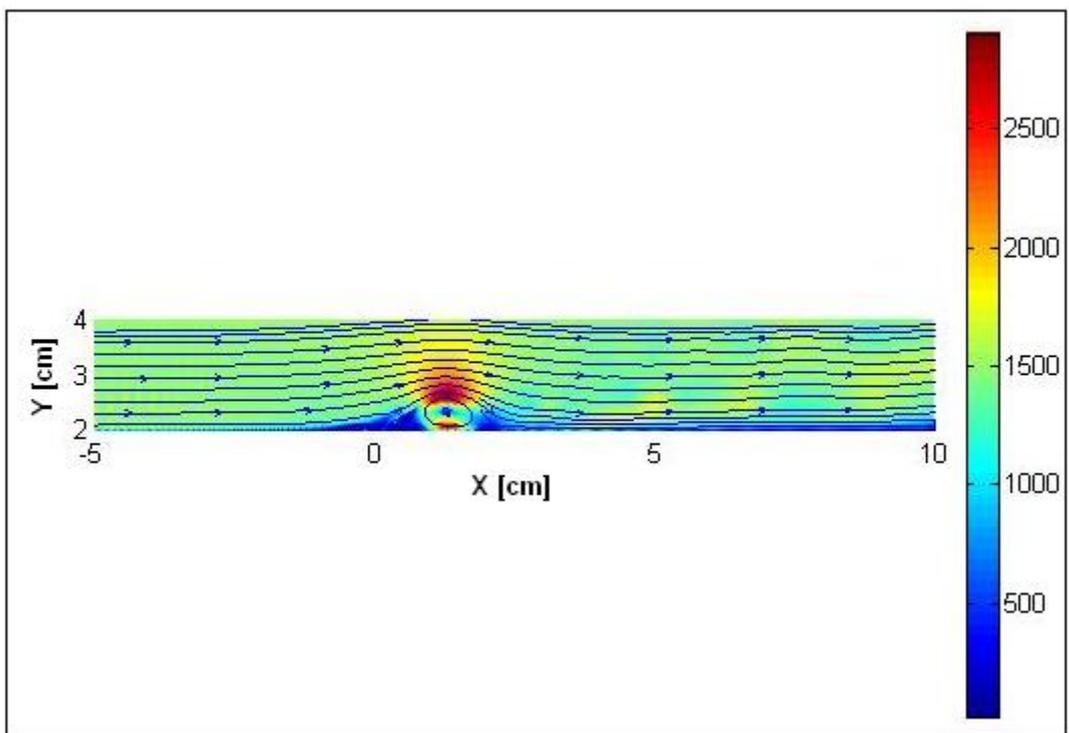


Fig. 3.7. Modulo della velocità [cm/s] +Linee di Corrente a π

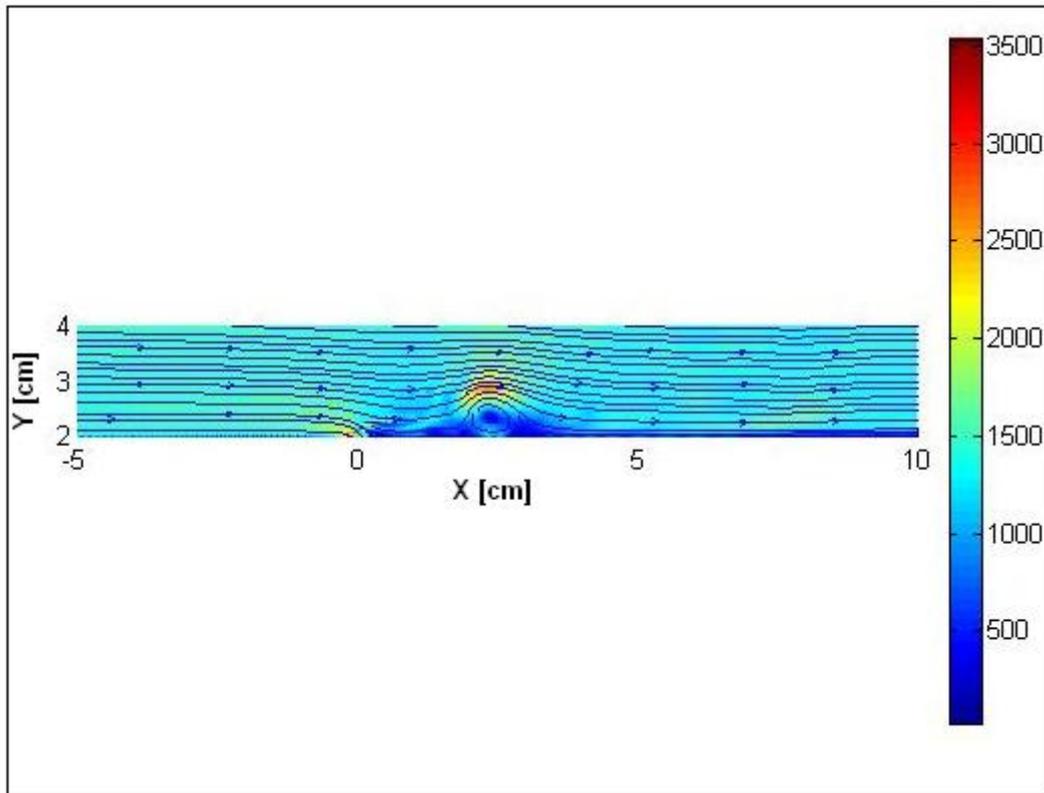


Fig. 3.8. Modulo della velocità [cm/s] +Linee di Corrente a $3\pi/2$

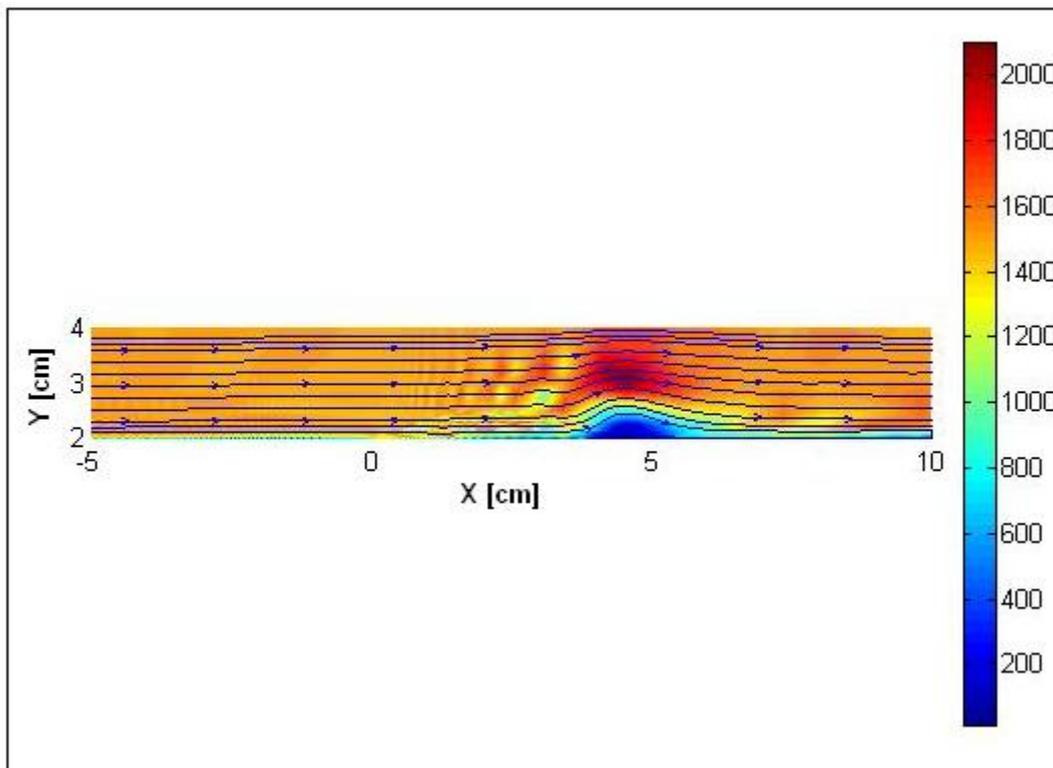


Fig. 3.9. Modulo della velocità [cm/s] +Linee di Corrente a 2π

CONCLUSIONI

Il lavoro effettuato in questa tesi ha avuto come obiettivo principale la costruzione di un codice di calcolo fatto *ad hoc* per la simulazione numerica del campo di moto generato da un getto sintetico. All'uopo è stato sviluppato un codice ai volumi finiti denominato SyntJet, che risolve le equazioni U-RANS 2D instazionarie per flusso incompressibile nella formulazione integrale utilizzando come modello di chiusura il "k- ϵ Jones & Launder".

La tesi è essenzialmente divisa in due parti. Nella prima parte sono stati trattati gli aspetti fondamentali riguardanti la struttura del codice di calcolo SyntJet. In particolare sono state affrontate le questioni riguardanti la risoluzione accoppiata delle equazioni del bilancio della quantità di moto e della continuità ed, inoltre, sono stati riportati tutti gli schemi di risoluzione e di discretizzazione relativi ai vari termini che compongono le equazioni suddette. Nella seconda parte sono stati presentati i risultati ed è stata effettuata un'analisi critica degli stessi basata sul confronto con i risultati relativi ad alcuni tra i più importanti lavori sul getto sintetico presenti in letteratura.

Le prime simulazioni esaminate hanno visto l'impiego di una condizione al contorno posta nella sezione di uscita dell'ugello al posto della cavità e dell'ugello. Le simulazioni laminari del getto sintetico isolato hanno messo in luce gli aspetti più significativi legati alla formazione delle coppie di vortici controrotanti sul bordo di uscita del getto. Dall'analisi del campo di moto risultante dalle simulazioni suddette si è visto che la formazione e l'evoluzione delle coppie di vortici controrotanti sono strettamente correlate al rapporto tra gli effetti instazionari e gli effetti inerziali. Invero, è emerso che il numero di Strouhal ha una importanza determinante poiché va ad incidere direttamente sulla forma e sulla evoluzione dei vortici controrotanti. Si è osservato inoltre che, mantenendo costante il numero di Strouhal e variando Reynolds, i vortici presentano

la medesima struttura e che le variazioni del solo numero di Reynolds non modificano i meccanismi di formazione e di interazione tra i vortici, ma soltanto le dimensioni caratteristiche del getto sintetico. Le simulazioni laminari, sebbene si siano dimostrate molto efficienti nel cogliere il comportamento nel near-field del campo di moto generato dall'attuatore a getto sintetico, non sono riuscite a catturare quanto è emerso dall'analisi sperimentale del campo di moto nel far-field effettuata da Smith e Glezer, ovvero la diffusione delle coppie di vortici che si separano dalla sezione di uscita dell'ugello ed interagiscono fino a formare il getto sintetico. Difatti le simulazioni laminari hanno mostrato che i vortici, dopo essersi separati dal bordo di uscita, continuano a mantenere la loro coerenza e, di conseguenza, non permettono la formazione del getto sintetico che è strettamente legata alla loro interazione turbolenta.

Il disaccordo tra i risultati numerici e quelli sperimentali riscontrato nelle simulazioni laminari non è emerso nelle simulazioni realizzate mediante l'utilizzo del solver U-RANS del codice SyntJet.

I risultati ottenuti hanno dimostrato l'efficacia del modello di turbolenza "k-ε Jones & Launder", utilizzato per la chiusura delle U-RANS, nel cogliere la diffusione turbolenta dei vortici e la formazione del getto sintetico.

Successivamente sono stati mostrati i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche del getto sintetico isolato considerando anche il campo di moto all'interno della cavità. I due casi analizzati si riferiscono a due tipi diversi di attuatore. Nel primo caso è stato simulato il campo di moto generato da un attuatore a membrana utilizzando una condizione al contorno sinusoidale instazionaria all'interno della cavità al posto della membrana. Nel secondo caso è stato simulato il campo di moto generato da un attuatore a pistone con ugello convergente divergente utilizzando il metodo "*immersed boundary*".

In entrambi i casi le simulazioni hanno evidenziato la presenza di un campo di moto simmetrico all'interno della cavità dominato dalla presenza di strutture vorticosi, in accordo con quanto descritto nei lavori citati.

Infine sono stati mostrati i risultati relativi alla simulazione di un getto sintetico in presenza di crossflow. È stato evidenziato, relativamente a quest'ultimo caso, che nella cavità si produce, diversamente da quanto accade nel caso isolato, un campo vorticoso asimmetrico caratterizzato dalla presenza di vortici controrotanti. All'esterno della cavità si è visto chiaramente che la presenza del getto pulsato provoca un effetto di *virtual shaping*, come menzionato in letteratura. Tale effetto che si concretizza in un incurvamento *virtuale* locale della lastra, determinando quindi, a valle di tale ingobbamento, una separazione laminare a bolla. Tale effetto si riproduce ciclicamente ad ogni successiva oscillazione della membrana.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Smith B.L. and Glezer A., 1997. "Vectoring and small-scale motions effected in free shear flows using synthetic jet actuators", AIAA Paper 97-0213.
- [2] Allen M. and Glezer A., 1995. "Jet vectoring using zero mass flux control jets", AFORS Contractor and Grantee Meeting on Turbulence and Internal Flows, Wright Patterson AFB, May 1995.
- [3] Amitay M., Honohan, Trautman M. and Glezer A., 1997. "Modification of the aerodynamic characteristics of bluff bodies using fluidic actuators", AIAA Paper 97-2004.
- [4] Gillaranz J.L., Traub L.W. and Rediniotis O.K., 2002. "Characterization of a compact, high power synthetic jet actuator for flow separation control", AIAA Paper 2002-0127.
- [5] Chen F.J. and Beeler G.B., 2002. "Virtual Shaping of a two-dimensional NACA 0015 airfoil using synthetic jet actuator", AIAA Paper 2002-3273.
- [6] Jones W.P. and Launder B.E., 1972. "The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 15. pp. 301-314.
- [7] Kral L.D., Mani M. and Ladd J.A., 1996. "On the application of turbulence models for aerodynamics and propulsion flowfields", AIAA paper 96-0564.
- [8] Kato M. and Launder B.E., 1993. "The Modelling of Turbulent Flow around Stationary and Vibrating Square Cylinders", Proc. 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto. pp. 10.4.1.
- [9] Kral L.D., Donovan J.F., Cain A.B. and Cary A.W. 1997. "Numerical Simulation of Synthetic Jet Actuators", AIAA Paper. 97-1824.
- [10] Lee C.Y. and Goldstein D.B. 2002. "Two-Dimensional Synthetic Jet Simulation", AIAA J. vol. 40, No. 3.
- [11] Utturkar Y., Mittal R., Rampunggoon P. and Cattafesta L. 2002. "Sensitivity of Synthetic Jet to the Design of the Jet Cavity", AIAA Paper 2002-0124.
- [12] Rizzetta D.P., Visual M.R. and Stanek M.J. 1998. "Numerical investigation of synthetic jet flow-fields", AIAA Paper 98-2910.

- [13] Kalitzin G. and Iaccarino G. 2003. "Toward immersed boundary simulation of high Reynolds number flows", CTR Annual Research Briefs 2003.
- [14] Mallison S.G., Hong G. and Reizes J.A., 1999. "Some characteristics of synthetic jets", AIAA paper 99-3651.
- [15] Smith B.L. and Glezer A., 1998. "The formation and evolution of synthetic jets", *Physics of Fluids*, Vol. 10 No. 9.
- [16] Smith B.L. and Glezer A., 2002. "Jet vectoring using synthetic jets", *J Fluid Mech.*, Vol. 458, pp. 1-34.
- [17] Utturkar Y., Holman R., Mittal R., Carroll B., Sheplak M. and Cattafesta L. 2003. "A Jet formation criterion for synthetic jet actuators", AIAA Paper 2003-0636.
- [18] Smith B.L., 2002. "Interaction of a synthetic jet with a crossflow boundary layer", *AIAA Journal*, Vol. 40 No. 9.
- [19] Cater J.E. and Soria J., 2002. "The evolution of round zero-net-mass-flux jets", *J. Fluid Mech.*, Vol. 472, pp. 167-200.
- [20] Schaeffler N.W., 2003. "The interaction of a synthetic jets and a turbulent boundary layer", AIAA Paper 2003-0643.
- [21] Lockerby D.A., Carpenter P.W. and Davies C., 2002. "Numerical simulation of the interaction of microactuators and boundary layers", *AIAA Journal*, Vol. 40 No. 1.
- [22] Smith B.L. and Swift G.W., 2003. "A comparison between synthetic jets and continuous jets", *Experiments in fluids*, Vol. 34, pp. 467-472.
- [23] Holman R., Utturkar Y., Mittal R., Smith B.L. and Cattafesta L. 2005. "Formation criterion for synthetic jets", *AIAA Journal*, Vol 43, No. 10.
- [24] Smith B.L. and Glezer A., 2005. "Vectoring of adjacent synthetic jets", *AIAA Journal*, Vol 43, No. 10.
- [25] Patel V.C., Rodi W. and Scheuerer G., 1985. "Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows", *AIAA Journal*, Vol 23, No. 9.

- [26] Menter F.R., 1994. "Two-equations eddy-viscosity Turbulence models for engineering applications", AIAA Journal, Vol 32, No. 8.
- [27] Spalart P.R. and Allmaras S.R., 1994. "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows", La Recherche Aérospatiale, Vol. 1, pp. 5-21.
- [28] Du T. and Wu Z.N., 2004. "Mixed analytical/numerical method for low-Reynolds-number k - ϵ turbulence models", AIAA Journal, Vol 42, No. 6.
- [29] Ignat L., Pelletier D. and Ilinca F., 2000. "A universal formulation of two-equations models for adaptive computation of turbulent flows", Comp. Methods Appl. Mech. Eng., Vol. 189, pp. 1119-1139.
- [30] Merci B., Steelant J., Vierendeels J., Riemsdagh K. and Dick E., 2000. "Computational treatment of source terms in two-equations turbulence models", AIAA Journal, Vol 38, No. 11.
- [31] Spalart P.R., 2000, "Strategies for turbulence modelling and simulations", Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 21, pp. 252-263.
- [32] Kim J., Kim D. and Haecheon C., 2001. "An immersed –Boundary finite volume method for simulations of flow in complex geometries", J. Comp. Physics, Vol. 171, pp. 132-150
- [33] Batchelor G.K., "Introduction to fluid dynamics", Cambridge University Press 1967.
- [34] Pope S.B., "Turbulent flows", Cambridge University Press 2000.
- [35] McComb W.D., "The physics of fluid turbulence", Clarendon Press Oxford 1990.
- [36] Wilcox D.C. "Turbulence modelling for CFD" DCW Industries, Inc. 1994
- [37] Ferziger J.H. and Pèric M. "Computational Method for Fluid Dynamics", Springer 2002
- [38] Anderson J.D. Jr., "Computational Fluid Dynamics", McGraw-Hill 1995