

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI "FEDERICO II"

CENTRO INTERDIPARTIMENTALE DI RICERCA AMBIENTE



Dottorato in ANALISI DEI SISTEMI AMBIENTALI

Ciclo XXIII

*MONITORAGGIO AMBIENTALE ATTRAVERSO L'UTILIZZO DI
ALGORITMI PER LA STIMA DELL'ECCESSO/DIFETTO DI
MASSA DA DATI GRAVIMETRICI*

Dottorando

Dott. CASTALDO RAFFAELE

Tutor

Prof. MAURIZIO FEDI

Co-Tutor

Dott. FRANCESCO ITALIANO

Coordinatore Dottorato

Prof. FILIPPO BARATTOLO

Anno Accademico 2009/2010

“L’impegno e la costanza
vincono ogni speranza”.

Raffaele Castaldo

Sommario

INTRODUZIONE	1
CAPITOLO 1 – CONCETTO DI MASSA E CENNI SUI FONDAMENTI DELLA METODOLOGIA GRAVIMETRICA	6
1.1 Concetto di massa	8
1.2 Introduzione alla metodologia gravimetrica	10
1.3 Campo gravimetrico in geofisica applicata	12
1.4 Continuazione dei campi di potenziale nella regione armonica.....	16
CAPITOLO 2 - METODOLOGIE PER LA STIMA DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA	18
2.1 Metodo per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa basato sul teorema di Gauss	20
2.2 Approccio ai metodi inversi	22
2.3 Problema gravimetrico inverso	26
2.4 Soluzione del problema inverso indeterminato per la stima dell'eccesso/difetto di massa	29
2.5 Metodo multiscala dei momenti della sorgente per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa	31
2.6 Singular Values Decomposition (SVD)	37
2.7 Truncated Singular Value Decomposition (TSVD)	41
CAPITOLO 3 – SVILUPPO E VALIDAZIONE DI ALGORITMI PER LA STIMA DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA DELLA SORGENTE	43
3.1 Sorgente prismatica.....	45
3.2 Sorgente prismatica con misure gravimetriche su superficie limitata	53
3.3 Sorgente prismatica con effetto di noise ad alta frequenza	64
3.4 Sorgente prismatica con effetto di trend regionale	69
3.5 Effetto da interferenza di sorgenti vicine	76
3.6 Uso della derivata verticale del campo gravimetrico	84
CAPITOLO 4 – ANALISI DI UNA MINIERA DI SOLFURI E MONITORAGGIO DI UN SITO DI STOCCAGGIO GAS PER LA STIMA DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA	90
4.1 Il caso sperimentale della miniera di Udden	92
4.2 Simulazione della sorgente e stima dell'anomalia di massa	97
4.3 Analisi e stima dell'eccesso di massa della miniera di Udden	103
4.4 Stoccaggio del gas naturale in sottterraneo	109
4.5 Comportamento del gas nei giacimenti esauriti.....	115
4.6 Siti di stoccaggio gas in Italia	121
4.7 Inquadramento geologico del sito di stoccaggio.....	124

4.8	Simulazione della sorgente e stima dell'anomalia di massa	127
4.9	Acquisizione gravimetrica dei dati reali.....	135
4.10	Time-lapse gravimetrico e stima della variazione di massa	140
CONCLUSIONI	149
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	157
RINGRAZIAMENTI	162

INTRODUZIONE

Le tecniche geofisiche sono un valido supporto nel campo del monitoraggio ambientale, soprattutto per quel che riguarda la tutela di risorse e riserve sotterranee. Lo scopo del lavoro di ricerca è di sviluppare algoritmi capaci di stimare l'eccesso di massa di strutture geologiche (giacimenti minerari) e/o quello della massa movimentata nel sottosuolo a seguito di attività antropiche (giacimenti di stoccaggio del gas); infatti il monitoraggio di quest'ultimo processo, presenta notevoli difficoltà che si riscontrano soprattutto nell'acquisire dati validi con i quali procedere a valutazioni attendibili sullo stato del sito di stoccaggio. L'utilizzo di tecniche geofisiche consente di acquisire i dati in maniera "diretta" (le variazioni fisiche indotte dai processi dinamici sono direttamente collegate a quelli rilevati dal monitoraggio geofisico), in modo del tutto non invasivo. Una delle metodologie geofisiche, le cui misure sono sensibili alle variazioni di densità nel terreno, è la gravimetria.

Il metodo gravimetrico implica un'analisi dettagliata delle anomalie del campo gravitazionale terrestre, indotte dalle eterogeneità presenti nel sottosuolo. La gravimetria, e più in particolare la microgravimetria, è un metodo geofisico impiegato in particolar modo in ambiti dove le informazioni da determinare sono legate ai contrasti di densità tra le strutture e/o corpi sepolti. Tale metodologia permette a livello teorico, e in accordo a opportune condizioni, di stimare univocamente la massa o meglio l'eccesso/difetto di massa connesso alle anomalie di gravità misurate; ciò a differenza della stima della densità che, com'è noto, è soggetta a diversi livelli di ambiguità anche intrinseca.

Per tale motivo in questo lavoro di tesi si è proceduto allo sviluppo di algoritmi in grado di fornire modelli (in termini di massa, densità, dimensioni e profondità) delle strutture geologiche di interesse. Ci si è proposto altresì di implementare e sviluppare nuove tecniche per stimare la massa (es.: gas, olio, acqua) movimentata nel sottosuolo a seguito delle attività di produzione e/o stoccaggio di idrocarburi.

A questo scopo è necessario rilevare i valori del campo gravimetrico relativo in corrispondenza di stazioni di misura disposte opportunamente sulla superficie terrestre e possibilmente in corrispondenza di una maglia regolare dimensionata opportunamente secondo gli scopi dell'indagine. La microgravimetria è applicabile in vari campi ambientali. Miglioramenti della strumentazione e delle tecniche di acquisizione ed elaborazione dati hanno permesso che il monitoraggio divenisse un approccio particolarmente adatto per controllare siti di interesse economico e non. Infatti gli ambiti di applicazione di questo tipo di approccio sono vari: settore petrolifero (es.: duomi salini, giacimenti di idrocarburi); settore minerario; ambito urbano, settore geotermico e vulcanologico, etc..

L'analisi di misure di gravità ripetute nel tempo, vista come un metodo di osservazione del movimento dei fluidi nel sottosuolo in un serbatoio di idrocarburi, è un'applicazione di microgravimetria recente. In particolare Hare e altri nel 1999 [20] hanno usato i dati di gravimetria per monitorare il progresso di una riserva di gas in un serbatoio; Eiken e altri nel 2008 [11], hanno presentato uno studio sul monitoraggio gravimetrico di produzione del gas dal campo di Troll (Norvegia), mentre Bate [5] ha mostrato uno studio puntando al modello 4D di microgravimetria come metodo a basso costo e non invasivo per ottenere informazioni avanzate sul serbatoio come la porosità e/o permeabilità. Quindi, la gravimetria 4D solo da pochi anni è utilizzata come metodo di monitoraggio dei campi di produzione e di stoccaggio gas. Diverse compagnie petrolifere in cooperazione con enti governativi, promuovono studi e conducono ricerche sul monitoraggio gravimetrico dei campi di stoccaggio gas enfatizzando l'aspetto di non invasività e di assoluta sostenibilità ambientale di tali metodi. Infatti l'estrazione e la commercializzazione del gas naturale sono divenute, non da molti anni, attività di primaria importanza nello sfruttamento delle risorse del sottosuolo, in particolare degli idrocarburi. La crescente richiesta energetica, accoppiata allo sviluppo tecnologico (realizzazione di impianti di liquefazione e di gassificazione ad esempio) hanno permesso che il gas divenisse una risorsa economicamente redditizia e tecnicamente gestibile in sicurezza.

Nel processo che va dalla ricerca fino alla distribuzione, la fase di stoccaggio in serbatoi naturali assume un ruolo importante. Contestualmente anche tutte le attività

legate al monitoraggio dei siti stessi di stoccaggio sono strumenti di primaria importanza per la gestione, il controllo e la sostenibilità ambientale.

In ambito di rischio ambientale le maggiori problematiche che possono insorgere riguardo ai siti di stoccaggio sono le possibili fughe di gas dalla roccia-serbatoio sia in senso verticale che laterale. La maggior parte delle perdite sicure di gas nel sottosuolo sono favorite dalla presenza o dall'insorgere di discontinuità meccaniche nella roccia legate ai campi di stress tettonico presenti nell'area interessata come faglie (fratture con movimento reciproco dei due lembi generati dalla rottura) e fratture (discontinuità meccanica senza movimento reciproco dei lembi). Occorre quindi valutare l'esistenza di queste superfici di discontinuità, i loro spostamenti (direzione ed entità) e la frequenza con cui avvengono (consultazione delle serie storiche della sismicità delle aree prossime all'area di stoccaggio). Inoltre è interessante riuscire a determinare gli spostamenti dei fluidi nel sottosuolo per capire come si dispone il gas iniettato ad alte pressioni nelle rocce serbatoio.

In questo lavoro di tesi sono stati presi in esame tre approcci metodologici per la stima dell'eccesso/difetto di massa. Un metodo classico (1), già conosciuto in letteratura scientifica per il quale è stato sviluppato solo l'algoritmo, un metodo basato sull'inversione dei dati gravimetrici (2) ed una metodologia nuova (3), maturata nel corso di questo triennio basata sull'analisi multiscala:

1. Metodo per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa basato sul teorema di Gauss;
2. Metodo per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa basato sull'inversione 3D di dati gravimetrici;
3. Metodo multiscala basato sulla stima dei momenti della sorgente per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa.

La formulazione di algoritmi sviluppati su tali metodologie permetterà di calcolare la variazione di massa senza alcuna assunzione concernente la forma e le dimensioni del corpo.

Prima però di utilizzare le metodologie sopra descritte, che, si ricordi, hanno lo scopo della stima dell'eccesso/difetto di massa e risultano quindi adatte per monitorare le variazioni di massa all'interno dei giacimenti di gas, si è provveduto ad utilizzare gli algoritmi su dati gravimetrici acquisiti nell'area geografica del nord Europa, in Svezia, al fine di analizzare e stimare i parametri di un giacimento minerario. Il massiccio corpo di solfuri della miniera di Udden è situato nel distretto di Skelleftea. I minerali si ritrovano all'interno delle unità riolitiche sul fianco settentrionale di una sinclinale. Il corpo minerario è sviluppato in direzione est-ovest. Studi su quest'area sono già stati effettuati in passato da Parasnis [35], il quale ha stimato con il metodo basato sul teorema di Gauss l'eccesso di massa della struttura mineraria. La valutazione dell'eccesso/difetto di massa e quindi la stima dei volumi della struttura mineraria, rappresenta in tale ambito un notevole passo avanti. Infatti esso comporta notevoli vantaggi nella programmazione e nella scelta delle miniere, consentendo una valutazione preventiva della quantità di materiale estraibile.

Una zona dell'Italia settentrionale ricca di siti di stoccaggio del gas di tipo convenzionale (giacimenti esauriti) è la Pianura Padana. La geologia del giacimento analizzato in questo lavoro rende ideale l'installazione di un sito di stoccaggio. Infatti si ritrova una successione di rocce di copertura impermeabile alternate ad arenarie di spessore di circa un chilometro. Il parametro porosità della roccia serbatoio è relativamente alto. Infatti (comunicazioni personali) esso risulta essere intorno al 26-29%. Alcune riserve di stoccaggio, situate in pianura padana, sono state monitorate nel recente passato con varie stazioni gravimetriche temporali. Grazie ad una collaborazione avviata tra il gruppo di ricerca di esplorazione geofisica dell'Università di Napoli "Federico II", Dipartimento di Scienze della Terra e l'eni S.p.A., sono stati elaborati e interpretati i rilievi eni di dati gravimetrici al fine di valutare le quantità di masse movimentate nel sottosuolo.

La formulazione di algoritmi, sviluppati sui metodi sopra elencati, ha permesso di valutare la variazione di massa, stimando in primis la variazione di densità del fluido nel tempo all'interno del *reservoir*, analizzando un *time-lapse* gravimetrico.

La prima fase del presente lavoro è stata dunque incentrata sulla ricerca bibliografica di testi scientifici inerenti l'argomento "metodi per la stima dell'eccesso/difetto di massa" e "monitoraggio microgravimetrico", in modo da acquisire padronanza dell'argomento e venire a conoscenza di ciò che è stato già realizzato. Una seconda fase ha previsto lo sviluppo di algoritmi e lo studio di nuove teorie per la stima dell'eccesso/difetto di massa da dati gravimetrici. Una terza fase del lavoro è consistita nell'esecuzione di simulazioni numeriche di dati gravimetrici per la validazione degli algoritmi proposti. Sono stati considerati diversi modelli associabili a situazioni geologiche complesse. Nell'ultima parte del lavoro di tesi sono stati elaborati ed analizzati i dati gravimetrici relativi ai due settori ambientali descritti: una miniera di zolfo nel Nord della Svezia e un sito di stoccaggio gas individuato nel Nord Italia.

CAPITOLO 1 – CONCETTO DI MASSA E CENNI SUI FONDAMENTI DELLA METODOLOGIA GRAVIMETRICA

Prima di affrontare la formulazione analitica del problema della stima dell'eccesso/difetto di massa, sarà utile chiarire il quadro in cui ci troviamo ad operare, al fine di comprendere meglio le fasi del lavoro che di seguito saranno descritte. In particolare, ricordiamo che per potere raggiungere il nostro scopo, devono essere elaborate ed analizzate le anomalie del campo gravimetrico, i cui dati sono stati osservati in particolari zone d'interesse minerario e petrolifero.

Come abbiamo accennato la gravimetria è una metodologia geofisica che si occupa dell'analisi e della misura del campo gravitazionale terrestre. Quindi in questo capitolo dopo una breve descrizione del concetto di massa, verrà introdotta la teoria del campo gravimetrico e delineata brevemente la relazione tra anomalia gravimetrica ed eccesso/difetto di massa. Nell'ultima parte del capitolo sarà inoltre descritta la trasformazione della continuazione del campo gravimetrico, che consente di conoscere i valori del campo a quote diverse da quelle di misura.

1.1 CONCETTO DI MASSA

La scelta delle grandezze fisiche fondamentali ha seguito lo sviluppo stesso della scienza. Dalla geometria, la scienza più antica, emerse il concetto di lunghezza al quale l'astronomia associò quello di tempo (più esattamente "intervallo di tempo"). Con la definizione di lunghezza e di tempo è stato possibile comporre quell'importante branca della fisica che si chiama cinematica (dal greco *kínema*= movimento). Quando in seguito si decise di indagare sulle cause legate al movimento dei corpi si presentò l'esigenza dell'impiego di una terza grandezza fisica, la massa. Essa rappresenta una proprietà dei corpi, che determina il loro comportamento dinamico quando sono soggetti all'influenza di forze esterne.

Nel corso della storia della fisica, in particolare nella fisica classica, la massa è stata considerata una proprietà intrinseca della materia, rappresentabile con un valore scalare (indipendente dalla direzione), e che si conserva nel tempo e nello spazio, rimanendo costante in ogni sistema isolato. Inoltre, il termine massa è stato utilizzato per indicare due grandezze potenzialmente distinte: l'interazione della materia con il campo gravitazionale e la relazione che lega la forza applicata ad un corpo con l'accelerazione su di esso indotta.

Nell'attuale Sistema Internazionale di unità di misura (SI) la massa è stata scelta come grandezza fisica fondamentale, cioè non esprimibile in termini di altre grandezze. La sua unità di misura è il chilogrammo (kg). Nel sistema CGS l'unità di massa è il grammo (g). In meccanica classica il termine massa si può riferire a tre diverse grandezze fisiche scalari, distinte tra loro:

- la massa inerziale è proporzionale all'inerzia di un corpo, che è la resistenza al cambiamento dello stato di movimento quando viene applicata una forza;
- la massa gravitazionale passiva è proporzionale alla forza di interazione di un corpo con la forza gravitazionale;

- la massa gravitazionale attiva è invece proporzionale all'intensità del campo gravitazionale prodotto da un corpo.

La massa inerziale e quelle gravitazionali sono state sperimentalmente provate come equivalenti, anche se concettualmente sono distinte. I primi esperimenti mirati a stabilire questa equivalenza sono stati quelli di Galileo Galilei.

La massa gravitazionale passiva è una grandezza fisica proporzionale all'interazione di ciascun corpo con il campo gravitazionale, mentre la massa gravitazionale attiva di un corpo è proporzionale all'intensità del campo gravitazionale da esso generata. Maggiore è la massa gravitazionale attiva di un corpo, più intenso è il campo gravitazionale da esso generato, e quindi la forza esercitata dal campo su un altro corpo.

Data l'arbitrarietà dei corpi, le leggi della meccanica classica stabiliscono la sostanziale equivalenza tra le masse gravitazionali attive e passive, le quali sono definite massa gravitazionale. La distribuzione spaziale di massa è a tutti gli effetti la sorgente del campo gravitazionale, esattamente nello stesso senso in cui la carica elettrica lo è per il campo elettrico.

1.2 INTRODUZIONE ALLA METODOLOGIA GRAVIMETRICA

La gravimetria studia il campo della forza di gravità o del potenziale di gravità terrestre. Questo ci permette di ottenere informazioni sulla distribuzione di densità nel sottosuolo.

Ricordiamo la legge di Newton che esprime la forza gravitazionale fra due masse puntiformi m e m' (figura 1.1):

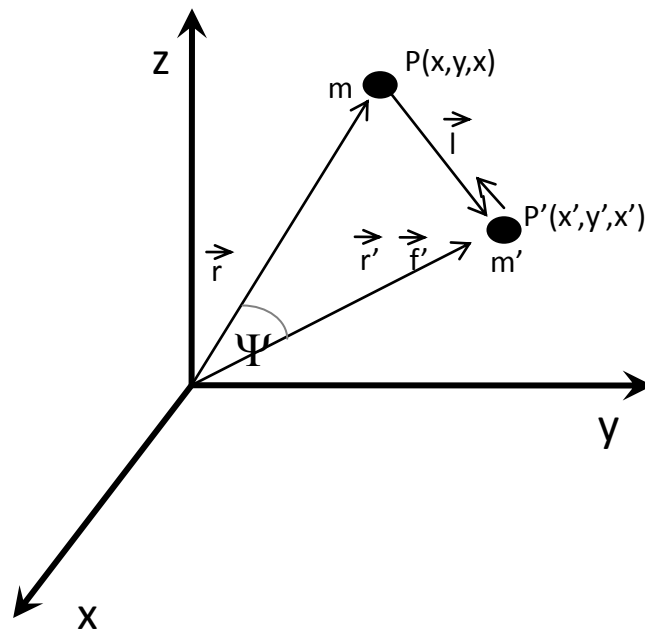


Figura 1.1 - Forza gravitazionale agente sulla massa m' posta nel punto P' .

$$\mathbf{F} = -\gamma mm' \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} \quad (1.1),$$

\mathbf{F} è la forza gravitazionale agente sulla massa m' . La distanza fra le masse è $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, γ la costante gravitazionale (valore espresso nella tabella 1.1 che segue).

Il campo gravitazionale della massa m nel punto indicato dal vettore posizione \mathbf{r} :

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}) = -\frac{\gamma m}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} = -\frac{\gamma m}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (1.2),$$

con \mathbf{e}_r versore di r .

Tabella 1.1 - Unità di misura del campo gravimetrico.

	MKS	cgs
G	m s^{-2}	$\text{cm s}^{-2} = \text{Gal}$ $\text{mGal} = 10^{-3} \text{ gal} = 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$
U	Nm/kg	dyne cm/g
γ	$6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Partendo dall'equazione (1.2), si può definire il valore del campo gravitazionale newtoniano in un punto $P(\mathbf{r}')$, generato da una sorgente qualsiasi (non puntiforme), cioè da una distribuzione di massa $\rho(\mathbf{r})$ in un volume V con origine arbitraria:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}') = -\gamma \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{R}|^2} \mathbf{e}_r dV \quad (1.3),$$

dove $R = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$ e $\rho(\mathbf{r})$ è la densità di massa.

1.3 CAMPO GRAVIMETRICO IN GEOFISICA APPLICATA

Quando si effettuano misure del campo gravimetrico su di una superficie, esse sono proporzionali al contrasto laterale della densità dei corpi sottostanti tale superficie.

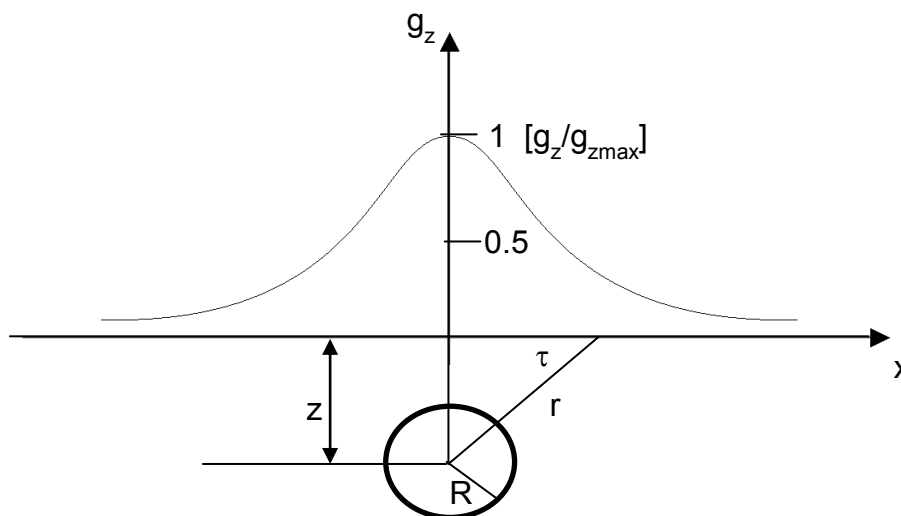


Figura 1.2 – Schema per il calcolo dell'anomalia gravimetrica di una sfera.

Se consideriamo una distribuzione omogenea di densità sferica all'interno di un dominio (figura 1.2), con contrasto di densità costante $\Delta\rho$, e misuriamo sulla superficie esterna di tale dominio il campo gravimetrico generato, la componente verticale del campo gravimetrico \mathbf{G} è espresso da:

$$g_z = \gamma M \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.4).$$

Esplicitando la massa della sfera M in funzione del contrasto di densità $\Delta\rho$ e del volume V , si ottiene:

$$g_z = \gamma \Delta \rho V \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1.5).$$

La (1.5) evidenzia come l'anomalia generata da una sorgente sferica sia proporzionale al prodotto $V\Delta\rho$. Questa relazione è verificabile per qualsiasi anomalia gravimetrica causata da una distribuzione omogenea di densità.

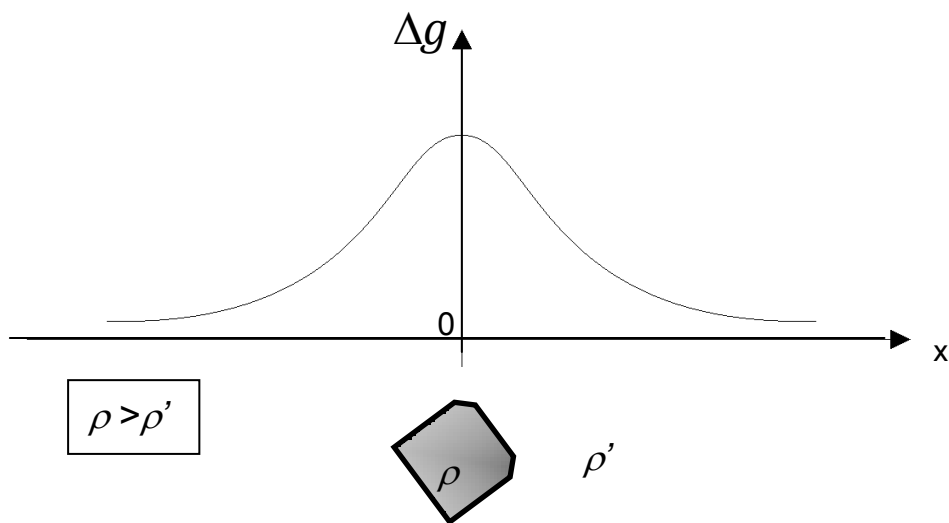


Figura 1.3 - Profilo di anomalia gravimetrica generato da una sorgente con contrasto positivo di densità $\Delta\rho$.

In generale poiché le anomalie del campo gravimetrico sono la risposta in superficie dei contrasti di densità tra strutture nel sottosuolo (figura 1.3) e non già della densità stessa, quello che è possibile valutare a partire da misure gravimetriche sono le anomalie di massa o precisamente l'eccesso/difetto di massa:

$$\Delta M = V\Delta\rho \quad (1.6).$$

A partire dall'equazione (1.6), se sono note le densità dei corpi considerati è possibile stimare anche la loro massa:

$$M_{body} = \Delta M \frac{\rho_{body}}{\Delta\rho} = \Delta M \frac{\rho_{body}}{\rho_{body} - \rho_{background}} \quad (1.7).$$

Le densità delle rocce hanno un intervallo di variabilità non molto ampio. La tabella 1.2 mostra i valori di densità delle principali rocce che formano la crosta terrestre. Le rocce formate da questi minerali tendono, in superficie, a mostrare densità medie inferiori, a causa della fratturazione e della porosità. In profondità, invece, le rocce tendono verso una densità media compresa tra 2600 e 2700 kg/m³. Alcune rocce mafiche sono caratterizzate da bassa porosità e sono ricche di minerali ferrosi: queste rocce raggiungono valori di densità compresi tra 2800 e 3000 kg/m³. Le eclogiti raggiungono valori di densità pari a 3400 kg/m³. I suoli e, più in generale i sedimenti non consolidati sono dominati dalla porosità e mostrano valori di densità decisamente più contenuti. I minerali che possono interessare l'industria estrattiva per lo sfruttamento economico sono, invece, molto ben riconoscibili tramite le prospezioni gravimetriche perché presentano densità elevate. Fa eccezione il sale che ha densità pari a 2200 kg/m³.

Tabella 1.2 – Valori di densità delle rocce più comuni, espressi in kg/m³.

Rocce	Densità (kg/m³)
<i>Andesite</i>	2500 - 2800
<i>Basalto</i>	2800 - 3000
<i>Diorite</i>	2800 - 3000
<i>Dolomite</i>	2800 - 2900
<i>Gabbro</i>	2700 - 3300
<i>Gneiss</i>	2600 - 2900
<i>Granito</i>	2600 - 2700

<i>Calcare</i>	2300 - 2700
<i>Micascisto</i>	2500 - 2900
<i>Peridotite</i>	3100 - 3400
<i>Quarzite</i>	2600 - 2800
<i>Riolite</i>	2400 - 2600
<i>Arenaria</i>	2200 - 2800
<i>Sale</i>	2500 - 2600

1.4 CONTINUAZIONE DEI CAMPI DI POTENZIALE NELLA REGIONE ARMONICA

Introduciamo una particolare trasformazione del campo gravimetrico funzionale allo sviluppo del nuovo algoritmo per la stima dell'eccesso/difetto di massa proposto in questo lavoro di tesi e descritto nel prossimo capitolo. Tale trasformazione del campo è conosciuta come continuazione del campo verso l'alto.

Il campo gravitazionale Newtoniano appartiene ad una particolare classe di campi, detti campi conservativi (per i quali l'integrale su traiettorie chiuse è nullo: $\oint g ds = 0$), che ammette una particolare formulazione in funzione di un campo di grandezze scalari. Il potenziale scalare gravitazionale è espresso dalla relazione che segue:

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{m}{r} \quad (1.8).$$

Inoltre l'equazione (1.8) soddisfa l'equazione di Laplace e quindi il campo gravitazionale è una funzione armonica. Il campo di gravità quindi sarà espresso da:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r}) \quad (1.9).$$

In un contesto di analisi multiscala, dove gli algoritmi usano misure del campo a quote diverse, sembra poco realistico, sia per costi che per logistica, effettuare un sondaggio gravimetrico nel quale vengono acquisiti contemporaneamente dati a più quote. A questo proposito introduciamo l'algoritmo della continuazione dei campi di potenziale, con cui stimiamo il campo nello spazio, a partire da quello misurato alla quota minore. La continuazione verso l'alto è una ben nota trasformazione derivante dalla teoria dei campi di potenziale basata sull'equazione [4]:

$$g_z(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S g_z(\xi, \eta, z_m) \frac{z - z_m}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - z_m)^2]^{3/2}} \quad (1.10),$$

dove $g_z(x,y,z_m)$ è il campo di potenziale misurato, z_m è la quota di misura, $z > z_m$ è la quota di continuazione e S è una regione infinitamente estesa sulla quale è noto il campo in modo continuo. L'equazione (1.10) è un integrale di convoluzione e lega linearmente i valori del campo alla quota z_m con quelli alle quote z della regione armonica del campo. La continuazione verso l'alto può essere implementata molto semplicemente nel dominio delle frequenze ed è molto importante per le metodologie d'analisi multiscala.

Con questa trasformazione si calcola il campo a quote superiori rispetto a quello di misura; poiché più alta è la quota di continuazione più forte è l'attenuazione del segnale nelle sue componenti a più alta frequenza, il prolungamento analitico verso l'alto può essere considerato come un filtro di tipo passa-bassa [14].

CAPITOLO 2 - METODOLOGIE PER LA STIMA DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA

Le metodologie utilizzate e i tre algoritmi sviluppati in questo triennio di ricerca hanno lo scopo di stimare l'eccesso/difetto di massa da dati gravimetrici osservati in superficie. La teoria sulla quale si basano gli algoritmi presentati in questa tesi sarà descritta nel seguente capitolo. In particolare sarà descritto il teorema di Gauss applicato alla teoria dei campi di potenziale e i metodi inversi geofisici. Il metodo basato sul teorema di Gauss è conosciuto in letteratura scientifica ed è uno dei metodi più utilizzati per il calcolo dell'eccesso/difetto di massa per la sua semplice applicazione. Al contrario i metodi d'inversione sono più complessi e basano la loro teoria sulla ricostruzione dei parametri fisici da dati misurati in superficie. I metodi inversi, partendo dall'anomalia di gravità osservata, hanno come obiettivo quello di determinare la geometria e/o i parametri che definiscono la sorgente che genera il segnale osservato.

Sia il secondo che il terzo metodo di stima dell'eccesso/difetto di massa che verranno trattati, sono basati su metodi d'inversione anche se con approcci differenti. L'assunzione per entrambe le metodologie è che la distribuzione di massa generi una certa anomalia gravimetrica. Mentre il primo metodo si basa su un'inversione 3D dei dati per ricostruire un modello di densità nel sottosuolo, il secondo metodo (metodo multiscala dei momenti della sorgente), partendo da un'espansione multipolare del potenziale gravimetrico, considera solo i dati lungo la direzione verticale z , ottenendo così un sistema di equazioni lineari, in cui le incognite, cioè i momenti della sorgente, rappresentano i coefficienti dell'espansione in serie. In definitiva, invertendo il sistema di equazioni lineari otteniamo, in maniera iterativa, i momenti della sorgente, dai quali ricaviamo l'eccesso di massa (momento di ordine zero) e la profondità del centro di massa (momento di ordine uno).

In questo capitolo, dopo aver descritto il metodo basato sulla teoria del teorema del flusso di Gauss, introdurremo brevemente il concetto di problema inverso e tratteremo approfonditamente la teoria delle due metodologie. Gli ultimi paragrafi, infine, riguarderanno lo sviluppo di soluzioni dei problemi, basati sulla Decomposizione ai Valori Singolari (SVD) e sul metodo di regolarizzazione (TSVD), usato per ottenere una soluzione del problema, stabile ed indipendente dalle variazioni osservabili sui dati.

2.1 METODO PER LA VALUTAZIONE DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA BASATO SUL TEOREMA DI GAUSS

Il teorema di Gauss riguarda il flusso di un campo di potenziale attraverso una superficie finita (2.1); esso si ottiene sommando i flussi di tutti gli elementi infinitesimi che compongono la superficie del campo esaminato.

$$\phi = \int_S G \cdot dS \quad (2.1).$$

Se consideriamo il teorema di Gauss applicato alla teoria del campo di potenziale gravimetrico [15], per una determinata anomalia definita da una funzione continua su una superficie infinitamente estesa otteniamo che il flusso gravitazionale totale attraverso la superficie è:

$$\int g_z dS = 4\pi\gamma\Delta M \quad (2.2),$$

dove g_z rappresenta la componente verticale del campo di gravità, γ la costante di gravitazione universale e ΔM rappresenta l'eccesso/difetto di massa della sorgente.

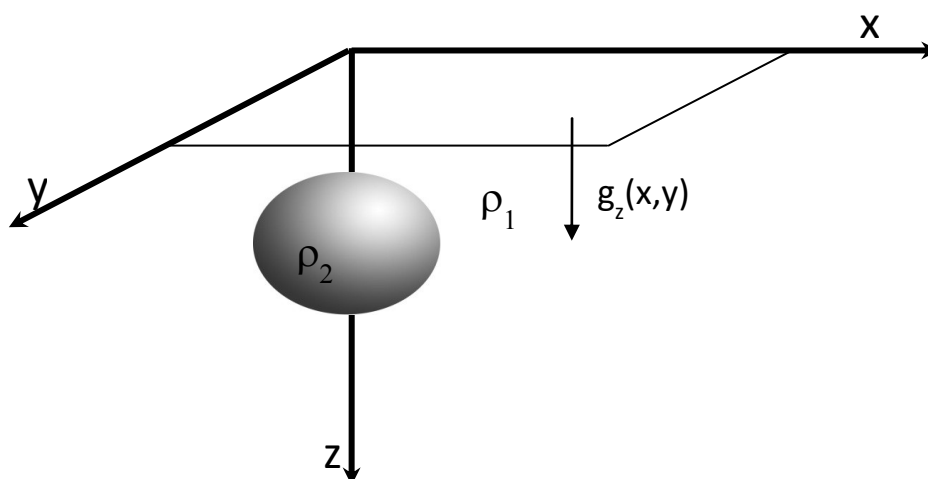


Figura 2.1 - Sorgente del campo gravimetrico.

Quindi può essere ottenuta una stima della massa senza alcuna assunzione relativamente al tipo e alla forma del corpo.

Nella pratica, l'area investigata con il metodo gravimetrico non può essere infinitamente estesa: essa è rappresentata da una griglia di misure definite su di una superficie finita. Assumendo che la metà del flusso del campo sia uscente dalla superficie considerata e considerando i valori del campo gravimetrico g_z in ogni settore ΔA in cui viene divisa l'anomalia gravimetrica misurata, l'equazione (2.2) può essere approssimata da una sommatoria. Pertanto si ottiene:

$$\sum g_z \Delta A = 2\pi\gamma \Delta M \quad (2.3).$$

Quindi la massa in eccesso/difetto è espressa dalla (2.4):

$$\Delta M = 23.9 \sum_A g_z \Delta A \quad (2.4),$$

dove g_z è espresso in mGal, ΔA in metri ed ΔM in tonnellate.

Si rammenta che il valore stimato rappresenta l'eccesso di massa, mentre per stimare la reale massa della sorgente, è necessario conoscere le densità delle strutture considerate.

Il metodo basato sul teorema di Gauss è la tecnica più utilizzata fino ad oggi in letteratura scientifica per stimare l'eccesso/difetto di massa. Nonostante ciò è stato riscontrato che il metodo è utilizzabile con buoni risultati solo ad alcune condizioni. Ad esempio la stima dell'eccesso/difetto di massa prevedrebbe che l'anomalia sia definita in maniera continua (in ogni punto dello spazio) e su una superficie areale infinitamente estesa. Poiché nei casi sperimentali questo non si verifica mai (infatti i dati vengono acquisiti in maniera discreta con certo un passo di campionamento e su un'area limitata), il risultato è soggetto ad un errore di stima che può essere anche rilevante. Altri problemi sorgono ad esempio per l'interferenza di più sorgenti di anomalie gravimetriche poste nell'area d'indagine, oppure per la presenza di campi regionali. Inoltre la stima effettuata con questa metodologia risente degli effetti del *noise* ad alta frequenza.

2.2 APPROCCIO AI METODI INVERSI

Il principale obiettivo dell'inversione dei dati geofisici è quello di definire i parametri fisici da cui derivare la struttura del sottosuolo, a partire dai dati osservati in superficie. I parametri fisici sono funzioni continue delle coordinate spaziali e nel caso gravimetrico sono legati da equazioni lineari ai dati acquisiti. I dati vengono acquisiti su una superficie, secondo determinate geometrie, in un numero finito di punti. In generale un problema così formulato è un classico problema inverso, lineare, indeterminato (cioè il numero di incognite è superiore al numero di equazioni), che ammette infinite soluzioni. Per ottenere un possibile modello che soddisfi i dati sperimentali possono essere utilizzati metodi inversi e metodi diretti. Il processo d'inversione è un problema che coinvolge più aspetti sia matematici, come la scelta dell'algoritmo che fisici, come la scelta del modello iniziale e delle informazioni a priori.

Una volta chiarito il concetto di problema lineare inverso, vediamo ora quali sono le sue proprietà. Una caratteristica tipica dei problemi inversi è che spesso essi sono mal posti (*ill posed*). In generale, è possibile dire che un qualsiasi problema diretto, caratterizzato dalla sequenza causa-effetto è di solito un problema ben posto, invece il corrispondente problema inverso è spesso mal posto. Inoltre i problemi mal posti possono essere definiti in uno spazio di dimensione infinita.

Nelle applicazioni sperimentali, per poter risolvere numericamente i problemi inversi, siano essi ben o mal posti, bisogna discretizzarli. A questo punto è lecito chiedersi come incida l'*ill posedness* del problema sulla risoluzione del problema discretizzato. A prima vista, potremmo pensare che discretizzando un problema mal posto si ottenga un sistema di equazioni lineari tutto sommato di facile soluzione, ma purtroppo questo non coincide con la realtà. Infatti, la discretizzazione di un problema lineare mal posto genera un sistema di equazioni, la cui soluzione, anche se esiste ed è unica, risulta spesso essere instabile, corrotta da piccoli errori inevitabilmente presenti sui dati. E' noto che per questa classe di problemi, piccole oscillazioni (errori) sui dati possono produrre grosse oscillazioni sulla soluzione. Un sistema algebrico lineare di questo tipo è detto mal condizionato.

Se i problemi inversi sono espressi tramite sistemi algebrici di equazioni lineari mal condizionati, è difficile ottenere una soluzione affidabile a causa dell'elevato numero di condizionamento della matrice del sistema (ricordiamo che il numero di condizionamento di una matrice è dato dal rapporto, tra il massimo e il minimo valore singolare della matrice). Il numero di condizionamento di una matrice è una misura quantitativa di come la soluzione di un problema possa essere influenzata da una perturbazione nei dati o in maniera equivalente di quanto un errore sui dati possa essere amplificato nei risultati. Affermare che un problema è difficile da risolvere, dunque, non vuol dire che per esso non si possa facilmente calcolare una soluzione unica e che dipenda persino con continuità dai dati, ma vuol dire che bisogna fare in modo da ottenere una soluzione fisicamente significativa nell'ambito del problema che stiamo affrontando. La risoluzione di questi problemi richiede, pertanto, un'analisi diversa da quella puramente algebrica. In particolare devono essere utilizzati dei metodi più sofisticati che calcolino una soluzione approssimata, ma fisicamente significativa. Questo è l'obiettivo dei metodi di regolarizzazione. In alcuni casi il mal-condizionamento della matrice è dovuto ad una cattiva formulazione del modello matematico, in altri è una proprietà intrinseca del problema stesso. Quindi per regolarizzare e per combattere il cattivo condizionamento della matrice del problema viene utilizzato uno strumento matematico che è la Decomposizione ai Valori Singolari (SVD).

Si è visto che per la risoluzione numerica del problema è necessario passare dal problema semicontinuo a quello discreto. Ciò avviene suddividendo l'area d'indagine in celle e imponendo che i valori delle incognite siano costanti in ogni cella.

Effettuata la discretizzazione, i dati e le incognite sono rappresentati dai vettori del tipo $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T$ e $\mathbf{m} = [m_1, m_2, \dots, m_M]^T$ dove T indica la trasposta, N il numero di dati ed M quello delle incognite. Il legame tra i dati e le incognite è generalmente rappresentato da un operatore non lineare, f , detto *forward modelling operator*, che dipende dalla fisica del problema ed è tale che:

$$\mathbf{d} = f(\mathbf{m}) \tag{2.5}$$

Per risolvere il problema, è necessario definire la forma dell'operatore f . Se i dati sono una funzione lineare delle incognite, l'equazione (2.5) diventa:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m} \quad (2.6),$$

dove \mathbf{G} è una matrice di ordine $M \times N$. Si può assumere che le perturbazioni dei dati siano una funzione lineare di quelle delle incognite. Supponiamo che i dati osservati possano esprimersi in funzione dell'operatore f applicato ad un modello realizzato attribuendo una piccola perturbazione δm ad un modello iniziale \mathbf{m}_k :

$$\mathbf{d}_{oss}^j = g^j(\mathbf{m}_k + \delta\mathbf{m}) \quad (2.7),$$

con $j=1,2,\dots,N$.

L'esistenza di una o più soluzioni del problema (sia esso lineare o linearizzato) dipende dal fatto che esso sia ben posto o no.

Un problema lineare è ben posto se:

- a) per tutti i dati accettabili, esiste una soluzione (esistenza);
- b) la soluzione dipende in maniera continua dai dati (stabilità). Un sistema si dice instabile quando, a piccole variazioni degli errori corrispondono grandi variazioni nella soluzione, che può anche giungere a valori non fisicamente accettabili. Di conseguenza, una soluzione stabile non risente della presenza di piccoli errori nei dati acquisiti;
- c) per tutti i dati accettabili, la soluzione è unica (unicità). Una soluzione è detta unica se cambiando il modello da \mathbf{m}_1 a \mathbf{m}_2 , l'applicazione dell'operatore g produrrà $\mathbf{d}_1 \neq \mathbf{d}_2$, conferendo, così all'operatore g la proprietà di essere iniettivo. In caso contrario, diversi saranno i modelli che si adatteranno ugualmente bene ai dati e la soluzione non sarà più unica.

Le proprietà fisiche dei materiali sono funzioni continue dello spazio delle coordinate; nell'inversione si cerca di ricavare queste funzioni da un numero finito di misure, il che porta a non avere un unico risultato. La non unicità della soluzione può anche essere dovuta alla scarsa capacità dei dati di risolvere il modello. Pertanto, risoluzione ed unicità sono strettamente legate;

Un sistema la cui soluzione rimane pressoché identica anche alla presenza di dati errati (*outliers*) si definisce robusto;

Poiché in geofisica, molte delle inversioni forniscono soluzioni non uniche, l'obiettivo dell'inversione è quello di trovare, prima una soluzione e, in un secondo momento, determinare quantitativamente il grado di non unicità.

Per un problema inverso lineare espresso dall'equazione (2.6), dove N è il numero di equazioni, M quello delle incognite ed r il rango della matrice \mathbf{G} , si possono avere i seguenti casi:

- $N = M$: il problema è determinato; se $N = M = r$, il sistema ammette un'unica soluzione;
- $N < M$: il problema è indeterminato e, se $r = N$ ha $M - N$ gradi di libertà;
- $N > M$: il problema è sovradeterminato.

2.3 PROBLEMA GRAVIMETRICO INVERSO

I problemi inversi applicati ai campi di potenziale hanno la seguente formulazione [3]:

$$\int_{\Omega} K(\mathbf{r}_{obs}, \mathbf{r}) M(\mathbf{r}) d\Omega = T(\mathbf{r}_{obs}) \quad (2.8),$$

dove Ω è il dominio in cui è distribuita la sorgente d'anomalia, $M(\mathbf{r})$ indica la distribuzione incognita della sorgente nel punto \mathbf{r} , ovvero la soluzione incognita del problema, e $T(\mathbf{r}_{obs})$ denota il campo di potenziale nel punto \mathbf{r}_{obs} posto all'esterno del dominio Ω , cioè i dati osservati. La funzione $K(\mathbf{r}_{obs}, \mathbf{r})$, chiamata *kernel*, descrive la relazione fisica tra la sorgente nel punto \mathbf{r} e il campo nel punto \mathbf{r}_{obs} .

Nel caso in cui il problema inverso sia di tipo gravimetrico M diventa densità $\rho(\mathbf{r})$ della sorgente e D è la componente verticale del campo anomalo gravitazionale osservato.

$$\int_{\Omega} K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{obs}) \rho(\mathbf{r}) d\Omega = D(\mathbf{r}_{obs}) \quad (2.9).$$

Il *kernel* K assume la seguente forma:

$$K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{obs}) = \gamma \frac{z - z_{obs}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{obs}\|_2^3} \quad (2.10).$$

Dalla (2.10) è evidente che $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{obs})$ è la componente verticale di un campo anomalo gravitazionale generato da una sorgente puntiforme unitaria posta in \mathbf{r} .

L'equazione (2.9), detta equazione integrale di Fredholm del primo tipo [2], è un classico esempio di problema mal posto. Un problema è detto mal posto quando non soddisfa una delle seguenti proprietà: esistenza, unicità e stabilità (paragrafo 2.2). Se il problema è mal posto esistono differenti tecniche per giungere a una soluzione approssimativa quanto più vicina a quella reale. Un esempio è il problema sovradeterminato del tipo $\mathbf{d} = \mathbf{K}\mathbf{m}$, in cui \mathbf{K} è il *kernel*, \mathbf{m} è il vettore delle incognite e \mathbf{d} il vettore dei dati che viola la condizione di

esistenza della soluzione. In questo caso il problema può essere riformulato come un problema ai minimi quadrati, la cui formulazione è espressa nell'equazione (2.11)

$$\min_x \|\mathbf{K}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_2^2 \quad (2.11).$$

Se è violata la condizione di unicità, ovvero il sistema ha più soluzioni, possono essere aggiunte più condizioni al problema affinché sia ricavata la soluzione unica. Una di queste condizioni è che la norma della soluzione deve essere minima (equazione 2.12):

$$\min_x \|\mathbf{m}\|_2^2 \quad (2.12).$$

Se, infine, il sistema viola la condizione di stabilità (la soluzione è veramente sensibile alle perturbazioni), in altre parole il rapporto tra il più grande e il più piccolo valore singolare diverso da zero della matrice \mathbf{K} (numero di condizionamento) è grande, il problema può essere riformulato in un altro problema meno sensibile attraverso le tecniche di regolarizzazione.

E' stato accennato in precedenza che nella pratica si affrontano problemi discreti. Ciò comporta che per essere capaci di risolvere l'equazione (2.9), è necessario rendere il problema teorico, che è continuo, come un problema a dimensioni finite discreto, dal quale ottenere una soluzione numerica. Conseguentemente, poiché il problema discreto deriva da un problema continuo inverso mal posto, questo risulterà a sua volta mal posto. Si utilizzano differenti metodi di discretizzazione e regolarizzazione per giungere a una soluzione stabile e significativa.

In questo progetto di ricerca è stato considerato un approccio d'inversione semplificato, poiché l'obiettivo è di stimare essenzialmente l'eccesso/difetto di massa della sorgente gravimetrica. Esistono due metodi di discretizzazione dell'equazione integrale (2.9): il metodo della quadratura e il metodo di Galerkin [18].

Il metodo della quadratura può essere sviluppato assumendo che la soluzione $\rho(\mathbf{r})$ consiste in un numero di sorgenti puntiformi con una data densità (magnetizzazione nel caso di problemi inversi magnetici); il metodo di Galerkin, invece, stabilisce che il dominio

è discretizzato in celle o pixel con densità costante (magnetizzazione nel caso di problemi inversi magnetici).

In entrambi i casi, il dominio della sorgente è diviso in un numero N di celle rettangolari in un grid $N_x \times N_y \times N_z$. I punti di osservazione P sono distribuiti lungo un grid di misura $P_x \times P_y$ posto al di fuori del dominio Ω .

Approfondimento: Metodo di Galerkin

Sia per il problema gravimetrico che per quello magnetico si ha che:

$$d_i = T(\mathbf{r}_{obs_i}) \quad \text{e} \quad m_j = \zeta_j \quad (2.13),$$

con $i = 1, 2, \dots, P$ e $j = 1, 2, \dots, N$ ed \mathbf{r}_{obs_i} sempre negativo poiché al di sopra del piano campagna (asse z positivo verso il basso).

In particolare per il problema gravimetrico [3] la soluzione è formulata così:

$$k_{ij} = \frac{\gamma}{\sqrt{v_j}} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 \mu_{klm} \left[z_m \tan^{-1} \left(\frac{x_k y_l}{z_m R_{klm}} \right) - x_k \log(R_{klm} + y_l) - y_l \log(R_{klm} + x_k) \right] \quad (2.14),$$

$$\text{dove } R_{klm} = \sqrt{x_k^2 + y_l^2 + z_m^2} \quad \text{e} \quad \mu_{klm} = (-1)^k (-1)^l (-1)^m .$$

2.4 SOLUZIONE DEL PROBLEMA INVERSO INDETERMINATO PER LA STIMA DELL'ECCESSO/DIFETTO DI MASSA

Il problema inverso che si affronta nella realtà spesso è un problema indeterminato. Infatti, nell'inversione 3D, dopo la discretizzazione del dominio d'indagine, solitamente si hanno più incognite che dati osservati in superficie.

La soluzione più semplice che si può ottenere per questo tipo di problemi è la soluzione *minimum length*. Questa soluzione del problema inverso, non è la migliore possibile, ma la più semplice da ottenere. Infatti, imponiamo che la soluzione \mathbf{m} minimizzi la norma L^2 , come espresso nell'equazione 2.12:

$$\|\mathbf{m}\|_2^2 = \mathbf{m}^T \mathbf{m} \quad (2.15),$$

$$\text{con } \mathbf{m} = \sum_i m_i^2 .$$

Il vettore incognito che rappresenta la soluzione del problema inverso, è espresso dall'equazione (2.16):

$$\mathbf{m}_{ML} = \mathbf{A}^T [\mathbf{A}\mathbf{A}^T]^{-1} \mathbf{d} \quad (2.16).$$

Come si può notare la formulazione (2.16) ha la stessa forma dell'equazione (2.6), in cui ritroviamo la matrice $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T[\mathbf{A}\mathbf{A}^T]$ che rappresenta il *kernel* mentre \mathbf{d} il vettore dei dati.

Per risolvere il problema inverso è necessario calcolare l'inversa della matrice \mathbf{A} . Se \mathbf{A} è una matrice rettangolare o singolare bisogna ricorrere ad un tipo di matrice inversa, \mathbf{A}^{-g} , chiamata inversa generalizzata. Un metodo algebrico utilizzato per il calcolo dell'inversa generalizzata della matrice \mathbf{A} è la SVD, decomposizione in valori singolari (paragrafo 2.6). Attraverso la SVD, la matrice di partenza \mathbf{A} di dimensioni $M \times N$ viene decomposta in un prodotto di tre matrici \mathbf{U} , $\mathbf{\Lambda}$ e \mathbf{V} , tali che $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T$.

Poichè il sistema è indeterminato (si considera lo spazio nullo \mathbf{V}_0 , ma non lo spazio nullo \mathbf{U}_0), la soluzione *Minimum Length* è espressa da:

$$\mathbf{m}_{ML} = \mathbf{V}_r \mathbf{\Lambda}_r^{-1} \mathbf{U}_r^T \mathbf{d} \quad (2.17).$$

Trovata la soluzione del problema indeterminato e discretizzato, sommando le masse determinate per ogni cella, si riesce a stimare l'eccesso/difetto di massa del volume indagato:

$$\Delta M = \sum_n \Delta \rho_n V \quad (2.18),$$

con n numero di celle totale, V volume della cella, mentre $\Delta \rho_n$ rappresenta la stima del contrasto di densità associato alla cella n^{ma} .

2.5 METODO MULTISCALE DEI MOMENTI DELLA SORGENTE PER LA VALUTAZIONE DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA

Uno dei metodi proposti in questa tesi per valutare l'anomalia di massa di una sorgente è il metodo multiscala dei momenti, che è stato sviluppato in questo triennio di ricerca.

Già Medeiros and Silva nell'anno 1995 [31, 32], proposero una procedura iterativa basata sulla valutazione dei momenti della sorgente per stimare l'eccesso/difetto di massa e il centro di massa di una sorgente gravimetrica. Questa procedura, a differenza di quella proposta in questo lavoro, consiste nell'inversione dei dati gravimetrici su superficie 2D. Ciò comporta differenti problematiche.

Si consideri l'espressione del campo gravimetrico generato su di un piano S in relazione alla funzione di Green Φ [17]. Espandendo la funzione di Green in una serie di Taylor, si ottiene:

$$g(x, y) = \Phi^0 m_0 + \Phi^x m_x + \Phi^y m_y + \Phi^z m_z + \frac{1}{2} \Phi^{xx} m_{xx} + \Phi^{xy} m_{xy} + \Phi^{xz} m_{xz} + \frac{1}{2} \Phi^{yy} m_{yy} + \Phi^{yz} m_{yz} + \frac{1}{2} \Phi^{zz} m_{zz} \quad (2.19),$$

dove Φ rappresenta l'espansione di Green in serie del potenziale gravimetrico, mentre i coefficienti m sono i momenti della sorgente. Per la similarità della funzione di Green Φ , e quindi anche dei coefficienti \mathbf{m} , $m_x = m_y = m_z$ e $m_{xx} = m_{yy} = m_{zz} = m_{xz} = m_{yz}$, i momenti dei vari ordini sono espressi da:

$$m_0 = \int_v \rho(r') dv$$

$$m_x = \int_v (x' - x_0') \rho(r') dv$$

$$m_{xy} = \int_v (x' - x_0')(y' - y_0')\rho(r')dv \quad (2.20).$$

Il momento di ordine m_0 rappresenta proprio l'eccesso o difetto di massa della sorgente gravimetrica, mentre il centro di massa è valutato tramite il rapporto $(m_z / m_0) + z'_0$, con z'_0 centro di espansione della serie. E' evidente, come il centro di espansione della serie z'_0 influisca sulla valutazione dei momenti della sorgente e quindi sulla stima dell'eccesso di massa. Infatti, i momenti della sorgente hanno un significato fisico solo quando il centro di espansione della serie coincide con il centro di massa della sorgente. Se occorre ciò, il momento di ordine due (solo nel caso gravimetrico) deve essere uguale a zero.

Teoria del Metodo Multiscala dei Momenti

La metodologia per la stima dell'eccesso/difetto di massa proposta in questo triennio di ricerca, si sviluppa sempre sulla teoria basata sulla stima dei momenti della sorgente gravimetrica, utilizzata anche da Mederios e Silva [30], ma con un approccio diverso. Infatti, essa si basa sull'inversione di un profilo verticale di dati gravimetrici. Il set di dati da invertire si ottiene da un'analisi multiscala del campo, utilizzando la trasformazione della continuazione verso l'alto a partite costruendo un un profilo verticale a partire dall'anomalia gravimetrica. Quindi per attuare questo tipo di metodologia è sufficiente eseguire un'inversione 1D di un profilo di dati verticale; ciò comporta spesso di affrontare problemi inversi sovradeterminati.

Come si è descritto in precedenza, il metodo dei momenti consiste nello stimare l'eccesso/difetto di massa e la profondità del centro di massa di corpi tramite la valutazione dei momenti della sorgente gravimetrica. I parametri della sorgente, su menzionati, vengono ricavati mediante l'inversione di un profilo verticale di dati relativo ad un punto del campo. A partire da un'espansione multipolare del campo di potenziale, si ottiene un sistema di equazioni lineari dove le incognite sono i coefficienti dell'espansione multipolare che rappresentano i momenti della sorgente. Ovviamente gli integrali che si

otterranno per ognuna delle polinomiali sviluppate, sono funzioni del contrasto di densità (o magnetizzazione per lo studio del campo magnetico).

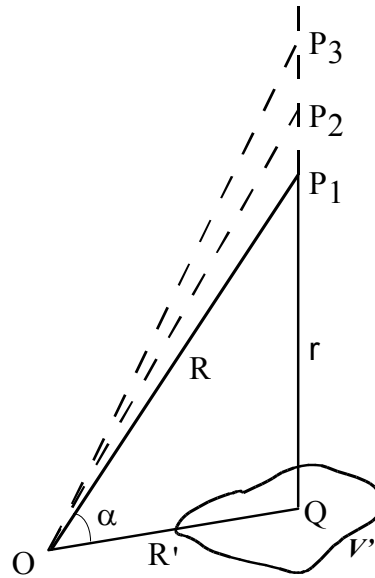


Figura 2.2 - Distribuzione di massa in un volume V e ubicazione dei punti P_i di misura.

Considerando il potenziale Newtoniano nei punti P_i (con i da $1, \dots, n$), esterni ad una distribuzione di massa nel volume V , (figura 2.2) possiamo definire un'espansione in serie $1/r$ di potenze ad esponente dispari negativo di R [24]:

$$\frac{1}{r} = P_0(u) \frac{1}{R} + P_1(u) \frac{R'}{R^2} + P_2(u) \frac{R'^2}{R^3} + \dots + P_n(u) \frac{R'^n}{R^{n+1}} + S_n \quad (2.21),$$

dove $u = \cos(\tau)$, $P_n(u)$ rappresentano i polinomiali di Legendre ed S_n i restanti n -ordini.

Moltiplicando la seguente espansione multipolare per una funzione della distribuzione di massa ρ nel volume V , otteniamo l'espansione in serie del potenziale:

$$U = \gamma P_0(u) \int_V \frac{\rho dV}{R} + \gamma P_1(u) \int_V \frac{\rho R' dV}{R^2} + \dots + \gamma P_n(u) \int_V \frac{\rho R'^n dV}{R^{n+1}} \quad (2.22).$$

Sostituendo al potenziale generico quello gravimetrico, si ottiene:

$$U = \frac{\gamma M}{R} + \gamma \cos(\tau) \int_V \frac{\rho[(x', y', z') - (x_0', y_0', z_0')] dV}{R^2} + \dots + \gamma P_n(u) \int_V \frac{\rho R^n dV}{R^{n+1}} \quad (2.23),$$

dove x_0, y_0 e z_0 rappresentano le coordinate del centro di espansione della serie coincidente con il punto centrale del nostro sistema di riferimento. L'equazione precedente è valida in ogni punto al di fuori della sorgente; inoltre la serie è uniformemente convergente se la stessa sorgente contiene nel proprio volume tutta la distribuzione di massa. Le stesse valutazioni valgono per ogni ordine di derivazione del potenziale [24]. Quindi possiamo scrivere, a partire dall'espansione in serie del potenziale gravimetrico, la derivata del potenziale lungo la direzione verticale z , che corrisponde alla g_z [9]:

$$g_z = \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\gamma M z}{R^3} + \gamma \cos(\tau) \int_V \frac{\rho[(x', y', z') - (x_0', y_0', z_0')] dV}{R^2} + \dots + \gamma P_n(u) \int_V \frac{\rho R^n dV}{R^{n+1}} \quad (2.24).$$

Troncando la serie all'ennesimo termine della serie R^n e considerando solo i valori del campo continuato osservati lungo l'asse z (quindi $x = y = 0$), si può riscrivere l'equazione (2.24) come:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial z} \cong \frac{-k_1}{z^2} + \frac{k_2}{z^3} + \dots + \frac{k_n}{z^{n+1}} \quad (2.25),$$

dove k_1 rappresenta la massa in eccesso o in difetto, mentre z rappresenta la distanza tra il punto di osservazione del campo e il centro di espansione della serie.

Quindi considerando N dati gravimetrici $\{g_1 \dots g_N\}$ lungo l'asse z , otteniamo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{bmatrix} \frac{g_1}{\gamma} \cong \frac{g_0}{\gamma} + \frac{k_1}{z_1^2} + \dots + \frac{k_n}{z_1^{n+1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{g_N}{\gamma} \cong \frac{g_0}{\gamma} + \frac{k_1}{z_N^2} + \dots + \frac{k_n}{z_N^{n+1}} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{g_1}{\gamma} \cong c + k_1 a_{11} + \dots + k_n a_{1n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{g_N}{\gamma} \cong c + k_1 a_{N1} + \dots + k_n a_{Nn+1} \end{bmatrix} \quad (2.26),$$

dove $c=g_0/\gamma$ rappresenta un termine costante relativo alla presenza di un campo regionale. Il sistema di equazioni può essere scritto anche in forma compatta:

$$\mathbf{A}\mathbf{k} = \mathbf{d} \quad (2.27),$$

dove la matrice \mathbf{A} rappresenta il modello, il vettore \mathbf{k} le incognite, mentre il vettore $\mathbf{d}=\mathbf{g}_N/\gamma$ un profilo verticale di dati gravimetrici diviso la costante di gravitazione universale γ . Gli elementi della matrice \mathbf{A} possono essere scritti come:

$$a_{Nn} = \frac{1}{z_N^{n+1}} \quad (2.28).$$

Le incognite del sistema di equazioni lineari $\{k_1, \dots, k_n\}$ sono i momenti della sorgente gravimetrica. In particolare il momento di ordine zero m_0 (nel sistema $-k_1$) rappresenta una stima dell'eccesso di massa della sorgente, mentre il momento di ordine uno m_1 , ci da informazioni sulla profondità del centro di massa.

Partendo da questa premessa, è possibile stimare il centro di massa della sorgente tramite i coefficienti k_2 e k_1 .

$$z_{cm} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{\int_V (z' - z'_0) \rho(\mathbf{r}') dV}{\int_V \rho(\mathbf{r}') dV} \quad (2.29),$$

dove z'_0 rappresenta la posizione del centro di espansione e z_{cm} è la profondità del centro di massa stimata.

Per iniziare la procedura della stima dei momenti, si sceglie il centro di espansione della serie z_0' pari a 0; esso viene imposto nello stesso punto del centro di espansione della serie. Nelle fasi successive del processo d'inversione esso viene aggiornato tramite il calcolo del rapporto tra i momenti di ordine uno e zero.

I dati gravimetrici da invertire, come accennato in precedenza, sono ottenuti tramite una continuazione verso l'alto (paragrafo 1.4) dal punto corrispondente al valore massimo dell'anomalia da interpretare. La scelta delle quote può essere importante, perché può aiutare a separare i contributi di anomalie che interferiscono alla singola quota di misura. Risulta per questo motivo fondamentale trovare un criterio oggettivo che ci permetta di individuare quale sia l'intervallo di continuazione ottimale per ottenere la migliore stima dell'eccesso/difetto di massa e del centro di massa della sorgente.

Come criterio di valutazione della scelta dell'intervallo di quote, esaminiamo il *data-misfit error*. Esso è definito come:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{inv} \quad (2.30),$$

cioè la differenza tra i dati osservati lungo un profilo verticale \mathbf{d}_{obs} e i dati ottenuti a seguito del processo di inversione \mathbf{d}_{inv} .

Per questo motivo l'inversione viene ripetuta iterativamente variando di volta in volta la quota massima del profilo verticale di dati considerati. Si ottiene in questo modo una mappa dell'errore \mathbf{e} in relazione a diversi profili verticali di dati e al numero dei termini della serie considerati R_n . Quindi la scelta del vettore di quote da considerare per ricavare la stima dell'eccesso/difetto di massa e del centro di massa del corpo viene effettuata localizzando sulla mappa il valore minimo del *data-misfit error*.

2.6 SINGULAR VALUES DECOMPOSITION (SVD)

Nell'ambito dello sviluppo di algoritmi d'inversione descritti in questa tesi, verranno sviluppati algoritmi di soluzione basati sulla Decomposizione ai Valori Singolari (SVD) dell'operatore lineare che lega il dato del problema alla funzione incognita da calcolare. Il perseguimento di una soluzione stabile del problema viene ottenuto grazie al metodo della SVD regolarizzato, che impone l'appartenenza della soluzione ad uno spazio di dimensione finita opportuna.

Per discutere i metodi di regolarizzazione è necessario innanzitutto studiare la decomposizione in valori singolari (SVD) del *kernel* del nostro sistema, il principale strumento per analizzare le equazioni di Fredholm [2] del primo tipo in forma discreta.

Per ogni matrice $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{m \times n}$, la SVD restituisce \mathbf{K} secondo la seguente forma:

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{\eta} \mathbf{u}_i \sigma_i \mathbf{v}_i^T \quad (2.31),$$

dove $\eta = \min(m, n)$ e dove σ_i , chiamati valori singolari, sono ordinati in ordine decrescente, ovvero $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\eta} \geq 0.1$. I vettori \mathbf{u}_i sono detti vettori singolari sinistri e i vettori \mathbf{v}_i sono chiamati vettori singolari destri; \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i sono ortonormali, cioè $\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i = \delta_{ij}$ per $i, j = 1, 2, \dots, \eta$. I valori singolari possono essere utilizzati come una misura della sensibilità della soluzione alle perturbazioni. Se \mathbf{m}_{exact} è la soluzione esatta e \mathbf{m} è la soluzione perturbata allora:

$$\mathbf{K} \mathbf{m}_{exact} = \mathbf{d}_{exact} \quad (2.32),$$

quindi:

$$\mathbf{K} \mathbf{m} = \mathbf{d}_{exact} + \mathbf{p} \quad (2.33),$$

in cui \mathbf{p} è la perturbazione.

Per la teoria della perturbazione sappiamo che [18]:

$$\frac{\|\mathbf{K}\mathbf{m}_{exact}\|_2}{\|\mathbf{m}_{exact}\|_2} \leq c_k \frac{\|\mathbf{e}\|_2}{\|\mathbf{d}_{exact}\|_2} \quad (2.34),$$

c_k è il numero di condizionamento di \mathbf{K} e indica che perturbazione si ci deve aspettare sulla soluzione.

Si può dimostrare che il numero di condizionamento rispetto alla norma 2 è dato da:

$$c_k = \frac{\sigma_1}{\sigma_n} \quad (2.35).$$

Più è grande il numero di condizionamento peggiore è la soluzione.

Se indichiamo con \mathbf{m}^{naive} la soluzione non regolarizzata, in termini di SVD questa prende la seguente forma:

$$\mathbf{m}^{naive} = \sum_{i=1}^{\eta} \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{d}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (2.36).$$

Nel caso di un sistema determinato la soluzione *naive* è $\mathbf{m}^{naive} = \mathbf{m} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{d}$ (si assume che \mathbf{K} abbia rango pieno); se il sistema è sovradeterminato la soluzione *naive* è data da una soluzione ai minimi quadrati del problema:

$$\min \left\{ \|\mathbf{K}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_2 \right\} \quad (2.37).$$

Se il sistema è indeterminato la soluzione *naive* è la soluzione del sistema $\mathbf{K}\mathbf{m} = \mathbf{d}$ che soddisfi $\min \left\{ \|\mathbf{m}\|_2 \right\}$.

In particolare, il problema che affrontiamo nello sviluppare il metodo multiscala dei momenti è un problema sovradeterminato. Esso può essere espresso in forma compatta come:

$$\mathbf{A}\mathbf{k} = \mathbf{g} \quad (2.38),$$

dove \mathbf{A} è la matrice del modello, \mathbf{k} è il vettore dei momenti della sorgente (incognite) e \mathbf{g} è il vettore dei dati gravimetrici del campo continuato:

$$\begin{bmatrix} 1 \cdot \frac{\gamma}{z_1^2} \cdot \frac{\gamma}{z_1^3} \cdots \frac{\gamma}{z_1^{R+1}} \\ \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \\ 1 \cdot \frac{\gamma}{z_N^2} \cdot \frac{\gamma}{z_N^3} \cdots \frac{\gamma}{z_N^{R+1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ k_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ g_N \end{bmatrix} \quad (2.39),$$

con $-k_1$ (momento di ordine zero m_0), che rappresenta la stima dell'eccesso-difetto di massa, coincide con il secondo termine del vettore incognite \mathbf{k} . La matrice \mathbf{A} è costituita da N termini che rappresentano i termini della serie. Da qui segue che

$$\mathbf{k} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{g} \quad (2.40).$$

Adoperando la Decomposizione in Valori Singolari (SVD) della matrice \mathbf{A} otteniamo:

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}^T \quad (2.41).$$

Questa espressione può essere scritta anche in termini di sommatoria con $\mathbf{U} = (u_1, \dots, u_n)$ e $\mathbf{V} = (v_1, \dots, v_n)$ vettori di lunghezza unitaria:

$$\mathbf{A}^{-1} = \sum_{i=1}^n v_i \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{u}_i^T \quad (2.42),$$

con σ_i (singular values) elementi della diagonale della matrice \mathbf{S} . I vettori \mathbf{u} e \mathbf{v} sono detti vettore singolare sinistro e vettore singolare destro. In ogni decomposizione a valori singolare, gli elementi della diagonale di \mathbf{S} sono i valori singolari di \mathbf{A} . Le colonne di \mathbf{U} e \mathbf{V} contengono i vettori singolari sinistro e destro. Perciò:

1. è sempre possibile trovare una base unitaria costituita da \mathbf{U} ;

2. è sempre possibile trovare una base unitaria costituita da \mathbf{V} .

Da qui scriviamo la soluzione del problema:

$$\mathbf{m} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{u}_i^T}{\sigma_i} \quad (2.43).$$

Definendo \mathbf{f} :

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{u}_i^T}{\sigma_i} \quad (2.44),$$

i coefficienti della soluzione, scriviamo la risoluzione definitiva del problema inverso in forma semplificata:

$$\mathbf{m} = \sum_{i=1}^n f_i \mathbf{v}_i \quad (2.45).$$

Ricordiamo che il secondo elemento del vettore \mathbf{x} ci da una stima dell'eccesso di massa della sorgente, mentre il terzo ci permette di calcolare, tramite la (2.29), il centro di massa della sorgente gravimetrica.

2.7 TRUNCATED SINGULAR VALUE DECOMPOSITION (TSVD)

La soluzione *naive* è associata a un numero di condizionamento molto grande a causa dei piccoli valori singolari. Questa considerazione conduce a una nuova soluzione, regolarizzata e approssimativa, \mathbf{m}_q , meno rumorosa.

$$\mathbf{m}_q = \sum_{i=1}^q \frac{\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{g}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (2.46),$$

dove $0 < q < \eta$.

Paragonata alla (2.36), la (2.46) corrisponde alla soluzione regolarizzata ottenuta considerando solo le prime q componenti della soluzione *naive*.

Questo metodo è chiamato Decomposizione Troncata a Valori Singolari (TSVD). Il parametro di troncamento q è scelto in modo tale da rigettare tutte le componenti fortemente *noisy* della SVD senza, però, perdere informazioni utili sulla soluzione. Da qui segue che il nuovo numero di condizionamento, c_{Kq} , è molto più piccolo di c_k . Si ricorda che la matrice A è costituita da N termini (termini della serie). Se si considerano termini di elevato ordine (5,6,7...), abbiamo più "informazioni" sul problema, ma questi rendono instabile la soluzione. Per evitare di perdere informazioni (evitare di considerare solo i primi termini della serie) si è deciso di adoperare una regolarizzazione del problema, avvalendosi della Truncated Singular Values Decomposition (TSVD).

$$\mathbf{m}_r = \sum_{i=1}^r \mathbf{v}_i \frac{\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{g}}{\sigma_i} \quad (2.47).$$

Questo tipo di regolarizzazione consiste nel considerare i primi r singular values σ_r . Per la scelta dell'indice r di regolarizzazione, o meglio del valore di tolleranza, si utilizza la seguente espressione:

$$tol = \max(\dim(\mathbf{A})) \times norm(\mathbf{A}) \times EPS(\mathbf{A}) \quad (2.48),$$

dove **A** è la matrice *kernel*, mentre *EPS* è una funzione di *spacing of floating point numbers* [19]. Quindi per regolarizzare la soluzione, ogni singular values σ_r , inferiore a questo valore di tolleranza non viene considerato.

CAPITOLO 3 – SVILUPPO E VALIDAZIONE DI ALGORITMI PER
LA STIMA DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA DELLA
SORGENTE

Nel capitolo precedente è stata descritta la teoria alla base degli algoritmi sviluppati per la stima dell'eccesso/difetto di massa. In questo capitolo verrà descritta l'applicazione degli algoritmi su dati numerici del campo gravimetrico, al fine di validare il funzionamento e la bontà delle metodologie proposte. In particolare verranno esaminate anomalie generate da sorgenti semplici (es. sorgente prismatica) ed anomalie generate da sorgenti complesse (multi-sorgente) in diverse condizioni.

Considerando come sorgente gravimetrica un modello prismatico mostreremo i casi in cui:

1. l'anomalia gravimetrica non è definita in maniera completa sulla superficie di misura;
2. l'anomalia gravimetrica è influenzata dalla presenza di *noise* ad alta frequenza;
3. l'anomalia gravimetrica è influenzata da un campo regionale.

Come ultimo caso, verranno analizzati i dati numerici del campo relativo ad anomalie interferenti tra loro, generate a partire da due sorgenti distinte, un prisma profondo e un sfera superficiale. I tre algoritmi proposti saranno quindi utilizzati per stimare l'eccesso/difetto di massa dei modelli sintetici descritti, al fine di confrontare e definire i vantaggi e i limiti di applicabilità nelle diverse situazioni descritte.

Infine è stata proposta l'utilizzo della derivata verticale del campo gravimetrico come risoluzione ai problemi riscontrati nelle situazioni in cui l'anomalia analizzata fosse influenzata da un campo esterno (trend regionale o interferenza con anomalie vicine). Essa tende a ridurre tali effetti ed isolare al meglio i contributi dell'anomalia. I risultati della stima dell'eccesso di massa sono stati soddisfacenti soprattutto utilizzando l'algoritmo sviluppato sulla teoria dell'inversione, i quali erano fortemente condizionati dell'effetto del trend regionale sull'anomalia.

3.1 SORGENTE PRISMATICA

Si consideri una simulazione numerica del campo gravimetrico generato da un modello di sorgente prismatica, avente una distribuzione del contrasto di densità positivo rispetto al background. Nella figura 3.1 è rappresentata l'anomalia analizzata, la cui relativa sorgente è posizionata al centro dell'area di misura. La profondità alla quale è posta la sorgente è tra 1.5 e 2 km; i lati del prisma sono di dimensioni di 1 km x 2 km e con un contrasto di densità $\Delta\rho$ di 200 kg/m³.

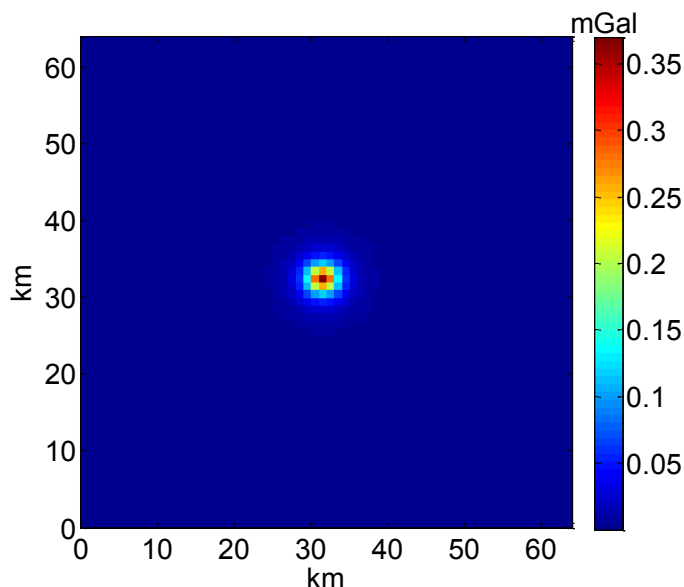


Figura 3.1 - Simulazione numerica del campo di gravità generato da una sorgente prismatica con contrasto di densità pari a 200 kg/m³.

Il passo di campionamento dei dati è pari a 1 km; essi sono circoscritti ad un'estensione areale di 64 km x 64 km. Come si può notare dalla figura 3.2, che mostra un profilo est-ovest dell'anomalia, estratto considerando come riferimento il punto centrale della matrice, l'anomalia è campionata in maniera completa: infatti, il campo tende asintoticamente a zero alle estremità dell'area di misura.

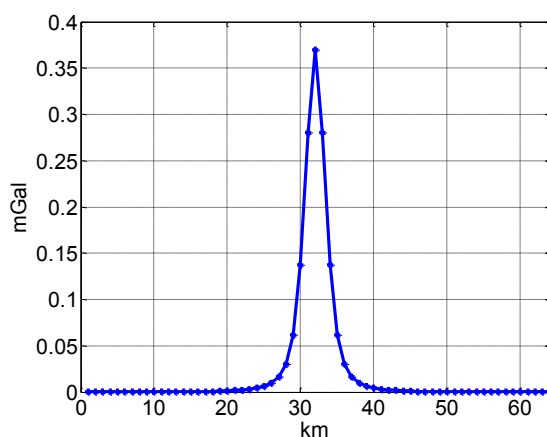


Figura 3.2 - Profilo est-ovest estratto dalla matrice dei dati numerici in corrispondenza del punto centrale della matrice dei dati gravimetrici.

Conoscendo i parametri della sorgente possiamo calcolare l'eccesso di massa reale della sorgente prismatica rispetto al background. Esso è pari a $0.2 \cdot 10^{12}$ kg.

Di seguito vengono mostrati i risultati ottenuti utilizzando i tre diversi algoritmi considerati in questo lavoro di tesi per la stima di anomalia di massa della sorgente.

Algoritmo sviluppato sul teorema di Gauss

Nel capitolo precedente è stata descritta la teoria del metodo basato sul teorema di Gauss (paragrafo 2.1). Adoperando l'algoritmo di Gauss che si ricorda corrispondere in seguito a semplificazioni, alla sommatoria del prodotto tra il valore del campo gravimetrico e il settore dell'area di misura considerata, si stima un valore dell'eccesso di massa pari a $0.19 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore sulla stima rispetto al valore reale pari al 5%.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Di seguito si analizza l'applicazione dell'algoritmo basato sulla teoria dell'inversione dei dati gravimetrici. L'algoritmo basato sull'inversione consente di ottenere una

ricostruzione della distribuzione del contrasto di densità anche senza definire nel modo giusto le caratteristiche della sorgente, attraverso la soluzione *minimum length*. Il concetto sul quale si basa questa idea è legato al fatto che avendo come vincoli i dati di misura, la distribuzione di densità che viene individuata nel processo di inversione permette la stima dell'eccesso o difetto di massa indipendentemente dalla forma stimata della regione anomala di densità nel sottosuolo. Infatti, come è noto, sono possibili più soluzioni equivalenti per un dato problema gravimetrico e la *minimum length* è semplicemente una di esse.

Si consideri l'anomalia generata da una distribuzione di densità di forma prismatica (figura 3.1). Applicando l'algoritmo d'inversione e considerando un dominio d'indagine con dimensioni di 64 km x 64 km x 3 km, discretizzato in 12288 celle di 1 km³ di volume, si ottiene una soluzione *minimum length* che, come detto in precedenza, è errata in termini di ricostruzione della geometria della sorgente prismatica, risultando troppo superficiale. Il risultato dell'inversione è mostrato in figura 3.3.

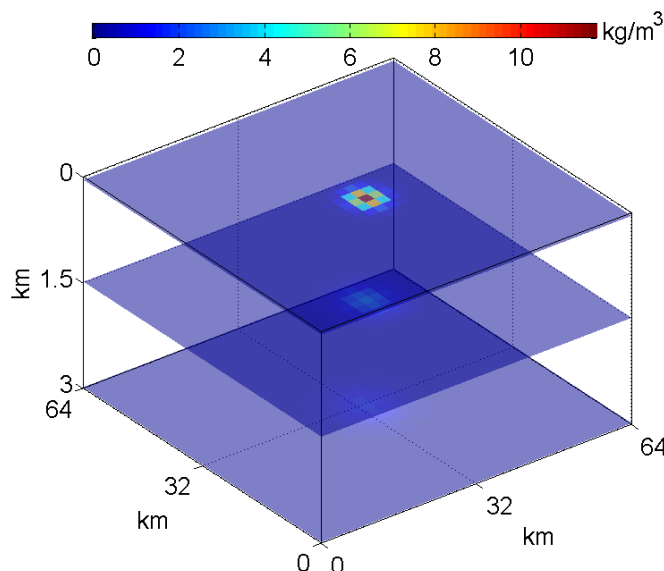


Figura 3.3 - Soluzione d'inversione *minimum length* di una distribuzione di densità di forma prismatica. il dominio di indagine è stato discretizzato in 64 x 64 x 3 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Come spiegato nel paragrafo 2.4, attraverso l'equazione 2.18, possiamo calcolare il valore dell'eccesso/difetto di massa all'interno dell'intero dominio d'indagine.

La stima dell'eccesso di massa valutata è pari a $0.197 \cdot 10^{12}$ kg con un errore pari a circa il 2% rispetto al valore reale di eccesso di massa della sorgente prismatica. Si noti che la stima dell'eccesso di massa è leggermente migliorata. Anche in questo caso, come nell'analisi fatta adoperando l'algoritmo basato sul metodo di Gauss, non si ha alcuna informazione sulla profondità della sorgente.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente

Viene descritto adesso l'algoritmo sviluppato sul metodo multiscala basato sulla stima dei momenti della sorgente gravimetrica proposto in questo lavoro di ricerca.

Considerando l'anomalia gravimetrica mostrata in figura 3.1, il campo viene continuato verso l'alto per ottenere un serie di dati di gravità da invertire per stimare i momenti della sorgente. Si riporta come esempio, l'anomalia del campo gravimetrico continuata verso l'alto ad una quota di 8 km, mostrata in figura 3.4.

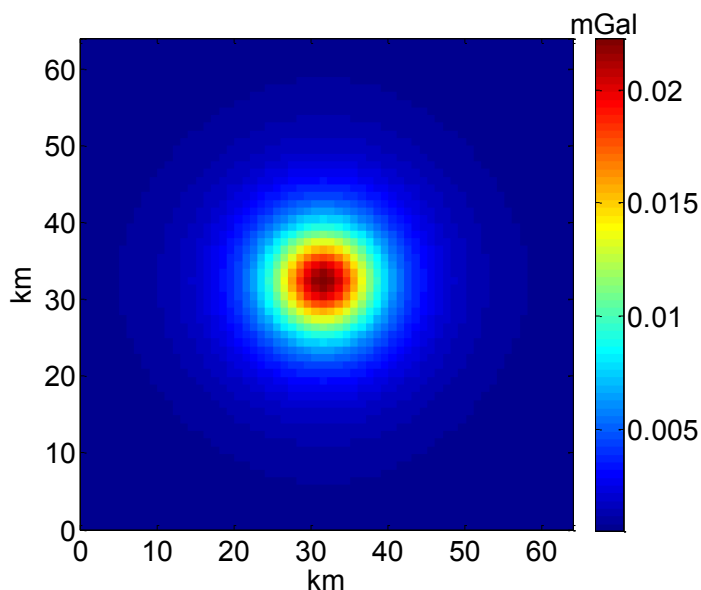


Figura 3.4 - Anomalia del campo gravimetrico continuata alla quota di 8 km.

Per definire oggettivamente quali sono le quote da considerare per ottenere una stima attendibile dell'eccesso di massa a partire dall'anomalia descritta, si considerano una serie di vettori di continuazione arbitrari in modo da generare una mappa (figura 3.5) del *data-misfit error*, come descritto nel paragrafo 2.5. Il logaritmo dell'errore rappresentato è funzione delle quote massime di continuazione e dei termini considerati dell'espansione in serie. Localizzando il minimo valore dell'errore si identifica così il vettore di quote ottimale da considerare per stimare l'eccesso di massa ed il centro di massa della sorgente esaminata.

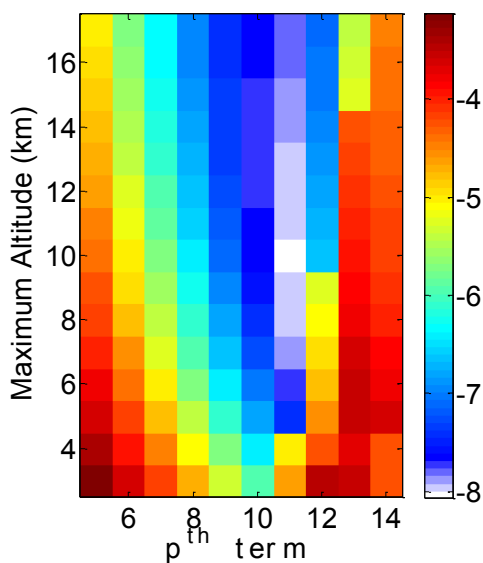


Figura 3.5 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p= 11$, *maximum altitude*= 10 km.

Le coordinate del valore minimo del logaritmo dell'errore sono $p= 11$ e *maximum altitude*= 10 km. Quindi a partire da dati gravimetrici continuati da 0 km a 10 km con passo 0.1 km (101 dati), si conseguono i risultati mostrati nella figura 3.6 che segue:

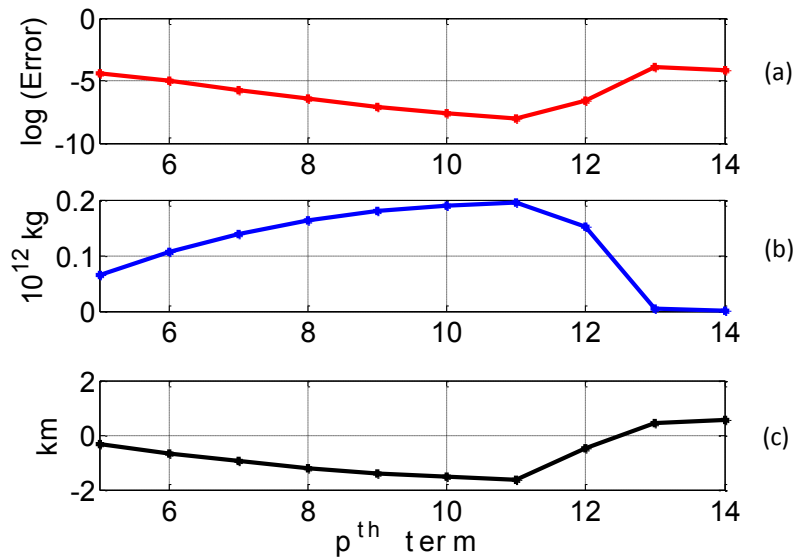


Figura 3.6 - Curve unimodali del valore del misfit dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

Le curve ottenute in seguito al processo d'inversione 1D sono unimodali. Si noti come in corrispondenza del valore massimo della stima dell'eccesso di massa (3.6-b) e del centro di massa (3.6-c) corrisponda il minimo del *misfit* dei dati (3.6-a).

La massa in eccesso risulta essere pari a $0.195 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore pari al 3% rispetto al valore reale di eccesso di massa; mentre il centro di massa della sorgente gravimetrica viene identificato a 1.63 km di profondità con il 7% di errore rispetto al valore reale di 1.75 km. Di seguito, nella figura 3.7, viene mostrata la covarianza della matrice del *kernel* e la risoluzione del modello. La covarianza del modello ci da informazioni su come si propaga l'errore nel processo d'inversione $\text{COV } \mathbf{m}_{\text{stimato}} = \sigma_d^2 \mathbf{V}_r \mathbf{\Lambda}_r^{-2} \mathbf{V}_r^T$. Essa è tanto più alta quanto più numerosi sono i termini con valori singolari piccoli. La risoluzione del modello ci da indicazioni sulla sensitività del *kernel*. Quando la matrice della risoluzione del modello $\mathbf{R} = \mathbf{A}^{-g} \mathbf{A} = \mathbf{V}_r \mathbf{V}_r^T$ è pari a quella identità \mathbf{I} , la risoluzione è ottima.

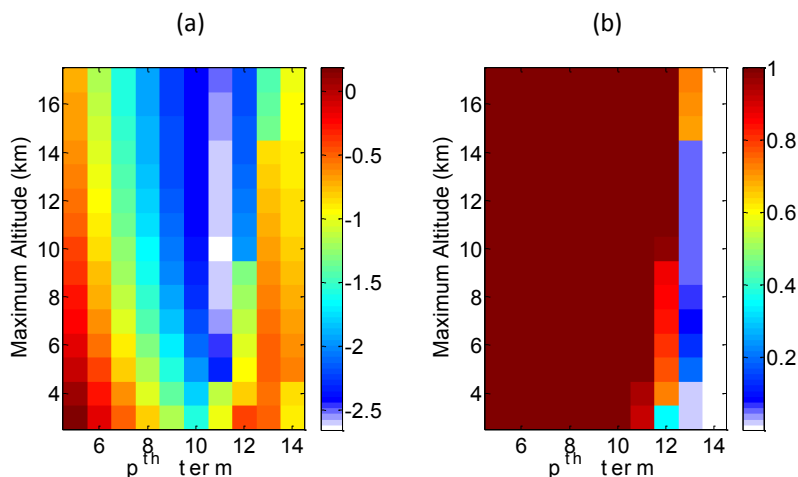


Figura 3.7 - Covarianza del modello (a). Risoluzione del modello (b).

Osservando la distribuzione dei valori della covarianza, può essere identificato un valore di minimo proprio in corrispondenza della quota massima di continuazione 10 km (come osservato nella figura 3.5). E' interessante osservare come la risoluzione del modello sulla diagonale presenta valori pari a 1 fino al dodicesimo termine dell'espansione in serie (ottima risoluzione del modello).

3.2 SORGENTE PRISMATICA CON MISURE GRAVIMETRICHE SU SUPERFICIE LIMITATA

Nella realtà acquisire dati su una superficie di 64 km x 64 km ed identificare un'anomalia definita in maniera completa è praticamente impossibile. E' invece quasi sempre verificato osservare un'anomalia del campo gravimetrico non definita in maniera completa. Quindi di seguito nella figura 3.8, viene mostrata l'anomalia relativa alla stessa sorgente prismatica descritta nel paragrafo precedente, ma definita su un'area di misura pari a 64 km².

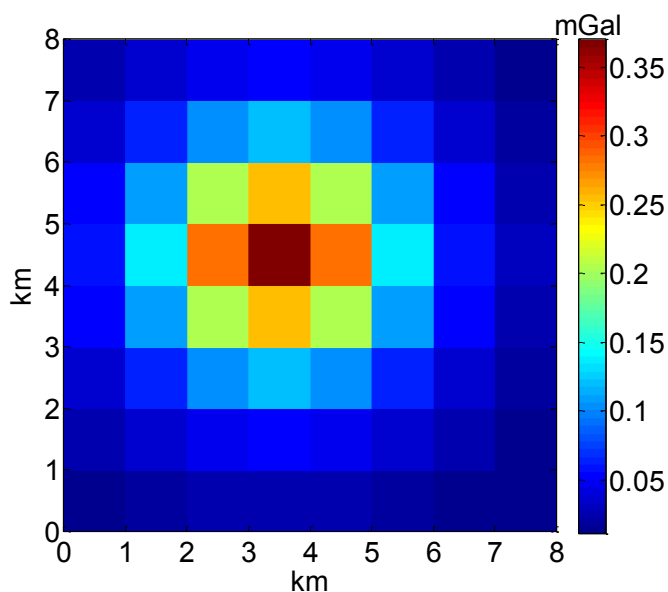


Figura 3.8 - Simulazione numerica di una sorgente prismatica con contrasto di densità pari a 200 kg/m³, osservata su una superficie limitata.

Infatti, osservando il profilo est-ovest estrapolato dalla matrice dei dati numerici, si nota come, a differenza di quello mostrato in figura 3.2, esso è troncato (non tende asintoticamente a zero).

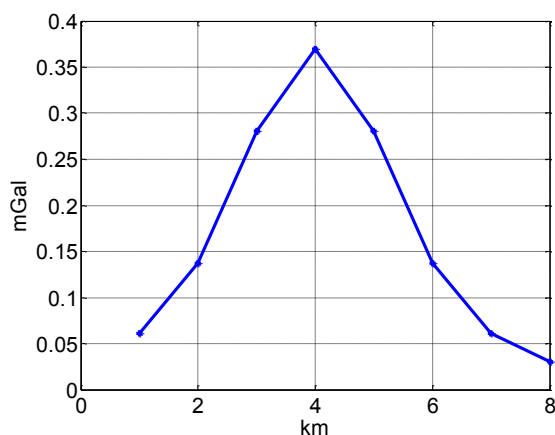


Figura 3.9 - Profilo est-ovest troncato, estratto dalla matrice dei dati numerici in corrispondenza del punto centrale dell'anomalia.

Algoritmo sviluppato sul metodo di Gauss

Nel capitolo precedente (paragrafo 2.1) abbiamo sottolineato come il metodo di Gauss prevedrebbe che l'anomalia fosse definita in maniera continua (in ogni punto dello spazio) e su una superficie areale infinitamente estesa. Poiché nei casi sperimentali questo non si verifica (infatti i dati vengono acquisiti in maniera discreta con certo un passo di campionamento e su un'area limitata), il risultato è soggetto ad un errore di stima dell'eccesso/difetto di massa che può essere anche rilevante. Adoperando l'algoritmo basato sul teorema di Gauss, infatti, in questo caso, otteniamo una stima dell'eccesso di massa pari a $0.125 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore rispetto al valore reale di circa il 37%.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Con l'applicazione dell'algoritmo basato sul metodo d'inversione, in questa situazione in cui l'anomalia non è definita in maniera completa, considerando un dominio d'indagine con dimensioni di 8 km x 8 km x 3 km, si ottiene una soluzione *minimum length* mostrata nella figura 3.10. La stima dell'eccesso di massa è pari a $0.185 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore dell'8% rispetto al valore reale dell'eccesso di massa della sorgente prismatica.

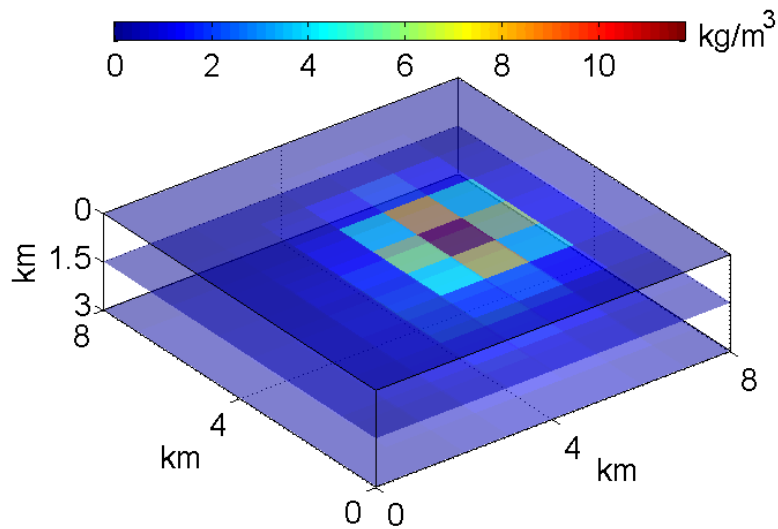


Figura 3.10 - Soluzione dell'inversione *minimum length* a partire da dati numerici. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 8 x 8 x 3 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Come si nota dalla figura, anche in questo caso, si ottiene una soluzione della distribuzione del contrasto di densità non realistica in termini di forma e profondità della sorgente prismatica.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente

Utilizzando l'algoritmo sviluppato sulla teoria del metodo multiscala dei momenti, in questo caso in cui l'anomalia è definita su una superficie di misura limitata, un problema sorge poiché, continuando il campo gravimetrico verso l'alto, la lunghezza d'onda del segnale gravimetrico aumenta e i dati osservati alle alte quote, risentono della limitatezza dell'area di misura. Infatti, come si osserva in figura 3.8, i dati del campo gravimetrico sono circoscritti a una superficie areale limitata non fornendo così l'informazione necessaria sull'andamento asintotico in senso areale dell'anomalia.

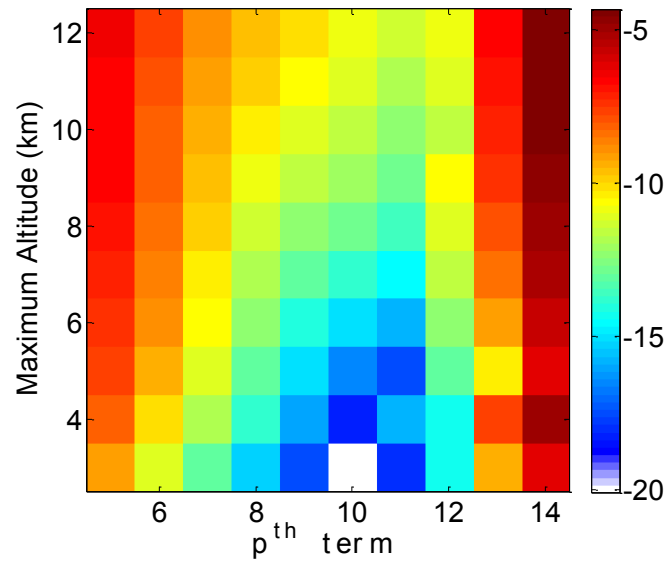


Figura 3.11 – Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=10$, *maximum altitude*= 3 km.

La stima dell'eccesso di massa ottenuta considerando un vettore di continuazione di dati che va da 0 km fino a 3 km con passo 0.1 km, individuato osservando la figura 3.11, in questo caso è pari $0.153 \cdot 10^{12}$ kg (figura 3.12-b), con un errore del 24% rispetto al valore reale. Il centro di massa stimato è uguale a 1.24 km (figura 3.12-c) rispetto alla profondità del centro di massa reale di 1.75 km.

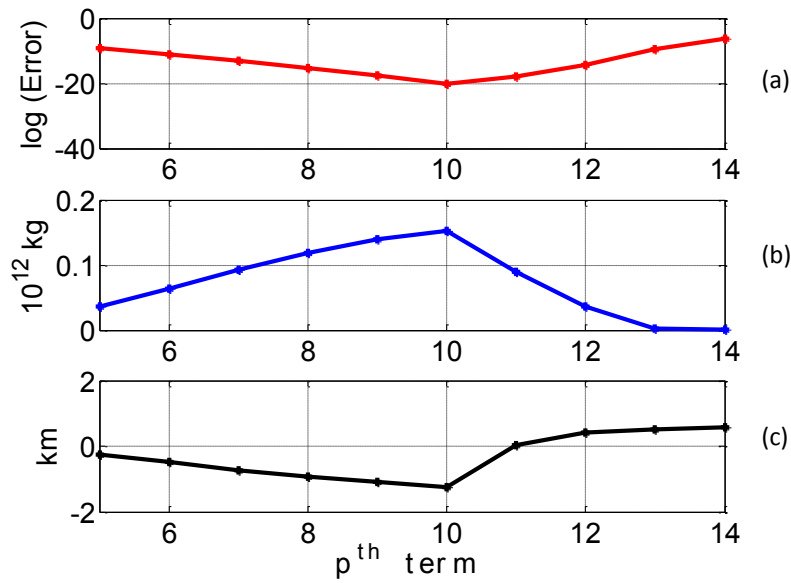


Figura 3.12 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

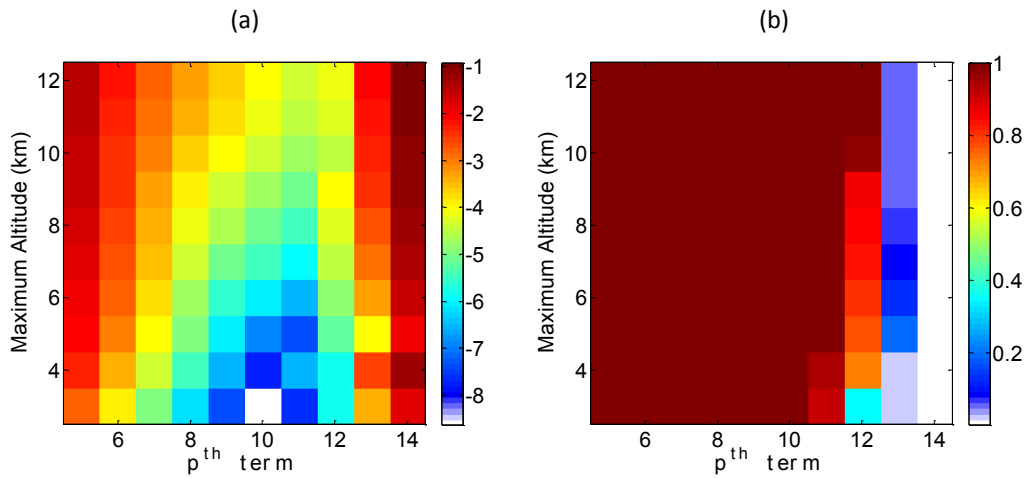


Figura 3.13 – Covarianza (a) e risoluzione del modello (b).

Per questa problematica riscontrata in tutte le situazioni reali, si cerca di ovviare al problema calcolando un'estrapolazione matematica oltre i bordi della matrice dell'anomalia. Esistono diversi tipi di estrapolazione al bordo tra i quali *Zero extension*, *Smooth extension of order 0*, *Smooth extension of order 1*, *Symmetric extension*.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente: estrapolazione matematica all'estremità della matrice dei dati

Per illustrare il procedimento riguardante la stima dell'eccesso/difetto di massa da una matrice estrapolata all'esterno su una regione più vasta, si consideri lo stesso modello di sorgente prismatica descritto nei paragrafi precedenti. Continuando il campo a varie quote è appurata la conseguente problematica dovuta alla limitatezza dell'ara d'indagine. Dopo diversi test effettuati, utilizzando diverse tipologie di estrapolazione matematica ai bordi della matrice (figura 3.14), è stato verificato che quello più adatto per poi utilizzare l'algoritmo multiscala dei momenti, risulta essere l'estrapolazione matematica ai bordi della matrice di tipo *Zero extension*.

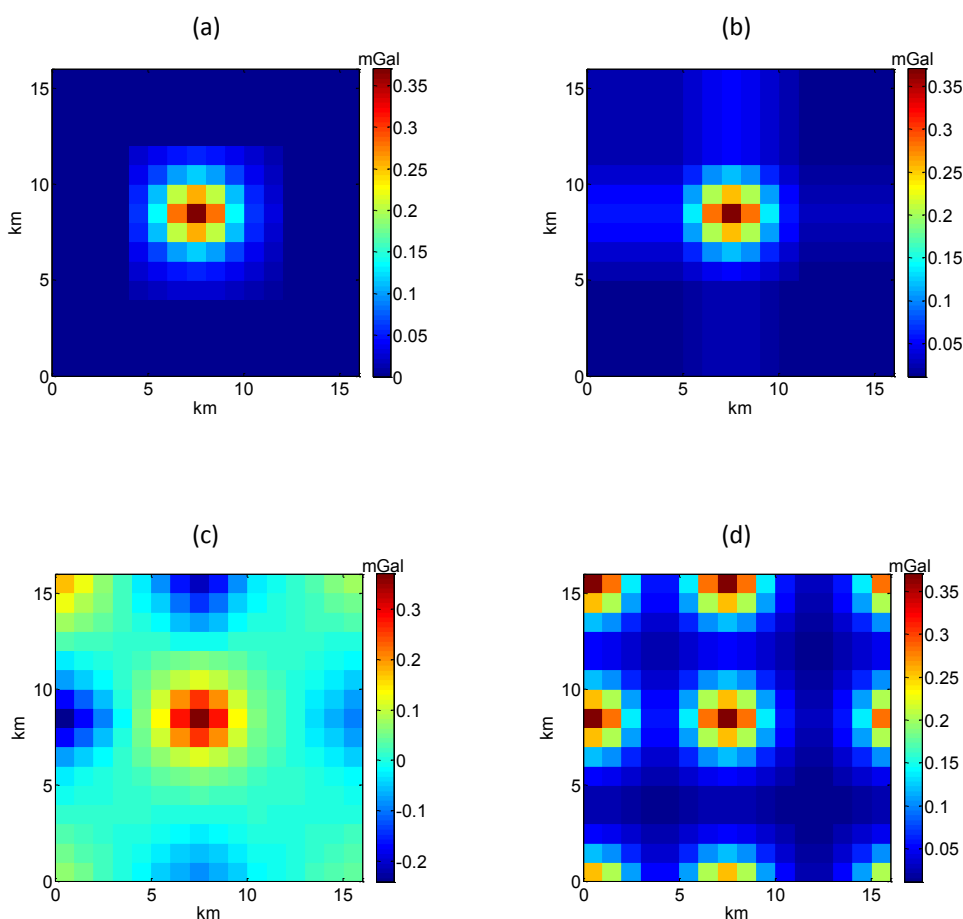


Figura 3.14 - Utilizzo di diversi algoritmi di estrapolazione matematica ai bordi della matrice dei dati gravimetrici: *Zero extension* (a), *Smooth extension of order 0* (b), *Smooth extension of order 1* (c), *Symmetric extension* (d).

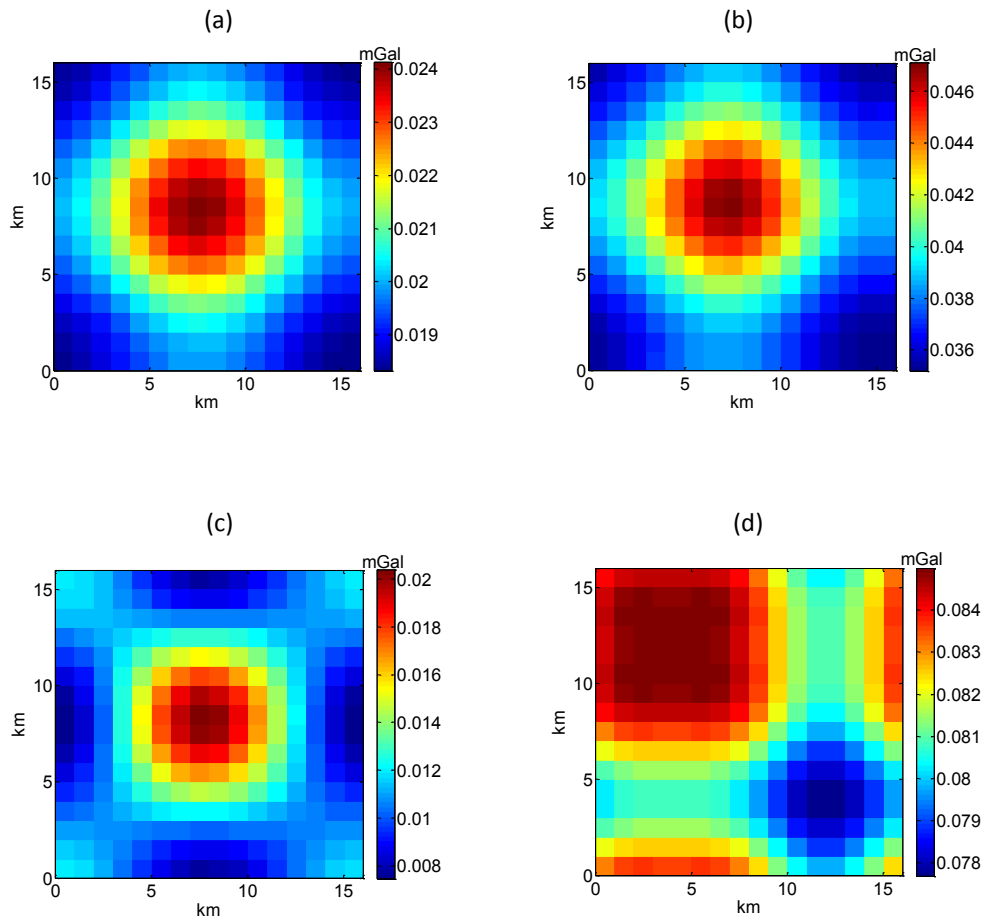


Figura 3.15 - Campo gravimetrico continuato verso l'alto ad una quota di 8km, considerando le matrici dei dati estrapolate ai bordi: *Zero extension* (a), *Smooth extension of order 0* (b), *Smooth extension of order 1* (c), *Symmetric extension* (d).

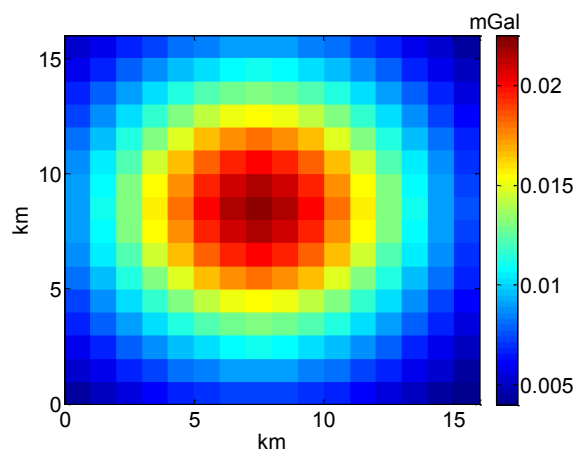


Figura 3.16 - Campo gravimetrico calcolato alla quota di 8km.

Esso consiste praticamente nell'aggiungere valori nulli ai limiti estremi della matrice dei dati gravimetrici. Infatti, analizzando i risultati della continuazione verso l'alto da una matrice con estrapolazione matematica ai bordi di tipo ZPD (figura 3.15-a) e i dati numerici calcolati alla medesima quota di 8 km, mostrati in figura (3.16), si nota la minima differenza in termini di ampiezza del segnale gravimetrico osservato.

Nonostante ciò, questa minima differenza tra i dati calcolati a diverse quote e i dati continuati dalla matrice alla quale abbiamo applicato il bordo *Zero extension* esiste e viene mostrata nella figura 3.17. Si osservi come tale differenza presenti un andamento curvo e come aumenti all'aumentare della quota di continuazione. Si è notato in seguito ad alcuni test che questo andamento curvilineo è tanto più marcato quanto maggiore è il contrasto tra valore di gravità agli estremi della matrice ed i valori estrapolati al bordo.

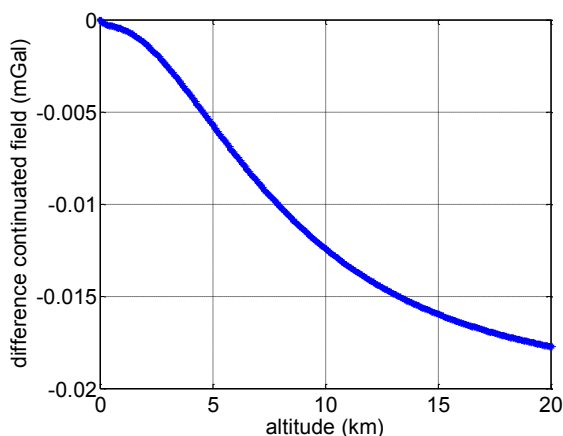


Figura 3.17 - Differenza tra i dati calcolati a varie quote (0 – 20 km) e i dati continuati con matrice estrapolata ai bordi, utilizzando l'algoritmo di estrapolazione *Zero extension*.

Per ridurre o cercare di eliminare questo contributo, legato sia alla trasformazione di continuazione dei dati verso l'alto sia all'utilizzo dell'extrapolazione matematica ai bordi di tipo ZPD, sono state apportare delle modifiche all'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti. In particolare nell'equazione (2.26) descritta nel capitolo precedente, viene

inserita una polinomiale cubica (equazione 3.1) utilizzando la quale si calcolano i coefficienti di tale polinomiale e quindi si tenta di ridurre l'effetto evidenziato:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{g_{z_1}}{\gamma} \cong c + z_1 + z_1^2 + z_1^3 + \frac{k_1}{z_1^2} + \dots + \frac{k_n}{z_1^{r+1}} \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ \frac{g_{z_N}}{\gamma} \cong c + z_N + z_N^2 + z_N^3 + \frac{k_1}{z_N^2} + \dots + \frac{k_n}{z_N^{n+1}} \end{array} \right] \quad (3.1).$$

A questo punto è possibile utilizzare l'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti sulla matrice dei dati di dimensioni 16 km x 16 km (dopo aver applicato l'algoritmo di estrapolazione *Zero extension*). Localizzando il minimo dell'errore nella figura 3.18, come mostrato in precedenza, si identifica il vettore di quote da considerare per stimare l'eccesso di massa ed il centro di massa della nostra sorgente.

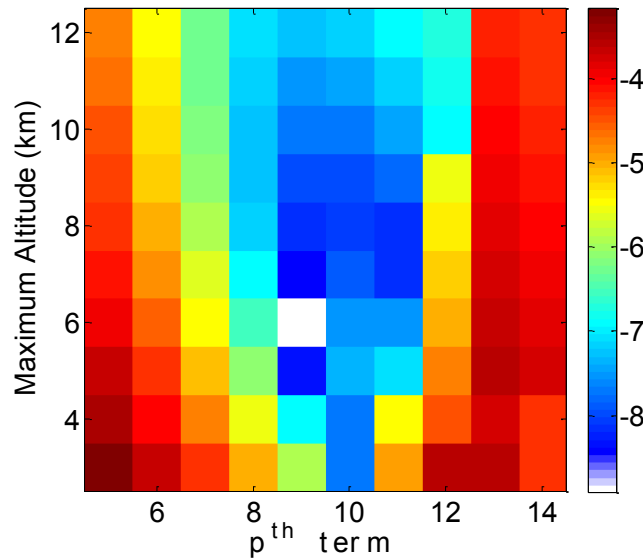


Figura 3.18 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=9$, *maximum altitude*= 6 km.

Infatti le coordinate del valore minimo dell'errore sono $p=9$ e *maximum altitude*= 4 km. A partire da dati gravimetrici continuati da 0 km a 6 km con passo 0.1 km (61 dati totali), si ottengono i seguenti risultati mostrati nella figura 3.19 che segue:

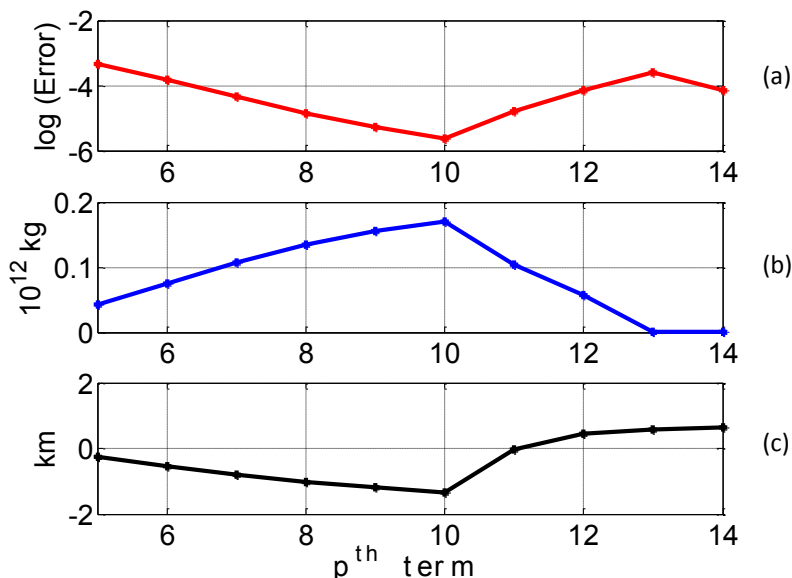


Figura 3.19 - Curve unimodali del valore del misfit dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

Anche in questo caso si osservano curve unimodali e la stima dell'eccesso di massa e del centro di massa coincidono col massimo della curva rappresentata in figura 3.19-b e nella figura 3.19-c in corrispondenza del minimo dell'errore (figura 3.19-a). La stima dell'eccesso di massa della sorgente prismatica è pari a $0.175 \cdot 10^{12}$ kg con un centro di massa stimato alla profondità di 1.4 km; gli errori sulla stima dell'eccesso di massa e del centro di massa rispetto ai parametri reali sono rispettivamente 12% e 20%.

Nella figura 3.20 che segue riportiamo la covarianza e la risoluzione del modello.

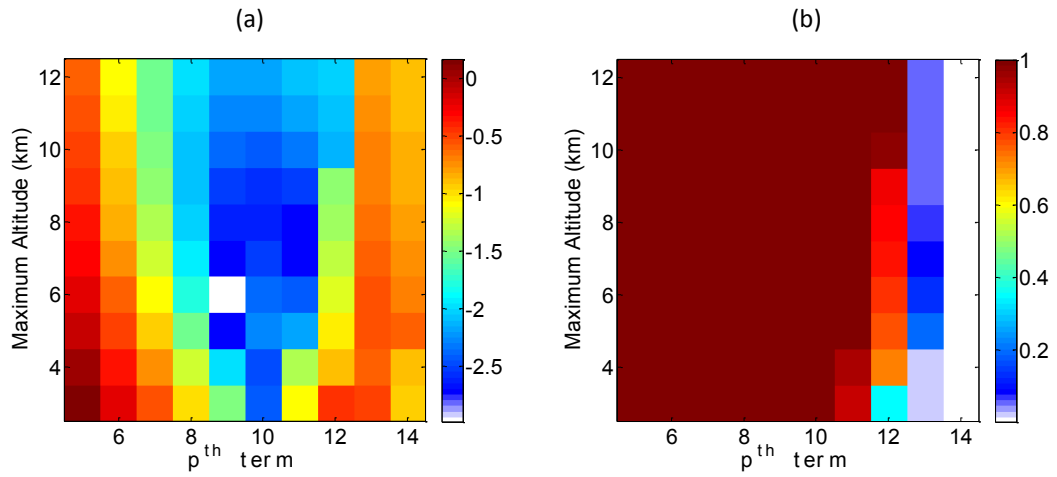


Figura 3.20 - Covarianza (a) e risoluzione del modello (b).

3.3 SORGENTE PRISMATICA CON EFFETTO DI NOISE AD ALTA FREQUENZA

In questo paragrafo si considera l'anomalia gravimetrica generata dal medesimo modello sintetico di sorgente prismatica trattata nel paragrafo 3.1, alla quale viene aggiunto un disturbo ad alta frequenza del 12% rispetto al segnale originario (figura 3.21).

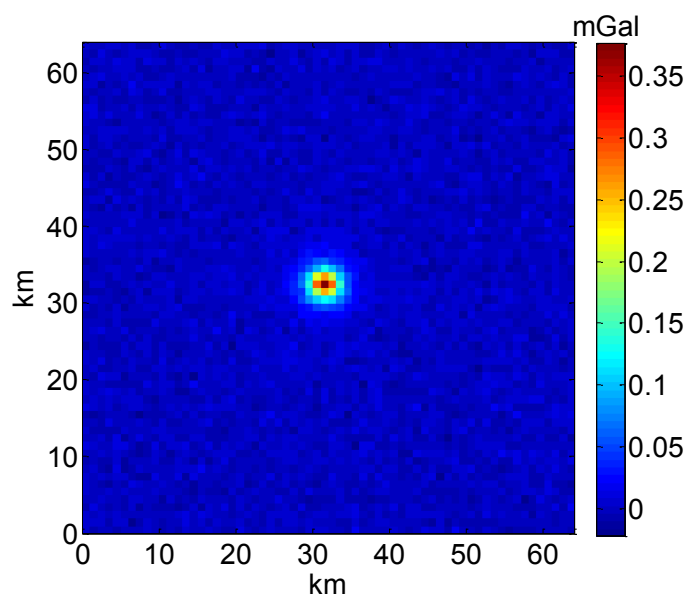


Figura 3.21 - Simulazione numerica del campo di gravità generato da una sorgente prismatica con contrasto di densità pari a 200 kg/m^3 e con l'effetto di *noise* ad alta frequenza.

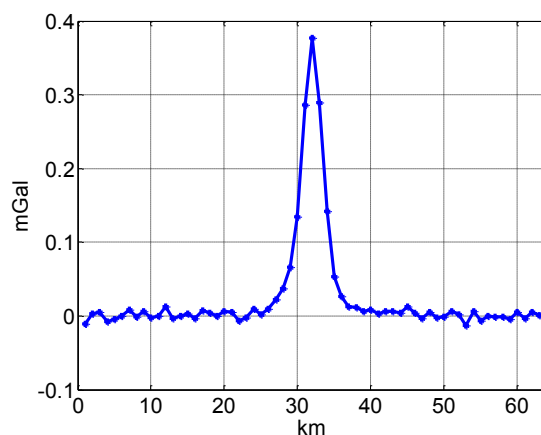


Figura 3.22 - Profilo est-ovest, estratto dalla matrice dei dati numerici con effetto di *noise* ad alta frequenza.

Dalla profilo est-ovest dell'anomalia mostrato figura 3.22, estratto nel punto centrale della matrice, si osserva meglio la presenza del disturbo ad alta frequenza che influenza i dati gravimetrici.

Algoritmo sviluppato sul metodo di Gauss

Applicando l'algoritmo basato sul metodo di Gauss, si ottiene una stima dell'eccesso di massa della sorgente gravimetrica pari a $0.218 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore rispetto al valore reale del 10%. L'ordine di grandezza della percentuale di *noise* applicata all'anomalia gravimetrica è uguale a quella dell'errore calcolato sulla stima di eccesso di massa. Inoltre, rispetto al caso *error-free* (paragrafo 3.1), la stima peggiora con un aumento dell'errore del 4%.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Con l'algoritmo basato sul metodo d'inversione si nota come anche la ricostruzione di densità all'interno del dominio di dimensioni 64 km x 64 km x 3 km, in superficie sia influenzata dalla presenza di *noise* ad alta frequenza.

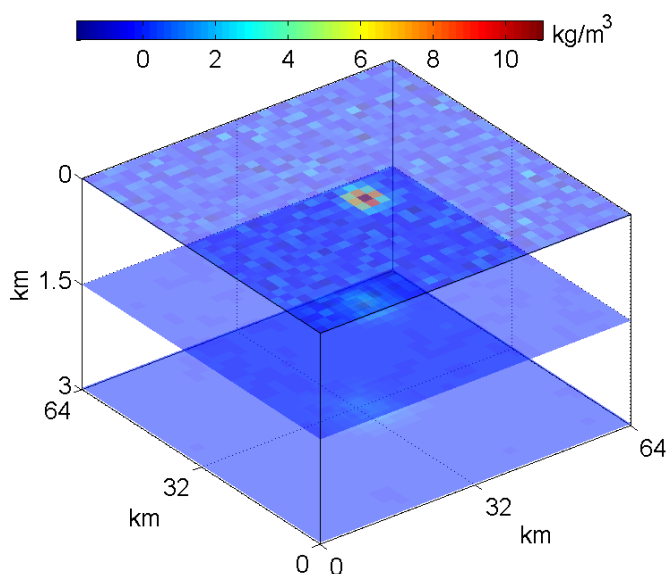


Figura 3.23 - Soluzione dell'inversione *minimum length* a partire da dati numerici disturbati dal *noise* ad alta frequenza. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 64 x 64 x 3 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Regolarizzando la soluzione *minimum length*, tramite la TSVD, si ottiene comunque un'ottima stima dell'eccesso di massa della sorgente. Infatti, il risultato ottenuto è pari a $0.195 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore del 3% rispetto al valore reale. L'incremento dell'errore rispetto al caso mostrato nel primo paragrafo di questo capitolo è solo dell'1%.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente

Stimando l'eccesso di massa tramite l'utilizzo dell'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti e considerando i dati lungo un profilo verticale da una quota di 1 km fino a 10 km con passo 0.1 km, si ottengono delle stime molto stabili, non condizionate dalla presenza del disturbo ad alta frequenza.

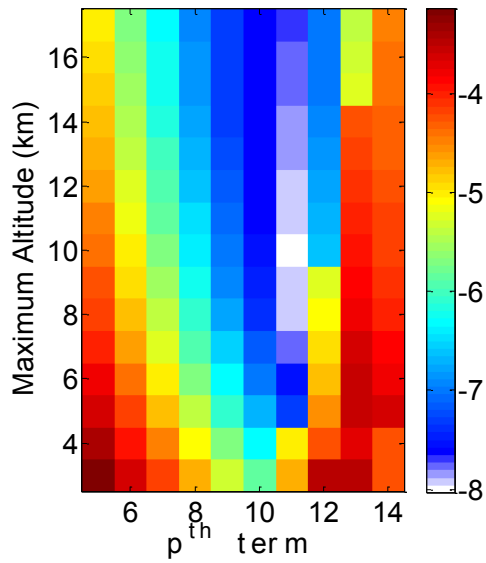


Figura 3.24 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=11$, *maximum altitude*= 10 km.

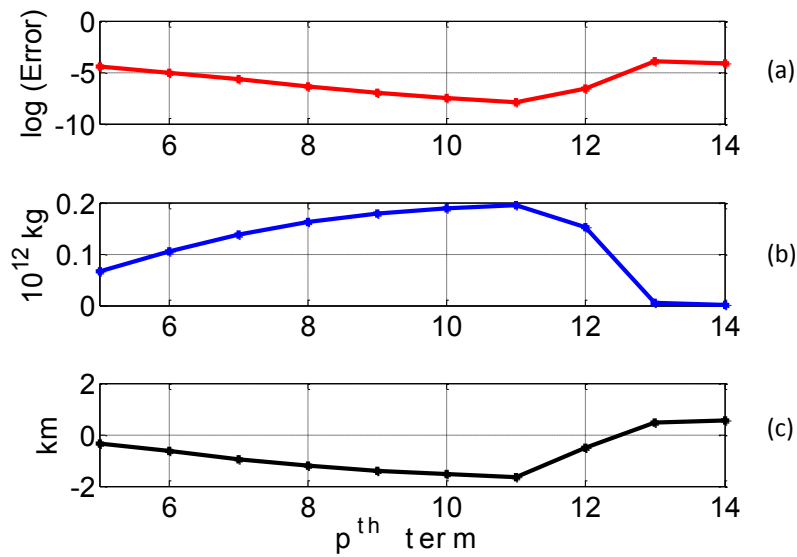


Figura 3.25 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

In questo caso si stima un eccesso di massa pari a $0.195 \cdot 10^{12}$ kg (figura 3.25-b), con un errore sulla stima del 3% circa, ed un centro di massa identificato a 1.64 km (3.25-c) con un errore del 7%. Infatti, come descritto nel primo capitolo, la continuazione verso l'alto è intrinsecamente un filtro passa-bassa che attenua le alte frequenze e quindi il *noise* da cui l'anomalia analizzata è influenzata.

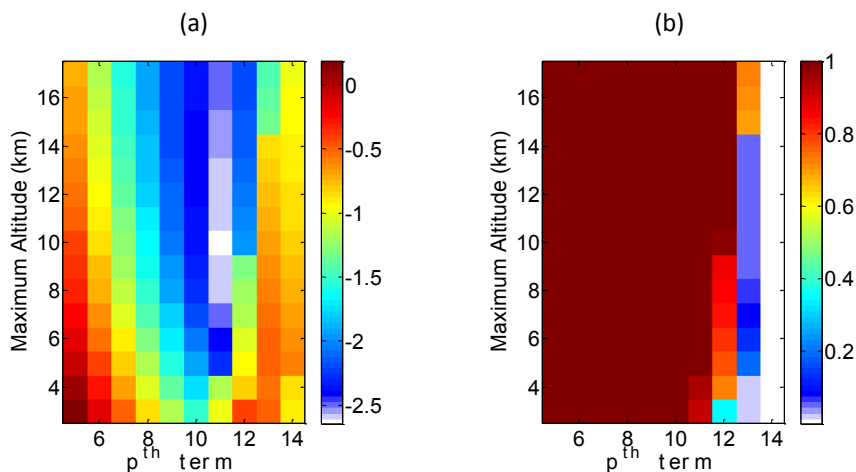


Figura 3.26 – Covarianza (a) e risoluzione del modello (b).

3.4 SORGENTE PRISMATICA CON EFFETTO DI TREND REGIONALE

L'anomalia gravimetrica mostrata nella figura 3.27 che segue, è influenzata dalla presenza di un trend regionale. I parametri che definiscono il modello di sorgente sono descritti nel paragrafo 3.1. Un'annotazione da fare consiste nel fatto che tale trend generi un'interferenza di tipo costruttivo con l'anomalia gravimetrica oggetto dell'analisi.

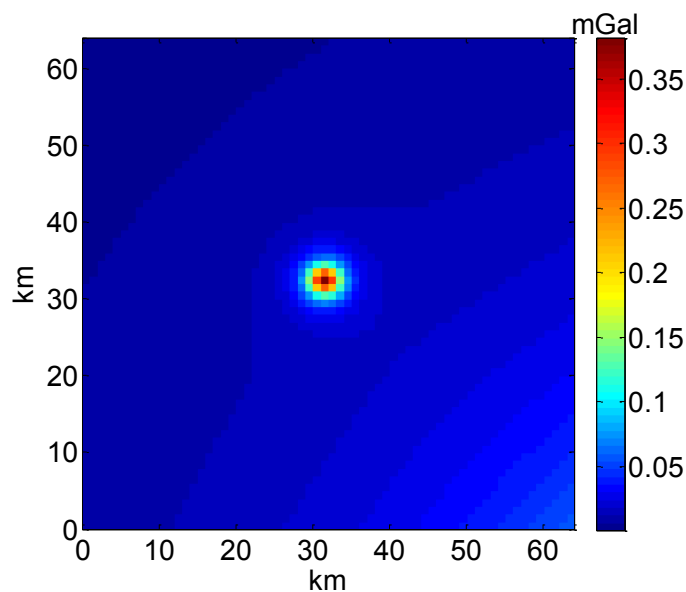


Figura 3.27 - Simulazione numerica del campo di gravità generato da una sorgente prismatica con contrasto di densità pari a 200 kg/m^3 , con l'effetto di un trend regionale che interferisce con l'anomalia.

Come si nota dalla figura 3.28, anche se l'anomalia è campionata in maniera completa, il campo non tende asintoticamente a zero alle estremità dell'area di misura, per l'effetto del trend regionale.

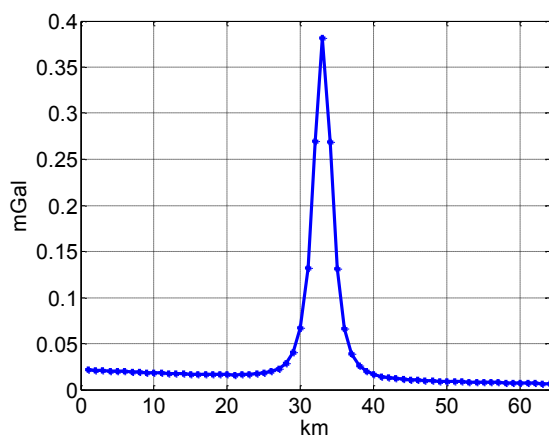


Figura 3.28 - Profilo est-ovest, estratto dalla matrice dei dati numerici disturbati dalla presenza di un trend del campo gravimetrico regionale.

Si ricorda che l'eccesso di massa reale della sorgente prismatica rispetto al background è pari a $0.2 \cdot 10^{12}$ kg.

Di seguito vengono mostrati i risultati ottenuti utilizzando i tre algoritmi proposti in questo lavoro di tesi per la stima di anomalia di massa della sorgente.

Algoritmo sviluppato sul metodo di Gauss

Per avvalersi dell'algoritmo basato sul teorema di Gauss, in questo specifico caso, è necessario selezionare un'area più piccola della superficie di misura in cui è definita l'anomalia per ridurre al minimo l'effetto del trend regionale che altrimenti influenzerebbe la stima dell'eccesso di massa. Se si applica l'algoritmo di Gauss all'intera matrice dei dati otteniamo una stima dell'eccesso di massa con un errore pari all'87%.

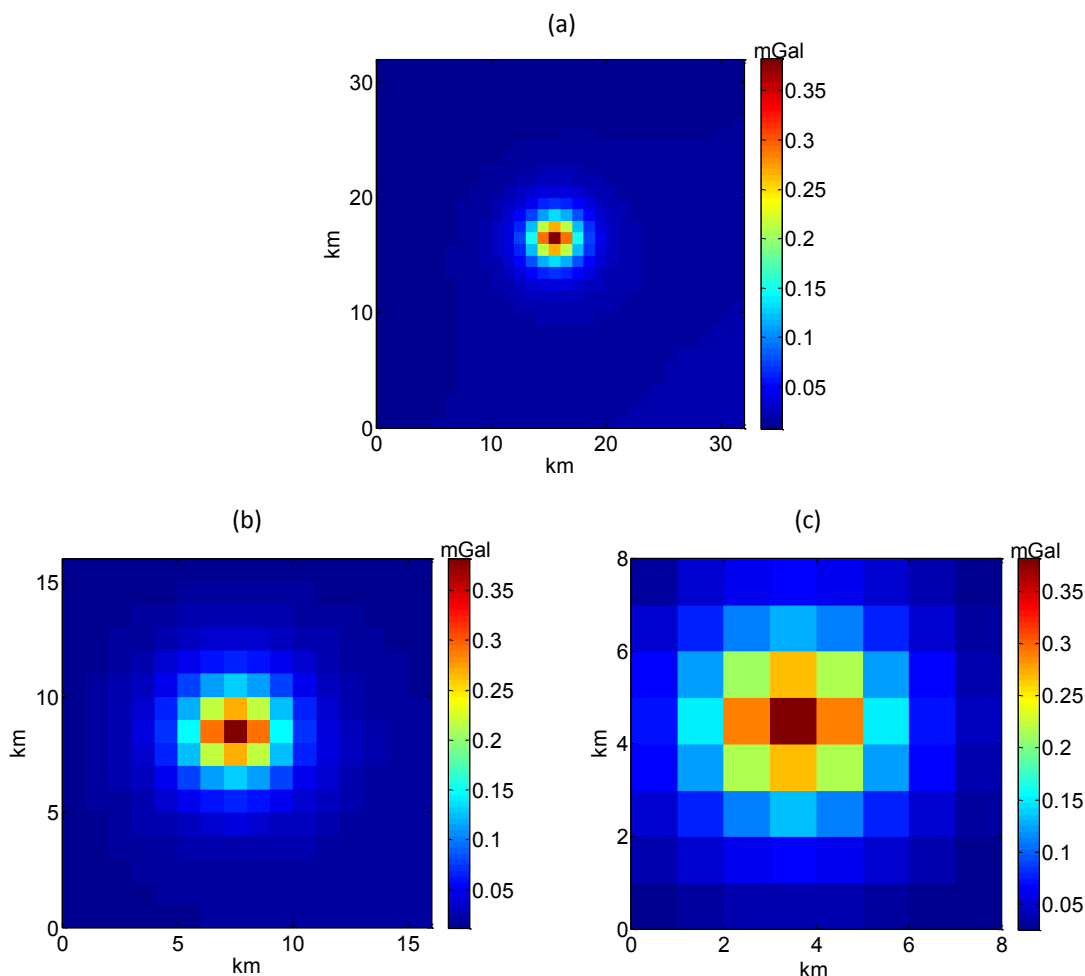


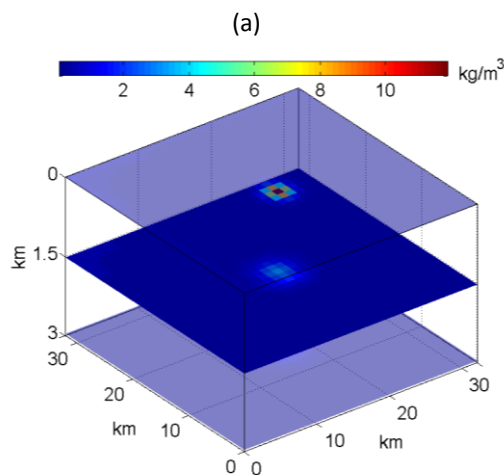
Figura 3.29 - Anomalia del campo gravimetrico generato da un modello di sorgente prismatica definita in superfici di misura di estensione minore (caso a, b e c) rispetto a quella mostrata in figura 3.27.

A seconda dell'area di definizione dell'anomalia (figura 3.29-a, b e c), utilizzando l'algoritmo basato sul teorema di Gauss, otteniamo risultati diversi. Analizzando il primo caso (figura 3.29-a), si ottiene una stima dell'eccesso di massa pari a $0.487 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore del 58% rispetto al valore reale che è $0.2 \cdot 10^{12}$ kg. Nel secondo caso (figura 3.29-b) la stima ottenuta è pari a $0.263 \cdot 10^{12}$ kg con un errore del 15%. Esaminando il terzo ed ultimo caso (figura 3.29-c), il valore di eccesso di massa stimato è uguale a $0.144 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore del 28% rispetto al valore reale dell'eccesso di massa. Si noti che la migliore stima è stata ottenuta analizzando il caso (figura 3.29-b). Nella realtà però è impossibile a priori definire quale debba essere l'estensione areale dell'anomalia

(matrice dei dati), nel caso di influenza di un trend regionale, per ottenere la migliore stima dell'eccesso di massa della sorgente.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Adoperando l'algoritmo sviluppato sulla teoria dell'inversione, anche in questo caso, se si considera l'intera matrice dei dati numerici del campo di gravità (figura 3.27), con estensione di 4096 km², si ottiene una sovrastima dell'eccesso di massa rispetto a quello reale, pari a $0.65 \cdot 10^{12}$ kg.



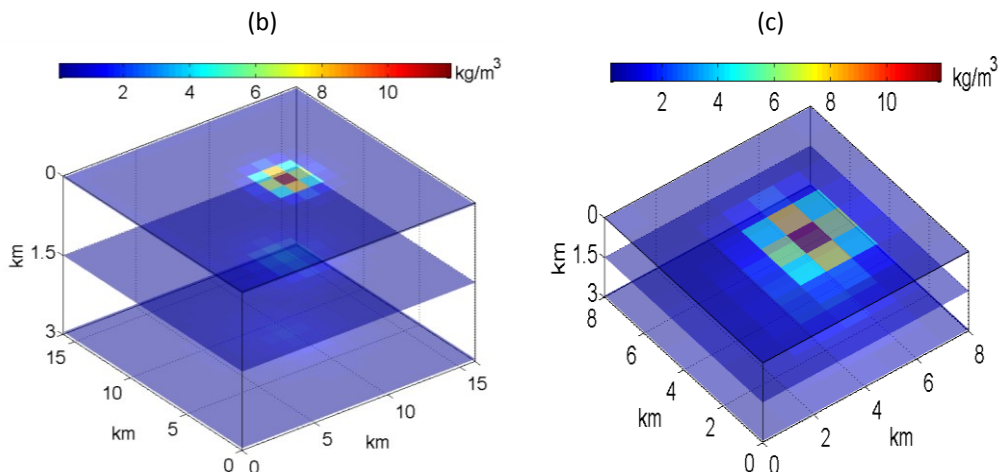


Figura 3.30 - Tre differenti soluzioni *minimum length* dell'inversione, considerando dati numerici di gravità con l'effetto di un trend regionale. I domini d'indagine sono stati discretizzati in un numero di celle pari a 32 x 32 x 3 (a), 16 x 16 x 3 (b) e 8 x 8 x 3 (c). Esagerazione verticale delle rappresentazioni 3D.

Dalle soluzioni *minimum length*, ottenute considerando i diversi domini di discretizzazione (figura 3.30-a, b e c), rispettivamente di 32 km x 32 km x 3 km, 16 km x 16 km x 3 km e 8 km x 8 km x 3 km, si stimano ovviamente diversi valori dell'eccesso di massa. Come mostrato per il metodo basato sul teorema di Gauss, all'aumentare delle dimensioni dell'area di misura considerata, aumenta anche l'errore a causa dell'effetto del campo regionale. Nel primo caso analizzato (figura 3.30-a), la stima di eccesso di massa è pari a $0.574 \cdot 10^{12}$ kg, con l'errore del 65%. Nel caso (figura 3.30-b) il valore stimato è uguale a $0.298 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore del 33% rispetto al valore reale. Analizzando l'ultimo caso (figura 3.30-c), la soluzione *minimum length*, porta ad una stima di eccesso di massa uguale a $0.215 \cdot 10^{12}$ kg. L'errore in questo caso è molto basso, vicino al 7%. Come commentato per i risultati ottenuti utilizzando l'algoritmo basato sul teorema di Gauss, anche in questo caso non è possibile definire oggettivamente quale sia il caso da analizzare per ottenere la migliore stima di eccesso di massa.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti

Viene descritta di seguito l'applicazione dell'algoritmo sviluppato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente. Considerando l'anomalia gravimetrica mostrata in figura 3.26, il campo viene continuato verso l'alto per ottenere una serie di dati di gravità da invertire per stimare i momenti della sorgente. L'anomalia analizzata è influenzata dalla presenza di un campo regionale. Si ricordi che nel calcolo del *kernel* (vedi equazione 3.1), è stata inserita una polinomiale cubica. Per questo motivo l'effetto generato sui dati continuati dalla presenza del trend regionale dovrebbe ridursi.

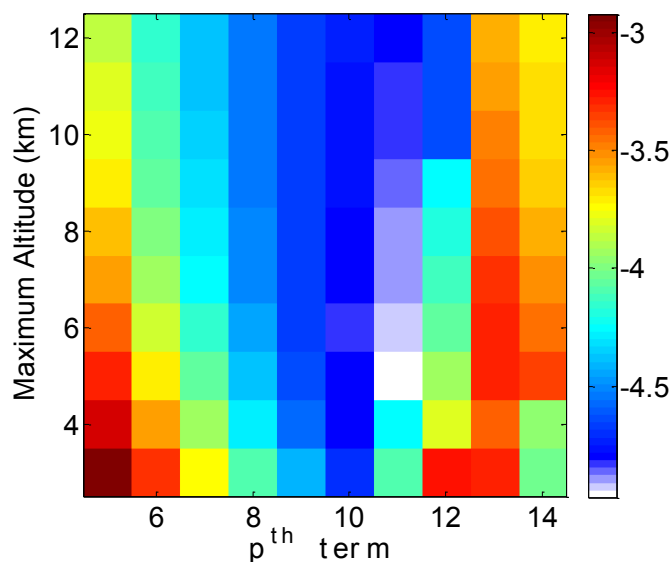


Figura 3.31 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=11$, *maximum altitude*= 5 km.

Come si vede dalla figura 3.31, considerando un vettore di continuazione del campo che va da 0km fino a 5km con passo 0.1km (51 dati complessivi), si ottiene una stima dell'eccesso di massa uguale a $0.219 \cdot 10^{12}$ kg. L'errore commesso su tale valutazione è pari al 9%. Inoltre il centro di massa del corpo è stato individuato a 1.67 km con un errore sulla stima pari al 5%.

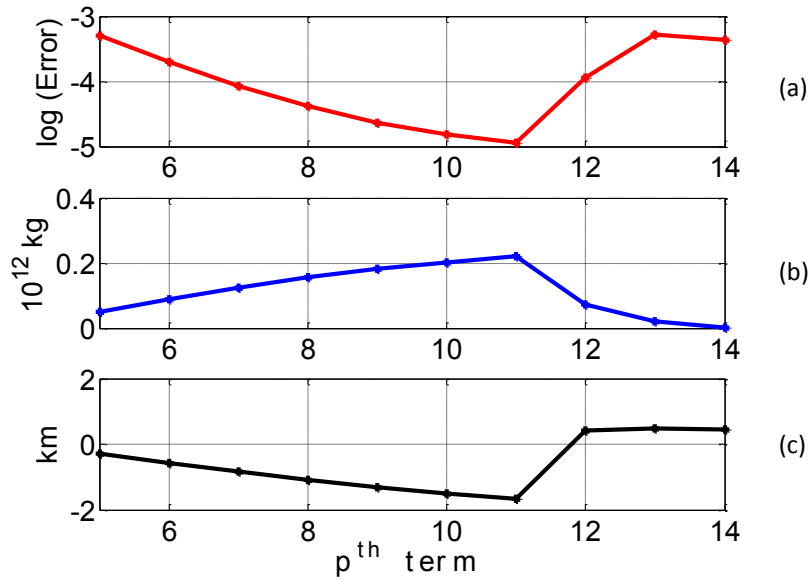


Figura 3.32 - Curve unimodali del valore del misfit dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

E' necessario evidenziare come, rispetto all'utilizzo degli altri due algoritmi, non esiste alcun problema legato all'ambiguità della scelta della superficie di misura ottimale da considerare per ottenere una buona stima dell'eccesso di massa della sorgente.

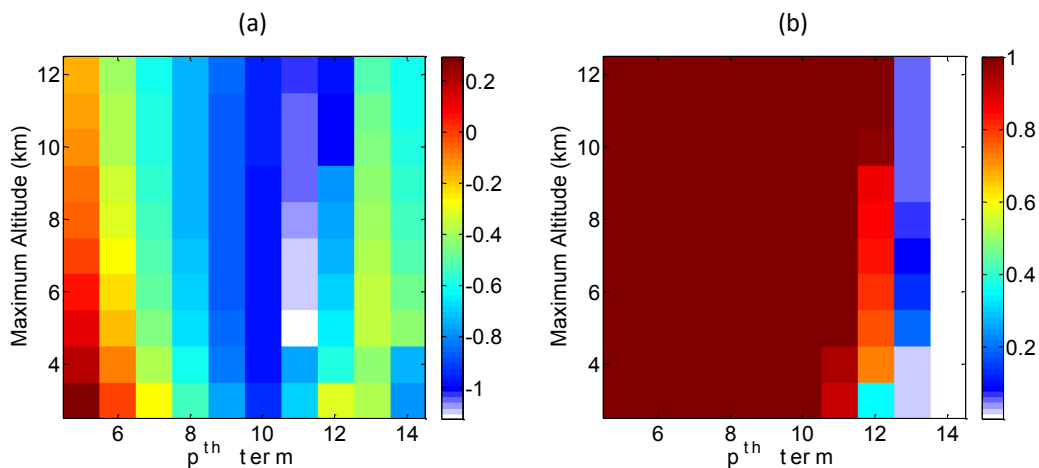


Figura 3.33 - Covarianza (a) e risoluzione del modello (b).

3.5 EFFETTO DA INTERFERENZA DI SORGENTI VICINE

Nei precedenti paragrafi sono state mostrate le anomalie gravimetriche generate da una sorgente prismatica in differenti condizioni (anomalia incompleta, anomalia condizionata da *noise*, anomalia interferita da un campo regionale).

Di seguito viene analizzata un'anomalia gravimetrica generata da due sorgenti sintetiche (figura 3.34): una sorgente prismatica, il cui centro è posto ad una profondità di 4.5 km, di dimensioni di 1 km x 4 km x 1 km con un contrasto di densità $\Delta\rho= 750 \text{ kg/m}^3$; una sorgente sferica di raggio pari a 0.5 km, il cui centro è posizionato a 2.5 km, con un contrasto di densità $\Delta\rho= 500 \text{ kg/m}^3$. L'area di misura è ampia 1024 km^2 , mentre il passo di campionamento dei dati è di 1 km. Noti i parametri delle sorgenti è possibile conoscere il valore dell'eccesso di massa reale delle sorgenti. Per la sorgente prismatica l'eccesso di massa è pari a $3 \cdot 10^{12} \text{ kg}$, mentre per la sorgente sferica l'eccesso di massa è uguale a $0.2618 \cdot 10^{12} \text{ kg}$.

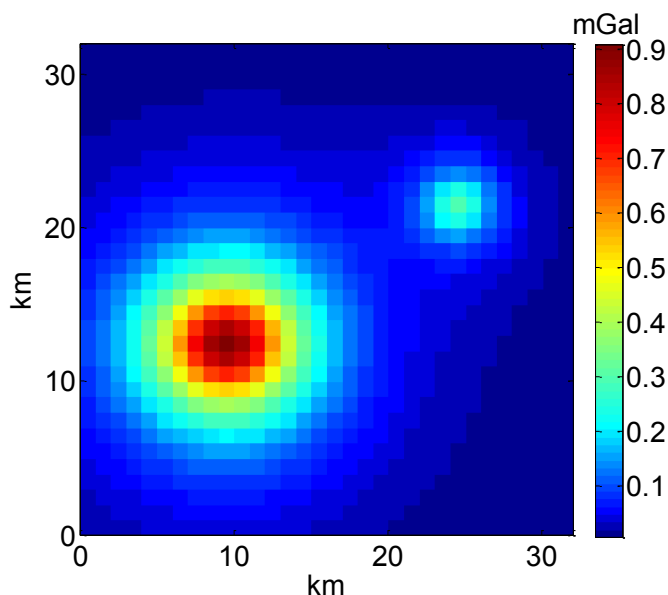


Figura 3.34 - Simulazione numerica del campo di gravità generato da due sorgenti: una sorgente prismatica profonda con contrasto di densità pari a 750 kg/m^3 , ed una sorgente sferica superficiale con contrasto di densità pari a 500 kg/m^3 .

Come si nota dalla figura 3.34, le due anomalie interferiscono tra loro fortemente.

Algoritmo sviluppato sul metodo di Gauss

Come nel caso in cui è stata analizzata l'anomalia prismatica condizionata dalla presenza di un trend regionale, anche in questa situazione, per applicare l'algoritmo basato sul metodo di Gauss, bisogna isolare le due anomalie gravimetriche estraendo dalla matrice totale due differenti sub-aree, come mostrato in figura 3.35.

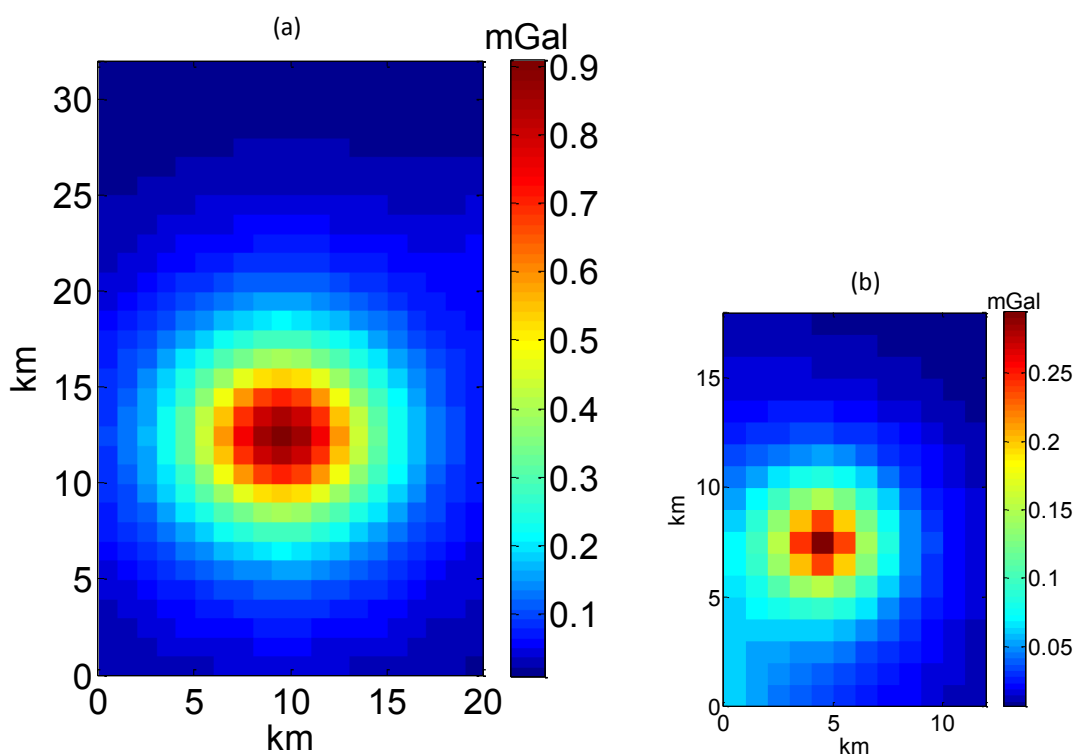


Figura 3.35 - Separazione dell'anomalia generata da una sorgente prismatica (a) da quella generata dalla sorgente sferica (b).

Applicando l'algoritmo ai dati gravimetrici simulati, generati dalla sola sorgente prismatica (figura 3.35-a) si ottiene una stima dell'eccesso di massa pari a $2.05 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore del 32% rispetto al valore reale. Mentre utilizzando l'algoritmo per stimare l'eccesso di massa della sorgente sferica (figura 3.35-b) si ottiene un stima pari a

$0.247 \cdot 10^{12}$ kg, con il 6% di errore rispetto al valore reale. La netta differenza di risultati nei due casi analizzati, e in particolare l'ottima stima dell'eccesso di massa considerando l'anomalia mostrata in figura 3.35-*b*, si riscontra per due motivi. Il primo è dovuto all'effetto d'interferenza del campo di fondo (generato dal prisma) con l'anomalia della sorgente sferica, mentre il secondo poiché la sorgente prismatica, essendo più profonda e avendo un contrasto di densità maggiore, ha un'area di influenza più ampia.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Come descritto nel caso dell'utilizzo dell'algoritmo basato sul teorema di Gauss, è necessario dividere la matrice dei dati gravimetrici in due differenti matrici, in cui vengono isolati gli effetti gravimetrici delle singole sorgenti. Infatti, se utilizziamo l'algoritmo basato sul metodo d'inversione all'intera matrice dei dati (figura 3.36), si stima un valore dell'eccesso di massa relativo ad entrambe le sorgenti. Il valore ottenuto è di $2.99 \cdot 10^{12}$ kg, rispetto al valore reale di eccesso di massa totale che è pari a $3.2618 \cdot 10^{12}$ kg.

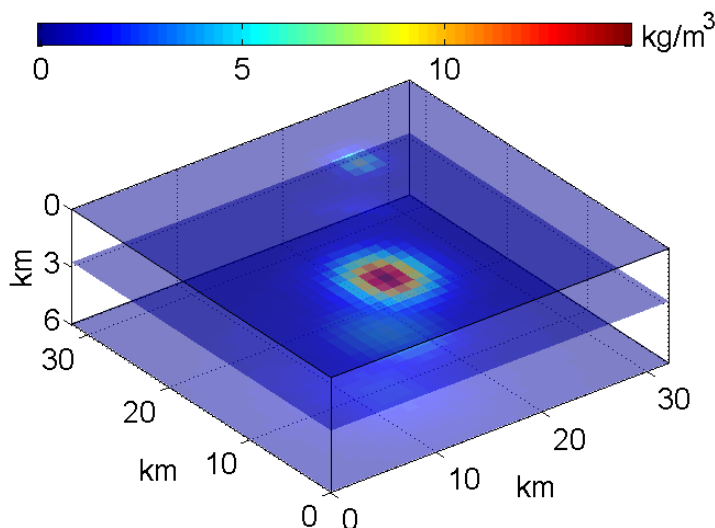


Figura 3.36 - Soluzione *minimum length* dell'inversione ottenuta a partire da dati numerici dell'anomalia generata da due sorgenti: una prismatica ed una sferica. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 32 x 32 x 6 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Considerando invece le singole anomalie, le cui soluzioni delle ricostruzioni della distribuzione del contrasto di densità sono mostrate nella figura 3.37-a e 3.37-b, si ottiene per il prisma una stima dell'eccesso di massa pari a $2.91 \cdot 10^{12}$ kg, mentre per la sfera un valore di eccesso di massa pari a $0.3 \cdot 10^{12}$ kg. Gli errori effettuati sulle due stime sono rispettivamente per la sorgente prismatica uguale al 3%, mentre per la sorgente sferica pari all'13%.

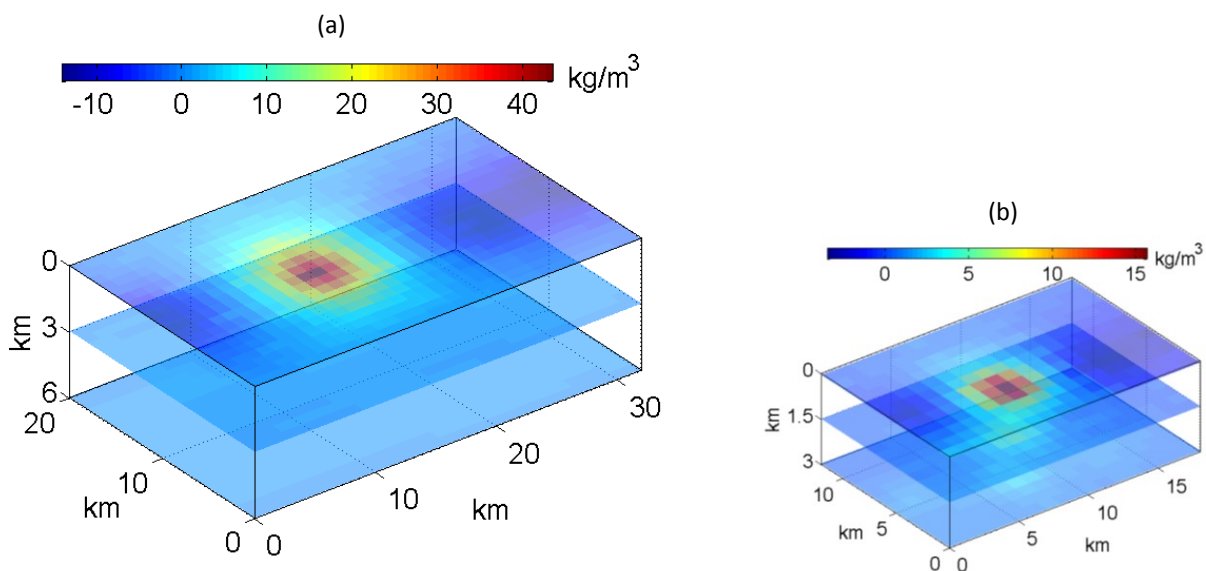


Figura 3.37 - Soluzione *minimum length* dell'inversione ottenuta a partire da dati numerici dell'anomalia generata dalla sorgente prismatica (a) e dalla sorgente sferica (b). Il dominio d'indagine ha dimensioni di 18 km x 22 km x 5 km nel caso (a) e 18 km x 12 km x 3 km nel caso (b). Esagerazione verticale delle rappresentazioni 3D.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti

La tecnica di continuazione dei campi di potenziale costituisce un valido strumento per separare le anomalie; allontanandosi o avvicinandosi alle sorgenti delle anomalie è possibile, infatti, enfatizzare le relative componenti regionali e locali. La continuazione verso l'alto determina un aumento della distanza dalle sorgenti gravimetriche e il campo

risultante è associabile a quello regionale. Inoltre tale filtraggio può aiutare a separare i contributi di anomalie che alla singola quota di misura interferiscono.

L'algoritmo proposto si sviluppa su un metodo che è possibile definire locale. Infatti, scegliendo due differenti profili verticali di dati a partire dal centro di una delle due anomalie, si può analizzare il caso in esame senza dover separare le due anomalie, come nelle circostanze mostrati in precedenza.

Considerando un profilo verticale di dati che parte dal punto centrale dell'anomalia prismatica, continuato fino a 23 km (figura 3.38) di quota con passo di 0.1 km (231 dati), si ottiene la stima dell'eccesso di massa relativa alla sorgente prismatica. Essa è pari a $2.41 \cdot 10^{12}$ kg (figura 3.39-b), con un errore rispetto all'eccesso di massa reale del prisma uguale al 19%. Il centro di massa viene stimato ad una profondità inferiore rispetto alla reale profondità del centro del prisma. Infatti, il valore ottenuto è pari a 3.1 km (3.39-c), invece di 4.5 km di profondità.

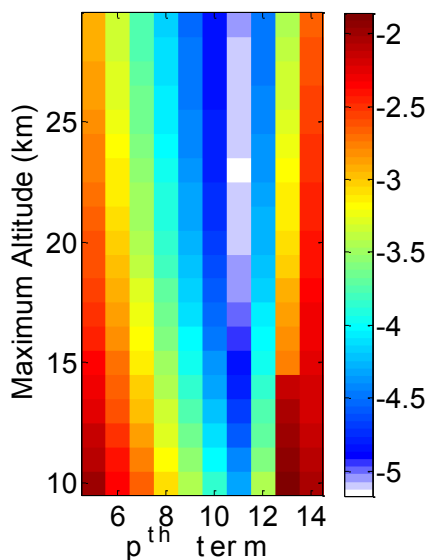


Figura 3.38 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=11$, *maximum altitude*= 23 km.

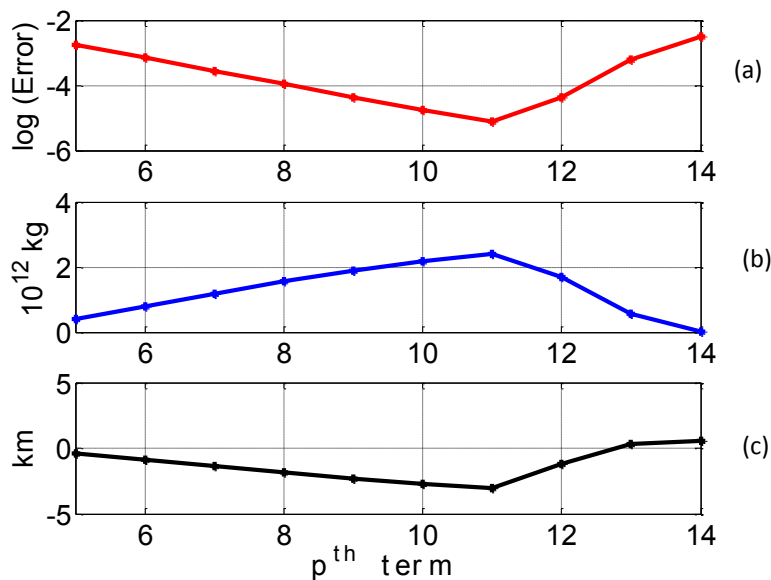


Figura 3.39 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

Nel caso in cui si considera il profilo verticale dal centro dell'anomalia relativa alla sorgente sferica, continuando il campo da 0 km con passo di continuazione pari a 0.1 km, fino a 9 km (vedi figura 3.40), si ottiene una stima dell'eccesso di massa uguale a $0.29 \cdot 10^{12}$ kg (figura 3.41-b). L'errore rispetto al valore reale è del 10%. Il centro di massa della sfera viene stimato a 2.2 km di profondità (3.41-c), con un errore del 12% rispetto al centro di massa reale.

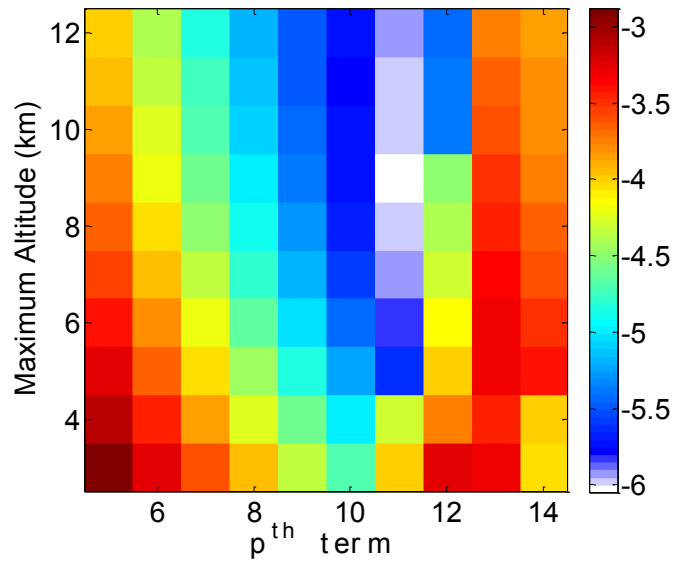


Figura 3.40 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=11$, *maximum altitude*= 9 km.

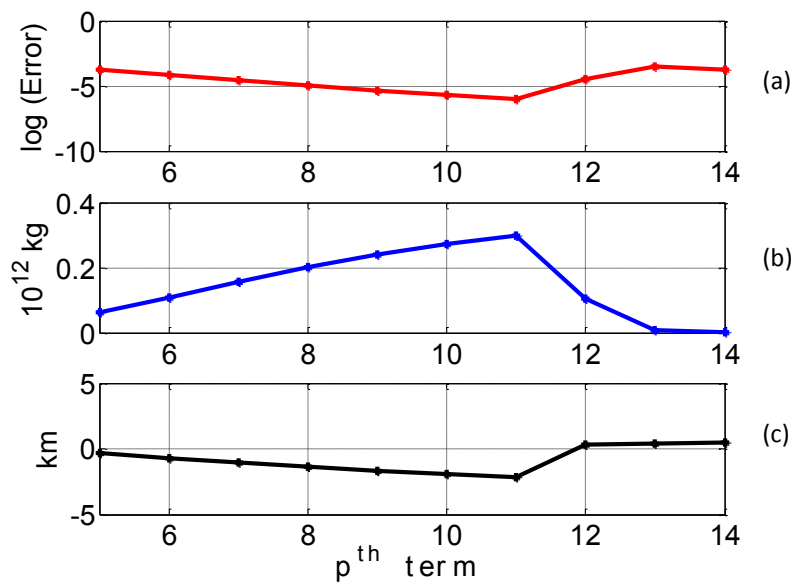


Figura 3.41 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

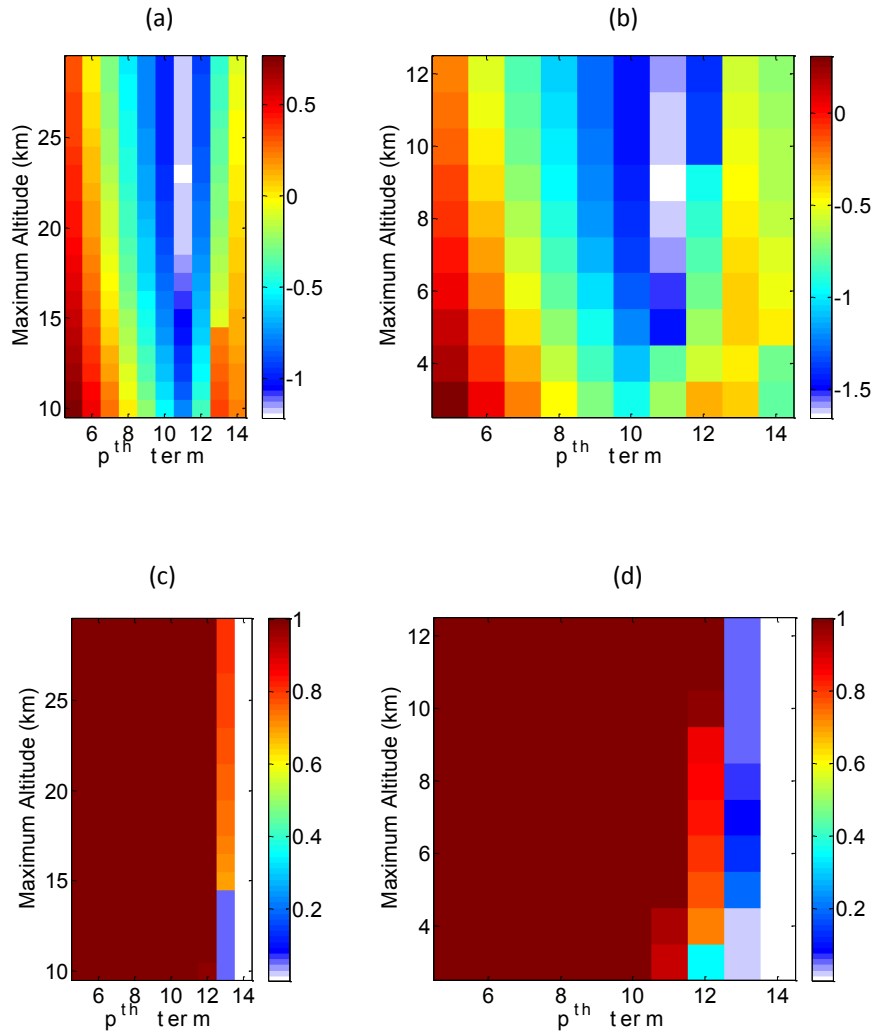


Figura 3.42 - Covarianza e Risoluzione del modello di analisi della sorgente prismatica (a, c) e della sorgente sferica (b, d).

3.6 USO DELLA DERIVATA VERTICALE DEL CAMPO GRAVIMETRICO

In molte situazioni in cui le anomalie sono soggette ad interferenza con altre anomalie vicine o per la presenza di trend di origine regionale, al fine di ridurre tali effetti ed isolare al meglio i contributi dell'anomalia, può essere presa in considerazione la derivata verticale di primo ordine del campo gravimetrico. Ad esempio considerando il caso analizzato nel paragrafo 3.4, se si effettua la derivata verticale di primo ordine sui dati del campo gravimetrico, si riduce fortemente l'effetto del trend regionale, come mostrato in figura 3.43.

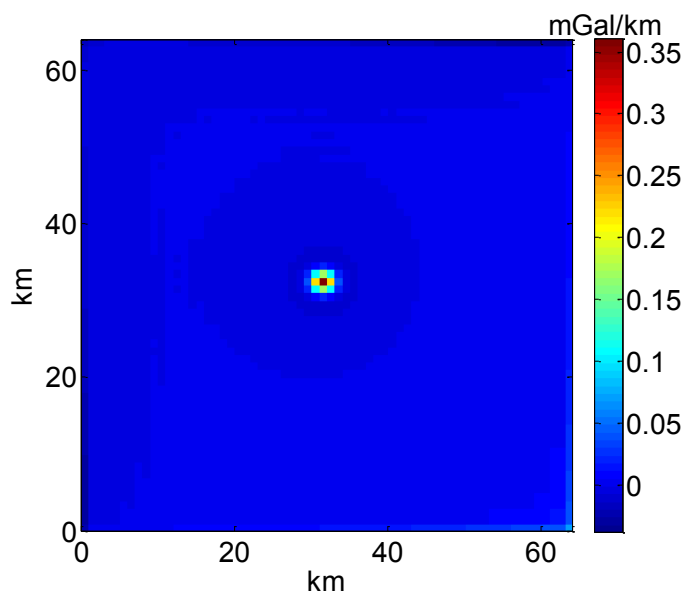


Figura 3.43 - Derivata verticale del campo di gravita generato da una sorgente prismatica con l'effetto di un trend regionale.

Se si utilizza sia l'algoritmo basato sulla teoria dell'inversione, sia l'algoritmo sviluppato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente, la stima dell'eccesso di massa, migliora notevolmente. Infatti nel primo caso non è più necessario limitare l'area di misura in cui è definita l'anomalia per ottenere una buona soluzione (vedi figura 3.44).

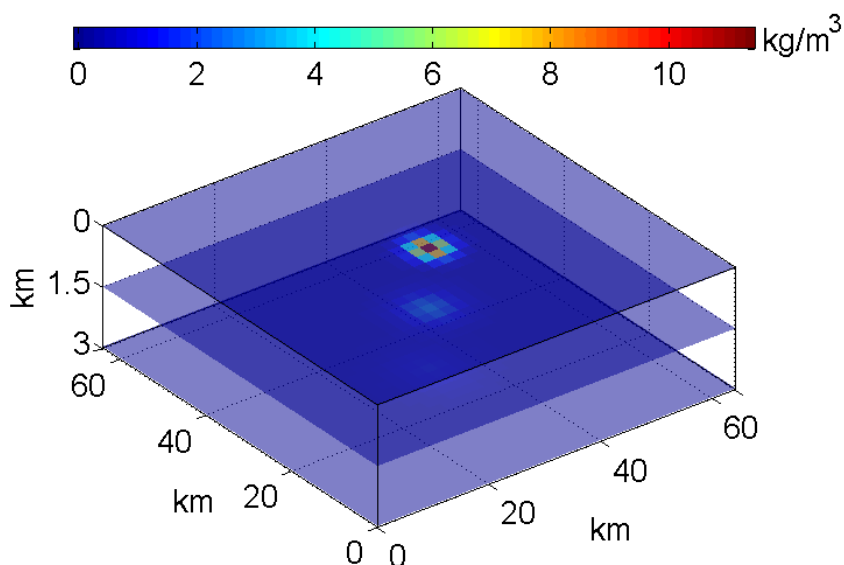


Figura 3.44 - Soluzione *minimum length* del problema inverso a partire da dati della derivata verticale del campo gravimetrico generato da una sorgente prismatica. Dominio d'indagine discretizzato in 64 x 64 x 3 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Il dominio considerato per la ricostruzione della distribuzione del contrasto di densità ha dimensioni di 64 km x 64 km x 3 km. Il valore dell'eccesso di massa stimato in questo contesto è pari a $0.15 \cdot 10^{12}$ kg, con un errore sulla stima del 25%. Il risultato ottenuto presenta un elevato errore, ma comunque limitato se si pensa a quello che si otterrebbe considerando il campo gravimetrico anziché la sua derivata verticale. Infatti in quel caso si ricorda che la stima dell'eccesso di massa ottenuta era pari a $0.58 \cdot 10^{12}$ kg.

Nel secondo caso, per utilizzare l'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente, è necessario ridefinire la matrice del *kernel*. Infatti, considerando che i dati continuati verso l'alto corrispondono alla derivata verticale del campo gravimetrico, l'equazione precedente 3.1 diviene:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial g_{z_1}}{\partial z} \cong c + 2z_1 + 3z_1^2 + \frac{k_1}{2z_1} + \dots + \frac{k_n}{nz_1^n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial g_{z_N}}{\partial z} \cong c + 2z_N + 3z_N^2 + \frac{k_1}{2z_N} + \dots + \frac{k_n}{nz_N^n} \end{bmatrix} \quad (3.2).$$

Con l'applicazione dell'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente alla derivata verticale di ordine primo del campo gravimetrico otteniamo i seguenti risultati. Considerando un vettore di dati a quote che vanno da 0km a 9km, con passo di continuazione pari a 0.1km, si stima un eccesso di massa della sorgente prismatica pari a $0.18 \cdot 10^{12}$ kg. L'errore della stima rispetto al valore reale è uguale al 10%. Inoltre il centro di massa della sorgente viene valutato a 1.45 km di profondità rispetto a 1.75 km di profondità reale del centro di massa della sorgente prismatica.

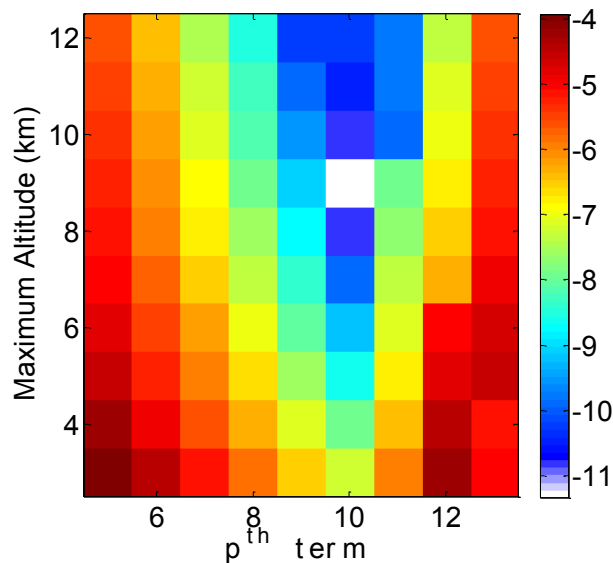


Figura 3.45 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=10$, *maximum altitude*= 9 km.

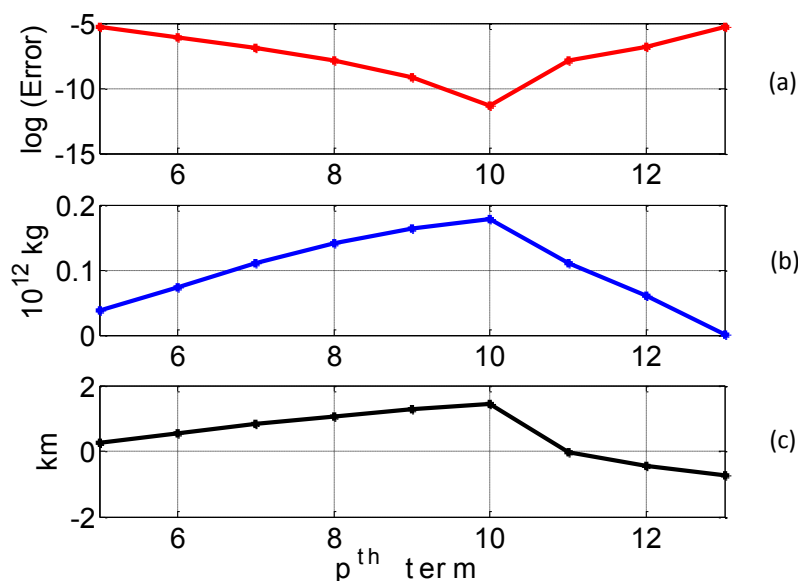


Figura 3.46 - Curve unimodali del valore del misfit dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

Si noti come nel caso dell'applicazione dell'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti, le stime ottenute sono state di $0.219 \cdot 10^{12}$ kg per l'eccesso di massa (figura 3.46-b) e di 1.67 km per il centro di massa (figura 3.46-c), quindi una sovrastima rispetto al valore reale dell'eccesso di massa della sorgente e del centro di massa.

Anche nel caso analizzato nel paragrafo 3.5, in cui sono state valutate le anomalie di massa di due sorgenti interferenti, si potrebbe derivare il campo gravimetrico verticalmente in modo da separare meglio i contributi delle due sorgenti vicine. La derivata verticale del campo gravimetrico è mostrata in figura 3.47.

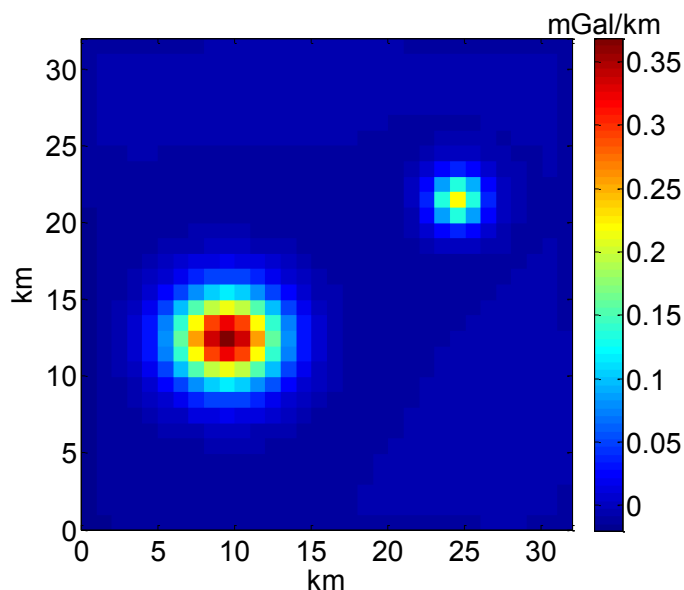


Figura 3.47 - Derivata verticale del campo di gravita generato da due sorgenti: una sorgente prismatica profonda con contrasto di densità pari a 750 kg/m^3 , e una sorgente sferica superficiale con contrasto di densità pari a 500 kg/m^3 .

Per adoperare l'algoritmo basato sul metodo d'inversione o l'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti, le fasi di elaborazione da effettuare sono uguali a quelle descritte nel paragrafo 3.5. Infatti per utilizzare il primo algoritmo è necessario anche in questo caso separare le sue anomalie, mentre per utilizzare il secondo devono essere identificati una volta profili verticali di dati a partire dal punto centrale dell'anomalia generata dalla sorgente prismatica ed un'altra quelli a partire dal punto centrale dell'anomalia generata dalla sorgente sferica.

Le stime di eccesso di massa valutate e confrontate rispetto a quelle stimate a partire dai dati del campo gravimetrico, sono molto simili. In particolare solo per il caso dell'analisi dell'anomalia relativa alla sorgente sferica, esaminando la derivata verticale del campo, la stima migliora. Infatti mentre in precedenza, utilizzando il metodo basato sull'inversione, era stata stimata un eccesso di massa pari a $0.3 \cdot 10^{12} \text{ kg}$, ora considerando i dati dalla derivata verticale del campo gravimetrico, la soluzione *minimum length* porta ad una stima dell'eccesso di massa della sorgente sferica pari a $0.289 \cdot 10^{12} \text{ kg}$ (rispetto a

$0.2618 \cdot 10^{12}$ kg che rappresenta il valore di eccesso di massa reale). L'errore sulla stima diminuisce al 10%.

CAPITOLO 4 – ANALISI DI UNA MINIERA DI SOLFURI E
MONITORAGGIO DI UN SITO DI STOCCAGGIO GAS PER LA
STIMA DELL'ECESSO/DIFETTO DI MASSA

Nel capitolo precedente sono stati mostrati i risultati della stima dell'eccesso/difetto di massa utilizzando gli algoritmi proposti su dati numerici del campo di gravità. Quando si esaminano dati osservati del campo di gravità, l'analisi assume una diversa sensibilità.

In questo capitolo sono stati analizzati due diversi casi di anomalie osservate, una in ambito minerario e l'altra in ambito petrolifero. Il primo consiste nello studio di una miniera di solfuri situata al Nord della Svezia, per la quale si è cercato di valutare la massa della struttura mineraria e il suo volume. Nel secondo caso sperimentale sono state monitorate le fasi di un sito di stoccaggio del gas situato in pianura padana, Nord Italia, attraverso l'analisi di un *time-lapse* di dati gravimetrici.

Quando si esaminano dati sperimentali del campo di gravità, è necessario avere indicazioni sull'attendibilità dei risultati. A questo scopo, in questo lavoro di tesi si è proposto, prima di analizzare i dati sperimentali, di applicare i vari metodi in casi di modelli di sorgenti sintetiche che riproducessero un campo di gravità simile a quello mostrato dai dati sperimentali. Il criterio di analisi proposto consiste nel generare anomalie che siano comparabili nella forma, siano definite nella stessa area di misura e abbiano un'uguale ampiezza del segnale. L'obiettivo è quello di:

- a) valutare la qualità dei risultati sulla stima dell'eccesso/difetto di massa sulla base dei diversi parametri in gioco, quali l'uso eventuale della derivata verticale, il tipo di estrapolazione, la scelta del vettore ottimale di quote, il passo ottimale lungo il profilo verticale.
- b) ottenere informazioni sulla qualità della stima dell'eccesso/difetto di massa dall'analisi dei dati sintetici (errore sulla massa) ed associarlo ai parametri stimati a partire dai dati osservati.

4.1 IL CASO SPERIMENTALE DELLA MINIERA DI UDDEN

I solfuri sono composti chimici in cui lo zolfo è combinato con elementi metallici e semimetallici. Molti solfuri sono importanti economicamente per l'estrazione dei metalli. I solfuri più comuni sono la calcopirite (solfuro di rame e ferro) e la galena (solfuro di piombo).

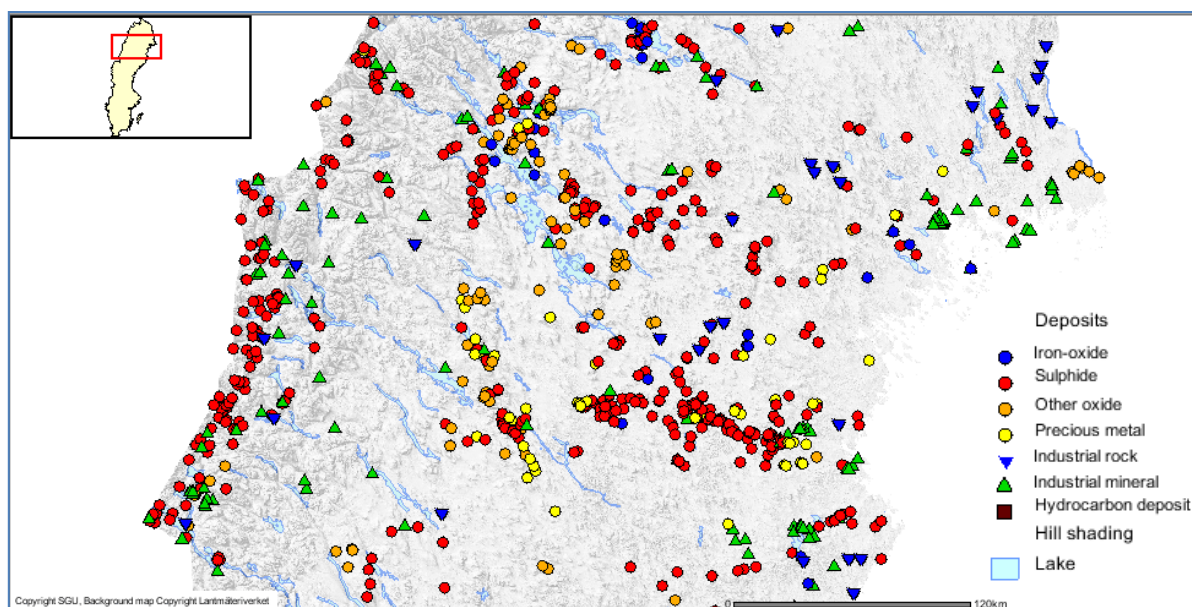


Figura 4.1 - Mappa dei depositi minerari del Nord della Svezia [48].

Il massiccio corpo di solfuri della miniera di Udden era situato all'interno del distretto minerario di Skelleftea. Nella figura 4.2 è riportata la mappa geologica a scala regionale dell'intero distretto di Skelleftea, in cui viene localizzata la già esaurita miniera di Udden.

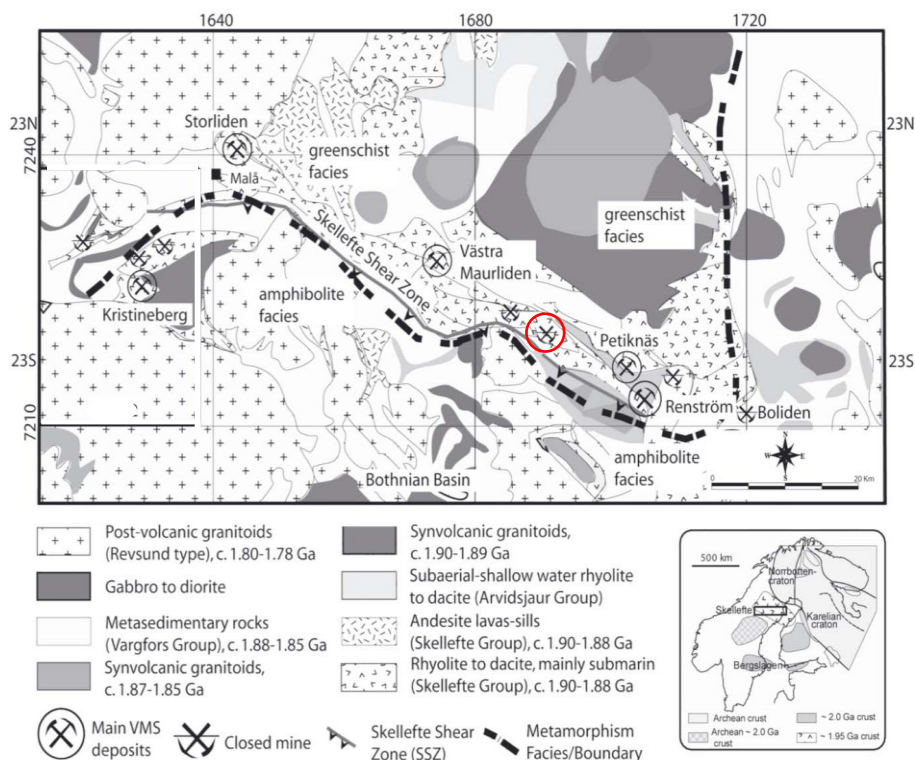


Figura 4.2 - Mappa geologica a scala regionale del distretto di Skelleftea [28] e localizzazione della cava dismessa di Udden.

Come si può notare dalla mappa il distretto contiene una serie di miniere, alcune delle quali già ampiamente sfruttate.

In quest'area i minerali solforici si ritrovano all'interno dell'unità riolitica, sopra la successione di Viterliden granitoide. Gli studi effettuati in questa zona del Nord della Svezia hanno evidenziato prevalentemente rocce di origine vulcanica. Le principali sono: le rocce dei vulcani Mala e le rocce intrusive associate ad essi; le vulcaniti e rocce metasedimentarie della zona centrale di Kristineberg (internamente divisa da una faglia principale che separa il dominio vulcanico e i metasedimenti affioranti); le rocce intrusive della successione di Viterliden e della Revsund suite.

Le rocce vulcaniche sono deformate, a scala regionale, in una sinclinale di grandi dimensioni con asse della piega vicino alla miniera di Storliden [43]. Le zone di maggiore deformazione insistono all'interno della affioramenti vulcanici, ma la situazione

predominante è di una bassa intensità di deformazione con lo sviluppo di una lieve fratturazione delle rocce.

Tutte le rocce vulcaniche della zona sono deformate attraverso un tessuto di scisti, parallelo o sub-parallelo a qualsiasi stratificazione presente.

Nella regione si trovano anche numerosi dicchi di rocce mafiche, molti dei quali mostrano raramente strutture deformate. In contrasto con il dominio dei sedimenti del nord, i sedimenti della zona centrale sono più deformati, spesso con faglie che interessano le intere strutture sedimentarie. La sin-intrusione vulcanica di Viterliden (successione granitoidale di Revsund) si trova all'interno del dominio vulcanico di Kristineberg. Le intrusioni sono a grana grossa, di solito di colore rosa e con feldspati e graniti porfirici, che non mostrano alcuna deformazione duttile. I bordi delle intrusioni mostrano inclusioni di precedenza deformazione. Ciò conferma l'idea che le intrusioni sono post-tectoniche, e non coinvolte nella fase principale di deformazione.

Come abbiamo descritto, il corpo minerario di Udden fa parte del distretto minerario di Skelleftea, costituito prevalentemente da successioni di rocce vulcaniche. La miniera di Udden iniziò ad essere sfruttata ad inizio degli anni '70. Dopo circa trent'anni di estrazione, il deposito superficiale si impoverì e iniziarono le operazioni di estrazione dal sottosuolo. Nel 1991 le attività di estrazione si conclusero e la cava ormai abbandonata, si è colmata repentinamente con acque piovane e sotterranee. I principali minerali solforici estratti sono stati la pirite (FeS_2), la galena (PbS) e l'arsenopirite (FeAsS).

Attualmente una parte della cava di Udden è divenuta un lago [27]. Le dimensioni complessive della miniera sono state stimate in circa 390 m x 150 m x 50 m, per un volume complessivo di $2.9 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

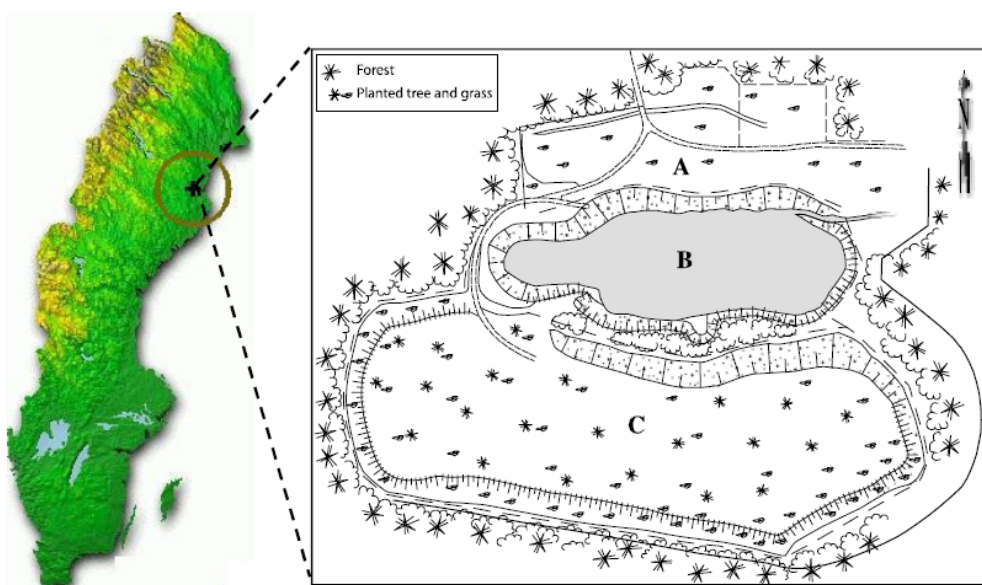


Figura 4.3 – Mappa della localizzazione della miniera di Udden. Attualmente l'area mineraria è stata riqualificata ed è costituita da tre aree: A - area industriale, B – zona cava in cui si è formato un lago e C- zona verde [27].

Alle successioni di rocce vulcaniche descritte, sono stati attribuiti dei valori di densità media che è necessario conoscere al fine di valutare la massa dell'intera struttura mineraria di Udden. Nella tabella che segue riportiamo i valori di densità media e del contrasto di densità rispetto alle rocce incassanti alle quali è stato assegnato un valore di densità pari a 2.700 kg/m^3 .

Tabella 4.1 - Valori di densità e del contrasto di densità medio delle formazioni rocciose individuate nel distretto di Skelleftea rispetto alle rocce incassanti [43].

Rock	Density (kg/m ³)	Contrast to background (kg/m ³)	No. of samples
Revsund suite, granite	2610–2660	–110 to –60	13
Viterliden intrusion, tonalite-quartzdiorite	2650–2730	–70 to 10	12
Gabbro to diorite	2900–3100	180 to 290	4
Skellefte volcanics (I), andesite to rhyodacite	2670–2750	–50 to 30	2
Metasedimentary rocks	2630–2680	–90 to –40	5
Skellefte volcanics (II), alkali-rholite to dacite	2670–2740	–50 to 20	10
Malå volcanics, andesite to basalt	2800–3000	80 to 280	2

4.2 SIMULAZIONE DELLA SORGENTE E STIMA DELL'ANOMALIA DI MASSA

Come riportato nell'introduzione a questo capitolo, per una precisa analisi dell'anomalia ottenuta da dati gravimetrici osservati (paragrafo 4.3), si è deciso di simulare un caso sintetico che producesse dei dati numerici del campo di gravità simili a quelli relativi all'anomalia reale. L'obiettivo è di valutare la qualità dei risultati nel caso reale valutando sul caso sintetico l'errore della stima dell'eccesso/difetto di massa ed assumendo così un simile errore nel caso reale.

Per questo fine si è considerato un modello di sorgente complesso costituito da due prismi adiacenti, posizionati alla stessa profondità. La matrice dei dati è costituita da 41 righe e 41 colonne. Il passo di campionamento è quindi pari a 10 metri. L'anomalia gravimetrica simulata è rappresentata nella figura che segue (figura 4.4), nella quale viene mostrata anche la planimetria della sorgente modellizzata.

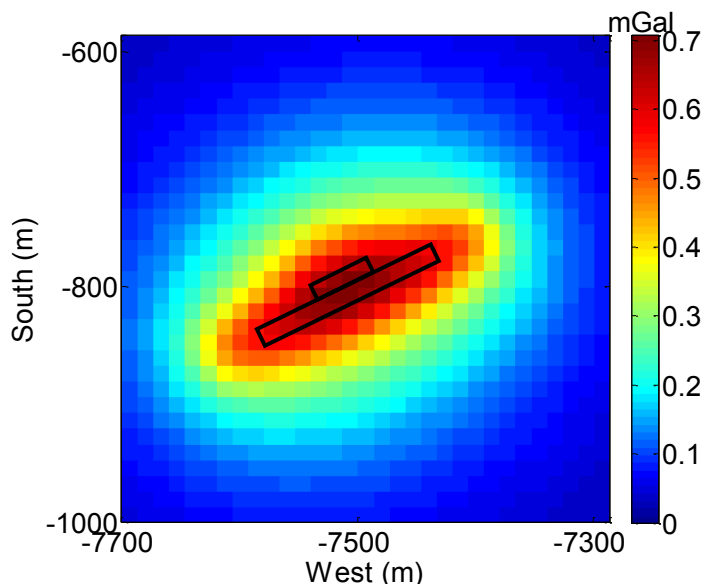


Figura 4.4 - Simulazione numerica di dati effettuata considerando una sorgente complessa con contrasto di densità pari a 600 kg/m^3 e planimetria del modello di sorgente complesso.

Il modello di sorgente è così strutturato: il primo prisma ha dimensioni 200 x 33 x 180 m³, mentre il secondo 55 x 22 x 180 m³, entrambi con un contrasto di densità $\Delta\rho= 600$ kg/m³. La profondità del top delle due sorgenti prismatiche adiacenti è 20 m. Conoscendo tutti i parametri è facile calcolare l'eccesso di massa della sorgente sintetica che corrisponde a $0.84 \cdot 10^9$ kg ed individuare il centro di massa a circa 110 m di profondità.

Osservando il profilo estratto dalla matrice si noti come l'anomalia non sia definita completamente all'interno dell'area di misura, come nel caso reale.

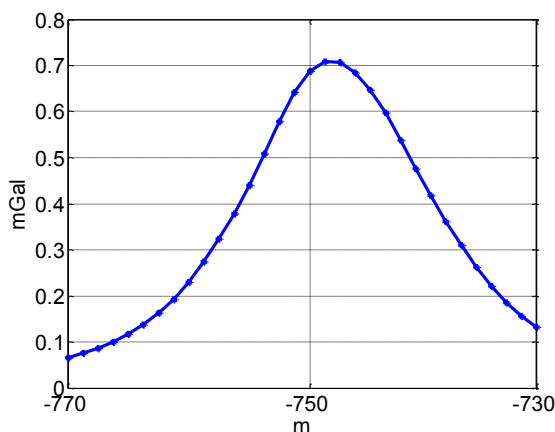


Figura 4.5 - Profilo est-ovest estratto dalla matrice dei dati numerici in corrispondenza del punto centrale dell'anomalia.

Algoritmo basato sul metodo di Gauss

Adoperando l'algoritmo di Gauss si stima un valore dell'eccesso di massa pari a $0.43 \cdot 10^9$ kg, con un errore sulla stima rispetto al valore reale pari al 48%.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Con l'utilizzo dell'algoritmo basato sul metodo d'inversione, in questa situazione in cui l'anomalia non è definita in maniera completa all'interno dell'area di misura, si ottiene un buon risultato. Infatti, considerando un dominio d'indagine con dimensioni di 410 x 410

x 200 m³, ne consegue una soluzione *minimum length* dalla quale è possibile valutare una stima dell'eccesso di massa pari a $0.764 \cdot 10^9$ kg con un errore del 9% rispetto al valore reale dell'eccesso di massa della sorgente sintetica.

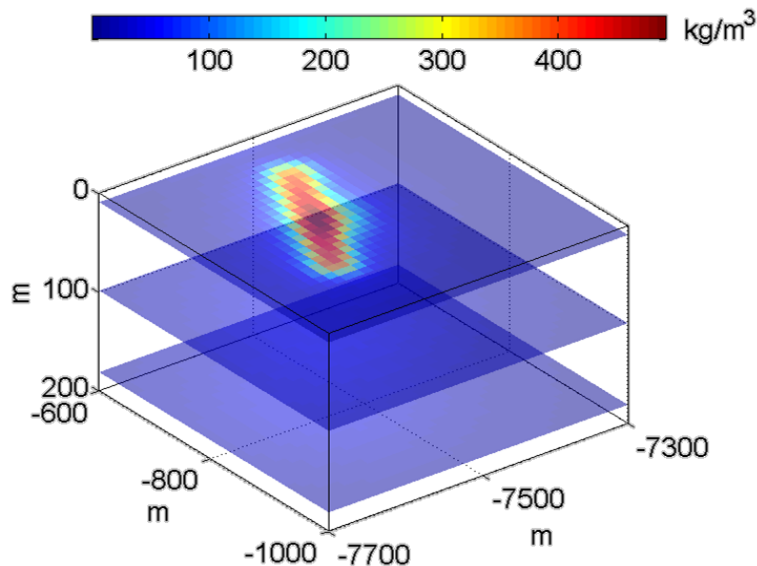


Figura 4.6 - Soluzione *minimum length* dell'inversione a partire da dati numerici. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 41*41*20 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti

Per utilizzare l'algoritmo multiscala dei momenti della sorgente, a causa della limitata area di definizione dell'anomalia, è necessario adoperare l'algoritmo di estrapolazione agli estremi della matrice dei dati numerici. Come descritto nel paragrafo 3.2, si utilizzerà l'estrapolazione di tipo *zero padding* (ZPD).

Osservando la mappa del *misfit* dei dati, localizzando il valore minimo di errore, s'identifica la quota massima alla quale continuare i valori del campo gravimetrico per ottenere la migliore soluzione del problema. Il vettore di dati continuati considerata parte dal livello zero fino ad arrivare a una quota di 120 m, con passo di continuazione pari a 10 m.

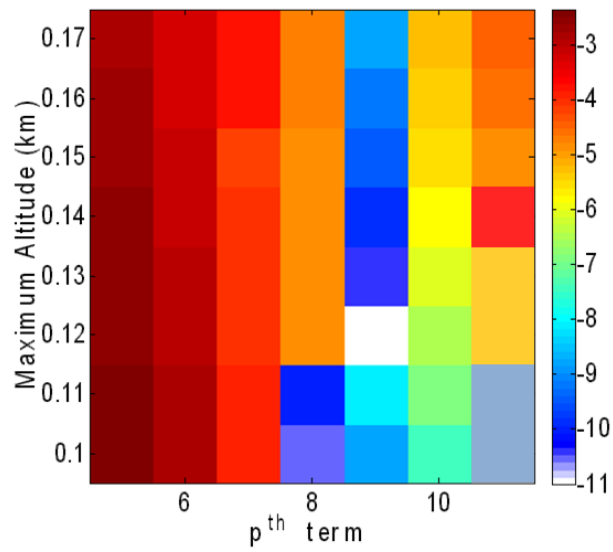


Figura 4.7 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=9$, *maximum altitude*= 120 m.

Il numero di valori del campo considerati lungo il profilo verticale per ottenere le stime di eccesso di massa e del centro di massa mostrati in figura 4.8 è di 13 dati.

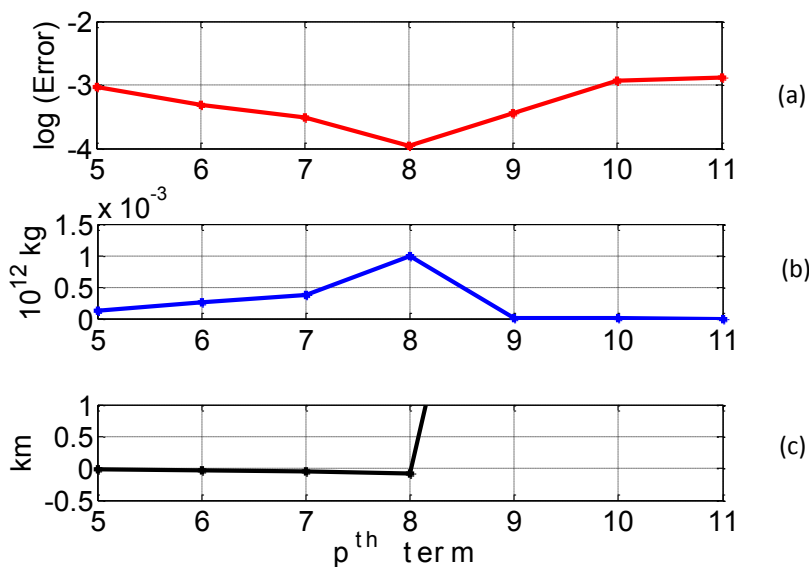


Figura 4.8 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

Anche in questo caso si ottengono curve unimodali e la stima dell'eccesso di massa e del centro di massa corrispondono al massimo valore delle curve rappresentate in figura 4.8-b e 4.8-c. Entrambe le stime si ritrovano in corrispondenza del minimo dell'errore mostrato nella figura 4.8-a. La stima dell'eccesso di massa della sorgente sintetica complessa è pari a $0.9 \cdot 10^9$ kg, con un centro di massa stimato alla profondità di 90 m. Gli errori sulla stima dell'eccesso di massa e del centro di massa rispetto ai valori reali sono rispettivamente pari al 7% e al 18%.

Di seguito riportiamo le mappe della covarianza del modello e della risoluzione del modello. Si noti come il minimo del *misfit* dei dati e della covarianza del modello abbiano le stesse coordinate.

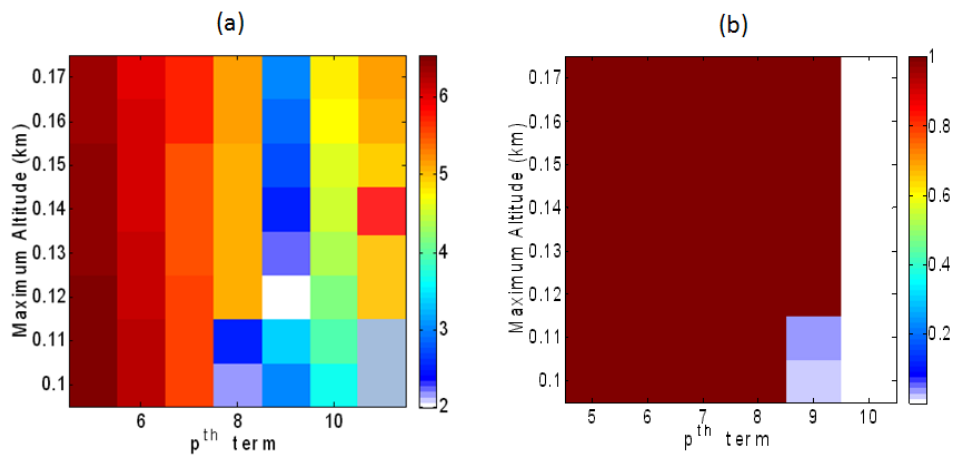


Figura 4.9 - Covarianza del modello (a) e risoluzione del modello (b) in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Anche Il valore minimo della covarianza ha coordinate $p=9$, $maximum\ altitude=120\ m$.

4.3 ANALISI E STIMA DELL'ECESSO DI MASSA DELLA MINIERA DI UDDEN

I dati gravimetrici osservati relativi alla miniera di solfuri situata nel distretto di Skelleftea, Nord della Svezia, sono stati analizzati in passato e sono noti in letteratura scientifica poiché illustrati nel libro *Mining Geophysics* [35]. L'anomalia d'interesse è riportata nella figura 4.10 che segue:

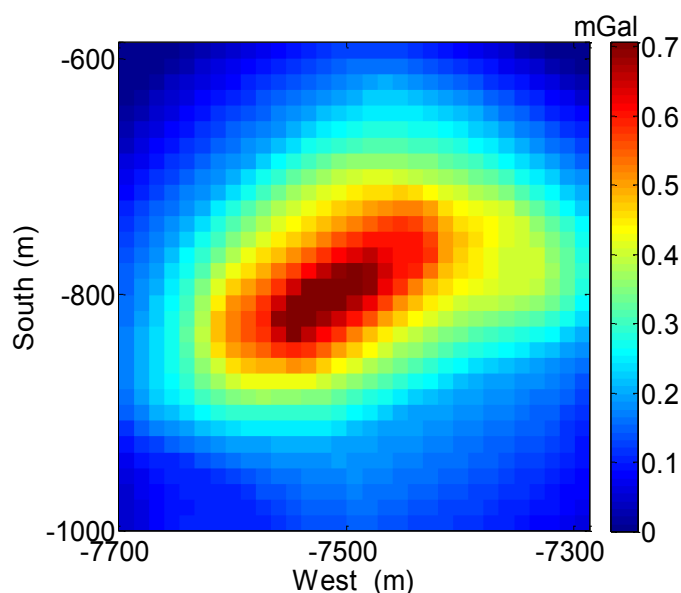


Figura 4.10 - Anomalia residua di gravità relativa ad una miniera di solfuri situata nel Nord della Svezia.

Il campo regionale è stato sottratto dall'anomalia di Bouguer osservata, quindi nella figura è rappresentata un'anomalia residua del campo gravimetrico con un'ampiezza massima di 0.7 mGal. Tra i diversi studi che l'autore ha effettuato considerando tale anomalia, è stata stimato tramite il metodo di Gauss, l'anomalia di massa relativa alle rocce costituenti la miniera. La sua valutazione portava ad una stima di eccesso di massa pari a $0.569 \cdot 10^9$ kg.

Mostriamo adesso i risultati ottenuti utilizzando le metodologie e gli algoritmi proposte in questo lavoro di tesi.

Algoritmo basato sul metodo di Gauss

Adoperando l'algoritmo di Gauss sui dati osservati, si stima un eccesso di massa pari a $0.618 \cdot 10^9$ kg. In questo caso l'errore effettuato sulla stima non è possibile valutarlo. E' da evidenziare come questa stima e quella proposta da Parasnis, siano molto simili (eccesso di massa $0.569 \cdot 10^9$ kg).

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Considerando un dominio d'indagine con dimensioni di $410 \times 410 \times 200$ m³, consegue una soluzione *minimum length* rappresentata nella figura 4.11. Si noti come l'inversione non ricostruisca in maniera esatta la distribuzione di densità all'interno del dominio.

Utilizzando l'algoritmo basato sulla teoria d'inversione, è possibile valutare una stima dell'eccesso di massa pari a $1.13 \cdot 10^9$ kg. Il valore stimato è molto superiore rispetto a quello valutato tramite l'algoritmo basato sul teorema di Gauss.

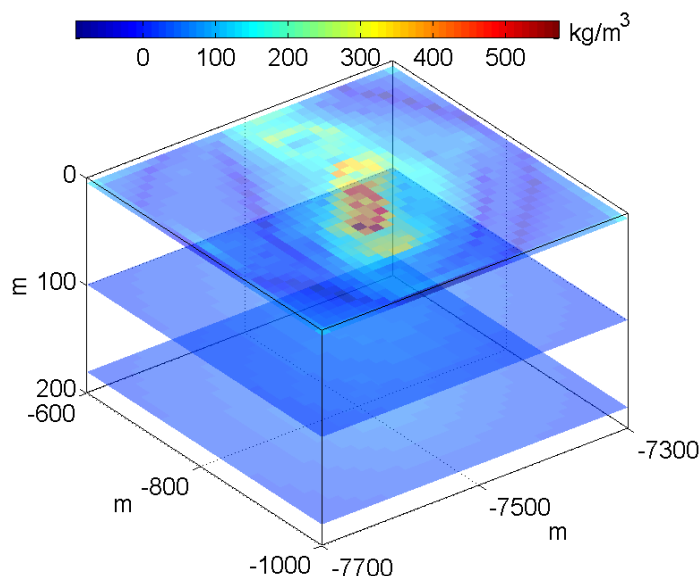


Figura 4.11 - Soluzione *minimum length* dell'inversione a partire da dati numerici. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 40 x 40 x 20 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti

Per utilizzare l'algoritmo multiscala dei momenti della sorgente, a causa della limitata area di definizione dell'anomalia, anche in questo caso è necessario adoperare l'algoritmo di estrapolazione agli estremi della matrice dei dati numerici di tipo *zero padding* (ZPD).

Il valore minimo del *misfit* dei dati, se si osserva la figura 4.12, è individuabile, come nel caso dell'analisi dell'anomalia numerica, in coordinate $p=9$ e *maximum altitude*= 0.12 km. Quindi il vettore di dati continuati considerato per ottenere la migliore stima sia di eccesso di massa che centro di massa è costituito da 13 dati. Il campo è stato continuato dalla quota 0 m fino ad arrivare alla quota massima di 120 m, con passo di continuazione pari a 10 m.

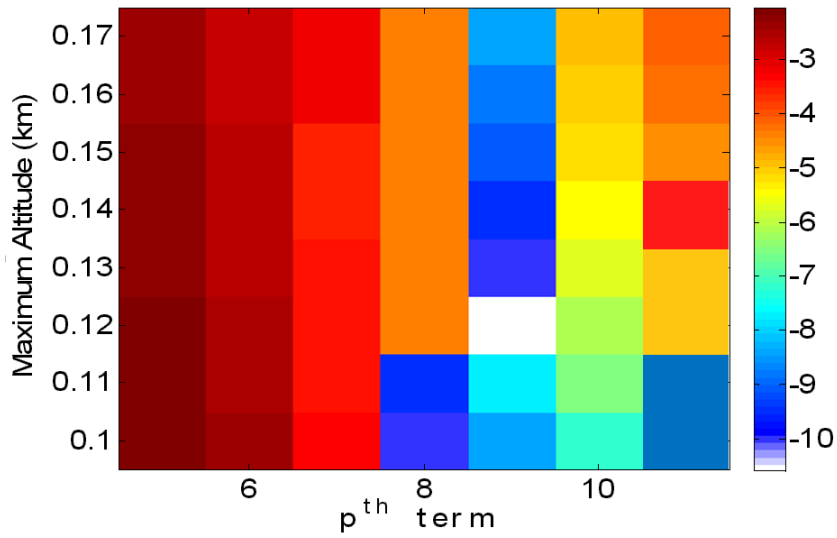


Figura 4.12 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p = 9$, *maximum altitude* = 120 m.

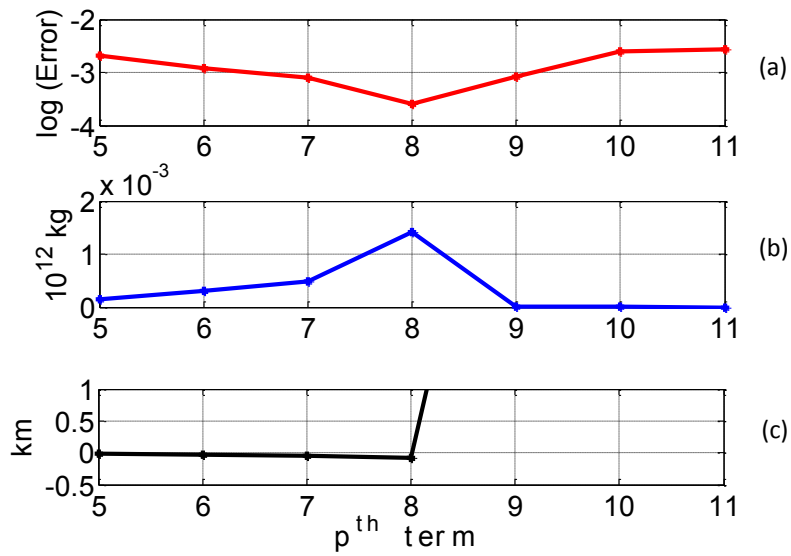


Figura 4 13 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

Anche in questo caso si ottengono curve unimodali e la stima dell'eccesso di massa e del centro di massa corrispondono al massimo dei valori delle curve rappresentate nella figura 4.13-b e 4.13-c. Entrambe le stime si ritrovano in corrispondenza del minimo dell'errore mostrato dalla curva di figura 4.13-a. La stima dell'eccesso di massa della sorgente sintetica complessa è pari a $1.3 \cdot 10^9$ kg con un centro di massa stimato alla profondità di 45 m. Gli errori sulla stima dell'eccesso di massa e del centro di massa rispetto ai valori reali non è possibile valutarli. E' interessante notare però come le stime di eccesso di massa ottenute utilizzando l'algoritmo basato sul metodo d'inversione e utilizzando l'algoritmo multiscala dei momenti siano pressoché uguali.

Di seguito riportiamo nella figura 4.14, le mappe della covarianza del modello e della risoluzione del modello. Si noti come il minimo della *misfit* dei dati e della covarianza del modello abbiano le stesse coordinate.

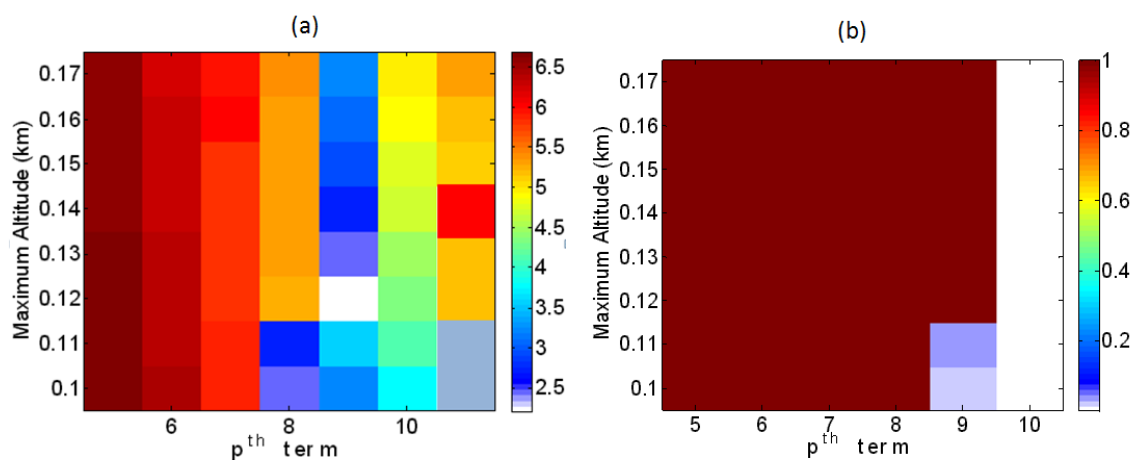


Figura 4.14 - Covarianza del modello e risoluzione del modello in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Anche il valore minimo della covarianza ha coordinate $p=9$, *maximum altitude*= 120 m.

In seguito allo studio effettuato sia sull'anomalia sintetica che su quella reale, possiamo concludere che:

a) il valore di eccesso di massa ottenuto utilizzando l'algoritmo basato sul teorema di Gauss è sottostimato;

b) i risultati ottenuti utilizzando gli algoritmi basati su metodologie d'inversione sono confrontabili.

Assumendo una densità di 2900 kg/m^3 per la struttura mineraria e 2400 kg/m^3 per le rocce circostanti (vedi tabella 4.1), si calcola un contrasto di densità $\Delta\rho$ pari a 500 kg/m^3 . Il valore di ΔM stimato è pari a $1.3 \cdot 10^9 \text{ kg}$. Inoltre, conoscendo la densità dei corpi minerari, ed utilizzando l'equazione 1.7 è possibile valutare la massa dell'intera miniera di Udden. La struttura mineraria ha una massa complessiva stimabile in $7.5 \cdot 10^9 \text{ kg}$, mentre il relativo volume stimato è di $2.6 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Un'interessante considerazione può essere fatta confrontando il volume stimato e quello già noto in letteratura [27], presentato nel paragrafo 4.1 ($2.9 \cdot 10^6 \text{ kg}$). Si può notare come l'errore della stima del volume del corpo minerario sia pari al circa il 9%.

Ricordiamo che, per quanto riguarda la massa, avevamo stimato sulla base del confronto con il caso sintetico un errore pari al 7%.

Infine valutando i parametri noti in letteratura scientifica, quali volume e densità delle rocce componenti la struttura mineraria di Udden [27, 35], è stato possibile stimare il valore della massa in $8.4 \cdot 10^9 \text{ kg}$. Confrontando tale valore con quello proposto in questo lavoro, è stato possibile confermare che l'errore commesso sulla stima della massa è pari a circa il 10%. Il risultato ottenuto quindi risulta soddisfacente; inoltre se si confronta con quello proposto da Parasnis nel suo studio, che ricordiamo sottostimava il valore della massa ($2.83 \cdot 10^9 \text{ kg}$) adoperando il metodo basato sul teorema di Gauss, decisamente migliore.

4.4 STOCCAGGIO DEL GAS NATURALE IN SOTTERRANEO

Lo stoccaggio di gas naturale in sotterraneo ha luogo in strutture geologiche che hanno caratteristiche tali da permetterne l'immagazzinamento e, quando richiesto, il prelievo. Lo stoccaggio viene considerato di tipo convenzionale quando è realizzato utilizzando giacimenti di produzione di gas esauriti o semiesauriti, di tipo semiconvenzionale quando si utilizzano giacimenti di olio esauriti o acquiferi (cioè strutture geologiche contenenti acqua), di tipo speciale quando è realizzato in cavità ricavate in formazioni saline sotterranee o in miniere di carbone abbandonate.

Lo stoccaggio di gas in sotterraneo ha avuto e ha un ruolo determinante per lo sviluppo del mercato del gas e la sua stabilizzazione. La domanda presenta infatti un'alta variabilità stagionale e giornaliera, causata principalmente dal settore civile, in cui è prevalente l'uso di gas per riscaldamento: basti ricordare che i consumi della stagione invernale rispetto a quelli della stagione estiva sono mediamente nel rapporto 4:1. Si ricorda che i volumi si misurano in Sm^3 (m^3 standard), le portate in Sm^3/d (m^3 standard al giorno). Lo Sm^3 è il volume di gas in 'condizioni normali', cioè a 15,5 °C e a 1,01315 bar (pressione atmosferica). I sistemi di produzione e di trasporto necessitano, per ragioni tecniche ed economiche, di un regime sostanzialmente stabile per massimizzarne l'utilizzo e ridurre i costi; è pertanto necessario disporre di strutture di stoccaggio in grado di conciliare le modalità dell'approvvigionamento con le suddette richieste del mercato. Lo stoccaggio fornisce pertanto un servizio di base che consiste principalmente nell'immagazzinare durante il periodo primaverile-estivo il gas messo a disposizione dal sistema di approvvigionamento/produzione e non utilizzato dal mercato a causa della flessione dei consumi (in particolare di quelli per riscaldamento). Non va inoltre dimenticato il ruolo fondamentale per la sicurezza del mercato del gas assunto dallo stoccaggio: la riserva strategica di gas, normalmente mantenuta nei sistemi di stoccaggio dei diversi paesi, è in grado di garantire infatti la fornitura dei mercati anche nel caso di riduzione degli approvvigionamenti nazionali o da importazione e di condizioni meteo particolarmente severe che si protraggono per lunghi periodi di tempo.

Si ricorda che nello stoccaggio di gas naturale si fa normalmente riferimento ai seguenti quattro parametri:

- *Working gas*: volume di gas che può essere iniettato nel periodo estivo ed estratto nel periodo invernale senza pregiudicare la normale prestazione del giacimento.
- *Cushion gas*: volume di gas che resta immobilizzato in giacimento per tutto il periodo in cui questo è utilizzato come stoccaggio; il *cushion gas* ha lo scopo di consentire un efficiente funzionamento dello stoccaggio alle massime prestazioni possibili.
- *Portata di punta*: portata giornaliera massima che può essere estratta quando il giacimento è completamente riempito.
- *Efficienza*: rapporto tra *working gas* e gas immobilizzato. Con l'espressione gas immobilizzato si intende l'insieme di *working gas*, *cushion gas* ed eventuale riserva presente in giacimento al momento della sua conversione a stoccaggio.

Gli stoccaggi più diffusi sono quelli in giacimenti a gas esauriti (circa il 70%), secondi per diffusione sono quelli realizzati in acquiferi, terzi quelli in cavità saline.

L'esperienza maturata nei paesi dove sono utilizzati giacimenti di gas esauriti consente di tracciare le linee guida per la selezione delle strutture da convertire a stoccaggio. Essa si basa su un'attenta analisi dei dati geologici e dei parametri fisici delle strutture prescelte. Gli elementi di maggiore interesse sono la forma e la dimensione della struttura geologica, l'ampiezza e le caratteristiche dell'acquifero, il contatto gas-acqua, le caratteristiche delle rocce serbatoio e di copertura (figura 4.15).

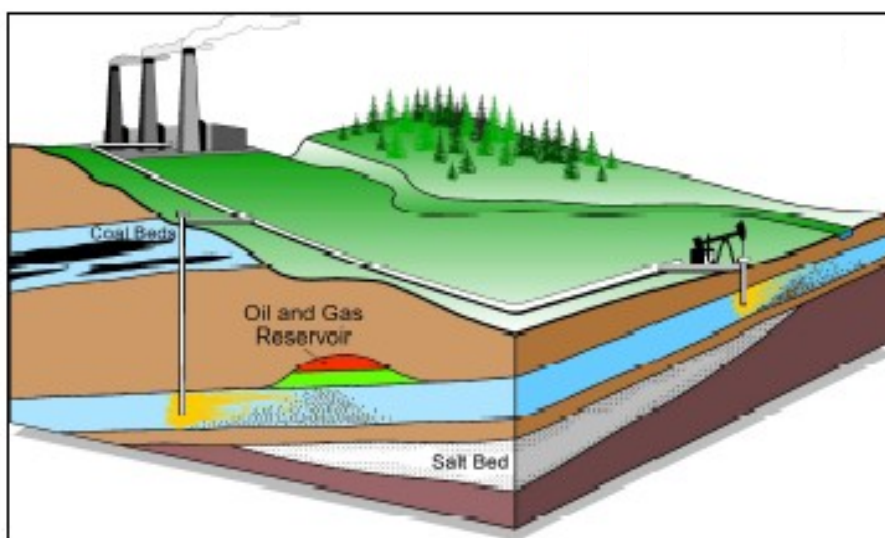


Figura 4.15 - Stoccaggio in giacimenti a gas esauriti.

I parametri fisici di maggiore interesse della roccia serbatoio sono:

- la porosità, che è conveniente sia molto elevata, in quanto permette una maggiore capacità di stoccaggio;
- la permeabilità, che esprime la facilità con cui un fluido, liquido o gas è in grado di attraversare la roccia: quanto maggiore è la permeabilità della roccia serbatoio, tanto più questa è adatta a essere utilizzata per lo stoccaggio;
- la saturazione in acqua, che è bene sia la più bassa possibile in quanto se alta riduce il volume utile.

Un altro elemento da considerare è il meccanismo di produzione che esprime l'attitudine dell'acquifero a spostarsi nella roccia serbatoio a seguito del riempimento e dello svuotamento del serbatoio.

Nei giacimenti a semplice espansione, che sono quelli in cui il contatto acqua-gas si mantiene sostanzialmente alla stessa quota durante le fasi di erogazione e iniezione, vengono consentite elevate prestazioni e si hanno minori problemi in fase di produzione. Nei giacimenti a spinta d'acqua, che sono quelli in cui il contatto gas-acqua risale invece velocemente durante la fase di erogazione e l'acqua deve essere poi di nuovo spazzata durante la fase di iniezione, le prestazioni sono limitate dal possibile trascinarsi d'acqua nella fase di erogazione e dall'incremento di pressione necessario per spazzare l'acqua durante la fase di iniezione [12].

La movimentazione dei volumi di gas tra il sistema di trasporto e i giacimenti di stoccaggio avviene attraverso la centrale di stoccaggio del gas. Nella centrale sono installate tutte le macchine e gli impianti per l'iniezione nei giacimenti del gas naturale proveniente dal sistema di trasporto e per l'erogazione del gas dal giacimento alla rete di trasporto. Tutte le apparecchiature contenute nelle centrali sono dimensionate al fine di consentire un ciclo completo di stoccaggio sulla base delle prestazioni massime ottenibili dal giacimento. Si ricorda, al riguardo, che ogni ciclo comprende una fase di iniezione (stoccaggio) e una fase di erogazione (produzione) in cui i volumi stoccati nella fase precedente vengono riconsegnati al sistema da cui sono stati prelevati; per il dimensionamento delle apparecchiature, la determinazione dei volumi in/out di un ciclo di stoccaggio (*working gas*) viene effettuata con studi che si basano sulle caratteristiche minerarie del giacimento e quelle petrofisiche della roccia serbatoio; tali studi utilizzano inoltre modelli matematici in grado di simulare le fasi di stoccaggio. I principali processi cui è sottoposto il gas nelle centrali di stoccaggio sono la compressione per l'iniezione nel giacimento e, se necessario, per l'immissione nel metanodotto, e il trattamento del gas per conferire al gas stesso le necessarie specifiche di qualità prima di immetterlo nel metanodotto.

La centrale di compressione ha lo scopo di innalzare la pressione del gas proveniente dalla rete di trasporto a valori tali da permetterne l'iniezione nel giacimento durante la fase di riempimento (stoccaggio) o, viceversa, l'immissione nella rete di trasporto durante la fase di svuotamento del giacimento (erogazione). La pressione nel giacimento di stoccaggio varia in un ampio campo in funzione del grado di riempimento e

risulta mediamente superiore ai valori di esercizio della rete primaria dei gasdotti compresi normalmente tra 40 e 70 bar. La pressione di mandata dei compressori durante la fase di iniezione varia in funzione del grado di riempimento del giacimento e delle portate di iniezione; il valore finale nel caso di giacimenti convenzionali molto profondi o in acquiferi può superare i 250 bar. Il rapporto di compressione durante la fase di iniezione può raggiungere pertanto valori elevati. Durante la fase di erogazione, sia gli stoccaggi convenzionali, sia quelli semiconvenzionali, necessitano della compressione del gas solo verso la fase finale del ciclo, in quanto la pressione di giacimento si mantiene mediamente al disopra di quella della rete (*free flow*). La quantità di *working gas* estraibile senza necessità di compressione dipende dal meccanismo di produzione del giacimento e dal valore di pressione raggiunto alla fine del riempimento. La centrale comprende, oltre le unità di compressione, sistemi di alimentazione, refrigerazione, controllo e regolazione della portata. Poiché la funzione principale della centrale di compressione è quella di rendere possibile l'iniezione di volumi di gas nel giacimento, prelevandoli dalla rete di trasporto, il dimensionamento dei compressori è basato su tale operazione che richiede un utilizzo elevato della capacità di compressione installata. La portata di punta in iniezione di un generico ciclo di stoccaggio è il risultato di elaborazioni condotte con simulazioni (modelli matematici) di giacimento, che prendono in considerazione tutti i parametri necessari per individuare il comportamento della formazione e della sua capacità di assorbire volumi di gas in funzione del riempimento. Alla base del dimensionamento dei compressori sono pertanto le portate giornaliere e le pressioni di mandata a cui il compressore deve operare; tali pressioni variano tra l'inizio e la fine del ciclo di iniezione e devono essere sempre superiori a quelle di giacimento per vincere le perdite di carico nel *reservoir* attraverso le *flow lines* e le tubazioni di collegamento fondo-pozzo testa-pozzo. Pressioni di mandata troppo elevate rispetto a quelle di giacimento non sono comunque applicabili poiché potrebbero verificarsi danneggiamenti al *reservoir* e alle rocce di copertura; il salto di pressione è funzione del tipo di roccia serbatoio; in generale in formazioni costituite da arenarie ben cementate o calcaree si può arrivare anche al 30-35% della pressione di giacimento. In ogni caso, la massima pressione di mandata non può superare il valore fissato dalle amministrazioni competenti nella fase di conferimento della concessione o autorizzazione; il possibile incremento di pressione rispetto alla

pressione originaria viene definito sulla base delle caratteristiche del *reservoir* e delle rocce di copertura. Quanto detto implica che, verso la fine del ciclo, le portate iniettate devono essere ridotte per non superare i limiti di pressione imposti

Come accennato all'inizio, l'unità di misura dei volumi è lo Sm^3 . Ai fini commerciali la misura della quantità di gas invece che in Sm^3 viene, spesso, espressa in unità di energia (GJ), per tener conto del fatto che il gas erogato da un sistema di stoccaggio non ha mai la stessa composizione nel tempo; in questo caso è necessario procedere a una misurazione del PCS (Potere Calorifico Superiore) con gas cromatografo o con campionatori in continuo. Nella misura con il contatore volumetrico i parametri primari che entrano nella formula per il calcolo di portate e volumi sono: il numero di giri della turbina nel periodo considerato; la pressione e la temperatura di esercizio; il coefficiente di scostamento dalla legge dei gas perfetti alle condizioni di esercizio e di riferimento.

4.5 COMPORTAMENTO DEL GAS NEI GIACIMENTI ESAURITI

Quando un campo di gas si avvia verso la fine della sua vita produttiva è opportuno prendere in considerazione la possibilità di trasformarlo in campo di stoccaggio di gas. Un giacimento di gas esaurito (o in via di esaurimento) è in genere caratterizzato da basse pressioni e da elevate saturazioni in acqua, nella zona originariamente occupata dal gas, dovute allo spiazzamento del gas da parte dell'acqua dell'acquifero sottostante. Le saturazioni in gas dietro al fronte d'acqua vanno da un minimo, corrispondente alla saturazione residua in gas, in prossimità del contatto gas/acqua originale, a un massimo, corrispondente alla saturazione in gas, nei pressi del contatto gas/acqua a giacimento esaurito o semiesaurito.

Quando viene iniettato gas in un giacimento esaurito, questo tenderà a spiazzare l'acqua, prendendone il posto, senza però sostituire il gas rimasto all'interno dei pori dopo la produzione primaria di gas. È importante sottolineare che anche tale gas residuo partecipa, grazie alla sua compressibilità, a fornire l'energia necessaria nella successiva fase di produzione. Si ricorda che la conversione di giacimenti esauriti o semiesauriti è in genere meno costosa rispetto ad altri sistemi di stoccaggio in sottterraneo di gas e presenta inoltre una serie di vantaggi, primo fra tutti la miglior conoscenza delle caratteristiche del serbatoio, sia attraverso dati geologici consolidati, sia attraverso la storia produttiva dei pozzi. Lo sfruttamento di un giacimento di gas comporta in genere la presenza di tubazioni di collegamento a una rete di metanodotti per la distribuzione del gas e di aree in superficie dove sorgono gli impianti per il trattamento del gas prima della commercializzazione. Queste aree possono essere utilizzate, ai fini dello stoccaggio di gas, per l'installazione dei compressori e per la costruzione di nuovi impianti di trattamento se quelli vecchi risultano inadeguati e non modificabili. Non tutti i giacimenti di gas esauriti si prestano comunque allo stoccaggio di gas. Infatti è necessario che la loro conformazione sia tale che il gas iniettato durante lo stoccaggio possa essere recuperato senza perdite e che i giacimenti stessi siano in grado di assicurare una produttività capace di rispondere con prontezza alla richiesta di gas durante il ciclo di produzione. Non sono

pertanto adeguati giacimenti aventi marcate disomogeneità petrofisiche o strutturali (dislocazioni per faglie) al loro interno e che siano caratterizzati da basse permeabilità.

Relazione pressione/volume immagazzinato

Si consideri un giacimento volumetrico (senza spinta d'acqua) durante la produzione; il rapporto p/z tra pressione media di giacimento e fattore di compressibilità del gas a tale pressione ($z=1$ per un gas ideale) è in prima approssimazione funzione lineare del volume di gas prodotto. Nel caso di un giacimento con spinta di acquifero, il rapporto p/z non è più funzione lineare del gas prodotto, a causa dell'ingresso dell'acqua nei pori originariamente occupati dal gas; la pressione di giacimento (e quindi il rapporto p/z) tende a essere maggiore rispetto al caso volumetrico, a parità di volumi di gas prodotti. Poiché l'acquifero risponde con un certo ritardo al calo di pressione della zona originariamente a gas, la deviazione dal caso volumetrico risulta più evidente dopo che è stato prodotto un certo volume di gas.

Nel caso d'iniezione di gas in un giacimento volumetrico, p/z è funzione lineare del volume di gas iniettato (figura 4.16-a). Invece, nel caso di iniezione di gas in un giacimento con spinta di acquifero, la pressione di giacimento (e quindi p/z) tende a essere all'inizio più alta rispetto al caso volumetrico, per poi stabilizzarsi alla fine, a causa dell'aumento di volume della zona occupata dal gas, conseguente all'arretramento della tavola d'acqua (figura 4.16-b).

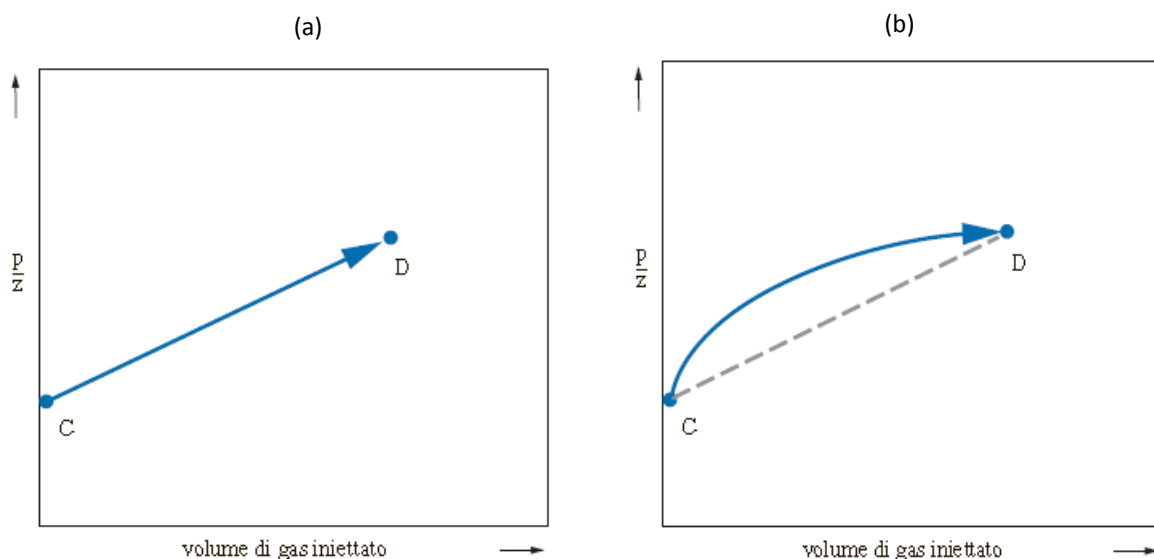


Figura 4.16 - (a) Rapporto p/z al variare del volume iniettato in giacimenti a gas volumetrici. (b) Rapporto p/z al variare del volume iniettato in giacimenti a gas con spinta di acquifero [12].

Nel caso di ciclo reversibile di stoccaggio/produzione, in presenza di acquifero attivo, l'andamento del rapporto p/z in funzione del volume di gas immagazzinato non è lineare e in genere presenta un'isteresi, come illustrato in figura 4.17-a, ove E è la situazione prima dell'iniezione e D quella a iniezione completata. Nel caso di giacimento sottoposto a un ciclo di iniezione e a uno di produzione all'anno, tipico della gran parte dei sistemi di stoccaggio, la forma generale della curva p/z in funzione del volume immagazzinato è quella indicata dalla curva ED-DE in figura 4.17-b. Il tratto ED corrisponde all'iniezione, il tratto DD corrisponde alla stabilizzazione della pressione, a iniezione completata (caduta della pressione nell'acquifero); il tratto DE corrisponde alla fase di erogazione, il tratto EE corrisponde alla stabilizzazione della pressione, a produzione nulla, dovuta al ritardo della risposta dell'acquifero. Gli esempi indicati servono a dare un'idea qualitativa e semplificata delle relazioni che intercorrono fra pressioni e volumi di gas prodotto/immagazzinato. Un'analisi ben più precisa deve tener conto in maniera quantitativa sia dell'influenza dell'acquifero, sia del contributo non sempre trascurabile della compressibilità del volume poroso. Il ritardo della risposta dell'acquifero può, infatti, influenzare sensibilmente le pressioni nel corso dell'alternanza di cicli d'iniezione e produzione. Inoltre, la compressibilità del volume poroso può dipendere in misura notevole dalla pressione,

specialmente per formazioni relativamente poco profonde e poco consolidate. Mentre per un giacimento di produzione la decompressione del volume poroso avviene nell'arco di qualche anno, nel caso di un giacimento di stoccaggio i cicli di compressione e decompressione sono molto rapidi, con durate in genere inferiori a sei mesi. In questo caso la variazione elastica del volume poroso, conseguente a queste sollecitazioni, può avere un effetto ritardato di compensazione sulle pressioni del giacimento, molto simile a quello che si ha in presenza di spinta da parte di un acquifero.

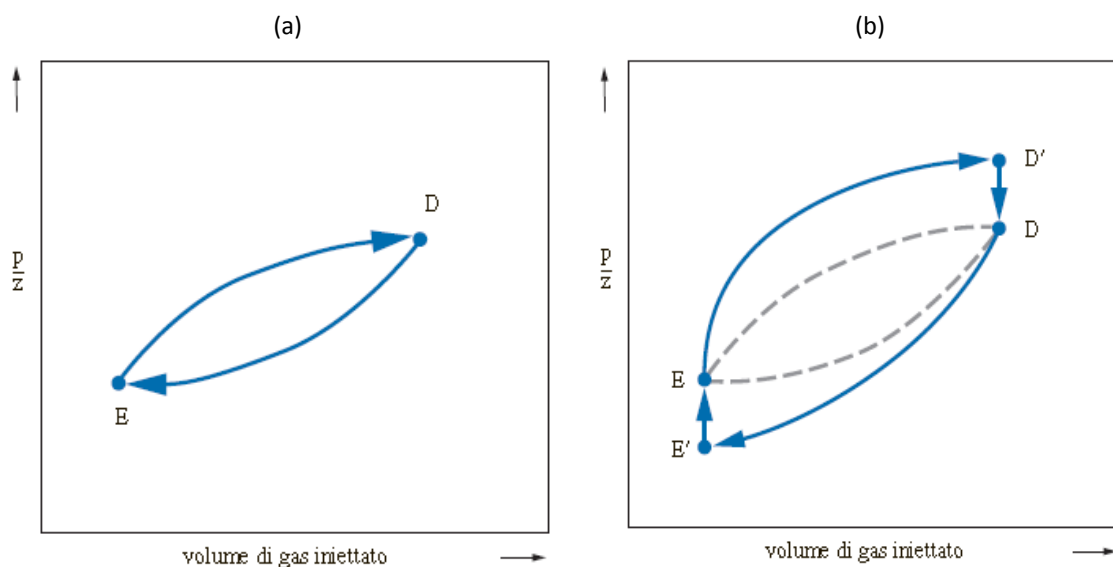


Figura 4 17 - (a) Rapporto p/z al variare del volume iniettato in un ciclo di iniezione produzione con acquifero. (b) Rapporto p/z al variare del volume iniettato in ciclo breve di stoccaggio con acquifero [12].

Produttività di un giacimento di stoccaggio e funzione del cushion gas

Per un giacimento di stoccaggio di gas sono importanti i volumi di gas che si possono stoccare e soprattutto quelli che si possono produrre reversibilmente nell'arco di tempo limitato del ciclo di erogazione. Rispetto a un giacimento di gas, la cui produzione viene distribuita in alcuni anni, un giacimento di stoccaggio deve assicurare una produzione di quantità comparabili di gas, concentrata in un periodo che, al massimo, può comprendere 5-6 mesi. Per questa ragione il giacimento di stoccaggio deve avere un'alta produttività. Dal momento che i punti di prelievo del gas sono i pozzi, è evidente che un

alto numero di pozzi può dare luogo a un'elevata produttività di giacimento. Tuttavia, dato l'alto costo unitario dei pozzi, è preferibile utilizzare un numero di pozzi limitato, facendo in modo che questi possano singolarmente avere elevate produttività, il che vuol dire che a relativamente alte portate di gas devono corrispondere limitate perdite di pressione nel tragitto dal giacimento fino alla superficie; queste perdite si verificano all'interno del mezzo poroso, all'interfaccia fra giacimento e foro del pozzo e all'interno della stringa di produzione (sequenza di tubi). Le perdite di pressione nel mezzo poroso dipendono essenzialmente dalla permeabilità della roccia e quindi non sono generalmente suscettibili a variazioni migliorative: è ovvio che giacimenti a bassa permeabilità mal si prestino per questa ragione alla conversione a campi di stoccaggio. Per quanto riguarda le perdite di pressione all'interfaccia fra giacimento e foro di pozzo, queste si possono ridurre notevolmente aumentando il diametro del foro del pozzo e, ancor di più, utilizzando pozzi orizzontali, ove le condizioni lo permettano. In ogni caso le tecniche di perforazione e di completamento dei pozzi devono essere tali da ridurre al minimo il danneggiamento della formazione all'intorno del pozzo. A causa delle alte portate richieste, diventano rilevanti le perdite di pressione per attrito, all'interno della stringa di produzione. Per ridurre al minimo tali perdite si ricorre a tubi di diametro maggiore di quelli normalmente usati per la produzione di giacimenti di gas. Va notato che elevate portate implicano alte velocità lineari del fluido, che, nel caso di formazioni poco consolidate, possono indurre disastrosi insabbiamenti dei pozzi nel corso dell'erogazione. Stoccare gas a pressione più alta comporta quindi, oltre a una maggiore quantità di gas immagazzinato, anche la possibilità di avere a disposizione una più alta produttività iniziale dei pozzi, circostanza che può rendere più allettante un progetto di stoccaggio. Il limite tecnico per la massima pressione in iniezione è tuttavia quello oltre il quale non viene garantita l'integrità della roccia di copertura, oppure quello oltre il quale si avrebbe un eccessivo volume di gas immagazzinato con migrazione di gas per superamento dello *spill point* (punto di trabocco). Esistono comunque anche limiti legislativi, diversi fra i vari paesi: attualmente in Italia è possibile stoccare gas in un giacimento esaurito fino a una pressione non superiore alla pressione originale del giacimento vergine.

Per il progetto di stoccaggio di gas, oltre alla portata massima giornaliera, che il serbatoio è in grado di fornire in rete, viene anche definita una portata minima necessaria per soddisfare la richiesta di gas; per poter assicurare questa portata minima di gas è necessario che la pressione di giacimento non scenda mai al di sotto di un determinato valore. Il volume minimo di gas presente in giacimento, sufficiente a fornire l'energia necessaria, corrisponde al volume del *cushion gas*; tale volume deve essere sempre mantenuto in un giacimento di stoccaggio, in quanto l'erogazione di questo gas potrebbe portare, oltre a pericolosi avanzamenti della tavola d'acqua in giacimento, al cattivo funzionamento degli impianti di superficie e quindi all'impossibilità di adempiere a obblighi contrattuali di fornitura di gas. Va comunque ricordato che, in particolari situazioni di emergenza, è possibile, recuperando produttività attraverso l'abbassamento della pressione di testa dei pozzi, erogare una parte del *cushion gas*, senza provocare inconvenienti.

4.6 SITI DI STOCCAGGIO GAS IN ITALIA

Gli stoccaggi in Italia sono attualmente undici (figura 4.18), con una capacità complessiva di 24 Bm³ (contro un consumo annuo nazionale di circa 70 Bm³) di cui 15.9 di *working gas*. Il loro tasso di utilizzazione è considerato tra i più efficienti d'Europa, con un rapporto *working gas*/capacità totale del 60%. Nove (di cui uno attualmente chiuso) di questi siti sono di proprietà eni, due sono di proprietà Edison.



Figura 4.18 - Mappa dei siti di stoccaggio in Italia [47].

Quasi tutti i siti sono concentrati nell'area padana, due si trovano nel Centro Italia. Sono tutti stoccaggi in sotterraneo, di natura mineraria, derivano cioè da antichi giacimenti ormai esauriti.

Tabella 4.2 - Concessioni di stoccaggio vigenti in Italia [47].

Nome	Operatore	Provincia	Working gas (milioni cm)	Erogazione di picco (milioni cm/d)	Profondità (metri)	Avvio
Alfonsine*	ENI	Ravenna	2,000	21	1400	1999
Brugherio	ENI	Milano	200	9	850	1966
Cellino	Edison	Teramo	160	Nd	1000	1985
Collalto	Edison	Treviso	100	Nd	1600	1995
Cortemaggiore	ENI	Piacenza	2,380	22.7	1600	1964
Fiume Treste	ENI	Chieti	4,500	46	1100	1982
Minerbio	ENI	Bologna	3,290	33	1150	1975
Ripalta	ENI	Cremona	1,810	41	1400	1967
Sergnano	ENI	Cremona	2,070	33	1200	1965
Settala	ENI	Milano	1,810	25	1200	1986
Tresigallo	ENI	Ferrara	1,135	18	1100	1985

Gli stoccaggi di proprietà eni sono gestiti dalla sussidiaria Stoccaggi Gas Italia (STOGIT). Uno di questi siti è oggetto di studio di questo lavoro di ricerca. Infatti grazie ad una collaborazione avviata tra il gruppo di ricerca di esplorazione geofisica (Università di Napoli "Federico II", Dipartimento Scienze della Terra) e l'eni S.p.A. rilievi ed acquisizioni di dati gravimetrici nel 2006 sono stati elaborati e interpretati al fine di monitorare un sito di stoccaggio gas e valutare le quantità di masse movimentate nel sottosuolo.

L'analisi di misure di gravità ripetute nel tempo come un metodo di osservazione del movimento dei fluidi nel sottosuolo in un serbatoio di idrocarburi è un'applicazione di microgravimetria recente. In particolare Hare e altri in 1999 [20] hanno usato i dati di gravimetria per monitorare il progresso di una riserva di gas in un serbatoio; Eiken e altri in 2004 [11] hanno presentato uno studio sul monitoraggio gravimetrico di produzione del gas dal campo di Troll (Norvegia), mentre Bate [5] ha mostrato uno studio puntando al modello 4D di microgravimetria come metodo a basso costo e non invasivo per ottenere informazioni avanzate sul serbatoio come la porosità e/o permeabilità. Quindi la gravimetria 4D solo da pochi anni è utilizzata come metodo di monitoraggio dei campi di produzione e di stoccaggio gas. Diverse *oil companies* in cooperazione con enti

governativi promuovono studi e conducono ricerche sul monitoraggio gravimetrico dei campi di stoccaggio gas enfatizzando l'aspetto di non invasività e di assoluta sostenibilità ambientale di tali metodi.

4.7 INQUADRAMENTO GEOLOGICO DEL SITO DI STOCCAGGIO

Il campo in oggetto è situato nella provincia geologica del Bacino Padano, costituito da un'ampia depressione sviluppata tra due ampie catene montuose: le Alpi Meridionali verso N e gli Appennini verso S e SW. L'evoluzione geologica del bacino è strettamente connessa all'evoluzione strutturale delle citate catene montuose ed è il risultato di due importanti eventi tettonici: la collisione tra la placca Apula ed il continente Europeo, iniziata nel Cretaceo e responsabile dell'orogenesi alpina, e la rotazione del Blocco Sardo-Corso, di età Miocene, che ha causato la formazione degli Appennini Durante il Neogene ed il Quaternario nel bacino, caratterizzato da forte subsidenza, sedimentarono spesse sequenze terrigene originate dalla deposizione di torbiditi provenienti dall'erosione delle catene in formazione. In questo contesto geologico nel settore settentrionale del bacino padano la compressione alpina, diretta N-S, diede origine nel Miocene a una serie di pieghe e *thrusts* sud-vergenti, coinvolgenti le sequenze oligo-mioceniche. Successivamente la sedimentazione terrigena portò a riempimento il bacino ed alla completa emersione dell'area. Nell'assetto stratigrafico e strutturale delineato si svilupparono una serie di habitat favorevoli all'intrappolamento degli idrocarburi: il campo di stoccaggio in particolare è connesso ad una trappola stratigrafica *onlap* (figura 4.19) localizzata nei livelli torbiditici sabbiosi del Pliocene. Le condizioni morfologiche sono caratterizzate dalla presenza di suoli pianeggianti alluvionali (prevalentemente caratterizzati da sabbie e argille) di età quaternaria. Sono altresì presenti livelli acquiferi sovrapposti.

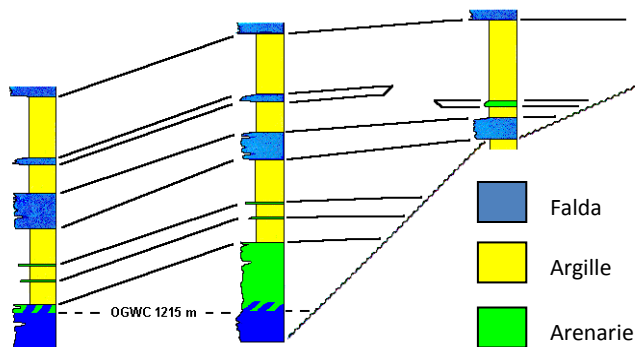
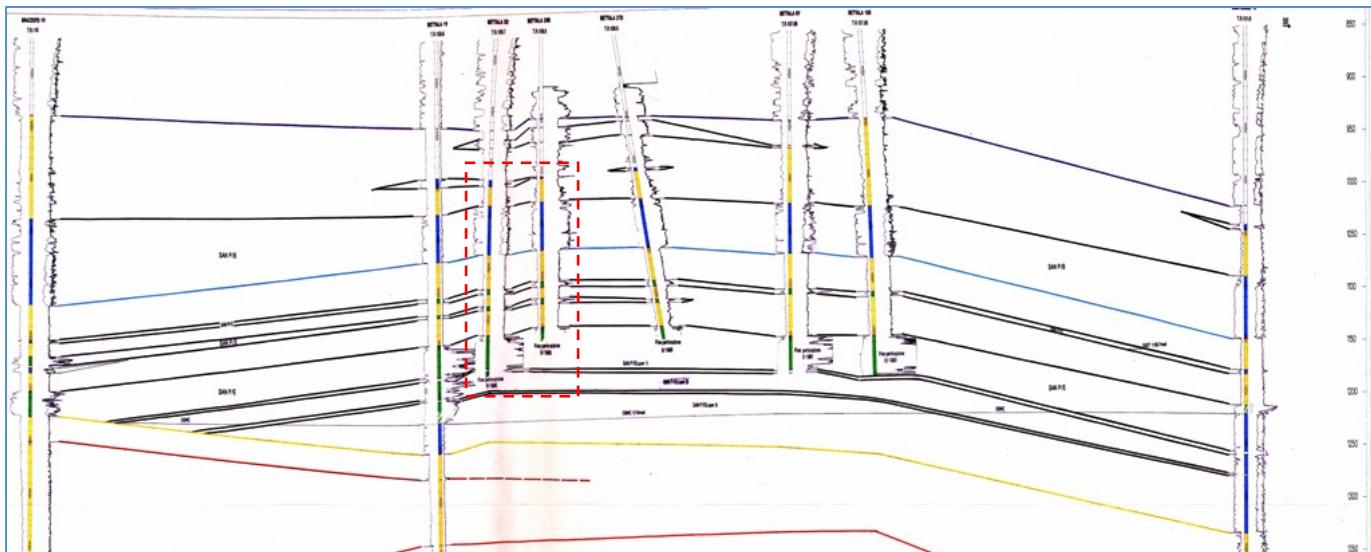


Figura 4.19 - Sezione geologica schematica ricostruita a partire da sondaggi stratigrafici eseguiti nell'area del sito di stoccaggio. In basso è riportato un particolare della struttura geologica costituente il giacimento.

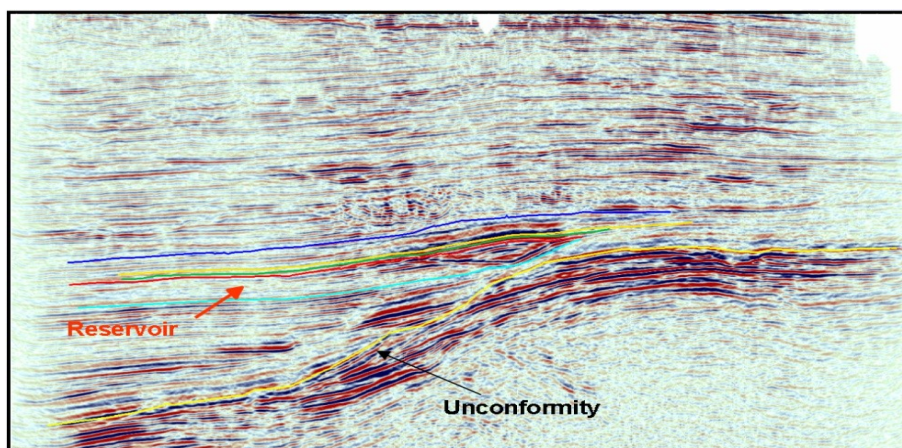


Figura 4.20 - Interpretazione della sezione sismica 2D con identificazione del *reservoir*.

Anche dall'interpretazione della sezione sismica 2D, mostrata in figura 4.20 è possibile individuare l'*unconformity* di tipo *onlap*. Le discordanze geolitologiche sono delle superfici di contatto geometrico di più litologie o all'interno di una stessa litologia. L'*unconformity* si classifica in:

- *angular unconformity*: è una discordanza angolare di origine non tettonica. Può formare *toplap*, *downlap*, *onlap*;
- *disconformity*: parallelismo tra gli strati e superficie di tipo erosiva non parallela agli strati;
- *paraconformity*: c'è concordanza geometrica, sia sopra che sotto gli strati o le lamine sono paralleli tra loro e alla superficie stessa).

4.8 SIMULAZIONE DELLA SORGENTE E STIMA DELL'ANOMALIA DI MASSA

Una zona dell'Italia settentrionale ricca di tali siti, come visto nel paragrafo precedente, è la Pianura Padana. I cambiamenti legati alla distribuzione dei fluidi nei pori e quindi di densità di massa può generare variazioni della gravità misurabili alla superficie con buona risoluzione.

Il cambiamento di densità nei pori di una roccia serbatoio può generare una variazione dell'accelerazione di gravità che può essere misurata in superficie utilizzando le strumentazioni attualmente disponibili sul mercato.

La variazione di densità ($\Delta\rho$) in un giacimento saturo in gas ed acqua con una porosità efficace P_e , può essere definito come segue [22]:

$$\Delta\rho = P_e(\rho_g - \rho_w) \quad (4.1),$$

dove ρ_g and ρ_w indicano rispettivamente la densità del gas e dell'acqua.

In presenza di un livello statico di contatto tra acqua e gas il volume disponibile per lo stoccaggio non cambia. Ciò significa che il segnale gravimetrico variabile nel tempo è sostanzialmente legato alla variazione di densità del gas nei pori:

$$\Delta\rho = P_e(\Delta\rho_g) \quad (4.2),$$

In questo caso la variazione di massa ΔM_g è:

$$\Delta M_g = \Delta V P_e \rho_g \quad (4.3),$$

dove ΔV è la variazione di volume. Quindi nel caso considerato di un contatto acqua/gas statico il volume di stoccaggio non cambia e la variazione di massa del gas è data da:

$$\Delta M_g = V P_e \Delta\rho_g \quad (4.4),$$

dove $\Delta\rho_g$ è la variazione di densità del gas.

Assumendo un sistema di riferimento $\{O, x, y, z\}$, ed una variazione di densità $\Delta\rho(r)$ in un volume V , è possibile definire ad ogni punto di osservazione un potenziale gravitazionale U come:

$$U(\mathbf{r}') = -\gamma \int_V \frac{\Delta\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} dv \quad (4.5),$$

i cui gradienti nelle direzioni x , y e z rappresentano le componenti del campo gravimetrico G .

In particolare la componente verticale.

$$\mathbf{g}_z = \gamma \int_V \Delta\rho(\mathbf{r}) \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} dv \quad (4.6),$$

è quella che viene misurata utilizzando le comuni strumentazioni gravimetriche attualmente in commercio.

Utilizzando la formulazione (4.6) è dunque possibile, conoscendo la geometria del giacimento e alcune sue caratteristiche petrofisiche, stimare il segnale atteso per una determinata variazione di massa. A tale scopo, sono state analizzate le informazioni disponibili ed è stato elaborato un modello semplificato del giacimento (figura 4.21). Inoltre è stato possibile calcolare anche il volume di tale modello. Esso è pari a $345 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

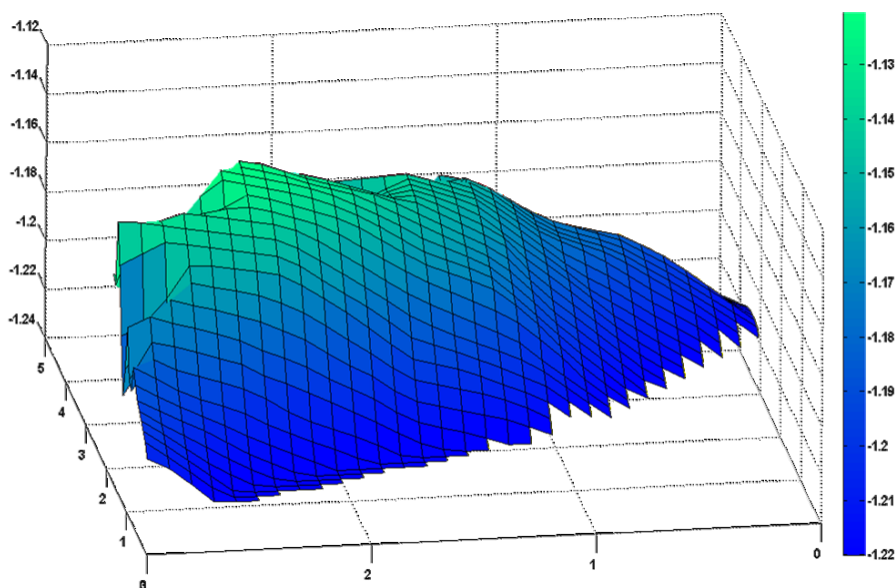


Figura 4.21 - Modello geometrico 3D del giacimento di stoccaggio gas.

Successivamente è stato generato un campo di gravità numerico a partire dalla sorgente modellizzata e proposta nella figura precedente. Il contrasto di densità medio atteso nel *time-lapse* gravimetrico, associato a tale sorgente è stato valutato considerando la densità delle rocce che costituiscono il giacimento di stoccaggio gas oggetto dell'analisi ed associando dei valori di densità realistici nelle due situazioni di giacimento: pieno con gas ad alta pressione e vuoto con gas a bassa pressione. Si è considerato inoltre un modello di serbatoio a semplice espansione.

Utilizzando l'equazione 4.2 precedentemente descritta, è stato possibile valutare la variazione di densità attribuibile al modello geometrico 3D del *reservoir* per generare un segnale sintetico di *time-lapse* gravimetrico. In particolare, in seguito a colloqui avuti con i responsabili della gestione del sito di stoccaggio, sono stati considerati come parametri di modellizzazione una porosità efficace attribuibile alle rocce arenarie del 26% e una densità del gas di 435 kg/m^3 quando il giacimento si trova a basse pressioni (vuoto), mentre di 600 kg/m^3 nella situazione in cui il giacimento si trova ad alte pressioni (pieno). Quindi, la variazione di densità attesa, tra il periodo in cui dal sito di stoccaggio sono state estratte le quantità di *working-gas* e quello in cui una nuova quantità di gas è stata iniettata, è pari a -

165 kg/m³. Questa valutazione è stata fatta considerando che le rocce incassanti non variano né in disposizione né in volume e che le condizioni del giacimento siano statiche (*reservoir* a semplice espansione, paragrafo 4.4). Il risultato di questa simulazione è mostrato nella figura 4.22. Quindi, conoscendo i parametri di volume e contrasto di densità medio della sorgente, è stato possibile anche definire il valore di difetto di massa atteso: $\Delta M = V \cdot \Delta \rho_g$, quindi $345 \cdot 10^6 \cdot -165 = -5.69 \cdot 10^{10}$ kg.

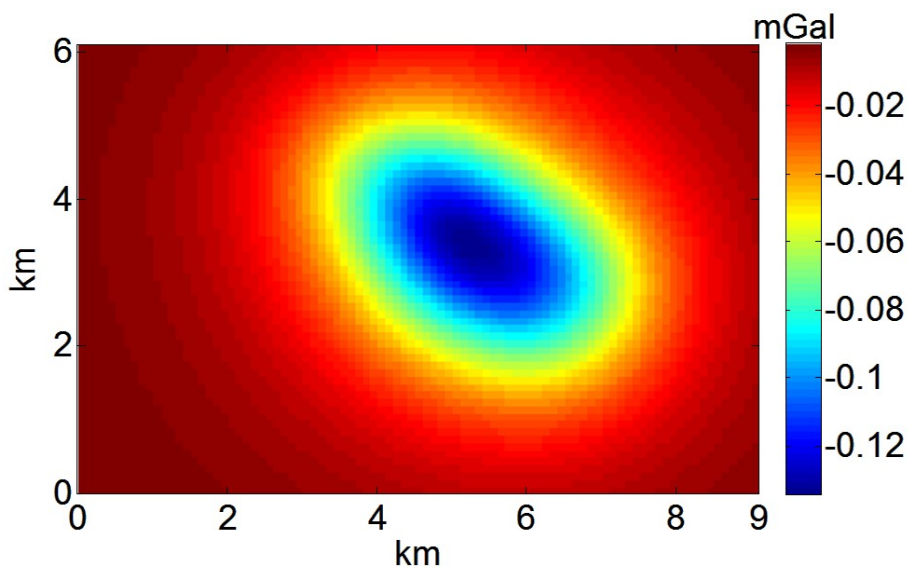


Figura 4.22 - Segnale *time-lapse* (espresso in mGal) atteso per una variazione media di densità di 165 kg/m³.

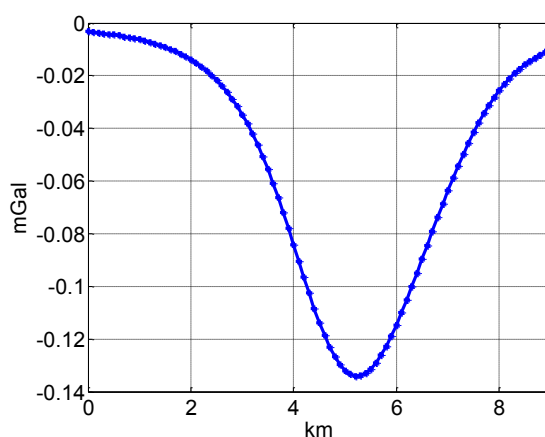


Figura 4.23 - Profilo estrapolato dalla matrice dei dati numerici in corrispondenza del valore minimo del *time-lapse* gravimetrico.

Osservando il profilo estratto dalla matrice dei dati numerici, si nota meglio come l'anomalia sia parzialmente troncata sul lato est.

Mostriamo in seguito i risultati ottenuti utilizzando le metodologie e gli algoritmi proposti.

Algoritmo sviluppato sul metodo di Gauss

Adoperando l'algoritmo basato sul metodo di Gauss, si stima un valore di difetto di massa pari a $-3.953 \cdot 10^{10}$ kg, con un errore sulla stima rispetto al valore reale pari al 30%.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Con l'utilizzo dell'algoritmo basato sul metodo d'inversione, in questa situazione in cui l'anomalia non è definita in maniera completa, considerando un dominio d'indagine con dimensioni di $9 \times 6 \times 1.5$ km³ (90 x 60 x 15 celle), si ottiene una soluzione *minimum length* (figura 4.24) dalla quale è possibile valutare una stima del difetto di massa pari a $-5.3 \cdot 10^{10}$

kg, con un errore del 7% rispetto al valore reale del difetto di massa della sorgente modellizzata.

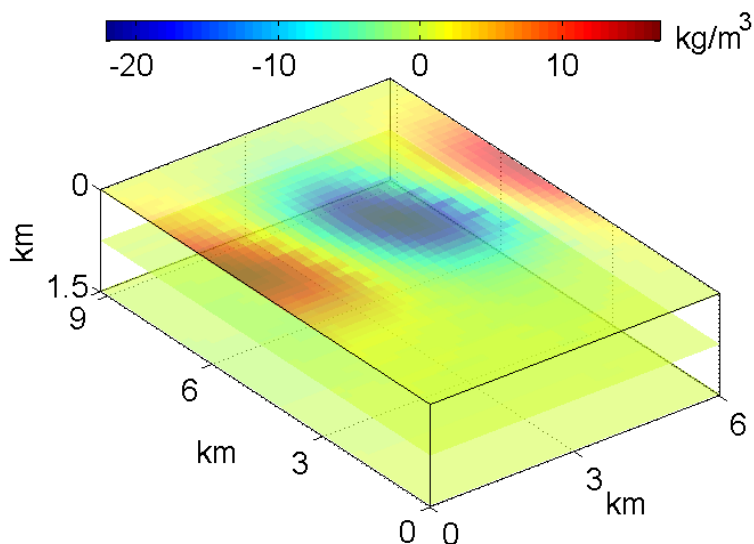


Figura 4.24 - Soluzione dell'inversione *minimum length* a partire da dati numerici. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 90 x 60 x 15 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti

Per utilizzare l'algoritmo basato sulla metodologia multiscala per la stima dei momenti della sorgente, a causa della limitata area di definizione dell'anomalia, è necessario utilizzare l'algoritmo di estrapolazione ai limiti della matrice dei dati. Come descritto nel paragrafo 3.2, si adopererà l'estrapolazione di tipo zero pudding (ZPD). Osservando la mappa del *misfit* dei dati riportata nella figura 4.25, si identifica l'errore minimo e la corrispondente quota massima di continuazione del campo gravimetrico. Il vettore di continuazione considerato parte da 0 km fino ad arrivare ad una quota massima di 3 km, con passo continuazione pari a 100 m. Il numero di dati considerati lungo il profilo verticale quindi è pari a 31.

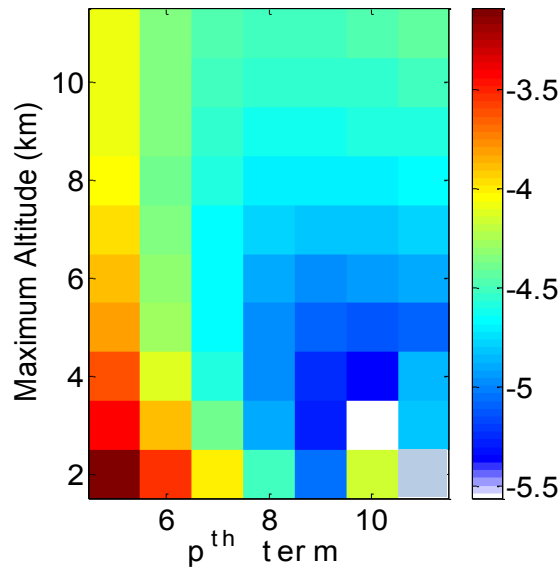


Figura 4.25 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p=10$, *maximum altitude*= 3 km.

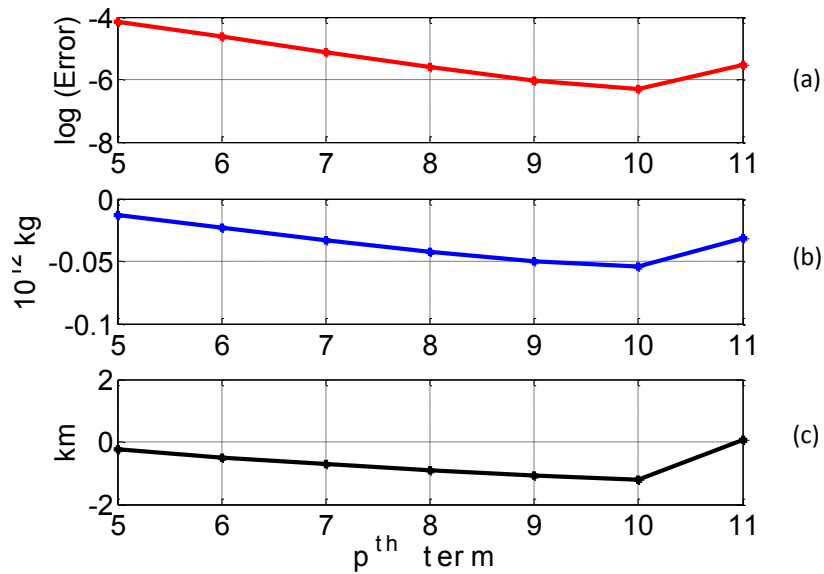


Figura 4.26 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

La curva unimodale relativa al difetto di massa (figura 4.26-b) e quella relativa al centro di massa (figura 4.26-c), mostrano il loro valore minimo in corrispondenza del minimo dell'errore rappresentato nella prima curva (nella figura 4.26-a). La stima del difetto di massa del modello di sorgente complesso che riproduce la struttura del giacimento è pari a $-5.43 \cdot 10^{10}$ kg con un errore rispetto al valore reale del 5%. Mentre il centro di massa è stato stimato ad una profondità di 1.2 km, con un errore sul centro di massa rispetto al parametri reale pari al 3%. È bene sottolineare come il risultato del centro di massa proposto sia molto vicino a quello reale, in una condizione di sorgente complessa con spessore verticale massimo di 100 m (vedi figura 4.21).

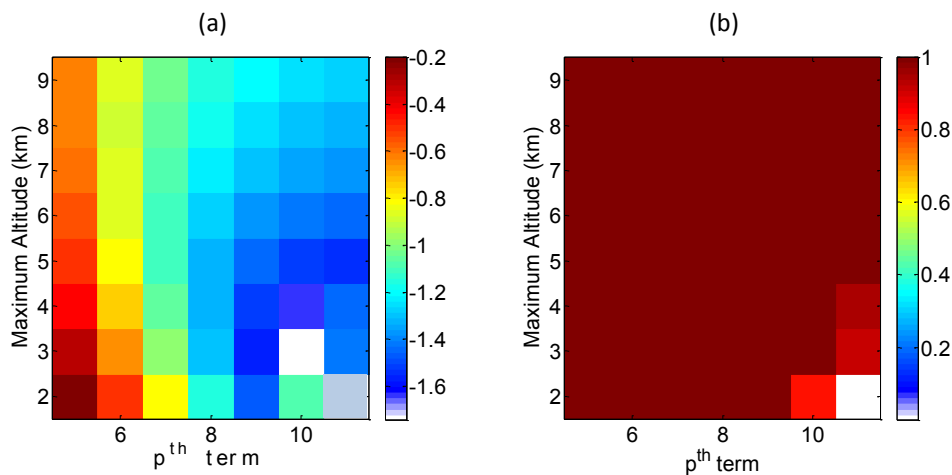


Figura 4.27 - Covarianza del modello (a) e risoluzione del modello (b) in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il minimo della covarianza ha coordinate $p=10$, *maximum altitude*= 3 km.

4.9 ACQUISIZIONE GRAVIMETRICA DEI DATI REALI

La campagna di acquisizione dati è stata eseguita in due periodi dell'anno 2006, nel mese di Aprile e nel mese di Ottobre. In fase di sopralluogo operativo sono state identificate un numero adeguato di stazioni di riferimento finalizzate alle misure periodiche di deriva strumentale. L'ubicazione delle stazioni, mostrata in figura 4.28 e posizionata su tavoletta I.G.M. a scala 1:25000, è stata determinata principalmente in base alla logistica e ai tempi. Nella figura viene mostrata oltre che l'area di concessione del rilievo, anche la planimetria del giacimento di stoccaggio.

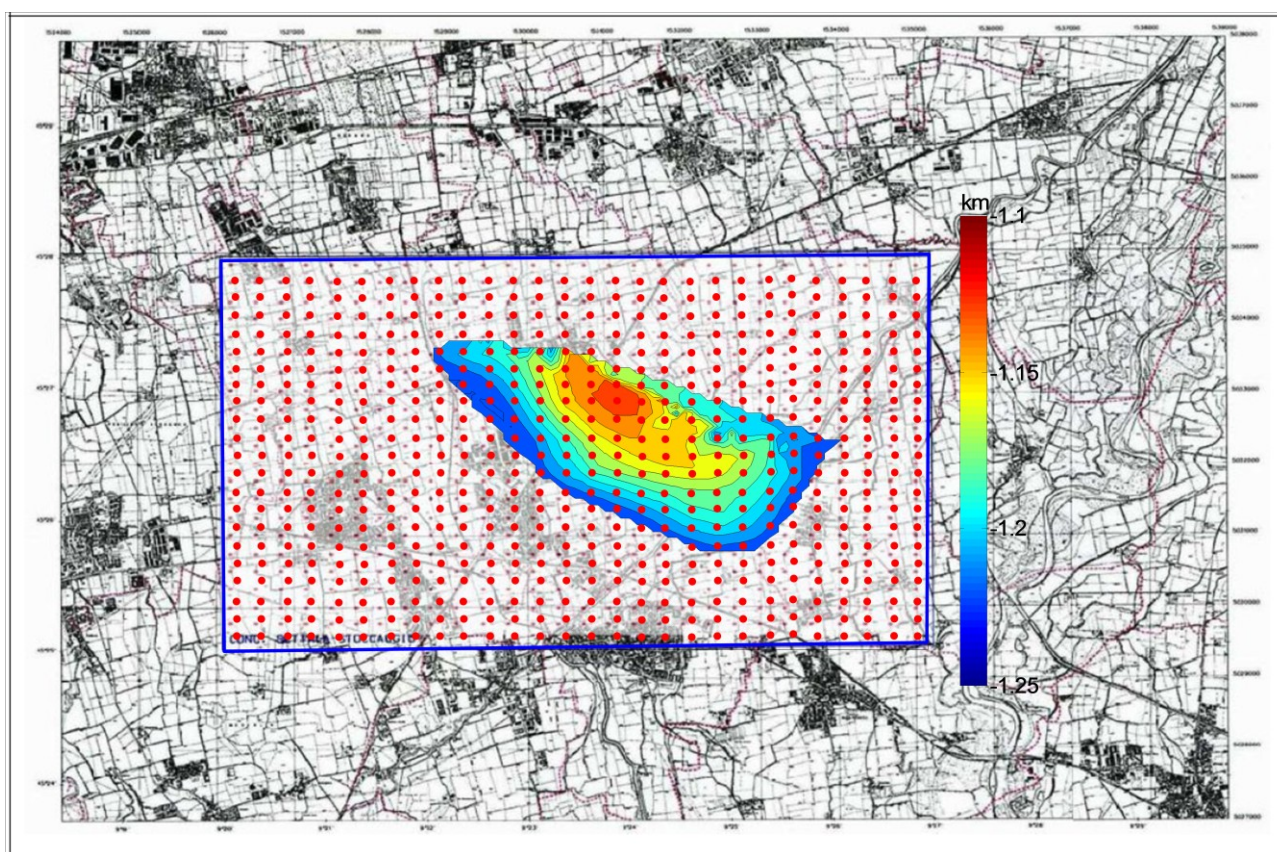


Figura 4.28 - Ubicazione delle stazioni di misura all'interno del sito di stoccaggio e planimetria del giacimento posizionati su tavoletta I.G.M. a scala 1:25000.

La distanza tra i punti stazione è di circa 200 m. Per coprire l'intera area d'interesse sono state collocate all'incirca 900 stazioni gravimetriche. Le misure relative ad una singola stazione sono state effettuate con intervallo medio temporale di 5 minuti. La ripetizione della misura di gravità su alcune stazioni verso la metà della giornata di lavoro, hanno permesso di verificare le derive strumentali e quindi di controllare il corretto funzionamento della strumentazione geofisica (controllo di qualità sulle misure acquisite).

Le procedure relative all'acquisizione della singola stazione sono consistite nella localizzazione della stazione di misura, nella fattibilità della misura (in particolare è valutata la possibilità di posizionare agevolmente la strumentazione) e nell'acquisizione della misura, con modalità utilizzate per le misure gravimetriche standard.

Dal punto di vista topografico, nell'area in esame le quote variano da 93 a 105 m circa sul livello del mare, senza identificare brusche variazioni di quota. Tuttavia, pur essendo l'area d'indagine in una zona sostanzialmente pianeggiante, le differenze di quota tra le varie stazioni non sono risultate trascurabili e dunque si è reso necessario effettuare una campagna di livellazione. Il monitoraggio altimetrico eseguito tra Aprile ed Ottobre 2006, ha evidenziato variazioni di quote inferiori o uguali al centimetro. Da ciò è possibile definire che l'errore massimo che eventualmente è stato commesso sui dati gravimetrici osservati alle varie stazioni è inferiore $3 \mu\text{Gal}$.

Lo strumento utilizzato per eseguire le indagini è il gravimetro relativo CG5 della casa costruttrice canadese Scintrex (foto 4.1). L'elemento sensibile del CG5 consta di una molla in quarzo, la cui elongazione è controbilanciata da una forza elettrostatica. La posizione della massa, segnalata da un trasduttore capacitivo di spostamento, varia in base ai cambiamenti dell'accelerazione gravitazionale cui è sottoposta la molla. Un circuito automatico applica un voltaggio continuo ai piatti capacitori, che producono sulla massa una forza elettrostatica capace di riportarla nella posizione di zero (posizione d'origine). Il voltaggio, che è una misura del valore relativo di gravità in un dato sito di lettura, è convertito in segnale digitale e poi trasmesso al sistema di acquisizione dati per il processing, la visualizzazione e l'immagazzinamento. Le eccellenti proprietà elastiche del

quarzo fuso permettono allo strumento di operare senza “bruschi salti”, inoltre il gravimetro presenta anche un sistema anti-shock.



Foto 4.1 - CG5 Scintrex Autograv System. Gravimetro relativo il cui principio di funzionamento si basa su un sistema a molla di quarzo fuso. Risoluzione massima 1 μ Gal.

I parametri del sensore e il suo circuito elettrico sono scelti in modo che il voltaggio copra un *range* di oltre 8000 mGal. L'uso di un sistema elettronico a basso rumore insieme con un convertitore da analogico a digitale altamente accurato restituisce una risoluzione di 0.001 mGal, permettendo al gravimetro di operare sia per rilievi a scala regionale che a piccola scala. Anche i sensori di inclinazione dello strumento sono elettronici, con una risoluzione di 1 arcosecondo; l'intervallo di operabilità di questi sensori è [-200 +200] arcosecondi.

Il sistema elastico in quarzo, il convertitore analogico - digitale, le componenti elettroniche e i sensori di inclinazione sono protetti dalle variazioni termiche ambientali senza alcuna compensazione meccanica. L'intervallo di operabilità del termostato va da -40°C a +45°C. Il sensore del sistema elastico presenta una deriva a lungo termine, che in

tempo reale, attraverso il software interno, può essere ridotta a meno di 0.02 mGal/giorno. Durante una lettura il segnale gravitazionale, espresso in Volt (V_{fb}), è campionato 6 volte al secondo (6 Hz); ogni campione è il risultato di una lettura mediata tra un numero di valori a cui è anche applicato un filtro per eliminare il rumore sismico; le correzioni per i sensori di inclinazione e la deriva a lungo termine sono eseguite automaticamente ogni 5 secondi durante la lettura; le correzioni di marea e di temperatura sono applicate alla fine di ogni lettura. Effettuate queste correzioni, la misura di gravità viene immagazzinata. E' possibile decidere, tramite un menù apposito, che il software esegua o meno, durante la fase di acquisizione, anche le correzioni di marea, topografica e di deriva strumentale.

Di seguito una tabella riassuntiva sulle principali caratteristiche tecniche del CG5 [39].

Tabella 4.3 – Caratteristiche tecniche del gravimetro Scintrex CG5.

Reading Resolution	0.001 milligal
Minimum Operating Range	8000 milligals, without resetting
Residual Long-term Drift	Less than 0.02 milligals per day
Typical Repeatability in Field Use	Less than 0.01 milligals standard deviation
Range of Automatic Tilt Correction	+/- 200 arc seconds;
Noise Rejection	Samples of more than 4 standard deviations (6 if the Seismic Filter is selected) from the average are rejected, if this feature is selected upon initialization of the instrument

<p>Displayed and Recorded Data</p>	<ul style="list-style-type: none">- Corrected Gravity- Standard Deviation- Tilt about the X-axis- Tilt about the Y-axis- Gravity Sensor Temperature- Tidal Correction- Duration of Measurement- Terrain Correction- Time at start of measurement and Header- Information (including date and initialization constants)
---	---

4.10 TIME-LAPSE GRAVIMETRICO E STIMA DELLA VARIAZIONE DI MASSA

I dati sperimentali, analizzati in questo lavoro di tesi, e necessari per eseguire il monitoraggio 4D gravimetrico del sito di stoccaggio gas, sono stati forniti dalla divisione e&p dell'eni S.p.A. Le procedure di campagna sono state illustrate brevemente in precedenza. Si ricorda che le indagini sono state eseguite nel mese di Aprile e di Ottobre nell'anno 2006, come riportato nello schema che segue (figura 4.29).

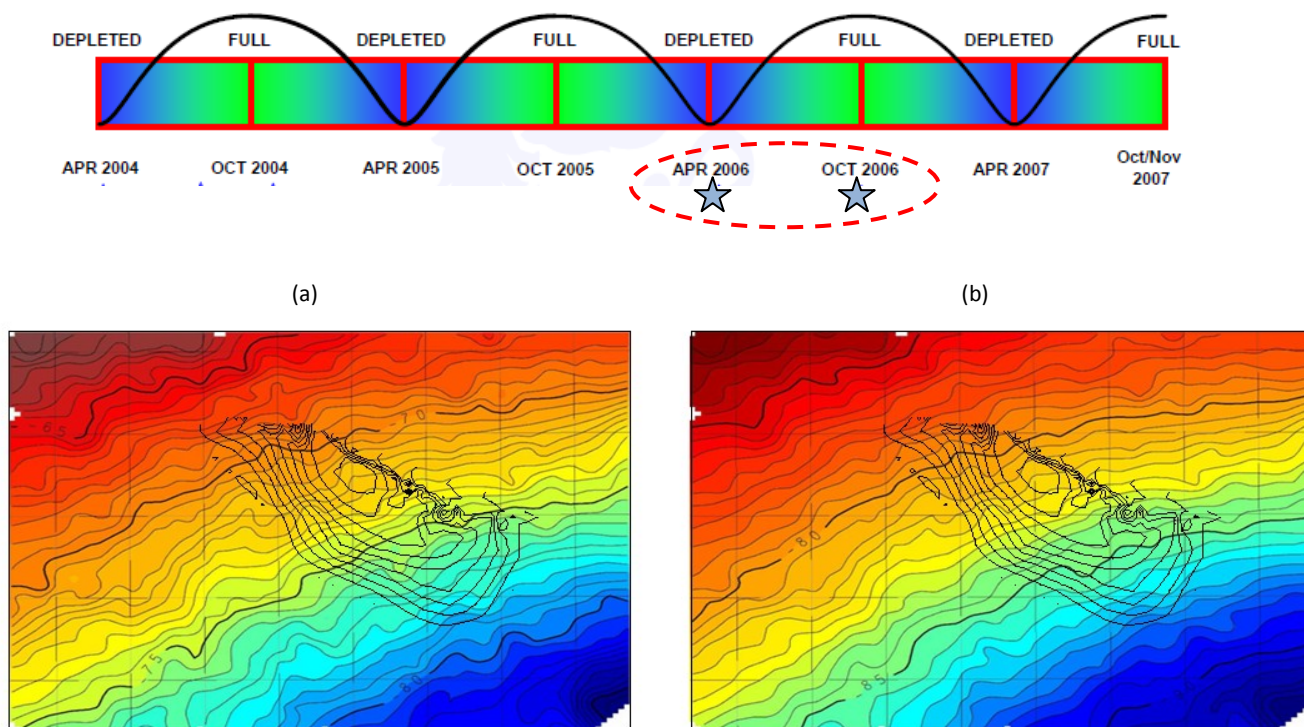


Figura 4.29 - In alto una rappresentazione schematica della situazione del giacimento in vari periodi dell'anno. In basso sono riportate le anomalie di Bouguer ottenute in seguito all'elaborazione dei dati gravimetrici osservati nel periodo di Aprile (a) ed Ottobre (b) 2006 (densità di riferimento 2670 kg/m^3).

I dati gravimetrici acquisiti nei due diversi periodi dell'anno sono stati elaborati secondo le seguenti correzioni:

1. *Correzione di deriva strumentale* – necessaria per eliminare il fenomeno di *creep* della molla interna allo strumento di misura, che consiste in un lieve slittamento nel tempo;
2. *Correzione di marea* – l'attrazione gravitazionale del Sole e della Luna è sufficientemente intensa da causare una variazione nel valore di gravità superiore a 0.3 mGal con un periodo minimo di circa 12 ore;
3. *Correzione di latitudine* - Il valore dell'accelerazione gravitazionale misurato sulla superficie terrestre, varia da punto a punto; una delle cause di tale variazione è associata alla forma della Terra non assimilabile ad una sfera;
4. *Correzione in aria libera* - questa correzione considera la diminuzione dell'accelerazione gravitazionale con la quota a partire da una superficie di riferimento;
5. *Correzione di Bouguer* - per calcolare l'effetto delle masse interposte tra superficie di riferimento e superficie topografica, Bouguer propose che l'attrazione addizionale dovuta a tali masse potesse essere trattata come quella dovuta all'azione di una piastra orizzontale infinita di spessore uguale all'altezza della stazione rispetto alla superficie di riferimento.
6. *Correzione topografica* - se la superficie topografica del terreno sia piana condizione non è soddisfatta bisogna tener conto sia degli avvallamenti (masse introdotte nel calcolo della correzione per la piastra, ma in realtà inesistenti) sia delle colline o delle montagne sporgenti a quota superiore rispetto a quella della generica stazione di misura.

Il prodotto di tali elaborazioni porta alle mappe delle anomalie di Bouguer riportate nella figura 4.29. Dall'analisi della mappa si evidenzia la presenza di un trend regionale crescente da sud-est verso nord-ovest. Questo andamento regionale è sostanzialmente dovuto alla presenza della unconformity di età messiniana. Da questa mappa l'individuazione di contrasti di densità associati a strutture a più piccola scala si dimostra difficoltosa. Infatti non è possibile individuare l'anomalia relativa al *reservoir*.

In seguito alle due acquisizioni eseguite nell'anno 2006 quindi è stato possibile originare un *time-lapse* gravimetrico. Infatti dalla differenza tra i valori osservati nel periodo di Aprile e quelli osservati ad Ottobre 2006, otteniamo la mappa del *time-lapse* gravimetrico riportata in figura 4.30. In questa mappa, eliminando il trend regionale attraverso la differenza tra le due mappe di Bouguer, è stata messa in evidenza l'anomalia di minimo correlata alla movimentazione (estrazione) di una certa quantità di gas dal giacimento.

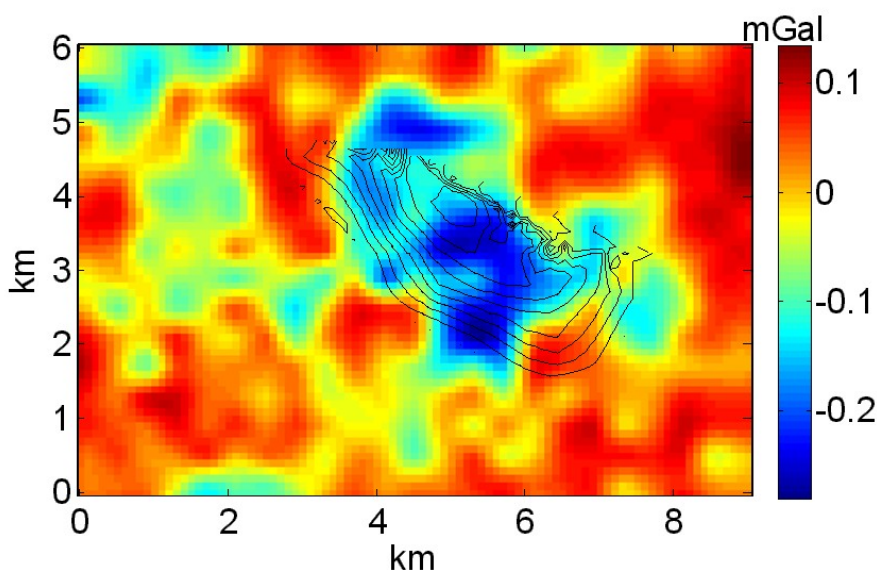


Figura 4.30 - Time-lapse gravimetrico tra Aprile ed Ottobre 2006 per il monitoraggio del sito di stoccaggio del gas.

E' interessante sottolineare come, quando si vuole analizzare un *time-lapse* gravimetrico, in alcune condizioni non è assolutamente necessario effettuare le correzioni dipendenti dalle dimensioni spaziali, ma solo quelle dipendenti dalla dimensione temporale. Infatti se all'interno del sito monitorato, nel periodo di tempo in cui si effettuano le misure di gravità, non si verificano variazioni topografiche, eseguendo la differenza tra i due rilievi gravimetrici acquisiti, si elidono intrinsecamente le correzioni di latitudine, di aria libera, di piastra e topografica.

Osservando la mappa del *time-lapse* reale si nota che, rispetto a quella ottenuta dai dati numerici simulati, è disturbata dal *noise*, le ampiezze non sono comparabili ed il campo di fondo non è nullo. Infatti, com'è visibile dal profilo estrapolato dalla matrice in corrispondenza del valore minimo dei dati osservati, riportato nella figura 4.31, alle estremità non tende asintoticamente a zero e presenta dei minimi locali ben evidenti.

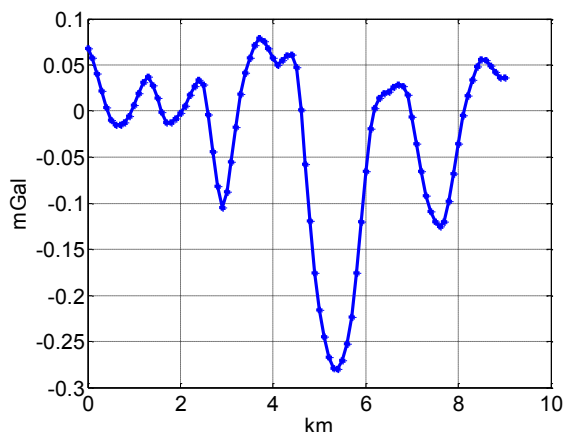


Figura 4.31 - Profilo estrapolato dalla matrice dei dati del *time-lapse* gravimetrico.

Di seguito mostriamo i risultati del difetto di massa stimato ottenuti utilizzando i tre algoritmi proposti analizzando l'anomalia di *time-lapse* gravimetrico.

Algoritmo basato sul metodo di Gauss

Per utilizzare correttamente in questo caso, l'algoritmo basato sul metodo di Gauss, che si ricorda essere associabile ad una sommatoria del prodotto tra il valore del campo gravimetrico e un settore dell'area di misura considerata, è necessario selezionare l'anomalia di minimo per ottenere una stima più attendibile del difetto di massa. Infatti, considerando solo i dati del *time-lapse* gravimetrico mostrati in figura 4.31, si stima un valore di difetto di massa pari a $-3.01 \cdot 10^{10}$ kg. Com'è già stato detto, se si esaminano dati reali, non è possibile valutare l'errore commesso sulla stima del difetto di massa.

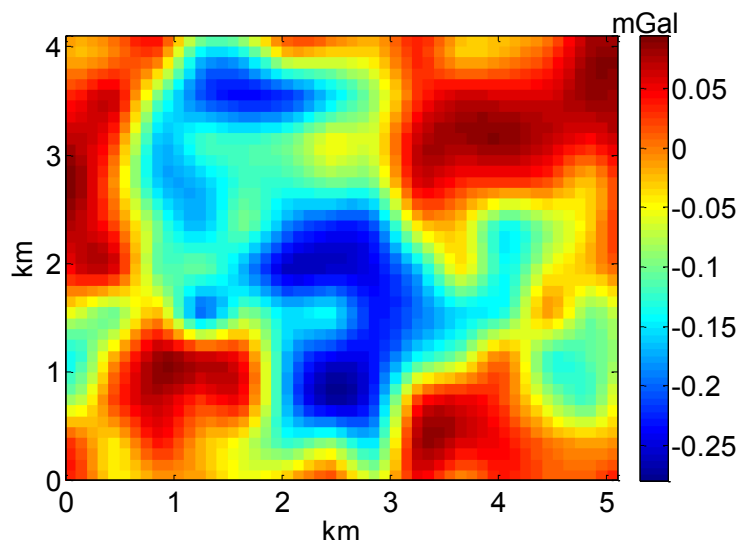


Figura 4.32 – Superficie di misura ridotta del *time-lapse* gravimetrico mostrato in figura 4.30.

Algoritmo basato sul metodo d'inversione

Con l'utilizzo dell'algoritmo basato sul metodo d'inversione, in questa situazione in cui l'anomalia è articolata, è necessario considerare, come nell'applicazione dell'algoritmo sviluppato sul metodo di Gauss, solo l'area anomala mostrata nella figura 4.32. Considerando un dominio d'indagine con dimensioni di $5 \times 4 \times 1.5 \text{ km}^3$ (50 x 40 x 15 celle),

si ottiene una soluzione *minimum length* (figura 4.33) dalla quale è possibile valutare una stima del difetto di massa pari a $-4.7 \cdot 10^{10}$ kg.

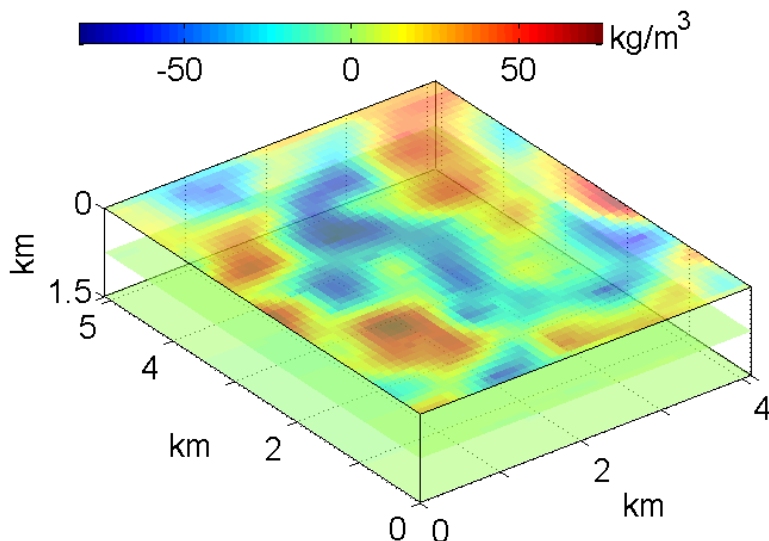


Figura 4.33 - Soluzione *minimum length* dell'inversione a partire dai dati del *time-lapse* gravimetrico. Il dominio d'indagine è stato discretizzato in 50 x 40 x 15 celle. Esagerazione verticale della rappresentazione 3D.

Algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti

La prima fase si utilizza dell'algoritmo basato sulla metodologia multiscala per la stima dei momenti della sorgente, è l'identificazione dell'errore minimo e la corrispondente quota massima di continuazione del campo gravimetrico ottimale. Per questa anomalia analizzata, il vettore di continuazione considerato parte da 0 km fino ad arrivare ad una quota massima di 2 km, con passo di continuazione pari a 50 m. Il numero di dati considerati lungo il profilo verticale quindi è pari a 41.

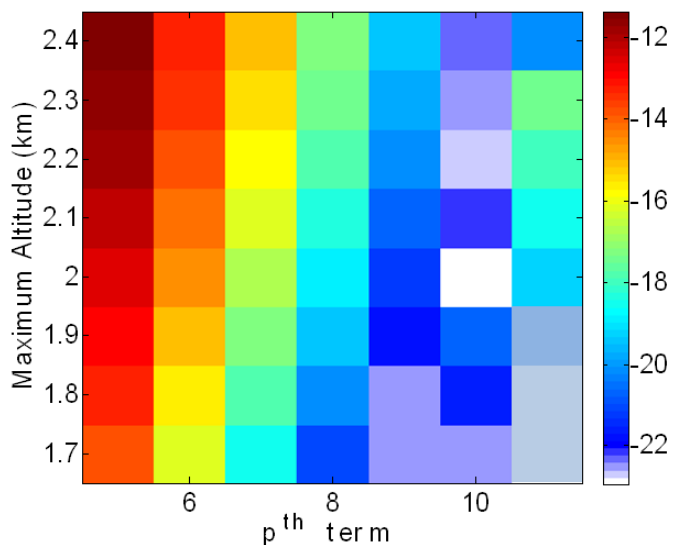


Figura 4.34 - Logaritmo del *data-misfit error* in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo ha coordinate $p = 10$, *maximum altitude* = 2 km.

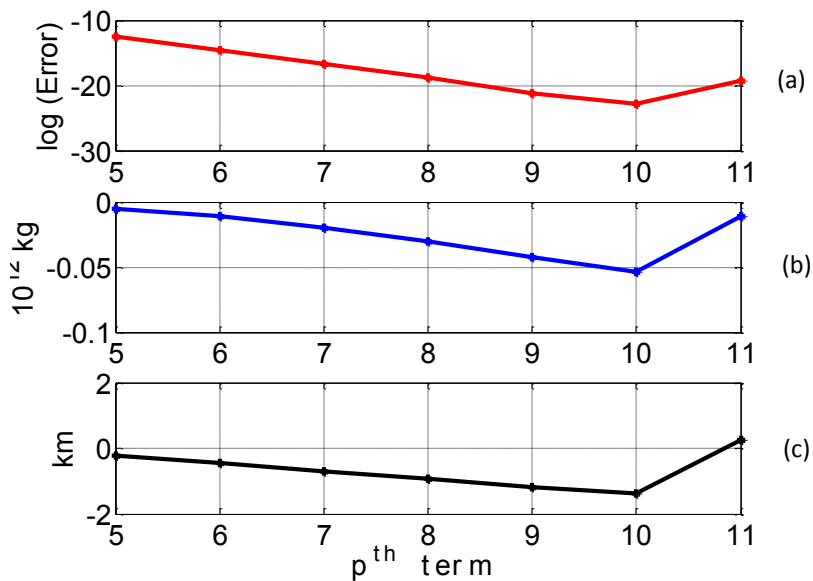


Figura 4.35 - Curve unimodali del valore del *misfit* dei dati (a), dell'eccesso di massa (b) e del centro di massa (c) della sorgente in funzione dei termini dell'espansione in serie.

La curva unimodale relativa al difetto di massa (figura 4.35-b) e quella relativa al centro di massa (figura 4.35-c), mostrano il loro valore minimo in corrispondenza del minimo dell'errore rappresentato nella prima curva (nella figura 4.35-a). La stima del difetto di massa del modello di sorgente complesso che riproduce la struttura delle giacimento è pari a $-5.4 \cdot 10^{10}$ kg. Mentre il centro di massa è stato stimato ad una profondità di 1.3 km. Dalle informazioni relative alla posizione e forma del *reservoir*, è bene sottolineare come il risultato del centro di massa, anche in questo caso complesso sia poco superiore rispetto a quello reale.

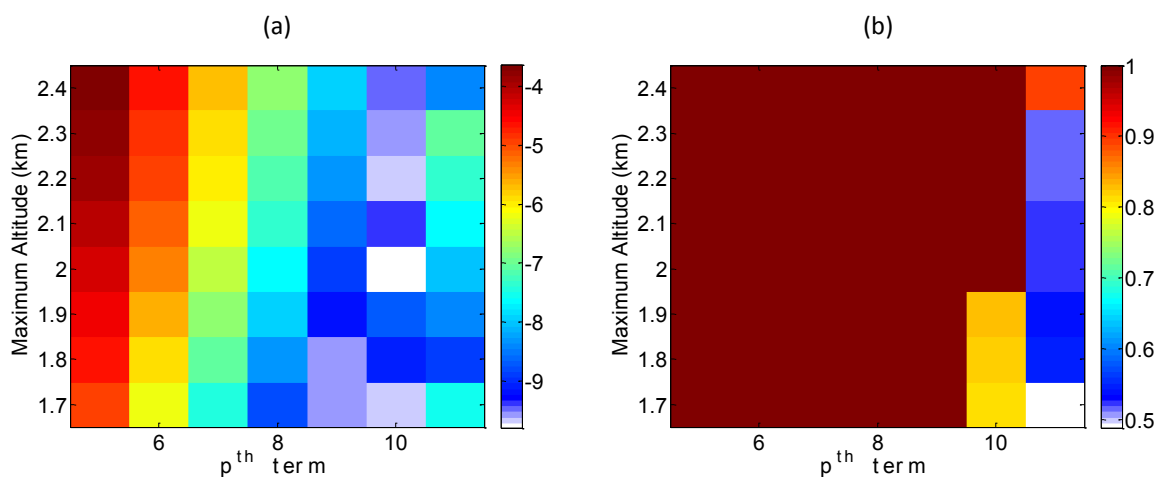


Figura 4.36 - Covarianza del modello (a) e risoluzione del modello (b) in funzione delle quote massime di continuazione e dei termini dello sviluppo in serie. Il valore minimo della covarianza ha coordinate $p=10$, *maximum altitude*= 2 km.

Rispetto alle stime di variazione di massa effettuate su dati sintetici, si nota che solo il difetto di massa valutato attraverso l'utilizzo dell'algoritmo basato sul metodo multiscala dei momenti presenta una certa uniformità di valori. La spiegazione è associabile alla complessità dell'anomalia di *time-lapse* reale, che come si è visto non è isolata, bensì è interferita da molti disturbi che influenzano quindi anche le valutazioni dell'eccesso di massa.

In mancanza di informazioni da pozzo, sul valore di densità del gas in una delle due condizioni di giacimento (es. pieno: alta pressione), si può calcolare esclusivamente la

variazione di densità media all'interno dell'intero giacimento tra il periodo di Aprile ed Ottobre. Variazione di densità media che è associata alla variazione di massa. Considerando una variazione di una massa tra Aprile ed Ottobre 2006 uguale a $5.4 \cdot 10^{10}$ kg, e stimando un volume del giacimento pari a $345 \cdot 10^6$ m³ (il volume è stato stimato considerando il modello 3D illustrato nel paragrafo 4.8), la variazione di densità media stimata all'interno del giacimento è di 156 kg/m³.

In particolare con dati di pozzo concernente la densità del gas all'interno delle rocce serbatoio e alla variazione del livello di falda stagionale, sarebbe possibile perfezionare l'analisi valutando la massa del gas nei due stati del sito di stoccaggio (pieno - vuoto).

CONCLUSIONI

Lo scopo di questo lavoro di ricerca è consistito principalmente nello sviluppare algoritmi capaci di stimare l'anomalia di massa di strutture geologiche (giacimenti minerari) e/o la massa movimentata nel sottosuolo a seguito di attività antropiche (giacimenti di stoccaggio del gas). Infatti, il monitoraggio di quest'ultimo processo, presenta notevoli difficoltà che si riscontrano soprattutto nell'acquisire dati validi con i quali procedere a valutazioni attendibili sullo stato del sito di stoccaggio. Gli algoritmi proposti, grazie ai quali si possono fornire modelli (in termini di massa, densità e profondità) delle strutture geologiche d'interesse sono stati implementati in maniera tale da essere adatti per stimare la massa (es.: gas, olio, acqua) movimentata nel sottosuolo a seguito delle attività di produzione e/o stoccaggio di idrocarburi.

L'utilizzo di tecniche geofisiche permette di acquisire i dati in modo del tutto non invasivo. La metodologia geofisica, più adatta per questo scopo, le cui misure sono sensibili alle variazioni di densità nel sottosuolo, è la gravimetria. L'analisi di misure di gravità ripetute nel tempo come un metodo di osservazione del movimento dei fluidi nel sottosuolo in un serbatoio d'idrocarburi è un'applicazione di microgravimetria recente.

La crescente richiesta energetica di gas, accoppiata allo sviluppo tecnologico (realizzazione di impianti di liquefazione e di gassificazione) hanno permesso che il gas divenisse una risorsa economicamente redditizia alzando la soglia di interesse verso i siti di stoccaggio gas. In ambito di rischio ambientale le maggiori problematiche che possono insorgere riguardo ai siti di stoccaggio sono le possibili fughe di gas dalla roccia-serbatoio sia in senso verticale che laterale. La maggior parte delle perdite sicure di gas nel sottosuolo sono favorite dalla presenza o dall'insorgere di discontinuità meccaniche nella roccia legate ai campi di stress tettonico presenti nell'area interessata come faglie (fratture con movimento reciproco dei due lembi generati dalla rottura) e fratture (discontinuità meccanica senza movimento reciproco dei lembi). Eventuali perdite di gas potrebbero essere monitorate nel lungo periodo valutando, anche attraverso le metodologie proposte in questo lavoro, le quantità di gas movimentate.

Nel triennio di tesi sono stati presi in esame tre approcci metodologici per la stima dell'eccesso/difetto di massa. Un metodo classico (1), noto in letteratura scientifica per il quale è stato sviluppato solo l'algoritmo, un metodo basato sull'inversione dei dati gravimetrici (2) ed una metodologia nuova (3), maturata nel corso di questo triennio basata sull'analisi multiscala:

1. Metodo per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa sviluppato sul teorema di Gauss;
2. Metodo per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa basato sull'inversione 3D di dati gravimetrici;
3. Metodo multiscala basato sulla stima dei momenti della sorgente per la valutazione dell'eccesso/difetto di massa.

Le procedure metodologiche elencate, sono state validate in diverse situazioni al fine di provare il loro corretto funzionamento. In particolare sono state analizzate anomalie generate da modelli di sorgenti semplici, come può essere ad esempio una sorgente prismatica. Inoltre, per confrontarsi con problematiche che si affrontano spesso nei casi sperimentali, considerando come sorgente gravimetrica lo stesso modello prismatico, sono state mostrate situazioni in cui: l'anomalia gravimetrica non fosse definita in maniera completa sulla superficie di misura; l'anomalia gravimetrica fosse condizionata dalla presenza di *noise* ad alta frequenza ed infine il caso in cui l'anomalia gravimetrica fosse influenzata da un campo regionale.

Dopo aver effettuato alcuni *test*, si è visto come in una situazione ideale tutti e tre gli algoritmi utilizzati producono risultati soddisfacenti della stima dell'eccesso di massa della sorgente. In più l'algoritmo (3) ha permesso di individuare correttamente anche il centro di massa della sorgente prismatica. Nel secondo caso in cui invece è stata analizzata un'anomalia non definita in maniera completa sulla superficie di misura, l'algoritmo (1) ha prodotto risultati insoddisfacenti, mentre i valori delle stime di eccesso di massa ottenuti dagli algoritmi (2) e (3) sono stati soddisfacenti e confrontabili. Si è notato comunque che

la migliore stima si è ottenuta utilizzando l'algoritmo (2), in quanto esso, consentendo di ricostruire la distribuzione di densità all'interno del dominio d'indagine, risente meno della limitata area di misura in superficie. Il terzo caso analizzato è stato proposto con l'intenzione di identificare la metodologia che fosse stabile rispetto all'effetto di interferenza del *noise* ad alta frequenza. I risultati hanno confermato che l'algoritmo (3), sviluppato a partire da un approccio multiscala, è un metodo stabile che può consentire, scegliendo quote di continuazione opportune, l'attenuazione dei contributi ad alta frequenza. Anche l'algoritmo (2), grazie all'uso nell'inversione di regolarizzazione per la soluzione *minimum length* ha prodotto delle buone stime. Nel quarto caso esaminato (anomalia gravimetrica influenzata da un campo regionale di fondo), è stato notato come fosse impossibile oggettivamente ottenere delle buone stime di eccesso di massa adoperando gli algoritmi (1) e (2). Infatti per ridurre l'effetto del trend regionale era necessario restringere la superficie di misura dell'anomalia gravimetrica. Invece adoperando l'algoritmo (3), e scegliendo quote massime di continuazione non molto elevate, l'effetto del trend sul profilo verticale dei dati è stato limitato.

Oltre ai casi descritti, come ultima analisi, sono state studiate anche anomalie interferenti tra loro, generate da un modello di sorgente complesso (un prisma profondo e una sorgente sferica superficiale). Come nell'ultimo caso esaminato, per utilizzare gli algoritmi (1) e (2), è stato necessario isolare i contributi del campo gravimetrico delle due sorgenti. Invece l'algoritmo (3), ha consentito di stimare l'eccesso di massa delle due sorgenti in maniera indipendente, potendo definire con facilità profili verticali dei dati di gravità su cui applicare il metodo (metodo locale).

Infine è stata proposta l'utilizzo della derivata verticale di ordine primo del campo gravimetrico, per risolvere i problemi riscontrati nelle situazioni in cui l'anomalia analizzata era influenzata da un campo esterno (trend regionale o interferenza con anomalie vicine). La derivata verticale tende a ridurre tali effetti ed isolare al meglio i contributi dell'anomalia. I risultati della stima dell'eccesso di massa ottenuti sono migliorati soprattutto utilizzando l'algoritmo (2), che veniva molto influenzato dalla condizione iniziale in cui si trovava l'anomalia.

Quindi si può concludere che l'algoritmo sviluppato sulla base della teoria di Gauss (1) presenta diversi limiti nella stima dell'eccesso/difetto di massa, in quasi tutte le situazioni considerate. L'algoritmo basato sulla teoria dell'inversione (2) invece, risulta poco influenzato dal *noise* ad alta frequenza (utilizzando la regolarizzazione per la soluzione *minimum length*). Esso fornisce buone stime anche in caso di campionamento incompleto dell'anomalia sul piano orizzontale, ma nel caso di interferenza tra anomalie è necessario considerare i dati della derivata verticale de campo. Questo però comporta ulteriori problematiche, ad esempio nel caso in cui ci sia *noise* ad alta frequenza che influenzi l'anomalia, che risulterebbe fortemente amplificato.

Infine l'algoritmo sviluppato sul metodo multiscala dei momenti della sorgente (3), proposto e sviluppato in questo lavoro di tesi, presenta diversi vantaggi:

- a) consente di stimare il centro di massa del corpo;
- b) è scarsamente influenzato dal *noise* ad alta frequenza (metodo stabile);
- c) è utilizzabile anche in casi di anomalie ad elevata interferenza (perché è un metodo locale);
- d) è numericamente semplice perché consiste essenzialmente in un'inversione 1D di dati lungo un profilo verticale di dati.

Esso inoltre, con opportune modifiche (utilizzo di algoritmi di estrapolazione della matrice dei dati), fornisce stime accettabili anche in caso di campionamento incompleto dell'anomalia sul piano orizzontale.

E' importante sottolineare come le metodologie proposte e gli algoritmi formulati hanno permesso di calcolare l'anomalia di massa delle sorgenti gravimetriche, senza alcuna assunzione relativa alla forma e alle dimensioni del corpo.

Quando si esaminano dati sperimentali del campo di gravità, è necessario avere indicazioni sull'attendibilità dei risultati. A questo scopo, in questo lavoro di tesi si è proposto, prima di analizzare i dati sperimentali, di applicare i vari metodi in casi di modelli

di sorgenti sintetiche che riproducessero un campo di gravità simile a quello mostrato dai dati sperimentali. Il criterio di analisi proposto consiste nel generare anomalie che siano comparabili nella forma, siano definite nella stessa area di misura e abbiano un'uguale ampiezza del segnale. L'obiettivo è quello di:

- a) valutare la qualità dei risultati sulla stima dell'eccesso/difetto di massa sulla base dei diversi parametri in gioco, quali l'uso eventuale della derivata verticale, il tipo di estrapolazione, la scelta del vettore ottimale di quote, il passo ottimale lungo il profilo verticale.
- b) ottenere informazioni sulla qualità della stima dell'eccesso/difetto di massa dall'analisi dei dati sintetici (quale l'errore sulla stima) ed associarlo ai parametri stimati a partire dai dati osservati.

Abbiamo quindi utilizzato gli algoritmi sui dati gravimetrici acquisiti in una zona mineraria, al fine di definire i parametri di un giacimento, nel Nord della Svezia. Il massiccio corpo di solfuri della miniera studiata, è situato nel distretto di Skelleftea. I minerali di interesse si ritrovano sul fianco settentrionale di una sinclinale, all'interno delle unità riolitiche. Quindi conoscendo la geologia dell'area è stato possibile definire ed associare dei valori di densità alle rocce presenti, permettendo così di stimare la massa della struttura mineraria anche il suo volume. La massa stimata del corpo minerario è $7.5 \cdot 10^9$ kg, con un volume di $2.6 \cdot 10^6$ m³.

I risultati conseguiti (schema riassuntivo riportato in tabella), prima analizzando i dati sintetici poi esaminando i dati sperimentali, hanno confermato che i valori dell'eccesso di massa ottenuti adoperando la metodologia di Gauss (1), sono sottostimati. Da ciò consegue che gli studi effettuati da Parasnis [35], riguardo la massa e il volume della struttura mineraria, sono risultati non adeguati rispetto ai reali parametri del corpo minerario. Al contrario si può concludere che i valori dell'eccesso di massa ottenuti utilizzando gli algoritmi (2) e (3) sono soddisfacenti e hanno prodotto stime di massa e di volume del corpo minerario realistiche (con un errore attribuibile ai valori stimati inferiore al

8-9%). Infatti un'interessante considerazione può essere fatta confrontando il volume stimato e quello già noto in letteratura ($2.9 \cdot 10^6 \text{ m}^3$). L'errore della stima del volume del corpo minerario anche in questo caso è pari al circa il 9%.

Algoritmo	Anomalia Sintetica Eccesso di Massa (valore reale $0.84 \cdot 10^9 \text{ kg}$)	Anomalia Reale
metodo del teorema di Gauss	$0.43 \cdot 10^9 \text{ kg}$ errore: 48%	$0.618 \cdot 10^9 \text{ kg}$
metodo d'inversione	$0.764 \cdot 10^9 \text{ kg}$ errore: 9%	$1.13 \cdot 10^9 \text{ kg}$
metodo multiscala dei momenti	$0.9 \cdot 10^9 \text{ kg}$ errore: 7%	$1.3 \cdot 10^9 \text{ kg}$

La valutazione dell'eccesso/difetto di massa e quindi la stima dei volumi della struttura mineraria, rappresenta in tale ambito un notevole passo avanti. Infatti esso comporta notevoli vantaggi nella programmazione e nella scelta delle miniere da poter sfruttare, consentendo una valutazione preventiva della quantità di materiale estraibile.

Nel secondo caso sperimentale esaminato (sito di stoccaggio gas) è stato possibile stimare, la variazione di massa media del giacimento nel periodo tra Aprile ed Ottobre 2006 e quindi la variazione di densità media associata. Le riserve di stoccaggio, situate in pianura padana, sono state monitorate nel recente passato con varie stazioni gravimetriche temporali. Grazie ad una collaborazione avviata tra il gruppo di ricerca di esplorazione geofisica dell'Università di Napoli "Federico II", Dipartimento di Scienze della

Terra e l'eni S.p.A., sono stati elaborati e interpretati i rilievi eni di dati gravimetrici al fine di valutare le quantità di masse movimentate nel sottosuolo.

Facendo alcune assunzioni, come ad esempio che il giacimento sia a espansione semplice, il segnale *time-lapse* gravimetrico, dovrebbe essere il risultato della sola variazione di densità media del *reservoir* verificatasi nell'intervallo di tempo in cui sono stati eseguiti i due rilievi gravimetrici (periodo Aprile-Ottobre 2006).

Algoritmo	Anomalia Sintetica Difetto di Massa (valore reale $-5.69 \cdot 10^{10}$ kg)	Anomalia Reale
metodo del teorema di Gauss	$-3.95 \cdot 10^{10}$ kg errore: 30%	$-3.01 \cdot 10^{10}$ kg
Metodo d'inversione	$-5.3 \cdot 10^{10}$ kg errore: 7%	$-4.7 \cdot 10^{10}$ kg
Metodo multiscala dei momenti	$-5.43 \cdot 10^{10}$ kg errore: 5%	$-5.4 \cdot 10^{10}$ kg

Dopo aver stimato la variazione di massa all'interno del giacimento con l'utilizzo delle metodologie proposte, è stato possibile calcolare esclusivamente la variazione di densità media all'interno del giacimento. Stimando il valore del difetto di massa relativo allo stato del giacimento, il cui valore è pari a $-5.4 \cdot 10^{10}$ kg, e valutando il volume totale del *reservoir*, attraverso dati geologici e di sismica a riflessione 2D, in $345 \cdot 10^6$ m³, la variazione di densità media all'interno del giacimento è risultata essere pari a 156 kg/m³.

E' molto probabile che questo valore di variazione di densità media stimato, è attribuibile sia alla variazione di densità del gas a seguito dei cicli di stoccaggio del gas (ad esempio alta pressione del giacimento - alta densità del gas), sia alle variazioni stagionali del livello delle falde idriche sovrapposte identificate nell'area studiata. Con dati di pozzo

relativi al valore della densità del gas all'interno delle rocce serbatoio e al livello di variazione stagionale della falda, sarebbe stato possibile perfezionare l'analisi simulando tali effetti al fine di valutare la massa del gas movimentata nelle due condizioni del sito di stoccaggio (pieno - vuoto).

In conclusione dati i costi relativamente bassi dei sondaggi gravimetrici, può essere vantaggioso applicare queste metodologie, oltre che nei casi proposti in questo lavoro, anche ad altri casi, quali:

- a) monitoraggio di strutture vulcaniche al fine di valutare la quantità di fluidi in risalita;
- b) monitoraggio di movimenti della falda in un acquifero o in un sito di interesse geotermico;
- c) valutazione del difetto di massa associato ad una cavità al fine di stimare la quantità di materiale necessario per bonificarla.

L' applicazione delle metodologie proposte a scopi ambientali appare quindi notevole in prospettiva.

Inoltre Il metodo multiscala dei momenti della sorgente mostrato in questo lavoro di tesi, è stato presentato al 80° convegno internazionale del SEG (Society of exploration geophysicists) tenutosi a Denver, nel 2010.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] Allen R.L., Weihed P. and Svenson S., ***Setting of Zn-Cu-Au-Ag Massive Sulphide Deposits in the Evolution and Facies Architecture of a 1.9 Ga Marine Volcanic Arc, Skellefte District, Sweden.*** Economic Geology, vol. 91, 1996.

[2] Arvid T. Lonseth, ***Sources and Applications of Integral Equations.*** SIAM Review, vol. 19, 1977.

[3] Blakely R. J., ***Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications.*** Cambridge University Press, 1996.

[4] Baranov W., ***Potential fields and their transformations in applied geophysics.*** Gebruder-Borntraeger, 1976.

[5] Bate D., ***4D reservoir volumetrics a case study over the Izaute gas storage facility.*** First Break, vol. 23, 2005.

[6] Bertero M., Boccacci P., ***Introduction to Inverse Problems in Imaging,*** Inst. of Physics. 1998.

[7] Braile L. W., G. R. Keller, Peeples W. J., ***Inversion of gravity data for two dimensional density distributions.*** J. Geophys. Res., vol. 79, 1974.

[8] Campos-Enriquez J. O., Morales-Rodriguez H. F., Dominguez-Mendez F., and F. S. Birch, ***Gauss's theorem, mass deficiency at Chicxulub crater (Yucatan, Mexico), and the extinction of the dinosaurs.*** Geophysics, vol. 63, 1998.

[9] Castaldo R., Fedi M., Florio G., Italiano F., ***Multiscale estimation of excess mass from gravity data.*** 80th SEG Denver, Extended Abstracts, 2010.

[10] Davis K., Li Y., Batzle M., Reynolds B., ***Time-lapse gravity monitoring of an aquifer storage recovery project in Leyden, Colorado***. Geophysics, vol. 73, 2008.

[11] Eiken O., Stenvold T., Zumberge M., Alnes H., Sasagawa G., ***Gravimetric monitoring of gas production from the Troll field***. Geophysics, vol. 73, 2008.

[12] Falzolgher F., Altieri G., ***Enciclopedia degli idrocarburi: Stoccaggio di gas naturale in sottoterraneo***. Treccani, 2009.

[13] Fedi M., Florio G., Cascone L., ***Upward continuation and multilevel methods: tests on the Bishop 5 model***. 76th SEG New Orleans, Extended Abstracts, 2006.

[14] Fedi M., Paoletti V., Rapolla A., ***The role of multilevel data in potential field interpretation***. Computers & Geosciences, vol. 31, 2005.

[15] Fedi M., Rapolla A., Russo G., ***Upward continuation of scattered potential field data***. Geophysics, vol. 64, 1999.

[16] Grant F. S., G. F. West, ***Interpretation theory in applied geophysics***. McGraw-Hill Book Company, 1965.

[17] Green G., ***An Essay on the Applications of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism***. Mathematical Papers of the Late George Green. Ed. Macmillan, London, 1871.

[18] Hansen P. C., ***Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms***, SIAM, Philadelphia, 2010.

[19] Hansen P. C., ***Regularization Tools Version 4.0 for Matlab 7.3, Numer. Algo.***, vol. 46, 2007.

[20] Hare J.L., Ferguson J.F., Aiken C. and Brady J.L., ***The 4-D microgravity method for waterflood surveillance: A model study for the Prudhoe Bay reservoir, Alaska.*** *Geophysics*, vol. 64, 1999.

[21] Hare J., Ferguson J., Brady J., ***Modeling and Interpretation of Early Epoch 4D Gravity Surveys at Prudhoe Bay, Alaska.*** *Geophysics*, 2009.

[22] Italiano F., Antonelli M., Marzorati D., Loretto I., Cremonesi A., Giori I., ***Microgravity Surveys for Field Monitoring.*** 70th EAGE Rome, Extended Abstract, 2008.

[23] Jaffal M., El Goumi N., Kchikach A., Aïfa T., Khattach D., Manar A., ***Gravity and magnetic investigations in the Haouz basin, Morocco. Interpretation and mining implications.*** *Journal of African Earth Sciences*, vol. 58, 2010.

[24] Kellogg O. D., ***Foundation on Potential Theory.*** Springer Verlag, Berlin, 1929.

[25] Krahenbuhl R. A., Li Y., ***Joint inversion of surface borehole 4D gravity data for continuous characterization of fluid contact movement.*** 78th SEG Las Vegas, Extended Abstracts, 2008.

[26] Li X., ***Vertical resolution: Gravity versus vertical gravity gradient.*** The Leading Edge, 2010.

[27] Lu M., ***Pit lakes from sulphide ore mining, geochemical and limnological characterization before treatment, after liming and sewage sludge treatments.*** Lulea University of technology, Doctoral Thesis, 2004.

[28] Malehmir A., Thunehed H., Tryggvason A., ***The Palaeoproterozoic Kristineberg mining area, northern Sweden: Results from integrated 3D geophysical and geological modelling, implications for targeting ore deposits.*** *Geophysics*, vol. 74, 2009.

- [29] Mattavelli L., Ricchiuto T., Grignani D., Scholl M., **Geochemistry and Habitat of Natural gases in Po Basin, Northern Italy**. Am. Ass. Petrol. Geol. Bull., vol. 67, 1983.
- [30] Medeiros W. E., Silva B. C., **Gravity source moment inversion: A versatile approach to characterize position and 3-D orientation of anomalous bodies**. Geophysics, vol. 60, 1995.
- [31] Medeiros W. E., Silva B. C., **Analysis of Gravity Source Moment Inversion. Part I: Using no a priori Information about the Source**. Pageoph, vol. 144, 1995.
- [32] Medeiros W. E., Silva B. C., **Analysis of Gravity Source Moment Inversion. Part II: Using a priori Information about the Source**. Pageoph, vol. 144, 1995.
- [33] Menke, W., **Geophysical data analysis: Discrete inverse theory**. Academic Press, 1989.
- [34] Pinna G., P. Cantini, E. Pinna, **Trappole di giacimenti a gas: variazioni di densità connesse a porosità in bacini sedimentari e indicate da anomalie di gravità**. 20th GNGTS Roma, Extended Abstracts, 2001.
- [35] Parasnis D.S., **Mining Geophysics**. Elsevier Publishing Company, 1975.
- [36] Reynolds J. M., **An introduction to applied and environmental geophysics**. John Wiley & Sons, 1997.
- [37] Richard V., Bayer R., Cuer M., **An attempt to formulate well-posed questions in gravity: Application of linear inverse techniques to mining exploration**. Geophysics, vol. 49, 1984.
- [38] Sandrin A., Berggren R., Elming S. **Geophysical targeting of Fe-oxide Cu–Au deposits west of Kiruna, Sweden**. Journal of Applied Geophysics, vol. 61, 2007.

- [39] Scintrex, **CG5 “Autograv” Gravity Meter**, User’s Manual.
- [40] Stenvold, T., O. Eiken, M. Landrø, **Gravimetric monitoring of gas-reservoir water influx - A combined flow-and gravity-modeling approach**. Geophysics, vol. 73, 2008.
- [41] Strykowski G., Boschetti F., Papp G., **Estimation of the mass density contrasts and the 3D geometrical shape of the source bodies in the Yilgarn area**, Eastern Goldfields, Western Australia, Journal of Geodynamics, vol. 39, 2005.
- [42] Tempone P., Landrø M., **Estimation of changes in gravity anomaly due to a compacting reservoir**. 79th SEG Houston, Extended Abstracts, 2009.
- [43] Tryggvason A., Juhlin C., Lickorish H., Malehmir A., Rodriguez J., Thunehed H., Weihed P., **3D Geological modeling in the Skellefte District – a pilot study**. Unpublished report by Georange, 2006.
- [44] Van Gelderen, Haahmans, Belker, **Gravity changes and natural gas extraction in Groningen**. Geophysical Prospecting, vol. 47, 1999.
- [45] Zeng H., Xu D., Tan H., **A model study for estimating optimum upward-continuation height for gravity separation with application to a Bouguer gravity anomaly over a mineral deposit, Jilin province, northeast China**. Geophysics, vol. 72, 2007.
- [46] Zhdanov, M. S., **Geophysical inverse theory and regularization problems**. Elsevier Science Publishing Co., 2002.
- [47] Unione Petrolifera - UP, <http://www.unione petrolifera.it>.
- [48] Geological Survey of Sweden - SGU, <http://www.sgu.se>.

RINGRAZIAMENTI

La prima persona che voglio ringraziare è il Professor Maurizio Fedi, per la disponibilità che ha mostrato nei miei confronti durante questo triennio di ricerca.

Doverosi ringraziamenti vanno sia al Dottor Francesco Italiano (co-tutor) che al Dottor Francesco Coraggio, per avermi consigliato (attraverso un eccesso e mai un difetto di nebbia) durante questi anni di studio.

Ringrazio anche la mia famiglia, principalmente mio padre Roberto, mia madre Teresa e mia sorella Rossella, che mi hanno sostenuto in ogni momento.

Esprimo gratitudine ai mie veri amici Cosimo e Fabrizio che in questi anni non sono mai mancati. Con la Speranza (Luca) che ci saranno sempre.

Ringrazio sia il Professor Giovanni Florio che i miei colleghi e amici Gabriella, Mauro, Simone e Davide.

Ed infine sento di esser grato all'amore, che nella mia vita ha un nome...Cetty.