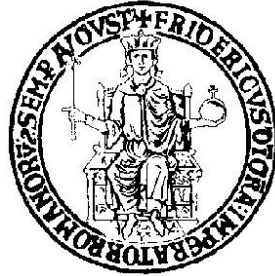


**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
FEDERICO II**



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dottorato di ricerca in Ingegneria dei Sistemi Idraulici, di Trasporto e Territoriali
XXIII ciclo

Coordinatore: prof. Ing. Guelfo Pulci Doria

TESI DI DOTTORATO

Trasporto ed “entrainment” di sedimenti in alvei mobili

Relatore:

Prof. Ing. Massimo Greco

Candidato:

dott. Ing. Marianeve Pontillo

ANNO ACCADEMICO 2009-2010

Indice

1.Introduzione	4
1.1.Riferimenti citati	8
2.Stato dell'arte	9
2.1.Generalità e inquadramento del problema	9
2.2.Interazione corrente-fondo mobile	12
2.3 Trasporto solido di fondo	19
2.4 Modellamento delle sponde laterali di un alveo	20
2.5 Modellazione matematico-numerica del fenomeno morfodinamico globale	24
2.6 Relazioni descriventi lo scambio di materiale solido tra fondo e corrente	33
2.7 Riferimenti citati	37
	42
3.Modello matematico-numerico oggetto di ricerca	
3.1 Equazioni del modello	44
3.2 Schema numerico	49
3.2.1 Trattamento dei termini che includono la pendenza del fondo	54
3.3 Trattamento delle sponde dell'alveo in condizione di totale saturazione e non	57
3.4 Riferimenti citati	65
4. Relazioni di entrainment e chiusura del modello	67
4.1 Dati sperimentali di letteratura	67
4.2 Confronto tra dati sperimentali e relazioni empiriche	71
4.3 Formulazioni basate su un approccio teorico	75

4.3.1 Applicazione delle Rankine-Hugoniot alla superficie di fondo nel modello proposto	78
4.3.2 Formulazioni di entrainment basata sul parametro di mobilità di Van Rijn	82
4.4 Rielaborazione della relazione proposta da Fernandez Luque and Van Beek	84
4.5 Riferimenti citati	89
5. Applicazioni	91
5.1 Simulazione di dam-break su fondo mobile	91
5.1.1 La calibrazione dei parametri del modello	98
5.1.2 Riduzione dei parametri del modello	101
5.2 Dam-break su fondo mobile bidimensionale	104
5.2.1 Simulazione del fenomeno di dam-break in un canale simmetrico	104
5.2.2 Simulazione del fenomeno di dam-break con brusco allargamento	115
5.3 La rimozione di un rilevato in materiali sciolti	123
5.3.1 Descrizione delle prove sperimentali	124
5.3.2 Risultati sperimentali e numerici	126
5.3.3 Confronto modello dinamico- modello De Saint Venant Exner	132
5.3.4 Coefficiente correttivo di curvatura	134
5.4 Riferimenti citati	138
6. Strutture coerenti turbolente	140
6.1 Stato dell'arte	141
6.1.1 Strutture coerenti e trasporto solido	146
6.1.2 Metodi di identificazione delle strutture coerenti	149
6.2 Progetto sperimentale	159
6.2.1 Descrizione dell'apparato sperimentale	159
6.2.2 Particle Image Velocimetry	161
6.2.3 Set-up sperimentale	168
6.3 Riferimenti citati	176
7. Discussione dei risultati	183

7.1 Campo di moto	183
7.2 Vorticity e Swirling strength criterion	192
7.3 Intensità di turbolenza e Sforzi alla Reynolds	199
7.4 Riferimenti citati	214
Conclusioni	216
Appendice A	220
Appendice B	226
Appendice C	229

1. Introduzione

Le correnti idriche trasportano frequentemente in natura materiali solidi incoerenti che derivano dalle azioni erosive sui versanti e dagli sforzi esercitati dalla corrente stessa sul fondo dell' alveo. I corsi d'acqua interessati da tale fenomeno, sono ovviamente caratterizzati da alvei in costante evoluzione per la successione di fenomeni di erosione e deposito del materiale solido ad opera della complessa interazione corrente – materiale al fondo.

Risulta evidente, che ai fini ingegneristici lo studio di tali processi ha una forte valenza applicativa, sia per la progettazione e la protezione di eventuali opere di difesa, sia per una corretta previsione del rischio legato a fenomeni di inondazione o rottura di sbarramenti, ancor più in un'epoca in cui tanta importanza viene data al principio dello sviluppo sostenibile. La limitatezza delle risorse disponibili e la necessità di assicurare alle generazioni future la possibilità di fruire di tali risorse con una disponibilità confrontabile a quella attuale rende la progettazione e la previsione di un qualsiasi intervento sul territorio frutto di un'azione dettagliatamente ragionata.

In tale ottica la previsione degli effetti dell'intervento antropico su un qualsiasi sistema naturale è alla base di ogni fase di pianificazione e di gestione del territorio.

Allo stesso modo, lo studio di un sistema ambientale in condizioni naturali catastrofiche e i conseguenti effetti assume un ruolo fondamentale nella previsione del rischio legato al verificarsi del fenomeno stesso.

Limitandoci al caso di un corpo idrico, la valutazione del comportamento del corpo stesso laddove l'azione antropica o un evento naturale più o meno straordinario ne possano alterare le caratteristiche morfologiche, si pone alla base di ogni decisione attraverso un'attenta analisi dei rischi e dei possibili scenari alternativi.

Lo studio dell'evoluzione temporale della morfologia di un corso d'acqua racchiude in sé un notevole numero di fenomeni, quali ad esempio:

- La formazione e l'evoluzione di scavi localizzati o diffusi che si verificano in prossimità di manufatti antropici, quali pile di ponte, pennelli o argini,
- Il progressivo adattamento delle pendenze longitudinali delle aste fluviali con conseguente modifica della forma e dimensione della sezione dell'alveo,
- I cambiamenti dell'andamento planimetrico dell'alveo attraverso il processo che comunemente viene indicato con il termine di "meandrificazione".

Come già detto in precedenza tali processi avvengono ad opera del distacco e conseguente trasporto del materiale solido incoerente costituente il letto dell'alveo.

Il movimento e il trasporto di particelle solide in corpi idrici costituisce un importante capitolo dell'idraulica fluviale. La complessità di tale fenomeno rende tale tema estremamente affascinante nell'ambito della ricerca scientifica, infatti, sebbene numerosi passi in avanti siano stati fatti nella descrizione e intuizione concettuale esistono alcuni aspetti tutt'ora irrisolti.

La principale difficoltà risiede nella presenza di un sistema costituito di due fasi, quella liquida e quella solida, che interagiscono tra loro con modalità non definite in maniera assoluta ma che sono funzione delle caratteristiche dinamiche delle fasi stesse. E' ben noto, infatti, che l'evoluzione temporale della morfologia di un alveo è legata, oltre che alle caratteristiche del materiale solido, alle condizioni idrodinamiche della corrente. Le particelle tendono a distaccarsi per effetto degli sforzi tangenziali esercitati dalla corrente sul contorno del corpo idrico. La distribuzione degli sforzi al contorno è senza dubbio legata ai caratteri globali e locali del campo di moto, i quali, come ben noto, sono condizionati dalle proprietà delle pareti che confinano il corpo idrico; pertanto le alterazioni della configurazione del contorno influenzano i caratteri dinamici della corrente.

La descrizione fisica di tale complessa interazione sebbene ormai nota a livello concettuale presenta tutt'ora degli aspetti la cui descrizione analitica non è possibile in maniera rigorosa.

Esistono formule algebriche di origine semi-empirica per la previsione delle portate solide corrispondenti a un certo sedimento e ad assegnate condizioni della corrente, relative però a condizioni di moto uniforme; diversamente, in condizioni di moto non stazionario, scarse sono le conoscenze sui meccanismi di trasporto solido.

Altro aspetto di cui non esiste tutt'ora una relazione/legge comunemente accettata dalla comunità scientifica che ne definisca i caratteri dal punto di vista quantitativo, è il processo per cui le particelle di materiale solido tendono a distaccarsi dal fondo dell'alveo, fenomeno indicato con il termine di "entrainment".

La definizione di una relazione che descriva quantitativamente lo scambio di materiale solido tra fondo e corrente idrica attualmente avviene su base empirica mediante l'analisi di dati sperimentali ottenuti in condizioni semplificate.

Tale aspetto, a cui verrà dedicata una sezione del lavoro di tesi, è parte fondamentale della modellazione numerica del processo dell'evoluzione morfologica di un corso d'acqua e costituisce tutt'ora oggetto di ricerca scientifica.

La complessità di trattazione è legata anche alla scarsa conoscenza dei fenomeni della turbolenza. Le strutture turbolente, senza dubbio, giocano un ruolo fondamentale nella ridistribuzione del materiale solido e nei meccanismi con cui questo si mette in sospensione o deposita.

Basti pensare all'importanza che assume l'individuazione di una soglia critica oltre la quale una particella inizialmente ferma al fondo si mette in movimento nello studio di tutti i fenomeni legati al trasporto solido. Una trattazione largamente accettata e utilizzata è quella proposta da Shields (1936), il quale, mediante un approccio deterministico del fenomeno, si avvale di risultati sperimentale per tracciare una curva limite per la stabilità dei sedimenti, nella quale parametro determinante è lo sforzo medio agente al fondo. Risulta evidente che tale approccio è estremamente semplificato, in quanto prescinde dai fenomeni impulsivi della turbolenza, scoperti da Klein et al. (1967).

In tale ottica di grande interesse risulta essere l'approfondimento delle strutture turbolente di parete e nell'applicazione di queste conoscenze al trasporto solido, nel

tentativo di congiungere le caratteristiche degli eventi turbolenti al movimento dei sedimenti.

Lo studio della realtà, sulla scia della fisica moderna, avviene quasi sempre mediante la definizione di un modello, il quale rappresenta una schematizzazione semplificata della realtà oggetto di studio. In particolare, con tale termine si è soliti definire una rappresentazione del fenomeno reale del quale, in maniera inevitabile, si sia operata una riduzione della complessità che lo caratterizzi.

Tale semplificazione avviene in genere sulla scorta della considerazione intuitiva che, almeno in buona parte dei sistemi fisici, esistono fattori che ne influenzano più di altri il comportamento. Alla rappresentazione dei soli fattori più rilevanti corrisponde pertanto un'ovvia approssimazione della descrizione del fenomeno fisico nel suo complesso, che d'altra parte ne rende più agevole la comprensione. In altre parole, il modello costituisce una rappresentazione dei meccanismi più importanti alla base di un fenomeno fisico.

Si comprende, dunque, che lo studio di un dato fenomeno naturale, più che avvenire attraverso un singolo modello, deve necessariamente fare ricorso ad un insieme di modelli, idealmente ordinati a costituire una gerarchia a livelli di raffinatezza e complessità crescenti. In questo senso, l'avanzamento della conoscenza scientifica corrisponde all'esplorazione di modelli gerarchicamente via via superiori.

Nel campo della morfodinamica possono sostanzialmente individuarsi due strategie di modellazione distinte, che vanno sotto il nome di “modellazione fisica” e “modellazione matematica”.

La prima strategia consiste nella realizzazione di una riproduzione in opportuna scala del fenomeno che si intende studiare: trattasi in genere di una riproduzione in base ad un preassegnato criterio di similitudine, effettuata operando una più o meno spinta semplificazione delle condizioni in cui il fenomeno avviene (Chanson, 1999, Montuori, 1997). Ad esempio, attraverso una semplificazione della geometria, e/o una variazione delle dimensioni secondo un fattore di scala che ne renda le dimensioni più facilmente studiabili: tipicamente, nel campo dell'ingegneria civile, riducendole rispetto alla scala reale.

Allo stato attuale occorre sottolineare che la metodologia più diffusa per lo studio di tali processi è legata alla definizione di modelli matematico – numerici (Wang e Wu, 2004); intendendo con tale denominazione l'insieme di un modello matematico del fenomeno, vale a dire di un set d'equazioni che lo descrive, e di un metodo numerico per l'integrazione di tali equazioni, normalmente non integrabili per via analitica.

Le ragioni di tale diffusione sono indubbiamente di carattere economico, infatti la realizzazione di un modello numerico ha costi notevolmente più bassi di quelli di un modello fisico ed inoltre lo stesso modello è facilmente riutilizzabile in differenti problemi; altro motivo è di tipo tecnico, quale la possibilità di lavorare in scala reale e di analizzare rapidamente un gran numero di situazioni; poiché, specie per i problemi riguardanti il trasporto di sedimenti la realizzazione di modelli in scala risulta particolarmente complessa e non del tutto risolta tecnicamente.

L'obiettivo che si è perseguito è stato quello di costruire un modello matematico-numerico fisicamente basato, le cui equazioni siano in grado di riprodurre il fenomeno di evoluzione morfologica di un alveo in condizioni non stazionarie in maniera globale, che tenga conto delle diverse modalità di mobilitazione delle particelle costituenti il fondo e le sponde laterali dell'alveo.

1.1 Riferimenti citati

Chanson, H. (1999) – *The hydraulics of open channel flow*. Ed. Arnold, Londra.

Montuori, C. (1997) – *Complementi di Idraulica*. Ed. Liguori, Napoli.

Wang, S. S. Y., e Wu, W. (2004) – *River Sedimentation and Morphology Modeling – The state of the Art and Future Development* – Atti del Convegno Internazionale Ninth International Symposium on River Sedimentation”, China.

2. Stato dell'arte

2.1 Generalità e inquadramento del problema

Il fondo e le sponde di gran parte dei corpi idrici naturali, in particolare dei corsi d'acqua, sono costituiti principalmente da materiali sedimentari privi o solo parzialmente dotati di coesione tra i grani.

L'azione del fluido può perciò condurre al distacco delle particelle, al loro trasporto idrodinamico ed alla successiva deposizione. La capacità di descrivere la meccanica del trasporto solido nel suo complesso costituisce uno strumento fondamentale per lo studio dei corsi idrici e della loro evoluzione.

I sedimenti trasportati dai corsi d'acqua derivano da processi erosivi che si esplicano attraverso la rimozione di particelle solide, sia dai versanti sia dalle sponde del corso d'acqua. I sedimenti possono perciò derivare dalla disgregazione diretta di roccia affiorante o, indirettamente, dall'erosione di suoli, di depositi superficiali sui versanti o dai depositi alluvionali stessi. In un alveo fluviale, inoltre, la produzione dei sedimenti può essere di tipo distribuito, dovuta a fenomeni di ruscellamento superficiale, o di tipo concentrato, in corrispondenza di fenomeni erosivi spiccati in una zona ristretta.

In questo lavoro di tesi si farà riferimento al solo materiale solido derivante dall'azione erosiva della corrente agente sul fondo e sulle sponde laterali dell'alveo, ovvero non si porteranno in conto gli apporti dall'esterno attraverso il contorno laterale della corrente.

In particolare, ci si è soffermati sulla possibilità di modellare anche l'evoluzione delle sponde laterali, le quali per effetto dell'intensa erosione al piede tendono a smantellarsi per successivi crolli. Le pareti laterali del corso d'acqua sono caratterizzate dal fatto che le particelle solide al di sopra del livello idrico potrebbero

trovarsi in condizioni di parziale saturazione e non soggette all'azione erosiva della corrente idrica. Tali particelle tendono a muoversi non per l'azione di trascinamento della corrente, ma per fenomeni di instabilità, per cui vengono a cambiare i principi fisici che ne regolano il moto. La capacità di costruire un modello in grado di riprodurre tale processo risiede nella possibilità di poter modellare il materiale costituente il contorno dell'alveo anche in condizione di parziale saturazione.

Ai fini della valutazione quantitativa del materiale solido sollevato e/o depositato dal fondo assume un ruolo fondamentale lo sforzo tangenziale agente per effetto del flusso di acqua/materiale solido che scorre superiormente.

In analogia con la gran parte dei processi fisici, il processo di erosione del materiale costituente l'alveo viene trattato a partire dalla considerazione che le particelle vengono sollevate quando lo sforzo agente supera quello stabilizzante.

Lo sforzo tangenziale che il flusso esplica sul materiale di fondo rappresenta, quindi, una misura della capacità di una corrente di sollevare i sedimenti del letto.

Le particelle solide distaccatesi dal fondo per effetto delle spinte idrodinamiche possono essere trasportati per tempi e distanze più o meno lunghe, che dipendono principalmente dai caratteri del moto e dalle caratteristiche dei granelli stessi.

In particolare, è comunemente accettata la distinzioni di tre diverse modalità di movimento del materiale solido in un corpo idrico (Montuori, 1997, Armanini, 1999) la cui denominazione è:

- Wash load,
- Trasporto in sospensione,
- Trasporto di fondo.

La prima aliquota è costituita da materiale di granulometria estremamente fine, come le argille, trasportate in sospensione, e non riveste interesse pratico nei problemi di morfologia fluviale, poiché non interviene nei processi di modellamento del corpo idrico.

Nel *trasporto in sospensione* le particelle si spostano verso valle disperse nell'intera corrente idrica, a contatto con la sola acqua. Le particelle interessate da tale tipologia di trasporto sperimentano solo rari contatti con il fondo percorrendo distanze aventi ordine di grandezza pari a circa 2 volte il tirante idrico.

I sedimenti di dimensioni maggiori procedono per strisciamenti, rotolamenti o per salti, senza perdere il contatto, se non sporadicamente, con il fondo, su cui va a gravare buona parte del peso delle particelle stesse, andando a costituire ciò che viene definito *trasporto di fondo*.

La distinzione tra le varie tipologie di movimento non è così netta come si potrebbe pensare e spesso esse coesistono nella stessa corrente. L'esperienza mostra che tra la parte superiore della corrente, in cui prevale il trasporto in sospensione, e la parte inferiore, sede del trasporto di fondo, esiste uno strato intermedio al quale non si può attribuire i caratteri né dell'uno né dell'altro tipo di trasporto (Montuori, 1997). Sebbene permanga, dunque, l'incertezza concettuale e pratica legata alla possibilità di individuare distintamente l'una o l'altra tipologia, tale distinzione resta comunque utile, e ad essa si fa costante riferimento, per definire i caratteri prevalenti dei due tipi di trasporto e le leggi che li regolano.

In via generale, può dirsi che il trasporto di fondo predomina nelle condizioni in cui il peso immerso delle particelle prevale nettamente sulla spinta verso l'alto determinata dall'azione della turbolenza (Engelund, 1965) . Su questa base, sono stati dedotti alcuni criteri specifici per la discriminazione delle condizioni in cui ha luogo il trasporto in sospensione (Van Rijn, 1984b).

Ad una fase di trasporto ne segue una di deposizione delle particelle al fondo. In genere il processo di trasporto, sebbene possa raggiungere condizioni di equilibrio, è

per la singola particella di tipo intermittente. Pertanto, anche quando si parla di equilibrio, esso rappresenta un equilibrio dinamico caratterizzato da una continua successione di erosione, trasporto e deposizione delle singole particelle tali che la portata solida defluente mediamente sia costante.

Risulta evidente che tale tema è intrinsecamente legato a quello della turbolenza, per i caratteri intermittenti con cui esso si manifesta. Tuttavia, ancora oggi non sono chiari i meccanismi di dettaglio con cui si esplica questa interconnessione, anche perché scarse sono le conoscenze sui fenomeni turbolenti stessi, in particolare nelle regioni assai prossime alla parete.

L'obiettivo che si è perseguito in questo lavoro di ricerca è la messa a punto di un modello matematico-numerico fisicamente basato, le cui equazioni siano in grado di riprodurre la morfodinamica di un corso d'acqua in condizioni di moto anche lontane da quelle di moto uniforme.

In particolare si è ricercato un modello completo che descriva l'intero processo in maniera globale, dalla erosione al fondo, al trasporto, alla successiva deposizione del materiale solido; con particolare attenzione alla possibilità di poter modellare anche quella parte di materiale costituente il contorno dell'alveo in condizioni di parziale saturazione, senza ricorrere a equazioni puramente geometriche estremamente semplificate.

2.2 Interazione corrente-fondo mobile

Le condizioni di trasporto solido più semplici che si possano concepire sono quelle corrispondenti ad una corrente uniforme che fluisce al di sopra di un letto costituito da materiale privo di coesione e di granulometria uniforme, in assenza di modificazioni dell'assetto del fondo. Si è in presenza, quindi, di una condizione di equilibrio

dinamico tra il volume di sedimenti eroso e depositato nell'unità di tempo, e la portata solida della corrente viene definita *capacità di trasporto* della corrente.

Prima di passare alla rassegna delle formule per la determinazione della capacità di trasporto è bene chiarire che non sempre a determinate condizioni idrodinamiche corrisponde il verificarsi della messa in sospensione e trasporto delle particelle granulari al fondo.

Come si è già detto le particelle vengono messe in moto in maniera mediamente continua solo quando lo sforzo tangenziale agente ad opera del fluido supera quello stabilizzante.

Pertanto, risulta fondamentale la determinazione dello sforzo agente al fondo per effetto della corrente che scorre su di esso.

Sebbene la condizione di moto uniforme in un corso naturale difficilmente si realizza, a causa delle variazioni longitudinali delle sezioni trasversali, si fa comunemente riferimento a tale condizione per la determinazione dello sforzo idrico agente al fondo. Lo sforzo tangenziale medio esercitato sul contorno idrico viene ricavato mediante un semplice bilancio di forze (Armanini, 1999) che fornisce la seguente relazione:

$$\tau_{fb} = \rho \cdot g \cdot R \cdot S_f \quad (2.1)$$

dove ρ è la densità del fluido, g è l'accelerazione di gravità, R è il raggio idraulico del canale, inteso come rapporto tra la sezione idrica e il perimetro bagnato, e S_f è la pendenza della cadente del carico idraulico, che in condizioni di moto uniforme è pari alla pendenza del fondo del canale.

Il valore così determinato dello sforzo idrico costituisce uno sforzo medio agente sull'intero contorno bagnato; l'utilizzo di tale formulazione non è appropriato per stime locali della variazione dello sforzo tangenziale in piccola scala, o laddove la distribuzione degli sforzi sul perimetro bagnato risulti fortemente disuniforme.

Lo sforzo tangenziale locale può essere calcolato anche a partire dalla relazione tra la velocità di attrito alla parete, definita in seguito, e la velocità della corrente con il tirante; come ben noto, la distribuzione verticale di velocità in una corrente a pelo libero non è uniforme. La condizione di aderenza impone che la velocità al fondo sia nulla, cosicché il profilo assume il caratteristico andamento di strato limite.

Detta $u(\zeta)$ la velocità puntuale in funzione della distanza ζ dal fondo, la forma del profilo impone un legame fra la velocità media di portata u e lo sforzo τ_{fb} al fondo, essendo lo sforzo legato ai gradienti di velocità in prossimità del fondo medesimo.

Per una corrente a pelo libero sviluppata, in assenza di singolarità, si può assumere per il profilo di velocità una legge di forma "universale" del tipo:

$$\frac{u}{u_*} = f_1\left(\frac{\zeta}{d}\right) \quad (2.2)$$

dove d è la dimensione media dei sedimenti, ed avendo indicato con u_* una scala di velocità rappresentativa degli sforzi τ_{fb} al fondo, chiamata **velocità di attrito** alla parete definita come

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_{fb}}{\rho}} \quad (2.3)$$

Da un punto di vista fenomenologico, il moto delle particelle solide a causa delle forze esercitate dalla corrente può essere inquadrato con diversi schemi concettuali. In ogni caso si deve valutare la stabilità della particella rispetto alle forze attive di trascinamento della corrente e alle forze resistive dovute al peso immerso della particella medesima ed eventualmente al conseguente attrito al fondo. A parità di ogni altro parametro, all'aumentare della velocità le azioni fluidodinamiche riescono a vincere le azioni stabilizzanti, mettendo in movimento la particella.

Le condizioni di flusso in cui la particella si trova al limite del movimento, vengono indicate come "critiche", o di incipiente movimento. La determinazione di tali condizioni è stata originariamente affrontata in modo semplicistico in quanto si preferiva far riferimento ad una condizione di moto di inizio trasporto, di difficile definizione, tenuto conto che il movimento si sviluppa in modo graduale con spostamenti inizialmente sporadici delle particelle.

Il più diffuso e noto criterio di inizio trasporto è quello proposto da Shields (1936). Esso fu dedotto da considerazioni teoriche sull'equilibrio di un granello di sabbia e in seguito a riscontri sperimentali.

In condizioni di incipiente movimento si può assumere che le forze agenti sulla particella diano risultante nulla. A partire da tale considerazione Shields dedusse la necessaria esistenza, in tali condizioni di inizio trasporto, di una relazione "universale" tra due raggruppamenti adimensionali che sono attualmente alla base della gran parte dei problemi di idraulica fluviale: lo sforzo tangenziale adimensionalizzato θ e il numero di Reynolds di grano R_* aventi rispettivamente espressione:

$$\theta = \frac{u_*^2}{\Delta \cdot g \cdot d} \quad (2.4)$$

$$R_* = \frac{u_* d}{\nu} \quad (2.5)$$

Dove $\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho$, è la densità relativa sommersa del sedimento, g l'accelerazione di gravità e ν la viscosità cinematica del fluido in cui è immersa la particella solida.

Il parametro θ , comunemente detto parametro di Shields, rappresenta un rapporto tra le forze di trascinamento, proporzionali alla velocità della corrente in vicinanza del fondo, e le forze stabilizzanti, proporzionali al peso immerso.

Il legame funzionale ricavato da Shields in condizioni di incipiente movimento, tradotto in termini matematici ha una espressione del tipo:

$$\frac{u_{*cr}^2}{\Delta \cdot g \cdot d} = f(\text{Re}_*) \quad (2.6)$$

In termini dinamici in tale legame si fa comparire lo sforzo idrico al fondo, secondo la seguente relazione

$$\frac{\tau_{cr}}{(\gamma_s - \gamma) \cdot d} = f(\text{Re}_*) \quad (2.7)$$

La dipendenza funzionale tra il parametro critico di mobilità ed il numero di Reynolds è stata determinata sperimentalmente, in seguito ad una analisi riguardante dati di laboratorio di vari autori, che ha portato al tracciamento di una curva che separa, note le caratteristiche dei sedimenti e i caratteri del moto, la zona in cui si assume ci sia trasporto e quella in cui non si verifica.

Lungo la curva si verifica la condizione critica di moto incipiente ($\theta = \theta_{cr}$). Si ha quindi trasporto solido se $\theta > \theta_{cr}$.

Una utilizzazione ben più spedita di tale criterio è stata resa possibile mediante un cambio di variabile, attraverso un'opportuna combinazione lineare tra la variabile θ e il numero di Reynolds dei grani R_* che ha fornito una relazione funzionale tra il parametro di Shields θ e la variabile D_* *diametro caratteristico*, avente la seguente espressione:

$$D_* = d \cdot \left(\frac{g \cdot \Delta}{v^2} \right)^{1/3} \quad (2.8)$$

Tale parametro può essere interpretato (Yalin, 1972) come una opportuna adimensionalizzazione del diametro delle particelle.

Il parametro di incipiente movimento θ_{cr} può essere espresso in funzione del diametro caratteristico D_* in base alla seguente approssimazione proposta da Brownlie (1981):

$$\theta_{cr} = 0.22 \cdot D_*^{-1} + 0.06 \cdot \exp(-17.77 \cdot D_*^{-1}) \quad (2.9)$$

Fissate le caratteristiche granulometriche del materiale costituente il letto dell'alveo esiste una e una sola condizione critica, corrispondente ad una assegnata condizione idrodinamica.

Il successo e l'attualità di questa teoria derivano dall'impiego di raggruppamenti adimensionali, tale da rendere i risultati validi in un ampissimo campo di variabilità di quasi tutte le grandezze che caratterizzano il fluido, il materiale d'alveo e la corrente, dalla discreta aderenza ai risultati sperimentali e dalla sua semplicità di applicazione.

È bene evidenziare che nonostante l'apparente semplicità della teoria di Shields, la definizione pratica delle condizioni di incipiente movimento dell'alveo di un corso d'acqua è tutt'altro che scontata.

Appare evidente, infatti, che i grani più esposti avranno tendenza ad essere asportati, tanto più facilmente, quanto maggiore è il loro grado di esposizione. Alcuni grani allora possono essere asportati anche per valori dello sforzo al fondo sensibilmente inferiori a quello previsto dalla teoria di Shields.

Inoltre, nei corsi d'acqua reali difficilmente si ha granulometria del fondo omogenea. In questa situazione le condizioni di moto incipiente delle singole particelle sono sensibilmente influenzate dalla non-uniformità del materiale. Le particelle di dimensioni minori sono protette da quelle di dimensioni maggiori, si parla in questo caso di fenomeno di "hiding", per cui la loro mobilità individuale è ridotta mentre, di conseguenza, le particelle di dimensione maggiore, a causa della vicinanza di particelle di dimensioni minore, possono essere messe in movimento con sforzi tangenziali minori e quindi subiscono un aumento di mobilità.

Anche se il concetto di sforzo critico, o di parametro di Shields critico, è fortemente radicato nella letteratura tecnica e scientifica relativa al trasporto solido, va detto che esistono teorie del trasporto solido che prescindono da questi concetti (Einstein, 1950).

2.3 Trasporto solido di fondo

Anche in condizioni di moto uniforme, caratterizzate da condizioni fortemente idealizzate, la determinazione quantitativa del trasporto solido può risultare non agevole e caratterizzata da un notevole livello di incertezza.

Esistono due impostazioni fondamentali per affrontare tale problema, la prima, di tipo probabilistico, basata essenzialmente sulla teoria di Einstein (1950), la seconda basata invece sul concetto del valore critico di moto incipiente già presentato in precedenza, a capo della quale vi è la trattazione di du Boys (1879).

L'approccio Einsteniano si basa sulla descrizione in termini statistici, sia delle traiettorie di salto delle particelle che si trovano sul fondo, sia della probabilità che una di tali particelle si mobiliti per azione dello sforzo tangenziale che su di essa esplica la corrente. Tale teoria si basa sul fatto che la distribuzione di probabilità di distacco della particella sia di tipo gaussiano, pertanto non esiste un limite inferiore per il non distacco. Questo è in evidente contrasto con la teoria dell'incipiente movimento di Shields, che prevede invece un valore di soglia dello sforzo al fondo al di sopra del quale la particella tende ad essere mobilitata.

La maggior parte delle formule esistenti in letteratura inglobano il concetto di valore critico di moto incipiente. Per primo du Boys espresse il valore della portata solida in funzione dell'eccesso di sforzo tangenziale rispetto a quello critico di incipiente movimento, mediante una schematizzazione a strato dello spessore interessato da trasporto solido. Sebbene tale formulazione sia attualmente scarsamente impiegata, essa ha una notevole importanza storica, in quanto è considerata la prima teoria razionale del trasporto solido di fondo: ad essa, infatti, si può ricondurre la maggior parte delle formule successive (Graf, 1984).

Numerose sono le formule puramente empiriche, ricavate cioè sulla base di una serie di osservazioni sperimentali di laboratorio; tra le più diffuse vi è l'espressione fornita da Meyer-Peter & Muller (1948):

$$q_s = \frac{8}{g\Delta} (u_*^2 - \vartheta_c g d \Delta)^{3/2} \quad (2.10)$$

Dove si è indicato con q_s la portata volumetrica di materiale solido riferita all'unità di larghezza. Tale relazione fu dedotta dall'analisi di una gran mole di dati sperimentali relativi a condizioni di moto uniforme, pertanto ha dei limiti di applicabilità legati agli intervalli in cui ricadono le condizioni sperimentali investigate. In particolare, la formula è stata tarata per materiali abbastanza grossolani (0.4-29 mm) con pendenze fino al 2%. Per pendenze superiori la formula sottostima la portata solida, come evidenziato da Smart (1984), il quale fornì una estensione della suddetta formula per canali a forte pendenza (Smart e Jaggi, 1983).

Una rassegna delle numerose formule empiriche oggi disponibili può essere trovata in Vanoni (1977) e in Chanson (1999). Come è noto, i risultati forniti, a parità di condizioni, da diverse formule presentano una notevole dispersione. La scelta della formula che di volta in volta garantisce la migliore aderenza al vero non può che basarsi sull'esperienza e sul rispetto dei limiti di applicabilità corrispondenti al campo dei valori sperimentali in cui ciascuna formula è stata derivata.

2.4 Modellamento delle sponde laterali di un alveo

Lo studio della evoluzione della sezione trasversale di un alveo all'equilibrio è un tema di grande interesse applicativo per la sistemazione idraulica degli alvei.

La capacità di riprodurre nella sua totalità il fenomeno di evoluzione morfologica di un alveo fluviale, è legato alla capacità del modello utilizzato di poter riprodurre l'interazione tra l'acqua e il fondo, ma anche i successivi crolli per instabilità delle sponde laterali del corso d'acqua. E' facilmente intuibile, infatti, che in un alveo fluviale l'acqua scorrendo esercita una forte erosione al fondo e ai piedi delle sponde laterali, che per effetto delle pendenze raggiunte si smantellano per successivi crolli.

Le sponde laterali di un canale sono caratterizzate dal fatto che le particelle solide al di sopra del livello idrico potrebbero trovarsi in condizioni di parziale saturazione e non soggette all'azione erosiva della corrente idrica. Tali particelle tendono a muoversi non per l'azione di trascinamento della corrente ma per fenomeni di instabilità; per cui vengono a cambiare i principi fisici che ne regolano il moto. Le particelle solide sulle sponde laterali sono soggette a forze gravitazionali importanti, date le elevate pendenze delle sponde, e, superata la soglia di stabilità, tendono a muoversi in direzione pressocchè trasversale alla direzione della corrente (Millar e Quick, 1993).

I modelli sinora proposti in letteratura fanno riferimento a condizioni di moto uniforme della corrente, pertanto il problema oggetto di studio risulta essere un problema bidimensionale nella direzione trasversale al moto.

Per lungo tempo, si è fatto riferimento alla teoria di incipiente movimento, riconducendo il raggiungimento della sezione trasversale di equilibrio alla situazione di sforzi tangenziali minori o al più pari a quello critico lungo l'intero contorno idrico della sezione stessa (Glover e Florey, 1951; Lane, 1955).

La United States Bureau Reclamation (USBR) dedusse una relazione di stabilità delle sponde di un alveo, ampiamente discussa in Lane (1955), che lega lo sforzo tangenziale agente per effetto della corrente idrica τ_{sponde} , lo sforzo critico di incipiente movimento τ_c , l'angolo di riposo del materiale costituente le sponde φ e la pendenza media delle sponde stesse α secondo la relazione:

$$\frac{\tau_{sponde}}{\gamma \Delta d} = \tau_c \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\text{sen}^2 \varphi}} \quad (2.11)$$

Tuttavia, esperimenti di laboratorio condotti da Wolman e Brush (1961) hanno mostrato che il concetto di equilibrio statico non fornisce risultati realistici; in particolare, si è osservato che la condizione di stabilità delle sponde laterali può coesistere con la presenza di trasporto nella regione centrale del canale.

Di seguito si è fatto sempre più riferimento ad uno schema che distinguesse la regione centrale del canale, a cui sono applicabili i concetti espressi nei paragrafi precedenti, dalla regione definita in termini anglosassoni “side-bank region”, la cui condizione di stabilità può non coincidere con quella della regione centrale del canale.

Esistono principalmente due diversi approcci per la predizione delle evoluzioni delle sponde laterali sino alla condizione di stabilità: il primo in cui si fa riferimento a equazioni empiriche derivate da un’analisi di regressione di dati relativi a osservazioni sperimentali o di campo dell’evoluzione della geometria di alvei fluviali, il secondo basato su equazioni dedotte su basi razionali e fisiche (Chang, 1979).

A partire da formulazioni in cui la larghezza del canale B in condizione di equilibrio è espressa in funzione della portata defluente Q del tipo $B = a Q^n$ (Leopold e Maddock, 1953), si è giunti a relazioni matematiche per la determinazione della velocità di migrazione delle sponde laterali (Ikeda et al., 1982) in funzione della velocità media di portata nel canale U , la velocità del fluido al piede delle sponde u_b , e un coefficiente adimensionale e definito *coefficiente di erosione*, il quale dipende dalle caratteristiche granulometriche del materiale d’alveo e dalle variabili che possono influenzare la scabrezza, come ad esempio la presenza diffusa di vegetazione.

Pizzuto (1990) ha sviluppato un modello matematico per l’evoluzione nel tempo della sezione trasversale di un canale nota la geometria iniziale sino al raggiungimento della condizione di equilibrio caratterizzata da trasporto solido nullo in direzione trasversale al flusso idrico.

Analogamente Kovacs e Parker (1994) hanno fornito una relazione per l’evoluzione nel tempo di una sezione trapezoidale sino alla condizione di equilibrio, caratterizzata da larghezza costante del canale, trasporto nullo dalla *side-bank region* alla zona centrale del canale, trasporto solido non necessariamente nullo nella direzione del flusso idrico.

Successivamente Vigilar e Diplas (1997), hanno tenuto conto consistentemente della diffusione della quantità di moto nella direzione trasversale, unitamente ad una

equazione di bilancio di forze agenti sulla singola particella giacente sul fondo dell'alveo. La diffusione della quantità di moto dalla zona centrale verso la *side-bank region* gioca un ruolo non trascurabile sulla redistribuzione degli sforzo agenti sul contorno idrico.

Nella modellazione matematico-numerica dei processi d'evoluzione d'alveo, talvolta si tiene conto della stabilità delle sponde laterali mediante semplici criteri geometrici basati sull'idea che la pendenza massima che la sponda può assumere è pari all'angolo di attrito del materiale a riposo. Risulta evidente che nasce il problema della redistribuzione del materiale della regione "brutalmente" tagliata al fine di mantenere verificata la continuità dei sedimenti solidi.

Uno delle metodologie più diffuse in letteratura (Chang, 1988; El Kadi Abderrezzak et al., 2007), per la redistribuzione dell'area erosa $\Delta\sigma$ lungo la sezione trasversale, consiste nel dividere la sezione in strisce, ognuna delle quali caratterizzata dalla larghezza Δy_i , e valutare per ciascuna striscia i , il corrispondente abbassamento Δz_i a partire dalla differenza tra lo sforzo tangenziale in corrispondenza del contorno $\tau_{0,i}$ e lo sforzo tangenziale critico τ_c attraverso la seguente formula:

$$\Delta z_i = \frac{(\tau_{0,i} - \tau_c)^m}{\sum_i (\tau_{0,i} - \tau_c)^m \cdot \Delta y_i} \cdot \Delta\sigma \quad (2.12)$$

Per l'esponente m in letteratura sono stati adottati diversi valori: Chang (1988) propone un valore compreso tra 0 e 1, dove lo scegliere un valore piccolo di m (come 0.1) significa avere una distribuzione ragionevolmente uniforme di Δz lungo la sezione; mentre scegliere un valore di m pari a 1 significa dare una distribuzione meno uniforme. Altri autori (El Kadi Abderrezzak et al., 2007) hanno invece adottato un valore pari a 1.5.

2.5 Modellazione matematico-numerica del fenomeno morfodinamico globale

La modellazione dei processi di evoluzione d'alvei, in condizioni stazionarie e non, costituisce da sempre un affascinante problema oggetto di attenzione. E' ben noto, infatti, che il trasporto di sedimenti da parte della corrente dipende dalle caratteristiche del materiale solido e dalle condizioni idrodinamiche, che a loro volta sono influenzate dalle variazioni del fondo e quindi dal fenomeno del trasporto solido. Il meccanismo di dettaglio con cui ciò avviene non è descrivibile analiticamente in maniera rigorosa.

Esistono formule algebriche di origine semi-empirica per la previsione delle portate solide corrispondenti a un certo sedimento e ad assegnate condizioni della corrente, relative però a condizioni di moto uniforme.

In condizioni di moto vario la ricerca è attualmente aperta. La principale difficoltà nella simulazione di fenomeni morfologici in condizioni fortemente non stazionarie risiede nella scarsa conoscenza dei fenomeni di trasporto solido in tali condizioni.

La descrizione della evoluzione morfologica di un corso d'acqua richiede la definizione di due sotto-modelli: il primo per la descrizione dell'idrodinamica, costituito, quindi, da un set di equazioni che forniscano un'adeguata rappresentazione del moto idrico, il secondo è un modello morfodinamico che rappresenti in termini matematici l'evoluzione del fondo, l'erosione, il trasporto e la deposizione del materiale solido.

Per la parte relativa all'idrodinamica si è soliti far riferimento al sistema di equazioni differenziali del De Saint Venant per sistemi monodimensionali, per la cui deduzione si ipotizza, come noto, la gradualità del moto e la conseguente distribuzione idrostatica delle pressioni nelle sezioni trasversali (Cao e Carling, 2002a). Analogamente per sistemi bidimensionali, mediati sulla verticale o piani nel piano verticale, si fa

riferimento alle equazioni derivanti dalla teoria delle “Shallow waters” (teoria delle acque basse).

Indicate con x , y e t rispettivamente le coordinate spaziali e temporale, le equazioni definite secondo la terminologia anglosassone *shallow water equations* in forma conservativa in funzione delle variabili u , v -componenti della velocità- e h -tirante idrico- si scrivono come segue (Abbott, 1980):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u^2 h + g \frac{h^2}{2} - h v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (uvh - h v_t \frac{\partial u}{\partial y}) = gh(S_{0,x} - S_{f,x}) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial vh}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v^2 h + g \frac{h^2}{2} - h v_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (uvh - h v_t \frac{\partial v}{\partial y}) = gh(S_{0,y} - S_{f,y}) \quad (2.15)$$

Essendo g l’accelerazione di gravità, S_0 la pendenza del fondo e S_f il termine delle resistenze al moto e v_t la viscosità cinematica turbolenta (*eddy viscosity*).

Tali equazioni consentono, almeno formalmente, di risolvere un generico problema di moto vario graduale, quando siano note le condizione al contorno.

I primi modelli proposti in letteratura (de Vries, 1965) accoppiavano alle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto relative alla fase liquida, una terza equazione relativa alla conservazione della massa del materiale solido contenuta nel fondo e all’interno della corrente.

Si fa solitamente riferimento alla equazione di Exner (1920), la cui espressione bidimensionale è la seguente:

$$\frac{\partial C\delta}{\partial t} + (1-e) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_{s,x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{s,y}}{\partial x} = 0 \quad (2.16)$$

Essendo e la porosità del materiale solido al fondo, $C\delta$ il carico solido volumetrico nel volume di controllo. Il primo dei termini differenziali che compare nella precedente equazione, può talvolta ritenersi trascurabile rispetto agli altri due. In questa ipotesi l'equazione di Exner si trasforma nella seguente:

$$(1 - e) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial q_{s,x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{s,y}}{\partial x} = 0 \quad (2.17)$$

Tale equazione introduce una ulteriore incognita nel sistema di equazioni: la portata solida q_s .

Nasce quindi l'esigenza di introdurre una ulteriore legge matematica, a "chiusura" del modello costituito dalle equazioni dell'idrodinamica e dall'equazione di Exner, comunemente definito nel caso monodimensionale, a cui si farà riferimento in seguito, "modello a tre equazioni", che descriva quantitativamente il flusso di materiale solido disperso nella corrente idrica.

Il sistema di equazioni così definito, per poter essere risolto, necessita quindi di ulteriori leggi, le quali, di norma, vengono fornite da ipotesi di condizioni di equilibrio locale.

In particolare ci si riferisce ad una classica formula di resistenza in moto uniforme per il calcolo delle resistenze al moto, e ad una formula di moto uniforme per il calcolo della portata solida. Il ricorso ad una legge di moto uniforme per la definizione della portata solida competente ad assegnate condizioni idrodinamiche, implica l'assunzione implicita dell'ipotesi di adattamento istantaneo della portata solida a quella in moto uniforme, intesa come capacità di trasporto della corrente.

Il modello morfologico risulta compiutamente individuato dall'accoppiamento delle equazioni dell'idrodinamica, dell'equazione di Exner e di due espressioni algebriche per la valutazione dello sforzo al fondo e della portata solida.

Questo modello è impiegato con discreto successo per la simulazione di processi fluviale a larga scala, anche laddove le condizioni di moto sono diverse da quelle di

moto uniforme, come evidenziato da numerosi casi di applicazione riportati in letteratura.

In particolare, risulta essere un buon compromesso tra difficoltà computazionale e adeguata descrizione fisica di quei processi di moto vario a lunga scala temporale, quali ad esempio l'adattamento della pendenza di un canale a fondo mobile a quella di equilibrio indotte da una variazione di portata solida a monte (*aggradation/degradation*).

Tale formulazione è anche alla base di numerosi codici di calcolo commerciali, tra cui si citano HEC-6 (Thomas e Prashun, 1971) e MIKE 11(DHI, 1994).

Tuttavia, esistono condizioni di moto in cui viene meno l'applicabilità di tale modello, in quanto i tempi di adattamento delle portate solide a quelle liquide sono comparabili ai tempi caratteristici dell'idrodinamica. Tali condizioni sono quelle che si verificano in fenomeni quali l'erosione di rilevati in terra o la rottura istantanea di sbarramenti, laddove le condizioni di moto sono fortemente non stazionarie.

Uno dei limiti fondamentali di tale modello è stato evidenziato In Leopardi et al. (2002). Praticamente senza alcuna eccezione, le formule per la capacità di trasporto stabiliscono un legame monotono crescente tra lo sforzo al fondo, e quindi la velocità media di portata, e la capacità di trasporto. Ciò implica che il modello a tre equazioni prevede sempre deposizione del materiale laddove la corrente decelererà lungo l'ascissa, e sempre erosione laddove la corrente accelererà lungo l'ascissa. Questa corrispondenza è smentita da alcune circostanze sperimentali. L'esempio presentato dagli Autori fa riferimento ad un esperimento di rimozione di un rilevato in materiali sciolti per sormonto, descritto da Benoist (1983). Al piede del rilevato si forma una corrente ritardata, il cui materiale trasportato non deposita se non ben più a valle. Più in generale, si può affermare che la corrispondenza tra gradiente longitudinale di velocità e erosione/deposizione prevista dal modello a tre equazioni risulta non adeguata in tutte le situazioni in cui la quantità di materiale trasportato dalla corrente è fortemente condizionata dalle condizioni di alimentazione da monte.

E' questo il caso che si verifica, ad esempio, quando una corrente priva di materiale solido passa da un tratto rivestito a fondo fisso ad un tratto a fondo mobile: indipendentemente dal gradiente longitudinale di sforzo al fondo o di velocità media di portata, poco a valle della transizione si osserverà la formazione progressiva di una fossa di scavo. Si vedano, a questo proposito, gli esperimenti di Phillips e Sutherland (1989) e di Farhoudi e Smith (1985).

Un'ulteriore circostanza in cui l'ipotesi di adattamento immediato non può essere ritenuta valida è il cosiddetto *dam-break* su fondo granulare. L'analisi di esperimenti appositamente realizzati da Fraccarollo e Capart (2002), per mezzo di un modello di corrente a due strati (acqua e miscela acqua-sedimenti) di cui si dirà in seguito, consente agli Autori di riconoscere, nel fenomeno di propagazione dell'onda, l'esistenza di una prima fase in cui l'ipotesi di adattamento immediato risulta sicuramente non accettabile.

Nella letteratura recente sono stati proposti alcuni modelli che, rimuovendo la sopraccitata ipotesi, hanno fornito incoraggianti miglioramenti nella modellazione di fenomeni non stazionari. Un approccio è quello di interpretare il valore della portata solida ottenute dalle formule di moto uniforme come rappresentativo della capacità di trasporto della corrente corrispondente alle condizioni di equilibrio, e di ritenere che questa sia, in via di principio, distinta dalla portata solida effettivamente defluente. Quest'ultima tende alla capacità di trasporto della corrente ma impiega un tempo finito, di cui si deve tener conto, per raggiungere tale condizione. Per tener conto di ciò, alle classiche equazioni si aggiungono ulteriori equazioni differenziali che esprimono il transitorio dovuto all'adattamento della portata solida effettiva alla capacità di trasporto all'equilibrio, ottenendo così modelli dinamici a quattro equazioni (Galappetti, 1983; Armanini e Di Silvio, 1988), una formulazione è riportata di seguito:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{q_s - C_s}{q_s} \frac{w}{L_*} \quad (2.18)$$

La quale esprime la variabilità dell'adattamento della portata solida q_s a quella di equilibrio C_s in funzione di opportuni coefficienti di ritardo spaziale L_* , di seguito definita *lunghezza di adattamento*. Armanini e Di Silvio (1988) propongono una espressione per la determinazione della *lunghezza di adattamento* L_* :

$$\frac{L_* w}{hU} = \frac{a}{h} + \left(1 - \frac{a}{h}\right) \exp \left[-1.5 \left(\frac{a}{h}\right)^{-1/6} \frac{w}{u_*} \right] \quad (2.19)$$

Dove h rappresenta il tirante idrico, w la velocità di caduta delle particelle solide, a lo spessore dello strato di trasporto di fondo, U la velocità media di portata, u_* la velocità di attrito alla parete.

Dai primi modelli proposti che introducono in maniera semi-concettuale una equazione di ritardo si è giunti a formulazioni che riproducono la dinamica del sedimento.

Di Cristo et al. (2002) e Leopardi et al. (2002) hanno dedotto di un'equazione differenziale per rappresentare la dinamica di adattamento della portata solida al valore di capacità. Nel primo dei due lavori, si mostra la deduzione dell'equazione dinamica per il trasporto solido nell'ipotesi di pendenza del fondo trascurabile. Il modello in questione è stato poi esteso da Leopardi et al. (2002) al caso di pendenza di fondo non piccola.

In un tronco elementare di corrente, viene effettuata una media delle azioni dinamiche principali che agiscono sulle particelle solide (attrito, peso alleggerito, trascinamento, spinta dinamica alla Bagnold), in accordo con la teoria di Shields, che viene legata attraverso la seconda legge della dinamica ad una velocità media nello strato in cui ha luogo il trasporto solido. si perviene alla scrittura della seguente equazione differenziale:

$$\frac{\partial U_s}{\partial t} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial x} + \frac{\Delta g \tan \varphi}{\Delta + 1} \left(1 + \frac{1}{\tan \varphi} \frac{\partial Z}{\partial x}\right) = \frac{c_d}{(\Delta + 1)c_s d} (\beta u_* - U_s) |\beta u_* - U_s| - \frac{c_b}{c_s d} U_s^2 \quad (2.20)$$

Nella quale si è indicato con c_b il coefficiente per l'espressione degli sforzi collisionali, β il coefficiente moltiplicativo che lega la velocità di attrito alla velocità media del fluido nello strato di trasporto e c_b un opportuno coefficiente di forma della particella.

Si noti che per ritenere compiutamente definito il problema, è necessario esprimere il legame tra la velocità della particella media U_s e la portata solida q_s . Gli Autori ricavano un legame di questo genere dall'imposizione della coincidenza dei valori dello sforzo tangenziale in moto uniforme. A quest'ultima grandezza è possibile poi associare il valore di portata solida corrispondente secondo una qualsiasi formula del moto uniforme. Negli esempi discussi, gli Autori utilizzano l'espressione di Meyer Peter e Müller, ottenendo la seguente relazione:

$$Q_s(x, t) = \frac{8}{g\Delta\beta^3} \left[U_s^2(x, t)(1 + c_b\beta^2) + 2\beta U_s^2(x, t) \sqrt{\theta_c g d \Delta \left(1 + \frac{1}{\tan\varphi} \frac{\partial z}{\partial x} \right) + c_b U_s^2(x, t)} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (2.21)$$

Tale relazione è valida, a rigore, solo in moto uniforme. Gli Autori propongono, tuttavia, di estenderne la validità anche ai moti non uniformi e non stazionari. A questo proposito, vale la pena sottolineare che l'approccio suggerito costituisce comunque una rappresentazione migliore dell'ipotesi di equilibrio immediato. Si può infatti osservare che l'ipotesi di equilibrio viene invocata ad un livello gerarchico più elevato. L'adattamento immediato non è più tra idrodinamica e portata solida, bensì tra velocità delle particelle nello strato di trasporto e portata solida. La dinamica di tale velocità, tuttavia, è descritta dall'equazione differenziale che ne rappresenta l'accoppiamento con l'idrodinamica.

In altre parole, il valore della velocità media delle particelle deriva, concettualmente, dalla soluzione del problema accoppiato idrodinamica/trasporto in regime non stazionario e non uniforme. A tale valore viene poi associato, per mezzo della

relazione (2.21), il valore di portata solida corrispondente all'ideale moto uniforme dotato della medesima velocità della particella media.

Una delle caratteristiche immediatamente deducibili dal modello a quattro equazioni differenziali così ottenuto è la possibilità di prevedere erosione anche in correnti decelerate e deposito in correnti accelerate.

Tale equazione, accoppiata alle equazioni del De Saint Venant e alla equazione di Exner, è stata infatti utilizzata per la messa a punto di un modello numerico che ha fornito risultati incoraggianti per la simulazione degli esperimenti di Benoist (1983) riguardanti la rimozione di un rilevato in materiali sciolti.

Un importante passo in avanti nella letteratura scientifica è stato fatto con la messa a punto di modelli matematico-numerico che descrivessero direttamente su base fisica, e senza ricorrere ad ipotesi di adattamento, la completa dinamica della fase solida. E' bene distinguere due diversi approcci diffusi in letteratura la cui differenza risiede principalmente nella logica concettuale posta alla base del modello stesso, il primo basato su una schematizzazione della corrente in due diversi strati (Fraccarollo e Capart, 2002), e il secondo basato su una schematizzazione della corrente bi-fase (Greimann et al., 1999; Greco et al., 2008).

Nel modello proposto da Fraccarollo e Capart (2002) la corrente viene idealmente suddivisa in due strati, il primo superiore formato da acqua priva di materiale solido e il secondo in cui ha sede il trasporto di fondo. Alla corrente monodimensionale viene assegnata una distribuzione delle velocità uniforme nell'intera altezza idrica. Pertanto a ciascuno dei due strati compete la medesima velocità. La corrente è confinata inferiormente dal fondo, e il moto dell'interfaccia solido/liquido, così individuata, avviene in ottemperanza ad una relazione algebrica dedotta con l'ausilio delle relazioni di salto di Rankine-Hugoniot, di cui se ne discuterà ampiamente nei capitoli successivi. Inoltre, a ridosso del fondo agisce uno sforzo tangenziale τ_s espresso da una relazione analoga alla ben nota formula di Chezy.

Un raffinamento concettuale di tale modello è proposto da Capart e Young (2002). Nel modello di Capart e Young (2002), infatti, i due strati considerati hanno velocità non nulle e diverse tra loro, diversamente da quanto assunto in precedenza.

Inoltre, le concentrazioni di materiale solido nello strato di trasporto e al fondo sono ritenute coincidenti, come già assunto da Fraccarollo e Capart (2002).

E' opportuno osservare che l'esistenza di equazioni differenziali tanto per l'altezza dello strato di trasporto quanto per la velocità nello strato di trasporto sposta il problema della chiusura del modello sul termine di scambio tra fondo e strato di trasporto.

Tra le applicazioni in cui tal modello, agevolmente estendibile al caso bidimensionale, ha prodotto risultati incoraggianti, si ricordano: *dam break* su fondo mobile, simulazione della migrazione di un treno di antidune, erosione di un rilevato in materiali sciolti (Iervolino et al. 2004, Capart e Young, 2002).

Tale modello costituisce un esempio di "modello a cinque equazioni differenziali", e pertanto, si colloca ad un livello di dettaglio descrittivo superiore rispetto ai modelli finora esaminati.

Il *dam-break* su fondo granulare è altresì investigato in Cao et al. (2004), dove si utilizza un modello concettualmente equivalente, seppure basato su diverse relazioni di chiusura.

Si noti che il modello di Capart e Young (2002) è strutturalmente simile al cosiddetto "*two-layer shallow water equations*" (Abbott e Minns, 1998), di uso comune per lo studio dei moti idrici in cui è presente una marcata stratificazione densimetrica.

L'approccio che individua una suddivisione in fasi della corrente è stato seguito da Iervolino et al. (2005) con la messa a punto di un modello per la simulazione di fenomeni morfodinamici composto dalle *Shallow water equations* per l'idrodinamica unitamente a equazioni descrittive la continuità della massa e della quantità di moto per la fase solida. Il modello, che verrà ampiamente discusso nel capitolo successivo richiede, ancora, una relazione di chiusura descrittiva lo scambio netto tra corrente e fondo mobile.

Una importante parte del lavoro di Dottorato è stata dedicata al miglioramento di tale modello, con particolare attenzione ai termini sorgenti delle equazioni che lo costituiscono e alla relazione di chiusura per la determinazione dello scambio al fondo legata ai processi di entrainment e deposizione del materiale per effetto dell'azione della corrente idrica.

2.6 Relazioni descrittive lo scambio di materiale solido tra fondo e corrente

Il diffondersi di modelli matematico-numericamente sempre più complessi, ha messo in luce l'importanza della definizione di una relazione a chiusura di tali modelli, in grado di descrivere lo scambio netto di materiale solido fondo/corrente.

La stima corretta dello sforzo tangenziale e di quello critico è fondamentale; è infatti, comunemente noto che la distribuzione degli sforzi esercitati dalla corrente sul materiale costituente il fondo gioca un ruolo predominante nel processo di sollevamento – in dizione anglosassone “entrainment”- , trasporto e deposizione delle particelle stesse (Fernandez-Luque et al. 1974, Nielsen 1986, Govers 1992, Wilcock 1996). Pertanto, numerose sono le relazioni esistenti in letteratura in cui l'entrainment E è espresso in funzione dell'eccesso di sforzo tangenziale adimensionale rispetto a quello critico con un esponente k solitamente maggiore dell'unità, secondo una relazione del tipo:

$$E \sim (\theta - \theta_{cr})^k \quad (2.22)$$

dove θ è lo sforzo tangenziale adimensionale in analogia con la teoria di Shields , e θ_{cr} ne rappresenta il valore in condizioni di incipiente movimento.

Le relazioni proposte in letteratura esprimono, comunemente, il flusso di materiale solido sollevato in volume per unità di area di base e di tempo E reso adimensionale mediante una opportuna scala di velocità suggerita da *Einstein (1950)*:

$$E = E_s \cdot \rho_s \cdot \sqrt{gd\Delta} \quad (2.23)$$

con E_s flusso di materiale solido sollevato adimensionale.

Talvolta l'adimensionalizzazione viene effettuata scalando il flusso di materiale E_s rispetto alla velocità di caduta delle particelle w_s . Le due scale di adimensionalizzazione sono comunque in molti casi dello stesso ordine di grandezza.

Tra le numerose formulazioni di origine empirica per la determinazione del materiale solido sollevato da una corrente idrica è bene citare quella proposta da Van Rijn (1984a):

$$E = 0.0033 \cdot \rho_s (\Delta gd)^{0.5} D_*^{0.3} \left(\frac{\vartheta_* - \vartheta_{*,cr}}{\vartheta_{*,cr}} \right)^{1.5} \quad (2.24)$$

in cui il parametro D^* è quello definito in precedenza. Un'analogia struttura, in cui l'eccesso di sforzo ($\theta_* - \theta_{*,cr}$) si presenta elevato ad una potenza di 1.5, è stata proposta da Seminara et al. (2002) in condizioni di trasporto di fondo. La relazione, derivante da un confronto con i dati sperimentali proposti da Fenandez Luque & van Beek (1976), risulta essere:

$$E = 0.0199 \cdot \rho_s (\Delta gd)^{0.5} (\theta_* - \theta_{*,cr})^{1.5} \quad (2.25)$$

Ancora, Elhakeem & Imran (2007), sulla scorta dei loro risultati sperimentali, proposero una differente formulazione:

$$E = 0.0024 \cdot \rho_s (\Delta gd)^{0.5} (\theta_* - 0.033)^{1.263} \quad (2.26)$$

Se si assegna allo sforzo tangenziale critico adimensionale $\theta_{*,cr}$ il valore 0.033, l'eccesso di sforzo risulta essere elevato ad un esponente minore rispetto alle relazioni precedenti, ed esattamente pari a 1.263.

Tale quantità si presenta elevata ad una potenza ancora diversa nella formulazione proposta da Nagakawa & Tsujimoto (1980):

$$E = F_0 \cdot \rho_s (\Delta g d)^{0.5} \theta_* \left(1 - \frac{\theta_{*,cr}}{\theta_*}\right)^3 \quad (2.27)$$

Gli stesso Autori fornirono un valore del coefficiente F_0 pari a 0.02. Van Rijn (1984a) successivamente eseguì un'analisi del valore di tale coefficiente al variare del diametro ricavandone un intervallo di variazione pari a 0.015-0.228.

Un altro approccio è quello che prevede la determinazione dell' "entrainment", per via indiretta, a partire dalla conoscenza della concentrazione di materiale solido ad una distanza prossima al fondo.

In condizioni stazionarie, infatti, il flusso di materiale solido che si deposita al fondo può essere espresso come prodotto della concentrazione ad una distanza molto piccola dal fondo e della velocità di caduta dei sedimenti w_s (Garcia & Parker, 1991), solitamente valutata in acqua in quiete.

Garcia & Parker (1991), sulla base dell'analisi dimensionale, fornirono la seguente relazione:

$$E = w_s \rho_s \frac{A \cdot Z_u}{1 + \frac{A}{0.3} Z_u} \quad (2.28)$$

con A pari a $1.3 \cdot 10^{-7}$ e Z_u funzione della velocità di attrito alla parete secondo l'espressione:

$$Z_u = \frac{u_* \cdot \left[\frac{(\Delta g d)^{0.5} d}{\nu} \right]^{0.6}}{w_s} = \frac{u_* D_*^{0.9}}{w_s} \quad (2.29)$$

Lo stesso parametro Z_u compare nella formula composta precedentemente proposta da Akiyama & Fukushima (1986):

$$E = 0 \quad Z_u < 5 \quad (2.30)$$

$$E = w_s \rho_s 3 \cdot 10^{-12} Z_u^{10} \left(1 - \frac{5}{Z_u}\right) \quad 5 < Z_u < 13.2 \quad (2.31)$$

$$E = w_s \rho_s \cdot 0.3 \quad Z_u > 13.2 \quad (2.32)$$

Diverse formulazioni sono state proposte (Engelund & Fredsoe 1976, Smith & McLean 1977, Itakura & Kishi 1980, Einstein 1950) per condizioni di trasporto in sospensione, ancora nell'ipotesi di moto uniforme.

Si riporta di seguito, ad esempio, quella di Van Rijn (1984b), in cui compare la concentrazione ad una distanza prossima al fondo, in analogia con la teoria proposta da Garcia & Parker (1991):

$$E = \rho_s \frac{0.015}{D_*^{0.3}} w_s \frac{d}{a} \left(\frac{\varrho_* - \varrho_{*,cr}}{\varrho_{*,cr}} \right)^{1.5} \quad (2.33)$$

Con il simbolo a è indicata la distanza alla quale è valutata la concentrazione solida, lo stesso Autore suggerisce di assumere tale distanza pari a metà dell'altezza delle forme di fondo, o alla scabrezza equivalente con un valore minimo di 0.01 volte l'altezza idrica (Van Rijn, 1984 a).

2.7 Riferimenti citati

Abbott, M.B. (1980) *Computational Hydraulics*, Pitman, London.

Abbott, M. B. , Minns (1998) *Computational hydraulics (2nd edition)*. Ed. Ashgate, Aldershot (UK).

Armanini, A. , Di Silvio, G. (1988) *A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 26, vol.3, pp. 275-292.

Armanini, A. (1999) *Principi di idraulica fluviale*. Ed. Bios, Cosenza.

Akiyama, J., Fukushima, Y. (1986) *Entrainment of non-cohesive sediment into suspension*. 3rd Int. Symp. on River sedimentation, Univ. of Mississippi, pp. 804-813.

Bagnold, R. A. (1956) *The flow of cohesionless grains in fluids*. Philosophical transactions of the Royal Society of London, vol. 249, pp. 235-297.

Benoist, G. (1983) *Calcul de l'érosion d'une digue par surverse*. EDF Internal Report HE 43/83-31.

Brownlie, W.R. (1981) *Compilation of fluvial channel data: laboratory and field*, Rep. No. KH-R-43B, W.M. Keck Lab. of Hydr. and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena, California

Cao, Z., Pender, G., Wallis, S. e Carling, P. (2004) *Computational dam-break hydraulics over erodible sediment bed*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.130, n. 7, pp. 689-703.

Capart, H. , Young, D. (2002) *Two-layer shallow water computations of torrential geomorphic flows*. Atti del Convegno Internazionale "River Flow 2002", Louvain-la-Neuve (Belgio), 3-6 Settembre 2002, Balkema.

Chang, HH. (1979a) *Geometry of rivers in regime*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol.105, pp. 691-706.

Chang, HH. (1979b) *Minimum stream power and river channel patterns*. Journal of Hydrology, vol. 41, pp. 303-327.

Chang, HH. (1988) *Fluvial processes in river engineering*. Wiley-Interscience.

Chanson, H. (1999) *The hydraulics of open channel flow*. Ed. Arnold, Londra.

- de Vries, M. (1965) *Considerations about non-steady bed-load-transport in open channels*. Atti del XI Congresso IAHR, Leningrad, vol. III.
- du Boys, M.P. (1879) *Le Rhone et les Rivières à Lit Affouillable*, Mem.Doc., Ann. Pont et Chaussées, ser. 5, Vol. XVIII
- Di Cristo, C., Leopardi, A. , Greco, M. (2002) *A bed load transport model for non-uniform flows*. Atti del Convegno Internazionale River Flow 2002, Louvain-la-Neuve (Belgio), 3-6 Settembre 2002, Balkema.
- Danish Hydraulic Institute (DHI) (1994) *MIKE 11. Technical references*. Hordholm.
- Einstein, H. A. (1950) *The bed-load function for sediment transportation in open channel flows*. Technical Bulletin no. 1026, Department of Agriculture, Washington.
- El Kadi Abderrezzak, K., Paquier, A., Jodeau, M. (2007) *Use of 1D sediment transport model to simulate evolution of river bed*. Proceedings of XXXII IAHR Congress, Venice, Italy.
- Elhakeem, M., Imran, J. (2007) *Density functions for the entrainment and deposition of uniform sediment*. Journal of Hydraulic Engineering, vol. 113(8), pp. 917-926.
- Engelund, F. (1965) *A criterion for the occurrence of suspended load*. Houille Blanche, vol.8 (7).
- Engelund, F., Fredsoe, J. (1976) *A sediment transport model for straight alluvial channels*. Nordic Hydrology, vol.7(5), pp. 293-306.
- Exner, F. M., (1920) *Zur Physik der Dunen*, Sitzber. Akad. Wiss Wien, Part IIa, Bd. 129 (in Tedesco).
- Farhoudi, J. e Smith, K.V.H. (1985) *Local scour downstream of hydraulic jump*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 23(4), pp. 343-357.
- Fernandez Luque, R. (1974) *Erosion and transport of bed-load sediment*, Dissertation, KRIPS Repro BV, Meppel, The Netherlands.
- Fernandez Luque, R. e van Beek, R. (1976) *Erosion and transport of bedload sediment*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.14(2), pp.127-144.
- Fraccarollo, L. e Capart, H. (2002) *Riemann wave description of erosional dambreak flows*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 461, pp.183–228.
- Galappatti, R. (1983) *A depth-integrated model for suspended sediment transport*. Comm. on Hydr., Delft University of Technology, Rep 83-7.

- Garcia, M. H., and Parker, G. (1991) *Entrainment of Bed Sediment into Suspension*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.117(4), pp.414-435.
- Graf, W.H. (1984) *Hydraulics of sediment transport*, Water Resources Publ., Littleton, Colorado, USA.
- Greco, M., Iervolino, M., Leopardi, A. (2008) *Two-phase depth-integrated model for unsteady river flow*. Proceedings of Int. Conference “Advances in Hydro-science and engineering” ICHE, Nagoya (Japan).
- Greimann, B.P., Muste, M., Holly, F.M., Jr. (1999) *Two-phase formulation of suspended sediment transport*. Journal Hydraulic Research, vol.37(4), pp.479-500.
- Glover, R.E., Florey, Q.L. (1951) *Stable channel profiles*, vol. 235, US Bureau of Reclamation, Denver, CO
- Govers, G. (1992) *Evaluation of transporting capacity formulae for overland flow*, *Overland flow hydraulic and erosion mechanics*, A.J. Parson and A.D. Abrahams, eds., Chapman & Hall, New York, pp.243-273.
- Kovacs, A. e Parker, G., (1994) *A new vectorial bedload formulation and its application to the time evolution of straight river channels*. Journal of Fluid Mechanics, vol.267, pp. 153-183.
- Iervolino, M., Greco, M. & Oliveri, E. (2004) *Modelli di trasporto solido nella simulazione della rimozione di un rilevato in materiali sciolti*. Idr@Trento: XXIX National Conference of Hydraulics and Hydraulic Structures (in Italian).
- Ikeda S. (1982a) *Incipient motion of sand particles on side slopes*, Journal Of Hydraulic Division, vol.180(1), pp. 95-114
- Ikeda S. (1982b) *Lateral bed load transport on side slopes*, Journal Of Hydraulic Division, vol.180(1), pp.1369-1373
- Itakura, T. and Kishi, T. (1980) *Open channel flow with suspended sediments*. Journal of Hydraulic Division, vol.106(8), pp.325-343.
- Lai, C. (1991) *Modeling alluvial-channel flow by multimode characteristics method*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol.117(1), pp. 32-53.

[Lane, E.W.](#) (1995) *Design of stable channels*, *Trans. ASCE*, vol.120, pp. 1234–1260.

Leopardi, A., Oliveri, E. e Greco, M. (2002) *Numerical simulation of gradual earth-dam failure*. Atti della 2a Conferenza Internazionale “New Trends in Water and Environmental Engineering for Safety and Life”, Capri, 24- 28 Giugno 2002.

[Leopold, L.B., Maddock, T., \(1953\)](#) *The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications*, Professional Paper, 252, US Geological Survey vol.57

Meyer-Peter, E., Müller, R. (1948) *Formulas for Bed-Load-Transport*. Atti del II Congresso IAHR, Stockolm, 1948.

Millar R.G., and Quick M.C. (1993) *Effect of bank stability on geometry of gravel rivers*. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, vol.119, pp.1343-1363.

Montuori, C. (1997) *Complementi di Idraulica*. Ed. Liguori, Napoli.

Nakagawa, H., Tsujimoto, T. (1980) *Sand Bed Instability due to Bed Load Motion*, *Journal of the Hydraulics Division*, vol.106(12), pp.2029-2051.

Nielsen P. (1986) *Suspended sediment concentrations under waves*. *Costal Engineering*, vol.10, pp.23-31.

Pizzuto (1990) *Numerical simulation of gravel river widening*. *Water Resources Research*, vol.26(9), pp.971-1980

Phillips, B. C., Sutherland, A. J. (1989) *Spatial lag effects in bed load sediment transport*, *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, vol.27(1), pp.115- 133.

Phillips, B. C., Sutherland, A. J. (1990) *Temporal lag effects in bed load sediment transport*, *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, vol.28(1), pp.5-23.

Seminara S., Solari L., Parker G. (2002) *Bedload at low Shields stress on arbitrarily sloping beds: Failure of the Bagnold hypothesis*. *Water Resources Research*, vol.38(11).

Shields, A. (1936) *Anwendung der Ahnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Gescheibebewegung*, *Mitteil. Der Preuss. Versuchsanst. Fur Wasserbau und Schiffbau*, Heft 26, Berlin, Germany.

Smart, G.M. (1984) *Sediment transport formula for steep channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.110(3), pp.267-276.

Smart, G. M., Jäggi, M.N.R. (1983) *Sediment transport in steep slopes*. Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, No. 64, ETH, Zurich.

Smith, J.D., McLean, S.R. (1977) *Spatially averaged flow over a wavy surface*. Journal of Geophysical Research, vol.82(12), pp.1735-1746.

Thomas, W.A. e Prashun, A. L. (1977) *Mathematical modelling of scour and deposition*. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, vol.103(8).

[Vanoni, A. \(1977\)](#) *Sedimentation Engineering*, ASCE, New York

van Rijn, L.C. (1984a) *Sediment transport, part I: bed-load transport*, Journal of Hydraulic Engineering, IAHR, vol.110(10), pp.1431-1456.

van Rijn, L.C. (1984b) *Sediment transport, part II: suspended transport*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.110(11), pp.1613-1641.

Vigilar G.G., Diplas P. (1997) *Stable channels with mobile bed: formulation and numerical solution*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.123(3), pp. 189-199.

Wilcock, P.R., Barta, A.F., Shea, C.C., Kondolf, G.M. Matthews, W.V., Pitlick. J. (1996) *Observations of flow and sediment entrainment on a large gravel-bed river*. Water Resources Research, vol.32(9), pp.2897-2909.

Wolman, M. G., and Brush, L. M., Jr., (1961) *Factors controlling the size and shape of stream channels in coarse noncohesive sands*, U.S. Geol. Survey Prof. Paper 282-G, p. 183- 210.

Wu, W., Vieira, D.A. e Wang, S.S.Y. (2004) *One dimensional numerical model for nonuniform sediment transport under unsteady flows in channel networks*. Journal of Hydraulic engineering, ASCE, vol.130(9), pp.914 - 923.

Yalin, M.S. (1972) *Mechanics of sediment transport*. Ed. Pergamon Press.

3. Modello matematico-numerico oggetto di ricerca

Il modello numerico oggetto di ricerca è un modello bidimensionale mediato sulla verticale in grado di riprodurre il fenomeno di evoluzione morfologica di un alveo fluviale in condizioni anche fortemente non stazionarie.

L'obiettivo che si è perseguito è quello di avere un modello fisicamente basato in grado di riprodurre globalmente il fenomeno, e che tenga quindi, conto della possibilità di riprodurre la dinamica oltre che della fase liquida anche dei sedimenti giacenti sul contorno idrico e sulle parti delle sponde laterali dell'alveo non bagnate.

La logica posta alla base di tale modello segue essenzialmente un approccio bi-fase secondo l'intuizione che le due fasi coesistono all'interno della corrente, pertanto essa può essere pensata come occupata contemporaneamente da entrambe; in tale ottica la concentrazione può essere intesa come la probabilità che un determinato punto sia occupato dal materiale solido (Greimman et al., 1999).

In analogia con quanto appena detto, non è presente alcuna interfaccia di separazione tra le fase acqua e la fase solida, e l'intera profondità della corrente h può essere intesa come il volume per unità di area di base occupato da entrambi le fasi. Le variabili alla base del modello risultano essere il volume per unità di area di base occupato rispettivamente dalla fase acqua H e dalla fase solida δ ; essi sono tali da soddisfare la ovvia relazione:

$$h = H + \delta \quad (3.1)$$

Assumendo che il trasporto sia sensibilmente trasporto di fondo, e quindi sia confinato in un volume abbastanza piccolo adiacente al fondo, definita la concentrazione C della fase solida all'interno della corrente, è possibile determinare lo strato, variabile nel tempo e nello spazio, in cui ha sede il trasporto, avente spessore δ_2 . Tale strato risulta essere pari a:

$$\delta_2 = \frac{\delta}{C} \quad (3.2)$$

La corrente può essere idealmente schematizzata come in figura:

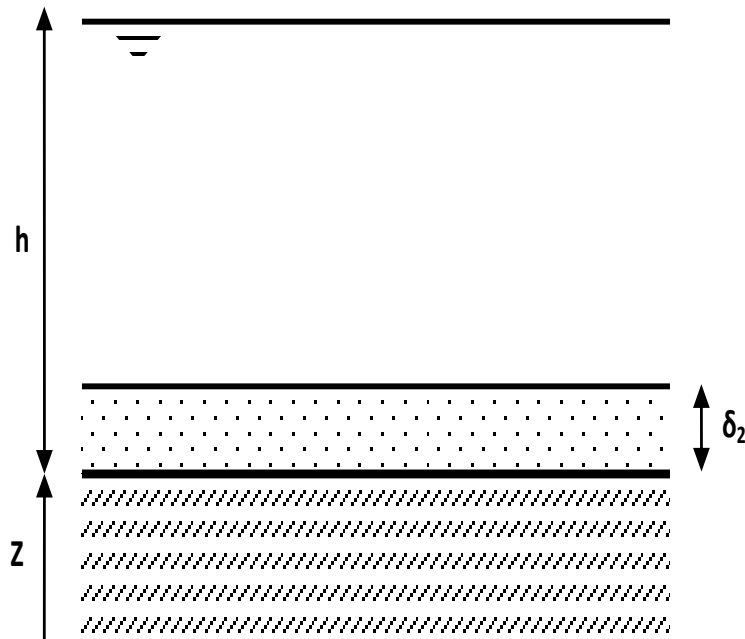


Figura 2.1. Schematizzazione corrente

Dove si è indicato con z la quota del fondo erodibile ma che non ha moto nella direzione orizzontale.

Come già accennato in precedenza, è possibile accoppiare alle equazioni dell'idrodinamica –*Shallow water equations*– rappresentanti la continuità della massa e della quantità di moto della fase liquida, delle equazioni aventi analoga struttura, descriventi la continuità della massa e della quantità di moto anche della fase solida. Le variabili principali del modello risultano essere il volume per unità di area di base H e δ e la portata Q e Q_s associate rispettivamente alla fase liquida e alla fase solida.

3.1 Equazioni del modello

Considerato un volume di controllo infinitesimo di base $dx \cdot dy$ e altezza pari al tirante idrico complessivo h , l'equazione di continuità della massa e della quantità di moto per la sola fase liquida risultano essere:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p \cdot \frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x^2}{H} + \frac{Sp_w}{\rho_w} - H v_T \frac{\partial Q_x / H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_x Q_y}{H} - H v_T \frac{\partial Q_x / H}{\partial x} \right) + gh \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + Sf_x \right) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_y^2}{H} + \frac{Sp_w}{\rho_w} - H v_T \frac{\partial Q_y / H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x Q_y}{H} - H v_T \frac{\partial Q_y / H}{\partial y} \right) + gh \left(\frac{\partial Z}{\partial y} + Sf_y \right) = 0 \quad (3.5)$$

Analogamente scrivendo un bilancio di massa e di quantità di moto per la fase solida si hanno le seguenti equazioni:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial Q_{s_x}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{s_y}}{\partial y} + (1-p) \cdot \frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial Q_{s_x}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_{s_x}^2}{\delta} + \frac{Sp_s}{\rho_s} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_{s_x} Q_{s_y}}{\delta} \right) + g\delta \frac{\Delta}{\Delta+1} \frac{\partial Z}{\partial x} + Ss_x = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial Q_{s_y}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_{s_y}^2}{\delta} + \frac{Sp_s}{\rho_s} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_{s_x} Q_{s_y}}{\delta} \right) + g\delta \frac{\Delta}{\Delta+1} \frac{\partial Z}{\partial y} + Ss_y = 0 \quad (3.8)$$

Dove t è la variabile tempo, x e y le due coordinate spaziali, p la porosità del letto dell'alveo.

I termini S_f e S_s costituiscono i termini sorgenti delle “momentum equations”, essi rappresentano l’insieme delle forze per unità di peso agenti su ciascuna fase per effetto degli scambi di quantità di moto con la restante fase e con il fondo; i termini Sp_w e Sp_s rappresentano la risultante delle forze di pressione agenti sulle sezioni di contorno del volume di controllo.

Nella equazione di conservazione della quantità di moto della fase acqua, tale termine ingloba lo sforzo tangenziale al fondo, calcolato con una formula di resistenza di moto uniforme e inteso come forza di interazione tra tale fase e il fondo dell’alveo, e la forza di Drag, intesa come forza di interazione tra la fase liquida e la fase solida.

Per quanto appena detto tale termine assume la seguente espressione:

$$\bar{S}f = \frac{\bar{U}_w |\bar{U}_w|}{ghCh^2} + \frac{C_D \delta}{ghd} (\eta \bar{U}_w - \bar{U}_p) |\eta \bar{U}_w - \bar{U}_p| \quad (3.9)$$

Dove si è indicato con Ch il coefficiente di Chezy adimensionale (pari a $Ch = K_{ch} / \sqrt{g}$), U_w e U_p la velocità della fase liquida e la velocità della fase solida, e η un coefficiente di riduzione della velocità locale rispetto a quella media di portata, tale coefficiente risulta essere minore o uguale all’unità. Nella (3.9), inoltre, C_d è un coefficiente che tiene conto della forma dei grani e del coefficiente di Drag, come si dirà di seguito, e d il diametro caratteristico del sedimento.

L’espressione della forza di Drag è stata dedotta a partire dalla considerazione che la forza di Drag totale è pari alla somma di quelle agenti sulle singole particelle presenti nel volume di controllo.

La forza agente sulla singola particella può essere espressa dalla seguente relazione:

$$F_{Drag} = c_D \rho A (\eta U_w - U_p)^2 \quad (3.10)$$

Con A area della sezione trasversale della particella, la quale può essere espressa in funzione del quadrato del diametro mediante un opportuno coefficiente di forma moltiplicativo $c_1 d^2$.

Il numero di particelle presente nel volume di controllo è pari al rapporto tra il volume occupato dalla fase solida δ e il volume della singola particella $c_2 d^3$, espresso in funzione del cubo del diametro mediante un coefficiente moltiplicativo.

Tenendo conto di quanto detto, la forza di Drag totale assume la seguente espressione:

$$Drag_{TOT} = c_D' \rho \frac{\delta}{d} (\eta U_w - U_p)^2 \quad (3.11)$$

In cui c_D' non è il classico coefficiente di Drag; esso, infatti, include i coefficienti di forma introdotti.

Analogamente, nella equazione di bilancio della quantità di moto della fase solida il termine sorgente include la forza di Drag con segno opposto a quello con il quale compare nella precedente, lo sforzo collisionale (Bagnold, 1956) e lo sforzo di attrito interno alla fase solida valutato secondo la nota legge di Mohr-Coulomb:

$$\bar{S}_s = \alpha \bar{U}_s |\bar{U}_s| - \frac{\Delta}{\Delta+1} \frac{C_D \delta}{d} (\eta \bar{U}_w - \bar{U}_s) |\eta \bar{U}_w - \bar{U}_s| + \frac{\Delta}{\Delta+1} g \cdot \delta \cdot \text{tg} \varphi \quad (3.12)$$

Dove si è indicato con φ l'angolo di riposo del materiale solido.

Come già introdotto, i termini Sp_w e Sp_s introdotti nelle equazioni di bilancio della quantità di moto, rappresentano la risultante delle forze di pressione agenti sulle sezioni di contorno del volume di controllo.

L'ipotesi di moto gradualmente variato propria delle "Shallow water equations" consente di definire la distribuzione di pressioni "sensibilmente" idrostatica nelle singole sezioni trasversali della corrente (Citrini, 1987).

Richiamando la già descritta schematizzazione della corrente su cui è basato il modello, nello strato di acqua chiara al di sopra dello strato di trasporto di spessore δ_2 la distribuzione di pressione è senza dubbio riconducibile a quella idrostatica.

Nello strato di trasporto la distribuzione di pressione è stata determinata a partire dalla considerazione che la pressione al fondo è legata al peso della colonna acqua/sedimenti sovrastante. Pertanto, noto il valore di pressione nel punto della sezione di separazione tra acqua chiara e strato di trasporto e il valore di pressione al fondo, se si ipotizza che la distribuzione di pressione continui a variare con legge lineare, essa rimane univocamente determinata.

Si riporta in figura una schematizzazione della distribuzione di pressione:

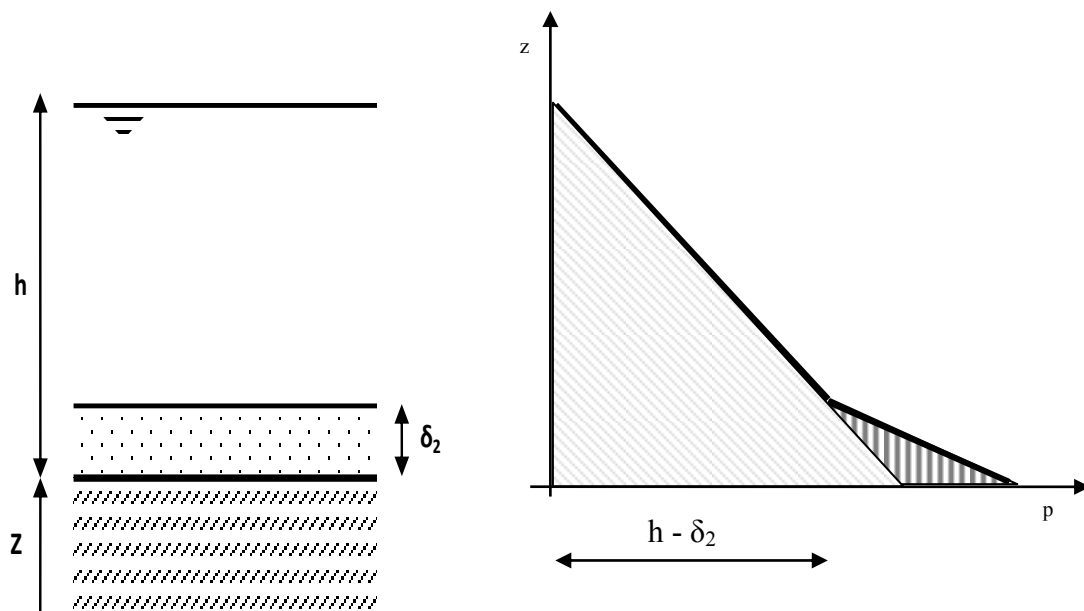


Figura 3.2. Distribuzione di pressione in una sezione trasversale.

Definita la distribuzione di pressione nella sezione idrica così come descritto, per integrazione la spinta totale, risulta essere pari a:

$$S_{TOT} = \rho g \left(\frac{h^2}{2} + \Delta \frac{\delta^2}{2C} \right) \quad (3.13)$$

Nasce, a questo punto, l'esigenza di definire un criterio di suddivisione della spinta totale al fine di determinare le aliquote che vanno a gravare rispettivamente sulla fase liquida e sulla fase solida.

In accordo con il ben noto principio di Terzaghi (1936) è stato assunto che la pressione gravante sulla fase liquida è pari a quella idrostatica lungo l'intera altezza della corrente:

$$S_{Pw} = \rho g \frac{h^2}{2} \quad (3.14)$$

Pertanto, l'aliquota gravante sulla fase solida è univocamente determinata:

$$S_{Ps} = S_{TOT} - S_{Pw} = \rho_s g \frac{\Delta}{\Delta + 1} \frac{\delta^2}{2C} \quad (3.15)$$

È bene evidenziare che lo stesso criterio di suddivisione è stato utilizzato per i termini che includono la pendenza del fondo, essendo questi rappresentativi delle componenti di pressione al fondo. Per congruenza con le condizioni di Moto Uniforme, in cui le resistenze devono eguagliare il termine sorgente dovuto alla pendenza del fondo, la stessa altezza idrica totale compare anche a moltiplicare la forza resistente per unità di peso idrico.

Alle equazioni sinora scritte va aggiunta l'ultima descrivente l'evoluzione della quota di fondo nel tempo:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = e_b \quad (3.16)$$

La relazione da usare a chiusura del modello, che descriva quantitativamente lo scambio di materiale tra corrente e fondo è, a tutt'oggi, di difficile individuazione.

Sinora non esiste una formulazione comunemente e universalmente accettata dalla comunità scientifica per la quantificazione del materiale sollevato e/o depositato; esistono, tuttavia, numerose relazioni di origine empirica, come evidenziato nel capitolo precedente. Un approfondito studio che verrà ampiamente discusso nel capitolo successivo, ha messo in luce la forte dispersione delle relazioni proposte in letteratura, anche in confronto ai dati sperimentali esistenti.

3.2 Schema numerico

Il modello matematico oggetto di studio è, come esposto nel paragrafo precedente, costituito da un sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali (o di equazioni integrali) e da un insieme d'appropriate condizioni al contorno. Tale modello non ha generalmente soluzione analitica, o, in taluni casi, questa può essere ricavata solo a patto di introdurre ipotesi semplificative spesso inaccettabili. Occorre pertanto utilizzare un metodo numerico per ottenere una soluzione del modello completo.

Lo schema numerico adottato è stato sviluppato e ampiamente discusso da Leopardi (2001); di seguito se ne descriveranno i caratteri in maniera sintetica, per una descrizione dettagliata si rimanda alla tesi di Dottorato di cui sopra.

Le equazioni hanno carattere parabolico e, se non si considera il termine del secondo ordine, diventano iperboliche. Per tali tipi di equazioni è esclusa la possibilità di assegnare condizioni ad un tempo finale, pertanto gli schemi numerici, solitamente, risolvono il sistema "in avanti" nel tempo. Vale a dire che sono strutturati in modo da risolvere le equazioni per tempi crescenti. Questa tipologia di algoritmi è definita "time marching".

Solo per completezza d'esposizione occorre ricordare che Molls e Molls (1998) hanno proposto l'adozione di uno schema che risolve contemporaneamente tutti gli step temporali (Space-Time Conservation Method).

Bisogna però rilevare che una siffatta metodologia comporta sicuramente oneri computazionali notevolmente maggiori rispetto ad una time marching.

L'uso di uno schema time marching condiziona la scelta del metodo numerico da adottare, almeno per la discretizzazione delle derivate temporali, che usualmente sono rappresentate per differenze finite, mentre per le derivate spaziali si può usare, in generale, uno qualsiasi dei metodi classicamente proposti: differenze finite, elementi finiti, volumi finiti, elementi al contorno.

I modelli bidimensionali proposti in letteratura usano, nella quasi totalità dei casi, le differenze finite nel tempo ed uno dei metodi fra gli elementi finiti (Cooley e Moin, 1976), i volumi finiti e le stesse differenze finite (Rahman e Chaudhry, 1997), nello spazio.

La risoluzione del sistema di equazioni differenziali oggetto di tesi viene effettuata mediante uno schema numerico ai volumi finiti.

Al metodo dei volumi finiti (Finite Volume Method) possono essere date almeno due formulazioni: la prima, più classica, a partire dalle equazioni differenziali che descrivono il fenomeno oggetto di studio (Fletcher, 1991), la seconda, maggiormente intuitiva dal punto di vista fisico, direttamente in termini di bilanci effettuati su porzioni finite (volumi finiti) del dominio computazionale (Olsen, 1997).

Il codice persegue la prima scelta, lavorando sulle equazioni idrodinamiche, che per comodità vengono riscritte nella seguente forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (3.17)$$

In cui:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} H \\ Q_x \\ Q_y \\ \delta \\ Qs_x \\ Qs_x \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} Q_x \\ \frac{Q_x^2}{H} + Sp_w \\ \frac{Q_y Q_x}{H} \\ Qs_x \\ \frac{Qs_x^2}{\delta} + Sp_s \\ \frac{Qs_y Qs_x}{\delta} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} Q_y \\ \frac{Q_y Q_x}{H} \\ \frac{Q_y^2}{H} + Sp_w \\ Qs_y \\ \frac{Qs_y Qs_x}{\delta} \\ \frac{Qs_x^2}{\delta} + Sp_s \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{S} = gh \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial Z}{\partial x} - Sf_x \\ -\frac{\partial Z}{\partial y} - Sf_y \\ 0 \\ -\frac{\partial Z}{\partial x} - Ss_x \\ -\frac{\partial Z}{\partial x} - Ss_y \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Scomponendo il dominio di calcolo in un arbitrario numero di quadrilateri di forma qualsiasi, nel seguito denominati “celle computazionali”, e ponendo:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \frac{Q_x}{H} \mathbf{q} + Sp_w \mathbf{i} \\ \frac{Q_y}{H} \mathbf{q} + Sp_w \mathbf{j} \\ \mathbf{q}_s \\ \frac{Qs_x}{H} \mathbf{q}_s + Sp_s \mathbf{i} \\ \frac{Qs_y}{H} \mathbf{q}_s + Sp_s \mathbf{j} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Dove $\mathbf{q} = Q_x \mathbf{i} + Q_y \mathbf{j}$ e $\mathbf{q}_s = Qs_x \mathbf{i} + Qs_y \mathbf{j}$ sono i vettori flusso.

La (3.17) può essere riscritta nella seguente forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \mathbf{H} = \mathbf{S} \quad (3.23)$$

Che, integrata su un' arbitraria cella computazionale Ω , fornisce:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega + \iint_{\Omega} (\nabla \mathbf{H}) d\Omega = \iint_{\Omega} \mathbf{S} d\Omega \quad (3.24)$$

Applicando il teorema della divergenza (teorema di Gauss) al secondo termine della precedente, si perviene alla seguente formulazione semidiscreta:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_0}{\partial t} = -\frac{1}{\Omega} \left(\sum_{k=1}^4 (\mathbf{H}_k \cdot l_k \mathbf{n}_k) - \mathbf{S}_m \right) \quad (3.25)$$

Nella quale \mathbf{U}_0 rappresenta la media di \mathbf{U} nella cella computazionale Ω , \mathbf{S}_m è il termine sorgente integrato sulla cella computazionale, \mathbf{H}_k è il flusso attraverso il lato k-esimo della cella, di lunghezza l_k e normale \mathbf{n}_k .

I valori \mathbf{U}_0 si considerano al centro delle celle computazionali (la griglia è, cioè, non staggered). Il problema si sposta dunque sul calcolo dei flussi; ciò può essere fatto interpolando altezza e velocità sul bordo di ciascuna cella computazionale.

Mingham e Causon (1998) presentano un'ampia discussione sulle tecniche di interpolazione e sulle limitazioni ad esse connesse.

Il modello numerico previsto effettua un'interpolazione quadratica senza limitatore di pendenza. Tale interpolazione non è simmetrica, infatti, è realizzata usando i valori in due celle da un lato ed una sola dall'altro di ciascuna interfaccia, l'asimmetria è tuttavia compensata nello schema di avanzamento temporale adottato.

Per quanto riguarda l'avanzamento temporale questo è realizzato utilizzando un'approssimazione alle differenze finite mediante uno schema esplicito. Tale scelta è

stata dettata da ragioni di semplicità ed efficienza computazionale, oltre che per la maggiore semplicità con cui, in un metodo esplicito, possono assegnarsi le condizioni al contorno.

Uno schema completamente esplicito (con l'uso di una derivata forward) presenta tuttavia problemi di stabilità, che normalmente risulta condizionata o addirittura non conseguibile.

Per tali ragioni si è adottato uno schema di predizione – correzione (McCormack, 1969). Con ciò, oltre ad avere un'accuratezza del secondo ordine nel tempo, è anche possibile compensare l'asimmetria dell'interpolazione quadratica, che è realizzata una volta in avanti ed una all'indietro, nei due passi che compongono uno step temporale.

Uno schema di predizione-correzione, inoltre, come riportato da Garcia Navarro et. al. (1992), consente anche di avere un trattamento al secondo ordine, sia nel tempo sia nello spazio, del termine sorgente, senza necessità di introdurre particolari accorgimenti.

Il procedimento è stato implementato nel seguente modo: si calcolano i flussi di massa e quantità di moto utilizzando i valori al tempo t e, con l'uso di una derivata forward nel tempo, si ricava una prima stima dei valori di tirante idrico e velocità al tempo $t+\Delta t$; successivamente questi valori sono utilizzati per ricalcolare i flussi ed ottenere una seconda stima di tiranti e velocità per mezzo di una derivata backward nel tempo.

La soluzione è data da una combinazione lineare dei valori delle variabili nelle fasi di predizione e di correzione mediante un parametro θ variante tra 0 e 1, solitamente posto pari a 0.5; la scelta del valore di θ pari a 0.5 conduce ad una soluzione che è media aritmetica delle variabili ottenute nelle due fasi dello schema.

3.2.1 Trattamento dei termini che includono la pendenza del fondo

Un'opportuna procedura è stata messa a punto per il trattamento di celle computazionali parzialmente bagnate (Greco et al., 2008) in modo da assicurare la congruenza dei flussi in tali particolari condizioni.

Il termine contenente la derivata spaziale della quota del fondo Z , che compare nelle equazioni di continuità della quantità di moto, per come scritto, non può essere inglobato nei termini che vanno a costituire i flussi in seguito all'applicazione del teorema della divergenza. Un opportuno artificio numerico è stato messo a punto per poter includere tale termine in quello dei flussi e per assicurare che il modello sia in grado di trattare situazioni di fondi irregolari, caratterizzati anche da pendenze forti, e possa risultare valido anche nel più complesso caso di celle computazionali parzialmente bagnate.

Ci si soffermerà per semplicità sul termine che compare nella equazione di conservazione della quantità di moto della fase liquida nel caso più semplice di dominio monodimensionale in direzione x .

In dettaglio, con semplici passaggi matematici il termine oggetto di analisi può essere riscritto come di seguito:

$$h \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial hZ}{\partial x} - Z \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3.26)$$

Scegliendo un opportuno sistema di riferimento avente origine dell'asse Z coincidente con la quota di fondo al centro cella per ciascuna cella, l'ultimo termine del secondo membro risulta nullo.

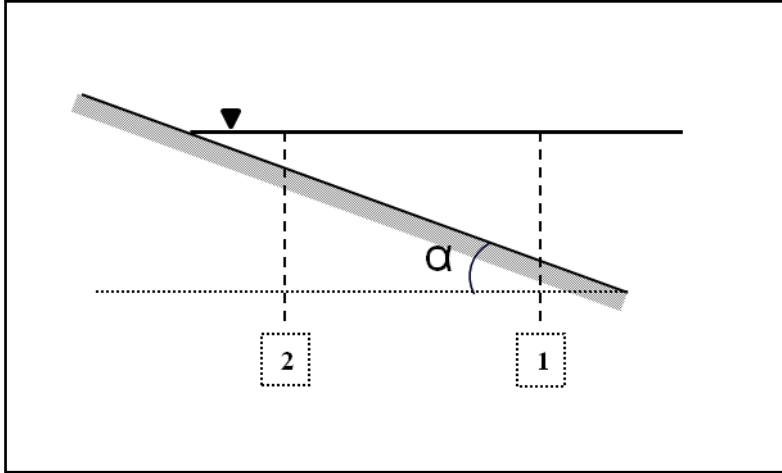
In definitiva si ha:

$$h \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x} = \frac{\partial h\tilde{Z}}{\partial x} \quad (3.27)$$

La presenza della sola derivata spaziale consente di includere, mediante l'applicazione del teorema della divergenza, tale termine in quello dei flussi.

Una delle proprietà che un modello deve possibilmente avere è quella definita in terminologia anglosassone *c-property*, la quale assicura che acqua in quiete su un fondo di pendenza arbitraria continui a rimanere in quiete (Zhou et al., 2001).

Si consideri il caso di acqua in quiete su un fondo di pendenza non nulla, la cui schematizzazione è riportata in figura:



Siano le sezioni 1 e 2 le facce di contorno della generica cella computazionale.

Per quanto appena detto, nell'ipotesi che la quota del fondo vari con legge lineare lungo la direzione x il flusso che attraversa una generica faccia k della cella computazionale risulta essere:

$$F_k = Q_k + \frac{gh_k}{2}(h_k + z_k - \tilde{z}) \quad (3.28)$$

Essendo \tilde{z} la quota del fondo nella sezione opposta a quella in cui si sta calcolando il flusso.

In tale particolare geometria l'acqua continua ad avere velocità nulla se si assicura che la differenza dei flussi tra le due facce della cella computazionale sia nulla.

Pertanto è necessario che sia:

$$F_1 - F_2 = Q_1 + \frac{gh_1}{2}(h_1 + z_1 - z_2) - Q_2 + \frac{gh_2}{2}(h_2 + z_2 - z_1) = 0 \quad (3.29)$$

Essendo l'acqua in quiete, la portata in entrambe le sezioni è nulla ed è valida la relazione:

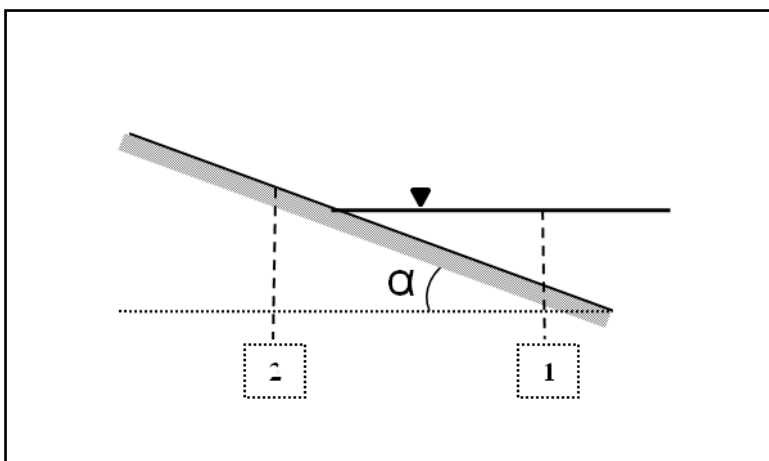
$$h_1 + z_1 = h_2 + z_2 \quad (3.30)$$

Semplici passaggi algebrici dimostrano l'uguaglianza dei flussi nelle due sezioni, infatti, si ha:

$$F_1 - F_2 = \frac{h_1 \cdot h_2}{2} - \frac{h_2 \cdot h_1}{2} = 0 \quad (3.31)$$

Tale proprietà deve essere assicurata anche in caso di celle computazionali parzialmente bagnate, caratterizzate da avere tirante idrico nullo in una o più sezioni di contorno della cella stessa (Castro et al., 2005; Valiani e Begnudelli, 2006).

Se ne riporta in figura una schematizzazione semplificata:



Il flusso F_2 è nullo, essendo il tirante pari a zero; il flusso F_1 nella sezione 1, così come scritto in precedenza è negativo essendo $(h_1+z_1-z_2) < 0$.

E' necessario introdurre un artificio numerico in modo da rendere verificata la *c-property* anche in questa particolare condizione.

È sufficiente imporre che il termine $(h_1+z_1-z_2)$ sia nullo nel caso assuma valore negativi per rendere la *c-property* sempre verificata.

3.3 Trattamento delle sponde dell'alveo in condizione di totale saturazione e non.

La capacità di riprodurre nella sua totalità il fenomeno di evoluzione morfologica di un alveo fluviale, è legato alla capacità del modello di poter riprodurre l'interazione tra l'acqua e il fondo, ma anche i successivi crolli per instabilità sponde laterali del corso d'acqua. E' facilmente intuibile, infatti, che in un alveo fluviale l'acqua scorrendo esercita una forte erosione al fondo e ai piedi delle sponde laterali, che per effetto delle pendenze raggiunte si smantellano per successivi crolli.

Le sponde laterali di un canale sono caratterizzate dal fatto che le particelle solide al di sopra del livello idrico potrebbero trovarsi in condizioni di parziale saturazione e non soggette all'azione erosiva della corrente idrica. Tali particelle tendono a muoversi non per l'azione di trascinamento della corrente ma per fenomeni di instabilità; per cui vengono a cambiare i principi fisici che ne regolano il moto.

Si discuterà di seguito dell'introduzione di alcuni fattori correttivi al fine di rendere il modello in grado di simulare la mobilitazione delle particelle costituenti il fondo e/o le sponde laterali dell'alveo anche in quelle particolari condizioni in cui le equazioni, così come scritte sinora, non fornirebbero i risultati attesi.

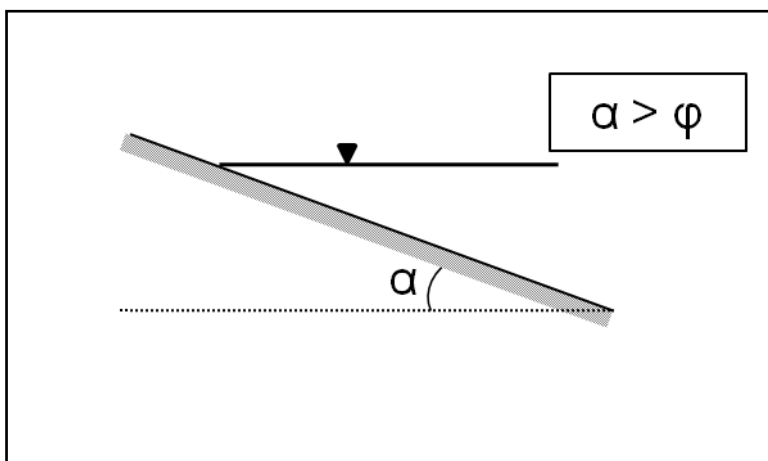
Come già evidenziato in precedenza, la quantità di materiale sollevata/depositata al fondo, indipendentemente dalla scelta della relazione di chiusura, viene solitamente espressa in funzione della differenza tra gli sforzi mobilitanti e gli sforzi resistenti.

Gli sforzi mobilitanti sono principalmente lo sforzo di trascinamento indotto dalla corrente idrica che defluisce al di sopra del letto e lo sforzo collisionale, già presente nel termine sorgente della equazione di continuità della fase solida, espresso, secondo la relazione proposta da Bagnold (1956) come prodotto della velocità al quadrato per un opportuno coefficiente.

Nel semplice caso di scarpata avente angolo di inclinazione α maggiore dell'angolo di riposo φ del materiale costituente le sponde e il letto dell'alveo, e acqua in quiete, gli sforzi mobilitanti sono nulli, essendo nulla la velocità dell'acqua e la velocità del materiale trasportato.

Lo sforzo resistente è costituito dallo sforzo critico di Shields, il quale è costante per una determinata granulometria dell'alveo.

Si riporta di seguito lo schema semplificato che si sta andando ad analizzare:



Fisicamente ci si attende che, anche in condizioni di acqua in quiete, per tale geometria il materiale costituente la scarpata si mobiliti in modo che la pendenza della scarpata si riduca sino a raggiungere la condizione di equilibrio, coincidente con l'attingere un valore della pendenza minore o uguale all'angolo di attrito del materiale.

Si è scelto di introdurre un coefficiente moltiplicativo dello sforzo critico di Shields, in analogia con quanto fatto da Smart (1984), pari a :

$$\left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \varphi}\right) \quad (3.32)$$

L'introduzione di tale coefficiente rende lo sforzo critico di Shields uno sforzo mobilitante se la pendenza del fondo α è maggiore dell'angolo di attrito a riposo del materiale φ .

È facilmente intuibile che quanto fatto consente di riprodurre il crollo di una scarpata, anche solo per le forze di massa che agiscono sulla scarpata stessa.

Al fine di testare la reale capacità del modello di riprodurre il crollo delle sponde di un alveo, assicurando la continuità della massa, è stata effettuata una simulazione in cui la condizione iniziale prevedeva una scarpata con pendenza maggiore dell'angolo di attrito del materiale, con acqua a livello costante e in condizioni idrostatiche.

È stata considerata una scatola ideale con pareti impermeabili avente per base un quadrato di lato pari a 2 m.

Si rappresenta in figura la generica sezione trasversale in direzione x:

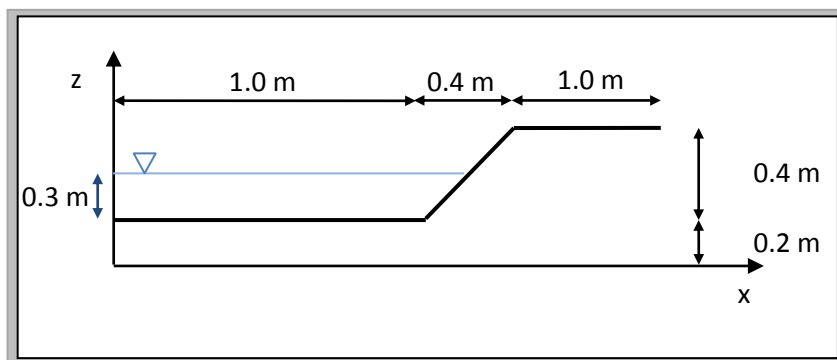


Fig.. Generica sezione della scarpata in direzione x.

Il livello idrico iniziale h_0 è costante nell'intero dominio e pari a 0.3 m.

Nelle seguenti figure è riportato il profilo della generica sezione all'istante iniziale e dopo un intervallo di tempo di 1.8 secondi.

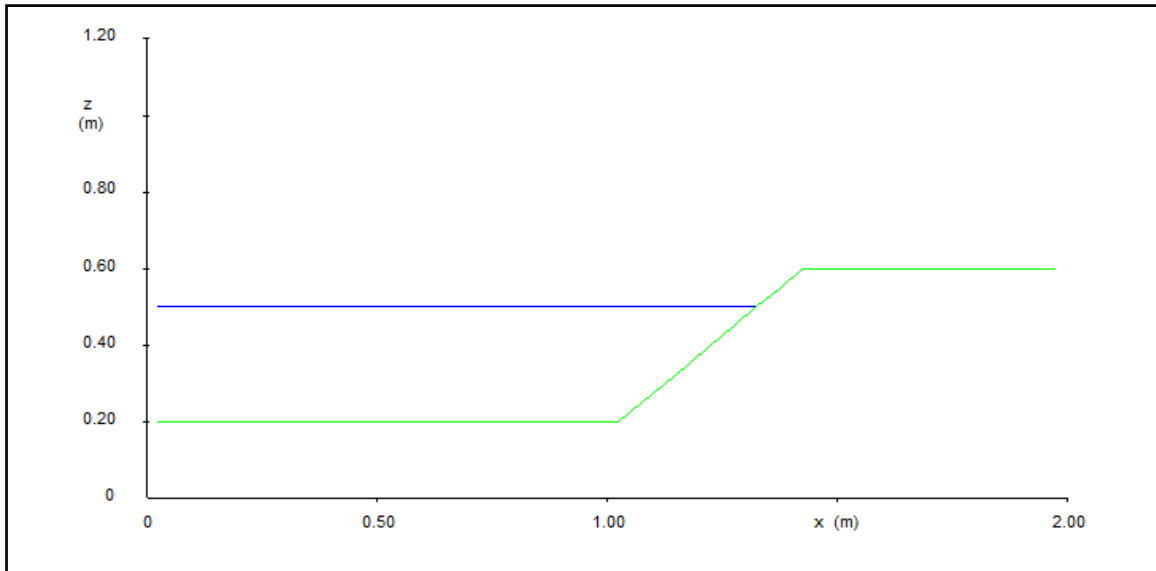


Fig.4. Profilo longitudinale all'istante $t = 0$ s.

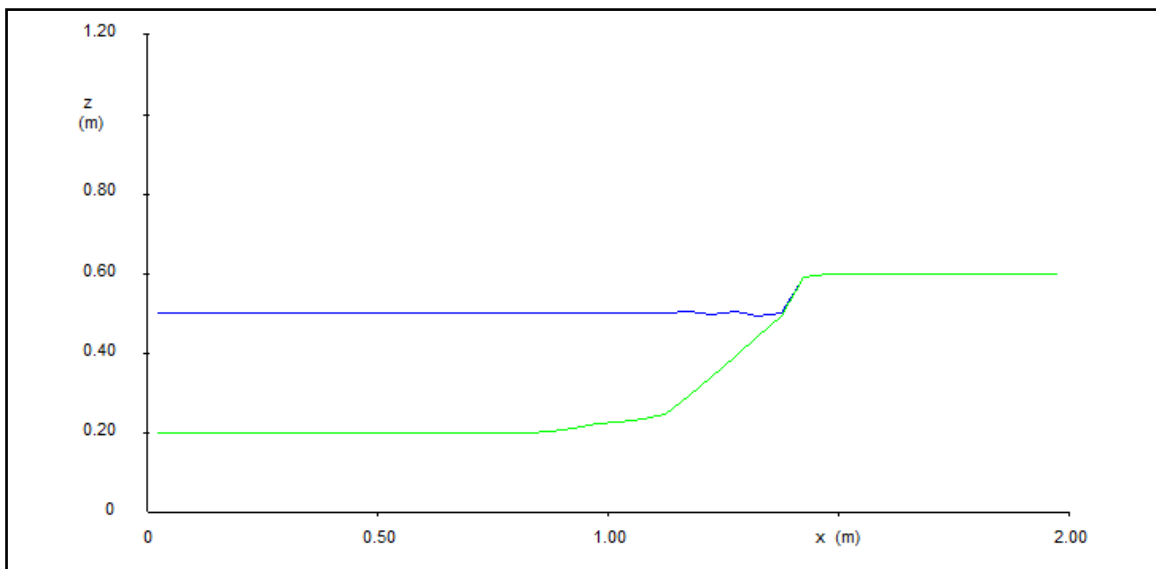


Fig.5. Profilo longitudinale all'istante $t = 1.8$ s.

Come evidente in figura, il materiale costituente le sponde tende a crollare sino a raggiungere una configurazione di equilibrio in cui la pendenza della scarpata è minore o uguale all'angolo di attrito del materiale a riposo.

La fase solida mobilitata trasferisce quantità di moto, mediante la Forza di Drag, alla fase liquida, generando l'onda visibile sul pelo libero in prossimità della sponda.

Tale fattore correttivo agisce sulle particelle che costituiscono il contorno dell'alveo avente quota Z in ciascuna cella computazionale.

Nasce, a questo punto, l'esigenza di puntualizzare su un aspetto fondamentale del modello. Così come definito sinora, esso si basa sulla netta distinzione tra il materiale solido immobile costituente il fondo, la cui eventuale mobilitazione è dettata dalla particolare legge di entrainment utilizzata a chiusura del modello, e il materiale defluente nella corrente idrica, a cui vanno riferite le equazioni di bilancio di massa e di quantità di moto.

È evidente che tale distinzione comporta la necessità di definire all'istante iniziale la geometria del contorno dell'alveo. È possibile considerare come condizione iniziale un eventuale spessore di materiale solido avente velocità nulla e giacente sul materiale costituente il fondo. Tale distinzione, la quale condiziona marcatamente l'evoluzione del fenomeno negli istanti successivi, è puramente arbitraria; tutt'ora non esiste un criterio di collocazione della superficie separatrice fisicamente valido e tale questione è tutt'ora scientificamente irrisolta.

La possibilità di simulare la dinamica dei sedimenti in assenza o parziale presenza di acqua ha reso necessaria l'introduzione di una ulteriore variabile W , definita in seguito "*water fraction*".

Tale variabile è stata posta pari al rapporto tra il volume di acqua realmente defluente e il volume occupabile dall'acqua nello strato di trasporto, eventualmente immobile:

$$I \quad W = \frac{H}{\delta_2(1-C)} \quad (3.34)$$

n

in cui C è la concentrazione media della fase solida nello strato di trasporto δ_2 .

È facilmente intuibile che per valori maggiori dell'unità si è in condizioni di totale saturazione, al contrario per valori minori dell'unità il volume di acqua è minore di quello a disposizione nello strato di trasporto pertanto si è in condizioni di parziale saturazione.

La *water fraction* è stata introdotta come fattore di peso della fase liquida in condizioni di parziale saturazione; essa ha un limite superiore pari all'unità, per cui nel caso di totale saturazione non interviene modificando le equazioni prima descritte.

Secondo tale criterio il termine Δ che compare nelle equazioni:

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad (3.35)$$

È stato trasformato nel termine seguente:

$$\Delta = \frac{\rho_s - W \cdot \rho}{\rho} \quad (3.36)$$

L'introduzione di tale variabile assicura la continuità della massa liquida anche in quelle condizioni in cui si ha parziale saturazione del mezzo solido poroso.

3.4 Riferimenti citati

- Bagnold, R.A. (1956) *The flow of cohesionless grains in fluids*. Philosophical transactions of the Royal Society of London, A, vol. 249, pp. 235-297.
- Castro, M.J., Ferreiro, A.,M., Garcia-Rodriguez, J.A., Gonzales-Vida, J.M., Macias, J., Pares, C., Vazquez-Cendon, M.E. (2005) *The Numerical Treatment of Wet/Dry Fronts in Shallow Flows: Application to One-Layer and Two-Layer Systems*. Mathematical and Computer Modelling, vol.42, pp. 419-439.
- Cooley, R.L., Moin, S.A. (1976) *Finite Element Solution of Saint-Venant Equations*. Journal of the Hydraulics Division, vol.102(6), pp. 759-775.
- Fletcher C.A.J. *Computational Techniques for Fluid Dynamics*. Springer, Berlin, voll.1-2, 1991.
- Garcia Navarro P., Alcrudo F. e Saviron J.M. (1992) *1-D open channel flow simulation using TVD-McCormack scheme*. Journ. of Hydr. Eng., ASCE, vol.118(3).
- Greco M., Iervolino M. and Leopardi A. (2008), Discussion on “Divergence Form for Bed Slope Source Term in Shallow Water Equations. *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 134(5), pp.676-678.
- Greimann, B.P., Muste, M., Holly, F.M., Jr. (1999) *Two-phase formulation of suspended sediment transport*. Journal of Hydraulic Research, vol.37(4), pp.479-500.
- Leopardi, A. (2001) *Modelli bidimensionali di corpi idrici naturali*. Tesi per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in Ingegneria Idraulica. Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale “G. Ippolito” dell’Università degli studi di Napoli “Federico II”.
- McCormack R.W. *The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering*. Amer. Inst. Aero. Astro., Paper 69-354, Cincinnati, Ohio, 1969.
- Mingham C.G., Causon D.M. *High-Resolution Finite Volume Method for Shallow Water Flows*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.124(6).
- Molls T., Molls F. (1998) *Space-Time Conservation Method Applied to Saint Venant Equations*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.124(5).
- Olsen N.R.B. (1997) *Class notes: Computational Fluid Dynamics in Hydraulic and Sedimentation Engineering*. Division of Hydraulic and Environmental Engineering – The Norwegian University of Science and Technology.

Rahman, M., Chaudhry, M.H. (1997) *Computation of flow in open-channel transitions*, Journal of Hydraulic Research, vol.35(2), pp.243–256.

Smart, G.M. (1984) *Sediment transport formula for steep channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.110(3), pp. 267-276.

Terzaghi, K., (1936) *The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear*, Proc. Int. Conf. Soil Mech., 1st, 54–56.

Valiani A., Begnudelli L. (2006) *Divergence Form for Bed Slope Source Term in Shallow Water Equations*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.132(7), pp. 652-665.

Zhou, J.G., Causon, D.M., Mingham, C.G., Ingram D.M. (2001) *The Surface Gradient Method for the Treatment of Source Terms in the Shallow-Water Equations* Journal of Computational Physics, vol.168, pp.1–25.

4. Relazioni di entrainment e chiusura del modello

Pur nella diversità delle ipotesi poste alla base, i recenti modelli matematici-numericì per la simulazione dell'evoluzione morfologica degli alvei, sono accomunati dalla necessità di specificare una relazione che descriva il processo di erosione/deposizione.

Il modello oggetto di tale lavoro di tesi, analogamente, necessita della definizione del termine e_b , il quale rappresenta lo scambio netto di materiale solido tra corrente e fondo mobile.

Sinora non esiste una formulazione che permetta di quantificare lo scambio di materiale tra fondo e corrente solida comunemente e universalmente accettata dalla comunità scientifica. Tuttavia, come evidenziato nel capitolo 2, numerose sono le relazioni di origine empirica esistenti in letteratura, basate su dati sperimentali spesso ottenuti in condizioni semplificate.

Un opportuno confronto delle relazioni ritenute significative con risultati sperimentali esistenti in letteratura è stato messo a punto, al fine di evidenziarne le differenze e i campi di applicabilità di ciascuna.

4.1 Dati sperimentali di letteratura

In letteratura pochi sono i dati sperimentali relativi a misure di entrainment, inoltre essi per la maggior parte non sono recenti bensì risalgono a più di 30 anni fa.

In virtù delle difficoltà connesse alla misura simultanea della quantità di materiale sollevata dal fondo per unità di area e di tempo e della condizione idrodinamica, i dati sperimentali esistenti sono stati generalmente ricavati in condizioni di moto estremamente semplificate, e talvolta la misura della quantità di materiale sollevata dal fondo deriva da misurazioni indirette.

Si discuteranno in seguito cinque differenti gruppi di dati sperimentali, tutti relativi a condizioni di moto uniforme, ma che si differenziano per le tecniche di misura adottate.

In condizioni stazionarie, il flusso di materiale solido che si deposita al fondo può essere espresso come prodotto della concentrazione ad una distanza molto piccola dal fondo e della velocità di caduta dei sedimenti w_s , solitamente valutata in acqua in quiete. Si consideri, infatti, una corrente defluente su alveo mobile, come schematizzato in figura 4.1:

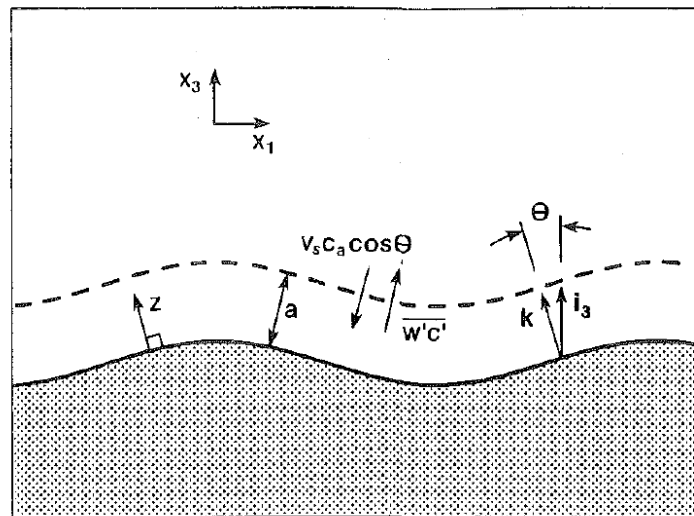


Figura 4.1. Schematizzazione di una corrente defluente su un alveo mobile

Si consideri l'asse z normale al fondo e l'asse x_3 verticale, il flusso di sedimenti in direzione verticale, valutato ad una distanza a prossima al fondo può essere espresso mediante la seguente:

$$F_{z,a} = [(v_z - w_s \cos \theta)c + \overline{v_z' c'}]_{z=a} \quad (4.1)$$

Dove si è indicato con v_z la componente della velocità media temporale su z , w_s la velocità di caduta delle particelle valutata in acqua in quiete, c la concentrazione volumetrica media di sedimenti e v_z' e c' i valori istantanei delle grandezze v_z e c .

Il termine $\overline{v_z'c'}$ rappresenta il flusso di sedimenti mediato alla Reynolds diretto normalmente al fondo; il quale può essere espresso in funzione del parametro adimensionale E_s rappresentativo del materiale sollevato per effetto della turbolenza mediante la seguente relazione:

$$w_s E_s = \overline{v_z'c'} \quad (4.2)$$

Se la distanza dal fondo a alla quale si è valutato il flusso di sedimenti è abbastanza piccola, la componente della velocità v_z può essere ritenuta trascurabile e la equazione (4.1) può essere riscritta nella seguente forma:

$$F_{z,a} = w_s (E_s - c_a \cos \theta) \quad (4.3)$$

Essendo c_a la concentrazione in prossimità del fondo e $w_s c_a \cos \theta$ la quantità di materiale depositato per unità di area del fondo e di tempo con velocità di caduta w_s .

Se si assume l'ipotesi di moto uniforme, il flusso di sedimenti $F_{z,a}$ deve essere pari a zero, e per pendenze del fondo piccole ($\cos \theta \approx 1$) si giunge alla seguente (Garcia & Parker, 1991):

$$E_s = c_a \quad (4.4)$$

Seguendo tale impostazione, la misura dell'entrainment è spesso ottenuta, per via indiretta, a partire dalla conoscenza della concentrazione di materiale solido ad una distanza prossima al fondo.

Vanoni (1946) misurò la concentrazione ad una distanza dal fondo pari al 5% dell'altezza idrica e con tre diverse classi di diametro comprese tra 100 e 160 μm .

Admiraal et al. (2000) misero a punto una campagna sperimentale in cui misurarono l'intero profilo di concentrazione lungo la sezione idrica mediante un "Acoustic Concentration Profiler (ACP)" in condizioni stazionarie e per un diametro di sedimenti pari a 120 e 580 μm .

E' il caso di rilevare che la metodologia di misura descritta è applicabile nelle sole condizioni di equilibrio dinamico del trasporto solido ed è inoltre affetta dalle

incertezze che insistono sul valore di velocità di caduta delle particelle, solitamente assunto pari a quello che si ha in acqua in quiete.

Fernandez Luque & van Beek (1976) misurarono il numero di particelle depositate per mezzo di una tecnica basata sulla elaborazione di immagini acquisite ad istanti successivi.

Tale operazione, ha permesso agli Autori la determinazione del numero medio di particelle depositate in un'area del fondo larga 5 cm. Fu investigato il comportamento di particelle con diametro medio 890, 1800 e 3300 μm in una canaletta a pendenza variabile tra 0-22°.

Elhakeem e Imraan (2007), ancora mediante una tecnica visiva, determinarono la quantità di materiale sollevato e depositato per 46 differenti prove in una canaletta lunga 10 m e larga 0.28 m.

La tecnica consisteva nella determinazione del profilo del fondo a diversi istanti temporali una volta raggiunte le condizioni di equilibrio. In particolare, i due diversi istanti di acquisizione del profilo del fondo erano tali da assicurare la migrazione delle forme di fondo di circa mezza volta la lunghezza della forma di fondo stessa.

Basandosi tali esperimenti sull'esistenza delle forme di fondo, essi sono stati effettuati per valori dello sforzo tangenziale al fondo compresi in un intervallo molto piccolo.

Una differente tecnica di misura fu messa a punto da Van Rijn nel 1984. Parte del fondo del canale fu reso mobile mediante la progettazione di un pistone che ne permetteva il sollevamento. Durante la prova la parte del fondo sollevabile veniva ricoperta di materiale asportabile, e, ogni qualvolta ne fosse stato allontanato, il pistone si alzava in modo da assicurare che il materiale presente in essa fosse allo stesso livello con la parte restante del fondo. La prova terminava quando tutto il materiale, di cui era noto il volume, veniva asportato.

Nota la quantità di materiale presente, l'area interessata e misurato il tempo necessario a sollevare tale quantità fu determinato il flusso di sedimenti messi in sospensione, per cinque differenti diametri medi del materiale solido e in condizioni di moto uniforme.

Tale tecnica assicurava la misura dell'entrainment assoluto per effetto dell'azione della corrente di sola acqua chiara, non essendo presente materiale solido sospeso all'interno di essa.

4.2 Confronto tra dati sperimentali e relazioni empiriche

Le relazioni descritte nel paragrafo 2.2 sono state confrontate con i dati sperimentali di cui al paragrafo 4.1.

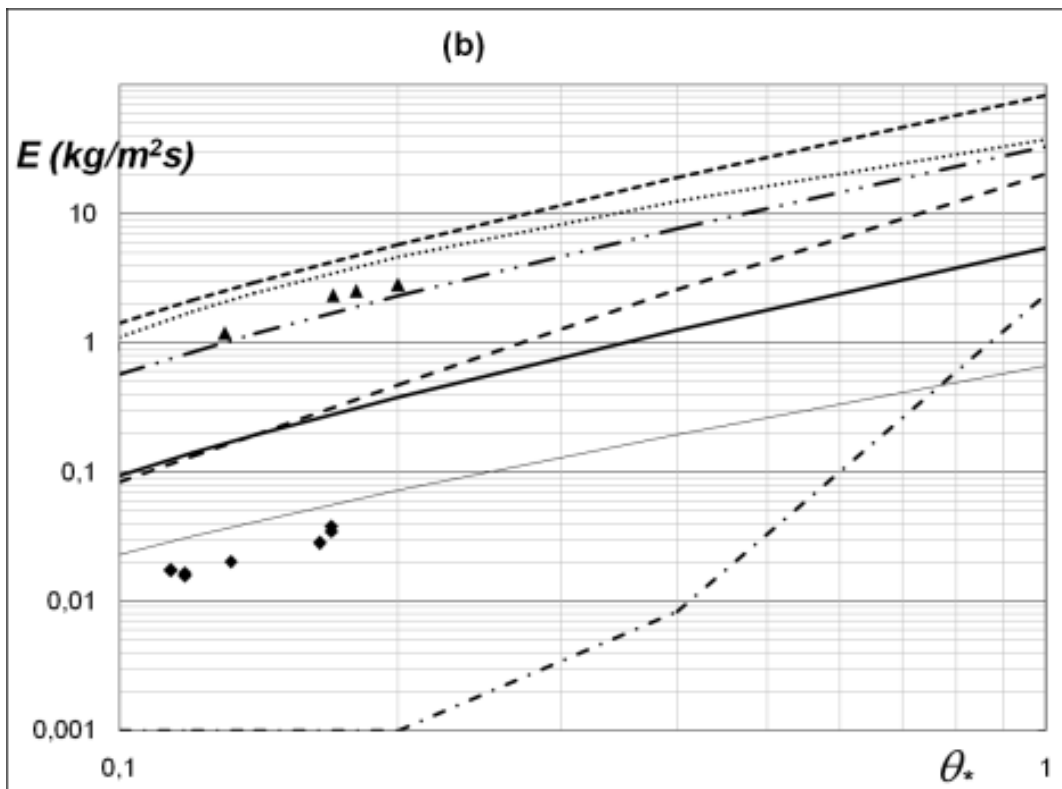
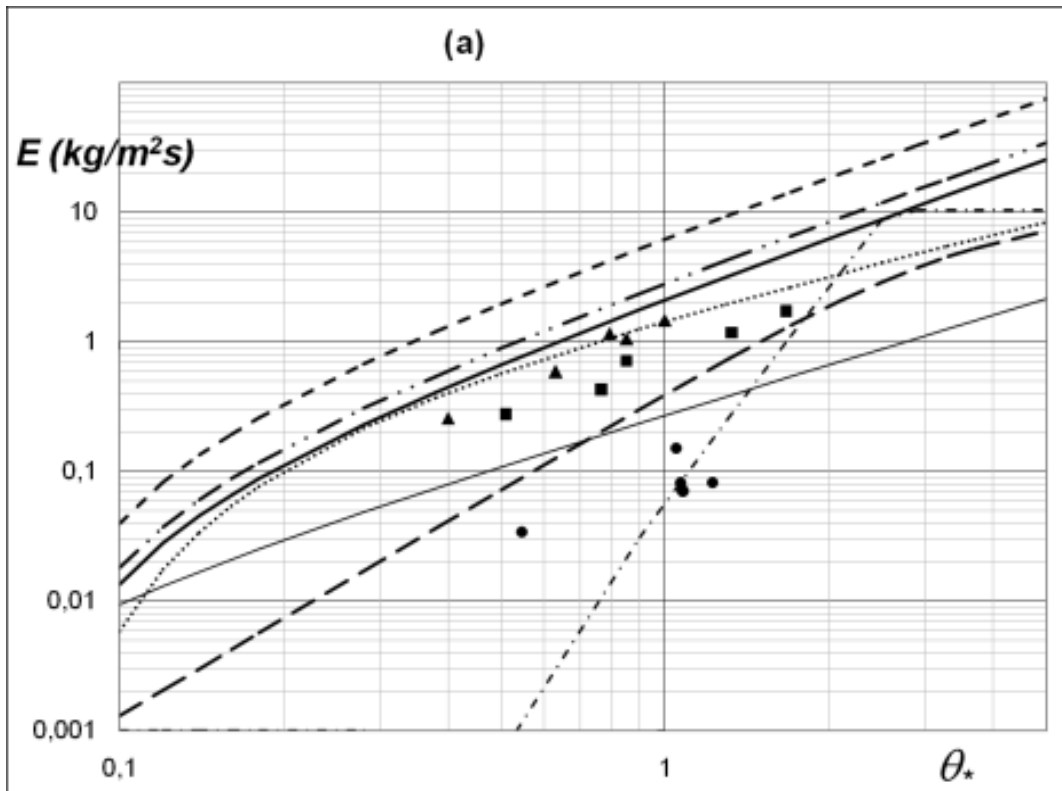
In particolare, sono riportati in Figura 4.1(a) i dati sperimentali di Van Rijn (1984 a) e di Vanoni (1946) relativi al diametro 130 μm e i dati di Admiraal (2000) corrispondenti ad un diametro medio di 130 μm . Analogamente, in Figura 4.1(b) sono stati rappresentati i dati di Van Rijn corrispondenti ad un diametro medio pari a 790 μm e di Elhakeem & Imran corrispondenti ad un diametro medio pari a 720 μm .

Infine, i dati di Van Rijn relativi ad un diametro delle particelle pari a 1500 μm sono stati riportati in Figura 4.1(c) unitamente ai dati di Fernandez Luque & van Beek per un diametro di 1800 μm .

Le relazioni descrittive il flusso di materiale solido sollevato dal fondo sono state riportate in Figura 1 facendo riferimento ad un diametro medio delle particelle pari a 130 μm in Figura 4.2(a), 790 μm in Figura 4.2(b) e 1800 μm in Figura 4.2(c); inoltre la velocità di caduta delle particelle è stata stimata con la formula proposta da She (2005):

$$w_s = 1.05 \cdot D_*^{1.5} \cdot \frac{V}{d} \cdot (1 - e^{-0.08D_*^2}) \quad (4.5)$$

Nella relazione di Van Rijn (1984b), i.e. equazione (2.33), la distanza dal fondo alla quale è stata valutata la concentrazione solida è stata posta pari alla scabrezza equivalente.



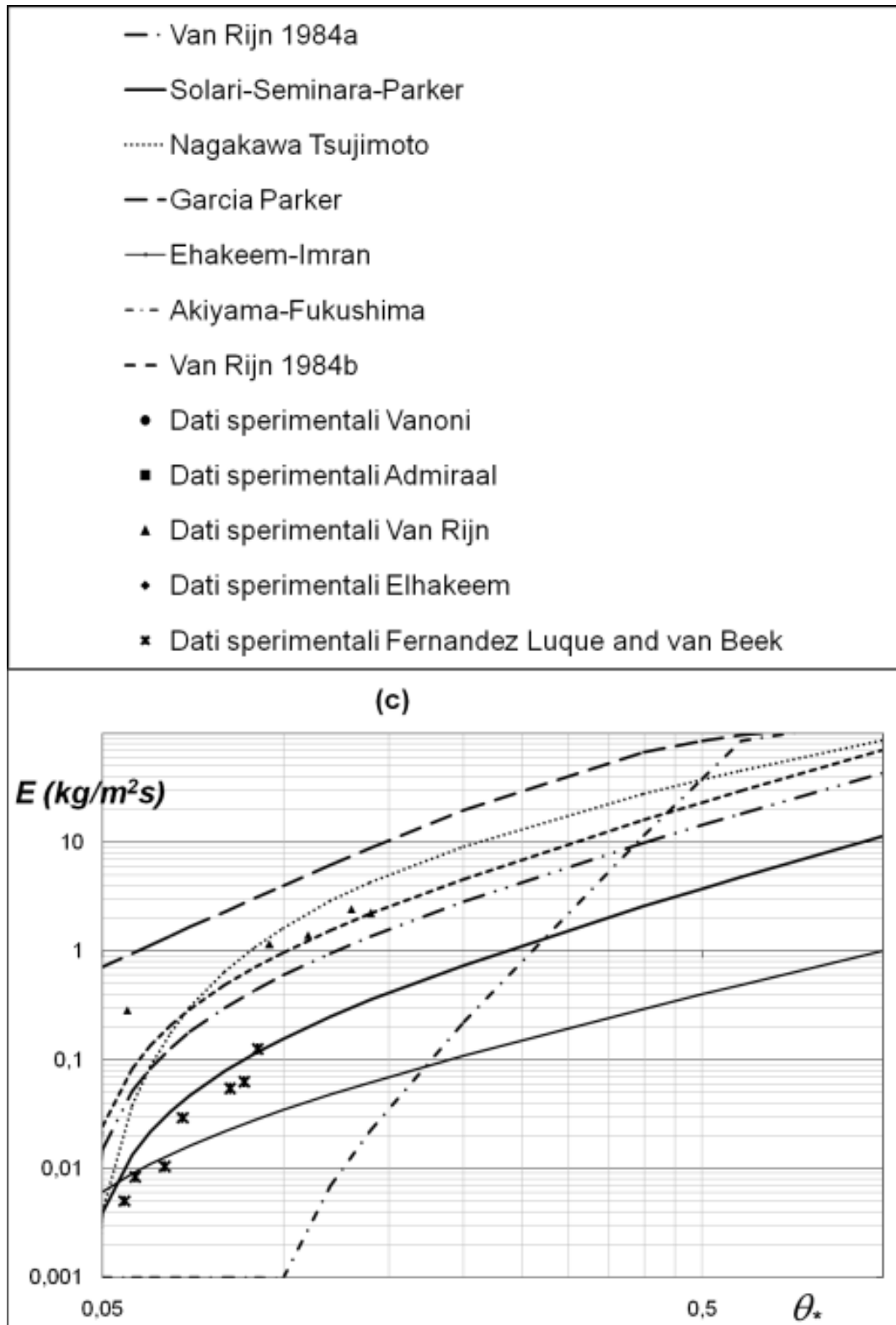


Figura 4.2. Confronto tra le formulazioni empiriche e i dati sperimentali per diametri medi delle particelle pari a (a) $d=360\mu\text{m}$, (b) $d=790\mu\text{m}$, (c) $d=1500\mu\text{m}$.

Come evidenziato dalla Figura 4.2, sia i dati sperimentali che le relazioni proposte forniscono valori dell'entrainment crescenti con lo sforzo tangenziale agente al fondo. Tuttavia i dati numerici, così come quelli sperimentali, presentano una forte dispersione, anche se confrontati tra loro.

In particolare, i dati di Van Rijn sono generalmente di uno o due ordine di grandezza maggiori rispetto ai valori osservati da Vanoni(1946), Elhakeem et al. (2007) e Fernandez Luque e Van Beek (1976).

Ciò potrebbe essere legato al fatto che i dati di Van Rijn fanno riferimento all'entrainment di materiale solido in acqua chiara, per cui non si ha alcuna fase di deposizione.

Le relazioni empiriche riportate presentano una dispersione ancora maggiore se confrontate tra loro. A seconda dei dati sperimentali su cui esse sono calibrate, si differenziano anche per diversi ordini di grandezza.

Le due formulazioni proposte da Van Rijn, eq. 2.24 e 2.33, così come quella di Nakagawa & Tsujimoto(1980), eq. 2.27, presentano un buon accordo con i dati sperimentali di Van Rijn. La relazione di Seminara et al. (2003), eq. 2.25, unitamente a quella di Elhakeem & Imran (2007), eq. 2.26, sottostima l'entrainment tanto più quanto il diametro delle particelle solide cresce.

Infine, le formulazioni di Garcia & Parker (1991), eq. 2.33, e Akiyama & Fukushima (1986), eq. 2.30-2.31-2.32, ben interpolano i dati sperimentali di Elhakeem per diametri piccoli, diversamente, per diametri maggiori si avvicinano ai dati sperimentali di Van Rijn.

Sebbene, tutte le relazioni proposte mostrino un andamento più che lineare dell'entrainment in funzione dello sforzo adimensionale θ^* , concordemente con quanto osservato sperimentalmente, risulta evidente la grande dispersione dei dati e la mancanza di una relazione la cui accuratezza sia accettabile in un ampio intervallo di diametri.

4.3 Formulazioni basate su un approccio teorico

Come già evidenziato, i primi modelli proposti per la simulazione di processi morfodinamici erano basati sull'accoppiamento delle equazioni del De Saint Venant per la dinamica della fase liquida con l'equazione di continuità della fase solida (eq. di Exner) e una relazione per il calcolo della portata solida in moto uniforme. Tale modello prescindeva dalla definizione di una relazione di entrainment per la quantificazione del materiale solido scambiato tra corrente e fondo mobile.

La messa a punto di strumenti più sofisticati per la modellazione di tali fenomeni ha evidenziato la necessità di disporre di relazioni empiriche o derivanti dalla stessa struttura del modello, che potessero quantificare l'entrainment e la deposizione.

L'ipotesi di adattamento immediato delle portate solide a quelle di moto uniforme è stata superata per prima da Armanini e Di Silvio (1988), i quali introdussero l'equazione di ritardo descrivente il transitorio necessario affinché la portata solida raggiungesse quella in condizioni di equilibrio, già discussa nel capitolo 2.

Negli ultimi anni sono stati introdotti modelli in grado di riprodurre la dinamica dei sedimenti (Di Cristo et. Al., 2002; Fraccarollo & Capart, 2002), secondo approcci bi-fase o bi-strato.

Sulla base di una struttura modellistica fondata su quest'ultimo approccio, Fraccarollo e Capart(2002) derivarono una espressione per la descrizione del moto dell'interfaccia solido/liquido, dedotta con l'ausilio delle relazioni di salto di Rankine-Hugoniot.

Diversamente dalla equazione di ritardo, quest'ultima è intrinsecamente legata alla struttura e alle ipotesi poste alla base del modello in cui essa viene inserita.

In dettaglio, la relazione assume carattere differente al variare della struttura modellistica scelta ed è funzione della distribuzione di sforzi che si considera agente all'interfaccia.

Il comportamento di tali relazioni è stato testato mediante un confronto con i dati sperimentali di Van Rijn (1984a); le espressioni nelle particolari condizioni di acqua chiara risultano essere:

$$E = \rho_s \frac{Q_{s, cap}}{L_* (1 - \lambda)} \quad (4.6)$$

per la legge di ritardo, dove $Q_{s, cap}$ rappresenta la capacità di trasporto della corrente, e L_* è la lunghezza caratteristica funzione delle caratteristiche dinamiche del moto e dalla misura media delle particelle;

$$E = \rho_s \frac{\tau_w}{\rho (1 + \Delta \phi_s) U} \quad (4.7)$$

con ϕ_s concentrazione volumetrica della fase solida nello strato di trasporto, in questo caso assunta costante, U velocità media di portata, τ_w sforzo agente al fondo per effetto dell'azione della corrente idrica, invece, nel modello di Fraccarollo e Capart.

È necessario, inoltre, evidenziare che l'equazione (4.7) può essere ricavata, nell'ambito del modello degli Autori citati, mediante l'applicazione di principi puramente matematici, ma richiede l'ipotesi di continuità degli sforzi normali tra le due facce della superficie di discontinuità.

Nella figura successiva sono state rappresentate le previsioni fornite dalle due formulazioni qui descritte, poste a confronto con i dati sperimentali di Van Rijn relativi alle cinque diverse classi di diametro:

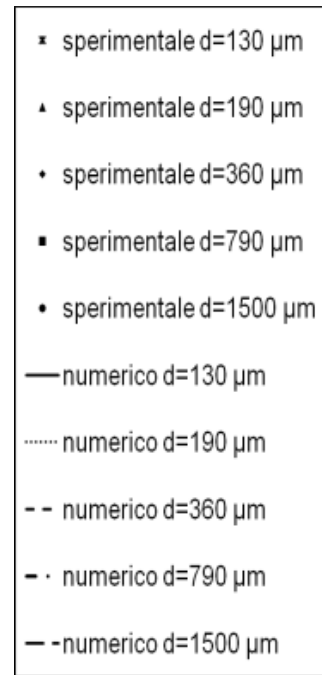
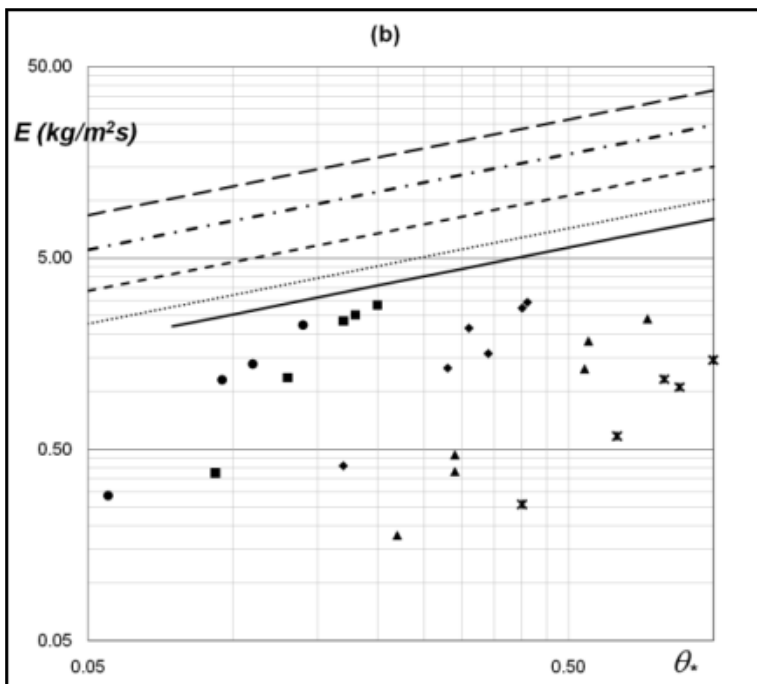
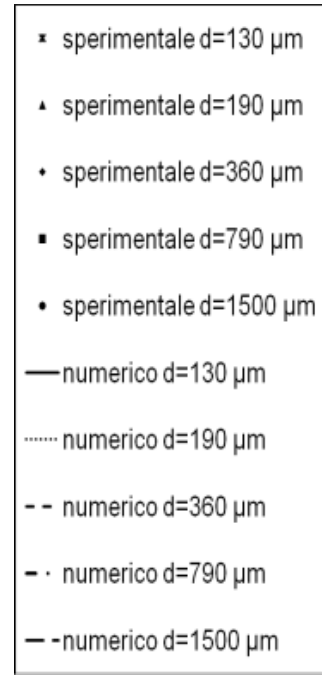
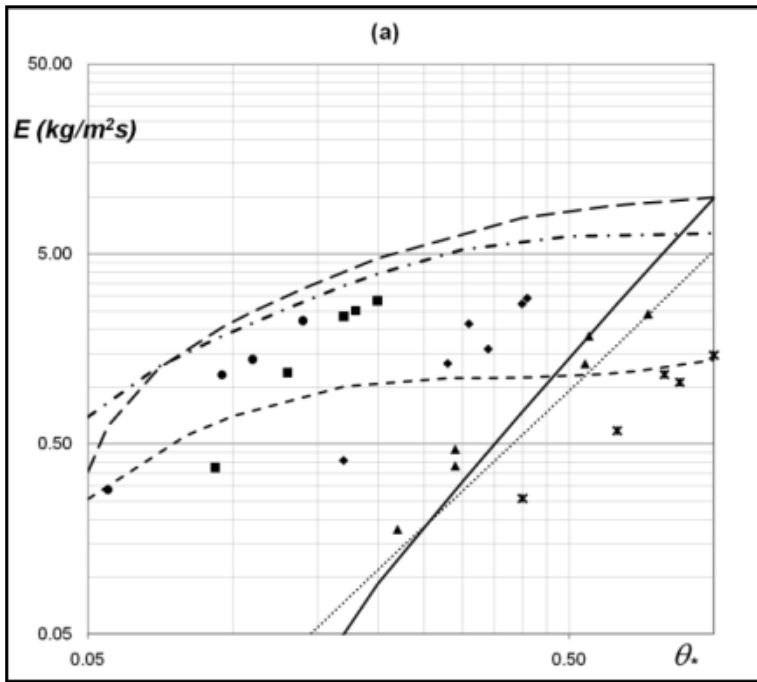


Figura 4.3. Confronto tra i dati sperimentali di Van Rijn e la relazione 4.6 (a) e la relazione proposta da Fraccarollo e Capart 4.7 (b)

La lunghezza caratteristica L^* è stata ricavata, per i diametri medi pari a 360, 790 e 1500 μm, mediante la relazione proposta da *Armanini e Di Silvio (1988)* avente la seguente espressione:

$$L^* = \frac{Uh}{w_s} \left[\frac{a}{h} + \left(1 - \frac{a}{h}\right) \cdot e^{-1.5\left(\frac{a}{h}\right)^{-1/6} \frac{w_s}{u_*}} \right] \quad (4.8)$$

Per i diametri minori 130 e 190 μm la lunghezza di adattamento è stata posta pari a mille volte il diametro delle particelle (Phillips and Sutherland, 1989).

La portata solida in condizioni di moto uniforme che compare nella (4.6) è stata valutata con riferimento alla formula proposta da Van Rijn (1984). È bene evidenziare che sia la capacità di trasporto della corrente che la lunghezza di adattamento sono funzione dello sforzo tangenziale adimensionale.

In Figura 4.3 risulta evidente che la equazione di ritardo presenta un buon accordo con i dati sperimentali, ancor più se si pensa che tale relazione non è stata calibrata rispetto a set di dati sperimentali. Diversamente, la (4.7) sovrastima sempre la quantità di materiale sollevata mostrando un andamento che non trova riscontro con i dati sperimentali.

Inoltre, elemento ben più importante è il fatto che tale relazione segue una legge di dipendenza lineare con lo sforzo tangenziale adimensionale, diversamente dai trends mostrati dai dati sperimentali e dalle molteplici relazioni empiriche proposte in letteratura. Infatti, elemento comune di tali relazioni è la dipendenza dallo sforzo tangenziale (o dall' eccesso di sforzo rispetto a quello critico) mediante legge di potenza con esponente maggiore di uno.

4.3.1 Applicazione delle Rankine-Hugoniot alla superficie di fondo nel modello proposto

Come già discusso, una legge di chiusura alternativa, avente base analitica, può essere ottenuta mediante l'applicazione delle condizioni di Rankine Hugoniot alla superficie

di separazione fondo/corrente, intesa come una superficie di shock attraverso la quale si ha una discontinuità dei flussi di massa e di quantità di moto.

I flussi di massa e di quantità di moto che attraversano l'interfaccia Γ risultano essere rispettivamente:

$$i = \rho(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} \quad (4.9)$$

$$j = \rho\mathbf{u}((\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n}) - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (4.10)$$

Dove si è indicato con ρ la densità, \mathbf{u} la velocità del materiale di cui si sta valutando il flusso, \mathbf{v} la velocità verticale di avanzamento dell'interfaccia Γ , $\boldsymbol{\sigma}$ il tensore degli sforzi, e \mathbf{n} la normale uscente all'interfaccia Γ .

E' possibile valutare tali flussi separatamente per il lato inferiore e superiore dell'interfaccia, specializzando opportunamente il tensore degli sforzi.

La relazione viene poi ricavata applicando le condizioni di Rankine-Hugoniot, condizioni che esprimono la conservazione della massa e della quantità di moto in direzione parallela e normale alla superficie Γ . Nel modello preso in esame tali relazioni sono state scritte per ciascuna fase.

L' approccio descritto fornisce la velocità verticale di movimento di tale interfaccia, facilmente riconducibile, nota la porosità del letto, alla massa per unità di tempo e di area di materiale sollevato, in funzione degli sforzi esercitati sui due lati del fondo stesso.

La deduzione di tale relazione è vincolata alla definizione del tensore degli sforzi agenti su entrambe le facce della superficie di separazione fondo/corrente; è evidente, quindi, che essa discende dal modello stesso che si considera.

In analogia con i termini sorgenti delle equazioni di continuità della quantità di moto ampiamente descritte nel capitolo 3, per il modello oggetto di studio la distribuzione

degli sforzi al fondo è nota; gli sforzi agenti sulla faccia superiore dell'interfaccia di separazione fondo/corrente risultano essere:

Sforzo tangenziale agente ad opera della fase acqua e comunemente valutato con una formula di resistenza

$$\tau_w = \rho U_w^2 / Ch^2 \quad (4.11)$$

Sforzo collisionale agente ad opera della fase solida valutato con la relazione proposta da Bagnold

$$\tau_s = \rho_s \alpha U_s^2 \quad (4.12)$$

Sforzo resistente Mhor Coulomb agente al fondo per la presenza di materiale solido avente volume per unità di area di base pari a δ

$$\tau_b = (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot \delta \cdot \tan \varphi' \quad (4.13)$$

Si è scelto di poter considerare l'angolo di attrito del materiale in movimento φ' diverso dall'angolo di attrito a riposo del materiale φ , in particolare l'angolo di attrito dinamico è espresso come funzione dell'angolo di attrito statico mediante un coefficiente moltiplicativo minore dell'unità. Tuttavia, ciò non esclude la possibilità di porre tale coefficiente pari all'unità.

Sulla faccia inferiore della superficie di separazione fondo mobile/corrente, si considerano agenti:

Lo sforzo resistente Mohr Coulomb agente per la presenza di materiale solido avente volume per unità di area di base pari a δ

$$\tau_b = (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot \delta \cdot \tan \varphi \quad (4.14)$$

Lo sforzo critico valutato alla Shields (1936), moltiplicato per un coefficiente correttivo, in analogia con quanto fatto da Smart (1984) di cui si è già discusso nel capitolo 3

$$\tau_b = (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot \mathcal{G}^* \cdot \left(1 - \frac{tg \mathcal{G}}{tg \varphi}\right) \quad (4.15)$$

L'applicazione delle relazioni di cui sopra, definito il tensore degli sforzi tangenziali, presenta un ulteriore grado di libertà; nel caso in esame si è assunta l'ipotesi di continuità degli sforzi normali per ciascuna delle fasi attraverso la superficie di separazione fondo mobile/corrente.

La relazione così ottenuta risulta essere:

$$\frac{dZ}{dt} = - \frac{\frac{U_w^2}{ghCh^2} + (\Delta + 1)\alpha U_s^2 - g\Delta \left[\delta(\tan \varphi - \tan \varphi') + \mathcal{G}_{*,cr} \left(1 - \frac{\tan \mathcal{G}}{\tan \varphi}\right) \right]}{\eta U_w \lambda + (\Delta + 1) U_s (1 - \lambda)} \quad (4.16)$$

In cui U_w è la velocità della fase liquida, U_s la velocità della fase solida, ρ e ρ_s rispettivamente la densità del liquido e la densità del materiale solido, e d il diametro caratteristico delle particelle.

Tale relazione ha un elemento che la distingue da quelle empiriche esistenti in letteratura e dalla stessa equazione di lag; diversamente da queste, l'entrainment è funzione lineare dello sforzo agente al fondo $\theta_{*,c}$.

Ciò è in contrasto con quanto mostrato dai dati sperimentali esistenti in letteratura, raccolti nel paragrafo 4.1, i quali, seppur discostandosi di ordini di grandezza, mostrano tutti un trend comune crescente con lo sforzo critico $\theta_{*,c}$ con una legge di potenza di esponente pari a circa 1.5.

4.3.2 Formulazioni di entrainment basata sul parametro di mobilità di Van Rijn

In entrambe le relazioni di entrainment proposte da Van Rijn (1984a, 1984b), la quantità di materiale sollevata è espressa mediante una funzione esponenziale del parametro di mobilità T , introdotto dallo stesso Autore.

Van Rijn ne dà la seguente espressione:

$$T = \frac{\mathcal{G}_* - \mathcal{G}_{*,c}}{\mathcal{G}_{*,c}} \quad (4.17)$$

Tale parametro è un indice del grado di trasporto, e può essere inteso come eccesso di sforzo mobilitante rispetto a quello resistente, adimensionalizzato rispetto allo sforzo resistente stesso. Laddove lo sforzo mobilitante è rappresentato dallo sforzo esercitato dalla corrente e valutato con una classica formula di resistenza e lo sforzo resistente è rappresentato dallo sforzo critico di Shields (1936).

In tale ottica, il parametro di mobilità T può essere specializzato a seconda del modello che si considera. Per il modello oggetto di ricerca, tale parametro dovrebbe portare in

conto gli sforzi mobilitanti e gli sforzi resistenti già discussi nel paragrafo precedente, ottenendone la seguente espressione:

$$T = \frac{\rho \frac{U_w^2}{Ch^2} + \rho_s \alpha U_s^2 - (\rho_s - \rho)g \left[\delta(\tan \varphi - \tan \varphi') + d \cdot \mathcal{G}_{*,cr} \left(1 - \frac{\tan \mathcal{G}}{\tan \varphi} \right) \right]}{(\rho_s - \rho)g \left[\delta(\tan \varphi - \tan \varphi') + d \cdot \mathcal{G}_{*,cr} \left(1 - \frac{\tan \mathcal{G}}{\tan \varphi} \right) \right]} \quad (4.18)$$

In analogia con le numerose formulazioni di natura empirica, è stata proposta una nuova relazione descrivente il termine e_b , rappresentativo della quantità netta di materiale solido sollevata.

In dettaglio, il termine di erosione è funzione del parametro di mobilità T specializzato per il modello considerato, elevato ad un esponente pari a $3/2$, così come proposto da Van Rijn (1984a), e moltiplicato per una opportuna scala di velocità. Einstein(1950) suggerisce di considerare la scala di velocità pari a $(gd\Delta)^{0.5}$ con g accelerazione di gravità e d diametro medio dei grani; talvolta si utilizza la velocità di caduta delle particelle w_s (Garcia e Parker, 1991); le due scale di velocità sono comunque in molti casi dello stesso ordine di grandezza.

In tale sede, si è scelto di utilizzare la velocità di caduta in quiete delle particelle w_s ; è evidente che tale assunzione costituisce una estremizzazione semplificata del problema, tuttavia è in accordo con quanto fatto nella gran parte dei lavori esistenti in letteratura.

In definitiva la relazione proposta assume la seguente espressione:

$$e_b = -\frac{dZ}{dt} = -\frac{w_s}{C} (T^{\frac{3}{2}} - C) \quad (4.19)$$

Per assicurare che il parametro di mobilità T intervenga nella sola fase di erosione, esso è posto pari a zero se negativo.

In alternativa, una diversa relazione è stata testata, in cui il parametro di mobilità T regge sia il fenomeno di erosione che di deposizione, a seconda che assuma valori negativi o positivi. La formulazione risulta essere:

$$e_b = w_s \cdot T \quad (4.20)$$

In entrambe le formulazioni la velocità di caduta delle particelle w_s è stata stimata con la formula di She (2005), nella quale essa è espressa in funzione del parametro D_* di grano introdotto da Vain Rijn (1984a):

$$w_s = 1.05 \cdot D_*^{1.5} \cdot \frac{V}{d} \cdot (1 - e^{-0.08D_*^{1.2}}) \quad (4.21)$$

I risultati ottenuti con tali formulazioni verranno ampiamente discussi nel capitolo successivo.

4.4 Rielaborazione della relazione proposta da Fernandez Luque and Van Beek

Una diversa formulazione del termine di erosione/deposizione è stata ottenuta a seguito di una rielaborazione della relazione empirica proposta da Fernandez Luque and Van Beek (1976), opportunamente modificata da Seminara et al. (2002).

Gli Autori, in seguito ad una importante campagna sperimentale, i cui risultati sperimentali sono stati descritti nei paragrafi precedenti, hanno messo a punto una serie di espressioni quantitative per la determinazione delle grandezze fondamentali del trasporto solido, rielaborate e discusse successivamente da Seminare et al. (2002).

In dettaglio, questi ultimi Autori hanno fornito una relazione per la portata solida volumetrica per unità di larghezza q , la quantità di materiale sollevata E_b e depositata D_b , la velocità media del materiale solido U_s e la concentrazione areale media ξ in presenza del solo trasporto di fondo.

Dopo aver dimostrato che fosse lecita la seguente approssimazione:

$$(\sqrt{\theta} - 0.7\sqrt{\theta_*}) \cong 0.75(\theta - \theta_*)^{\frac{1}{2}} \quad (4.22)$$

essi hanno fornito le seguenti espressioni per le grandezze sopra elencate:

$$q = d\sqrt{gd\Delta} \cdot 5.7(\theta - \theta_*)^{\frac{3}{2}} \quad (4.23)$$

$$U_s = \sqrt{gd\Delta} \cdot 8.625(\theta - \theta_*)^{\frac{1}{2}} \quad (4.24)$$

$$\xi = 0.66 \cdot d(\theta - \theta_*) \quad (4.25)$$

$$E = \sqrt{gd\Delta} \cdot 0.0199(\theta - \theta_*)^{\frac{3}{2}} \quad (4.26)$$

$$D = \sqrt{gd\Delta} \cdot 0.03(\theta - \theta_*)^{\frac{1}{2}} \frac{\xi}{d} \quad (4.27)$$

Dove è stato indicato con d il diametro medio delle particelle, g l'accelerazione di gravità, $\Delta = \frac{\rho - \rho_s}{\rho_s}$ dove ρ è la densità dell'acqua e ρ_s la densità della fase solida.

Tale trattazione recupera la struttura della formula di Meyer Peter & Muller per l'espressione della portata solida in moto uniforme, ricavata come prodotto della velocità della fase solida U_s e della concentrazione areale ξ dei sedimenti. La sola differenza consiste nel valore del coefficiente moltiplicativo; tale coefficiente è infatti

pari a 5.7 secondo la trattazione proposta dagli Autori, diversamente dalla formula di Meyer-Peter & Muller in cui esso risulta pari a 8.0.

Qualora si voglia recuperare l'intera formula proposta da Meyer Peter & Muller (1948), l'espressione della velocità media delle particelle U_s va modificata secondo la relazione seguente:

$$U_s = \sqrt{gd\Delta} \cdot \frac{8.625 \cdot 8.0}{5.7} (\theta - \theta_*)^{\frac{1}{2}} \quad (4.28)$$

La concentrazione areale ξ dei sedimenti è definita come prodotto della concentrazione volumetrica C e dello spessore dello strato di trasporto h_s , per cui essa è per definizione pari al volume per unità di area di base occupato dai sedimenti. Se si fa riferimento al modello matematico-numerico proposto essa, per come definita, coincide con il termine indicato con il simbolo δ .

Semplici passaggi algebrici ci hanno permesso di ottenere una espressione per il termine e_b , in cui l'aliquota di materiale depositato è funzione della quantità di materiale trasportato dalla corrente.

Dalla equazione (4.25) è possibile ricavare la differenza $(\theta - \theta_*)$ in funzione della concentrazione areale ξ e del diametro delle particelle, che sostituita nella equazione 4.27, descrivente il tasso di deposizione, fornisce la seguente:

$$D = \sqrt{gd\Delta} \cdot 0.037 \left(\frac{\xi}{d} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.29)$$

La relazione di chiusura del modello rappresentante lo scambio netto di materiale solido tra fondo e corrente è stata espressa come differenza dei termini di erosione e di deposizione:

$$e_b = \frac{1}{(1-\lambda)} \sqrt{gd\Delta} \left[0.0199(\theta - \theta_c)^{1.5} - 0.037 \left(\frac{\delta}{d} \right)^{1.5} \right] \quad (4.30)$$

Essendo e_b la velocità di movimento della superficie di separazione fondo/corrente, è necessario dividere il volume netto per unità di area di base ($E-D$) di materiale solido mobilitato per il complemento a 1 della porosità λ al fondo.

Ritenute valide le relazioni sopra scritte, un ulteriore passo in avanti è stato fatto con la ricerca di espressioni che legassero i coefficienti del modello, di cui la misura o determinazione non è di facile conduzione, pur avendo essi un chiaro significato fisico.

L'ipotesi posta alla base di tale trattazione è che lo sforzo tangenziale idrico decresca, nello strato di trasporto, fino a raggiungere il valore critico, in analogia con quanto supposto da Bagnold (1936), addizionato dello sforzo Mohr Coulomb.

In definitiva, al di sopra dello strato di trasporto lo sforzo tangenziale idrico è quello di Reynolds. Nello strato di trasporto, la forza resistente continua a crescere linearmente, tuttavia lo sforzo idrico decresce linearmente fino al valore somma dello sforzo critico e dello sforzo Mohr-Coulomb.

La resistenza al moto della fase liquida è data, però, dalla somma di tale sforzo con quello di Drag. Tali considerazioni portano alla definizione di una espressione per il coefficiente di Drag c_d di seguito riportata:

$$c_d = - \frac{-1 + 0.66 \tan \varphi}{0.66 \cdot g_c \cdot \eta^2 \cdot Ch_l} \quad (4.31)$$

Dove Ch_l è il coefficiente di Chezy che competerebbe alla corrente nel particolare caso di assenza di trasporto.

E' stata ricavata anche una relazione esprimente il coefficiente di Bagnold assumendo che la equazione del moto della fase solida in condizioni di moto uniforme risolve nella seguente:

$$Forza_{Drag} - Forza_{Bagnold} - Forza_{Mohr} = 0 \quad (4.32)$$

La precedente, ritenendo valide tutte le espressioni sinora elencate, ha fornita una espressione del coefficiente di Bagnold α :

$$\alpha = -\frac{-1 + 2 \cdot 0.66 \tan \varphi}{k_2^2 (\Delta + 1)} \quad (4.33)$$

Dove si è indicato con k_2 il coefficiente moltiplicativo che compare nella espressione della velocità media delle particelle solide pari a 8.625 nella trattazione proposta dagli Autori.

La trattazione appena esposta ci permette di ridurre il numero dei coefficienti il cui valore numerico non è di facile definizione. Infatti, sebbene molti di essi, quali ad esempio il coefficiente di Drag e il coefficiente di Bagnold, hanno un chiaro significato fisico, la loro determinazione non è banale. Solitamente si procede mediante una calibrazione di tali parametri, in modo da assicurare che essi varino nel range comunemente accettato in letteratura.

4.5 Riferimenti citati

- Admiraal, D., García, M.H., Rodriguez, J.F. (2000) *Entrainment Response of Bed Sediment to Time-Varying Flows*. Water Resources Research, 36(1), pp.335-348 .
- Armanini, A., Di Silvio, G. (1988) *A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 26(3), pp.275-292.
- Akiyama, J., Fukushima, Y. (1986) *Entrainment of non-cohesive sediment into suspension*. 3rd Int. Symp. on River sedimentation, Univ. of Mississippi, pp. 804-813.
- Bagnold, R.A. (1936) *The movement of desert sand*. Proceedings of the Royal Society of London, A, vol.157, pp.593-620.
- Di Cristo, C., Leopardi, A., Greco, M. (2002) *A bed load transport model for non-uniform flows*. Atti del Convegno Internazionale "River Flow 2002", Louvain-la-Neuve (Belgio), 3-6 Settembre 2002, Balkema.
- Einstein, H.A. (1950) *The bed-load function for sediment transportation in open channel flows*. Technical Bulletin no. 1026, Department of Agriculture, Washington.
- Elhakeem, M., Imran, J. (2007) *Density functions for the entrainment and deposition of uniform sediment*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.113(8), pp.917-926.
- Fernandez Luque, R., van Beek, R. (1976) *Erosion and transport of bedload sediment*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.14(2), pp.127-144.
- Fraccarollo, L., Capart, H. (2002) *Riemann wave description of erosional dambreak flows*. Journal of Fluid Mechanics, vol.461, pp. 183-228.
- Garcia, M.H., Parker, G. (1991) *Entrainment of Bed Sediment into Suspension*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.117(4), pp.414-435.
- Meyer-Peter, E., Müller, R. (1948) *Formulas for Bed-Load-Transport*. Atti del II Congresso IAHR, Stockolm, 1948.
- Nakagawa, H., Tsujimoto, T. (1980) *Sand Bed Instability due to Bed Load Motion*, Journal of the Hydraulics Division, vol.106(12), pp.2029-2051.

Phillips, B.C., Sutherland, A.J. (1989) *Spatial lag effects in bed load sediment transport*, Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.27(1), pp.115-133.

Seminara S., Solari L., Parker G. (2002) *Bedload at low Shields stress on arbitrarily sloping beds: Failure of the Bagnold hypothesis*. Water Resources Research, 2002, vol.38(11).

She, K., Trim, L., Pope, D. (2005) *Fall velocities of natural sediment particles: a simple mathematical presentation of the fall velocity law*. Journal of Hydraulic Research, vol.43(2), pp.189-195.

Shields, A. (1936) *Anwendung der Ahnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Gescheibebewegung*, *Mitteil. Der Preuss. Versuchsanst. Fur Wasserbau und Schiffbau*, Heft 26, Berlin, Germany.

Smart, G.M. (1984) *Sediment transport formula for steep channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.110(3), pp.267-276.

Vanoni, V.A. (1977) *Sedimentation Engineering*, ASCE, New York (1975)

van Rijn, L.C. (1984a) *Sediment transport, part I: bed-load transport*, Journal of Hydraulic Engineering, IAHR, vol.110(10), pp.1431-1456.

van Rijn, L.C. (1984b) *Sediment transport, part II: suspended transport*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.110(11), pp.1613-1641.

5. Applicazioni

Il modello descritto nei capitoli precedenti è stato utilizzato per la riproduzione di esperimenti di laboratorio, reperiti dalla letteratura, relativi a casi caratterizzati da apprezzabile non stazionarietà del moto e notevole rilevanza della co-evoluzione del fondo e dell' idrodinamica. I test-case più comuni in letteratura riguardano eventi quali il collasso istantaneo di uno sbarramento con conseguente generazione di un' onda che si propaga su un fondo mobile, comunemente denominato in dizione anglosassone "dam-break", e la erosione di un rilevato in materiale granulare per sormonto.

In entrambi i casi si è in condizioni di moto non uniforme e l'interazione materiale solido-acqua assume un ruolo predominante nell'evoluzione temporale della morfologia dell'alveo.

5.1 Simulazione di dam-break su fondo mobile

Tra i fenomeni, in campo idraulico, più analizzati in letteratura scientifica, vi sono quelli di dam-break; le analisi di dam-break si effettuano in fase di progettazione di una diga e sono volte allo studio degli effetti che si hanno a seguito della rottura della stessa e della propagazione a valle della conseguente onda di piena che viene a generarsi, al fine di salvaguardare l'incolumità di persone e cose in caso di tale evento catastrofico.

Da qui la necessità, nel campo tecnico e della ricerca, di studiare in maniera opportuna tali fenomeni e di mettere a punto strumenti in grado di simularne il comportamento.

L'onda di piena generata a seguito della rottura dello sbarramento che si propaga su un fondo mobile, così come avviene generalmente in realtà, dà luogo ad importanti fenomeni erosivi con conseguente trasporto di ingenti quantità di materiale solido ad opera della corrente. Appare evidente che una corretta simulazione di fenomeni di

questo tipo richiede l'utilizzo di modelli in grado di tener conto del trasporto solido in condizioni di non equilibrio e caratterizzati dall'adozione di una tecnica di tipo accoppiato per la risoluzione delle equazioni alla base del modello.

Per la complessità con cui tale fenomeno si esplica esso costituisce un importante test di validazione di un modello morfodinamico.

Al fine di validare le capacità predittive del modello proposto si è provveduto ad effettuare delle simulazioni tese alla riproduzione di esperimenti di dam-break su fondo mobile realizzati presso il laboratorio dell'Università Catholique de Louvain realizzati da Spinewine e Zech (2007).

Le prove sperimentali sono state realizzate in un canale lungo 6m, largo 0.25m e alto 0.7m. La rottura della diga è stata simulata attraverso il rapido movimento verso il basso di una paratoia posta al centro del canale, ossia ad una distanza di 3.0m dall'inizio dello stesso. Uno strato di fondo di 0.125m di materiale incoerente è posto sull'intera lunghezza del canale e uno strato d'acqua di 0.35m è inizialmente presente a monte della paratoia. Si riporta in figura 5.1 una rappresentazione dello schema sperimentale considerato:

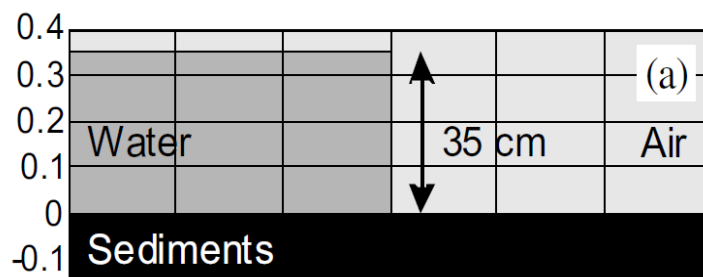


Figura 5.1 Schema semplificato del set-up sperimentale

Due serie di test sono state condotte, con due diversi materiali costituenti lo strato di fondo: sabbia e PVC.

In questo paragrafo vedremo il confronto con i dati sperimentali relativi alla sola sabbia. Le particelle solide di sabbia sono caratterizzate da un diametro medio d di 1.82mm, una densità ρ_s di 2680 Kg/m, una porosità p del 53% e angolo di attrito ϕ pari a 30°.

Tale schema è stato riprodotto con le formulazioni riportate nel capitolo precedente descrivente lo scambio di materiale al fondo, al fine di effettuare una valutazione delle stesse.

I parametri del modello per cui non si disponeva a priori di stime attendibili è stato determinato ricercando un insieme di valori che consentisse una buona riproduzione dei risultati. Durante questa operazione di calibrazione qualitativa si è impiegata, per la valutazione dell' erosione/deposizione, la relazione (4.16), corrispondente all' assunzione di una condizione di shock al fondo che soddisfacesse le condizioni di Rankine-Hugoniot. Tale set di parametri è stato poi mantenuto costante anche per le simulazioni realizzate con le restanti relazioni di chiusura.

Il set di parametri scelto risulta essere:

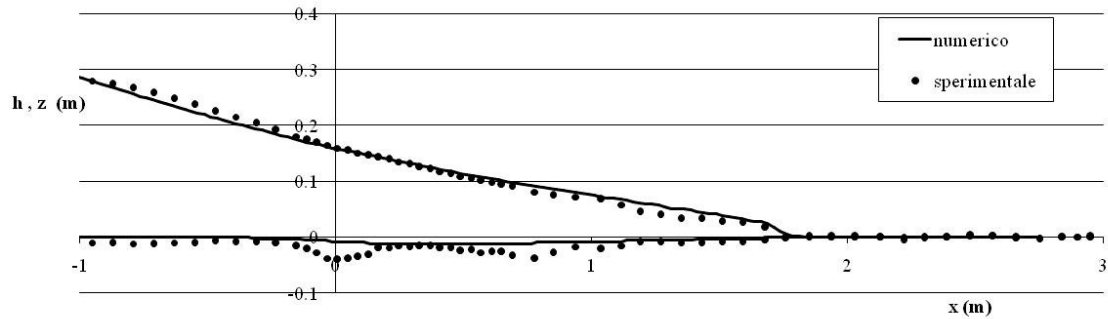
α	C_D	Ch	θ_c	η
0.0025	0.06	18	0.047	1.0

Tabella 5.1

Si riporta di seguito il confronto tra risultati sperimentali e numerici per due istanti temporali; i risultati relativi ad altri istanti temporali in cui vi è disponibilità del dato sperimentale sono raccolti in appendice *A*.

Relazione di chiusura (4.16)

t=0.75 s



t=1.25 s

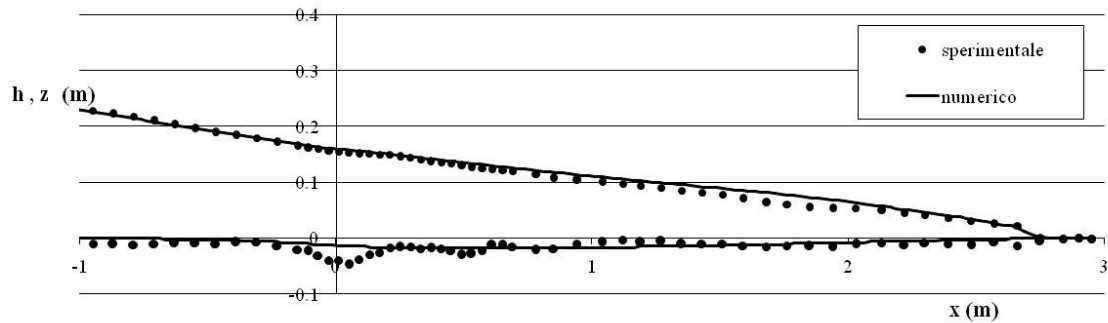


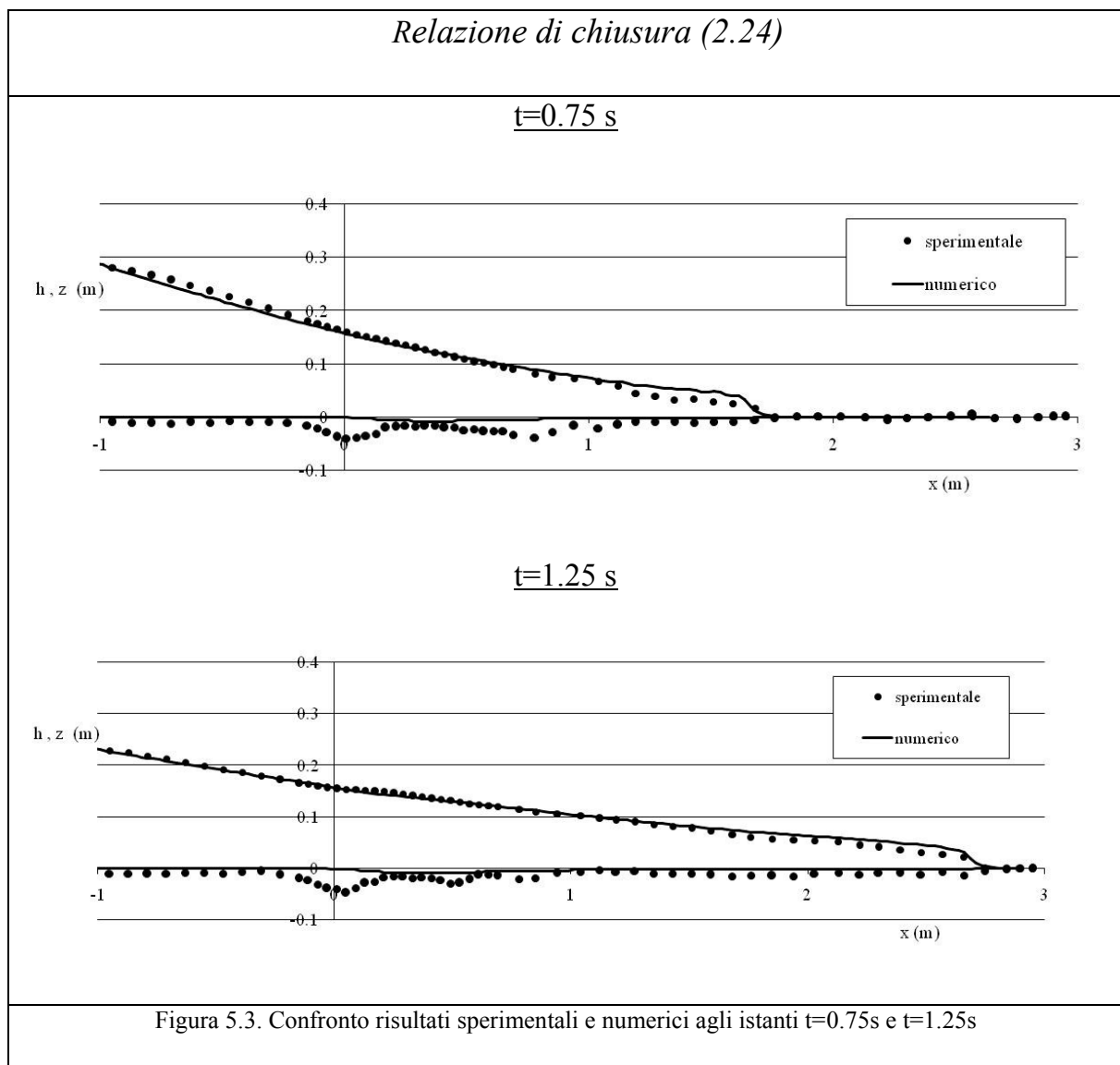
Figura 5.2. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=0.75s$ e $t=1.25s$

E' evidente che il modello ha ottime capacità predittive; la celerità del fronte, così come l'idrodinamica, è colta rigorosamente.

La relazione di chiusura utilizzata per lo scambio al fondo ben interpreta i processi di scavo e deposito; c'è un disallineamento tra i risultati sperimentali e numerici nella regione in cui era localizzata la paratoia inizialmente; ciò può essere ricondotto al fatto che nel test sperimentale la paratoia, avente uno spessore finito, occupava inizialmente un volume all'interno del fondo; né della paratoia né del volume da essa occupata viene tenuto conto nel modello numerico, la cui condizione iniziale è una ideale parete di acqua immobile.

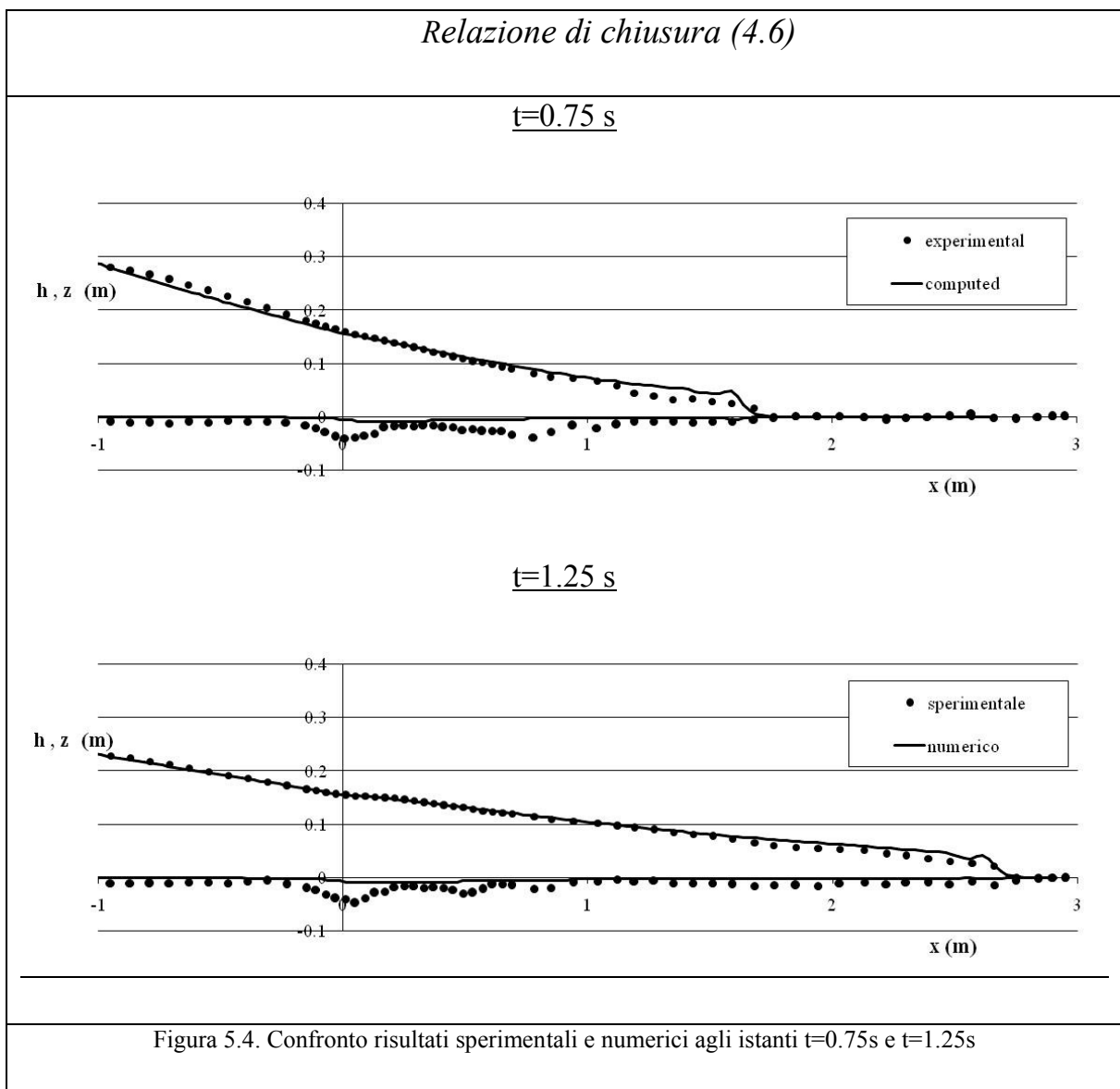
L'utilizzo della relazione (2.24) per la determinazione quantitativa dello scambio al fondo come relazione di chiusura del modello proposto fornisce risultati che presentano un accordo non migliore di quello riscontrato con la precedente relazione.

Pur essendo l'idrodinamica del processo colta in maniera efficiente, l'escavazione che simula il modello numerico è minore di quella riscontrata sperimentalmente. Si riporta di seguito un confronto tra risultati numerici e sperimentali:

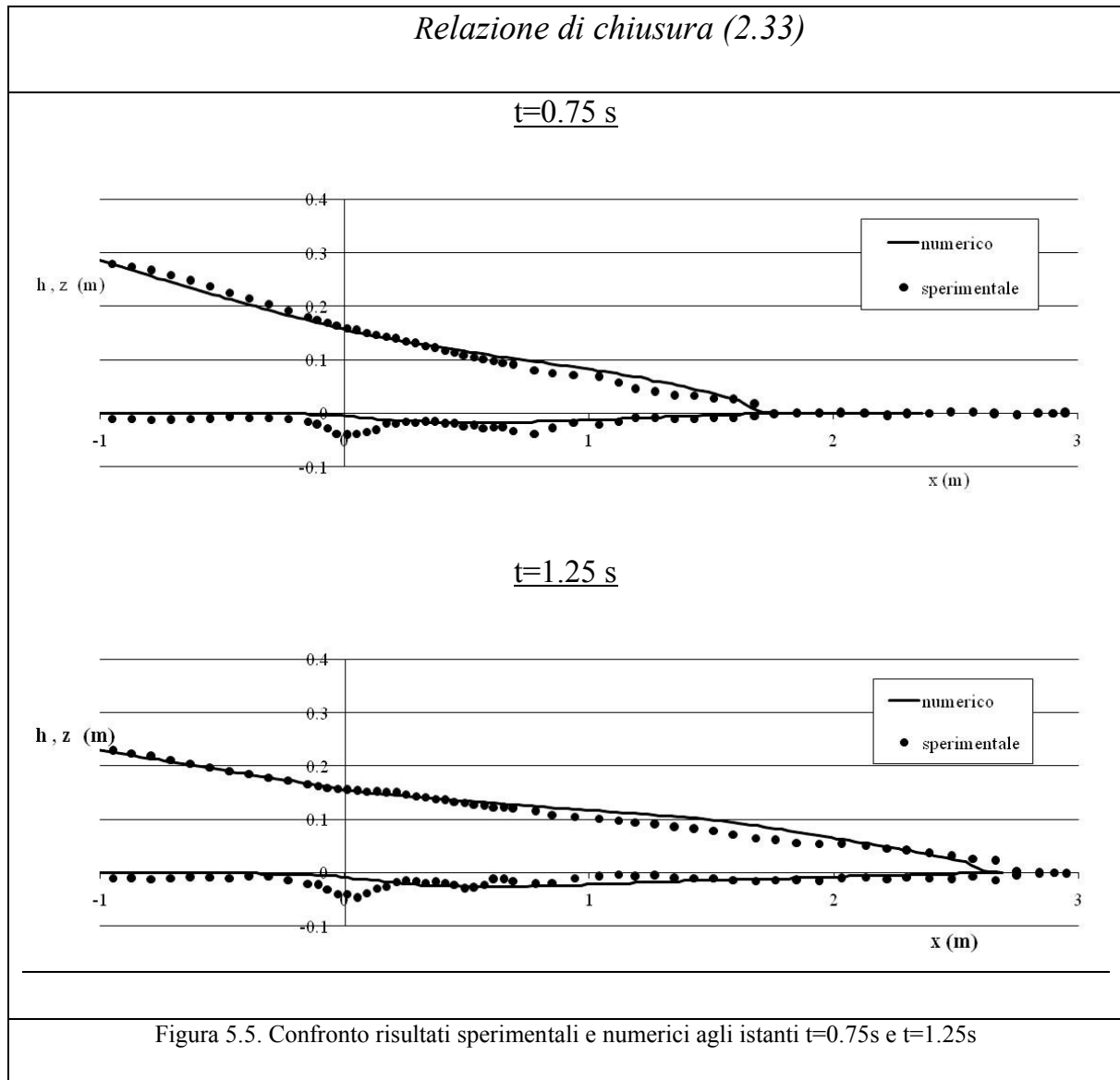


Ancora una escavazione minore rispetto a quella sperimentale viene riprodotta dal modello con la relazione di scambio di Armanini e di Silvio (1984).

La relazione di Lag di Armanini e Di Silvio richiede la definizione della lunghezza caratteristica L^* discussa anche nel capitolo 2; nella simulazione numerica, i cui risultati sono riportati in Figura 5.4, è stata utilizzata la espressione di L^* proposta dagli stessi autori. Tuttavia, pur calcolando tale grandezza con una relazione differente i risultati ottenuti non presentano un accordo migliore con quelli sperimentali.



Una buona riproduzione della escavazione generata a seguito della propagazione dell'onda di piena è stata ottenuta dall'applicazione della relazione (2.33). Se ne riporta il confronto con i risultati sperimentali:



Tuttavia ciò che si evince è che la celerità del fronte d'onda non è riprodotta adeguatamente, infatti, il modello simula un'onda più lenta di quella che si osserva in laboratorio.

L'utilizzo di altre relazioni empiriche (Elhakeem e Imran, 2007; Garcia e Parker, 1991) per la descrizione dello scambio di materiale solido al fondo non migliora i risultati ottenuti, in particolare tali relazioni forniscono una escavazione al fondo quasi sempre nulla. Il motivo di tale comportamento può discendere dal fatto che, in tali relazioni, non esiste un parametro dipendente dal diametro delle particelle per cui l'influenza di questo è minore; ciò può non essere trascurabile nel caso di esperimenti quali questo, in cui si è in presenza di una sabbia molto grossolana.

5.1.1 La calibrazione dei parametri del modello

Come già evidenziato in precedenza, i modelli morfodinamici includono in essi grandezze la cui determinazione, anche qualora abbiano un chiaro significato fisico, non è di facile conduzione. I modelli numerici richiedono, quindi, una fase di calibrazione di tali parametri che avviene essenzialmente mediante il confronto con risultati sperimentali o dati di campo esistenti in letteratura.

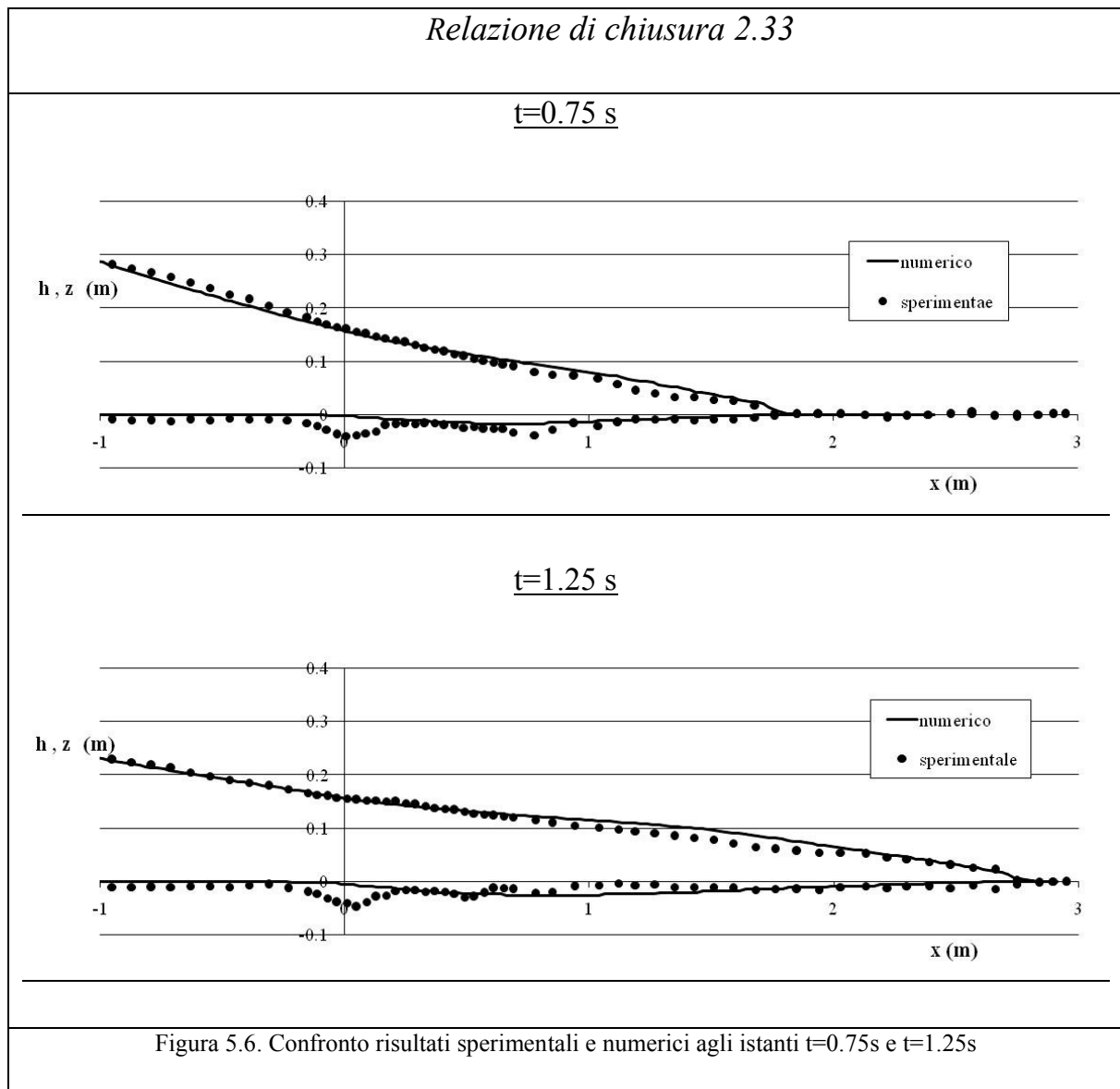
Nelle simulazioni discusse nel paragrafo precedente la fase di calibrazione ha previsto la determinazione del set ottimale di parametri relativo all'utilizzo della espressione della velocità di innalzamento-erosione del fondo determinata mediante l'applicazione delle Rankine-Hugoniot; definito il set di parametri ottimale questo è stato mantenuto costante anche al variare della relazione di chiusura esprime lo scambio solido al fondo. E' facilmente intuibile che al variare della relazione utilizzata a chiusura del modello il set di parametri ottimale potrebbe cambiare. E' questo il motivo per cui si è cercato un diverso set di parametri a cui competerebbe il miglior accordo tra risultati sperimentali e risultati numerici ottenuti mediante l'implementazione del modello chiuso con la seconda relazione proposta da Van Rijn (1984b), la relazione (2.33).

Il set di parametri ritenuto ottimale è riportato in tabella 5.2:

α	C_D	Ch	θ_c	η
0.0025	0.04	20	0.047	1.0

Tabella 5.2

I risultati ottenuti sono riportati in figura 5.6.



Al fine di individuare quale delle due espressioni fornisce un risultato più vicino a quello sperimentale è stato calcolato lo scarto quadratico medio tra i profili del fondo per ciascun istante temporale in cui è noto il dato sperimentale nel seguente modo:

$$e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_{n,i} - z_{s,i})^2}{n-1}} \quad (5.1)$$

Tale valore è stato poi adimensionalizzato rispetto al tirante idrico iniziale h_0 , pari a 0.35 m:

$$sqm = \frac{e}{h_0} \quad (5.2)$$

Nella successiva figura è riportato il valore di tale errore nel tempo per le due diverse relazioni di chiusura:

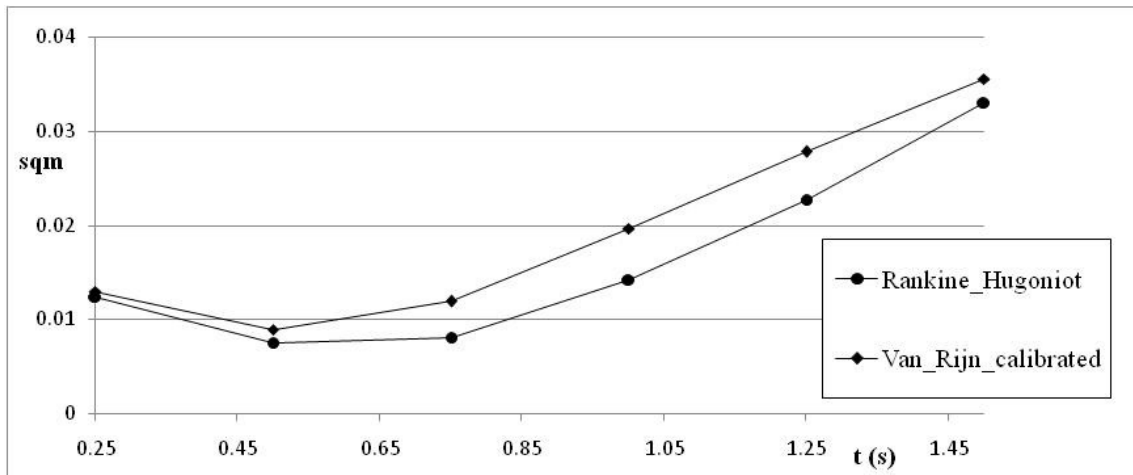


Figura 5.7. Valore dell'errore quadratico medio adimensionale nel tempo

Bisogna ricordare che c'è un errore di base a ciascun istante temporale dovuto al volume di materiale mancante per effetto della presenza iniziale della paratoia di cui non viene tenuto conto nel modello numerico. A prescindere da tale errore, i risultati ottenuti con la relazione derivante dalle condizioni di Rankine - Hugoniot presentano

un accordo migliore con quelli sperimentali, essendo lo scarto quadratico medio minore in ciascun istante temporale pur avendo effettuato per entrambe una fase di calibrazione per la determinazione del set ottimale di parametri.

E' evidente che la necessità di dover effettuare una calibrazione dei parametri del modello è uno dei punti delicati della modellazione numerica, essa ha, infatti, un senso se effettuata rispetto ad un set di dati relativi ad un particolare fenomeno, e il set di parametri ritenuto poi ottimale viene mantenuto costante nella simulazioni di quel fenomeno anche allorquando cambino le condizioni iniziali e al contorno dell' evento.

5.1.2 Riduzione dei parametri del modello

In tale ottica è evidente che un passo in avanti viene fatto con la riduzione dei parametri e delle grandezze di cui non è noto o calcolabile il valore; ciò è proprio l'obiettivo che si è perseguito durante la messa a punto della equazione, descrittiva dello scambio al fondo, derivante da una rielaborazione della relazione di Seminara e al. (2002), basata sui dati sperimentali di Fernandez Luque e van Beek (1976).

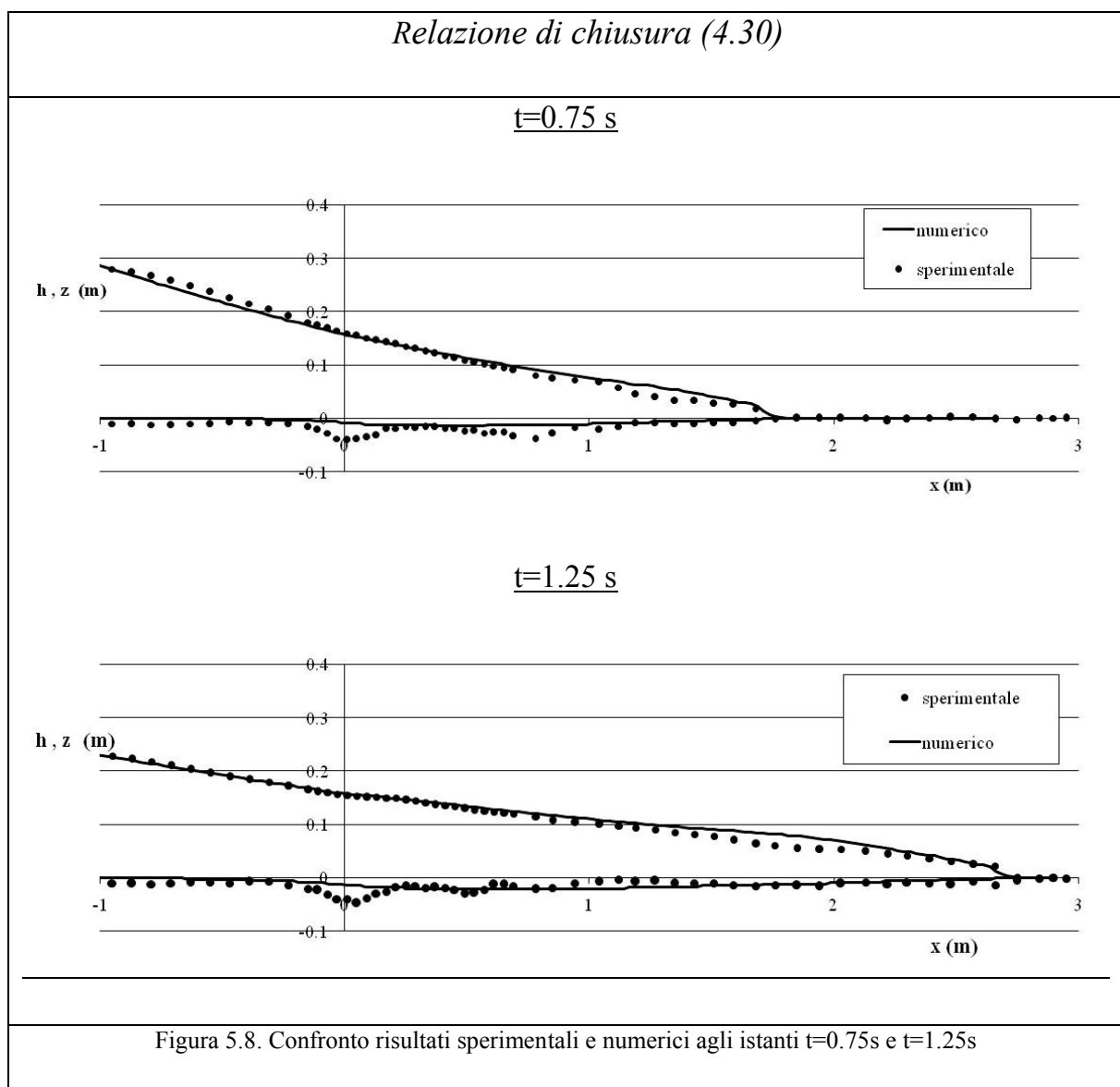
Nel paragrafo 4.4 è stato ampiamente mostrato il processo di definizione della relazione (4.30) e le ipotesi che hanno portato a definire delle espressioni per i coefficienti dei quali non era noto né calcolabile il valore.

Il coefficiente di Bagnold α risulta essere univocamente determinato, diversamente il coefficiente di Drag c_d è funzione del coefficiente di Chezy che competerebbe all'ideale corrente avente le stesse caratteristiche idrodinamiche ma in assenza di trasporto. Non essendo tale valore noto a priori si è scelto di mantenere come parametro lo stesso coefficiente di Drag c_d .

Tale coefficiente è funzione della forma della particella e delle grandezze idrodinamiche; esistono in letteratura grafici che ne riportano il valore in funzione del numero di Reynolds Re per particelle sferiche, pur riferendosi a situazioni estremamente semplificate queste forniscono un ordine di grandezza di tale

coefficiente. Nella scelta del valore da assumere, posto pari a 0.1, ci si è rifatti a tali grafici, e si è, inoltre, tenuto conto del fatto che il parametro che compare nel modello contiene in sé anche i coefficienti di forma della particella.

I risultati ottenuti sono riportati in figura 5.8.



Come evidente, i risultati ottenuti mostrano un buon accordo con quelli sperimentali, la celerità del fronte e l'escavazione, infatti, ben riproducono quelle osservate sperimentalmente.

Al fine di valutare oggettivamente la qualità dei risultati ottenuti si riporta in figura 5.9 il valore dello scarto nel tempo, confrontato con i valori già discussi in precedenza:

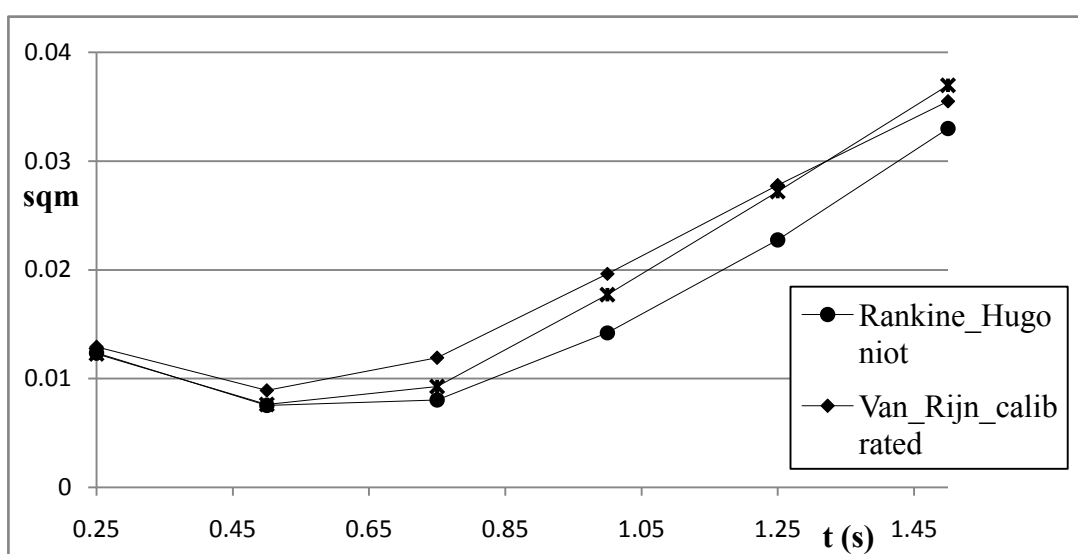


Figura 5.9. Valore dell' errore quadratico medio adimensionale nel tempo

L'errore commesso è minore di quello relativo all'utilizzo della relazione di Van Rijn (1984b) calibrata, eccetto che per l'ultimo istante temporale, ma maggiore di quello relativo all'utilizzo della relazione ottenuta in seguito all'applicazione delle Rankine-Hugoniot. Tuttavia, l'accordo può essere ritenuto buono, ancor più se si pensa che non è stata effettuata alcuna calibrazione, avendo utilizzato le relazioni ricavate in precedenza per i parametri di valore incognito.

5.2 Dam-break su fondo mobile bidimensionale

Gli esperimenti riprodotti nei paragrafi precedenti fanno riferimento a situazioni di dam-break monodimensionale, ossia riprodotti in canali la cui geometria è tale da poter ritenere il moto caratterizzato da valori costanti delle grandezze nella sezione trasversale, cioè in accordo con l'ipotesi di corrente.

Al fine di testare le capacità predittive del modello in situazioni di dam-break bidimensionale sono stati simulati due test sperimentali tenutisi nel laboratorio di idraulica dell'Université Catholique de Louvain riguardanti eventi di dam-break su fondo mobile bidimensionale, che si differenziano principalmente per le dimensioni del canale in cui questi hanno un luogo; il primo test sperimentale scelto è stato effettuato in un canale lungo 36m e largo 3.6m (Soarez-Frazao, PIRE 2010), il secondo test sperimentale è caratterizzato da dimensioni del canale ben più ridotte, esso ha, infatti, una lunghezza di 6.0m e una larghezza di 0.5m (Palumbo, 2008).

5.2.1 Simulazione del fenomeno di dam-break in un canale simmetrico

Le prove sperimentali sono state condotti in un canale lungo 36m e avente larghezza 3.6m. La sezione della diga è costituita da due blocchi laterali fissi e una parte centrale in cui è posizionata una paratoia fatta alzare repentinamente per simulare il fenomeno di dam-break. Uno strato di materiale granulare di 85mm è stato posto a partire da una distanza di 1m a monte della paratoia sino ad una distanza di 9.0m a valle di essa. Il materiale granulare disposto sul fondo ha le seguenti caratteristiche: diametro medio d pari a 1.61mm, densità specifica ρ_s/ρ_w pari a 2.63, porosità λ pari a 0.42. Il coefficiente di Manning n al fondo viene suggerito dagli stessi Autori ed è pari a 0.0165 sul fondo mobile e 0.010 in corrispondenza della parte di fondo fisso.

Si riporta in figura 5.10 uno schema del canale:



UCL
Université
catholique
de Louvain

NSF PIRE - Louvain-la-Neuve workshop

Two dimensional dam-break flow on mobile bed

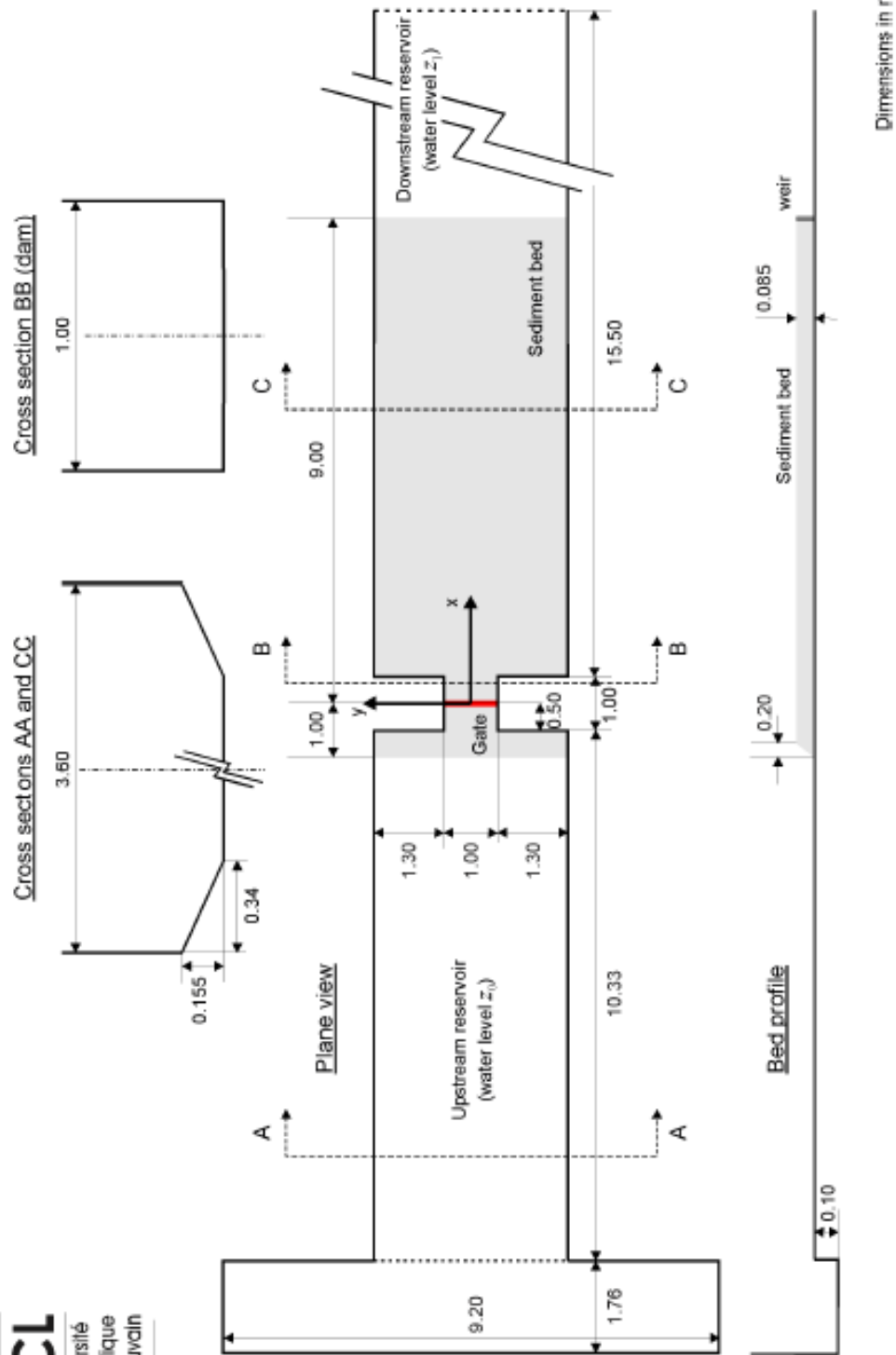


Figura 5.10. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=3s$ e $t=12s$

La sezione iniziale del canale è caratterizzata da un afflusso nullo, per cui l'onda si propaga a seguito dell'apertura della paratoia con conseguente svuotamento del serbatoio a monte della paratoia stessa.

Sono state condotte due differenti prove le cui condizioni iniziali sono riassunte in tabella 5.3, laddove si è indicato con z_0 e z_1 rispettivamente il livello idrico iniziale valutato rispetto la quota di fondo fisso a monte e a valle della paratoia, valutato in riferimento al fondo fisso.

	Z_0 (m)	Z_1 (m)
Prova n°1	0.47	0.00
Prova n°2	0.51	0.15

Tabella 5.3 Condizioni iniziali di ciascuna prova

Durante la prova è stato misurato il livello idrico nel tempo in 8 differenti punti mediante sonde a ultrasuoni, inoltre è stata determinata la topografia finale del fondo in un'area che va da 0.5m a 8.0m dalla paratoia in direzione longitudinale e in punti equispaziati di 0.5m in direzione trasversale.

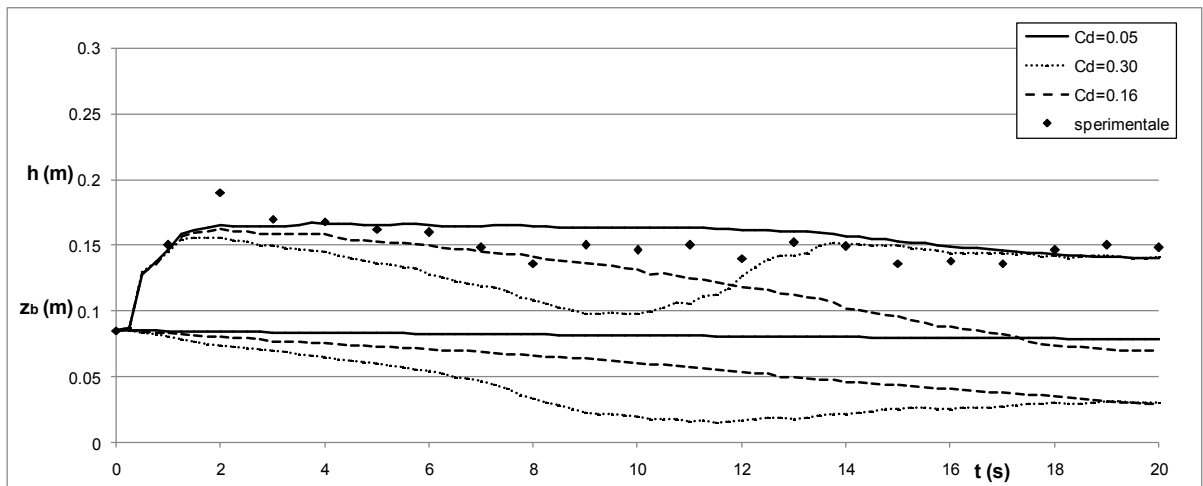
Se si sceglie come sistema di riferimento cartesiano quello avente per origine il punto centrale della paratoia, asse x diretto lungo l'asse di simmetria del canale e asse y parallelo alla paratoia, i punti di misura del livello idrico risultano avere le seguenti coordinate:

Punto di misura	Prova n°1		Prova n°2	
	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)
1	0.64	-0.5	0.64	-0.5
2	0.64	-0.165	0.64	-0.165
3	0.64	0.165	0.64	0.165
4	0.64	0.5	0.64	0.5
5	1.94	-0.99	2.34	-0.99
6	1.94	-0.33	2.34	-0.33
7	1.94	0.33	2.34	0.33
8	1.94	0.99	2.34	0.99

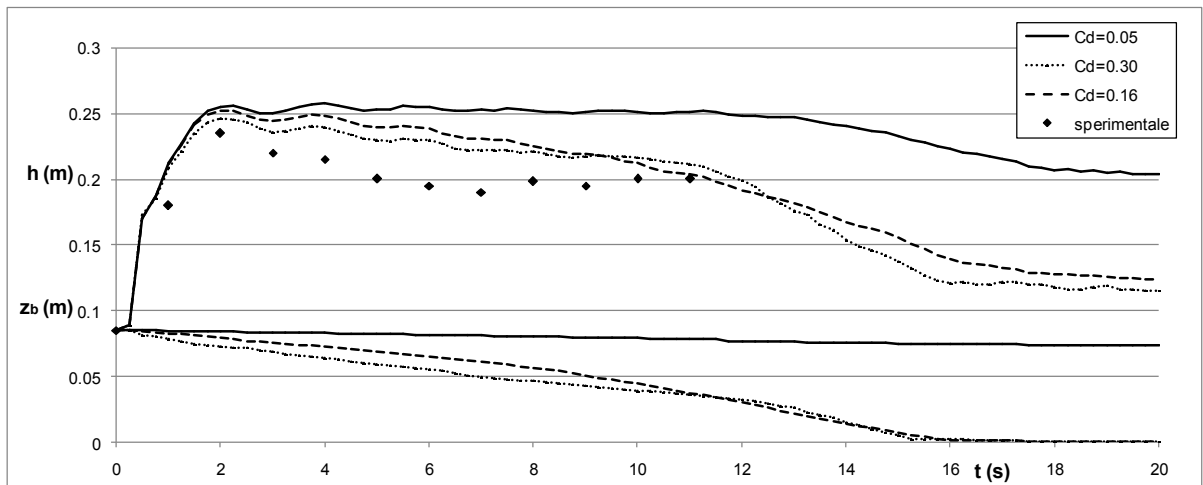
Tabella 5.4 Coordinate dei punti di misura del livello idrico.

Entrambi i test sono stati riprodotti con il modello proposto e la relazione di chiusura (4.30); in particolare si è effettuata un' analisi di sensitività del modello rispetto al parametro coefficiente di Drag c_d . Verificata la simmetria dei risultati, si riportano per brevità in figura 5.11 e 5.12 rispettivamente il confronto tra i risultati numerici e sperimentali nei soli punti di misura 1, 2, 5 e 6 per la prova n°1 e n°2.

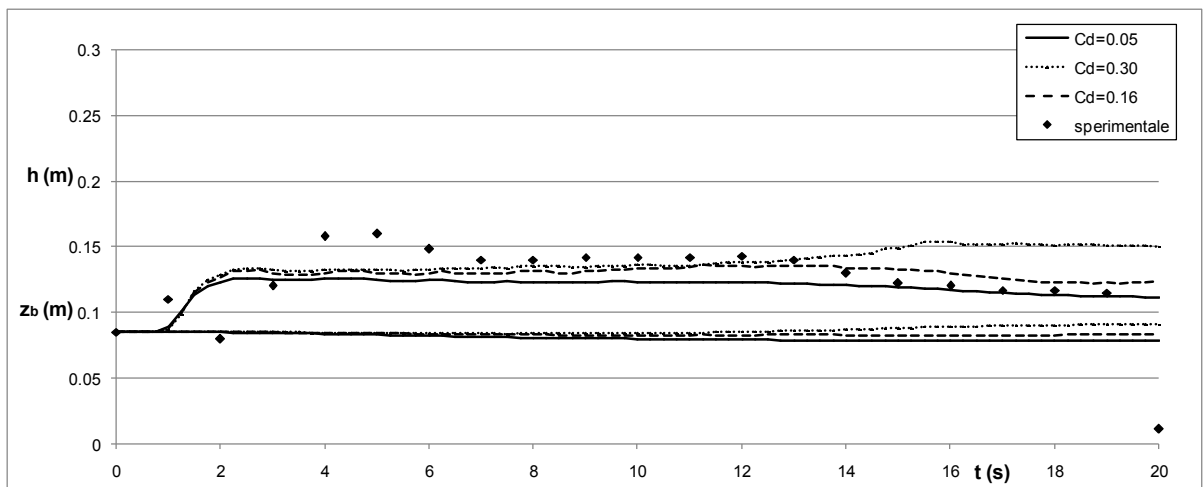
Punto 1

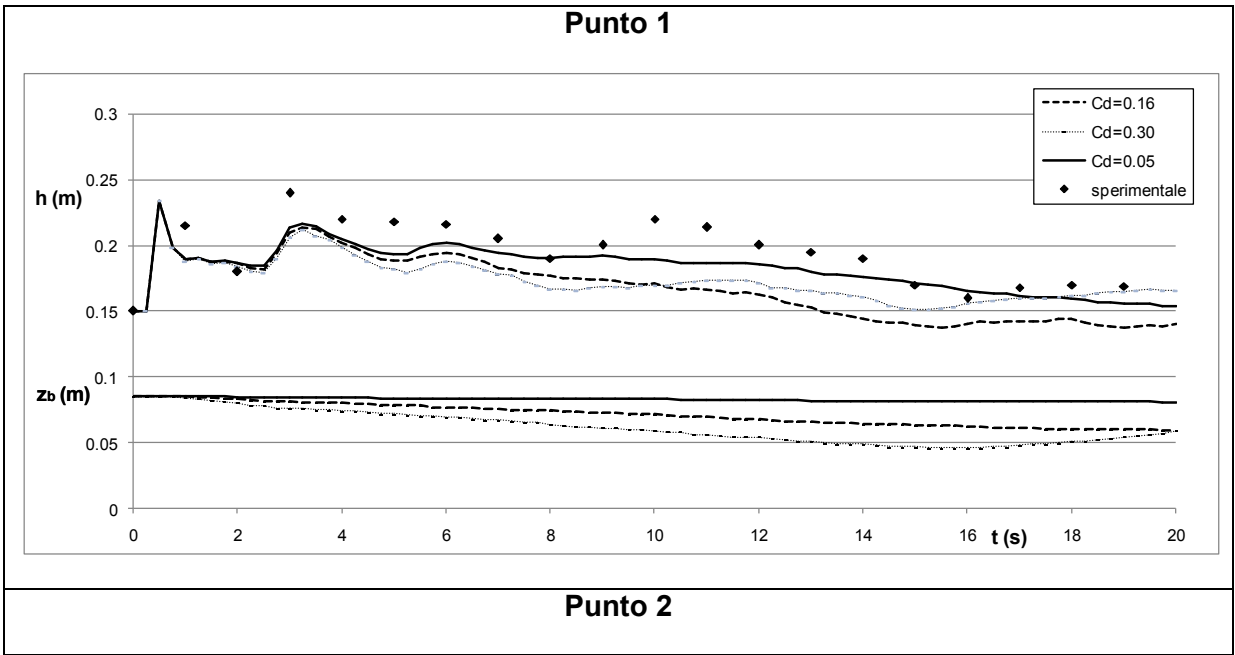
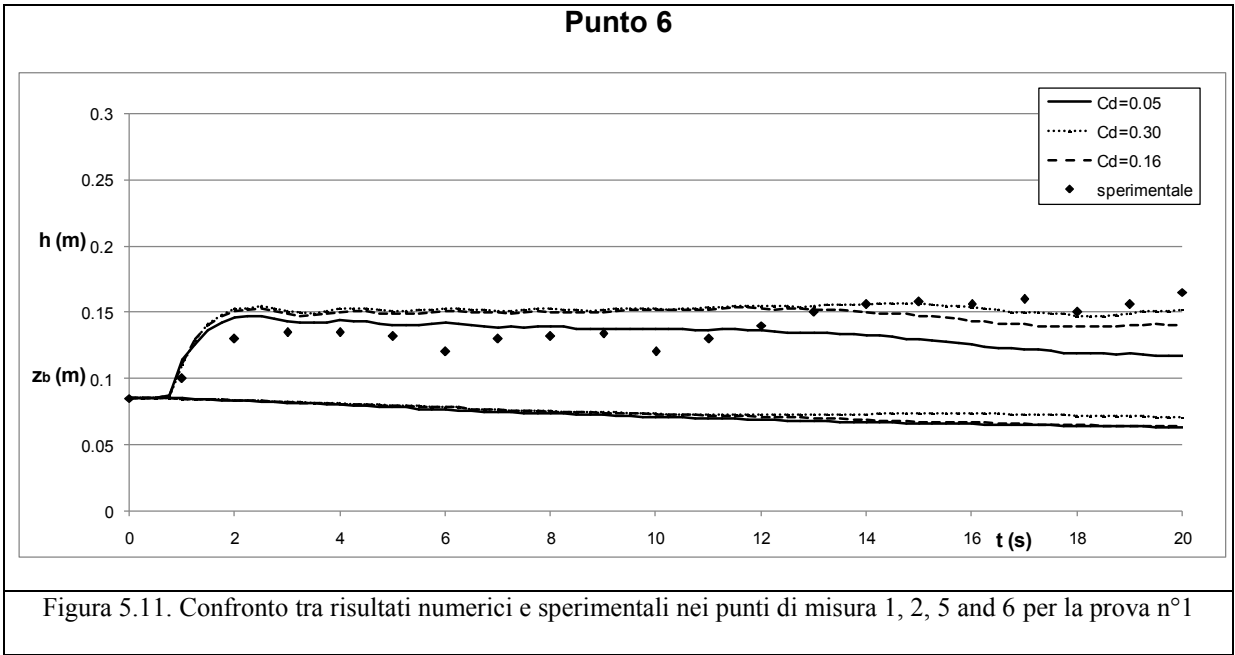


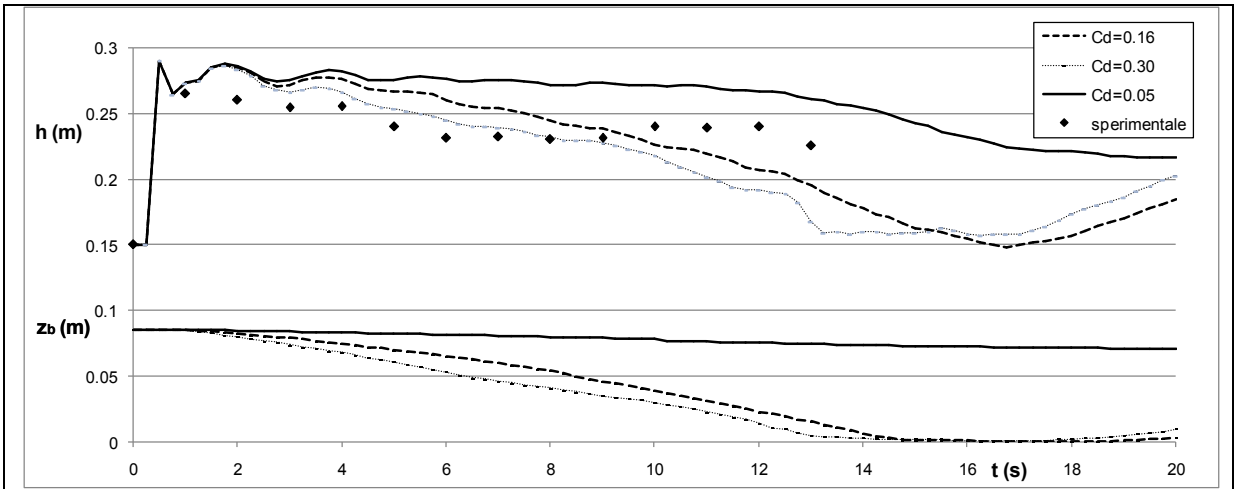
Punto 2



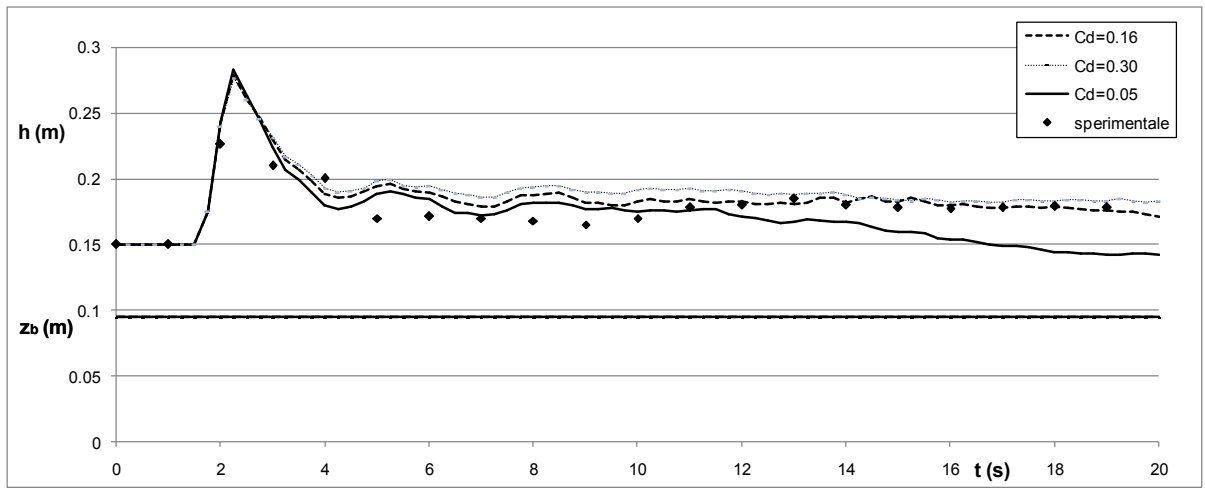
Punto 5







Punto 5



Punto 6

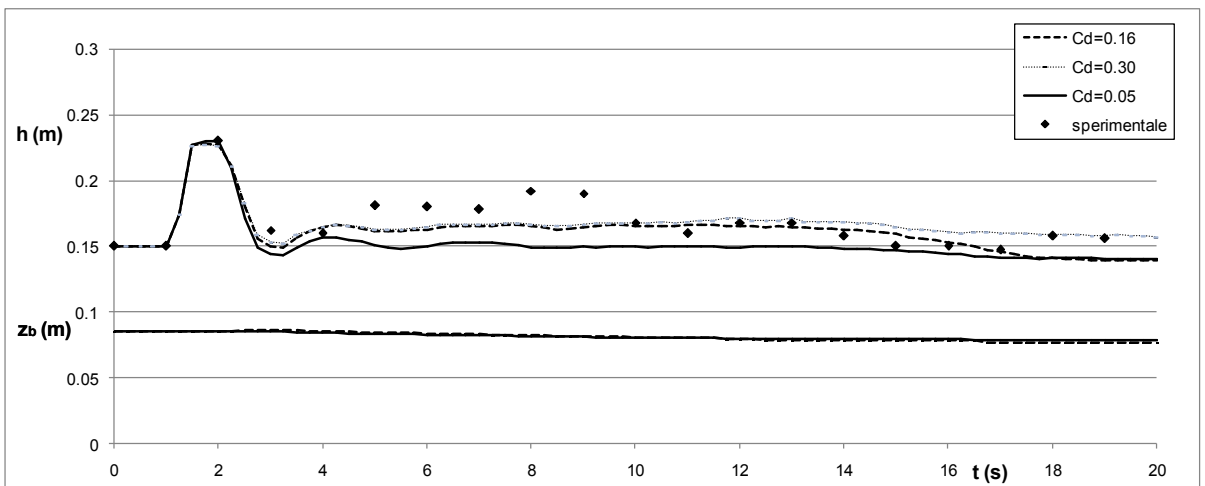


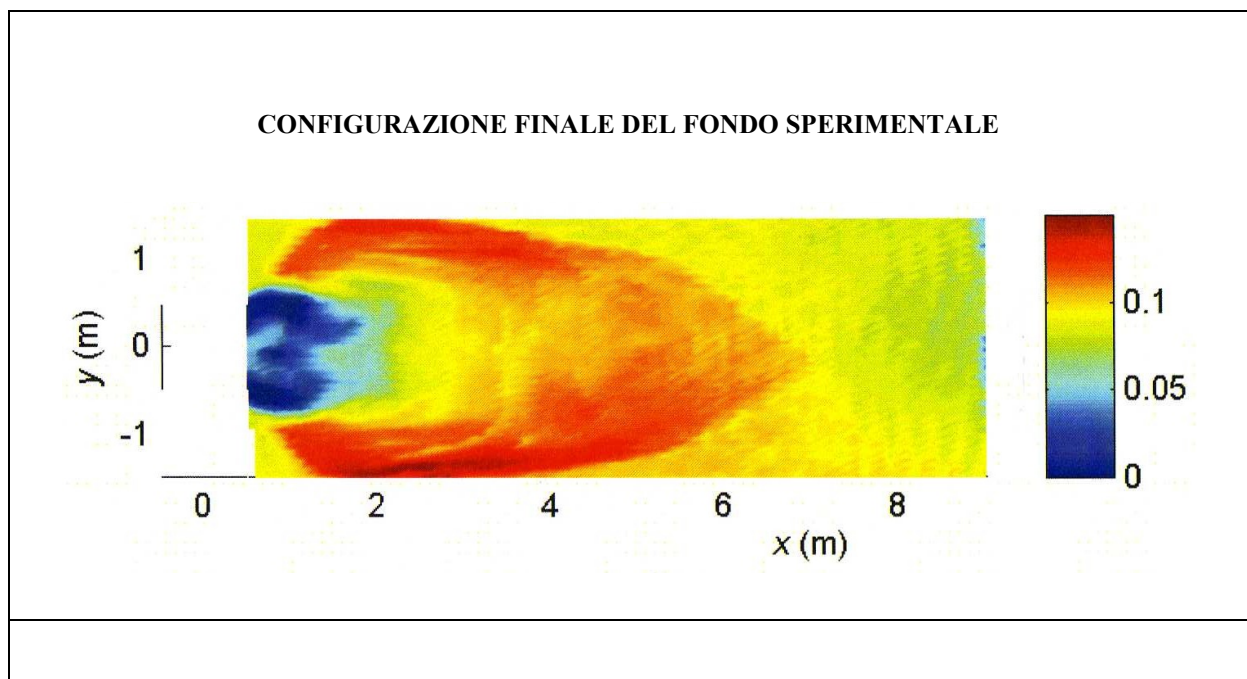
Figura 5.12. Confronto tra risultati numerici e sperimentali nei punti di misura 1, 2, 5 and 6 per la prova n°2

I risultati numerici differiscono significativamente al variare del valore del coefficiente di Drag c_d nei punti più vicini alla paratoia (punti 1 e 2), ciò discende dal fatto che in tali punti si ha una escavazione importante, la cui intensità dipende fortemente dal valore di tale coefficiente. In particolare per la prova n°2 i risultati si discostano sensibilmente al variare del parametro c_d nel secondo punto, diversamente dalla prova n°1 in cui si hanno delle differenze maggiori nel primo punto; tale comportamento risiede nel fatto che per la prova n°2 l'escavazione maggiore conseguente alla propagazione dell'onda di piena si ha ad una distanza maggiore dalla paratoia.

Diversamente nei punti 5 e 6 i risultati numerici non mostrano una sensitività significativa rispetto a tale parametro, essendo tali punti in una zona in cui non ci sono importanti modificazione della configurazione del fondo.

Se ci si sofferma sul confronto tra i risultati numerici e sperimentali, risulta evidente che il modello ben interpreta l'andamento del pelo libero nei diversi punti di misura e per entrambe le prove.

Si riporta in figura 5.13 e in figura 5.14 la configurazione finale del fondo delle prove sperimentali rispettivamente per il test 1 e per il test 2 e i relativi risultati numerici:



CONFIGURAZIONE FINALE DEL FONDO FORNITA DAL MODELLO NUMERICO

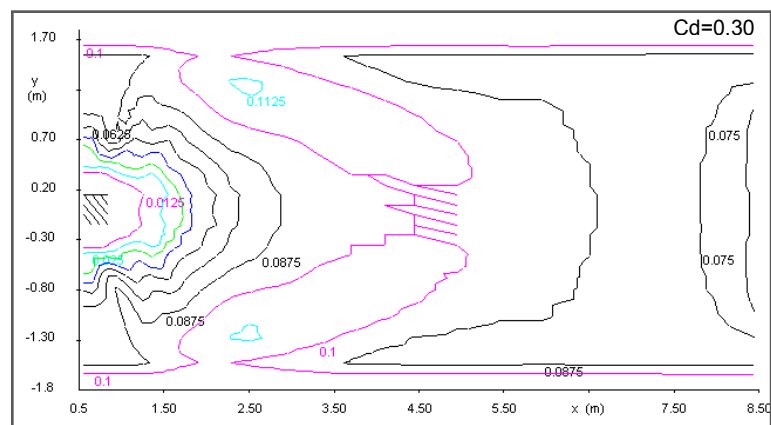
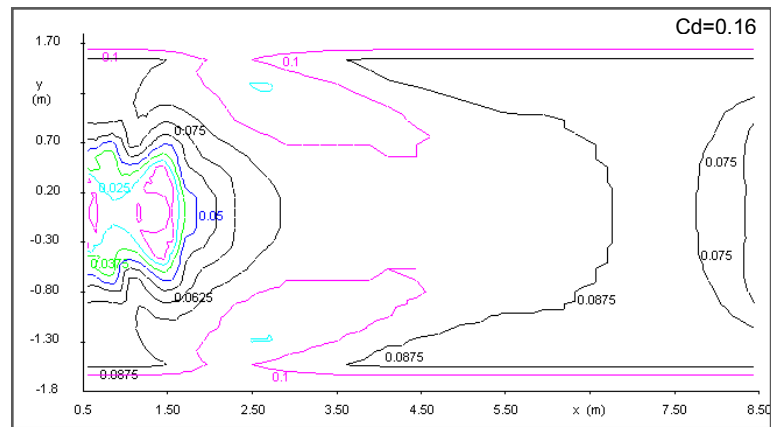
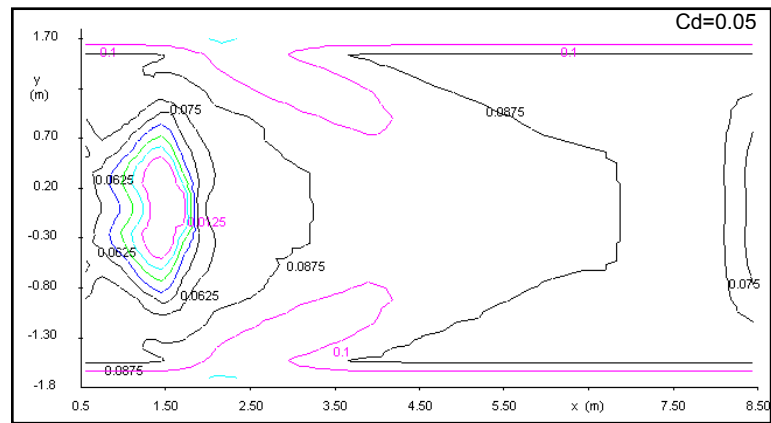
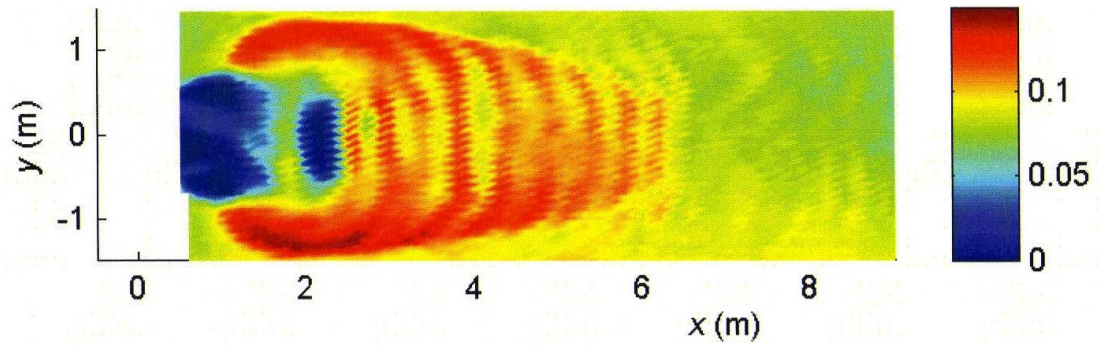
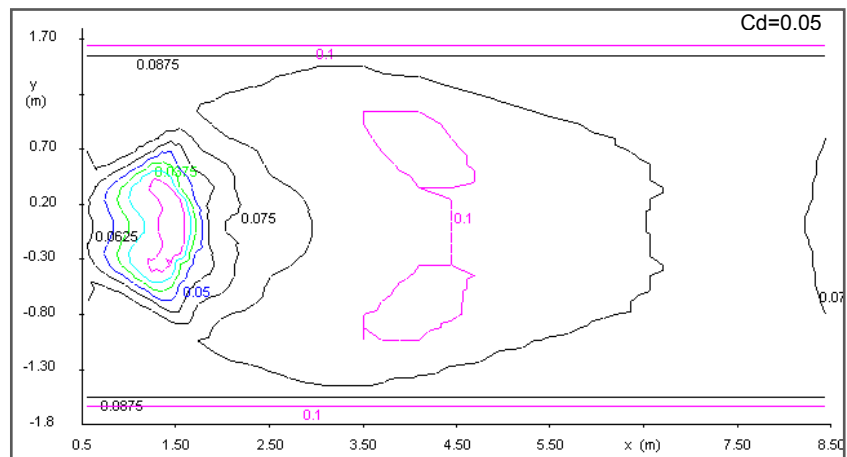


Figura 5.13. Configurazione finale del fondo sperimentale e riprodotta numericamente prova n°1

CONFIGURAZIONE FINALE DEL FONDO SPERIMENTALE



CONFIGURAZIONE FINALE DEL FONDO FORNITA DAL MODELLO NUMERICO



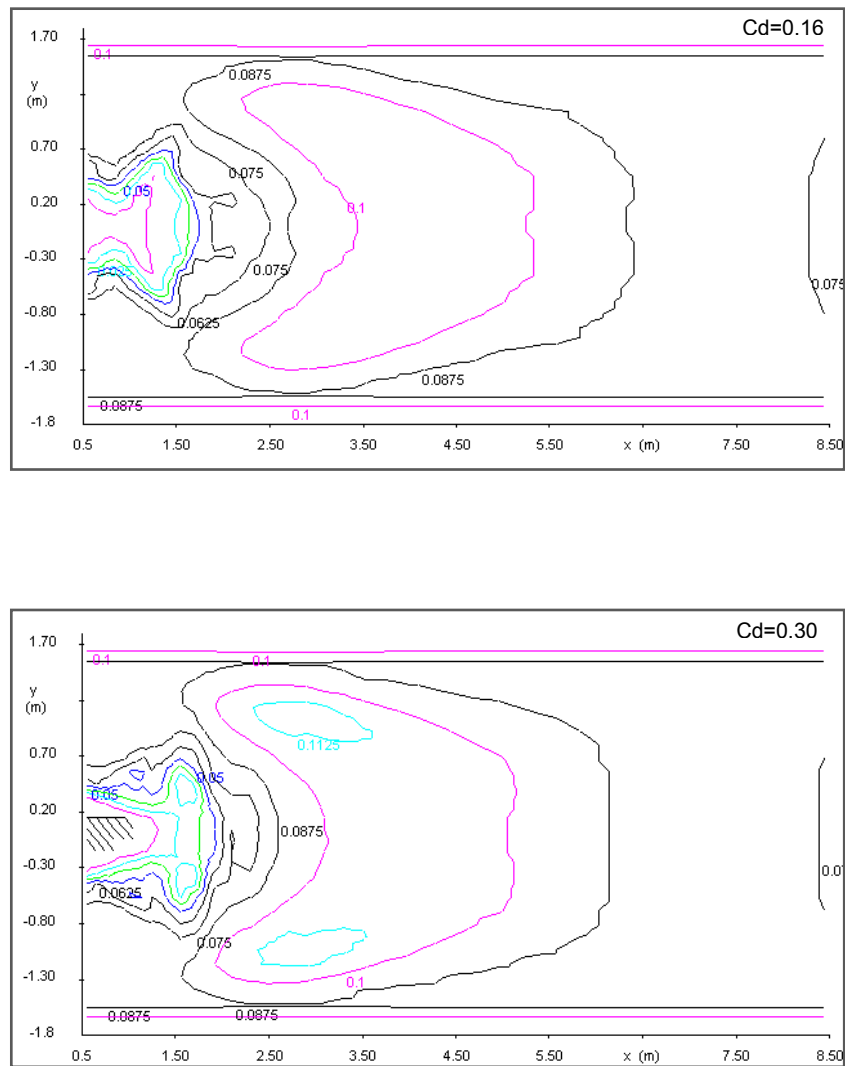


Figura 5.14. Configurazione finale del fondo sperimentale e riprodotta numericamente prova n°2

Sebbene la configurazione del fondo abbia un andamento simile per i diversi valori del parametro c_d , l'intensità dell'escavazione dipende fortemente dal valore che questo assume.

In entrambe le prove, valori maggiori del coefficiente di drag danno luogo a fenomeni di erosione più intensa nella zona subito a valle della paratoia.

5.2.2 Simulazione del fenomeno di dam-break con brusco allargamento

Il secondo test sperimentale riprodotto è caratterizzato da un brusco allargamento del canale, la cui larghezza passa istantaneamente da un valore pari a 0.25m ad uno pari a 0.5m.

Il brusco allargamento è situato a 4.0m dalla sezione iniziale e a 2.0m dalla sezione ultima del canale; una riproduzione schematica della geometria del canale è riportata in figura (5.15).

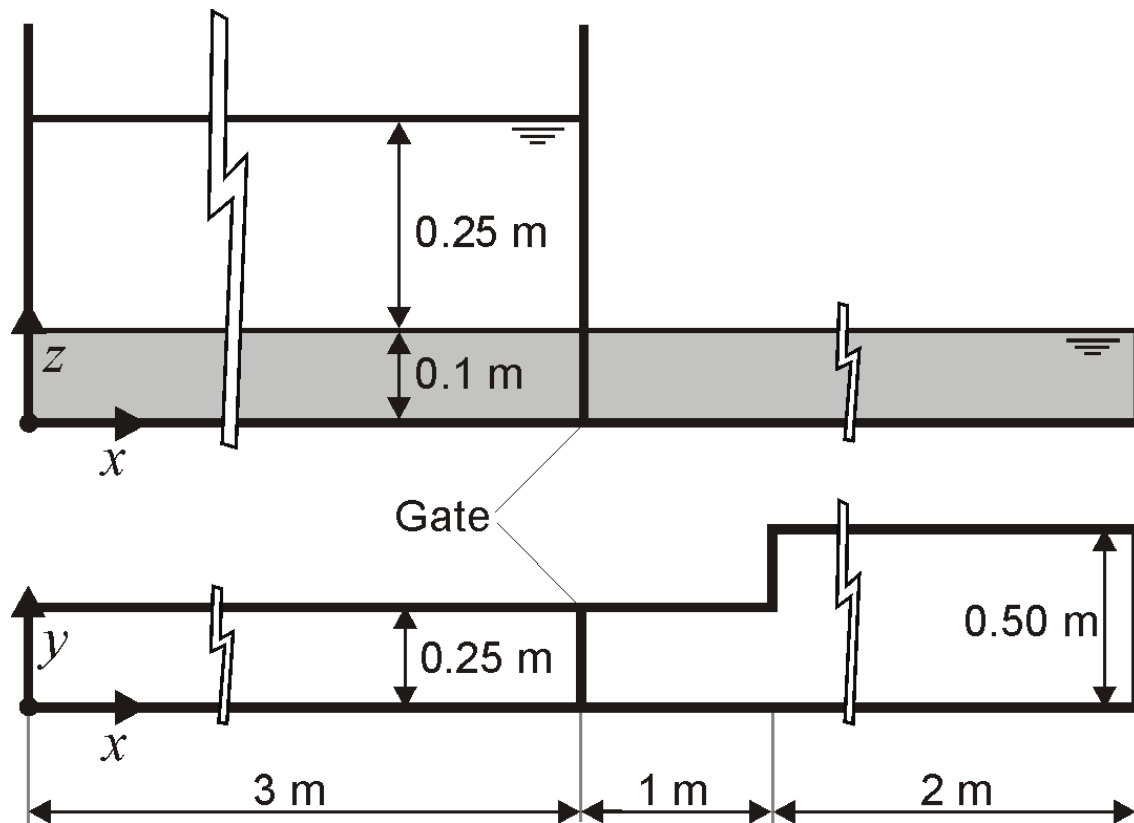


Figura 5.15. Configurazione schematica del test sperimentale

La paratoia, la cui apertura simula il fenomeno di dam break, è posta al centro del canale.

La condizione iniziale prevede un'altezza d'acqua pari a 0.25m a monte della paratoia e assenza di acqua a valle di essa. Per l'intera lunghezza del canale vi è uno strato di sabbia di altezza 10 cm avente le seguenti caratteristiche granulometriche: diametro medio d_{50} pari a 1.82mm, densità ρ_s pari a 2680 Kg/m³ e porosità λ pari a 0.53.

I dati sperimentali disponibili sono la misura del livello idrico nel tempo, acquisita mediante sonde ad ultrasuoni, in 8 differenti punti la cui posizione è riportata in figura (5.16).

Si ha, inoltre, a disposizione la configurazione del fondo a prova ultimata in 9 sezioni trasversali distanti 0.05m l'un l'altra e in una zona che va da 0.1m sino a 0.5m in direzione longitudinale dal brusco allargamento, come riportato in figura (5.17).

La morfologia finale del fondo nelle suddette sezioni trasversali è stata ricostruita mediante l'acquisizione frontale di immagini in seguito all'illuminazione delle stesse sezioni ad opera di un raggio laser.

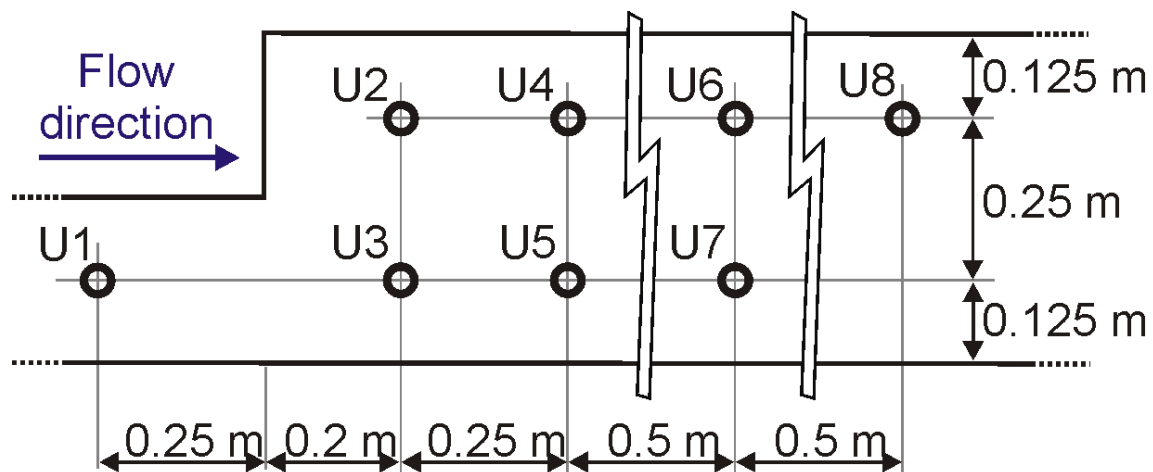


Figura 5.16. Posizione punti di misura del livello idrico.

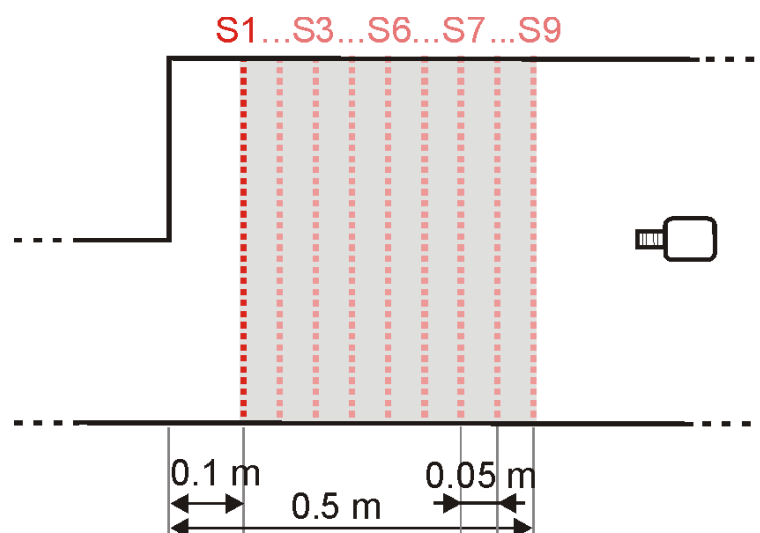


Figura 5.17. Schema delle sezioni trasversali di misura della configurazione finale del fondo.

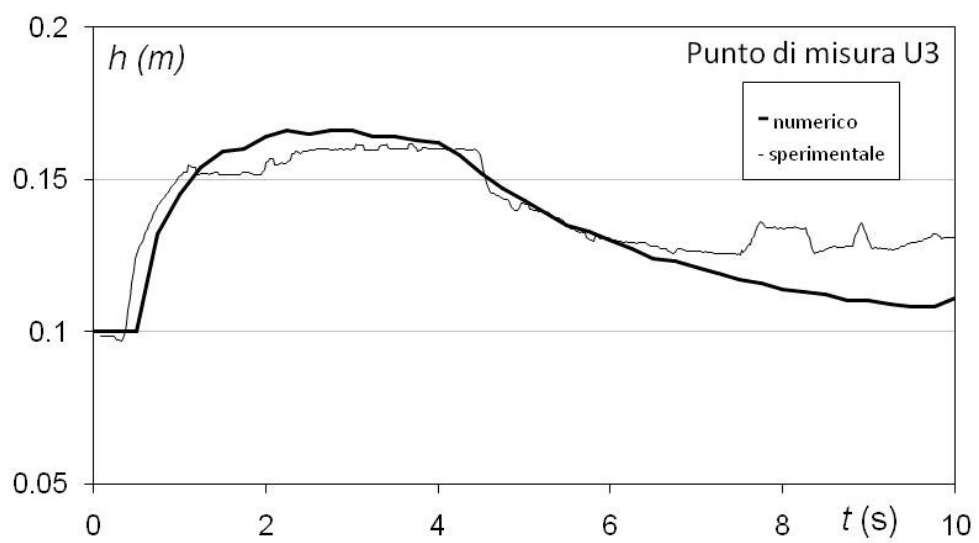
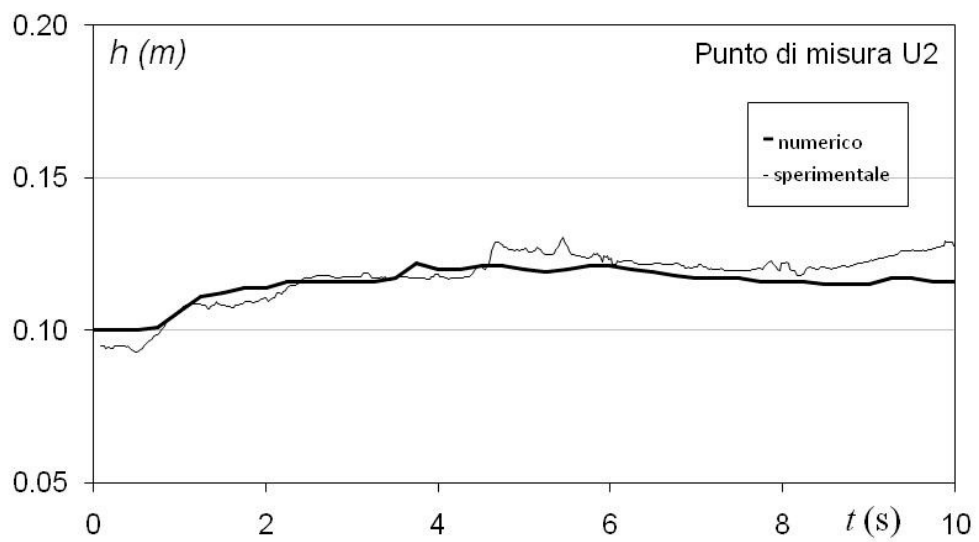
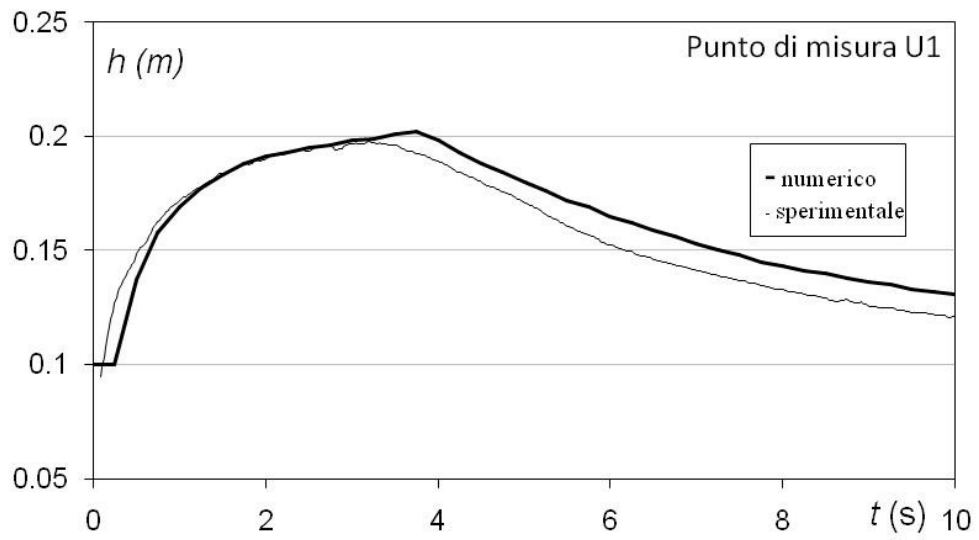
Dalla misura dei livelli idrici nei punti indicati è possibile ricostruire il fenomeno che viene a generarsi in seguito all'apertura della paratoia; in dettaglio, nei punti di misura più vicini alla paratoia si ha un innalzamento del livello idrico inizialmente maggiore nel prolungamento del canale di monte rispetto alla parte allargata, solo dopo 5 secondi i livelli idrici tendono ad uniformarsi. Successivamente, la riflessione dell'onda sulla parete laterale del canale comporta la generazione di un risalto obliquo diretto dall'angolo dell'allargamento sino alla parete (Palumbo et al, 2008).

È evidente che l'evoluzione del fondo è strettamente connessa ai fenomeni idrodinamici che si sviluppano.

La propagazione dell'onda all'apertura della paratoia determina un importante fenomeno di erosione che comporta lo sviluppo di uno scavo in corrispondenza dell'angolo interno dell'allargamento. Nella parte allargata del canale la sezione rallenta significativamente generando un accumulo di sedimenti verso la parete laterale del canale.

Il fenomeno osservato sperimentalmente è stato riprodotto mediante il modello numerico proposto con la relazione di chiusura (4.30).

Si riporta di seguito il confronto tra risultati sperimentali e numerici in alcune dei punti di misura:



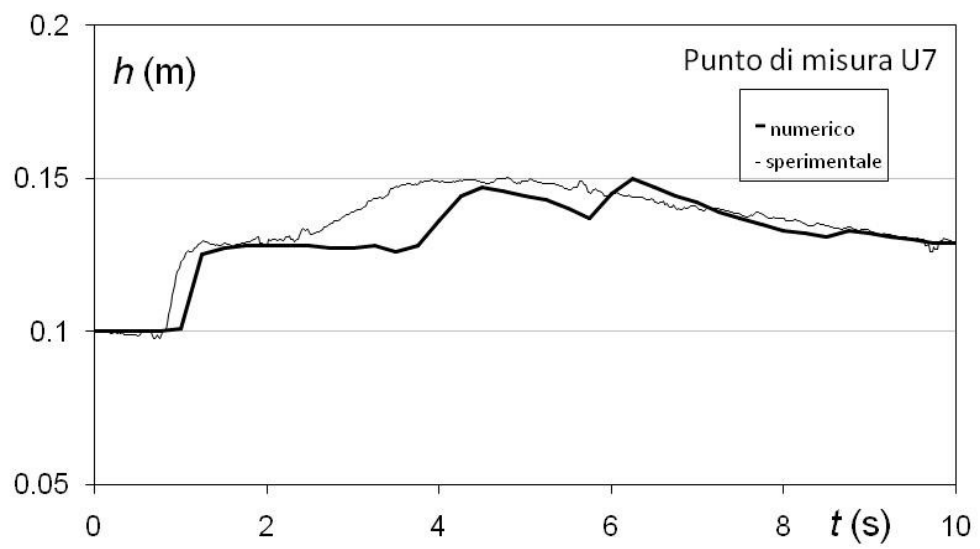
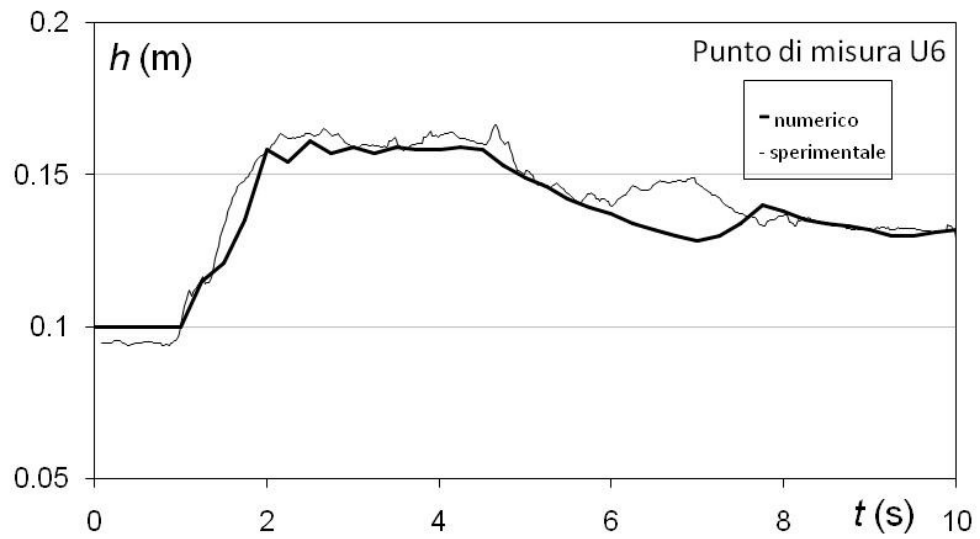
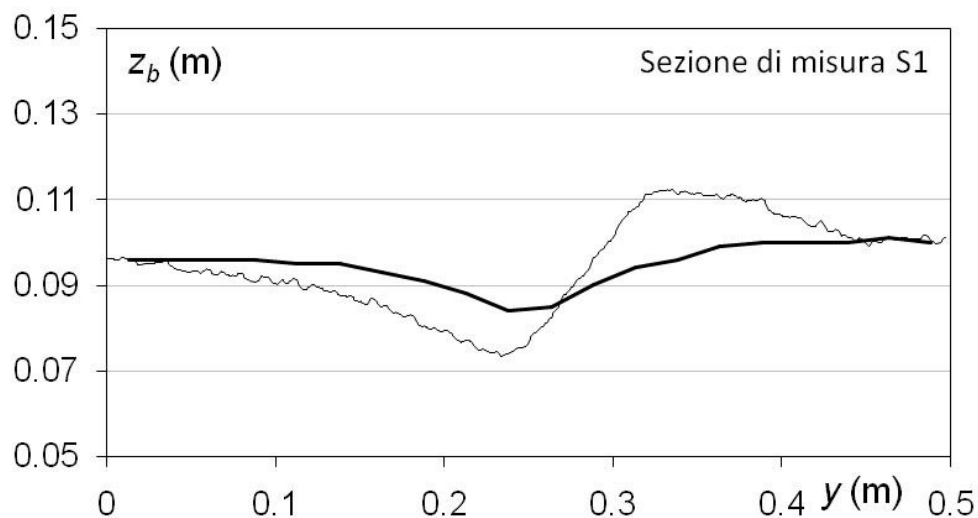


Figura 5.18. Confronto risultati sperimentali e numerici

L'idrodinamica del fenomeno viene riprodotta in maniera soddisfacente dal modello proposto; l'istante in cui si ha l'incremento del tirante idrico nei diversi punti di misura dovuto al passaggio dell'onda che si genera all'apertura della paratoia viene, infatti, colto dal modello numerico. C'è un disallineamento tra risultati numerici e sperimentali nei punti di misura più lontani dalla paratoia (U3, U6, U7) rispettivamente agli istanti $t=8, 7, 3$ secondi, in particolare, il modello numerico non riproduce adeguatamente un successivo incremento di tirante idrico, forse legato alla presenza del risalto obliquo; il modello numerico sembra non collocare giustamente nel tempo il verificarsi del risalto, tuttavia, per un'analisi più dettagliata sarebbe necessario avere a disposizione l'andamento del pelo libero in un numero maggiore di punti.

Si passa ora ad analizzare la configurazione finale del fondo riprodotta numericamente mediante il confronto con quanto osservato sperimentalmente nelle sezioni S1, S3, S5.



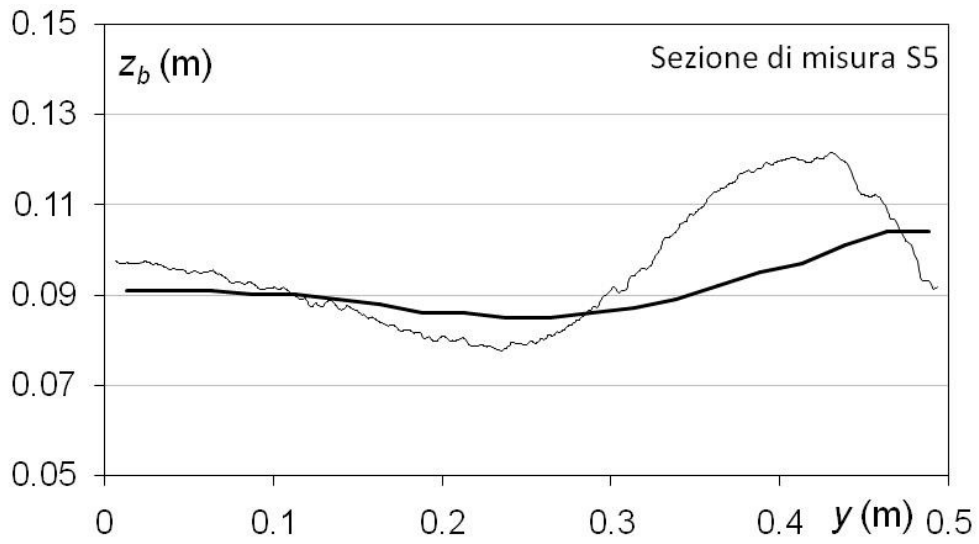
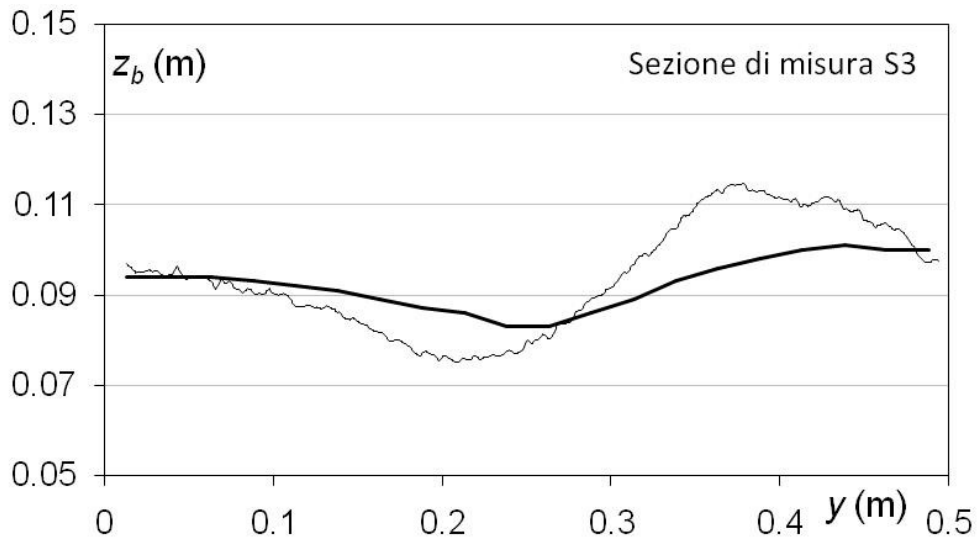


Figura 5.19. Confronto risultati numerici e sperimentali

L'escavazione riprodotta dal modello è di minore entità rispetto a quella osservata al termine dell'esperimento e risulta interessare in maniera diffusa l'intera sezione trasversale; l'asimmetria che caratterizza il problema e che risulta evidente dai risultati sperimentali non è altrettanto evidente nei risultati numerici.

Nelle prime sezioni di misura (S1, S3), il modello riproduce in maniera consona l'entità dello scavo sulla parete posta alla destra idraulica del canale, e analogamente a quanto osservato sperimentale non determina alcuno scavo in prossimità della parete posta alla sinistra idraulica del canale, pur mostrando risultati differenti nella zona centrale della sezione.

Sebbene i risultati della topografia finale ottenuti non sembrano essere soddisfacenti, altre relazioni a chiusura del modello proposto non hanno mostrato un accordo migliore e tale fenomeno risulta essere ancora un arduo test per i modelli morfodinamici (Iervolino et al, 2010). È stato comunque evidenziato che l'utilizzo di un modello dinamico produce miglioramenti non trascurabili rispetto all'utilizzo di un modello bidimensionale di adattamento istantaneo DSV-Exner (Iervolino et al, 2010) o di un modello monodimensionale che includa la possibilità, pur essendo esso monodimensionale, di modellare la sezione trasversale (Palumbo et al, 2008).

5.3 La rimozione di un rilevato in materiali sciolti

La modellazione matematica del fenomeno di rimozione di un rilevato in materiali sciolti da parte di una corrente fluida costituisce un problema di rilevante interesse applicativo, dal momento che l'evoluzione temporale del fenomeno condiziona marcatamente l'idrogramma della conseguente onda di piena ed è, dunque, essenziale ai fini di eventuali valutazioni sul rischio di allagamento delle aree a valle. Il transitorio idraulico conseguente alla erosione graduale di un rilevato in materiale sciolto riveste un'importanza, ai fini pratici, non minore del ben più studiato dam break. D'altra parte, la necessità di una accurata descrizione delle singole fasi in cui si è soliti suddividere tale fenomeno, rende tale tematica assai interessante anche da un punto di vista concettuale (Becchi, 1990; Tingsanchali e Chinnarasri, 2001).

Usualmente, il crollo del rilevato scaturisce dalla formazione di una breccia in corrispondenza della sommità dell'ammasso (MacDonald e Langridge- Monopolis, 1984). A questa fase fa seguito uno stadio di erosione generalizzata, che coinvolge, in sostanza, l'intero rilevato (Benoist, 1983, 1989), cui si associa la propagazione di un'onda di piena verso le regioni a valle dell'opera (Han et al., 1998).

Nonostante i progressi compiuti (Ponce e Tsivoglu, 1981), allo stato attuale della ricerca non si possiede ancora uno strumento capace di fornire una descrizione completa nel fenomeno nel suo dispiegarsi. Si ricorre comunemente a modelli fenomenologici per la descrizione della formazione della breccia, e a modelli idrodinamici per lo studio delle due fasi successive.

Sono stati proposti in letteratura anche metodi basati sulle equazioni del moto vario e dall'equazione di continuità dei sedimenti (Ponce e Tsivoglou, 1981; Macchione e Sirangelo, 1989; Tingsanchali e Chinnarasri, 2001). Tale modellazione assume l'ipotesi di adattamento istantaneo della portata solida alla capacità di trasporto della corrente. Va osservato, a tale proposito, che il fenomeno in questione è in un certo senso graduale, ma ancora caratterizzato da una evidente non stazionarietà delle

condizioni. E' stato mostrato che tale carattere dinamico rende assai complessa, in particolare, la descrizione dell'interazione tra la massa fluida in moto e la fase solida che costituisce il rilevato (Leopardi et al., 2002). D'altra parte una mediocre caratterizzazione dell'idrogramma di piena del rilevato può costituire una pregiudiziale assai rilevante ai fini dell'individuazione di misure di sicurezza per le regioni vallive. Risulta evidente che, anche per tale fenomeno, la modellazione non può prescindere dall'utilizzo di un modello di tipo accoppiato, in grado di cogliere la complessità che lo caratterizza.

Il modello matematico-numerico proposto è stato testato mediante la riproduzione dei più recenti esperimenti di laboratorio riguardanti l'erosione di un rilevato in materiali sciolti (Schmocker e Hager , 2009); in particolare nel paragrafo successivo si è effettuato un confronto tra il modello dinamico proposto e il modello classico (DSVExner), costituito dalle equazioni del De Saint Venant accoppiata alla equazione di Exner e alla formula di Meyer-Peter e Muller per il calcolo della portata solida (de Vries, 1965), i cui limiti sono stati ampiamente discussi nel capitolo 2. Questa applicazione e' stata anche pubblicata in un articolo apparso sul Journal of Hydraulic Research (Pontillo et al., 2010). Qui essa verra' pero' presentata in forma piu' ampia.

5.3.1 Descrizione delle prove sperimentali

I test sperimentali di riferimento sono stato condotti in un canale orizzontale di lunghezza 8m e larghezza 0.20m. A monte del canale è stato disposto un allineatore di flusso al fine di garantire la monodimensionalità dell' esperimento. Il rilevato, costituito da sabbia asciutta, è posto ad una distanza di 1.0m dall'imbocco del canale. Se ne riporta uno schema in figura 5.20.

La condizione iniziale prevede assenza di acqua all'interno del canale e l'afflusso da monte di una portata mantenuta costante per l'intera durata della prova. Essendo il rilevato costituito da sabbia asciutta, negli istanti iniziali, parte del volume di acqua

immesso va a saturare il rilevato stesso, pertanto, al fine di evitare afflussi idrici per filtrazione sul paramento di valle è stato disposto un drenaggio di fondo con un sistema di raccolta grazie al quale è stata quantificato il volume di acqua perso.

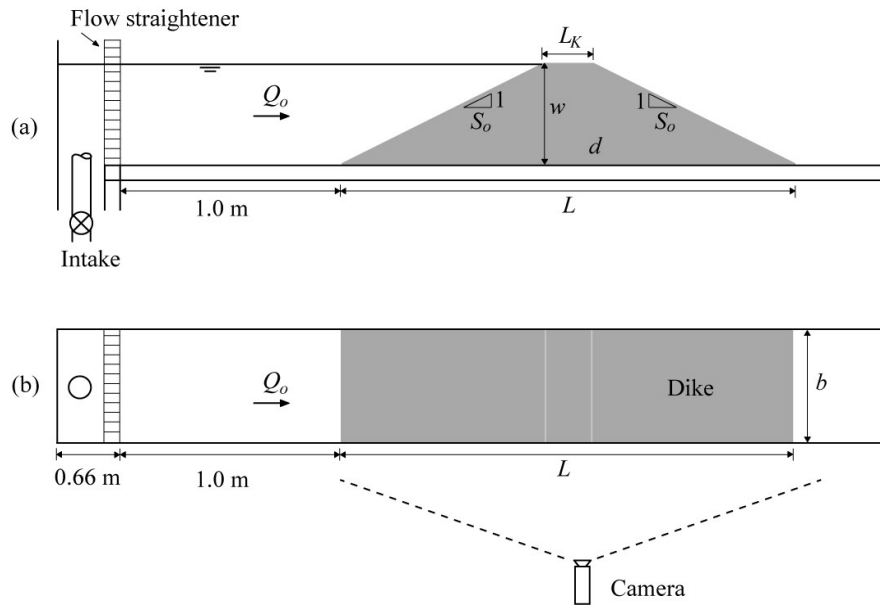


Figura 5.20. Schema sperimentale

Le dimensioni caratteristiche del rilevato sono riportate nella successiva tabella:

Altezza w	0.20 m
Larghezza b	0.20 m
Lunghezza della cresta L_k	0.10 m
Pendenza delle sponde S_0	1:2 (V:H)
Lunghezza totale $L=4w+L_k$	0.90 m

Tabella 5.5. Parametri dimensionali del rilevato.

Tre differenti prove sono state condotte che si caratterizzano per diversa portata defluente da monte Q_o o per diversa granulometria del materiale d , se ne riassumono i caratteri in tabella:

Test	d [mm]	Q_o [l/s]
1	2.00	11.31
2	2.00	5.66
3	4.00	11.31

Tabella 5.6. Diametro medio e portata idrica di ciascuna prova.

I dati sperimentali forniti dagli Autori raccolgono i profili idrici e del rilevato con una frequenza di 5 frame al secondo. Tali profili sono stati acquisiti mediante una fotocamera CCD posta ad una distanza di 2.20m dalla parete del canale e avente una risoluzione di 1034(H)x778(V) pixels.

5.3.2 Risultati sperimentali e numerici

Essendo tale lavoro antecedente la messa a punto della formulazione (4.30), i test sperimentali discussi nel paragrafo precedente sono stati riprodotti con il modello proposto a cui è accoppiata la relazione di chiusura (4.19) derivante dalla specializzazione del parametro di Van Rijn.

Le simulazioni numeriche sono state condotte con una condizione iniziale caratterizzata da assenza di acqua a valle del rilevato e un livello idrico di 10 cm a monte del rilevato; la portata defluente nella sezione iniziale del canale è stata assunta

linearmente crescente nel tempo sino all'istante in cui ha inizio il sormonto, successivamente è stata mantenuta costante e pari al valore sperimentale. A valle è stata posta una condizione di sbocco libero.

Al fine di ridurre i tempi computazionali è stata adottata una griglia non uniforme, il cui passo spaziale è stato assunto pari a 0.05m nelle zone lontane dal rilevato e pari a 0.0125 m nelle zone in cui si esplica una complessa interazione fase liquida -fase solida.

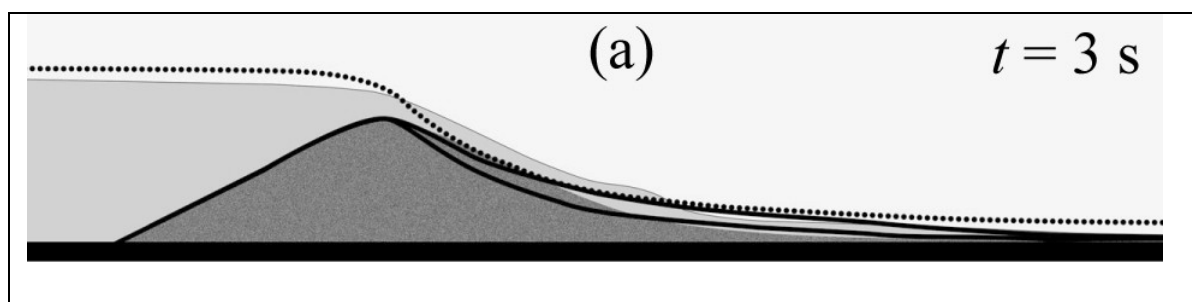
Tali passi di calcolo sono stati scelti dopo aver verificato che i risultati convergono con quelli ottenuti per passi di calcolo minori.

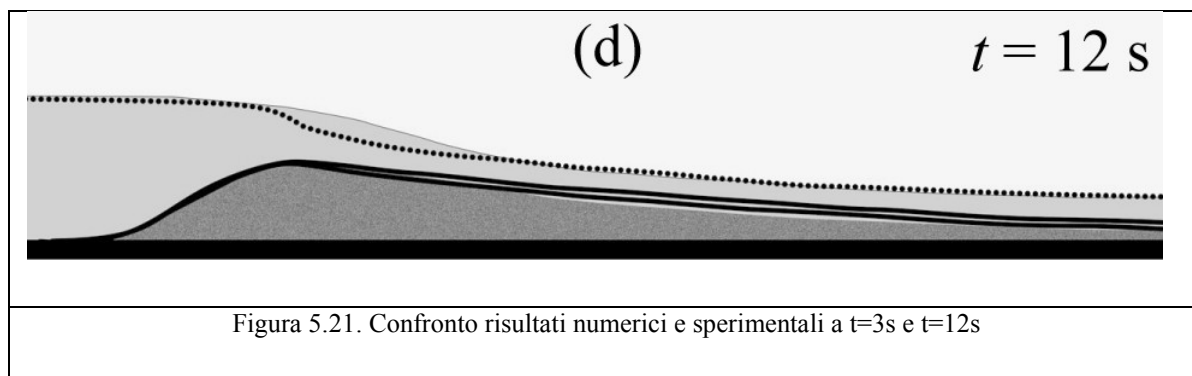
La calibrazione dei parametri incogniti è stata effettuata mediante un confronto tra risultati sperimentali e risultati numerici relativi al Test 1; il valore di tali parametri è stato poi mantenuto costante anche nella simulazione dei test 2 e 3. Il set di parametri scelto è riassunto in tabella:

η	α	C_D
1.00	0.025	0.01

Tabella 5.7. Valore dei parametri del modello

Per brevità si riportano in figura 5.21 i risultati ottenuti ai soli due istanti temporali $t=3s$ e $t=12s$, avendo considerato come istante iniziale quello in cui l'acqua sormonta il rilevato; i risultati ottenuti ad altri istanti temporali sono raccolti in appendice B.

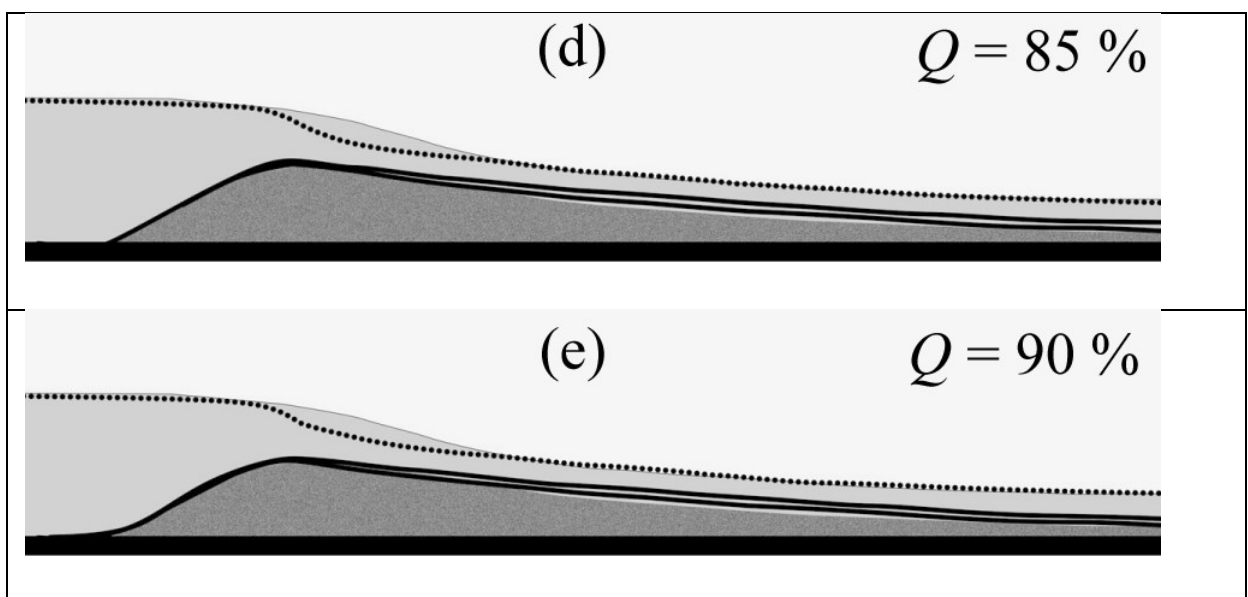
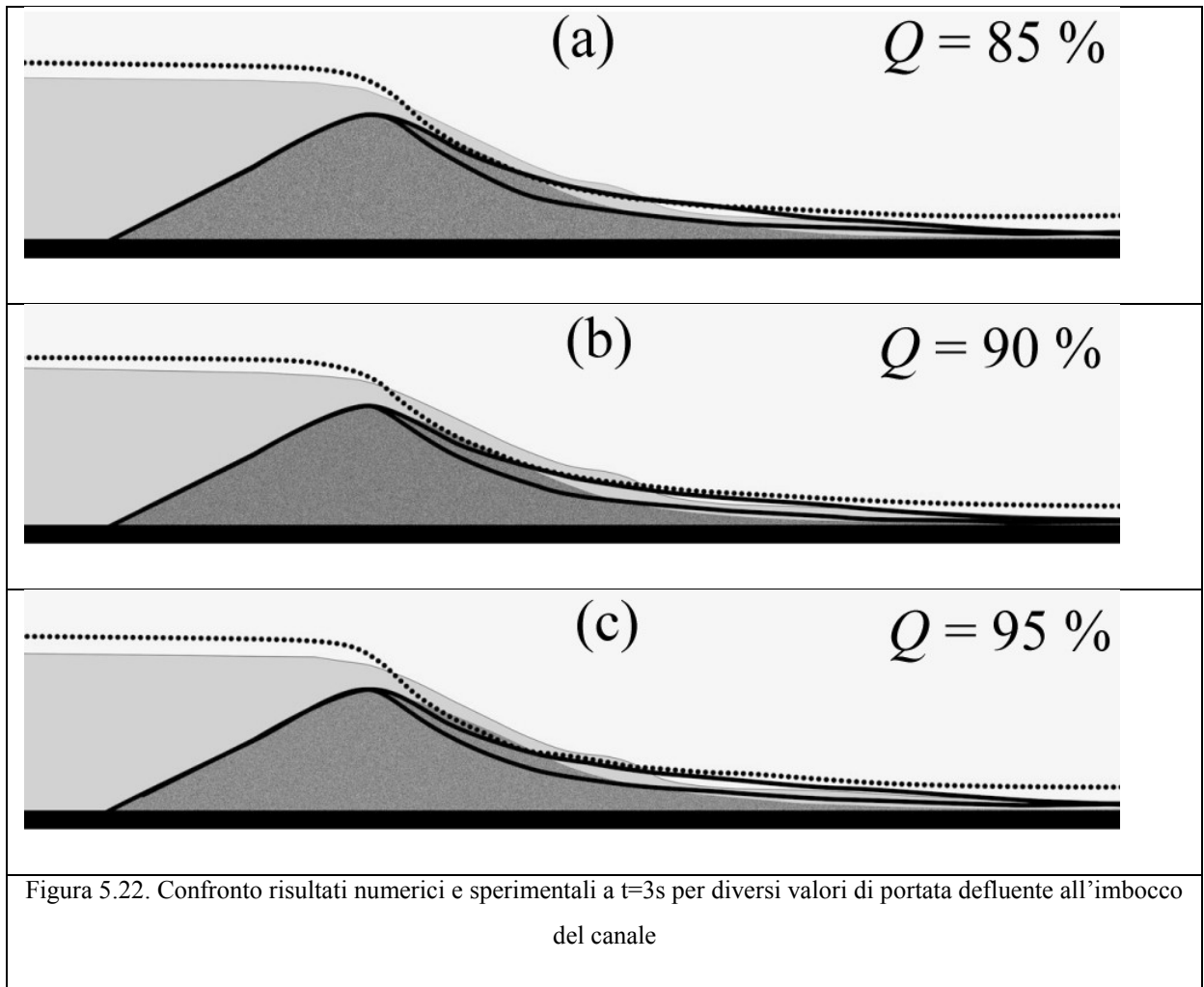


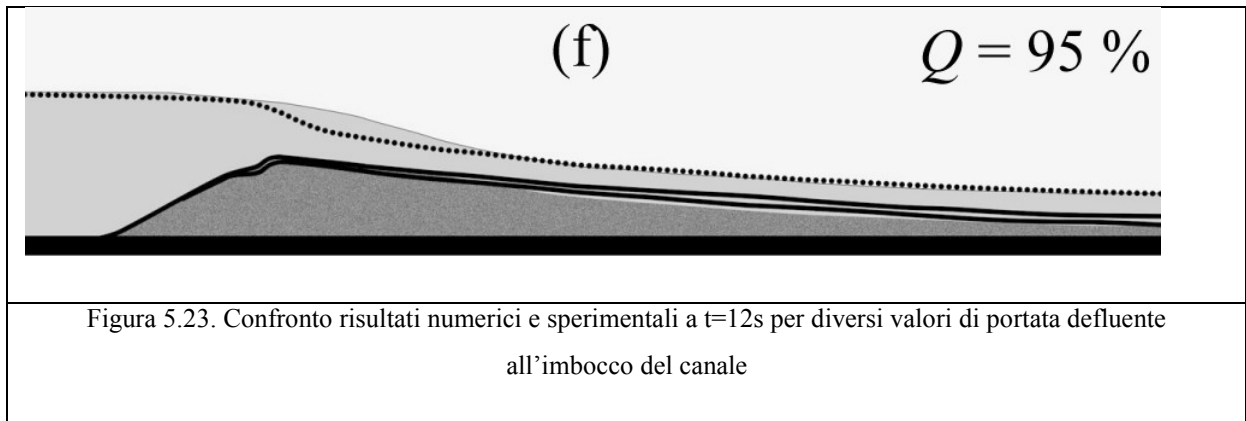


I risultati numerici sono stati sovrapposti alle immagini acquisite durante l'esecuzione delle prove. In particolare sono riportati il profilo idrico in linea punteggiata e i profili del rilevato e dello strato di trasporto in linea continua.

Ciò che si evince è che il modello riproduce in maniera adeguata il fenomeno. Alcune differenze possono essere colte ai primi istanti temporali, laddove il profilo idrico numerico è sempre al di sopra di quello osservato sperimentalmente; ciò può essere ricondotto alle differenti condizioni iniziali scelte per le simulazioni numeriche e, ancora, al fatto che il rilevato riprodotto in laboratorio è costituito da materiale non saturo. Durante la prova sperimentali, quindi, parte del volume di acqua viene perso all'interno del corpo diga per saturarlo, prima, e successivamente in un processo di filtrazione. In parte, ciò è stato portato in conto nelle simulazioni numeriche considerando una portata defluente all'imbocco pari al 90% di quella misurata sperimentalmente.

Al fine di capire quanto questo possa influire sui risultati numerici, sono state effettuate simulazioni anche con una portata pari all'85% e al 95% di quella misurata sperimentalmente. I risultati non presentano notevoli differenze come evidente nelle figure 5.22 e 5.23, dove sono stati raccolti i risultati ottenuti con le tre diverse portate agli istanti $t=3\text{s}$ e $t=12\text{s}$.

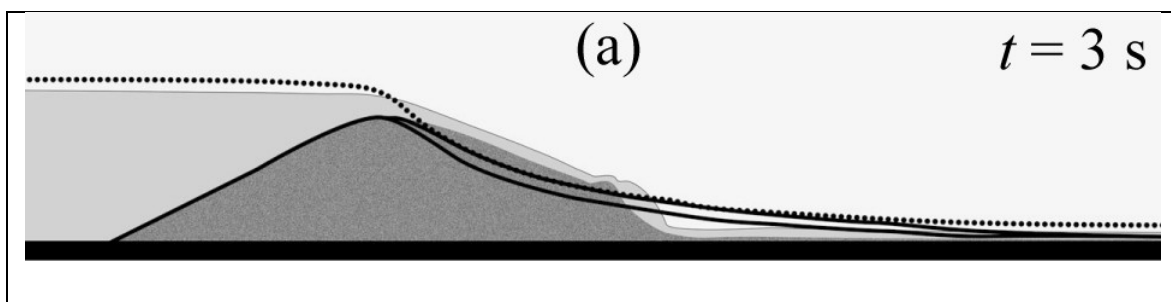


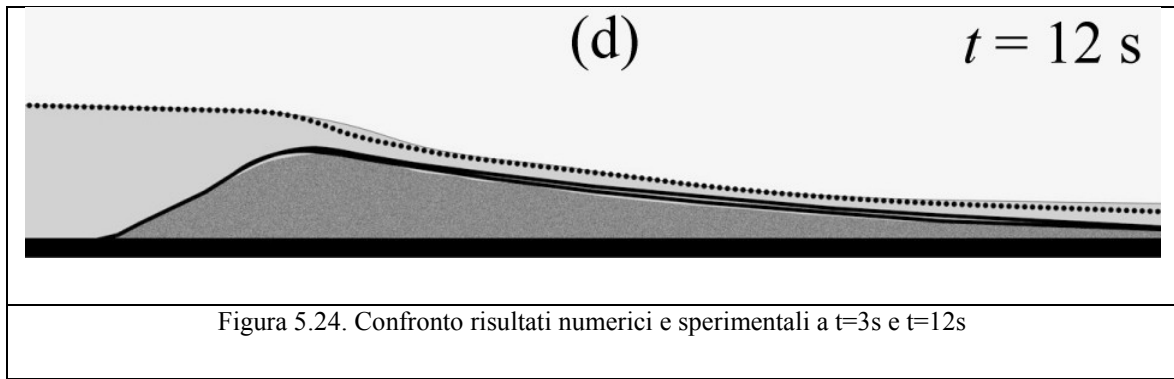


In prossimità della cresta del rilevato si ha uno scostamento tra i profili idrici numerici e sperimentali per l'intera durata del fenomeno; tali zone sono caratterizzate da forti curvature del profilo del rilevato, per cui qui viene a mancare la gradualità del moto. Tuttavia, le equazioni poste alla base del modello si basano proprio su tale ipotesi. Pur a seguito della introduzione di un coefficiente correttivo di curvatura, che verrà ampiamente discusso nel paragrafo successivo, i risultati ottenuti non hanno mostrato sensibili miglioramenti.

Il test 2 si specializza per una portata all'imbocco pari al 50% di quella prevista nel test 1, tutti gli altri dati sono mantenuti costanti.

Si riporta in figura 5.24 il confronto tra i profili osservati sperimentalmente e i profili numerici.

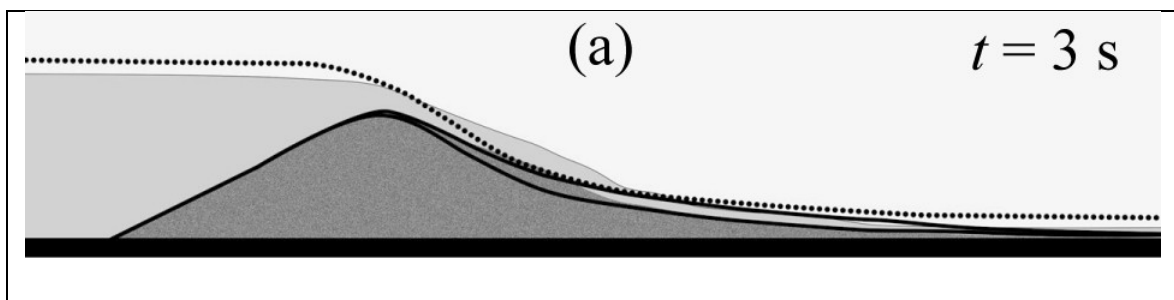


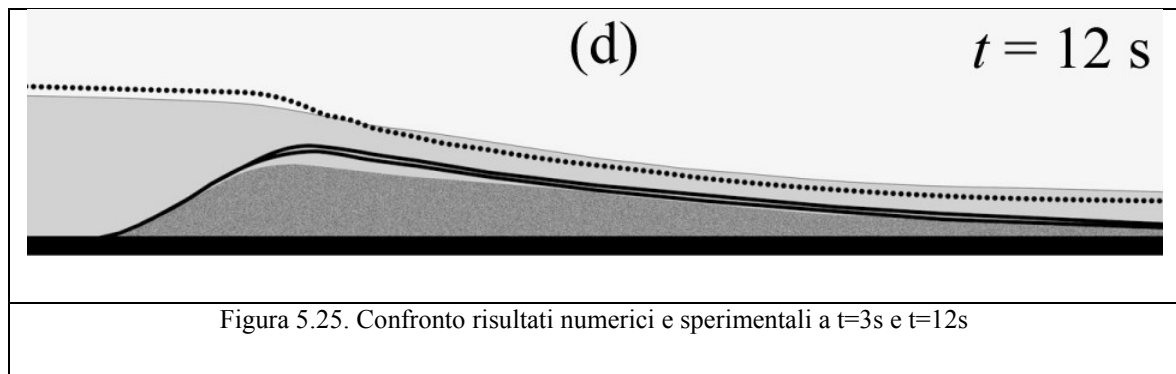


Anche per tale test si osservano delle differenze soprattutto ai primi istanti temporali; diversamente si ha un accordo molto buono agli istanti temporali superiori a 5s; l'erosione in cresta al rilevato risulta poi sottostimata agli istanti temporali $t=25\text{s}$ e $t=50\text{s}$. Bisogna evidenziare che superati i 25 secondi il fenomeno procede molto gradualmente, per cui il moto può essere considerato quasi-uniforme, diversamente il modello proposto è stato sviluppato per simulare condizioni di moto fortemente non stazionarie, per cui potrebbe non riprodurre adeguatamente situazioni in cui le derivate temporali e spaziali sono molto piccole.

Il test 3 prevede un diametro medio delle particelle d costituenti il rilevato pari a 4.0mm, esso risulta essere, quindi, pari al doppio di quello utilizzato nel test 1.

Si riporta in figura 5.25 il confronto tra i profili osservati sperimentalmente e i profili numerici.





In tale caso il modello sottostima, per l'intera durata del fenomeno, l'erosione del rilevato, e ad un'altezza della cresta maggiore fa corrispondere un livello idrico maggiore rispetto a quello sperimentale.

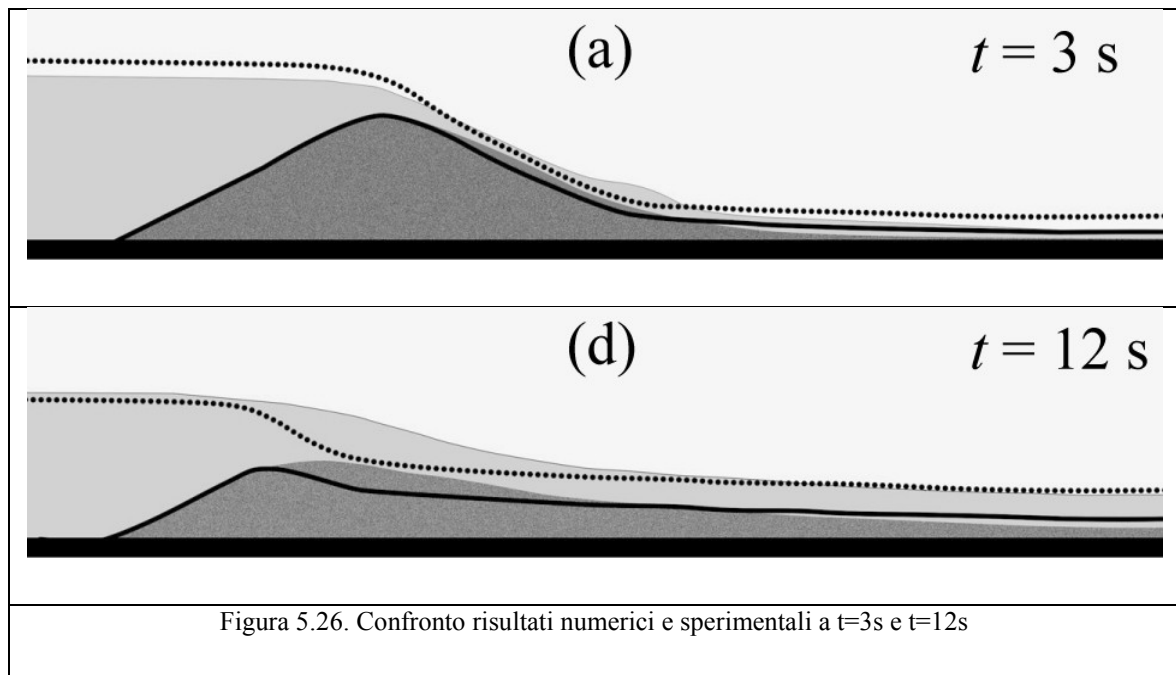
La relazione di chiusura utilizzata per tali simulazioni presenta una complicata dipendenza dal diametro medio delle particelle, attraverso sia gli sforzi tangenziali sia la velocità di caduta della particella, la quale può essere evidenziata per valori di diametro maggiori, e portare quindi ad una sottostima della quantità di materiale netto eroso.

5.3.3 Confronto modello dinamico- modello De Saint Venant Exner

I test sperimentali di riferimento sono stati riprodotti anche mediante il modello classico (DSVExner) costituito dalle equazioni del De Saint Venant accoppiata alla equazione di Exner e alla formula di Meyer-Peter e Muller per il calcolo della portata solida (de Vries, 1965).

Come già evidenziato il limite principale consiste nel fatto che in tale modello la portata solida è una funzione monotona della velocità del fluido, per cui si ha deposito laddove la velocità decelera, in questo caso al piede del corpo diga.

Si riporta in figura 5.26 i risultati ottenuti.



Ai primi istanti temporali, si ha un arretramento del lato valle del rilevato tale da mantenerne inalterata la sua forma trapezoidale. Il deposito che ha luogo al piede del rilevato comporta la formazione di un profilo concavo che rimane inalterato per l'intera durata del fenomeno, ciò non trova riscontro nei dati sperimentali dove l'evoluzione della geometria del rilevato non sembra essere così regolare.

E' evidente che tale modello, per le ipotesi su cui esso si basa, non è in grado di simulare fenomeni, come questo studiato, in cui si ha una complessa interazione liquido-solido a seguito della non uniformità del moto; esso, infatti, non può portare in conto gli scambi di quantità di moto tra le due fasi.

Un apparente vantaggio risulta essere il fatto che tale modello non richiede una fase di calibrazione dei parametri, essendo questi praticamente inesistenti; tuttavia, ciò comporta che il risultato risulta essere lo stesso per diverse configurazioni sperimentali.

Al fine di valutare quantitativamente le capacità predittive e le differenze tra il modello dinamico proposto e quello basato sull'approccio classico (DSVExner), si è valutato l'errore quadratico medio relativo al profilo idrico e al profilo del rilevato,

indicati ripettivamente con $z+h$ e Z , agli istanti temporali $t=3s$ e $t=12s$; i valori sono riassunti in tabella 5.8.

<i>Time (s)</i>	<i>Dynamic no curvature</i>		<i>DSV+Exner+MPM</i>	
	<i>Z</i> <i>(pixels image)</i>	<i>z+h</i> <i>(pixels image)</i>	<i>Z</i> <i>(pixels image)</i>	<i>z+h</i> <i>(pixels image)</i>
3	8.37	12.24	5.10	11.63
12	2.80	4.13	8.12	11.68

Tabella 5.8. Errore quadratico medio a ciascun istante per il modello dinamico e il modello classico DSVExner

Sebbene ai primi istanti temporali, l'errore commesso è confrontabile per i due diversi modelli, già all'istante $t=5s$ il modello classico (DSVExner) presenta un errore di gran lunga maggiore di quello commesso dal modello dinamico.

5.3.4 Coefficiente correttivo di curvatura.

Nel processo di erosione di un rilevato in materiali sciolti per sormonto si è in presenza di forti curvature del fondo su cui l'acqua fluisce, sulla cresta del rilevato, infatti, si ha una rapida trasformazione del profilo da trapezoidale a arrotondato. In particolare si ha una regione a curvatura negativa sulla regione della cresta e una a curvatura positiva sul alto valle del rilevato.

Tali curvature invalidano le ipotesi di distribuzione di pressione idrostatica e di velocità uniforme lungo la verticale, implicitamente assunte a seguito dell'utilizzo delle equazioni del De Saint Venant.

Le significative differenze nella distribuzione di pressioni si riflettono sui profili di velocità e quindi sulla velocità in prossimità del fondo, la quale ha un ruolo non trascurabile nei processi di erosione e deposizione al fondo.

Sebbene non è possibile portare in conto in maniera completa degli effetti della curvatura nelle equazioni del De Saint Venant, si è cercato di risolvere il problema in via approssimata mediante l'introduzione di un coefficiente correttivo della velocità media di portata da applicare nel calcolo della forza di Drag e del termine di scambio al fondo e_b .

Il profilo di velocità può essere espresso dalla seguente relazione (Castro-Orgaz, 2008):

$$\frac{V}{V_s} = \left(\frac{1}{r} + \left(1 - \frac{1}{r} \right) \cdot v \right)^{\frac{1}{m}} \quad (5.3)$$

Dove V rappresenta la velocità alla generica quota, V_s la velocità in superficie, $r = R_s/R_b$ il rapporto tra il raggio di curvatura in superficie R_s e al fondo R_b , e v la coordinate non dimensionale dal fondo alla superficie libera lungo una linea equipotenziale di lunghezza N . Il coefficiente m che compare nella espressione 5.3 risulta essere pari a :

$$m = \frac{R_b}{N} (r - 1) \quad (5.4)$$

L'integrazione della equazione 5.3 per v da 0 a 1 fornisce il rapporto tra la velocità media di portata U_w e la velocità sulla superficie libera V_s :

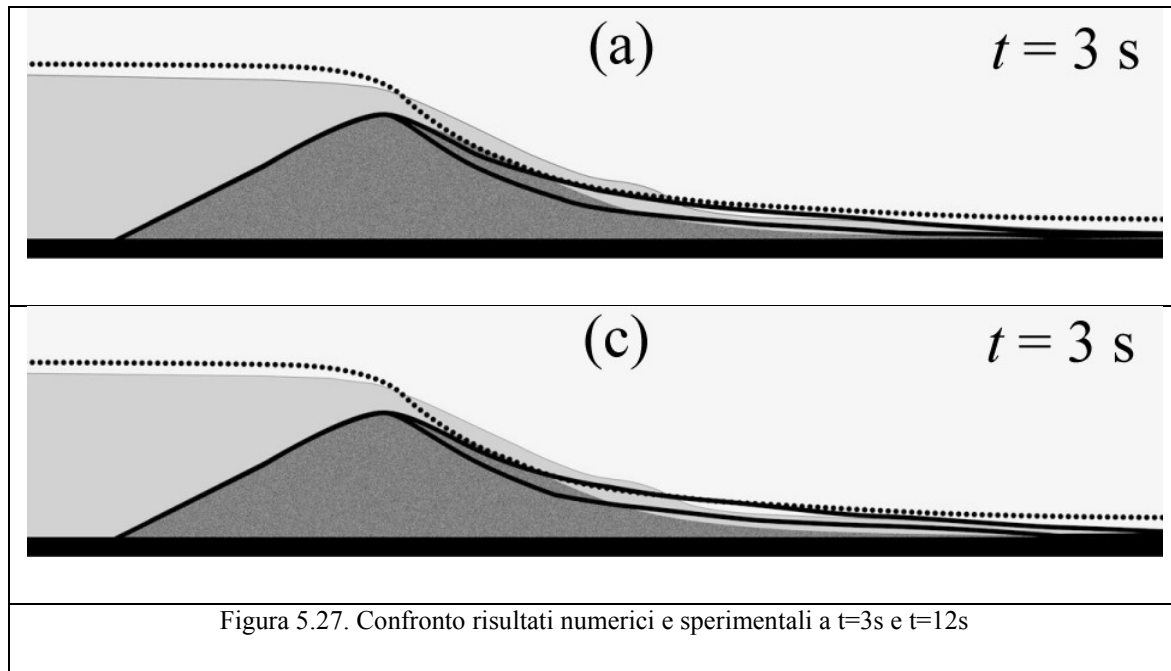
$$\frac{U_w}{V_s} = \frac{m \left(r - r^{\frac{1}{m}} \right)}{(r - 1)(1 + m)} \quad (5.5)$$

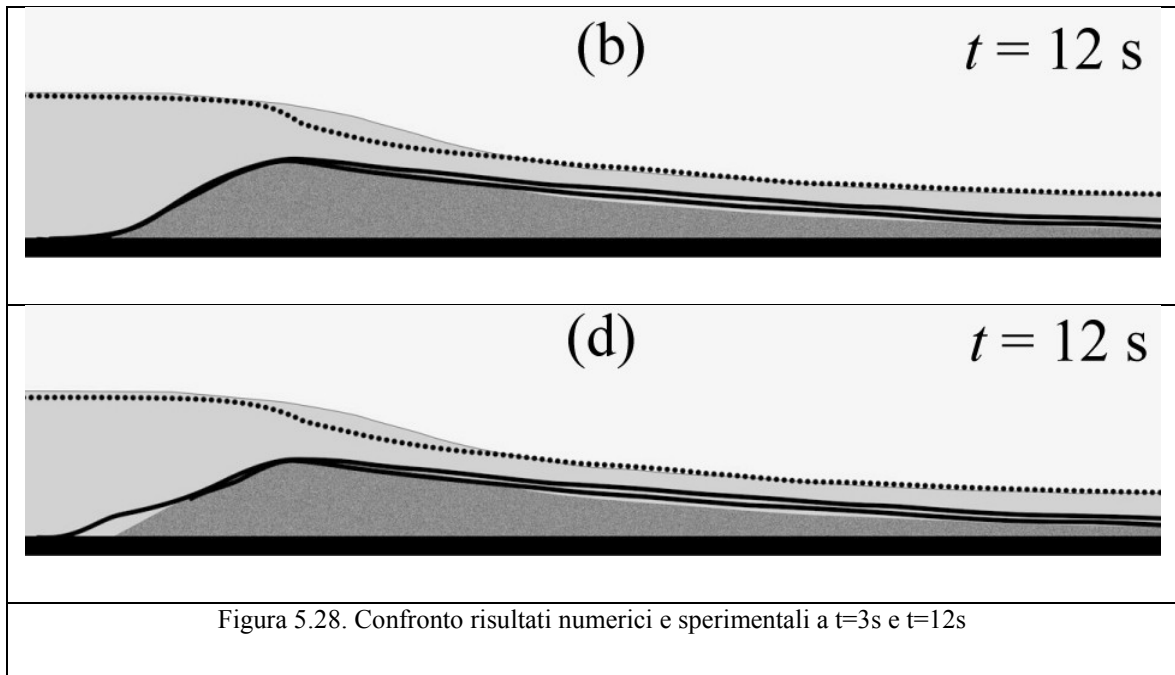
Mediante la equazione 5.3 specializzata e la equazione 5.5 è possibile determinare il rapporto η tra la velocità al fondo V_b e la velocità media di portata U_w :

$$\eta = \frac{V_b}{U_w} = \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{(r-1)(1+m)}{m \left(r - r^{-\frac{1}{m}} \right)} \right) \quad (5.6)$$

Il coefficiente η , calcolato con la precedente equazione, rappresenta un coefficiente correttivo del valore di velocità utilizzato nel calcolo della forza di Drag e del termine di scambio al fondo e_b .

In figura 5.27 e 5.28 si riportano i risultati ottenuti con e senza l'introduzione di tale coefficiente correttivo rispettivamente agli istanti temporali $t=3s$ e $t=12s$.





I risultati non sembrano mostrare miglioramenti significativi, tuttavia, al fine di valutarne l'effetto dal punto di vista quantitativo, si è calcolato l'errore quadratico medio anche per tale simulazione; i valori sono riportati in tabella unitamente a quelli ottenuti senza il coefficiente correttivo, già presentati nel paragrafo precedente.

Tempo (s)	Modello dinamico senza coefficiente correttivo		Modello dinamico con coefficiente correttivo	
	Z (pixels image)	z+h (pixels image)	Z (pixels image)	z+h (pixels image)
3	8.37	12.24	8.44	12.19
12	2.80	4.13	3.32	3.04

Tabella 5.7. Errore quadratico medio con e senza l'utilizzo del coefficiente di curvatura correttivo

Come già evidenziato il tener conto dell'effetto della curvatura mediante il coefficiente di correzione non determina un miglioramento sistematico e significativo nei risultati.

5.4 Riferimenti citati

Armanini, A., Di Silvio, G. (1988) *A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.26(3), pp.275-292.

Becchi, I. (1990) *Dinamica dell'erosione di uno sbarramento di materiale granulare a seguito di tracimazione. Analisi sperimentale su modello fisico*. Relazione scientifica nell'ambito della convenzione ENEL – Dip. Ing. Civile dell'Università di Firenze.

Benoist, G. (1983) *Calcul de l'érosion d'une digue par surverse*. EDF Internal Report HE 43/83-31.

Benoist, G. (1989) *Les études d'ondes de submersion des grand barrages d'EDF*. La Houille Blanche, vol.1, pp. 43-54.

Castro-Orgaz O. (2008) *Curvilinear flow over round-crested weirs*. Journal of Hydraulic Research, vol.46(4), pp.543-547.

de Vries, M. (1965) *Considerations about non-steady bed-load-transport in open channels*. Atti del XI Congresso IAHR, Leningrad, vol. III, Memoria n. 38.

Elhakeem, M., Imran, J. (2007) *Density functions for the entrainment and deposition of uniform sediment*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.113(8), pp.917-926.

Fernandez Luque, R., van Beek, R. (1976) *Erosion and transport of bedload sediment*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.14(2), pp.127- 144.

Garcia, M.H., Parker, G. (1991) *Entrainment of Bed Sediment into Suspension*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.117(4), pp.414-435.

Han, K. Y., Lee, J. T., Park, J. H. (1998) *Flood inundation analysis resulting from Levee-break*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 36, n. 5.

Iervolino, M., Leopardi, A., Soares-Frazão, S., Swartenbroekx, C., Zech, Y. (2010) *2D-H Numerical Simulation of Dam-Break Flow on Mobile Bed with Sudden enlargement*, Proc. River Flow 2010.

Leopardi, A., Oliveri, E., Greco, M. (2002) *Numerical simulation of gradual earth-dam failure*. Atti della 2a Conferenza Internazionale “New Trends in Water and Environmental Engineering for Safety and Life”, Capri, 24-28 Giugno 2002.

Macchione, G., Sirangelo, B. (1989) *Aspetti idraulici nel collasso degli sbarramenti in materiali sciolti*. Idrotecnica 6.

MacDonald, T. C., Langridge-Monopolis. J. (1984) *Breaching characteristics of dam failures*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.110(5), pp. 567-586.

Ponce V. M., Tsivoglu, A. J. (1981) *Modeling gradual dam breaches failure*. Journal of Hydraulic Division, ASCE, vol. 107(7), pp. 829-838.

Palumbo, A., Soares-Frazão, S., Goutière, L., Pianese, D., Zech, Y. (2008) *Dam-break flow on mobile bed in a channel with a sudden enlargement*, Proc. River Flow 2008 International Conference on Fluvial hydraulics, Çeşme, 3-5 September 2008, vol.1, pp.645-654.

Pontillo, M., Iervolino, M., Greco, M. (2010) *Considerazioni sulla erosione al fondo in alvei mobili*. XXXII Italian conference of Hydraulics and Hydraulic Constructions, Palermo.

Schmocker, L., Hager, W.H. (2009) *Modelling dike breaching due to overtopping*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.47(5), pp.585-597.

Seminara S., Solari L., Parker G. (2002) *Bedload at low Shields stress on arbitrarily sloping beds: Failure of the Bagnold hypothesis*. Water Resources Research, 38(11).

Spinewine B., Zech Y. (2007) *Small-scale laboratory dam-break waves on movable beds*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.45, Extra Issue, pp. 73–86.

Tingsanchali, T., Chinnarasri C. (2001) *Numerical modelling of dam failure due to flow overtopping*. Hydrological Sciences, vol. 46(1).

Van Rijn, L.C. (1984b) *Sediment transport, Part II: Suspended load transport*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.110(11), pp.1613-1641.

6. Strutture coerenti turbolente

Come già esposto i modelli morfodinamici quale quello introdotto nei capitoli precedenti non “risolvono” la turbolenza, tuttavia essi richiedono delle relazioni di chiusura; se per gli sforzi resistenti della fase idrica tale chiusura può prevedere la stima dello sforzo al fondo con una formula di moto uniforme, ben più delicata risulta essere la chiusura del modello per la descrizione dello scambio di materiale solido al fondo. Le relazioni proposte sinora, anche alla luce di quanto fatto in letteratura, dipendono dalle grandezze medie del moto, tuttavia questo potrebbe essere riduttivo in quanto è evidente che i processi di entrainment al fondo dipendono delle strutture coerenti turbolente che vengono a svilupparsi. Sebbene tale assunto sia condiviso da gran parte degli scienziati, la comprensione, la previsione e la modellazione degli effetti della turbolenza costituiscono un problema tutt’ora irrisolto.

Negli ultimi decenni, numerosi sforzi nel campo della ricerca sono stati compiuti e sono state formulate nuove idee, grazie anche all’ausilio di tecniche di indagine sperimentale e di mezzi di calcolo ben più potenti di quelli disponibili all’ inizio del secolo scorso. I nuovi concetti che ne sono derivati, basati su risultati ottenuti con l’uso di tecniche di ricerca sempre più raffinate, sono spesso in conflitto con le idee sulla turbolenza sviluppate in occasione dei primi studi, molte delle quali sono oramai da ritenersi in parte superate.

Le origini nella ricerca sulla turbolenza sono caratterizzate da un’immagine in cui la turbolenza stessa appare come un fenomeno completamente stocastico, dove un campo di moto con fluttuazioni casuali viene sovrapposto alla parte media (Reynolds 1894).

Le prime intuizioni del carattere intermittente della turbolenza possono essere attribuite a Townsend (1947), Corrsin e Kistler (1956) e Klebanoff(1954), nei cui

lavori vengono introdotte nuove idee, tra cui quella per cui i grandi vortici presentino strutture quasi deterministiche.

Il processo di formazione dell'attuale visione della turbolenza comincia negli anni '60; in particolare si diffonde l'idea che le proprietà di una corrente sono governate dai movimenti a grande-scala, mentre i movimenti di piccola scala, meno dipendenti dai caratteri peculiari della corrente, sono responsabili principalmente dei processi dissipativi.

La mole di lavoro di ricerca effettuata nel campo della turbolenza ha, in seguito, portato ad affrontare un ulteriore tema, ben più delicato: il legame esistente tra i fenomeni turbolenti e i processi di trasporto solido.

E' evidente l'importanza che assumono le strutture turbolente, in specie quelle che si determinano in prossimità delle pareti, nella messa in sospensione e deposizione del materiale costituente il fondo dell'alveo e sulla definizione di un eventuale criterio di "incipiente movimento" di tali particelle.

6.1 Stato dell'arte

Uno dei primi risultati nello studio delle strutture dello strato limite turbolento è dovuto a Kline et al. (1967).

Gli Autori usando bolle di idrogeno come mezzo di visualizzazione mostrarono che in prossimità della parete, il flusso si organizza in schiere di zone ad alta e bassa velocità che si alternano nel tempo, allineate con la direzione della corrente. Tali strutture prendono il nome di *streaks* usando la terminologia anglosassone.

Il fluido effettivamente si sposta lateralmente da regioni ad alta velocità istantanea ($+u'$), rispetto alla velocità media del flusso, verso regioni a bassa velocità ($-u'$). Compare la prima percezione del fenomeno del *burst*: le strutture filamentose dello strato limite interagiscono con la porzione esterna del flusso tramite eventi come fuoriuscite graduali, innalzamenti, oscillazioni improvvise e rotture.

Con il termine “*bursting*” largamente usato sin dalla sua introduzione avutosi ad opera di Runstadler et al. (1963) si è soliti descrivere la sequenza degli eventi esplosivi caratterizzati dall’espulsione di masse idriche verso l’esterno (*ejection*) e verso il fondo (*sweep*), a cui è associata la produzione di energia turbolenta nello strato di parete e il processo di scambio tra regione interna ed esterna dello strato limite.

Sebbene tale termine sia molto diffuso, tutt’ora esso è fonte di confusione.

Il significato di tale termine si è evoluto nel tempo, in molti lavori esso descrive appunto l’intermittenza di eventi esplosivi. Tuttavia, recentemente risultati sperimentali hanno messo in discussione il processo di produzione dell’energia turbolenta, che non appare più legato al processo precedentemente definito come “*bursting*”, infatti, esso sembra avere carattere di intermittenza ben più marcato sia nel tempo che nello spazio.

L’ultimissima teoria che si sta diffondendo è che il fenomeno del *bursting* sia associato al passaggio di schiere vortici che si estendono in direzione quasi-longitudinale (*quasi-streamwise vortices*), a cui è associato la movimentazione di masse idriche (*ejection-sweep*), come evidenziato da risultati numerici relativi a bassi numeri di Reynolds (Kim 1987b, Guezzenec 1989, Robinson 1990).

Sinora non esistono molti dati sperimentali a supporto di tale teoria, sebbene essa sia accettata da un gran numero di ricercatori. Nezu e Nakagawa (1981) hanno esplicitamente accettato tale visione definendo il fenomeno del *bursting* “...*a kind of large-scale eddy structure, and its coherent structure is fairly inclined downstream towards the wall. It is convected downstream with a longer lifetime than the bursting passing-period...*”

In definitiva esistono due differenti definizioni di “bursting”:

- Una violenta espulsione di massa fluida generata da una instabilità locale e avente carattere intermittente,
- Una violenta espulsione di massa fluida dovuta al passaggio di uno o più vortici “quasi-streamwise”, i quali sono caratterizzati da scale temporali (durate) ben maggiori di quelle del fenomeno di “bursting” ad esso correlato.

Come già enunciato, la teoria attuale associa il processo di “bursting” al passaggio di strutture vorticosi (Offen e Kline 1975, Grass e Mansour-Teherani 1996), quali ad esempio vortici definiti in dizione anglosassone “horse-shaped structures” per prima introdotti da Theodorson (1952) o “funnel-shaped vortices” (Kaftori e al.1994).

Secondo tale teoria, le strutture vorticosi agiscono come pompe che spingono verso le regioni esterne masse a minore quantità di moto (*ejection*) e verso il basso masse a velocità maggiori rispetto a quella media di portata (*sweep*), come schematizzato nella successiva figura:

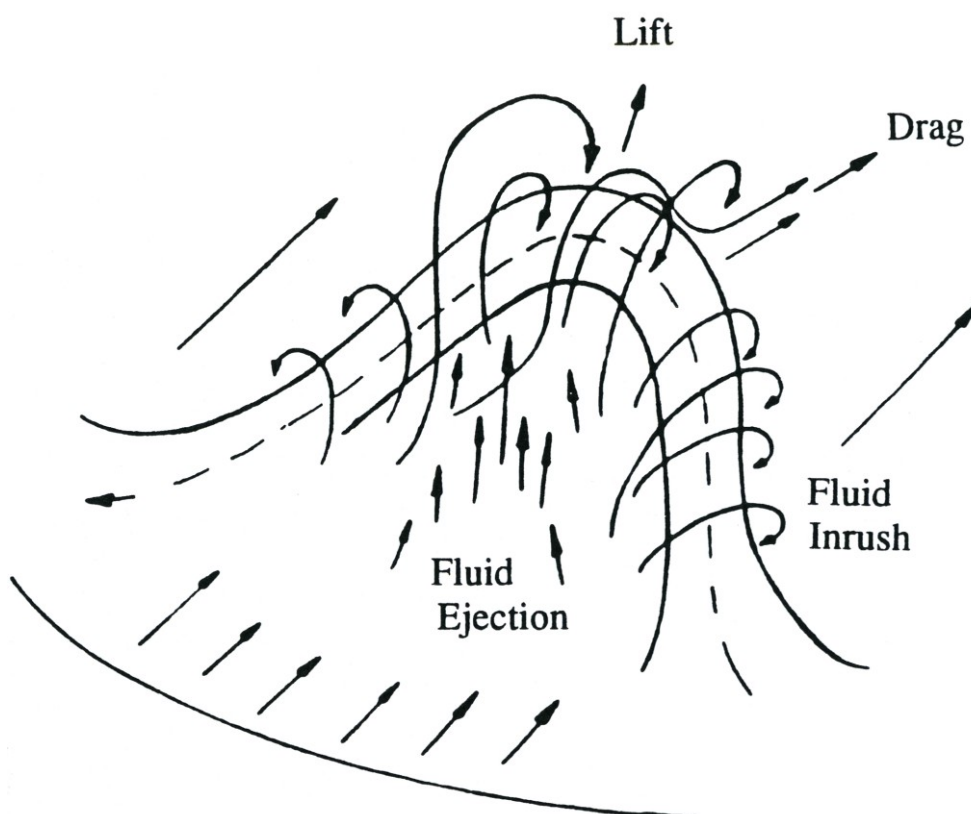


Figura 6.1. Schematizzazione dei fenomeni di bursting al passaggio di un vortice

Un modello concettuale abbastanza completo del processo evolutivo che coinvolge i vortici nella regione di parete dello strato limite, la cui rappresentazione grafica è in figura 6.2, è stato proposto da Acarlar e Smith (1987); la dinamica dei vortici definiti ‘horseshoe vortices’ è descritta congiuntamente agli eventi caratterizzanti il ‘bursting’,

in particolare lo scoppio di *streaks* a bassa velocità appare come la conseguenza dell'arrotolamento del vortice.

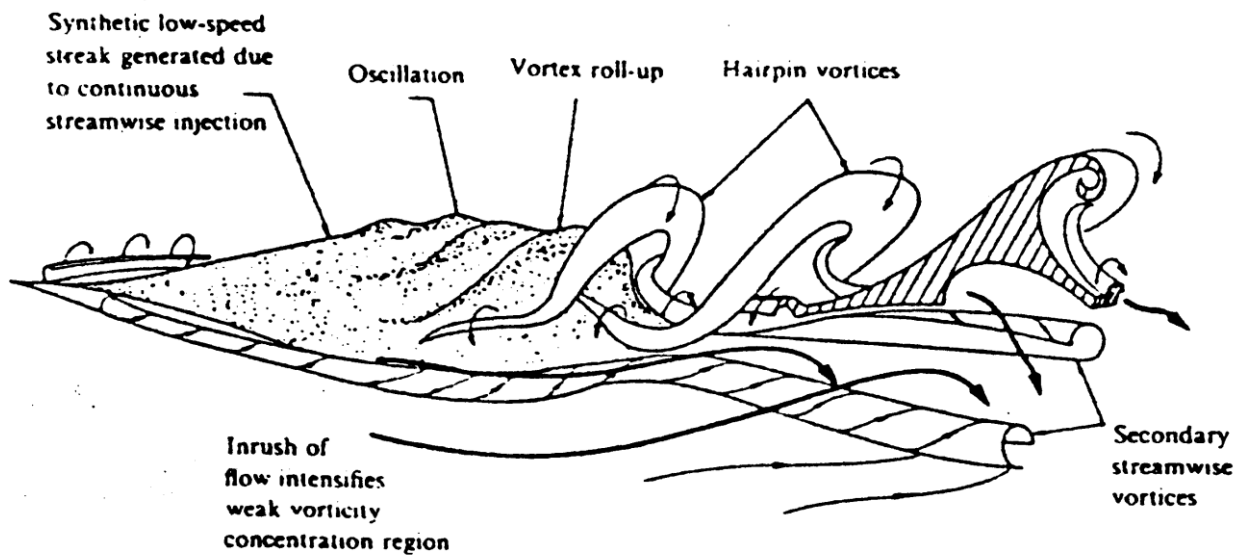


Figura 6.2 Schematizzazione del modello concettuale di Smith et al. (1987)

Quando si forma, un vortice a cappio (horseshoe vortices) si muove verso l'esterno e con la corrente; le gambe del vortice rimangono nella regione di parete, vengono allungate e formano vortici controrotanti quasi allineati col flusso che espellono fluido dalla parete e ne accumulano tra le gambe. Gambe allungate di molti vortici si fondono, garantendo il continuo sviluppo di *streaks* a bassa velocità; vortici che si accrescono verso l'esterno si possono raggruppare nella regione esterna in protuberanze rotazionali a grande scala.

Un altro modello per strato limite a basso numero di Reynolds è dovuto a Robinson (1981), secondo cui i vortici quasi allineati alla corrente dominano la regione del buffer, mentre vortici ad arco sono principalmente presenti nella regione di scia; nello strato di sovrapposizione coesistono entrambe le strutture, spesso come elementi della stessa struttura vorticoso. La relazione mutua tra queste strutture e l' 'ejection' e i moti di 'sweep' è mostrata in figura 6.3, laddove u e v rappresentano le componenti di

velocità e i numeri 2 e 4 individuano il quadrante in cui tali punti ricadono nella cosiddetta “analisi per quadrante”, che verrà discussa successivamente.

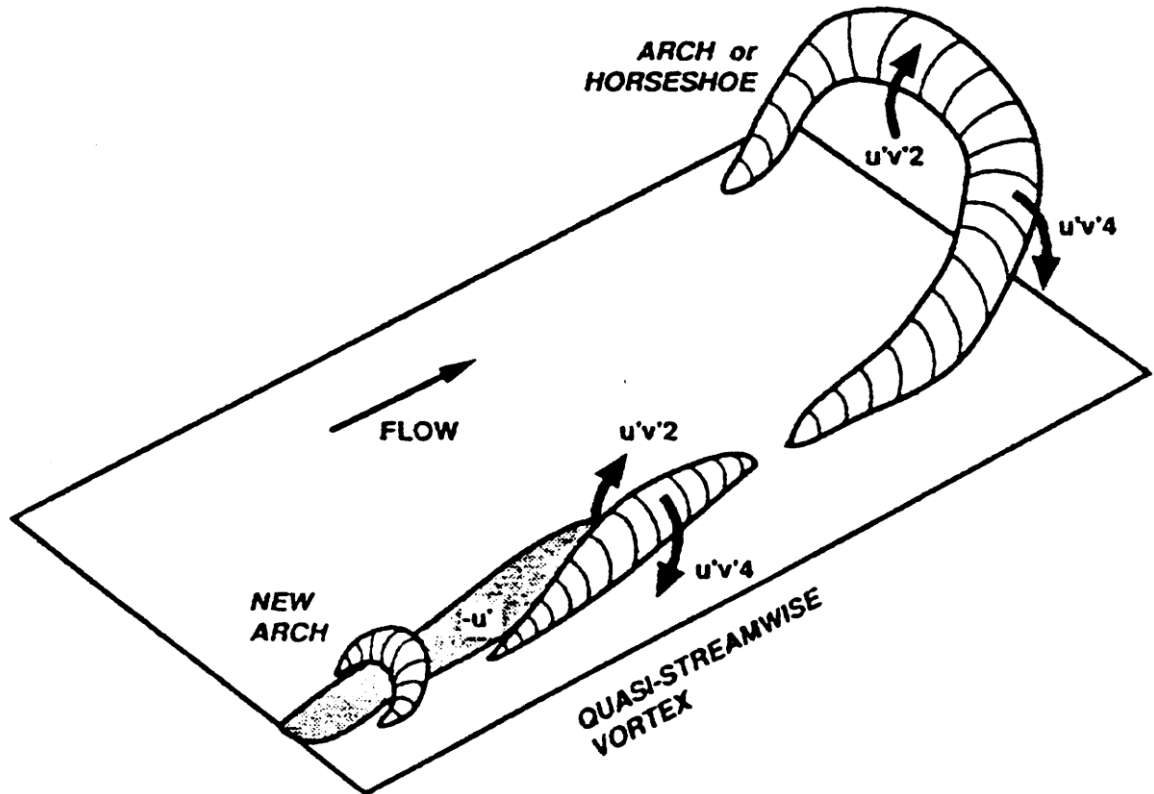


Figura 6.3 Schematizzazione del modello proposto da Robinson (1991)

Risultati ottenuti da Direct-numerical-simulation (DNS) suggeriscono che tali strutture sono quasi mai simmetriche, anzi, spesso si presentano come vortici aventi un solo piede dei due (Kline e Robinson, 1989; Waleffe, 2003).

Ganapathisubramani (2006) mediante l'utilizzo della tecnica PIV per la determinazione del campo di moto, ha trovato che le strutture vorticosse presentano un'inclinazione rispetto al fondo di circa 45° , in accordo con gli studi di Head e Bandyadhyay (1981).

Uno degli aspetti da considerare nel recensire modelli concettuali di strutture dello strato limite è il valore del numero di Reynolds. La maggior parte dei modelli si

appoggia a schemi basati su risultati ottenuti a numeri di Reynolds relativamente bassi, e per questo caratterizzati da una limitata gamma di scale della turbolenza. Le implicazioni del numero di Reynolds sulle leggi di scala per moti turbolenti coerenti possono essere trovate, tra gli altri, in Blackwelder e Eckelmann (1979), Alfredsson e Johansson (1984), Willmarth e Sharma (1984), Henningson et al.(1987), Luchik e Tiederman (1987) e Shah e Antonia (1989).

Il dibattito riguardo la natura della turbolenza e il modo in cui l'energia turbolenta sia trasferita da strutture a larga scala a strutture a piccola scala – small eddies- prima di essere dissipata, rimane tutt'ora aperto, anche se esso è fenomenologicamente descritto e studiato da tempo ("Energy cascade theory" Kolmogorov).

6.1.1 Strutture coerenti e trasporto solido

Le strutture turbolente hanno una rilevanza non trascurabile ai fini dell'evoluzione morfologica degli alvei fluviali; infatti, esse influenzano la ridistribuzione del materiale solido e i meccanismi con cui questo si mette in sospensione o deposita.

Basti pensare all'importanza che assume l'individuazione di una soglia critica oltre la quale una particella inizialmente ferma al fondo si mette in movimento nello studio di tutti i fenomeni legati al trasporto solido. Una trattazione largamente accettata e utilizzata è quella proposta da Shields (1936), già abbondantemente discussa nel capitolo 3. Risulta evidente che tale approccio è estremamente semplificato, in quanto prescinde dai fenomeni impulsivi della turbolenza, scoperti da Klein et al. (1967), e, come si è detto, prevederebbe una simultanea movimentazione del materiale di fondo appena si superi la soglia critica, e la contestuale assenza del trasporto al di sotto di essa.

Per primo Sutherland (1967) evidenziò la forte connessione tra strutture turbolente e trasporto solido, formulando una teoria secondo cui le particelle vengono messe in movimento ad opera di strutture vorticosi che, entrando violentemente nello strato

viscoso, irrompono sulle particelle costituenti il fondo. Tale teoria è in accordo con il fenomeno del ‘bursting’ che negli precedenti anni veniva introdotto e che è stato ampiamente descritto nel paragrafo precedente. Sebbene egli non introdusse alcun parametro quantitativo, a lui spetta il merito di aver messo in luce la necessità di affrontare tale tema.

Grass (1970) e successivamente Lavelle e Mofjeld (1987) suggeriscono un visione stocastica del fenomeno di incipiente movimento, basata sulla definizione di una distribuzione di probabilità sia dei caratteri geometrici e granulometrici del fondo sia delle condizioni di turbolenza. Nelson et al. (2001) hanno evidenziato l’importanza del fattore ‘variabilità’ soprattutto in quelle condizioni in cui il trasporto è marginale, quali ad esempio correnti al cui moto medio non competerebbe trasporto. Il fattore ‘variabilità’ è associato sia a caratteristiche del materiale e del fondo , quali il grado di compattazione, l’esposizione, l’angolo di attrito (Fenton e Abbott, 1977; Cameron, 2002; Coleman et al, 2003), sia a caratteristiche idrodinamiche della corrente, la cui variabilità è essenzialmente effetto della turbolenza.

Infatti, in condizioni di moto uniforme, le fluttuazioni turbolente scalano con la velocità di attrito alla parte u_* , pertanto la forza di Drag e di Lift possono essere espresse in funzione dello sforzo tangenziale (Nelson, 1991). Per condizioni di moto più articolate, la scala è differente, è vi è un ulteriore grado di complessità da tenere in conto dovuto all’accoppiamento trasporto-idrodinamica (Best et al, 1997). La presenza di materiale solido in sospensione, inoltre, in condizioni di moto turbolento determina ulteriori impatti dovuti alle particelle stesse sui grani al fondo, introducendo un ulteriore grado di complessità (Leedr, 1979).

Riconosciuti i limiti dei criteri per la definizione delle condizioni di incipiente movimento, numerosi sforzi sono stati fatti nel campo della ricerca in particolare per una determinazione più realistica delle forze agenti sulla singola particella, quali la forza di Drag e la forza di Lift (Nielsen, 1992; Williams e Singh, 2004; Barison, 2003).

Sono stati sviluppati diversi modelli semi-teorici per la definizione delle condizioni di incipiente movimento, i quali si basano comunque su ipotesi riguardanti il campo di moto istantaneo.

McEwan e Heald (2001) e Schmeeckle e Nelson (2003) hanno simulato numericamente il trasporto di particelle sferiche, tenendo conto degli impatti particella-particella. Tali modelli ritengono trascurabile la forza di Lift e mostrano che la componente locale della velocità nella direzione media del moto è quella che ha ruolo predominante nei processi di “entrainment”.

In seguito ad una importante campagna sperimentale, Holfand e Booij (2004), hanno concluso che il moto delle particelle è associato all’incremento della velocità nella direzione principale e che, diversamente, l’entrainment è legato alle fluttuazioni verticali della velocità, le quali sono associate al passaggio di vortici.

Nelson et al. (2001) suggeriscono che le ‘ejection’ producono un incremento della forza di Lift, diversamente gli ‘sweep’ la riducono. Pertanto la condizioni ottimale per la mobilitazione del materiale, ad opera di un incremento della forza di Lift, prevede una combinazione di elevate velocità sulla parte superiore della particella e velocità minori di quella media nella parte inferiore.

La misura contemporanea della forza di Lift e di Drag agente sulla particella (Hofland, 2005) ha evidenziato che picchi del valore della forza di Drag sono associati a fluttuazioni positive della velocità longitudinale e negative della componente verticale della velocità. Gli eventi di sweep incrementano il grado di esposizione delle particelle unitamente alla forza di Drag, ma ne riducono quella di Lift.

Un risultato simile a quello di Nelson et al. (2001) fu ottenuto da Garcia et al. (1996), infatti, gli Autori ritengono responsabile per il processo di entrainment delle particelle dal fondo solo il verificarsi di eventi quali ‘ejection’.

Risulta evidente che a tutt’oggi i meccanismi di interazione delle strutture turbolente con il materiale solido costituente il fondo non sono compiutamente definiti e non esiste una teoria complessiva comunemente accettata. Per tale motivo si è scelto di indagare ulteriormente tale tema tutt’ora di grande fascino nel campo della ricerca.

6.1.2 Metodi di identificazione delle strutture coerenti

Bisogna distinguere tra due diverse tecniche di ricerca: sperimentali e numeriche. I metodi sperimentali hanno una lunga tradizione nella meccanica dei fluidi e nella turbolenza (Laufer, 1975); si spazia dai sensori puntuali per la misurazione di quantità medie, arrivando a sensori multipli per la misura di valori istantanei di velocità e acquisizione simultanea di interi campi di velocità.

Tecniche recenti includono l'HWA (*Hot Wire Anemometry*, (Comte-Bellot, 1976), l'LDA (*Laser Doppler Anemometry*, (Bucchave e Gorge, 1979), l'UDV (*Ultrasound Doppler Velocimetry*) e la visualizzazione del flusso, sia qualitativa che quantitativa (la PIV in particolare, *Particle Image Velocimetry*)

La seconda tipologia di ricerca implica la simulazione numerica (Aref, 1986). Simulazione numerica con calcolatori significa integrazione numerica delle equazioni tridimensionali non stazionarie di Navier-Stokes su un opportuno dominio di calcolo e per un adeguato numero di passi temporali.

Esistono differenti tecniche numeriche quali le differenze finite, i metodi spettrali (Hussaini, 1987), gli elementi finiti (Shen, 1977; Glowinsky, 1992), i volumi finiti e appropriate combinazioni dei metodi di base in procedure miste.

In tutti gli approcci la difficoltà più grossa nel compiere calcoli a numeri di Reynolds di interesse pratico risiede nella notevole quantità di risorse di calcolo richieste per le simulazione dei flussi, in termini sia di memoria che di tempo di calcolo; la conseguenza di ciò è stata che, per lungo tempo, sono stati analizzati casi semplificati.

La crescente potenza di calcolo disponibile e l'avvento del calcolo parallelo hanno completamente cambiato questo scenario, aprendo nuove prospettive nel campo della ricerca numerica in fluidodinamica (Fisher e Patera, 1994).

In ogni caso, che siano sperimentali o numeriche, le moderne tecniche di ricerca hanno le potenzialità di aumentare enormemente la massa di informazioni raccolte; da una condizione in cui una quantità relativamente piccola di dati era misurata e trattata

usando brevi metodi statistici, il continuo sforzo nello studiare la turbolenza nella sua massima complessità, considerando cioè sia tridimensionalità che dipendenza dal tempo, ha portato i ricercatori a maneggiare una quantità di dati molto grande.

Un tipico database di flusso turbolento comprende tutte e tre le componenti di velocità in tutti i punti del dominio tridimensionale, raccolti per un adeguato numero di intervalli temporali. Un database di questo tipo contiene molte informazioni riguardo il carattere di un dato fenomeno turbolento.

Avere a disposizione una gran mole di dati ha reso necessario lo sviluppo di metodi per l'estrazione delle informazioni relative ai fenomeni turbolenti.

Il campionamento e la media condizionata rappresentano un gruppo di tecniche per distinguere quantitativamente una specifica regione del flusso che include strutture coerenti (Antonia, 1981).

Uno dei primi esempi dell'applicazione di questi metodi nella ricerca sulle strutture coerenti è rappresentato dal lavoro di Willmarth e Wooldridge (1962); questi hanno effettuato uno studio in cui usano correlazioni spazio-temporali per indagare le fluttuazioni di pressione nello strato di parete.

Le mappe di correlazione riportate nel lavoro sopraccitato rappresentano una delle prime realizzazioni di media condizionata del campo di velocità rispetto al flusso di fondo.

Uno strumento utile per una chiara definizione degli eventi di vario tipo che avvengono nello strato limite è *l'Analisi per Quadranti (Quadrant Analysis)*, introdotta da Willmarth e Lu (1972) (si veda anche lo studio di Willmarth e Tu, 1967; Willmarth e Sharma, 1984).

Con questo metodo il comportamento locale del flusso è suddiviso per quadranti, in funzione del segno delle componenti fluttuanti delle velocità, in direzione del flusso e perpendicolari ad esso; in particolare si individuano le seguenti condizioni:

· $(u'v')_1$: $u' > 0$ e $v' > 0$, sta ad indicare un evento in cui fluido ad alta velocità si muove verso il centro del flusso;

- $(u'v')_2$: $u' < 0$ e $v' > 0$, sta ad indicare un evento in cui fluido a bassa velocità si muove verso il centro del flusso (*ejection*);
- $(u'v')_3$: $u' < 0$ e $v' < 0$, sta ad indicare un evento in cui fluido a bassa velocità si muove verso la parete;
- $(u'v')_4$: $u' > 0$ e $v' < 0$, sta ad indicare un evento in cui fluido ad alta velocità si muove verso la parete (*sweep*).

Gli eventi più rilevanti sono quelli del secondo e quarto quadrante.

Gli eventi di *ejection* e *sweep* rappresentano la conseguenza della dinamica delle strutture vorticosi dello strato limite o, allo stesso modo, possono essere interpretate come gli eventi principalmente responsabili della produzione degli sforzi di Reynolds. Un altro strumento è l'analisi *VITA* (Variable-Interval Time-Averaging), introdotta da Blackwelder e Kaplan (1976).

Con questo metodo si vuole determinare l'istante in cui avviene la fluttuazione di velocità più elevata all'interno di una serie temporale di dati di velocità puntuali; viene introdotta la nozione di media locale, un'operazione di media su un intervallo T dell'ordine della scala temporale del fenomeno oggetto di studio.

Si procede con l'identificazione dell'istante in cui la varianza dei dati di velocità in un intervallo significativo è maggiore della varianza dell'intera serie temporale; si introduce quindi una varianza locale definita come (caso della velocità della corrente u):

$$\text{var}(x_i, t, T) = \langle u^2(x_i, t, T) \rangle - \langle u(x_i, t, T) \rangle^2 \quad (6.1)$$

Sia l'Analisi per Quadranti che la *VITA* sono state usate ampiamente per analizzare dati puntuali di velocità, in particolare come tecnica di rivelazione del *bursting*.

Bogard e Tiederman (1986) hanno effettuato una valutazione comparativa della *VITA*, dell'Analisi per Quadranti e di altre tecniche di determinazione dei *burst*, mettendo in evidenza che la validità di queste tecniche è fortemente connessa ai valori dei

parametri operativi usati; hanno rilevato, inoltre, che l'Analisi per Quadranti ha la più alta probabilità di individuare le espulsioni e la più bassa di commettere un errore.

Con la diffusione di tecniche sperimentali quali la PIV, si è anche avuto lo sviluppo di numerose tecniche di identificazione dei vortici, i quali governano l'evoluzione e l'interazione delle strutture coerenti.

Attualmente esistono due diverse definizioni di vortice, la prima dovuta a Robinson (1991), il quale afferma che “un vortice esiste quando le linee di corrente mostrano in un piano un andamento a spirale o circolare, con riferimento ad un osservatore che muove con la velocità media del vortice”; la seconda dovuta a Jeong et al. (1995), gli Autori individuano due presupposti necessari per la presenza di un vortice:

- Il centro della struttura vorticoso deve avere evidente vorticità,
- La geometria del centro del vortice deve essere invariante in una trasformazione Galileiana.

Come suggerito da Adrian et al. (2000), le due condizioni introdotte da Jeong et al. (1996) equivalgono all'affermare che il campo di velocità deve essere scomposto in modo tale che l'osservatore muova con la velocità di movimento del centro del vortice, e che la vorticità massima sia nel centro del vortice.

E' evidente che è necessario effettuare l'opportuna decomposizione del campo di moto a seconda dell'obiettivo che si vuole raggiungere.

Attualmente la decomposizione alla Reynolds, la quale distingue il campo medio dalla parte fluttuante, è la più diffusa, e rappresenta la giusta scelta per l'analisi statistica della turbolenza. Tuttavia, non è la tecnica migliore qualora l'obiettivo ultimo sia l'identificazione di vortici di piccola scala. In questo caso, esistono altre tecniche quali la decomposizione Galileiana o opportuni filtri.

Una trasformazione Galileiana si basa sulla scomposizione del campo di moto in una velocità costante U_c opportunamente scelta e in una parte variabile u_c , solitamente la U_c rappresenta la velocità di movimento del vortice.

La decomposizione alla Reynolds è in grado di rilevare un numero maggiore di vortici, poiché questi muovono con velocità prossima a quella media del flusso, tuttavia la decomposizione Galileiana potrebbe rilevare quei vortici in prossimità della parete che muovono con velocità ben più basse di quella media, scelto un opportuno valore di U_c . Esistono ancora diversi filtri in grado di separare il campo di moto a larga-scala e a piccola-scala, questi sono alla base delle *Large Eddies Simulation* (LES); esistono filtri omogenei come quello Gaussiano, e filtri non-omogenei in uno o due direzioni, come la tecnica Proper Orthogonal Decomposition (POD).

Tale tecnica è basata sulla decomposizione del campo fluttuante nella somma di autofunzioni del tensore di correlazione tra due punti.

Scelto, in funzione dell'obiettivo che si vuole perseguire, l'opportuno metodo di decomposizione del campo di moto, l'individuazione dei vortici, effettuata sulla sola componente variabile del campo di moto, può essere condotta con diverse tecniche di visualizzazione.

Le prime tecniche erano basate su un indicatore intuitivo, quali linee di corrente chiuse o a spirale, o superfici di isovorticità.

La vorticità $|\omega|$ era un indicatore estremamente diffuso, essa è definita come:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}' \quad (6.2)$$

Dove \mathbf{u} è il vettore velocità e \mathbf{u}' la sua parte fluttuante.

In particolare ci si aspettava che i valori di massima vorticità individuassero il centro di un vortice (Vollmers, 2001).

Tuttavia, come evidenziato da Jeong et al. (1995), questo approccio perde di efficienza in zone in cui si hanno elevati valori di sforzo tangenziale.

Lugt (1979) mostrò che i valori di massima vorticità si avevano in prossimità della parete, tuttavia, tale zona è caratterizzata da elevati valori di sforzi tangenziali ma non dalla presenza di vortici.

Pertanto, un elevato valore di vorticità rappresenta una condizione necessaria ma non sufficiente per la presenza di strutture vorticose.

Robinson (1991) dimostrò che il criterio introdotto da Comte (1988) basato sul tracciamento delle iso-superfici di pressione, fornisce risultati più attendibili rispetto al precedente.

Tale tecnica si basa sul principio per cui in flussi rotatori la pressione attinge il minimo valore nel centro del vortice. Ciò è una conseguenza del bilancio di forze agenti su un elemento fluido nella direzione radiale; infatti, la forza centrifuga deve essere bilanciata dalla spinta legata al gradiente di pressione in direzione radiale, la quale è responsabile del valore minimo sull'asse di rotazione, come evidenziato da Dubief e Delcayre (2000).

Un limite di tale criterio risiede nel fatto che il valore minimo da usare dipende fortemente dai valori di pressione che si hanno nell'intero campo di moto.

Inoltre Jeong et al. (1995) hanno riportato particolari casi in cui tale criterio non è più attendibile, quali ad esempio un moto irrotazionale non stazionario con un punto stagnante. In condizioni di moto uniforme esiste un caso ben noto in cui la forza centrifuga non è bilanciata dalla pressione e per cui vengono quindi a mancare i presupposti per l'applicazione di tale criterio: la pompa viscosa di Karman (Jeong et al. 1995).

Ancora una volta, l'individuazione dei valori minimi di pressione è una condizione necessaria ma non sufficiente per il verificarsi di un vortice.

Successivamente numerosi autori hanno sviluppato tecniche di individuazione dei vortici basate sul tensore gradiente di velocità e sui relativi autovalori.

Il “*Q-criterion*” proposto da Hunt (1988) si basa sul valore del secondo invariante Q del tensore gradiente di velocità, il quale può essere espresso, per fluidi incompribili, dalla seguente relazione:

$$Q \equiv \frac{1}{2}(u_{i,i}^2 - u_{i,j}u_{j,i}) = -\frac{1}{2}u_{i,j}u_{j,i} = \frac{1}{2}(\|\mathbf{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) \quad (6.3)$$

Dove si è indicato con \mathbf{S} e $\mathbf{\Omega}$ rispettivamente la parte simmetrica e antisimmetrica del gradiente della componente fluttuante della velocità calcolate come di seguito:

$$\|\mathbf{S}\| = [\text{tr}(\mathbf{S}\mathbf{S}^t)]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.4)$$

$$\|\mathbf{\Omega}\| = [\text{tr}(\mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^t)]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.5)$$

La presenza di un vortice è identificata da due condizioni: valori del secondo invariante Q positivi e valori di pressione minore rispetto all'esterno.

Il secondo invariante del tensore del gradiente della componente fluttuante di velocità può essere inteso come proporzionale al rapporto dell'intensità rotazionale rispetto a quella non rotazionale, rappresentate rispettivamente dalla parte non simmetrica $\mathbf{\Omega}$ e simmetrica \mathbf{S} del gradiente di velocità ; quando esso assume valore positivo, la parte rotazionale prevale su quella non rotazionale.

È necessario evidenziare, come già fatto da Cucitore (1999) che le condizioni di valori di pressione minimi e secondo invariante Q positivo sono indipendenti, per cui il verificarsi dell'una non implica il verificarsi della seconda.

Tale criterio fornisce risultati validi anche in prossimità della parete, diversamente dai precedenti.

Una tecnica di identificazione simile alla precedente è quella basata sul **numero di vorticità cinematico** N_k (Geers, 2005). Tale parametro è pari all'intensità del vettore vorticità adimensionalizzato rispetto alla parte simmetrica del gradiente di velocità:

$$N_k \equiv \sqrt{\frac{\|\omega\|^2}{2S_{i,j}S_{j,i}}} = \frac{\|\mathbf{\Omega}\|}{\|\mathbf{S}\|} = \left(1 + \frac{2Q}{S_{i,j}S_{j,i}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.6)$$

Valori del numero di vorticità cinematico N_k tendenti all'infinito corrispondono alla rotazione di un corpo rigido, diversamente valori pari a zero corrispondono a moti non rotazionali.

Regioni del campo di moto per cui N_k è maggiore dell'unità corrispondono a regioni in cui il secondo invariante è positivo. Diversamente però, il numero di vorticità

cinematico N_k prescinde dall'intensità di vorticità, per cui esso non distingue tra due vortici aventi diversi valori di intensità di vorticità.

Jeong et al. (1995) dedussero un ulteriore criterio a partire dalla considerazione che il metodo basato sul minimo locale dei valori di pressione fallisce in situazioni quali flussi fortemente non stazionari o viscosi.

Gli Autori hanno evidenziato che l'Hessiano della pressione ha due autovalori positivi, e il minimo locale di pressione si trova sul piano individuato dagli autovettori relativi a tali autovalori. Trascurando le parti relative alla non-stazionarietà e ai fenomeni viscosi, la parte simmetrica del gradiente delle equazioni di Navier-Stokes risulta essere:

$$\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2 = -\frac{1}{\rho} \Delta(\Delta \mathbf{p}) \quad (6.7)$$

dove \mathbf{p} è la pressione. Pertanto, la presenza di due autovalori positivi dell'Hessiano della pressione ($\Delta(\Delta \mathbf{p})$) coincide con l'avere due autovalori negativi della matrice $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$. Inoltre, essendo tale matrice simmetrica, essa ha autovalori reali, per cui se $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ sono gli autovalori della matrice ordinati in senso crescente, la definizione precedente coincide con l'affermare che in presenza di una struttura vorticoso λ_2 è minore di zero.

Cucitore et al. (1999) hanno riproposto la stessa procedura per fluidi comprimibili, con la conseguente aggiunta di termini legati al non annullarsi del gradiente di densità.

Chong (1990), propose una ulteriore tecnica basata sul calcolo della curvatura locale delle linee di corrente in un riferimento mobile, avente velocità pari a quella locale. Tale procedimento non necessita dell'integrazione delle equazioni per la determinazione delle linee di corrente, la stessa informazione può, infatti, essere ottenuta mediante lo studio degli autovalori del gradiente di velocità.

Una regione del campo di moto a cui competono autovalori complessi del gradiente di velocità identifica un vortice, poiché la presenza di autovalori complessi corrisponde a linee di corrente chiuse o a spirale in un riferimento mobile locale.

La condizione di autovalori complessi coincide con la seguente condizione:

$$\Delta = \left(\frac{1}{2}R\right)^2 + \left(\frac{1}{3}Q\right)^3 > 0 \quad (6.8)$$

Con Q secondo invariante del tensore gradiente di velocità e R terzo invariante, definito come segue:

$$R = \det(\mathbf{u}_{i,j}) \quad (6.9)$$

Come messo in evidenza da Jeong et al. (1995) i criteri basati sul secondo invariante Q, sull'autovalore λ_2 e il precedente criterio sono equivalente nel caso di moti piani. Inoltre, essi si basano sul rapporto tra intensità tangenziale e di rotazione nel piano normale all'asse dei vortice.

I metodi basati sul tensore gradiente di velocità, illustrati sopra, sono caratterizzati dalla comune proprietà di effettuare un'analisi locale del campo di moto, diversamente dalla procedura estremamente semplice della rappresentazione delle linee di corrente.

Cucitore (1999) propose una nuova tecnica, che prescindeva da un'analisi prettamente locale ma era invariante in una trasformazione Galileiana, ottenuta a partire dall'idea che le particelle interne ad un vortice hanno distanze relative che variano di poco nel tempo.

Tale metodo si basa sulla definizione del parametro $R(x,t)$ pari al rapporto della distanza relativa tra due particelle al tempo iniziale t_0 e al tempo t e la differenza dello spazio percorso nello stesso intervallo di tempo:

$$R(x, t) = \frac{\left| \int_0^t u_a(\tau) d\tau - \int_0^t u_b(\tau) d\tau \right|}{\int_0^t |u_a(\tau) - u_b(\tau)| d\tau} \quad (6.10)$$

I pedici a e b sono relativi alle due particelle, le quali sono schematizzate come punti la cui posizione soddisfa la equazione $\frac{\partial x}{\partial t} = \mathbf{u}(x, t)$.

Tale parametro assume valori compresi tra zero e l'unità, in particolare valori minimi corrispondono a particelle interne alla struttura vorticoso.

Tale procedura risulta interessante quando non è nota a priori la scala e la posizione dei vortici, per cui tali informazioni possono essere ottenute mediante l'applicazione del metodo a molteplici coppie di particelle.

Risulta evidente l'importanza che assume la scelta dell'intervallo temporale, se troppo grande, infatti, può causare la perdita di informazioni.

Attualmente il criterio di identificazione dei vortici più diffuso risulta essere lo “*swirling strength criterion*” (Zhou et al., 1996-1999), basato ancora una volta sul tensore gradiente di velocità. Quest'ultimo, se il discriminante del polinomio caratteristico è positivo, ha un auto valore reale (λ_r) e due autovalori complessi ($\lambda_{cr} \pm i\lambda_{ci}$). L'inverso della parte complessa $1/\lambda_{ci}$ rappresenta il periodo di rotazione intorno all'asse diretto secondo l'autovettore di autovalore λ_{cr} .

In assenza di rotazione, le orbite delle particelle sono ellissi infinitamente allungate, per cui il periodo di rotazione è infinito e λ_{ci} è pari a zero.

La parte complessa λ_{ci} degli autovalori rappresenta un indice della potenza di rotazione locale.

Il principale vantaggio di tale criterio è che esso prescinde dall'individuare zone ad elevata vorticità ma in cui non c'è rotazione, poiché esso misura direttamente la rotazione locale; inoltre esso fornisce anche l'intensità e il piano di rotazione.

A partire dalla trattazione di cui sopra Chakraborty et al. (2005) introdussero un ulteriore parametro pari al rapporto tra la parte reale λ_{cr} e la parte complessa λ_{ci} degli autovalori complessi, caratterizzante l'estensione spaziale del movimento rotatorio. Un valore nullo di tale parametro corrisponde ad un movimento circolatorio perfetto,

diversamente valori negativi/positivi corrispondono a spirali che muovono verso l'esterno/interno nel piano del vortice.

Tale parametro fornisce informazioni aggiuntive al metodo precedente, come evidenziato dagli stessi Autori.

6.2 Progetto sperimentale

Il progetto sperimentale è stato sviluppato presso la University of Aberdeen (UK) in seguito alla collaborazione con il team di lavoro del Professor V. Nikora.

L'obiettivo che si è perseguito è stato lo studio e l'estrazione di strutture coerenti in condizioni di acque basse mediante la tecnica Particle Image Velocimetry (PIV).

L'elemento innovativo di tale progetto di ricerca risiede nello sviluppo della tecnica PIV stereoscopica, la quale fornisce, mediante l'utilizzo di più telecamere opportunamente orientate, il campo di moto tridimensionale nella finestra d'indagine.

6.2.1 Descrizione dell'apparato sperimentale

Il canale sperimentale ha una lunghezza di 18.0 m e una larghezza di 1.18 m e prevede il ricircolo del fluido mediante un opportuno serbatoio interrato e due pompe in parallelo in grado di sollevare una portata massima di 150 l/s. Un sistema meccanico permette di far variare la pendenza del canale sino ad un massimo di $\pm 3^\circ$.

Sia la pendenza che la portata sono controllate in remoto al fine di garantire una corretta ripetibilità delle condizioni di moto mediante il programma FLUIDSLAB.

Un carrello automatico lungo circa 1.8 m e di massa 250 Kg è alloggiato sulle pareti laterali del canale, la velocità e le caratteristiche di movimento sono controllate mediante un software appositamente sviluppato dallo stesso gruppo di ricerca. Diverse

apparecchiature, quali idrometri, acoustic doppler velocimetry, laser possono essere ancorati al carrello mobile in modo da svolgere acquisizioni in continuo lungo il canale.

Si riporta di seguito una rappresentazione schematica del canale:



Figura 6.4. Rappresentazione schematica del canale utilizzato

Sono state inoltre utilizzate quattro videocamere *Dalsa Falcon 4M60* aventi le seguenti caratteristiche:

- sensori CMOS,
- risoluzione pari a 2352x1728 pixels,
- “dot pitch” di 7.4 μm ,
- Distanza focale fissa e pari a 60 mm

Ciascuna videocamera è alloggiata su un supporto che permette la traslazione della lente lungo due diversi assi e una rotazione di $\pm 15^\circ$.

Si ha inoltre a disposizione di una coppia di laser Nd:YAG (Oxford Lasers Neo 50-100/100-50 PIV) aventi:

- Diametro del fascio di luce pari a 4 mm

- Deviazione < 2.0 mrad
- “Pulse length” 2-4 ns

Dal sistema centrale diparte un apposito sistema di bracci disarticolati, che permette il trasferimento del raggio laser dalla fonte di generazione al sistema di focalizzazione mediante una successione di specchi.

Il modulo di focalizzazione è costituito da due lenti sferiche; la prima, plano-concava (i raggi che arrivano divergono), ha uno spessore di 50mm, la seconda, plano-convessa, ha uno spessore di 60mm; la presenza di una ulteriore lente cilindrica permette di diffondere il raggio laser in modo che questo illumini un piano di dimensioni adeguate.

6.2.2 Particle Image Velocimetry

In tale paragrafo si descriverà brevemente la tecnica *Particle Image Velocimetry (PIV)*, attualmente largamente diffusa in seguito ai recenti sviluppi nell’uso delle immagini. Tale tecnica ben si presta allo studio spaziale delle strutture della turbolenza poiché ha come vantaggio principale quello di fornire la misura simultanea del campo di moto nella finestra d’indagine.

In tutte le tecniche del tipo PIV la velocità del fluido è stimata per via indiretta a partire dalla valutazione dello spostamento di piccole particelle, immerse nel fluido, dette traccianti. In sostanza, si osserva la posizione di una particella in due diversi istanti e si ricava la velocità facendo riferimento alla definizione:

$$U(x, t) = \frac{\Delta s(x, t)}{\Delta t} \quad (6.11)$$

In cui Δs è lo spostamento, a partire dal punto x in cui si trovava all'istante t , durante un intervallo di tempo Δt tra due osservazioni. Ovviamente la $U(x,t)$ così valutata rappresenta la velocità media in tale intervallo di tempo.

Considerando un Δt sufficientemente piccolo il valore ottenuto dalla 6.11 si può considerare coincidente con la velocità istantanea nel punto x all'istante t .

L'intero procedimento che porta alla valutazione delle velocità istantanee si può considerare composto di due fasi: l'acquisizione delle immagini (*Recording*) e la loro successiva elaborazione (*Processing*).

Le fasi su cui si basa la tecnica PIV sono schematicamente rappresentate in figura 6.5.

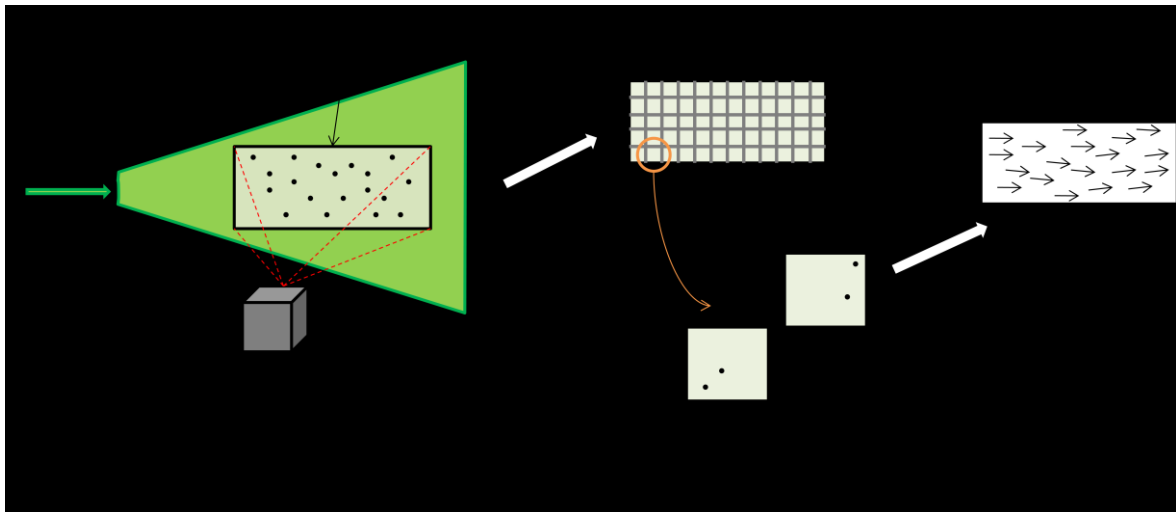


Figura 6.5. Fasi del processo di determinazione del campo di moto

Una fonte luminosa, generalmente un laser, crea un piano luminoso all'interno del fluido, la cui giacitura può essere variabile; l'emissione di luce generalmente non è continua, ma a impulsi. Le particelle che passano attraverso il piano illuminato diffondono la luce e, per ogni impulso luminoso, un'immagine viene registrata. Lo spostamento di una particella viene valutato individuando la sua posizione in due successive immagini, durante la fase di elaborazione. La velocità del fluido è stimata indirettamente assumendo che le particelle usate come traccianti abbiano la stessa velocità del fluido circostante. Ovviamente questo non è rigorosamente vero e per

questo motivo è importante scegliere il tracciante e la velocità del fluido in modo da evitare una differenza di velocità non accettabile.

Esiste in letteratura una relazione per la stima della differenza tra la velocità delle particelle e del fluido (Adrian, 1991):

$$|U_s - U| = \left[\frac{2 \rho_s d_s^2 a_s}{3 \rho 36\nu} \right] \quad (6.12)$$

In cui U_s e U sono rispettivamente le velocità istantanee della particella e del fluido, ρ_s e ρ rispettivamente la densità delle particelle e del fluido, ν la viscosità cinematica del fluido, d_s e a_s il diametro e l'accelerazione delle particelle. Tale relazione a rigore è valida solo in regime di Stokes.

Un parametro equivalentemente significativo al quale si può far riferimento è il *tempo di risposta* o *relaxation time*, fornito dall'equazione:

$$\tau_p = \frac{\rho_s d_s^2}{\rho 18\nu} \quad (6.13)$$

Il tempo di risposta fornisce una stima della tendenza delle particelle a seguire il fluido e può essere confrontato con la scala temporale della turbolenza.

Le particelle di tracciante sono pertanto scelte essenzialmente in base alle loro proprietà meccaniche e alla loro dimensione, ma un altro elemento da considerare è la capacità di diffondere la luce. Nelle immagini acquisite è importante che l'intensità luminosa dell'immagine di una particella sia sufficientemente elevata in modo che ci sia un certo contrasto tra essa e lo sfondo. L'intensità luminosa dipende dalla potenza della fonte e dalla capacità delle particelle di diffondere la luce. Poichè avere fonti luminose potenti è abbastanza costoso, è conveniente incrementare l'intensità luminosa delle immagine scegliendo particelle con una maggiore capacità di diffondere la luce.

Talvolta il fluido contiene già delle particelle, se queste sono sufficientemente visibili si può evitare di aggiungerne altre. Tuttavia si preferisce generalmente aggiunge il

tracciante in modo da avere il contrasto desiderato e da controllare la dimensione delle particelle.

Per le considerazioni sinora fatte gli esperimenti sono stati condotti immettendo 30 g di microsferi di vetro vuote del diametro di 10-20 μm , rivestite di titanio al fine di aumentarne la loro capacità di diffondere la luce. Tale quantità è stata valutata in modo da avere una concentrazione media di particelle solide pari a 1mg/l.

A seconda della *densità dell'immagine*, che è data dal numero di immagini delle particelle per unità di area ovviamente proporzionale alla concentrazione di tracciante immesso, si possono individuare diverse modalità di indagine (Adrian, 1991); nel caso di immagini a bassa densità si studia lo spostamento nel tempo di una singola particella per volta e per questo si parla di *Particle Tracking Velocimetry (PTV)*, nelle immagini a media densità, invece, si considera lo spostamento di un gruppo di particelle adiacenti e in questo caso si usa proprio la dizione *Particle Image Velocimetry (PIV)*, che è la tecnica usata nello studio qui presentato.

Come precedentemente accennato, l'illuminazione non è continua, ma a impulsi. L'intervallo di tempo tra due successivi impulsi luminosi, generalmente indicato con *delay time* e il simbolo t_d , è un parametro molto importante, che deve essere fissato con particolare attenzione. Infatti, tale intervallo temporale deve essere sufficientemente lungo da consentire la determinazione della diversa posizione di una stessa particella nei due istanti con una buona risoluzione e senza sovrapposizioni, ma breve abbastanza da evitare che le particelle lascino la zona illuminata.

Inoltre, le velocità che si ottengono dall'elaborazione delle immagini, che generalmente si considerano come valori istantanei, sono in realtà dei valori medi nell'intervallo t_d . Quanto più t_d è piccolo tanto più i valori risultanti approssimano quelli istantanei. La scelta del *delay time* dipende quindi anche dalle scale di turbolenza. Nelle prove sperimentali effettuate il *delay time* varia tra 1.25 e 5.00 ms.

Un altro parametro da fissare è la durata dell'impulso luminoso t_e , denominata *tempo di esposizione* o *exposure time*, che deve essere sufficientemente lunga da consentire una buona illuminazione delle particelle, ma non troppo per evitare la presenza di strisciate nelle immagini.

Ogni immagine è formata da un certo numero di pixel e a ciascuno di essi è associato un valore di intensità luminosa. Nel seguito con l'espressione *valore del pixel* si intenderà appunto il valore di intensità luminosa ad esso associato. L'elaborazione delle immagini si può considerare suddivisa in tre diverse fasi:

1. *Pre-trattamento* o *Conditioning*: le immagini, se registrate in formato digitale, possono essere trattate prima dell'elaborazione per migliorarne la qualità, usando vari tipi di procedimenti. In generale il pre-trattamento delle immagini non è strettamente indispensabile, ma consigliabile in quanto generalmente migliora la qualità dei risultati.
2. *Analisi* o *Processing*: si determinano le velocità istantanee in base al riconoscimento di particelle in immagini successive. Prima di procedere alla vera e propria fase di analisi è necessario trasformare le immagini in una fase di *Preparazione* o *Pre-Processing*;
3. *Filtraggio* o *Post-Processing*: gli algoritmi usati nell'elaborazione producono sempre un certo numero di vettori non corretti, che vengono eliminati in questa fase.

È evidente che l'aspetto più delicato risiede nella corretta individuazione delle immagini corrispondenti ad una stessa particella in due immagini successive. Inizialmente questo accoppiamento veniva fatto manualmente (Dadi et al., 1991), successivamente, con lo sviluppo di algoritmi specifici, è stato possibile automatizzare la procedura di riconoscimento.

Il software "*SLUGFLOW*", sviluppato appositamente dal gruppo di ricerca della University of Aberdeen, nella fase di analisi delle immagini prevede un algoritmo basato sulla cross-correlazione. Tale tecnica cerca il migliore accoppiamento in senso statistico attraverso l'uso della funzione cross-correlazione. La cosiddetta *area di interesse*, estrapolata dall'immagine, viene suddivisa in *celle di interrogazione*; per ciascuna cella d'interrogazione si determina il coefficiente di cross correlazione tra due immagini consecutive mediante la seguente relazione:

$$C(\Delta x, \Delta y) = \sum_{x=0, y=0}^{x < n, y < n} I_1(x, y) I_2(x + \Delta x, y + \Delta y) \quad (6.14)$$

Dove I_1 e I_2 sono i valori di intensità rispettivamente della prima e della seconda cella d'interrogazione. In definitiva ciò che si ha è una matrice bidimensionale C contenente i coefficienti di cross-correlazione corrispondenti ai diversi spostamenti di componenti $(\Delta x, \Delta y)$ tra le due celle di interrogazione, con n dimensione della cella d'interrogazione (Raffel et al., 1998). In definitiva, il vettore velocità viene valutato in funzione dello spostamento a cui compete il massimo valore del coefficiente di cross-correlazione.

Nel progetto sperimentale sviluppato le celle d'interrogazione hanno dimensione 32x32 pixels ed è prevista una sovrapposizione tra di esse del 50%.

Nonostante tutti i vantaggi descritti nei precedenti capitoli, uno dei maggiori inconvenienti della PIV classica risiede nel fatto che la tecnica è in grado di misurare soltanto la proiezione del vettore velocità sul piano di luce laser. In presenza di moti fortemente tridimensionali la componente della velocità ortogonale al piano di misura non può essere misurata e, allo stesso tempo, le componenti di velocità nel piano sono affette da grossi errori. Questo errore aumenta al crescere della distanza dall'asse principale del sistema ottico. Per ridurre l'errore di proiezione, è spesso vantaggioso posizionarsi a distanza elevata rispetto all'area di registrazione dell'immagine. Ciò si ottiene facilmente utilizzando lenti con focale lunga. Tuttavia, un numero sempre crescente di applicazioni PIV richiede la conoscenza della terza componente del campo di moto e, grazie alla realizzazione di apparecchiature sempre più sofisticate, si è riusciti a realizzare apparati in grado di calcolare questa componente. Numerose sono le tecniche in grado di superare il limite principale della PIV, le principali sono la PIV olografica (Dadi et al., 1991; Coupland e Halliwell, 1992), la PIV con piano duale (Raffel et al., 1995) e la PIV stereoscopica (Prasad e Jensen, 1995).

Quest'ultima è la tecnica più comunemente adoperata e sviluppata nel presente lavoro di tesi.

Tale tecnica consiste nella registrazione di immagini inquadranti lo stesso oggetto da punti di vista differenti mediante più telecamere. In tal modo, ogni telecamera ottiene due informazioni bidimensionali dello stesso oggetto. Combinando le informazioni derivanti dalle due immagini, è possibile ottenere un'informazione tridimensionale dell'oggetto registrato in maniera analoga a quanto avviene nel nostro cervello, il quale stima la profondità di un oggetto a partire dalle immagini riprese dai due occhi. La configurazione sperimentale adottata è simile a quella proposta da Willert (1997), essa consta di 4 telecamere opportunamente angolate rispetto al piano da riprendere in modo tale da verificare la condizione di Scheimflug (Prasad e Jensen, 1995). Una rappresentazione è riportata in figura 6.6.

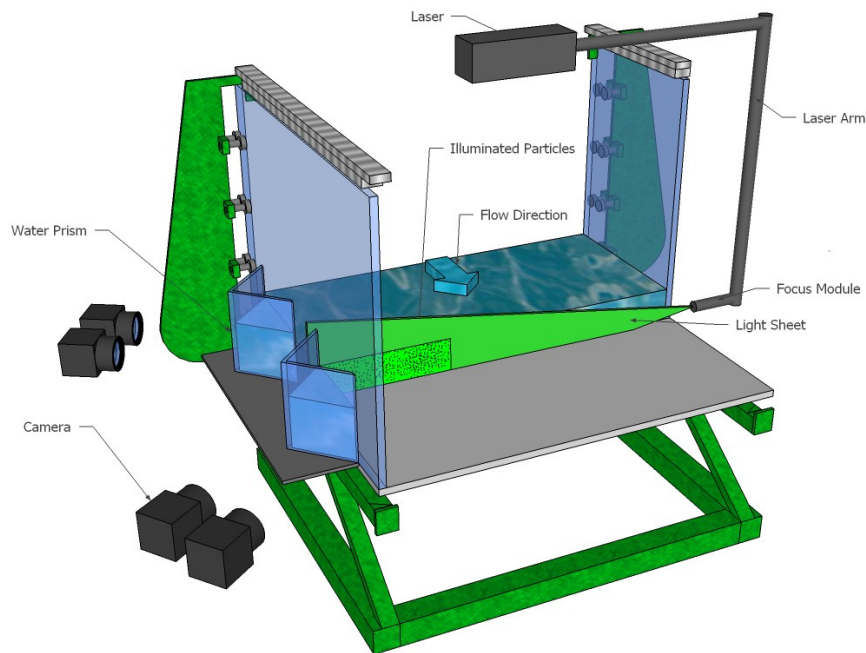


Figura 6.6. rappresentazione della configurazione sperimentale del laser e delle camere.

Tale configurazione permette un'accuratezza maggiore nella determinazione della componente di velocità ortogonale al piano illuminato, inoltre un ulteriore accorgimento caratterizzato dalla presenza di prismi di vetro riempiti di acqua appoggiati alle pareti del canale comporta la riduzione della distorsione radiale (Prasad, 2000).

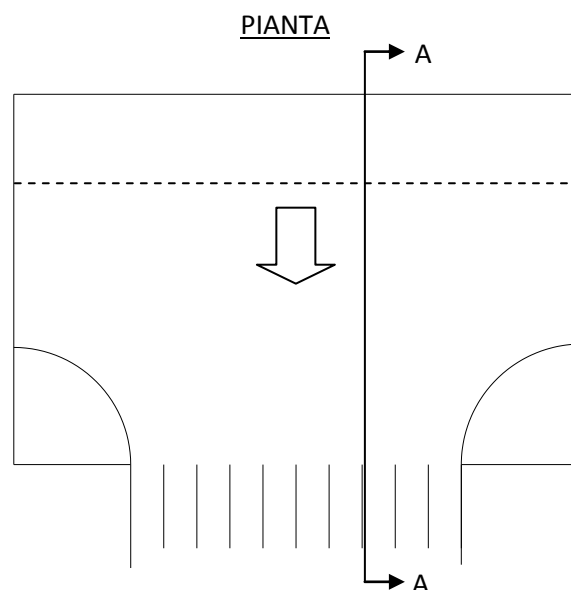
La tecnica di misura prevede la presenza di sole due videocamere opportunamente orientate, tuttavia si è scelto di utilizzarne quattro al fine di introdurre una ridondanza di informazioni con conseguente riduzione dell'errore di misura.

6.2.3 Set-up sperimentale

Gran parte dell'attività svolta in laboratorio ha previsto la ricerca di accorgimenti riguardanti le condizioni all'ingresso e allo sbocco del canale al fine di avere per i diversi regimi di moto scelti, un moto quanto più uniforme possibile sia nella sezione trasversale che lungo il canale.

All'ingresso l'acqua di ricircolo risale dal basso in una zona avente larghezza maggiore di quella del canale vero e proprio, da qui fluisce nel canale dopo aver attraversato una sezione costituita da setti di acciaio verticali e posti a distanza variabile. Ciò che si è studiato è la configurazione ideale di tali setti tale da ridurre le circolazioni secondarie e le ondulazioni del pelo libero che vengono a crearsi soprattutto per portate idriche elevate.

Si riporta in figura uno schema dell'ingresso del canale.



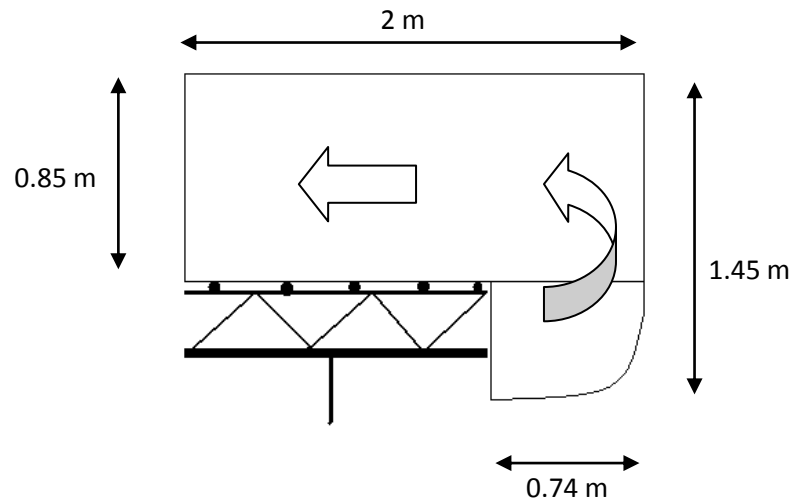


Figura 6.7. Pianta e sezione della parte iniziale del canale

Per ciascuna configurazione di setti sono state misurate le tre componenti di velocità mediante un *Acoustic Doppler Velocimeter (ADV)* in punti equidistanziati di 2.0cm ad una quota dal fondo del canale pari a 3.0cm e in tre sezioni trasversali poste rispettivamente a 2.0, 6.0 e 10 m dalla sezione iniziale del canale.

Tra le numerose configurazioni testate nessuna ha fornito risultati accettabili per cui è stato successivamente deciso di eliminare il sistema di setti dalla sezione iniziale del canale e di porre tali setti all'inizio della sezione allargata, laddove l'acqua ha un moto verticale di risalita dal serbatoio interrato.

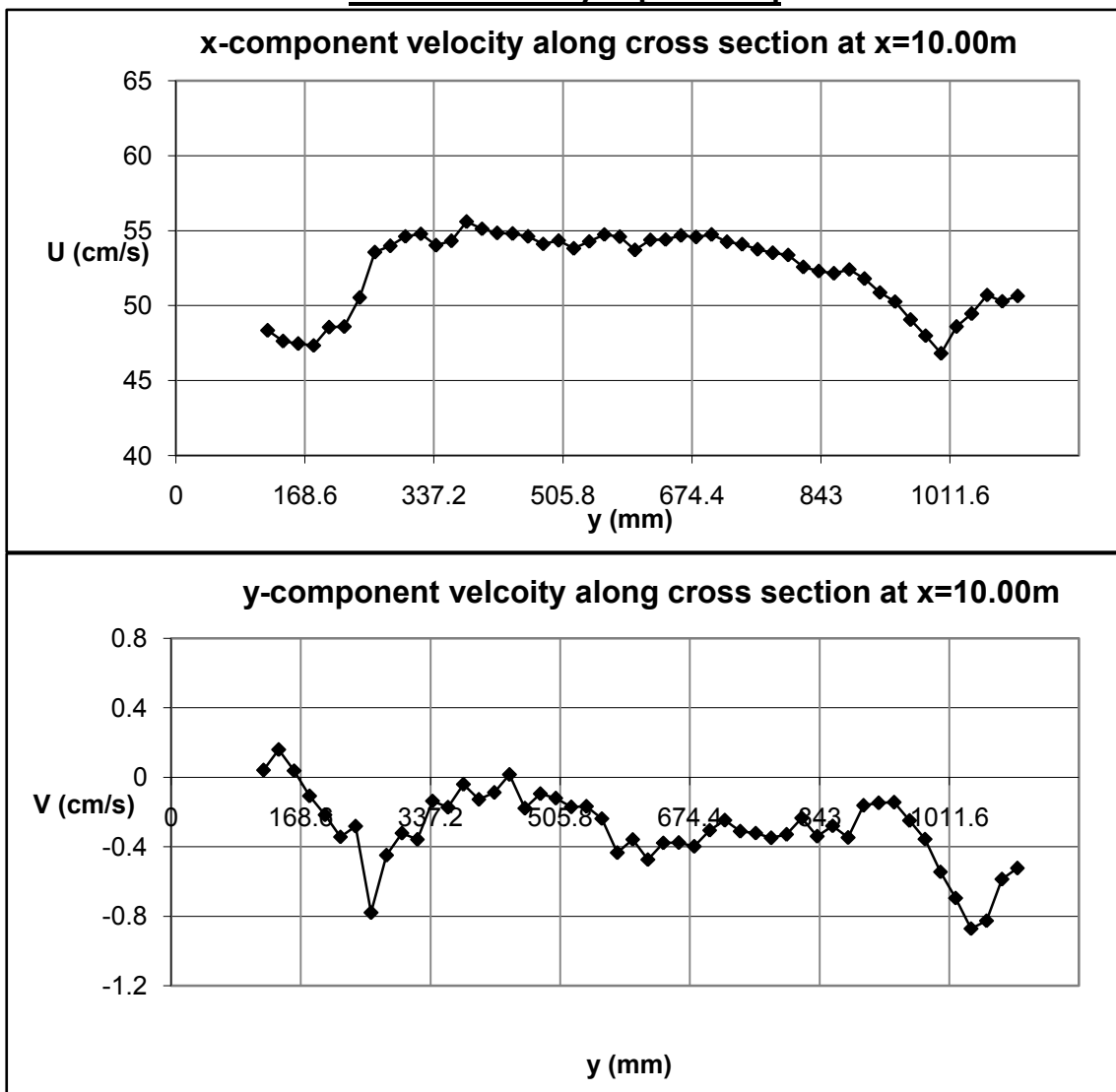
Sono state provate numerose configurazioni anche in tale caso, i risultati migliori sono stati ottenuti ponendo i setti equidistanti l'uno dall'altro di 16.86cm.

A titolo esemplificativo in figura 6.8 è riportato l'andamento delle tre componenti di velocità u, v, w in un sistema di riferimento avente origine O sulla parete alla destra idraulica del canale e ad una quota dal fondo del canale pari a 3.0cm, asse x

coincidente con la direzione media del moto, asse y diretto verso l'interno del canale e asse z tale da formare una terna levogira.

Si riporta in particolare i risultati ottenuti per una portata di 80 l/s e nella sezione trasversale posta a distanza 10m dalla sezione iniziale del canale.

Flow rate = 80 l/s [x=10 m]



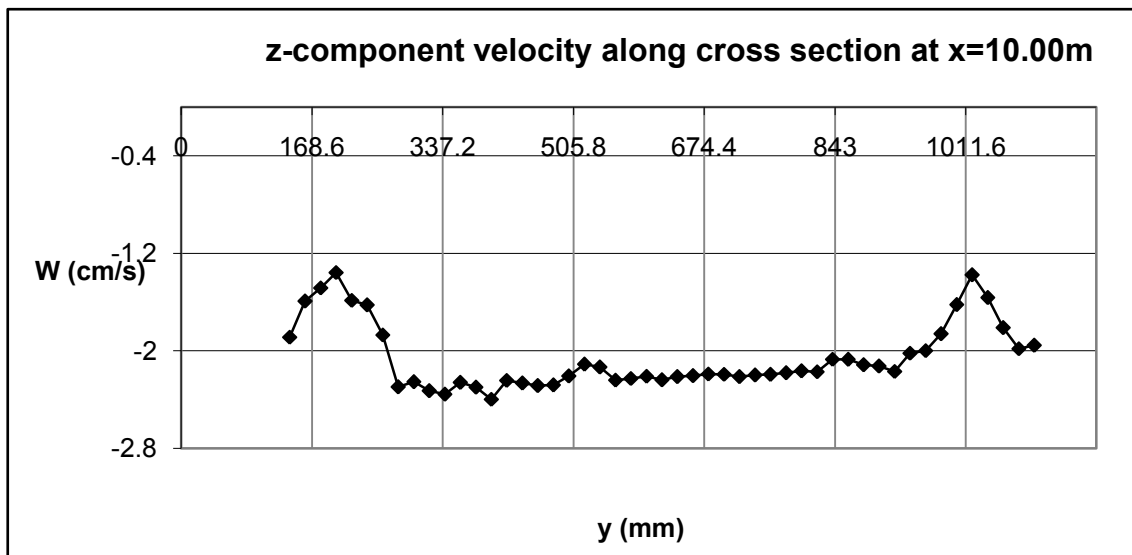


Figura 6.8. Andamento nella sezione trasversale $x=10$ m delle componenti di velocità

Valori della seconda e terza componente della velocità non nulli possono essere attribuiti al non perfetto posizionamento dello strumento di misura. In ogni caso si può pensare che lungo la sezione trasversale il moto sia pressoché uniforme.

Verificata la uniformità del moto in direzione trasversale al moto, si è poi passati alla definizione dei regimi di moto.

Il canale presenta a valle una paratoia ad apertura variabile con un successivo salto. Scelti i valori di portata e di altezza idrica auspicabili per le 4 prove sperimentali, è stata fatta variare la pendenza del canale e l'apertura della paratoia a valle di esso al fine di ottenere un profilo di moto uniforme. L'uniformità del moto è stata valutata misurando in continuo l'altezza idrica lungo il canale mediante una sonda ad ultrasuoni alloggiata sul carrello mobile descritto nei paragrafi precedenti. Si è verificato che, per i diversi regimi di moto, l'altezza idrica variasse lungo i 18.0m del canale al più 0.5mm.

Si riportano in tabella le caratteristiche idrodinamiche dei regimi di moto scelti per le prove sperimentali:

Prova	Q(l/s)	h (mm)	U(m/s)	Fr	Re	B/h
1	80.0	96.5	0.703	0.722	62774.64	12.22798
2	55.8	77.0	0.614	0.707	43785.31	15.32468
3	35.0	58.0	0.511	0.678	27463.9	20.34483
4	19.3	40.5	0.404	0.641	15144.38	29.1358

La sezione trasversale di misura illuminata dal raggio laser è quella di ascissa $x=11.0\text{m}$ e la finestra d'indagine ha una larghezza di circa 30cm per tutte le prove sperimentali; la posizione delle telecamere è stata anch'essa mantenuta fissa, se ne riporta una schema in figura 6.9.

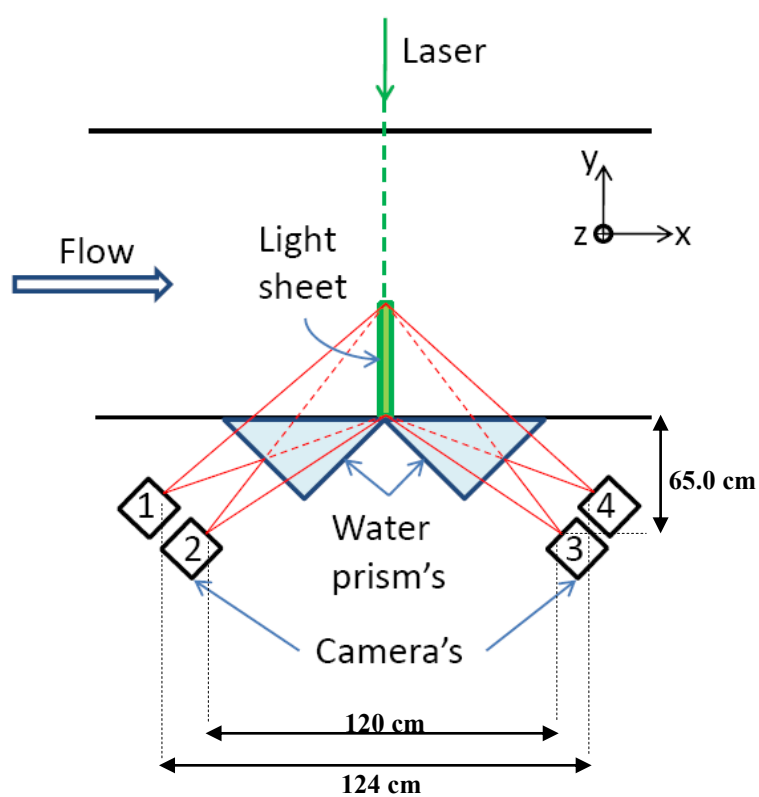


Figura 6.9 Schema in pianta del set-up sperimentale

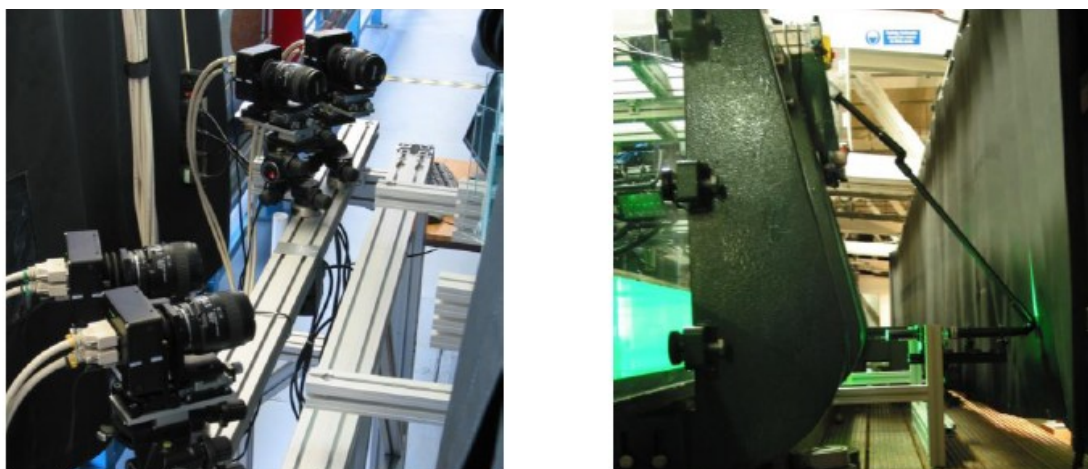


Figura 6.10. Foto dell'impianto sperimentale

Prima di effettuare la misura vera e propria del campo di moto è stato necessario effettuare una operazione di calibrazione al fine di associare a ciascun punto dell'immagine le sue coordinate spaziali in un sistema di riferimento opportunamente scelto. La funzione di trasformazione adottata si basa sul modello “*pin-hole*” (Tsai, 1987); tale modello consta di 13 parametri, 6 estrinseci, i quali definiscono la posizione (T_x , T_y , T_z) e l'orientamento (α , β , γ) del sistema di riferimento della camera rispetto al riferimento mondo, che è supposto noto, e 4 intrinseci, i quali collegano le coordinate di un pixel dell'immagine con le coordinate corrispondenti nel sistema di riferimento della camera; a questi si aggiungono 3 parametri per la correzione di errori di rifrazione all'interfaccia aria/acqua. L'obiettivo della procedura di calibrazione è quello di determinare il valore di tali parametri al fine di individuare la funzione di trasformazione per la determinazione delle coordinate di ciascun punto dell'immagine nel sistema di riferimento scelto.

Il primo step consiste nell'acquisizione di una immagine a seguito della quale è possibile determinare una corrispondenza oggetto-immagine per diversi punti; ciò è stato effettuato posizionando una piastra (“target”) appositamente costruita nella finestra di indagine caratterizzata dalla presenza di punti di colore bianco su sfondo

nero equispaziati in entrambe le direzioni e leggermente rientrati rispetto allo sfondo stesso.

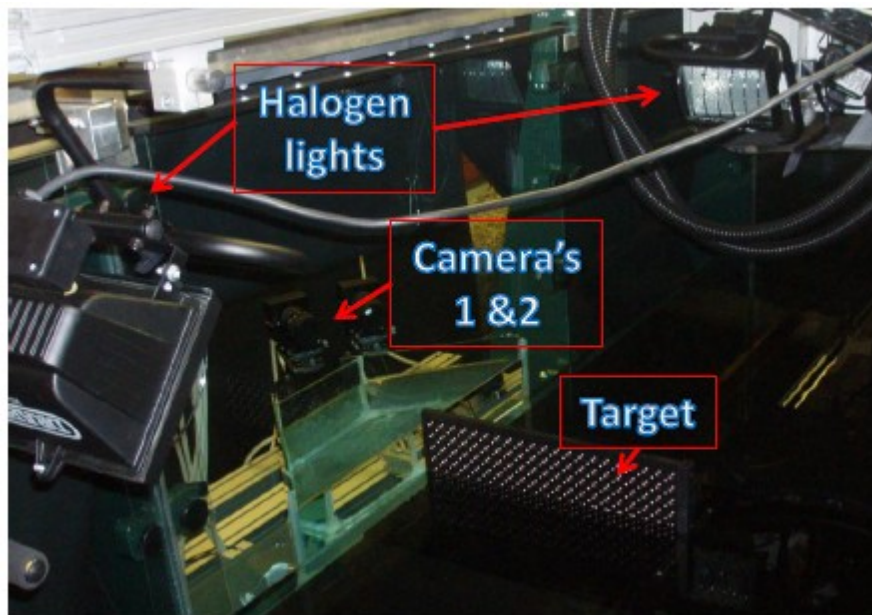


Figura 6.11. Foto del “target” durante una operazione di calibrazione

Durante la fase di calibrazione sono state acquisite per ciascuna videocamera 5 immagini, relative a diverse posizioni del target; quest’ultimo è stato infatti posizionato dapprima nella sezione di misura, e successivamente nelle sezioni poste a ± 20 mm e ± 40 mm in direzione longitudinale, come schematizzato in figura 6.12.

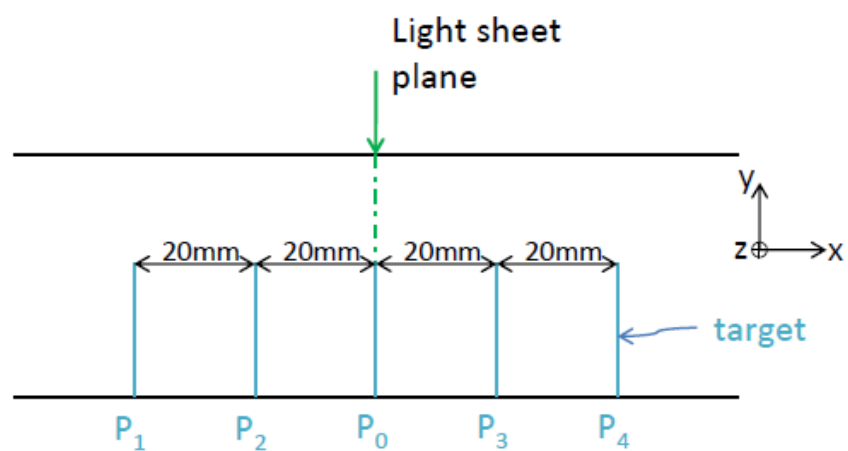


Figura 6.12. Posizioni del target durante la fase di calibrazione

Dalle immagine è stato poi possibile determinare la corrispondenza tra la posizione di punti nell'immagine e nel sistema di riferimento scelto, per cui mediante una operazione di regressione lineare ai minimi quadrati sono stati stimati i parametri di calibrazione prima descritti.

6.3 Riferimenti citati

- Adrian, R.J., Christensen, K.T., Liu, Z.C. (2000) *Analysis and interpretation of instantaneous turbulent velocity fields*. Experiments in fluids, vol.(29), pp.275-290.
- Chakraborty, P., Balachandar, S., Adrian, R.J. (2005) *On the relationship between local vortex identification schemes*. Journal of Fluids Mechanics, vol.535, pp.189-214.
- Chong, M.S., Perry, A.E., Cantwell, B.J. (1990) *A general classification of three-dimensional flow fields*. Physics of Fluids A2, pp.765-777
- Comte, P., Silvestrini, J., Bégou, P. (1998) *Streamwise vortices in large eddy simulation of mixing layer*. Eur. J. Mech. B17, pp.615-637.
- Cucitore, R., Quadrio, M., Baron, A. (1999) *On the effectiveness and limitations of local criteria for the identification of a vortex*. Eur. J. Mech. Fluids B18, pp.261-282.
- Dubief, Y., Delcayre, F. (2000) *On coherent-vortex identification in turbulence*. J. Turbulence, vol.1, pp.1-22.
- Geers, L.F.G., Tummers, M.J., Hanjalic, K. (2005) *Particle imaging velocimetry-based identification of coherent structures in normally impinging multiple jets*. Physics of Fluids, vol.17, pp.1-13.
- Jeong, J., Hussain, F. (1995) *On the identification of a vortex*. Journal of Fluid Mechanics, vol(5), pp.69-94.
- Hunt, J.C.R., Wray, A.A., Moin, P. (1988) *Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows*. Center for Turbulence Research Report CTR-S88: 193-208.
- Lugt, H.J. (1979) *The dilemma of defining a vortex*. Recent developments in theoretical and experimental fluid mechanics, pp.309-321.
- Vollmers, H. (2001) *Detection of vortices and quantitative evaluation of their main parameters from experimental velocity data*. Meas. Sci. Technol. Vol.12, pp.1119-1207
- Zhou, J., Adrian, R.J., Balachandar, S. (1996) *Autogeneration of near-wall vertical structures in channel flow*. Phys Fluids, vol.8, pp.288-290.

- Zhou, J., Adrian, R.J., Balachandar, S., Kendall, T.M. (1999) *Mechanism for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow*. J. Fluid Mech., vol.387, pp.353-359.
- Bogard, D.G., Tiederman, W.G. (1986) *Burst detection with single-point velocity measurements*, J. Fluid Mech., vol.162, pp.389-413
- Willmarth, W.W., Lu, S.S. (1972) *Structure of the Reynolds stress near the wall*, J. Fluid Mech., vol.55, pp.65-92
- Willmarth, W.W., Sharma, L.K. (1984) *Study of turbulent structure with hot wires smaller than the viscous length*, J. Fluid Mech., vol.142, pp.121-149
- Willmarth, W.W., Tu, B.J. (1967) *Structure of turbulence in the boundary layer near the wall*, Phys. Fluids, vol.10, pp.34-37
- Willmarth, W.W., Wooldridge, C.E. (1962) *Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer*, J. Fluid Mech., vol.14, pp.187-210
- Antonia, R.A. (1981) *Conditional sampling in turbulence measurement*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.13, pp.131-156
- Shen, S. (1977) *Finite-Element methods in fluid mechanics*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.9, pp.421-445
- Aref, H. (1986) *The numerical experiment in fluid mechanics*, J. Fluid Mech., vol.173, pp.15-41
- Laufer, J. (1975) *New trends in experimental turbulence research*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.7, pp.307-26
- Comte-Bellot, G. (1976) *Hot-Wire Anemometry*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.8, pp.209-231
- Bucchave, P., Gorge, W.K. (1979) *The measurement of turbulence with the Laser-Doppler anemometer*, Ann. Re. Fluid Mech., vol.11, pp.443-503
- Hussaini, M.Y. (1987) *Spectral methods in fluid dynamics*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.19, pp.339-367
- Glowinsky, R. (1992) *Finite element methods for Navier-Stokes equations*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.24, pp.167-204

- Fischer, P.F., Patera A.T. (1994) *Parallel simulation of viscous incompressible flows*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.26, pp.483-527
- Blackwelder, R.F., Kaplan, R.E. (1976) *On the wall structure of the turbulent boundary layer*, J. Fluid Mech., vol.76, pp.89-112
- Acarlar, M.S., Smith, C.R. (1987) *A study of hairpin vortices in a laminar boundary layer. Part 2. Hairpin vortices generated by fluid injection*, J. Fluid Mech., vol.175, pp.43-83
- Offen, G.R., Kline, S.J. (1975) *A proposed model of the bursting process in turbulent boundary layers*, J. Fluid Mech., vol.70, pp.209-228
- Robinson, S.K. (1991) *Coherent motions in the turbulent boundary layer*, Ann. Rev. Fluid Mech., vol.23, pp.601-639
- Kim, J., Moin, P., Moser, R. (1987) *Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number*, J. Fluid Mech., vol.177, pp.133-66
- Kline, S.J., Reynolds, W.C., Schraub, F.A., Rundstadler, P.W. (1967) *The structure of turbulent boundary layers*, J.Fluid Mech., vol.30, pp.741-73
- Corrsin, S., Kistler, A. (1956) *The free stream boundaries of turbulent flows*, NACA Tech. Note 3178
- Klebanoff, P.S. (1954) *Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient*, NACA Tech. Note 3178
- Townsend, A.A. (1947) *Measurements in the turbulent wake of a cylinder*, Proc. R. Soc. London, A190, pp.551-561
- Reynolds O. (1894) *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*, Phil. Trans. R. Soc. London, A186, pp.123-161
- Shah, D.A., Antonia, R.A. (1989) *Scaling of the "bursting" period in turbulent boundary layer and duct flows*, Phys. Fluids, vol.1, pp.318-325
- Luchik, T.S., Tiederman, W.G. (1987) *Timescale and structure of ejections and bursts in turbulent channel flows*, J. Fluid Mech., vol.174, pp.529-52
- Kim, J., Spalart, P.R. (1987) *Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layer at low Reynolds number*, Phys. Fluids, vol.30, pp.3326-3328
- Willmarth, W.W., Sharma, L.K. (1984) *Study of turbulent structure with hot wires smaller than the viscous length*, J. Fluid Mech., vol.142, pp.121-149

- Alfredsson, P.H., Johansson, A.V. (1984) *Times scales in turbulent channel flow*, Phys. Fluids, vol.27, pp.1974-1981
- Head, M.R., Bandyopadhyay, P. (1981) *New aspects of turbulent boundary-layer structure*, J. Fluid Mech., vol.107, pp.297-338
- Blackwelder, R.F., Eckelmann, H. (1979) *Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon*, J. Fluid Mech., vol.94, pp.577-94
- Raffael, M., Willert, C., Kompenhans, J. (1998) *Particle Image Velocimetry – Practical Guide*. Springer-Verlag, Berlino.
- Best, J., Bennett, S., Bridge, J., Leeder, M. (1997) *Turbulence modulation and particle velocities over flat sand beds at low transport rates*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.123(12), pp.1118-1129
- Dadi, M., Stanislas, M., Rodriguez, O., Dymont, A. (1991) *A study by holographic velocimetry of the behaviour of free small particle in a flow*.
- Adrian, R.J.(1991) *Particle-imaging Techniques for experimental fluid mechanics*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol.23, pp.261-304
- Shields, A. (1936). Anwendung der aehnlichkeits-mechanik und der turbulenzforschung auf die geschiebebewegung. Mitteilungen der Preussischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau 26.
- Theodorsen, T. (1952) *Mechanism of turbulence*. In Second Midwestern Conference on Fluid Mechanics, Columbus, Ohio, pp. 1–18.
- Schmeeckle, M.W., Nelson, J.M. (2003) *Direct numerical simulation of bedload transport using a local dynamic boundary condition*. Sedimentology, vol. 50, pp. 279–301.
- Raffel, M., Willert, C.E., Kompenhans, J. (1998) *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*. New York: Springer.
- Leeder, M.R. (1979) *Bedload dynamics: Grain impacts, momentum transfer and derivation of a grain froude number*. Earth Surface Processes, vol.4, pp.291–295
- Nelson, J.M., Schmeeckle, M.W., Shreve, R.L. (2001) *Turbulence and particle entrainment*. In M. Mosley (ed.), Gravel-Bed Rivers V, pp. 221–248. Wellington: New Zealand Hydrological Society.
- Lavelle, W., Mofjeld, H.O. (1987) *Do critical stresses for incipient motion and erosion really exist?* Journal of Hydraulic Engineering, vol.113(3), pp.370–385.

- Grass, A.J. (1970) *Initial instability of fine bed sand*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol.96(HY3), pp.619–632.
- Williams, J.J.R., Singh, K.M. (2004) *Structure of the turbulent flow over a rough bed*. In The 6th International Conference on Hydrosience and Engineering, Brisbane, Australia.
- Coleman, S.E., Melville, B.W., Gore, L. (2003) *Fluvial entrainment of protruding fractured rock*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.129(11), pp.872–884.
- Fenton, J.D., Abbott, J.E. (1977) *Initial movement of grains on a stream bed: The effect of relative protrusion*. Proceedings of the Royal Society of London Series A352, pp. 523–537.
- Cameron, S.M. (2002) *Erodibility of cohesive sediment and fractured rock*. ME thesis, The University of Auckland.
- Barison, S., Chegini, A., Marion, A., Tait, S.J. (2003) *Modification in near bed flow over sediment beds and the implications for grain entrainment*. In 30th Congress of the International Association for Hydraulic Research, Thessalonika, Greece, pp. 509–516
- McEwan, I., Heald, J. (2001) *Discrete particle modeling of entrainment from flat uniformly sized sediment beds*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.127(7), pp.588–597
- Hofland, B., Battjes, J.A., Booij, R. (2005) *Measurement of fluctuating pressures on coarse bed material*. Journal of Hydraulic Engineering, vol.131(9), pp.770–781.
- Hofland, B., Booij, R. (2004) *Measuring the flow structures that initiate stone movement*. In M. Greco, A. Carravetta, & R. Della Morte (eds.), River Flow 2004, Naples, pp. 821–830. Balkema.
- Garcia, M., Nino, Y., & Lopez, F. (1996) *Laboratory observations of particle entrainment into suspension by turbulent bursting*. In P.J. Ashworth, S.J. Bennett, J. L. Best, & S. J. McLelland (eds.), Coherent Flow Structures in Open Channels, pp. 63–86.
- Waleffe, F. (2003) *Homotopy of exact coherent structures in plane shear flows*. Physics of Fluids, vol.15(6), pp.1517–1534
- Kline, S.J. , Robinson, S.K. (1989) *Quasi-coherent structures in the turbulent boundary layer*. Part I. Status report on a community-wide summary of the data. In S. J. Kline & N. H. Afgan (eds.), Near Wall Turbulence, pp. 200–217. Hemisphere
- Grass, A.J., Mansour-Tehrani, M. (1996) *Generalized scaling of coherent bursting*

structures in the near-wall region of turbulent flow over smooth and rough boundaries. In P. J. Ashworth, S. J. Bennett, J. L. Best, & S. J. McLelland (eds.), *Coherent Flow Structures in Open Channels*, pp. 41–61.

Ganapathisubramani, B., Longmire, E.K., Marusic, I. (2006) Experimental investigation of vortex properties in a turbulent boundary layer. *Physics of Fluids* vol.18(5)

Runstadler, P.G., Kline, S.J., Reynolds, W.C. (1963) *An experimental investigation of flow structure of the turbulent boundary layer.* Rep. No. MD-8, Dep. Mech. Eng., Stanford Univ., Stanford, Calif.

Guezennec, Y.G., Piomelli, U., Kim, J. (1989) *On the shape and dynamics of wall structures in turbulent channel flow.* *Phys. Fluids A1*(4), pp.764-766

Sutherland, A.J. (1967) Proposed mechanism for sediment entrainment by turbulent flows, Journal of Geophysical Research, vol.72, pp.6183–6194

Robinson, P.A., Newman, D.L. (1990) Two-component model of strong Langmuir turbulence: Scalings, spectra, and statistics of Langmuir waves, *Phys. Fluids B2*, vol.2(12), pp. 2999-3016

Kaftori, D., Hetsroni, G., Banerjee, S. (1994) Funnel-shaped vortical structures in wall turbulence. Phys. Fluids 6, pp.3035–3050

Henningson, D., Spalart, P., Kim, J. (1987) *Numerical simulations of turbulent spots in plane Poiseuille and boundary-layer flow,* *Phys. Fluids 30*

Nielsen, P. (200) *Shear stress and sediment transport calculations for swash zone modeling,* *Coastal Engineering*, vol.45(1), pp.53-60

Coupland, J.M., Halliwell, N.A. (1992) *Particle image velocimetry - Three-dimensional fluid velocity measurements using holographic recording and optical correlation,* *Applied Optics* (ISSN 0003-6935), vol. 31(10), pp.1005-1007.

Raffel, M., Kompenhans, J. (1995) *Theoretical and experimental aspects of image-shifting by means of a rotating mirror system for particle image velocimetry,* *Measurement Science and Technology*, vol.6(6), pp.795-808

Prasad, A.K., Jensen, K. (1995) *Scheimpflug stereocamera for particle image velocimetry in liquid flows,* *Applied Optics*, vol. 34(30), pp.7092-7099

Prasad, A.K. (2000) *Stereoscopic particle image velocimetry,* *Experiments in Fluids*, vol.29(2), pp.103-116

Nezu, I., Nakagawa, H. (1981) *Stereoscopic digital particle image velocimetry for application in wind tunnel flows*, Measurement Science and Technology, vol.8(12), pp.1465–1479

7. *Discussione dei risultati*

In questo capitolo sono raccolti e discussi i risultati delle prove sperimentali condotte presso il laboratorio di Idraulica della University of Aberdeen (UK).

Gli strumenti e le tecniche adoperate, il set-up sperimentale e le motivazioni che hanno portato alla messa a punto di tali esperimenti sono state ampiamente discusse nel capitolo precedente, pertanto, ci si limiterà qui a discutere i risultati ottenuti.

7.1 Campo di moto

Per ciascuna prova, avente una durata di 5 minuti, sono stati acquisiti i valori istantanei di velocità in 217×19 punti e con un intervallo temporale di circa 0.5s, ciò ha comportato la presenza di una gran mole di dati difficilmente gestibili e trasferibili. La fase di elaborazione, effettuata mediante il programma *Slugflow* sviluppato appositamente dalla stessa unità di ricerca della University of Aberdeen, ha previsto tempi estremamente lunghi.

Slugflow ha restituito al termine della elaborazione un database dei valori medi temporali delle tre componenti di velocità (u , v , w) e del tensore degli sforzi secondo le seguenti espressioni:

$$\sqrt{(u - \bar{u})(u - \bar{u})} \tag{7.1}$$

$$\sqrt{(v - \bar{v})(v - \bar{v})} \tag{7.2}$$

$$\sqrt{(w - \bar{w})(w - \bar{w})} \tag{7.3}$$

$$\sqrt{(u - \bar{u})(v - \bar{v})} \quad (7.4)$$

$$\sqrt{(u - \bar{u})(w - \bar{w})} \quad (7.5)$$

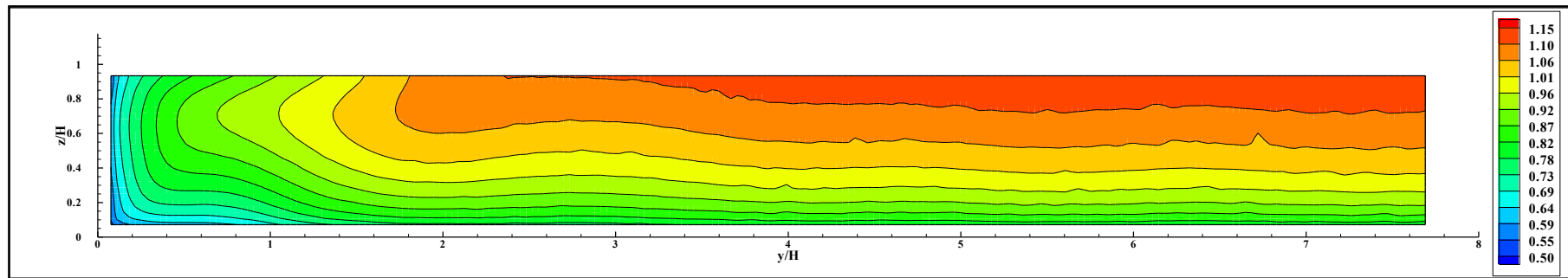
$$\sqrt{(v - \bar{v})(w - \bar{w})} \quad (7.6)$$

dove il simbolo sopra segnato sta ad indicare la media temporale di quella grandezza. Tali valori sono disponibili per ciascuna coppia di videocamere e per ciascuna cella di interrogazione della finestra di misura. Inoltre, il programma ha restituito un valore medio tra quelli relativi a ciascuna coppia di videocamere di tutte le grandezze sopra elencate.

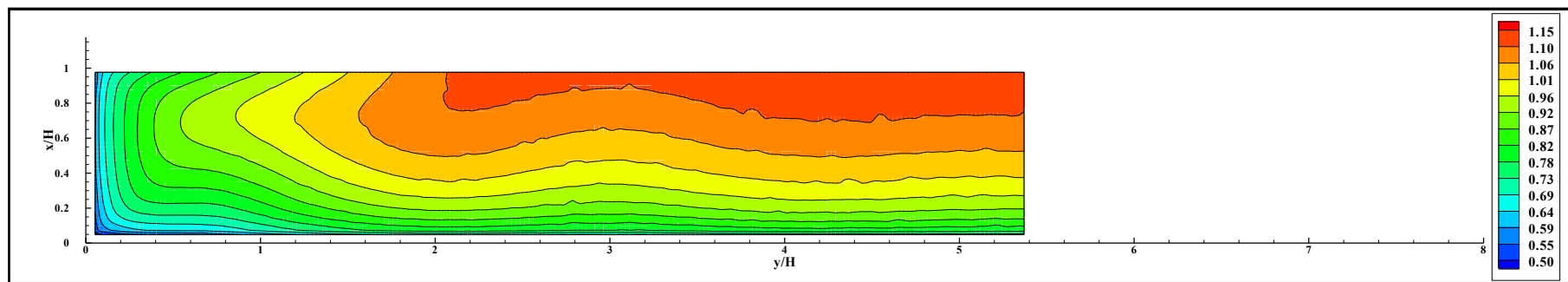
I risultati che verranno discussi in questo capitolo fanno riferimento ai valori medi temporali delle grandezze oggetto di studio.

Si riporta in figura 7.1, per ciascuna prova, una rappresentazione a curve di livello della componente principale di velocità u adimensionalizzata rispetto al valore di velocità media di portata U nel piano $(y/H, z/H)$, dove si è indicato con il simbolo H l'altezza idrica.

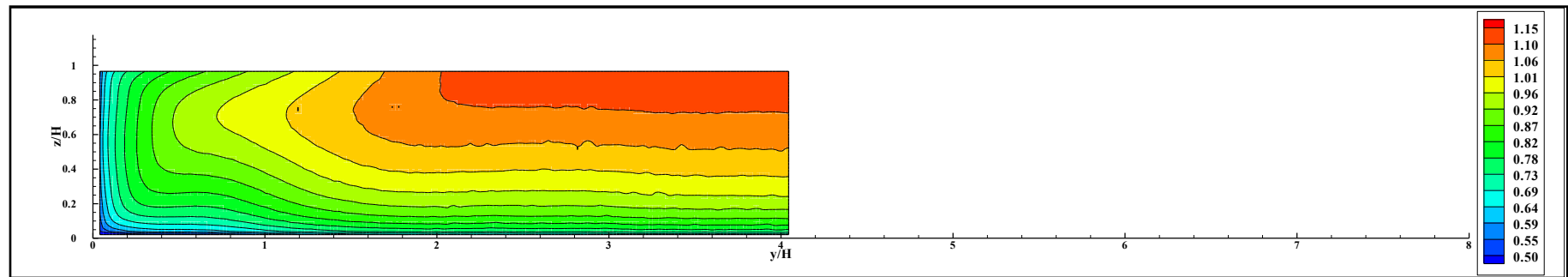
Prova n°1- H=40.5mm



Prova n°2- H=58.0mm



Prova n°3- H=77.0mm



Prova n°4- H=96.5mm

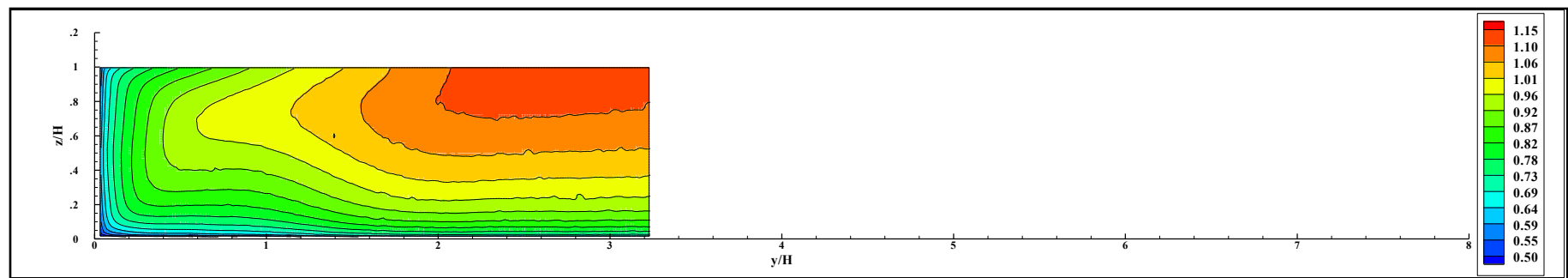


Figura 7.1. Isotachie relative alla componente principale di velocità per le quattro diverse prove.

La componente principale di velocità assume valore nullo al fondo e in prossimità della parete laterale, e valore massimo in corrispondenza del pelo libero nella parte centrale del canale ($y/H > 2$). Per valori di $0.5 < y/H < 2.0$ si verifica ciò che comunemente viene indicato in dizione anglosassone “velocity-dip phenomenon”.

Tale fenomeno è caratterizzato dal verificarsi del valore massimo di velocità non sul pelo libero ma ad una quota circa pari a $z = 0.8H$ (Nezu e Nakagawa, 1993) per effetto del disturbo indotto dalla parete laterale e della conseguente formazione di correnti secondarie che determinano una redistribuzione della quantità di moto nella sezione trasversale; è evidente che il suo verificarsi è funzione del rapporto B/H (“*aspect ratio*”), laddove B rappresenta la larghezza del canale; minore è il valore di tale parametro maggiore è la probabilità che si verifichi tale fenomeno.

Negli esperimenti condotti la larghezza del canale è pari a 1.18m, per cui essendo l’altezza idrica variabile tra 40.5mm e 96.5mm, l’ *aspect ratio* assume valori compresi nel range [12.2 , 29.1]. Tali valori sono ben superiori al limite indicato in letteratura (Nezu e nakagawa, 1993) pari a $B/H \leq \alpha_c \approx 5-6$, tuttavia, nella suddetta porzione del canale si è osservato comunque tale fenomeno. Ciò testimonia la presenza di correnti secondarie, sebbene negli esperimenti condotti si è sempre nel caso di canale cosiddetto largo ($B/H > 6$) è possibile.

Nel caso di correnti rettilinee in moto uniforme pienamente turbolento, le correnti secondarie sono generate dalla non-uniformità e anisotropia della turbolenza; si parla in questo caso di correnti secondarie di Prandtl del secondo tipo, le quali possono considerarsi “turbulence-driven” (Joung, 2010).

Pur avendo tali correnti secondarie intensità pari al 2-5% della velocità media di portata, esse giocano un ruolo non trascurabile sullo sviluppo delle strutture turbolente; la loro individuazione e interpretazione, quindi, è fondamentale per lo studio delle strutture turbolente tridimensionali.

Si riporta in figura 7.2 una rappresentazione dell' intensità del vettore velocità secondaria $\sqrt{v^2 + w^2}$ adimensionalizzata rispetto alla velocità media di portata, a cui è sovrapposta la rappresentazione delle linee di corrente:

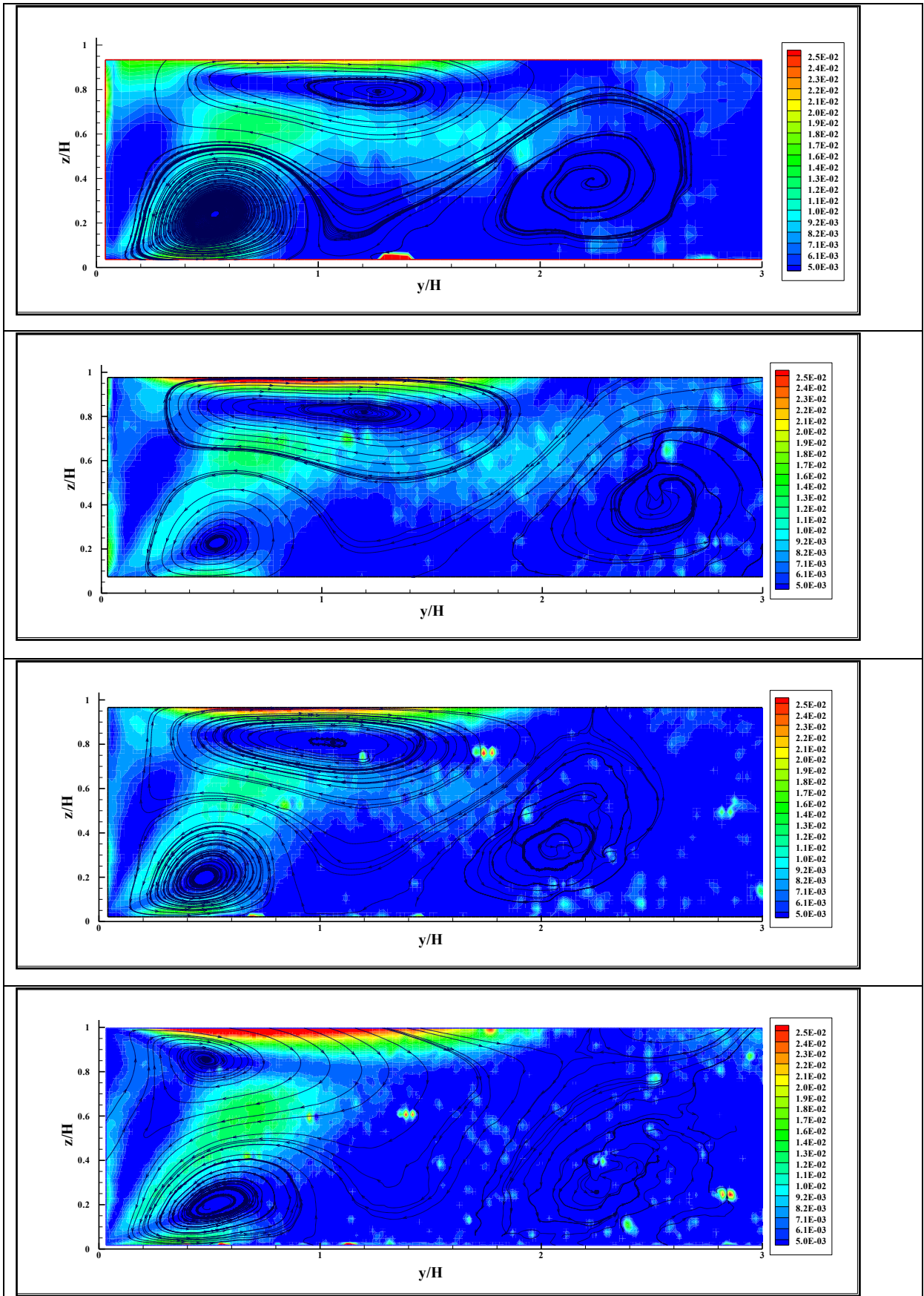


Figura 7.2 intensità delle correnti secondarie e linee di corrente

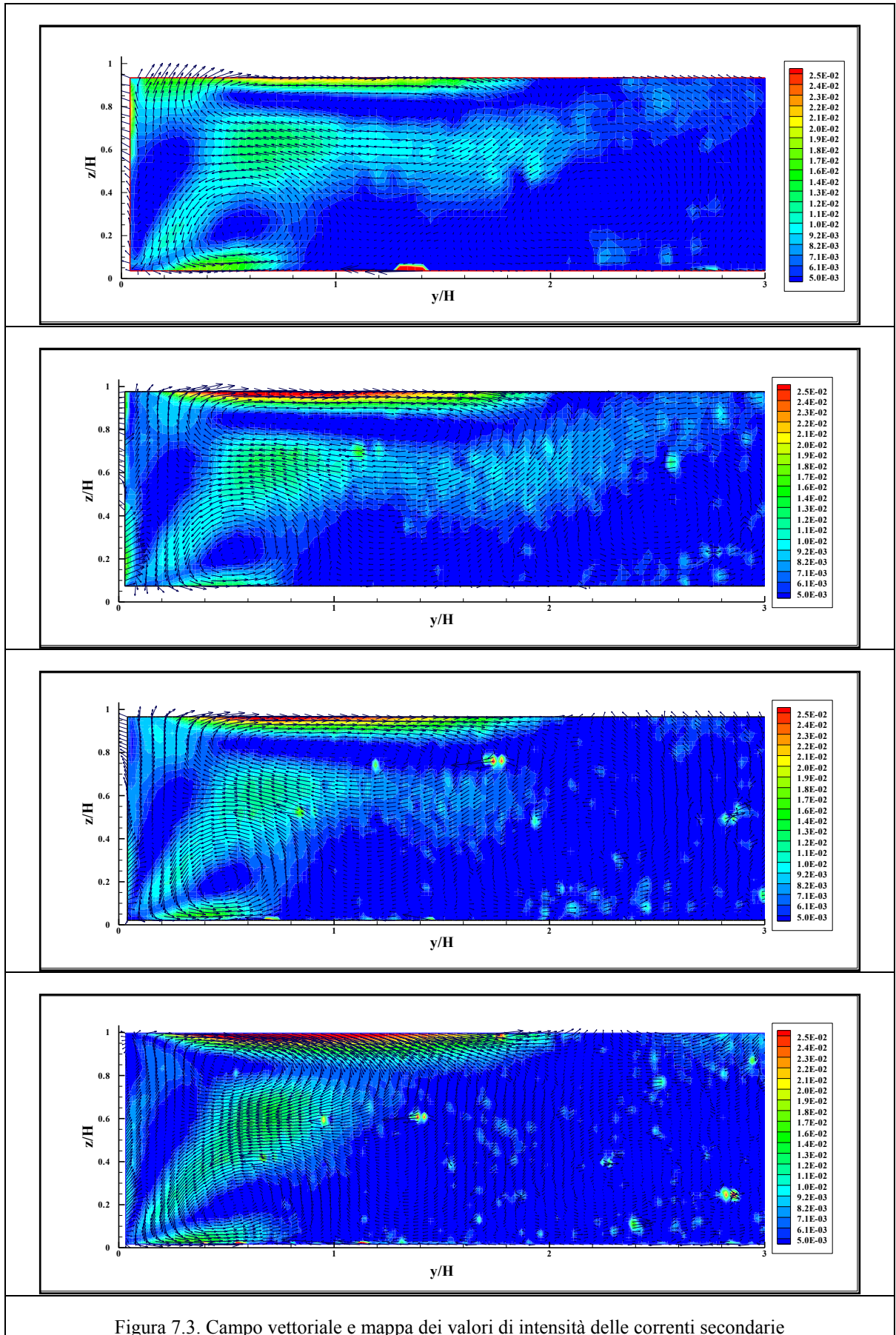


Figura 7.3. Campo vettoriale e mappa dei valori di intensità delle correnti secondarie

Il massimo valore della velocità secondaria è pari al 20-30% della velocità media di portata, come suggerito da diversi autori (Joung, 2010; Meling e Whitelaw, 1976), tuttavia questo viene attinto non nella posizione comunemente riscontrata in letteratura (Tominaga *et al.*, 1989; Naot e Rodi, 1982; Cokljat e Younis, 1995; Shi *et al.*, 1999; e Shiono e Feng, 2003) e individuata dalle seguenti coordinate ($y/H \approx 0.26$, $z/H \approx 1.0$), ma per $y/H \approx 0.8$ e in prossimità del pelo libero.

Bisogna comunque evidenziare che tali studi fanno riferimento al caso di correnti con *aspect ratio* minore di 6, intervallo in cui non rientrano i casi sperimentali sviluppati.

Come si evince dalle figure per le prime tre prove, si individuano due vortici contro-rotanti la cui configurazione e posizione rimane inalterata per ciascuna prova.

In particolare, vi è un vortice di dimensioni minori e prettamente circolare avente il centro nel punto di coordinate ($y/H \approx 0.5$, $z/H \approx 0.2$) e un secondo, più superficiale e allungato, avente centro di rotazione nel punto ($y/H \approx 1.2$, $z/H \approx 0.8$).

La configurazione che si osserva è molto simile ai risultati di Nezu e Rodi (1985), di cui è riportata una rappresentazione in figura 7.4.

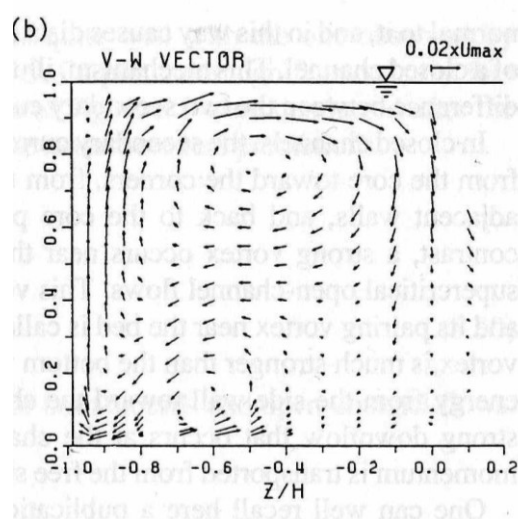


Figura 7.4. Configurazione vettoriale della velocità in una sezione trasversale della corrente

Come evidente la posizione verticale delle due strutture vorticosi è confrontabile con quella osservata dagli Autori ora citati, diversamente in direzione trasversale i vortici sembrano distendersi e interessare zone ben più ampie. Ancora una volta la motivazione potrebbe risiedere nel fatto che, per le prove sperimentali condotte, la larghezza del canale è ben maggiore dell'altezza idrica.

La prova n°4, distinta dal valore più basso dell'*aspect ratio* circa pari a 12, presenta dei caratteri distintivi. Il vortice che si sviluppa nella parte inferiore della corrente ha la stessa posizione e estensione nel piano (y/H , z/H) delle prove precedenti; ciò che differisce è la configurazione, la posizione e l'estensione del vortice che si sviluppa nella parte superiore della corrente. Quest'ultimo, infatti, si avvicina alla parete e riduce la sua estensione posizionandosi in corrispondenza della stessa verticale del primo vortice.

7.2 Vorticity e Swirling strength criterion

Nel paragrafo precedente si è riportata una rappresentazione delle linee di corrente nel piano di indagine per ciascuna prova sperimentale; intuitivamente è possibile individuare la presenza di due vortici ben sviluppati in prossimità della parete, tuttavia, per una corretta determinazione delle strutture vorticosi presenti bisogna far ricorso a metodi più sofisticati e aventi maggiore efficienza.

Nel capitolo 6 sono stati enumerati e discussi alcuni tra i più comuni metodi presenti in letteratura. Nello studio effettuato si è proceduto, dapprima, ad individuare le curve di iso-vorticità e, in seguito, all'applicazione del più recente e accurato metodo comunemente denominato *swirling strength criterion*.

Si riporta in figura 7.5 una rappresentazione delle curve di iso-vorticità nella finestra di studio a cui è stato sovrapposto il campo di velocità istantanea in tale piano.

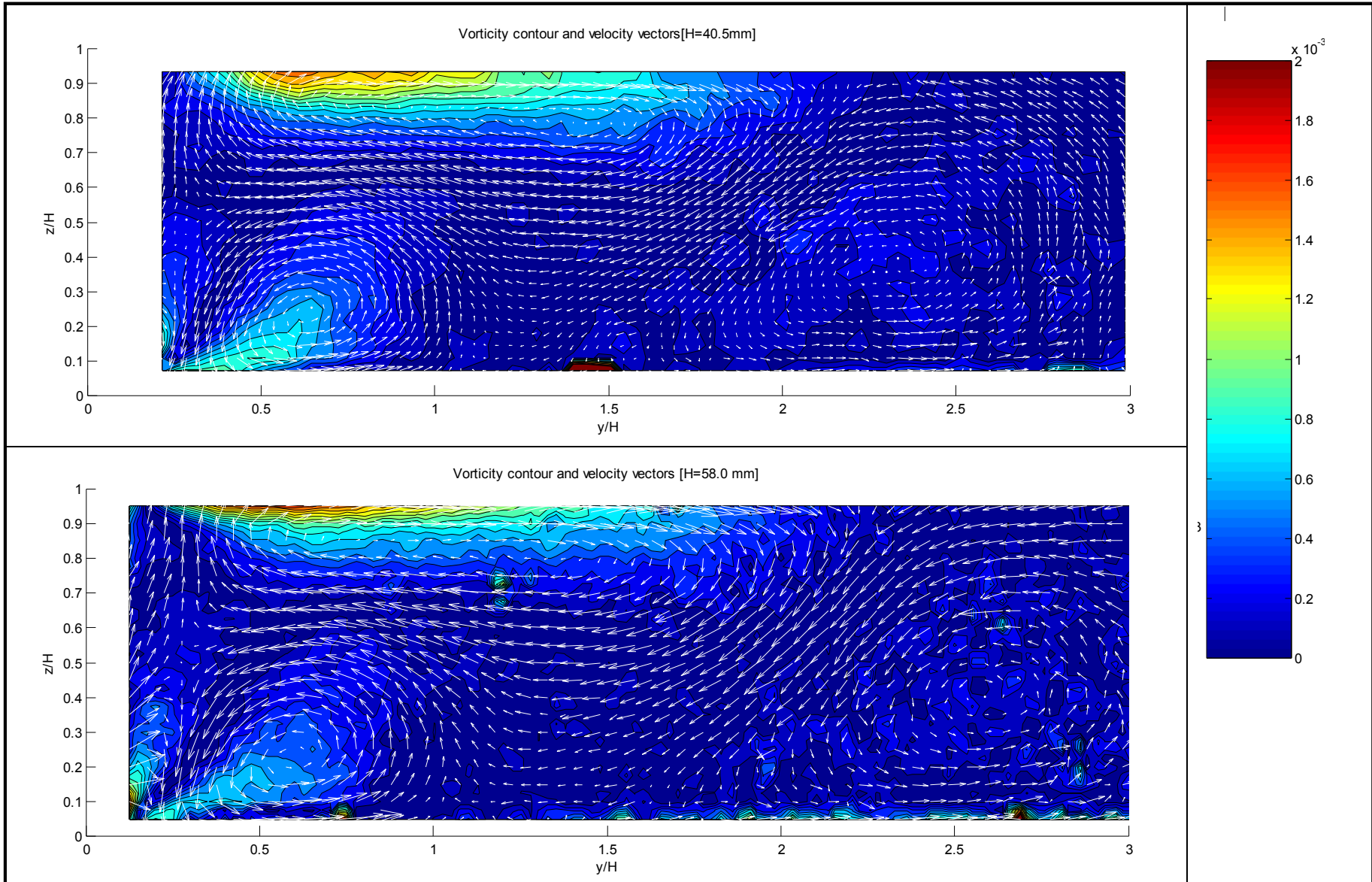
Come evidente in figura e già discusso da altri Autori (Lugt, 1979; Jeong, 1995), questo approccio perde di efficienza in zone in cui si hanno elevati valori di sforzo tangenziale, quali ad esempio quelle in prossimità della parete, dove si registrano elevati valori di vorticità ma non sono presenti strutture vorticose.

Pertanto, un elevato valore di vorticità rappresenta una condizione necessaria ma non sufficiente per la presenza di vortici.

Inoltre, tale metodo sembra non cogliere adeguatamente la posizione dei vortici presenti, infatti, il massimo valore di vorticità sembra non essere localizzato in prossimità del loro centro ma leggermente spostato.

Per tale motivo si è proceduto all'implementazione di un codice in Matlab basato sullo *swirling strength criterion*, già discusso nel capitolo 6.

In figura 7.6 è rappresentato una mappa delle iso-linee di “swirling strength” nella sezione di misura.



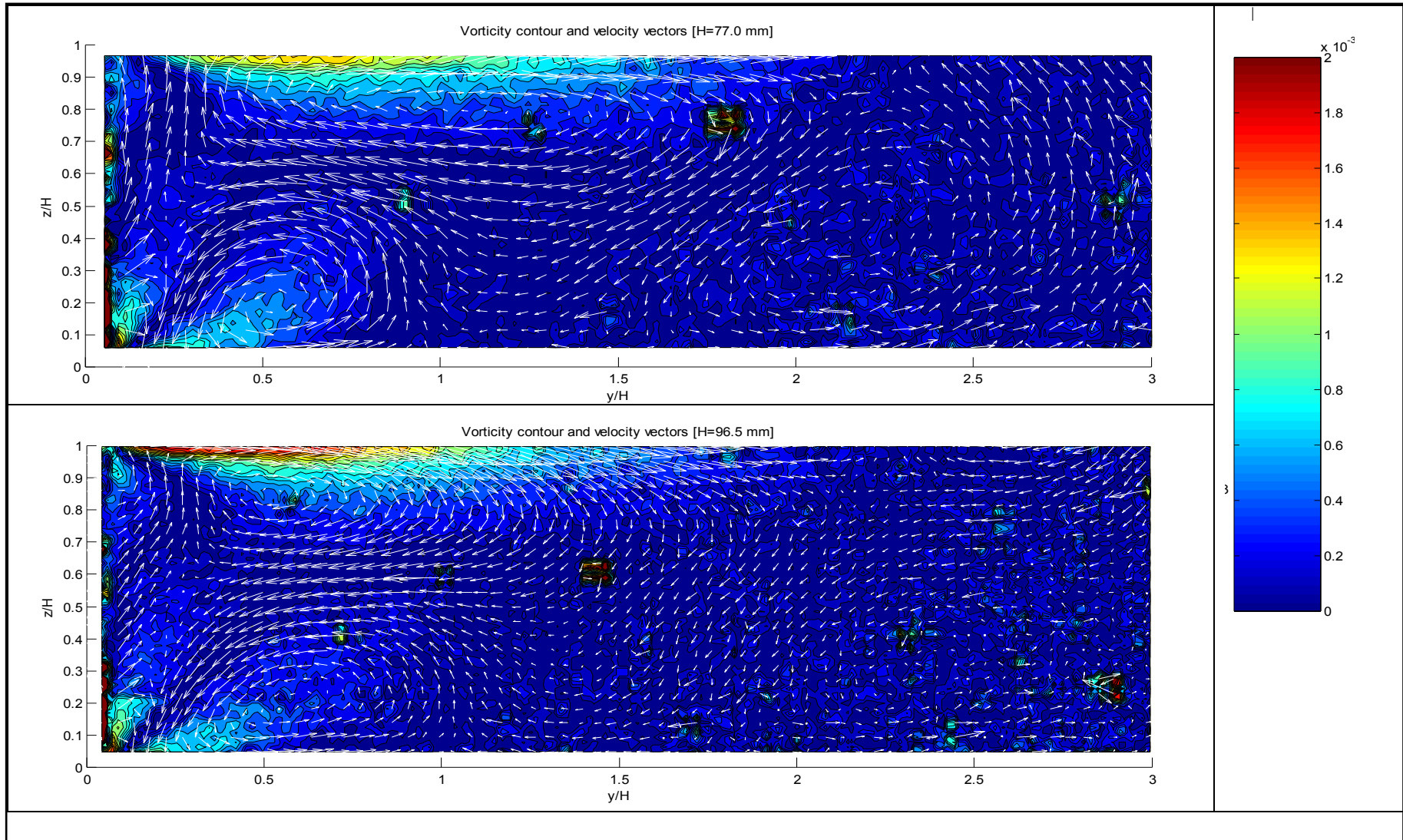
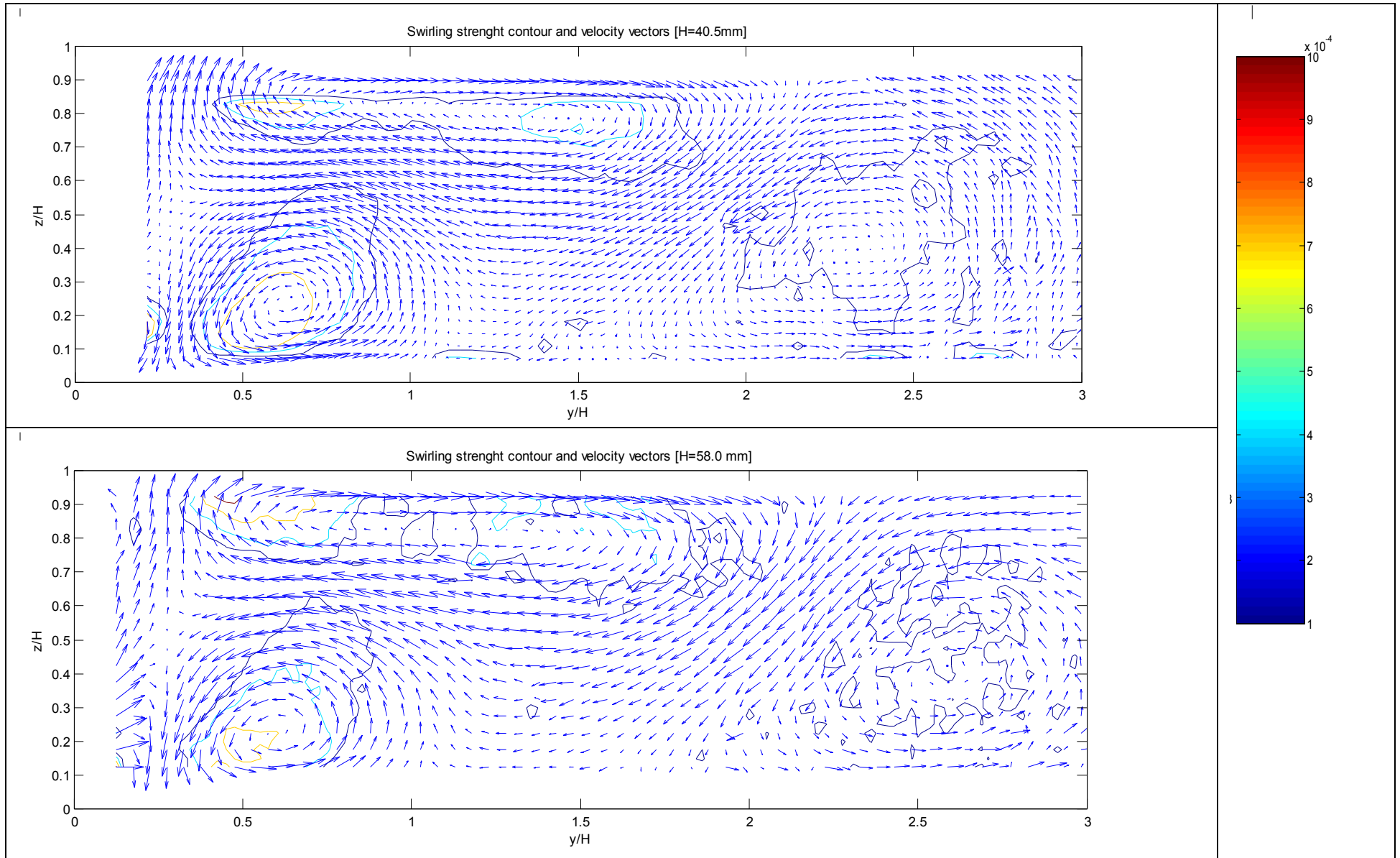


Figura 7.5. Mappe di iso-vorticità per la prova 1, 2, 3 e 4.



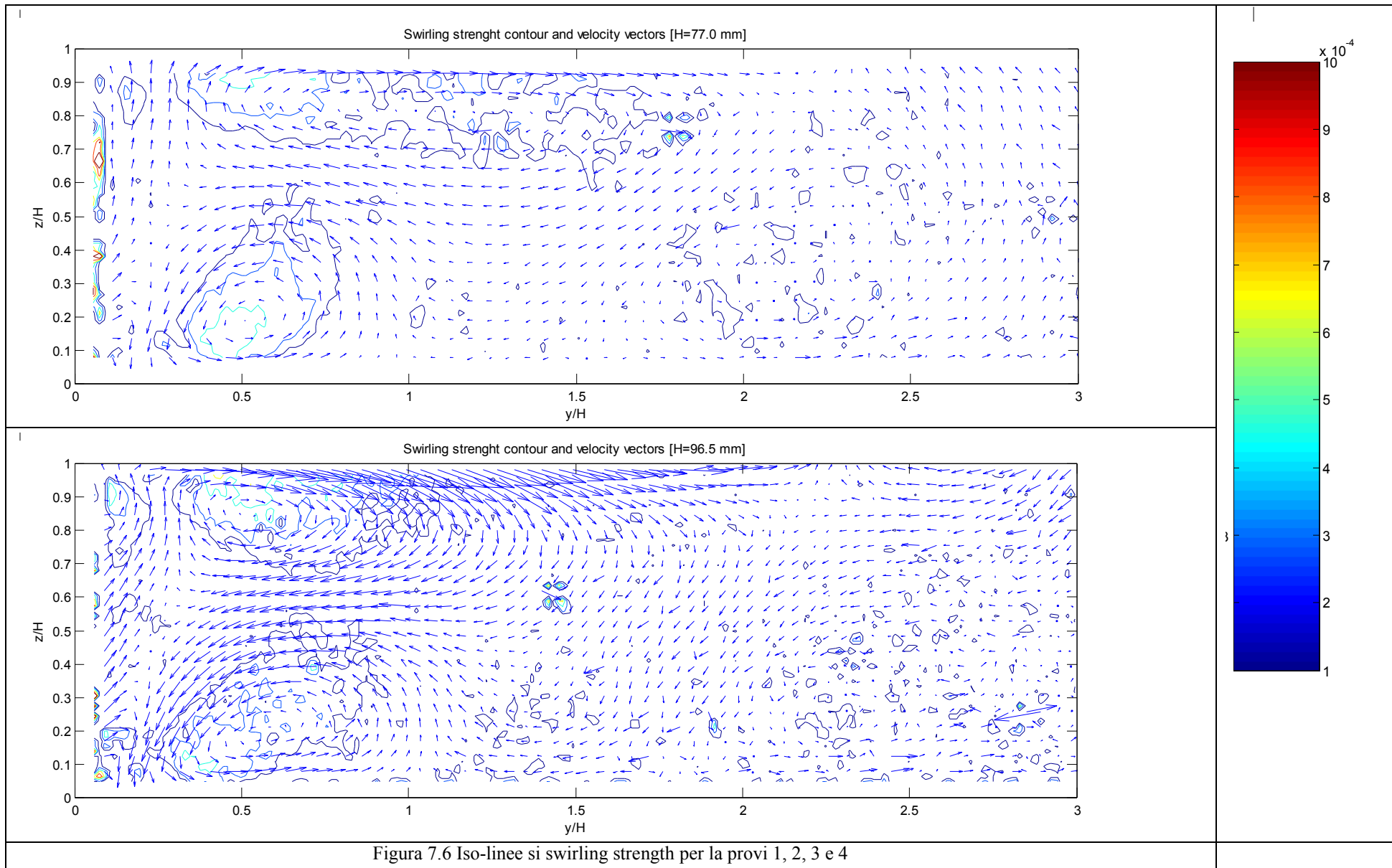


Figura 7.6 Iso-linee si swirling strength per la provi 1, 2, 3 e 4

Tale criterio individua perfettamente la posizione e le dimensioni dei vortici, come è facilmente osservabile nella precedente figura, distinguendo la reale presenza di strutture vorticose da zone caratterizzate da elevato valore di sforzo tangenziale.

Inoltre, viene perfettamente individuato il vortice presente nella zona più interna della corrente che si sviluppa nelle prime due prove e le dimensioni minori del vortice superficiale che si osserva per la prova 4.

7.3 Intensità di turbolenza e Sforzi alla Reynolds

Lo studio dei fenomeni turbolenti in correnti a pelo libero richiede la corretta valutazione della velocità di attrito alla parete u_* , di cui si è ampiamente discusso nel capitolo 2. Tale parametro, infatti, rappresenta la velocità di scala delle principali grandezze della turbolenza.

Esistono diversi metodi per stimare tale parametro che si differenziano per campo di applicazione e grado di approssimazione.

In condizioni di moto uniforme, dove la pendenza del canale S coincide a rigore con la cadente piezometrica I , una stima può essere ottenuta con la seguente formula:

$$u_* = \sqrt{gRS} \quad (7.7)$$

Con g accelerazione di gravità, R raggio idraulico. Nel caso di canali molto larghi ($B \gg h$), inoltre, il raggio idraulico può essere considerato pari all'altezza idrica H .

Tale metodo, pure essendo ampiamente utilizzato (McQuivey e Richardson, 1969; Inamoto, 1973), fornisce in realtà un valore medio della velocità di attrito u_* , essendo la relazione utilizzata derivante dalla espressione dello sforzo tangenziale medio al fondo; valore che risulta avere un grado di approssimazione troppo elevato soprattutto nello studio di fenomeni turbolenti (Nezu e Nakagawa, 1993)

Si riportano in tabella 7.1 i valori ottenuti dalla relazione precedente per i quattro esperimenti qui discussi:

Prova	H (mm)	S (m/m)	$u_{*,b}$ (m/s)
1	96.5	0.0011	0.0324
2	77.0	0.0011	0.0290
3	58.0	0.0011	0.0251
4	40.5	0.0011	0.0210

Tabella 7.1. Valori velocità di attrito media

Un secondo metodo prevede la determinazione di tale grandezza a partire dalla distribuzione della velocità misurata lungo una verticale $U(z)$, ammettendo valida la legge logaritmica di parete almeno su parte della verticale di misura. La legge logaritmica assume la seguente espressione:

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{zu_*}{\nu} \right) + C \quad \text{per} \quad \frac{zu_*}{\nu} > 100 \cup \frac{z}{H} < 0.3 \quad (7.8)$$

In cui z rappresenta la quota a partire dal fondo, k rappresenta la costante di Von Karman, solitamente assunta pari a 0.41, ν la viscosità cinematica. Diversi Autori (Coles, 1968; Brederode e Bradshaw, 1974; Nezu e Rodi, 1986) hanno suggerito un valore per la costante C , la quale sembra variare in un range molto ristretto; i valori suggeriti in letteratura, infatti, variano tra 5.0 e 5.29.

Derivando rispetto a z tale relazione, si ottiene una equazione lineare che lega la derivata della velocità dU/dz alla velocità di attrito alla parete u_* ; pertanto, noti i valori di velocità nel range di validità della 7.2, per regressione, è possibile ottenere una stima di u_* .

In dettaglio si è proceduto a plottare i punti sperimentali nel piano $\left(\frac{1}{dU/dz}, \frac{z}{H} \right)$ in 6 differenti verticali della finestra d'indagine rispettivamente ai valori $y/H = 0.5, 1.0,$

1.5, 2.0, 2.5 e 3.0. Essendo i dati sperimentali dati discreti è stato valutato il rapporto incrementale della velocità in direzione z e non la derivata.

Per regressione lineare dei punti sperimentali nel range di validità della 7.2 è stata valutata, in ciascuna verticale, la retta del tipo $\frac{1}{dU/dz} = A \cdot \frac{z}{H} + B$.

È facilmente dimostrabile che il coefficiente angolare A della retta ricavata risulta essere pari a :

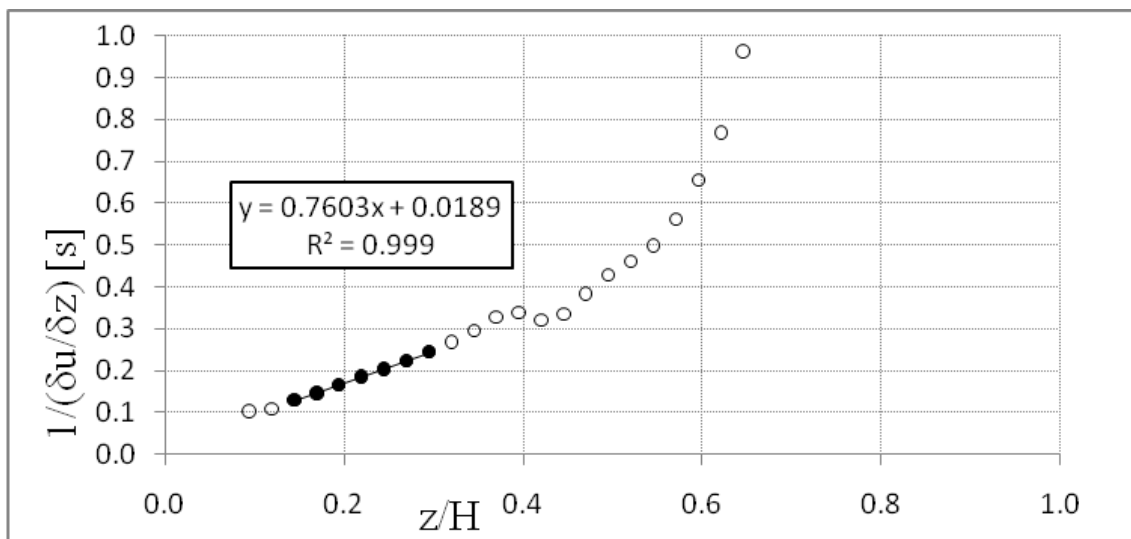
$$A = \frac{k}{u_*} H \quad (7.9)$$

Da cui:

$$u_* = \frac{A}{k} H \quad (7.10)$$

Determinato il valore della velocità di attrito alla parete si è verificato che nel piano $(\log(\frac{z u_*}{\nu}), u/u_*)$ interpolando i dati sperimentali si ottenesse una equazione lineare il cui coefficiente angolare fosse più o meno pari all'inverso della costante di Von Karman.

A titolo esemplificativo, si riportano in figura 7.7 i punti sperimentali nei due diversi piani e le rette di regressione lineare ricavate per la prova 2 nella posizione $y/H=1.5$.



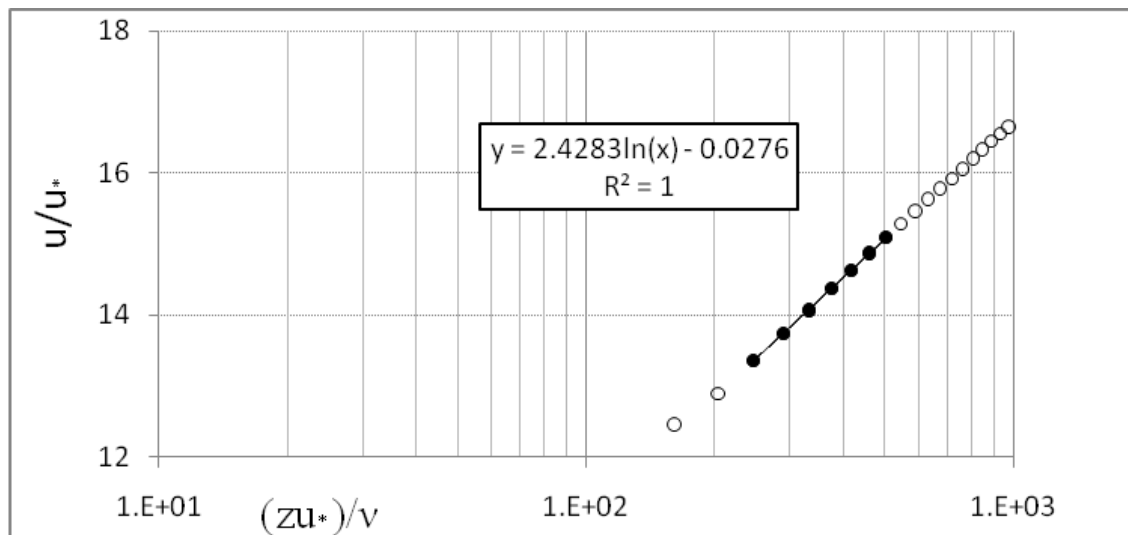


Figura 7.7 Rette di regressione dei valori sperimentali

I restanti grafici sono riportati in appendice C.

In tabella 7.2 e in figura 7.8 è riportato un quadro riassuntivo dei valori di velocità di attrito alla parete locale u_* per le quattro prove e nelle sei diversi verticali indicate.

H (mm)	u_* (m/s)						u_{*b} (da tabella 7.1)
	$y/H=0.5$	$y/H=1.0$	$y/H=1.5$	$y/H=2.0$	$y/H=2.5$	$y/H=3.0$	
40.5	0.0197	0.0424	0.0241	0.025	0.0249	0.0247	0.0210
58.0	0.0261	0.0336	0.0313	0.0297	0.0309	0.0284	0.0251
77.0	0.0334	0.0307	0.0308	0.0342	0.0326	0.0352	0.0290
96.5	0.0407	0.039	0.0352	0.0356	0.0347	0.0359	0.0324

Tabella 7.2. Valori velocità di attrito media e locale in 6 verticali

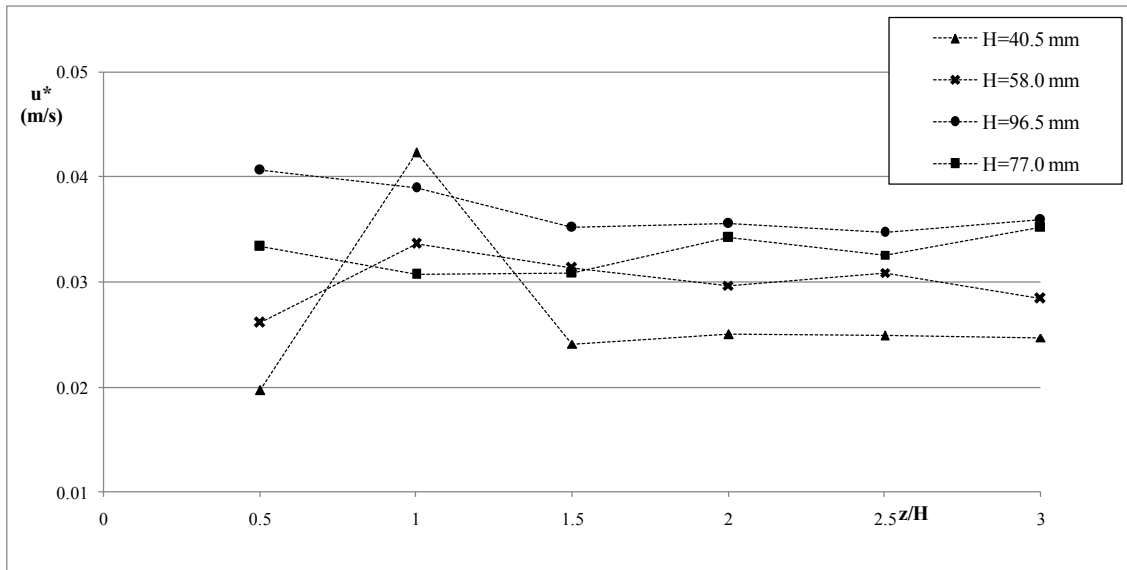


Figura 7.8. Velocità di attrito alla parete nelle posizioni $y/H=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$

Come evidente, in prossimità della parete ($y/H \approx 0.5$) per le prove 1 ($H=40.5$) e 2 ($H=58.0$) si verifica un valore di velocità di attrito minore di quelli misurati nelle altre verticali, in contrasto con quanto osservato per le prove 3 e 4, caratterizzate dal verificarsi del valore maggiore di u_* proprio per $y/H \approx 0.5$.

Inoltre, le prime due prove (1, 2) presentano una ulteriore differenza: in corrispondenza di $y/H \approx 1.0$ si ha un brusco incremento della velocità di attrito u_* , rispettivamente circa pari al 60% e al 10% del valore registrato nelle successive verticali. Tale comportamento non viene osservato nelle prove caratterizzate da altezza idrica maggiore (3, 4).

Determinata la velocità di attrito media $u_{*,b}$ e la velocità di attrito locale u_* , si è proceduto alla determinazione delle componenti di intensità di turbolenza e degli sforzi alla Reynolds.

L'intensità di turbolenza viene definita come la varianza della velocità in un certo intervallo temporale; solitamente si fa riferimento alla intensità di turbolenza relativa, ossia adimensionalizzata rispetto alla velocità di attrito alla parete.

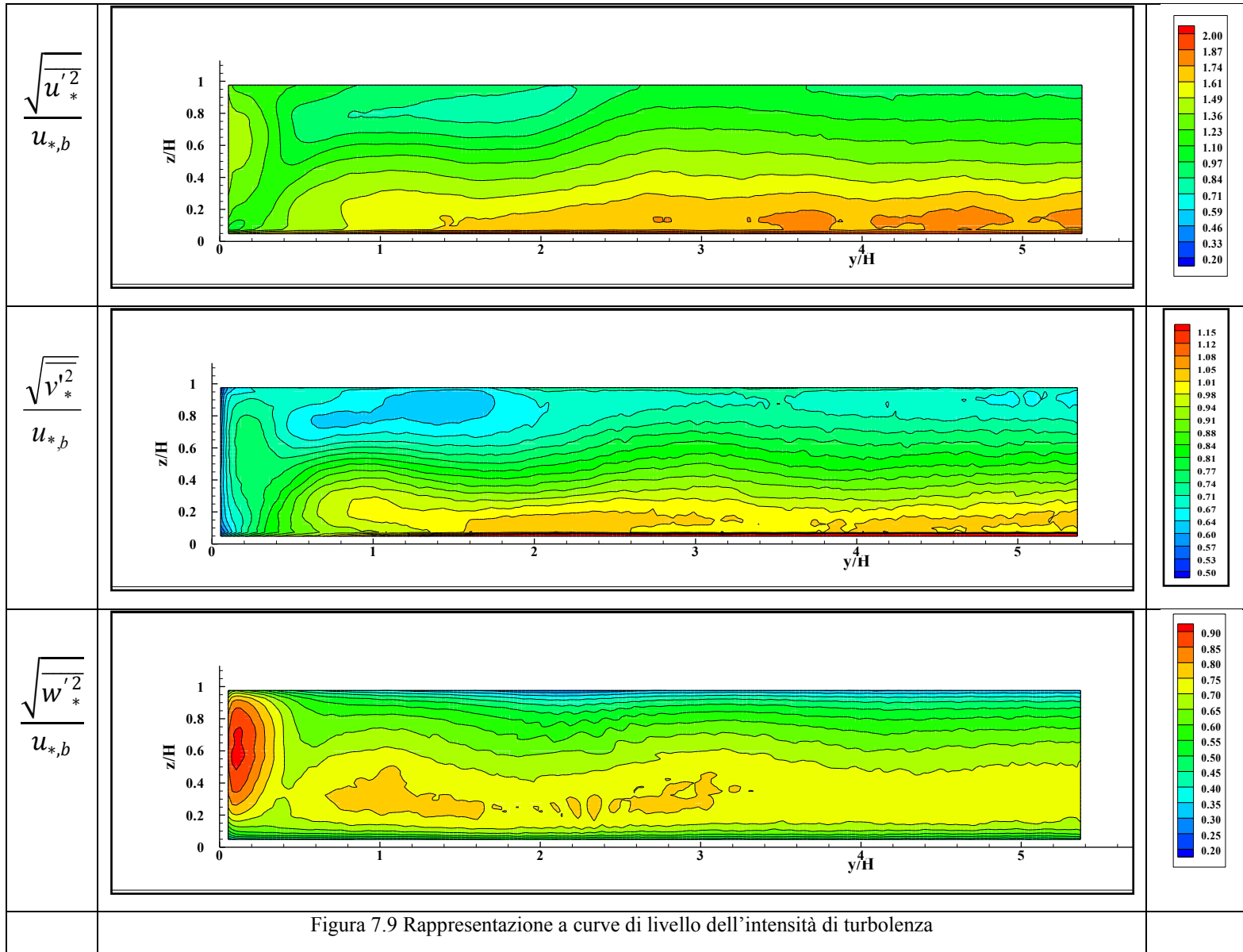
Nel caso in esame, si è determinato in ciascun punto della finestra di indagine, le componenti della intensità di turbolenza relativa mediante le successive formulazioni:

$$\frac{\sqrt{u'^2_*}}{u_{*,b}} \quad (7.11)$$

$$\frac{\sqrt{v'^2_*}}{u_{*,b}} \quad (7.12)$$

$$\frac{\sqrt{w'^2_*}}{u_{*,b}} \quad (7.13)$$

A titolo esemplificativo in figura 7.9 se ne riporta una rappresentazione a curve di livello relativa alla prova 2:



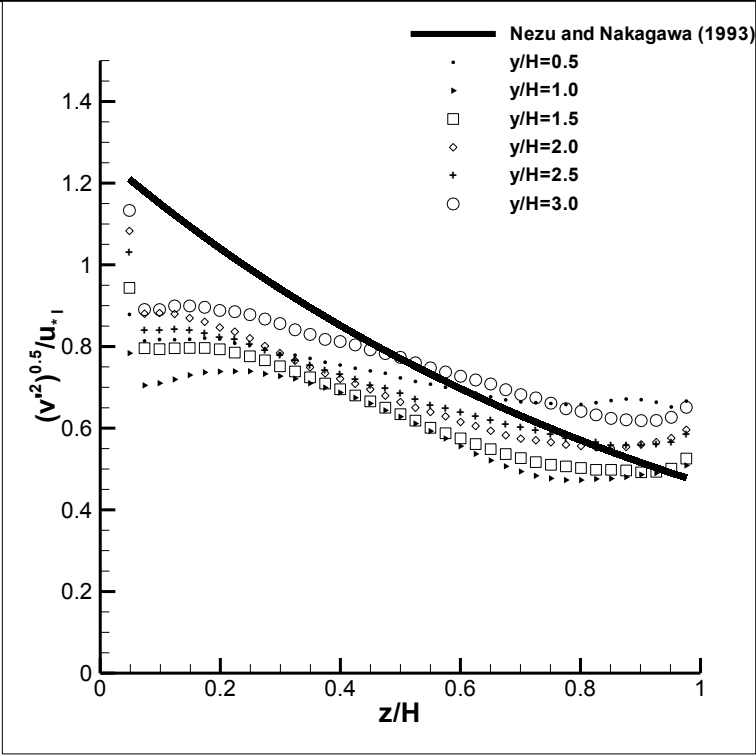
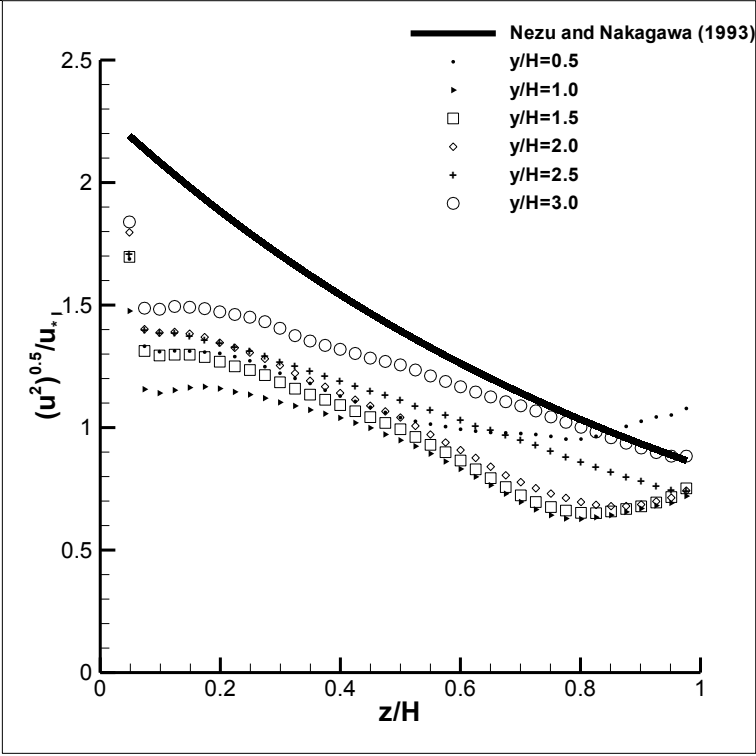
Le componenti di intensità turbolenza in direzione x e y assumono i valori massimi in prossimità del fondo, in analogia con le relazioni proposte da Nezu e Nakagawa (1993) che descrivono l'andamento di tale grandezza lungo una verticale. I valori minimi, nel presente studio sperimentale, sono attinti in corrispondenza della zona centrale del vortice posto nella parte superiore della corrente. La componente di intensità di turbolenza in direzione z assume i valori maggiori in prossimità della parete, nella parte centrale del canale ha un andamento pressochè identico lungo le diverse verticali caratterizzato da valori più elevati ad una distanza dal fondo maggiore rispetto le precedenti.

Si è anche studiato l'andamento di tali grandezze lungo le verticali $y/H \approx 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$, in questo caso l'adimensionalizzazione è stata effettuata rispetto alla velocità di attrito alla parete locale u_* . Se ne riportano i risultati in figura 7.10, confrontati con le relazioni proposte da Nezu e Nakagawa (1993) riportate di seguito:

$$\frac{\sqrt{u_*'^2}}{u_{*,b}} = 2.30 \exp\left(-\frac{y}{H}\right) \quad (7.14)$$

$$\frac{\sqrt{v_*'^2}}{u_{*,b}} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{H}\right) \quad (7.15)$$

$$\frac{\sqrt{w_*'^2}}{u_{*,b}} = 1.63 \exp\left(-\frac{y}{H}\right) \quad (7.16)$$



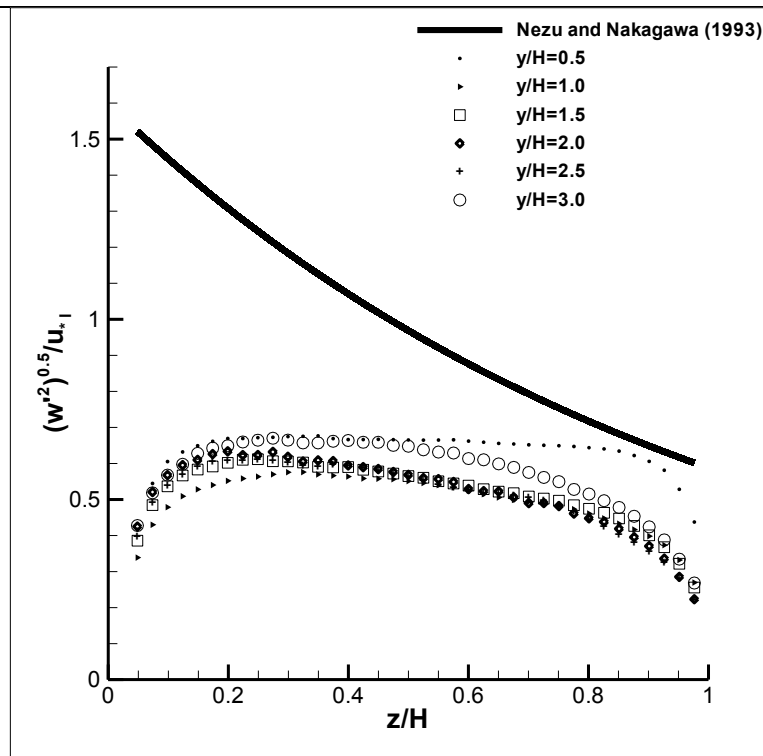


Figura 7.10. Andamento lungo z delle componenti di intensità di turbolenza prova 2

I risultati sperimentali si discostano sensibilmente dal profilo individuato dalle relazioni di letteratura per valori di $z/H < 0.4$, inoltre, la terza componente di intensità di turbolenza assume valori ben più bassi nell'intero dominio di z/H .

Bisogna comunque evidenziare che tali relazioni valgono nella regione individuata da valori di z/H maggiori di 0.1 (Nezu e Nakagawa, 1993), in quanto al fondo tali grandezze dovrebbero assumere valore nullo.

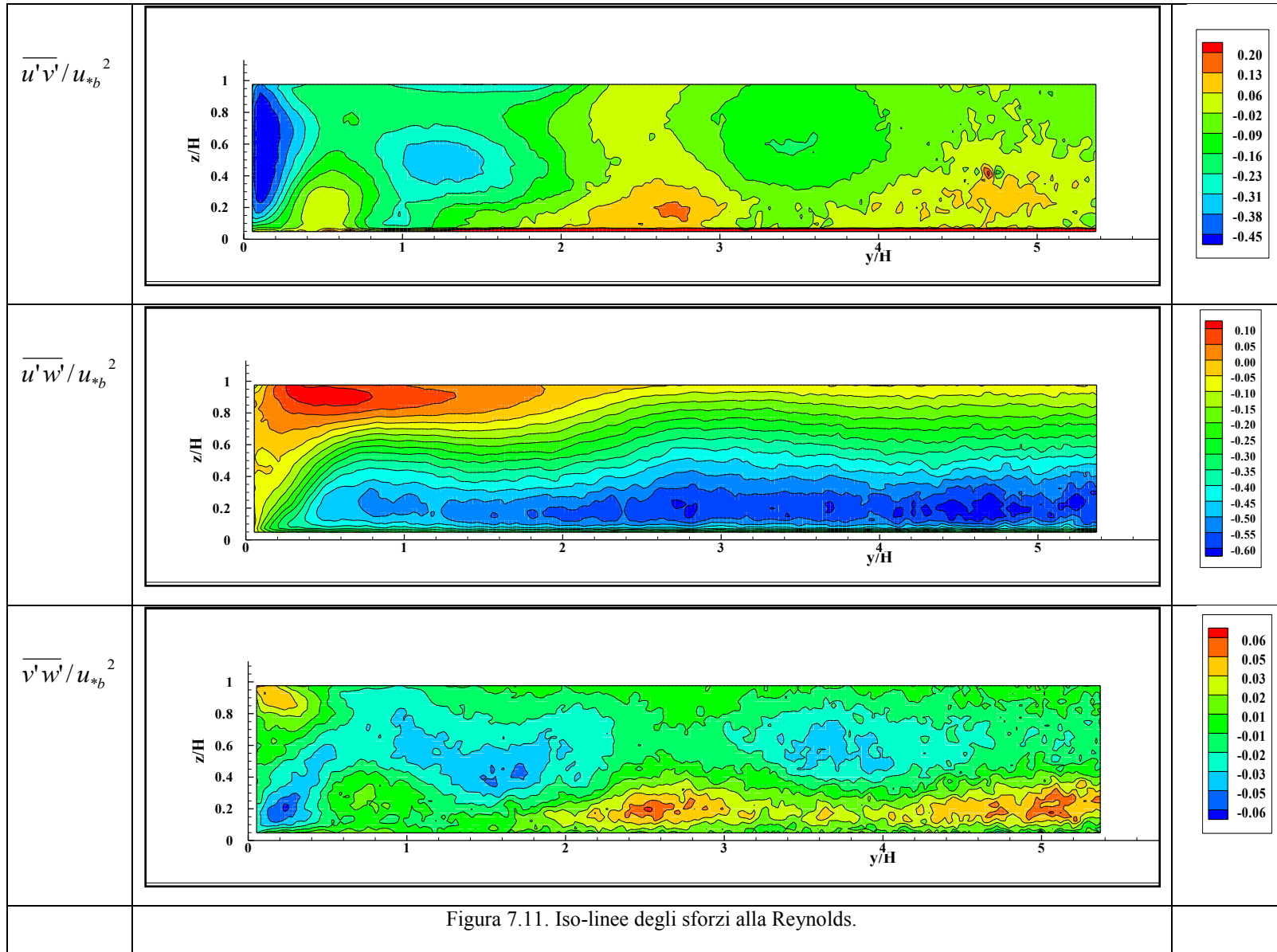
Un andamento dissimile da quello ricavato dalle relazioni (7.14) e (7.15) si ha in prossimità della superficie libera. L'andamento dei punti sperimentali presenta, infatti, un minimo in corrispondenza di $z/H \approx 0.8$, minimo che si discosta sempre più dal valore misurato in superficie all'avvicinarsi alla parete laterale; tuttavia, tale risultato non è diverso da quanto ottenuto da altri autori (Joung, 2010; Broglia, 2003).

In particolare l'incremento della componente di intensità turbolenta in direzione y è leggermente maggiore in percentuale rispetto a quello della componente in direzione x , il che conferma la tesi di Nagaosa's (1999), secondo cui il trasferimento di energia

cinetica turbolenta tra la direzione x e la direzione y è maggiore di quello che si ha tra la direzione x e la z .

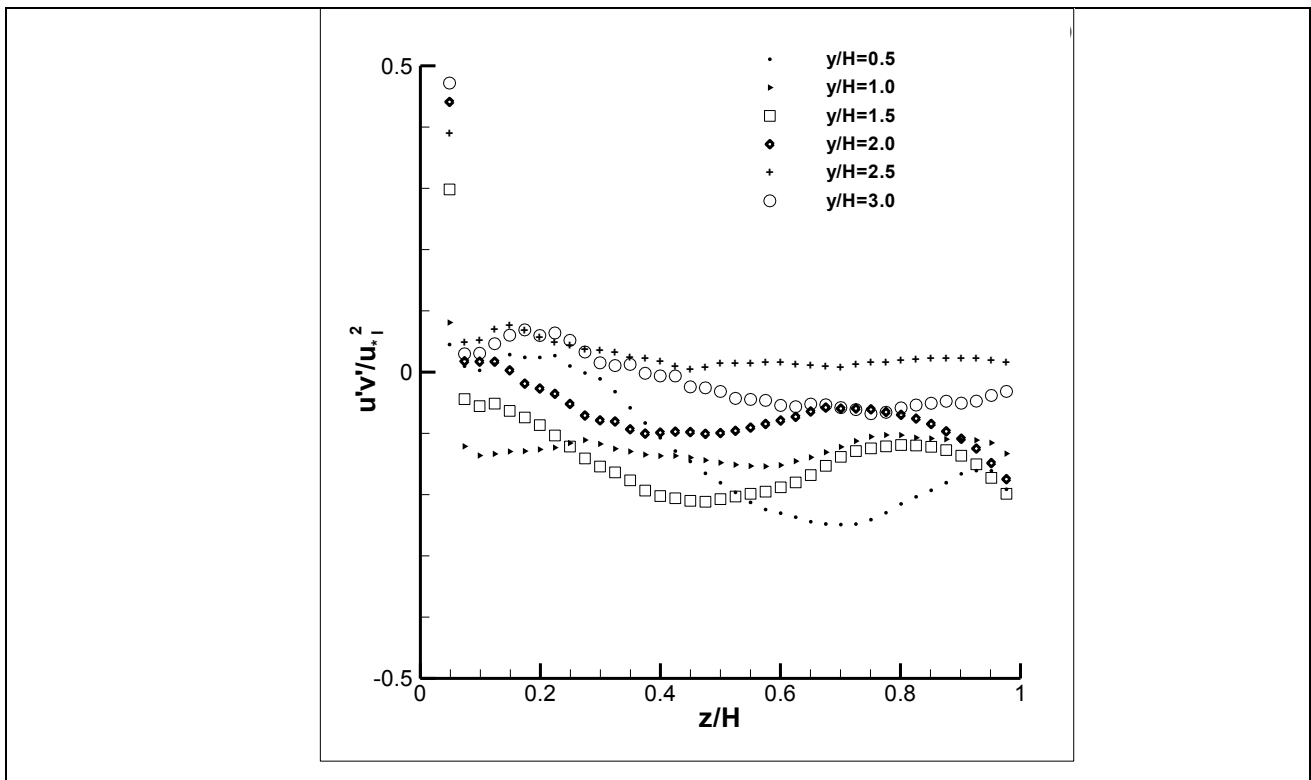
La stretta connessione tra la configurazione delle correnti secondarie, la distribuzione degli sforzi alla Reynolds e la presenza di fenomeni di bursting (sweeps e ejections) è ampiamente discussa ed accertata da Huser e Biringen (1993). In particolare, seppur analizzando i caratteri medi temporali, l'andamento degli sforzi alla Reynolds è comunque indicativo di eventi quali *sweeps* o *ejection*.

Analogamente a quanto fatto per le componenti di intensità turbolenta, si è proceduto ad individuare iso-linee degli sforzi alla Reynolds, adimensionalizzati rispetto alla velocità di attrito media u_{*b} , nella sezione di misura. Si riportano i risultati relativi alla prova 2 in figura 7.11.



I risultati ottenuti, nella zona in prossimità della parete laterale, non sono differenti da quanto calcolato mediante DNS da Joung (2010).

Per analizzare al meglio quanto osservato, si riportano in figura 7.12 i profili degli sforzi alla Reynolds, adimensionalizzati rispetto alla velocità di attrito alla parete locale u_* , nelle verticali $y/H=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$.



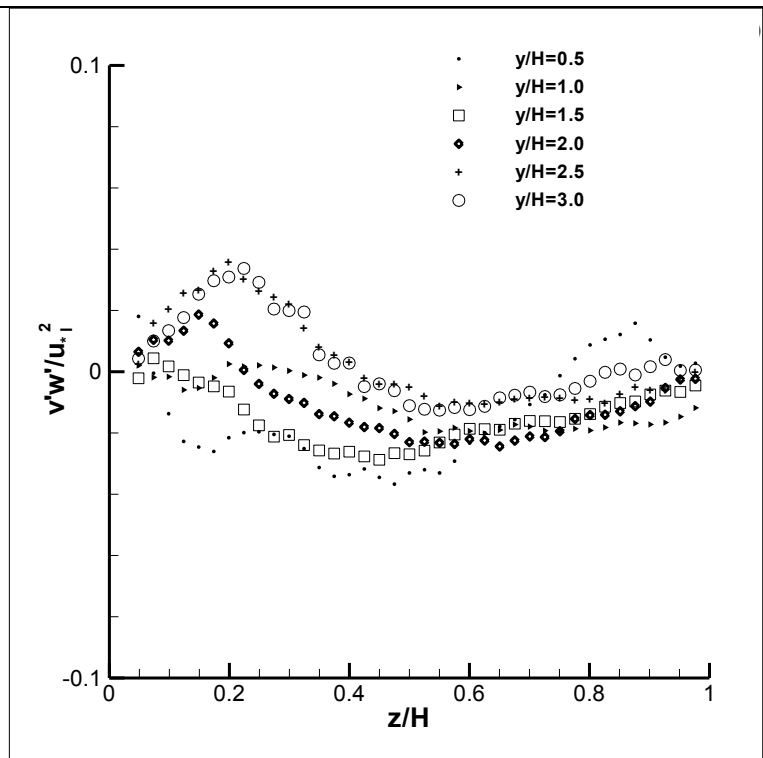
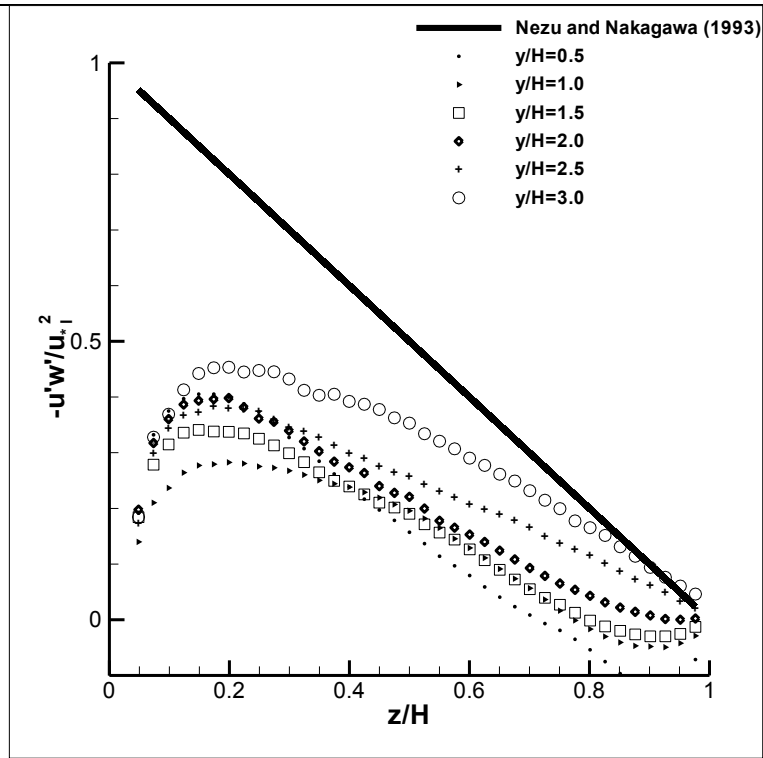


Figura 7.12. Andamento lungo z degli sforzi alla Reynolds prova 2

Lungo la verticale più vicina alla parete ($y/H \approx 0.5$) si osservano valori positivi di $\overline{u'v'}/u_{*,b}$ sino ad una distanza dal fondo pari a $z/H \approx 0.2$, ciò è collegato alla presenza del vortice in prossimità del fondo. Per valori di $z/H > 0.2$ si osservano valori negativi di $\overline{u'v'}/u_{*,b}$ e di $\overline{u'w'}/u_{*,b}$ almeno sino a $z/H < 0.7$, ciò corrisponde al verificarsi, in maniera predominante, di eventi quali *downward sweeps* e *upward ejections*.

Lungo tale verticale, inoltre, lo sforzo alla Reynolds $\overline{u'w'}/u_{*,b}$ risulta essere negativo per valori di $z/H < 0.7$ e positivo per valori maggiori di z/H ; tale quota risulta essere esattamente la zona di separazione tra zone caratterizzate da vortici che ruotano in verso opposto. E' ben noto che valori positivi di tale componente individuano zone interessate da vortici che ruotano in senso orario, ciò è confermato da quanto osservato in figura 7.7. Inoltre, in prossimità del pelo libero ($z/H < 0.7$) si osservano valori positivi di $\overline{v'w'}/u_{*,b}$

Se si osserva l'andamento degli sforzi $\overline{u'w'}/u_{*,b}$ e $\overline{u'v'}/u_{*,b}$ lungo le verticali $y/H=1.0, 1.5, 2.0$, le quali sono caratterizzate dalla presenza del vortice superficiale avente centro di rotazione ad una altezza $z/H \approx 0.8$, è evidente che proprio in corrispondenza di tale quota si ha un'inversione di tendenza; in dettaglio, gli sforzi $\overline{u'v'}/u_{*,b}$ subito prima crescenti, decrescono sino a raggiungere un minimo locale in corrispondenza della superficie libera, analogamente gli sforzi $\overline{u'w'}/u_{*,b}$ aventi andamento pressochè lineare nella zona centrale a quota $z/H \approx 0.8$ presentano un flesso e successivamente un profilo concavo verso l'alto.

In tale capitolo, per brevità, ci si è soffermati alla discussione dei risultati relativi alla prova 2, i risultati relativi alle restanti prove (1, 3, 4) sono riportati in appendice C

7.4 Riferimenti citati

- Jeong, J., Hussain, F. (1995) *On the identification of a vortex*. Journal of Fluid Mech. vol.5, pp. 69-94.
- Joung, Y., Choi, S.U. (2010) *Direct numerical simulation of low Reynolds number flows in an open-channel with sidewall*, Int. J. Numer. Meth. Fluids, vol. 62, pp.854–874
- Nezu, I, Rodi, W. (1985) *Experimental study on secondary currents in open channel flow*. Proceeding of the 21st IAHR Congress, Melbourne, Australia, vol.2, pp.115–119.
- Tominaga, A., Nezu, I., Ezaki, K., Nakagawa, H. (1989) *Three-dimensional turbulent structure in straight open channel flows*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.27(1), pp.149–173.
- Naot, D., Rodi, W. (1982) *Calculation of secondary currents in channel flow*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol.108(HY8), pp.948–968.
- Cokljat, D., Younis, B.A. (1995) *Second-order closure study of open-channel flows*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.121(2), pp.94–107.
- Shi, J., Thomas, T.G., Williams, J.J.R. (1999) *Large-eddy simulation in a rectangular open channel*. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.37(3), pp.345–361.
- Shiono, K., Feng, T. (2003) *Turbulence measurements of dye concentration and effects of secondary flow on distribution in open channel flows*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.129(5), pp.373–384.
- Huser, A., Biringen, S. (1993) *Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct*. Journal of Fluid Mechanics, vol.257, pp.65–95.
- Nagaosa, R. (1999) *Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence*. Physics of Fluids, vol.11(6), pp.1581–1595.
- Brogia, R., Pascarelli, A., Piomelli, U. (2003) *Large-eddy simulation of ducts with a free surface*. Journal of Fluid Mechanics, vol.484, pp.223–253.
- Nezu, I., Nakagawa, H. (1993) *Turbulence in Open-channel Flows*. International Association for Hydraulic Research, Rotterdam, The Netherlands, 1993.

Nezu, I., Rodi, W. (1986) *Open-channel flow measurements with a Laser Doppler anemometer*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.112(5), pp.335–355.

McQuivey, R.S., Richardson, E.V (1969) *Some turbulence measurements in open-channel flow*. Journal of Hydraulic division, ASCE, vol.95, pp.209-223

Coles, D. (1968) *The young person's guide to the data*. Proc. Of AFOSR-IFP Stanford Conf. on Computation of turbulent boundary layers, vol.2, pp.1-45

Inamoto, H. (1973) *Turbulence characteristics in free surface shear flows*. Bulletin of Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, vol.22, pp.153-186

Lugt, H.J. (1979) *The dilemma of defining a vortex*. Recent developments in theoretical and experimental fluid mechanics, pp.309-321.

Conclusioni

Le correnti idriche trasportano frequentemente in natura materiali solidi incoerenti che derivano dalle azioni erosive sui versanti e dagli sforzi esercitati dalla corrente stessa sul fondo dell' alveo. I corsi d'acqua interessati da tale fenomeno, sono ovviamente caratterizzati da alvei in costante evoluzione per la successione di fenomeni di erosione e deposito del materiale solido ad opera della complessa interazione corrente – materiale al fondo.

Risulta evidente, che ai fini ingegneristici lo studio di tali processi ha una forte valenza applicativa, sia per la progettazione e la protezione di eventuali opere di difesa, sia per una corretta previsione del rischio legato a fenomeni di inondazione o rottura di sbarramenti.

Il movimento e il trasporto di particelle solide in corpi idrici costituisce un importante capitolo dell'idraulica fluviale. La complessità di tale fenomeno rende tale tema estremamente affascinante nell'ambito della ricerca scientifica, infatti, sebbene numerosi passi in avanti siano stati fatti nella descrizione e intuizione concettuale esistono alcuni aspetti tutt'ora irrisolti.

La principale difficoltà risiede nella presenza di un sistema costituito di due fasi, quella liquida e quella solida, che interagiscono tra loro con modalità non definite in maniera assoluta ma che sono funzione delle caratteristiche dinamiche delle fasi stesse.

La descrizione fisica di tale complessa interazione sebbene ormai nota a livello concettuale presenta tutt'ora degli aspetti la cui descrizione analitica non è possibile in maniera rigorosa.

Allo stato attuale occorre sottolineare che la metodologia più diffusa per lo studio di tali processi è legata alla definizione di modelli matematico – numerici, intendendo con tale denominazione l'insieme di un modello matematico del fenomeno, vale a dire di un set d'equazioni che lo descrive, e di un metodo numerico per l'integrazione di tali equazioni, normalmente non integrabili per via analitica.

L'obiettivo che si è perseguito è stato quello di costruire un modello matematico-numerico fisicamente basato, le cui equazioni siano in grado di riprodurre il fenomeno di evoluzione morfologica di un alveo in condizioni non stazionarie in maniera globale, che tenga conto delle diverse modalità di mobilitazione delle particelle costituenti il fondo e le sponde laterali dell'alveo.

La logica posta alla base del modello proposto segue essenzialmente un approccio bifase secondo l'intuizione che le due fasi coesistono all'interno della corrente, pertanto essa può essere pensata come occupata contemporaneamente da entrambe; in tale ottica la concentrazione può essere intesa come la probabilità che un determinato punto sia occupato dal materiale solido.

Il modello oggetto di tale lavoro di tesi necessita della definizione del termine e_b , il quale rappresenta lo scambio netto di materiale solido tra corrente e fondo mobile.

Sinora non esiste una formulazione che permetta di quantificare lo scambio di materiale tra fondo e corrente solida comunemente e universalmente accettata dalla comunità scientifica. Tuttavia, come evidenziato nel capitolo 2, numerose sono le relazioni di origine empirica esistenti in letteratura, basate su dati sperimentali spesso ottenuti in condizioni semplificate.

L'applicazione di alcune delle relazioni empiriche esistenti ha evidenziato una forte dispersione dei risultati ottenuti, sia se confrontati tra loro sia in relazione ai dati sperimentali esistenti.

L'attività di ricerca ha portato alla definizione di una nuova relazione descrivente il fenomeno di entrainment, ottenuta in seguito ad una rielaborazione delle relazioni proposte da Seminara et al. (2002) sulla base dei dati sperimentali di Fernandez Luque e van Beek (1976). Tale trattazione ci ha inoltre permesso di ridurre il numero dei coefficienti il cui valore numerico non è di facile definizione. Infatti, sebbene molti di essi, quali ad esempio il coefficiente di Drag e il coefficiente di Bagnold, hanno un chiaro significato fisico, la loro determinazione non è banale.

Tale relazione è stata utilizzata per la riproduzione di eventi fortemente non stazionari, quali eventi di dam-break o erosione di rilevati in terra per sormonto. Sono stati simulati diversi test case di letteratura, che hanno evidenziato buone capacità predittive del modello.

Tuttavia i modelli morfodinamici quale quello introdotto nei capitoli precedenti non “risolvono” la turbolenza, tuttavia essi richiedono delle relazioni di chiusura; se per gli sforzi resistenti della fase idrica tale chiusura può prevedere la stima dello sforzo al fondo con una formula di moto uniforme, ben più delicata risulta essere la chiusura del modello per la descrizione dello scambio di materiale solido al fondo. Le relazioni proposte sinora, anche alla luce di quanto fatto in letteratura, dipendono dalle grandezze medie del moto, tuttavia questo potrebbe essere riduttivo in quanto è evidente che i processi di entrainment al fondo dipendono delle strutture coerenti turbolente che vengono a svilupparsi. Sebbene tale assunto sia condiviso da gran parte degli scienziati, la comprensione, la previsione e la modellazione degli effetti della turbolenza costituiscono un problema tutt’ora irrisolto.

Le strutture turbolente, senza dubbio, giocano un ruolo fondamentale nella ridistribuzione del materiale solido e nei meccanismi con cui questo si mette in sospensione o deposita.

Basti pensare all’importanza che assume l’individuazione di una soglia critica oltre la quale una particella inizialmente ferma al fondo si mette in movimento nello studio di tutti i fenomeni legati al trasporto solido. Una trattazione largamente accettata e utilizzata è quella proposta da Shields (1936), il quale, mediante un approccio deterministico del fenomeno, si avvale di risultati sperimentale per tracciare una curva limite per la stabilità dei sedimenti, nella quale parametro determinante è lo sforzo medio agente al fondo. Risulta evidente che tale approccio è estremamente semplificato, in quanto prescinde dai fenomeni impulsivi della turbolenza, scoperti da Klein et al. (1967).

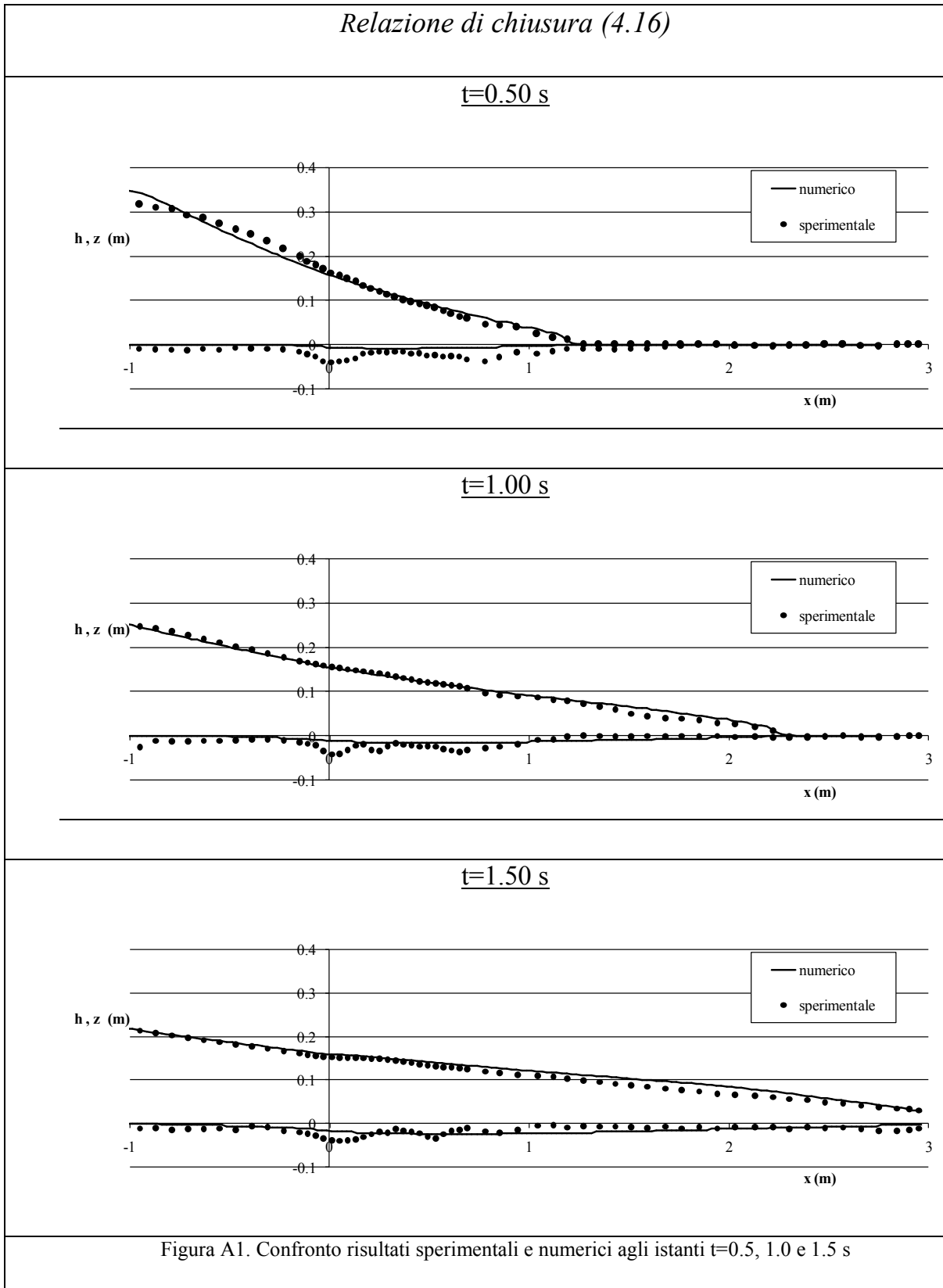
In tale ottica di grande interesse risulta essere l’approfondimento delle strutture turbolente di parete e nell’applicazione di queste conoscenze al trasporto solido, nel

tentativo di congiungere le caratteristiche degli eventi turbolenti al movimento dei sedimenti.

Per tale motivo l'Autore ha partecipato ad un progetto sperimentale presso la University of Aberdeen avente ad oggetto l'identificazione e lo studio delle strutture coerenti turbolente, in assenza però di trasporto. Tale progetto sperimentale risulta essere il punto di partenza di uno studio che leghi i fenomeni di entrainment al fondo agli eventi turbolenti.

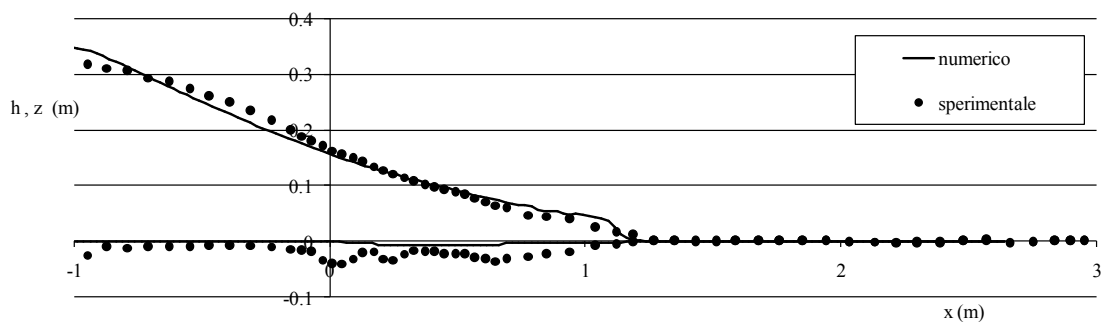
Appendice A

Si raccolgono in questa sezione i risultati delle simulazioni riproducenti gli esperimenti di dam-break su fondo mobile di Spinewine(2007).

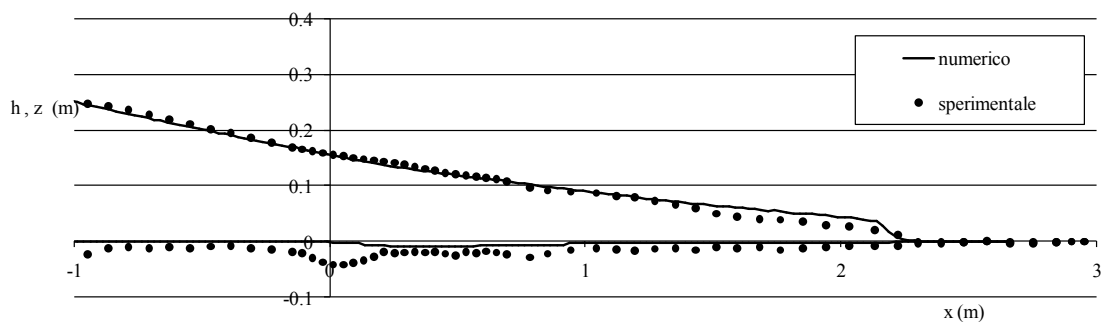


Relazione di chiusura (2.24)

$t=0.5s$



$t=1.0s$



$t=1.5s$

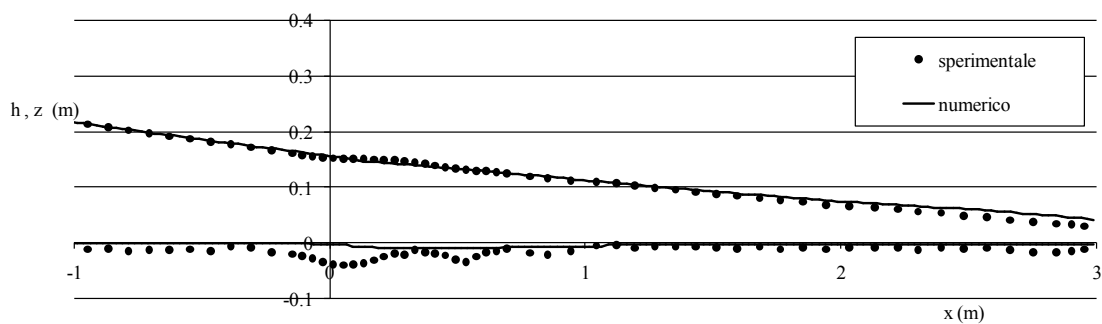
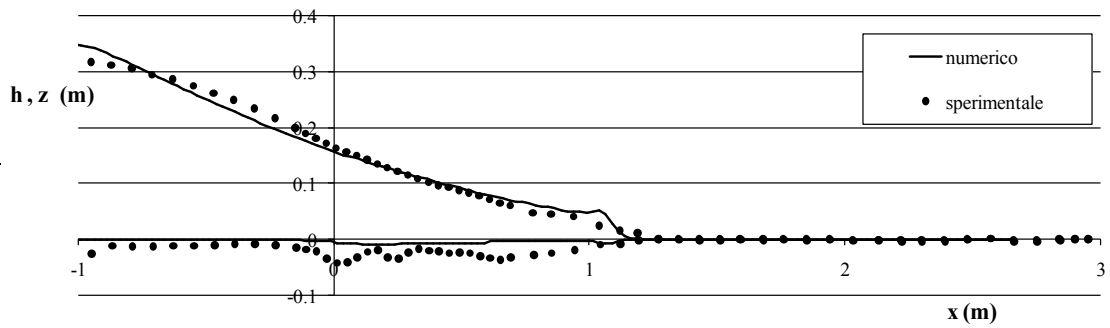


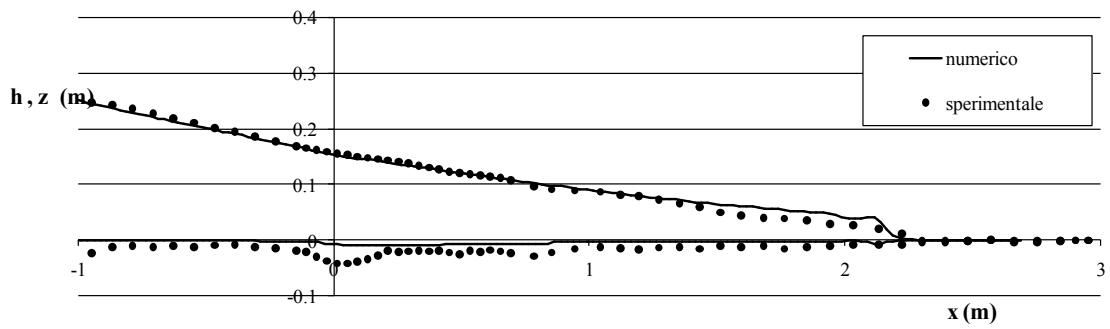
Figura A2. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=0.5, 1.0$ e 1.5 s

Relazione di chiusura (4.6)

$t=0.5s$



$t=1.0s$



$t=1.5s$

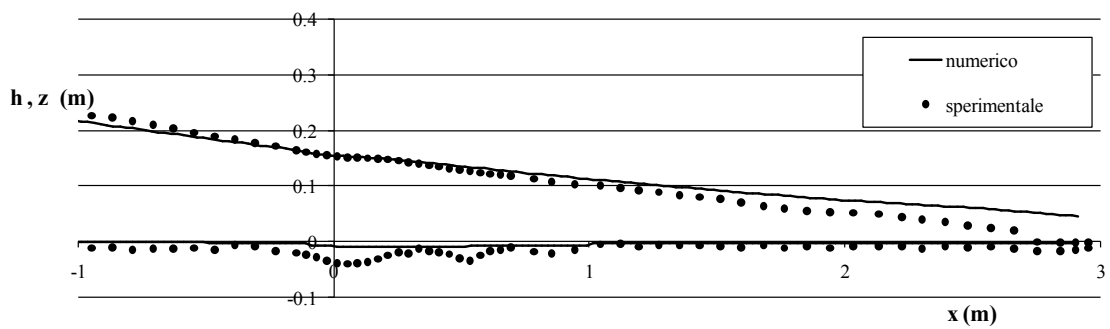
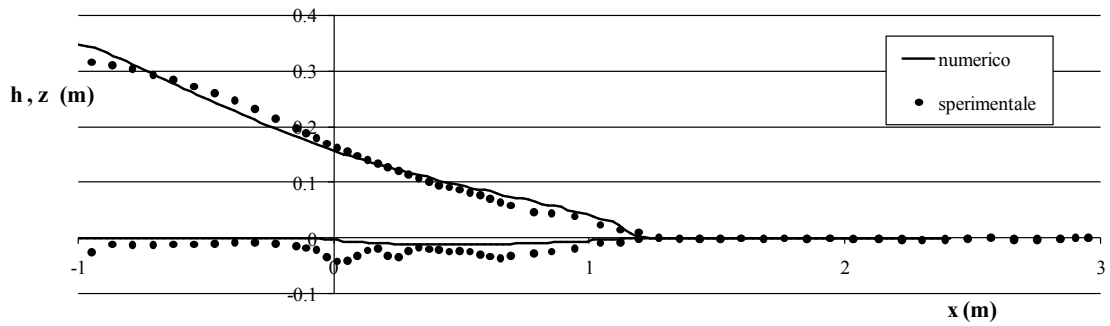


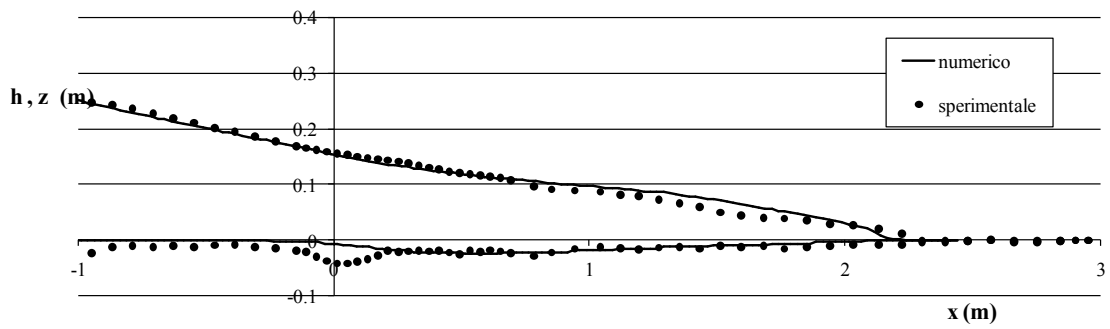
Figura A3. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=0.5, 1.0$ e 1.5 s

Relazione di chiusura (2.33)

$t=0.5s$



$t=1.0s$



$t=1.5s$

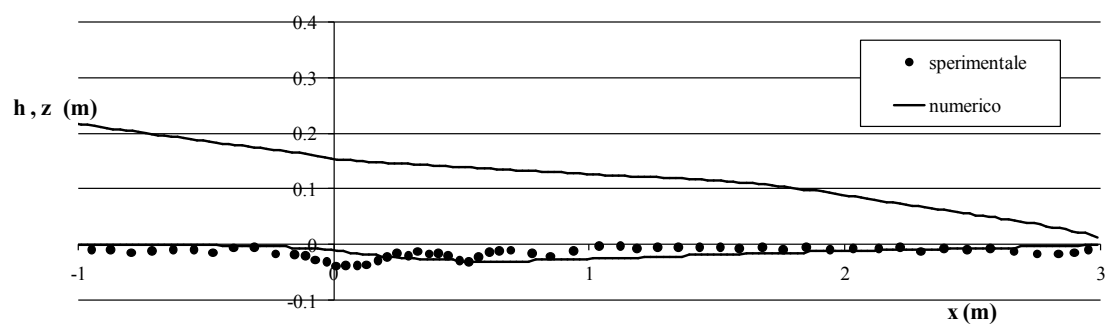
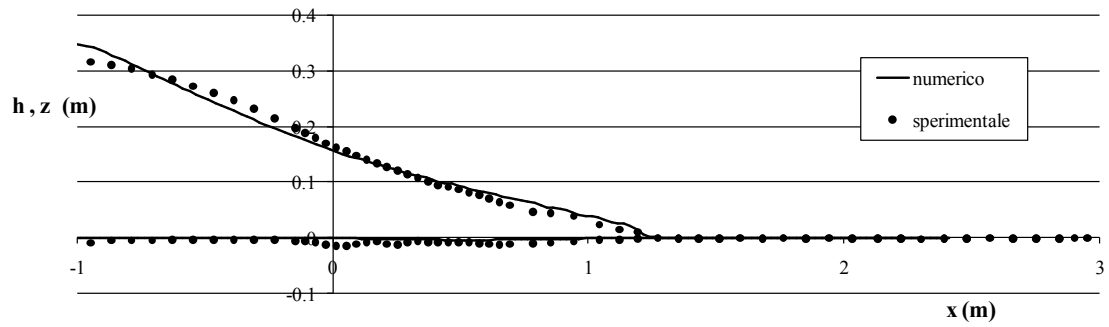


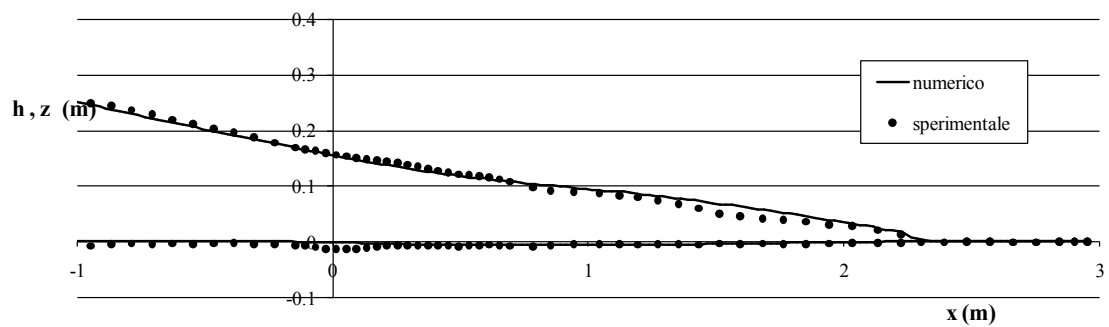
Figura A4. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=0.5, 1.0$ e 1.5 s

Relazione di chiusura (2.33) calibrata

t=0.5s



t=1.0s



t=1.5s

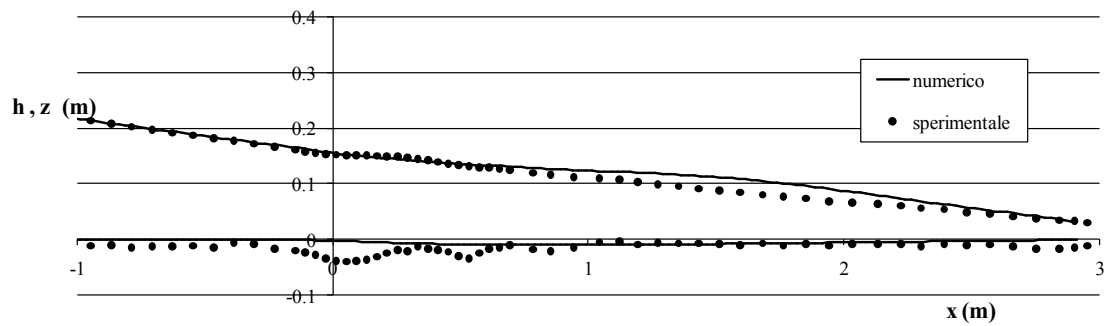
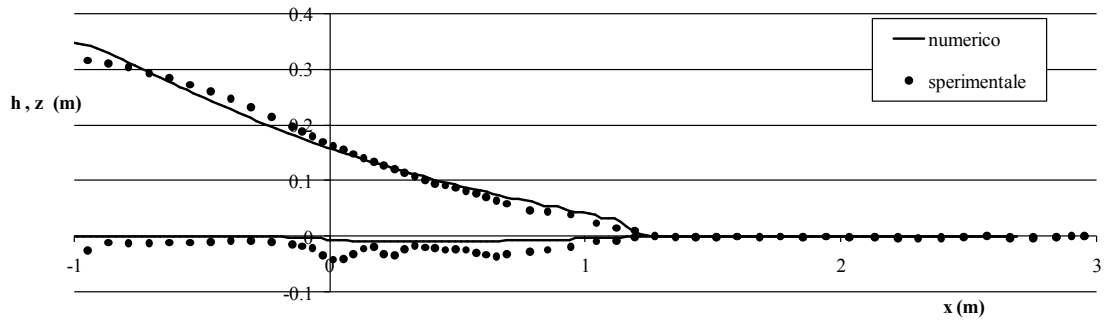


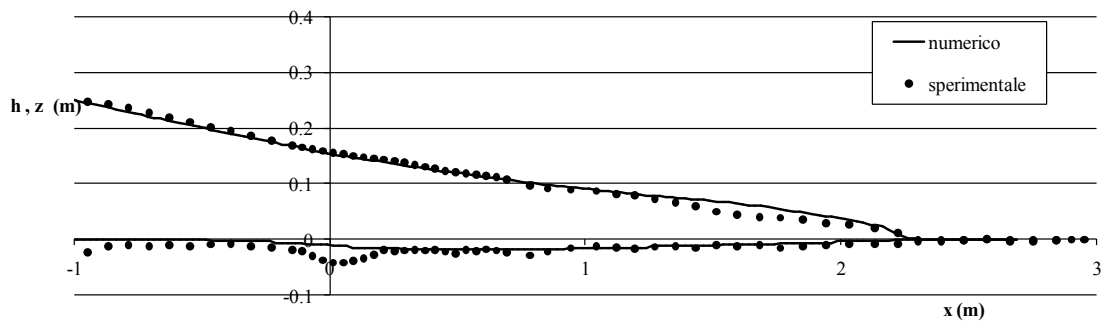
Figura A5. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=0.5, 1.0$ e 1.5 s

Relazione di chiusura (4.30)

$t=0.5s$



$t=1.0s$



$t=1.5s$

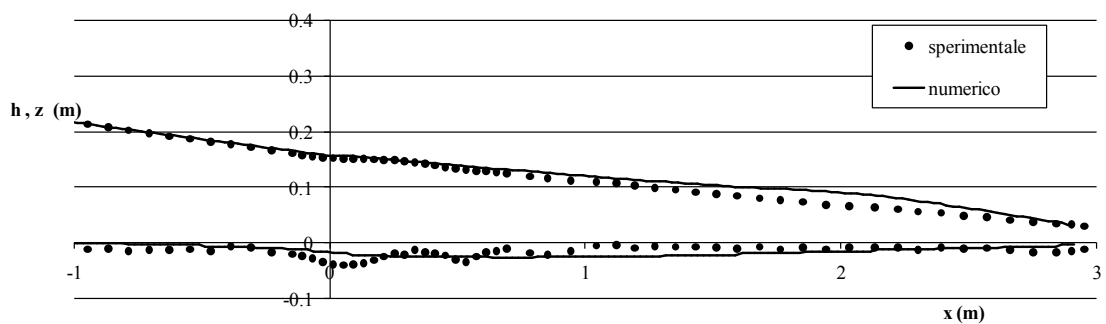
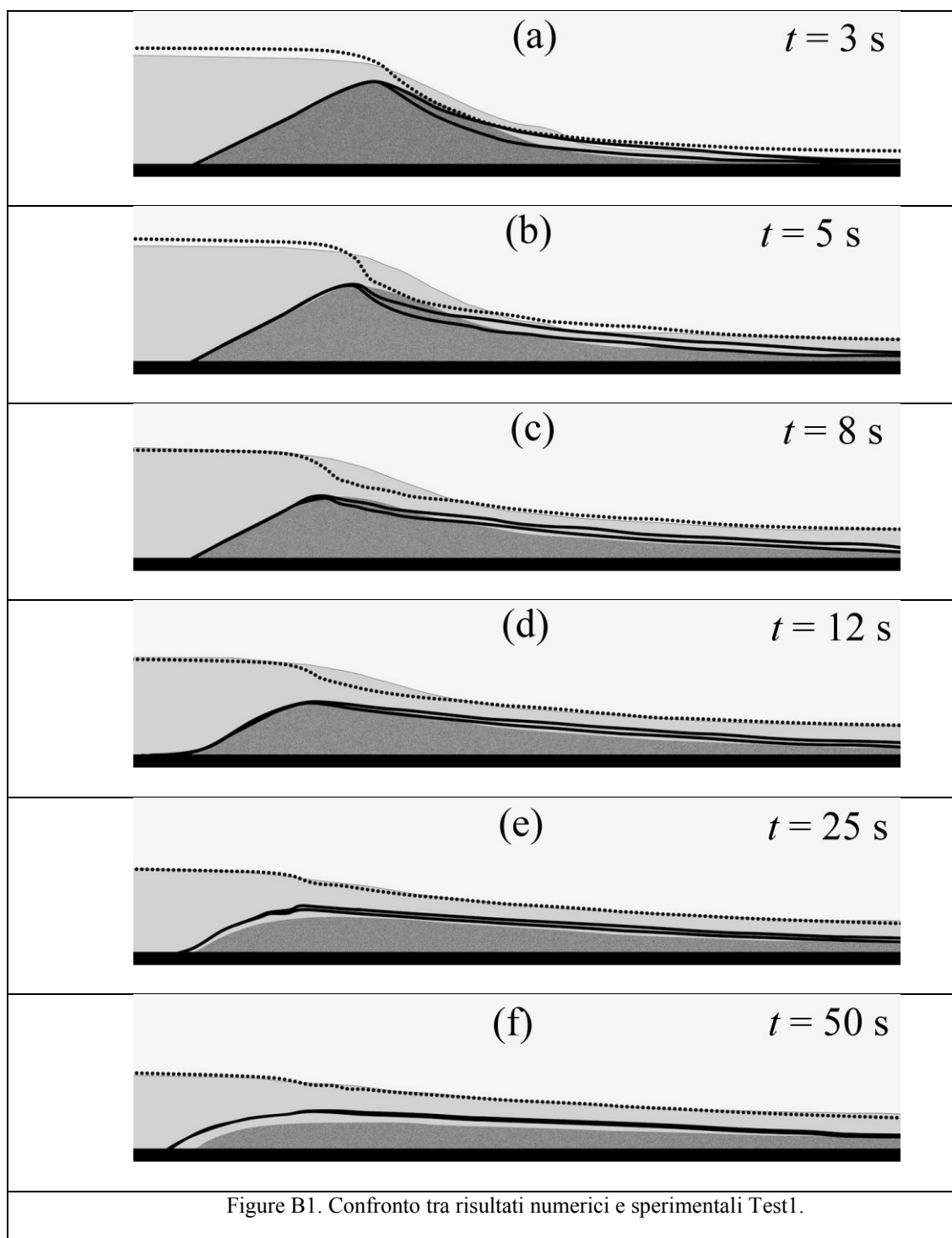
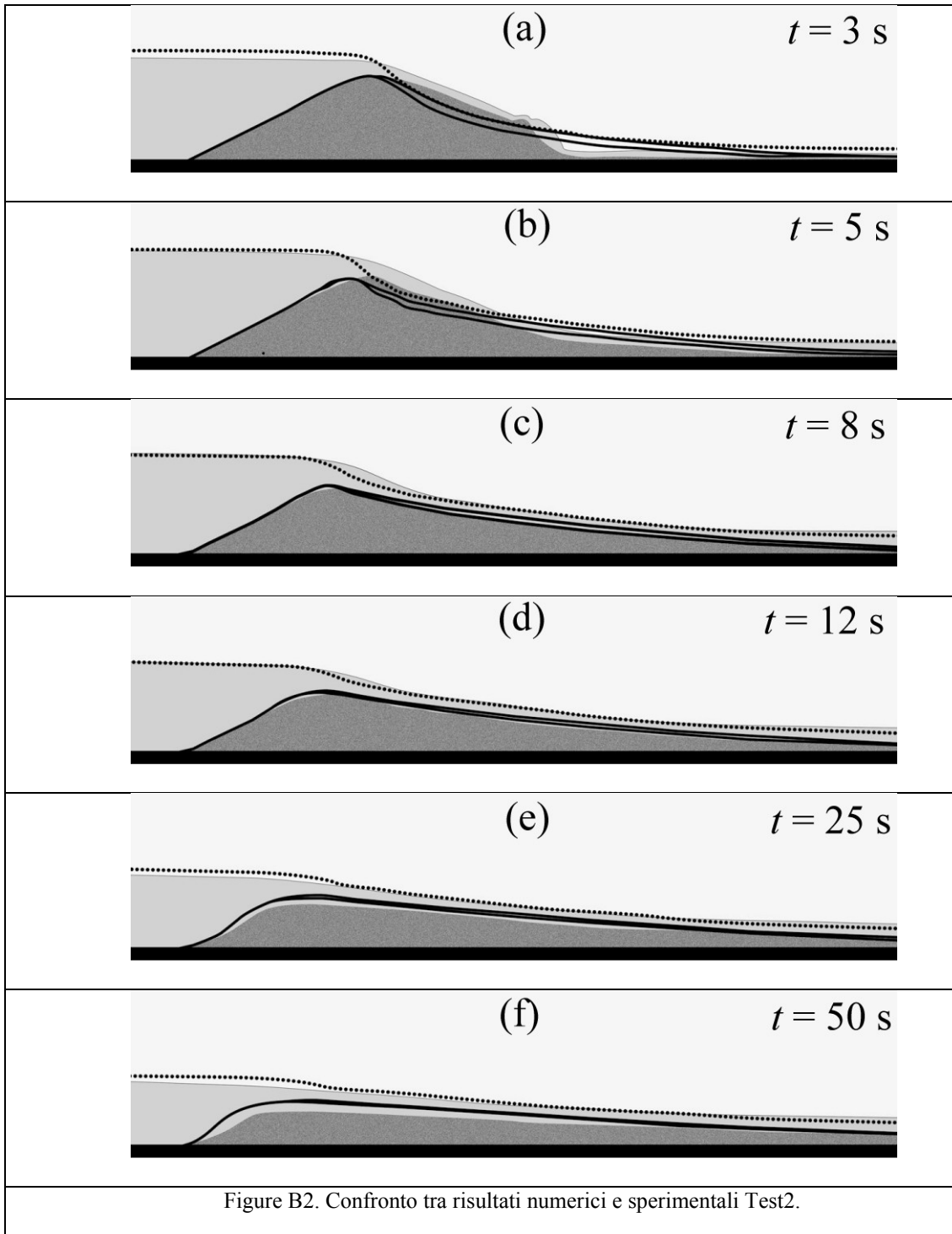


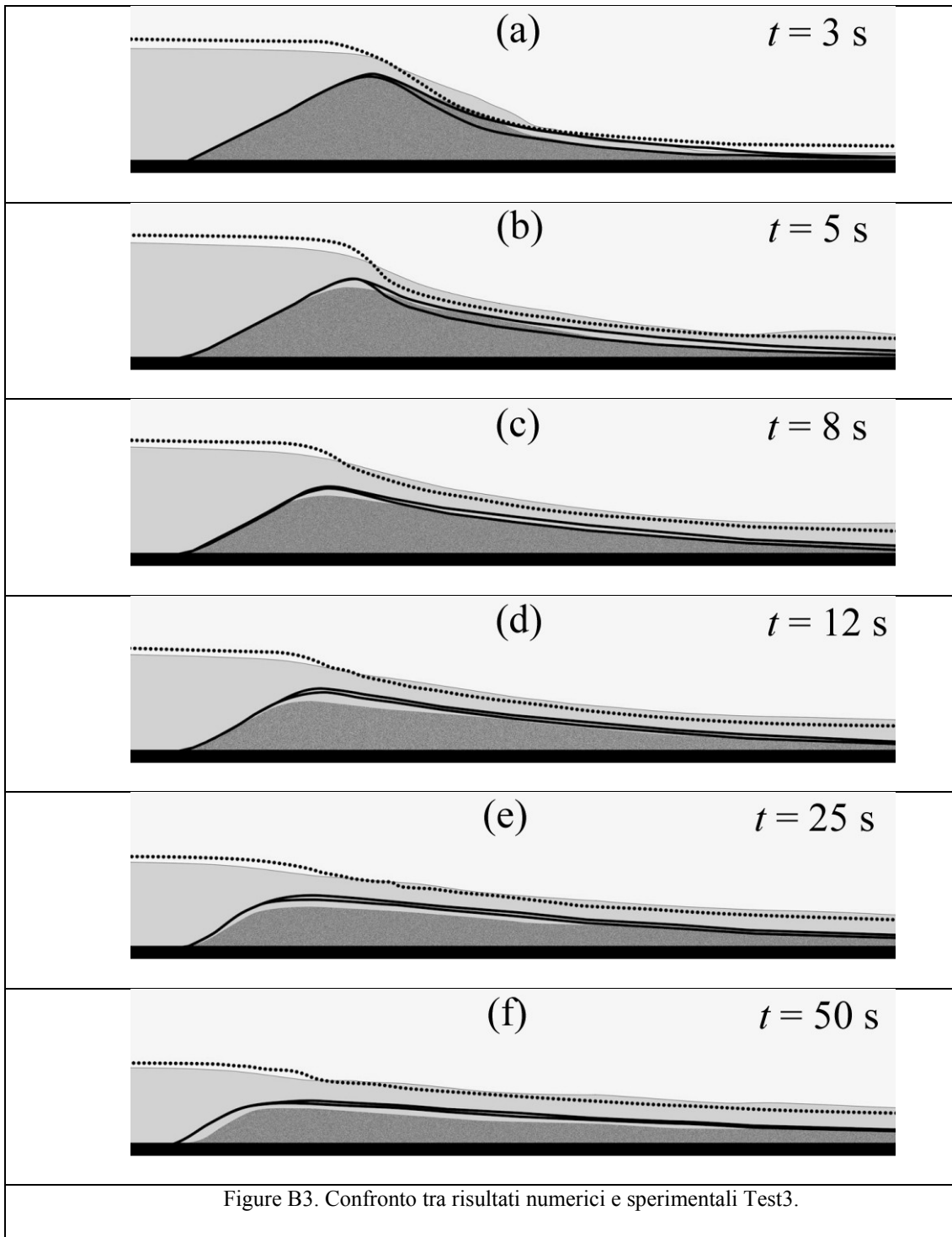
Figura A6. Confronto risultati sperimentali e numerici agli istanti $t=0.5, 1.0$ e 1.5 s

Appendice B

In questa sezione si raccolgono i risultati delle simulazioni degli esperimenti riprodotti l'erosione di un rilevato in terra (Schmocker, 2009).





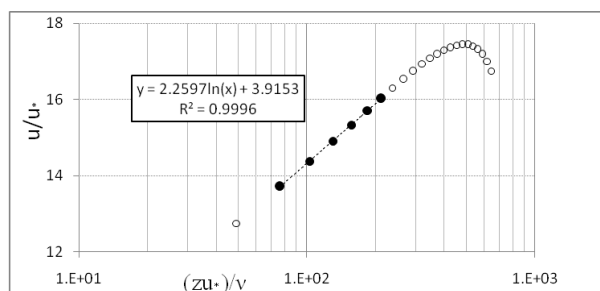
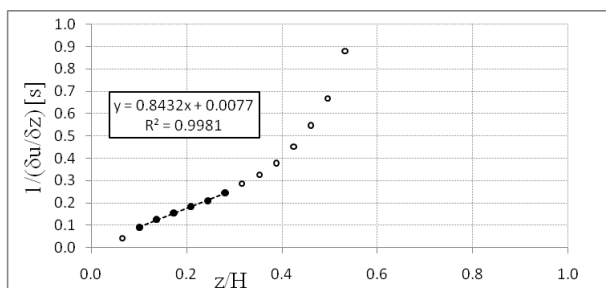


Appendice C

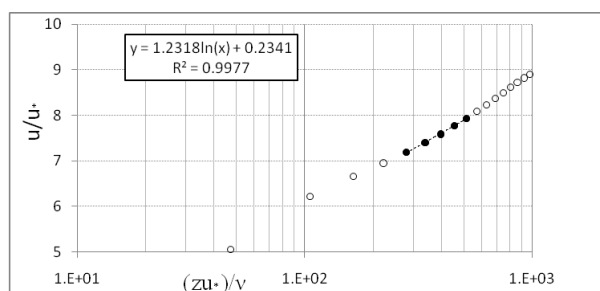
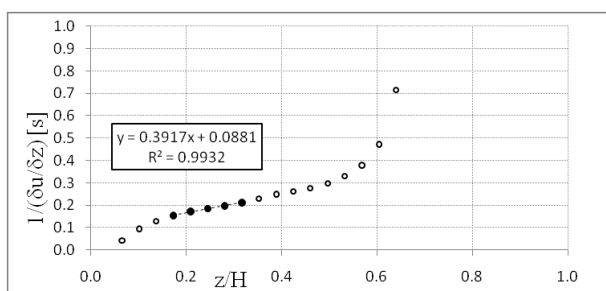
In questa sezione verranno raccolti i risultati delle prove sperimentali effettuate presso il laboratorio di Idraulica della University of Aberdeen.

PROVA N°1 (H=40.5 mm)

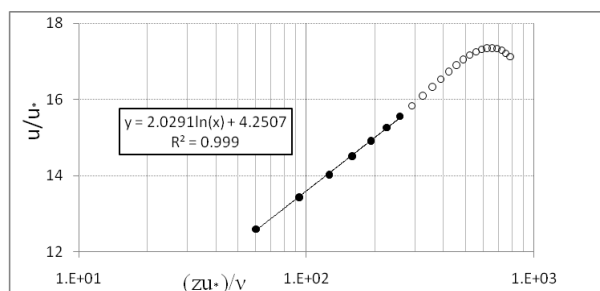
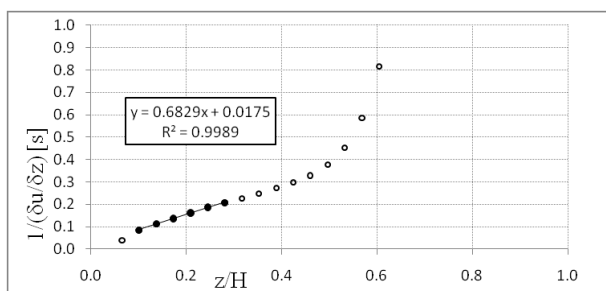
• $y/H=0.5$



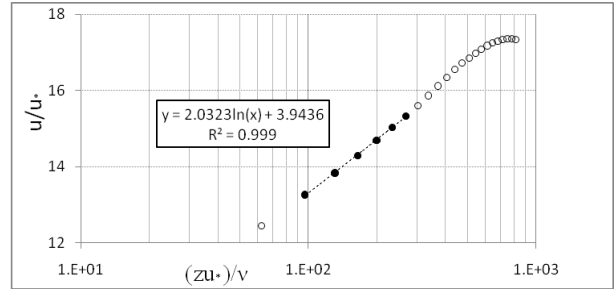
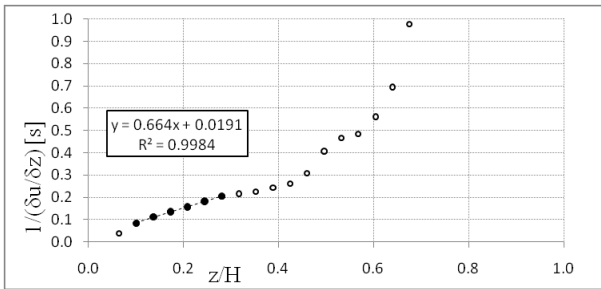
• $y/H=1.0$



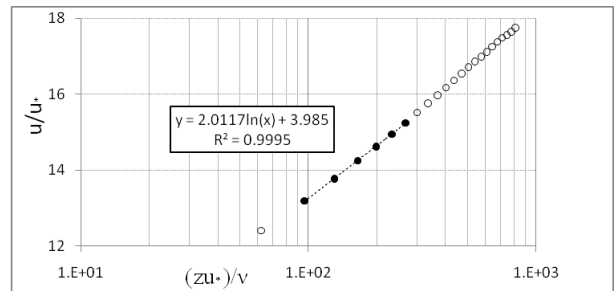
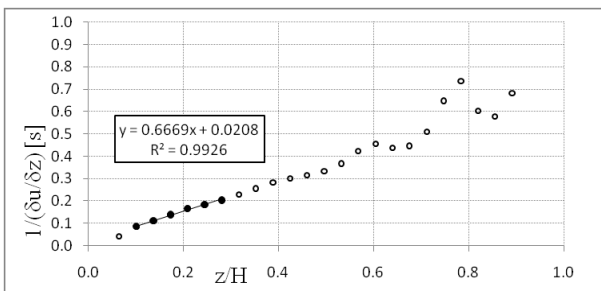
• $y/H=1.5$



• $y/H=2.0$



• $y/H=2.5$



• $y/H=3.0$

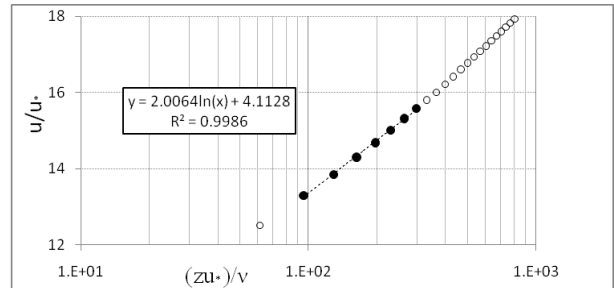
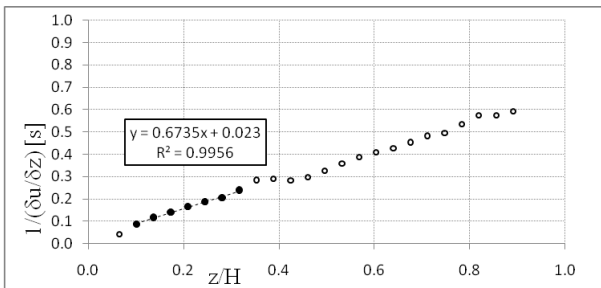
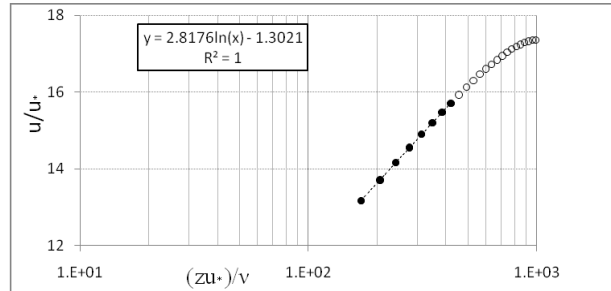
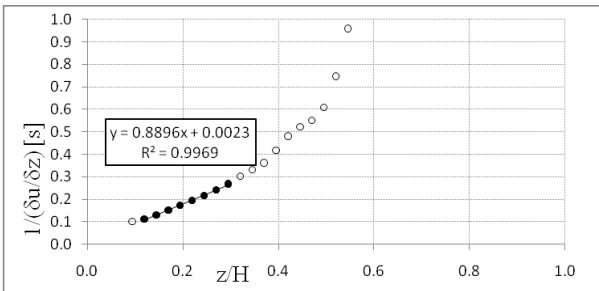


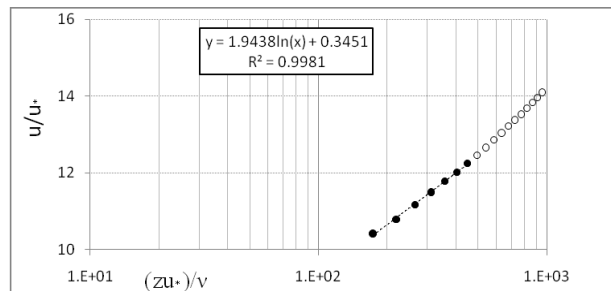
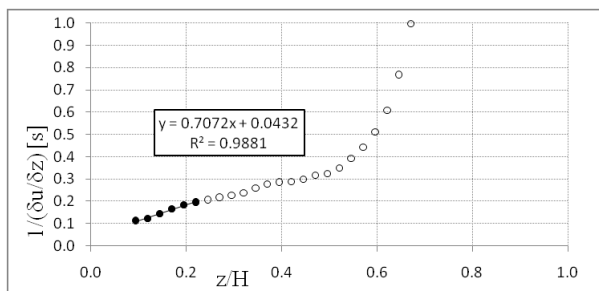
Figura C1. Rette di regressione dei valori sperimentali

PROVA N°2 (H=58.0 mm)

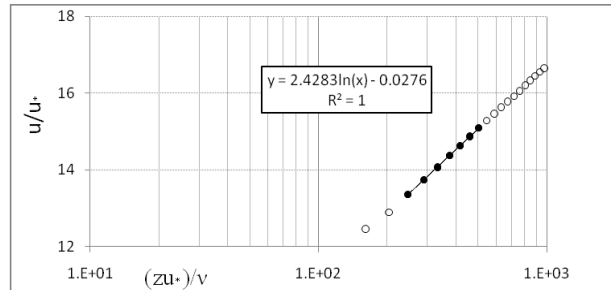
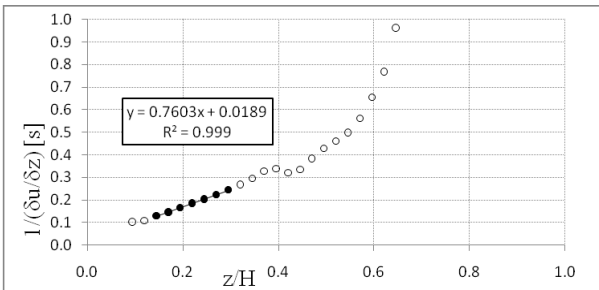
• **y/H=0.5**



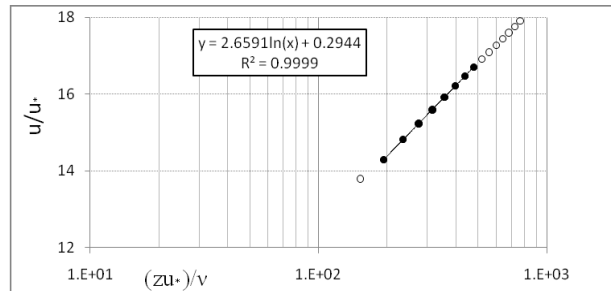
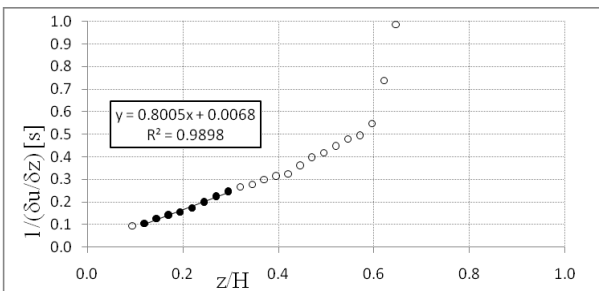
• **y/H=1.0**



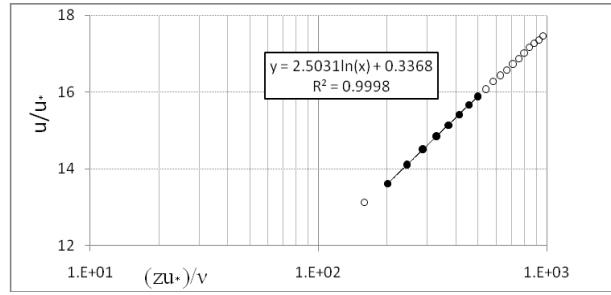
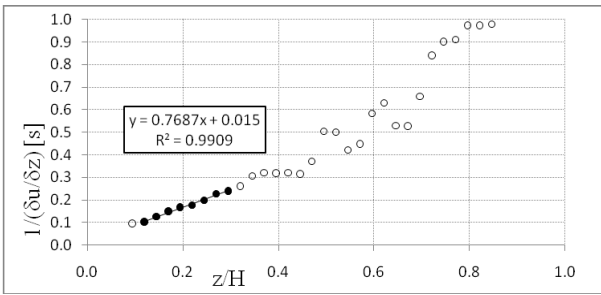
• **y/H=1.5**



• **y/H=2.0**



• $y/H=2.5$



• $y/H=3.0$

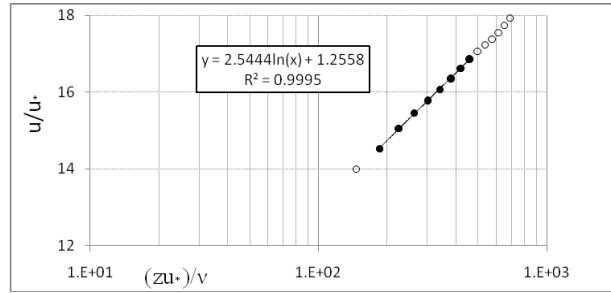
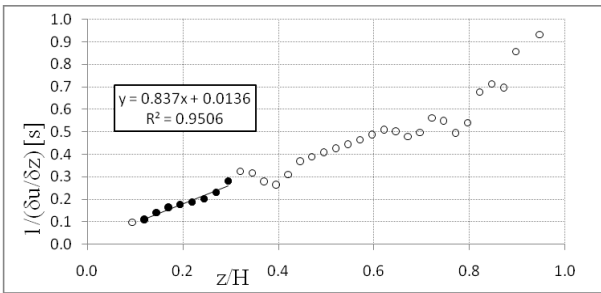
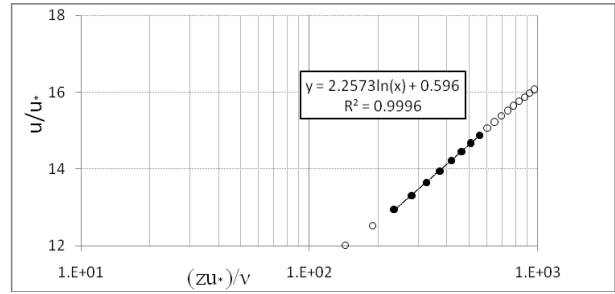
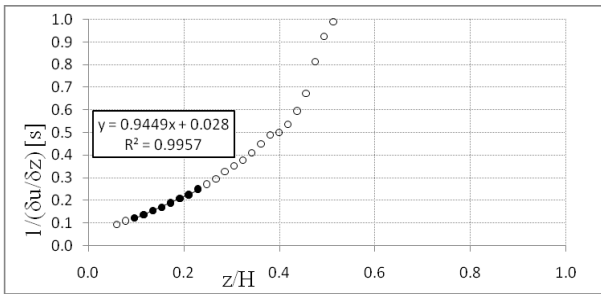


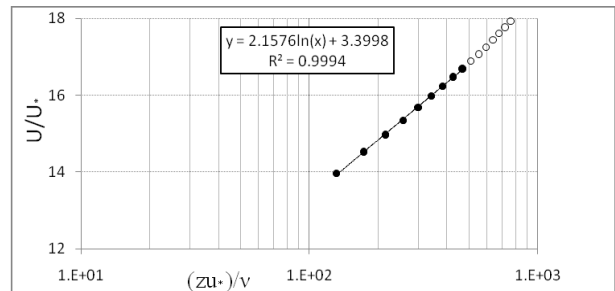
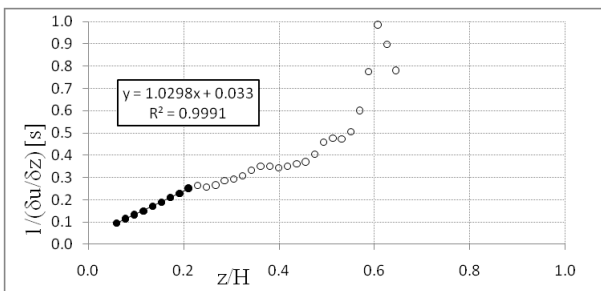
Figura C2. Rette di regressione dei valori sperimentali

PROVA N°3 (H=77.0 mm)

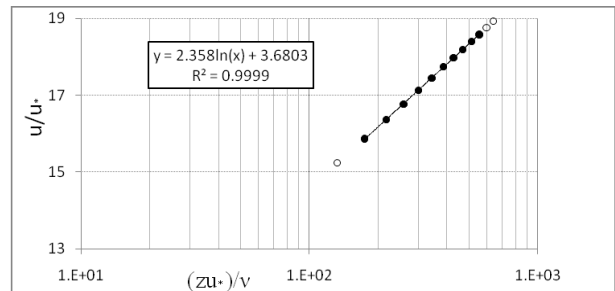
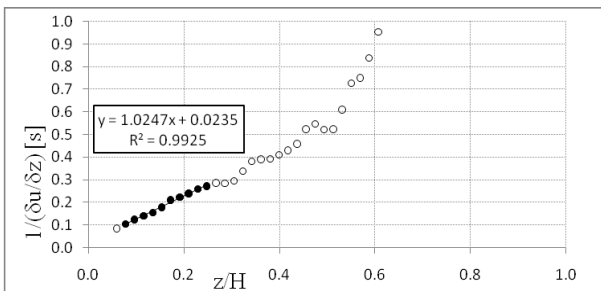
• $y/H=0.5$



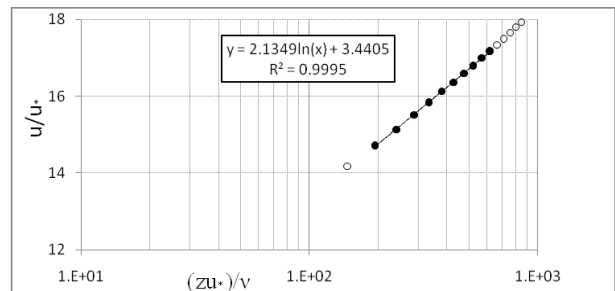
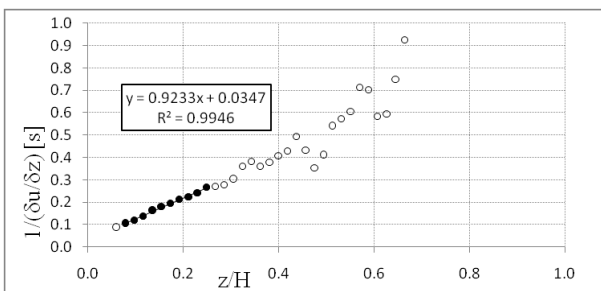
• $y/H=1.0$



• $y/H=1.5$

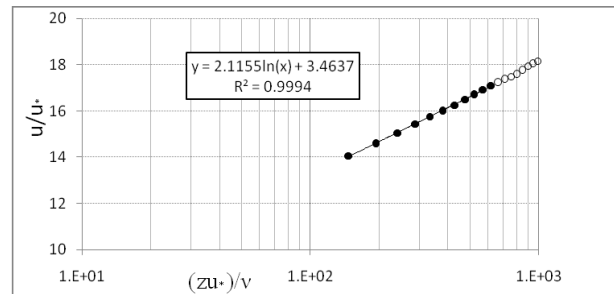
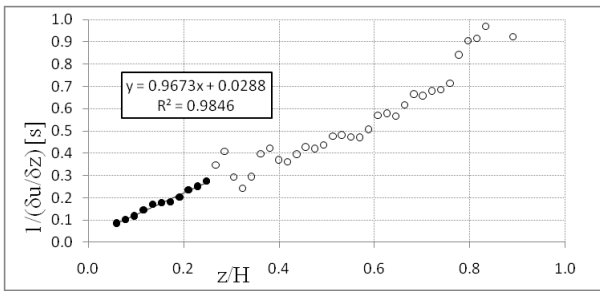


• $y/H=2.0$



• $y/H=2.5$

• $y/H=2.5$



• $y/H=3.0$

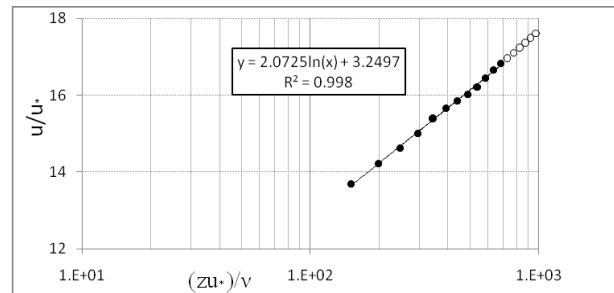
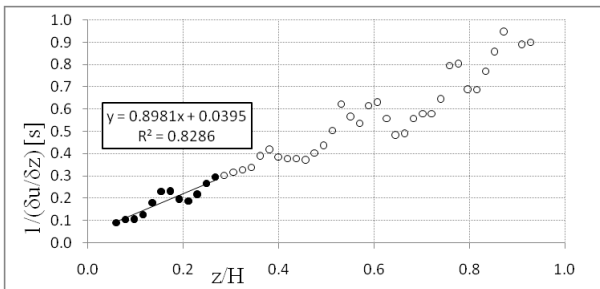
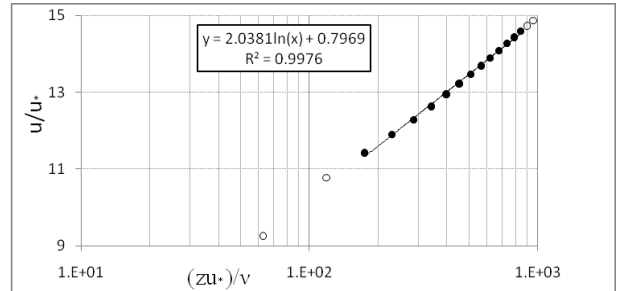
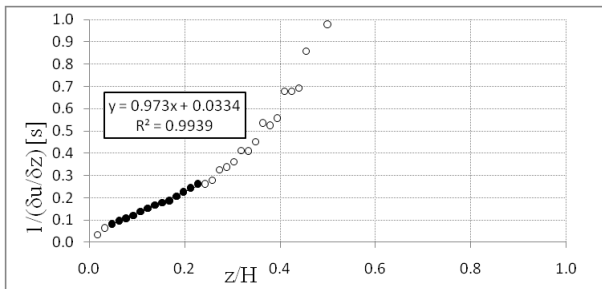


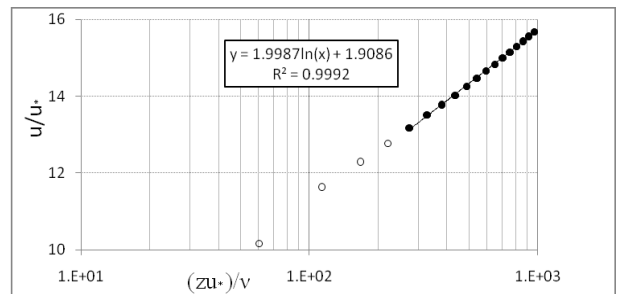
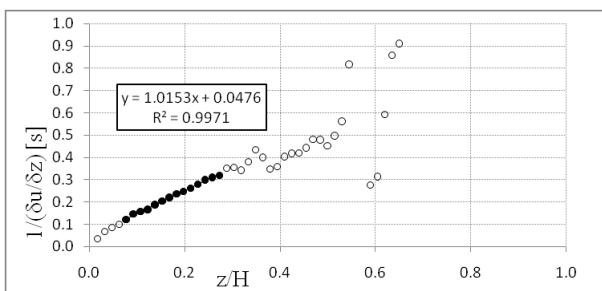
Figura C3. Rette di regressione dei valori sperimentali

PROVA N°4 (H=96.5 mm)

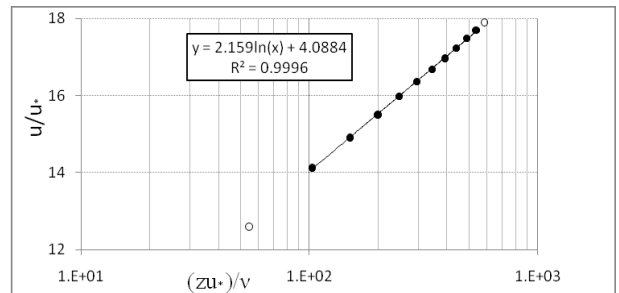
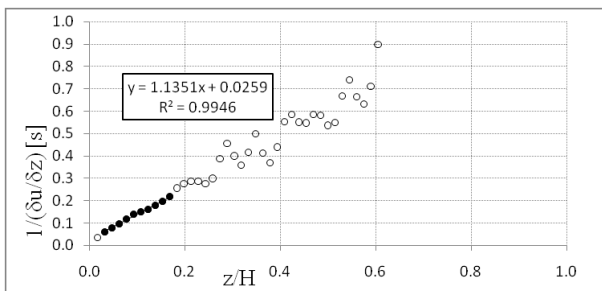
• **y/H=0.5**



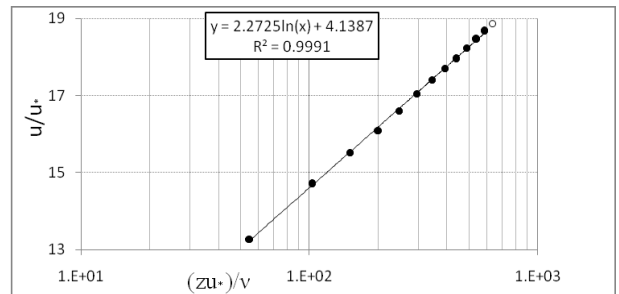
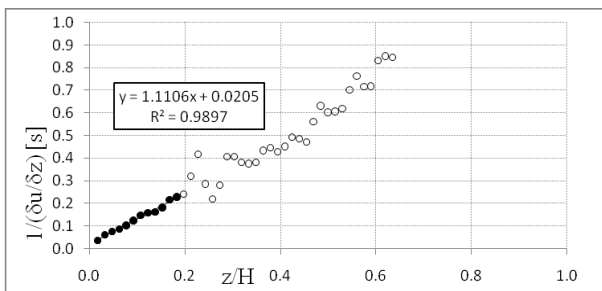
• **y/H=1.0**



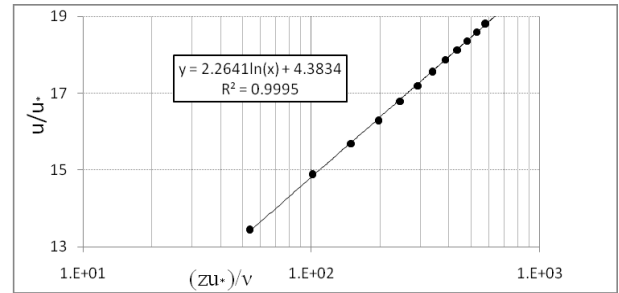
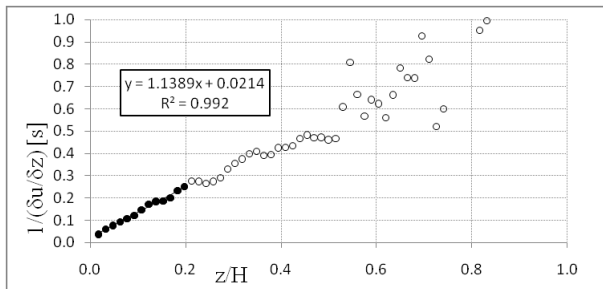
• **y/H=1.5**



• **y/H=2.0**



- $y/H=2.5$



- $y/H=3.0$

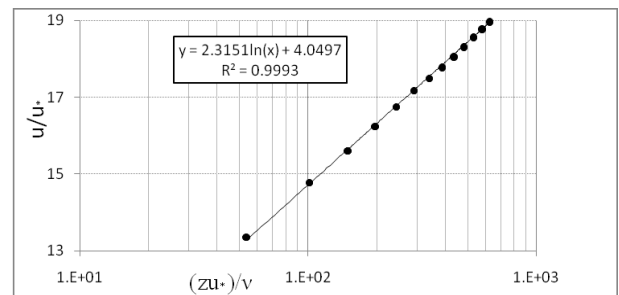
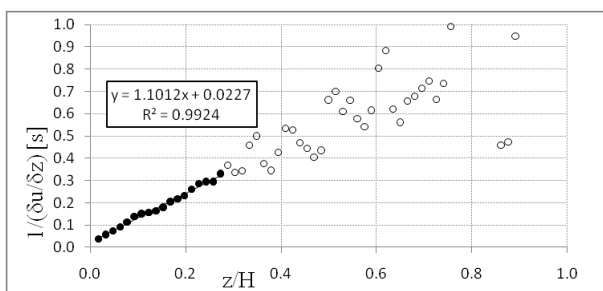
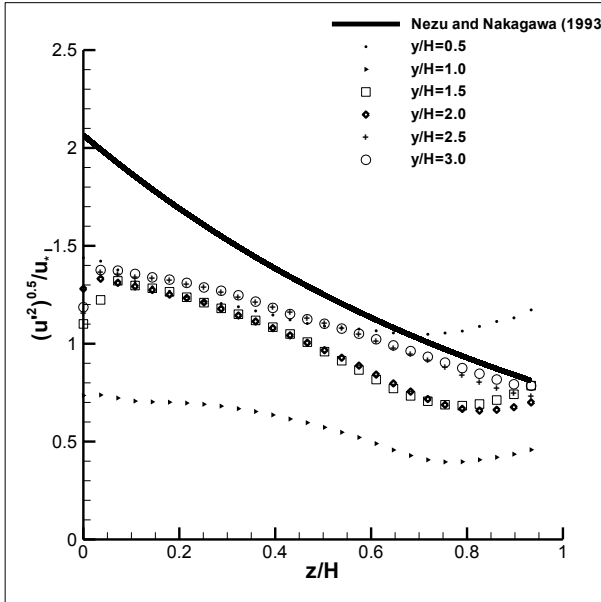


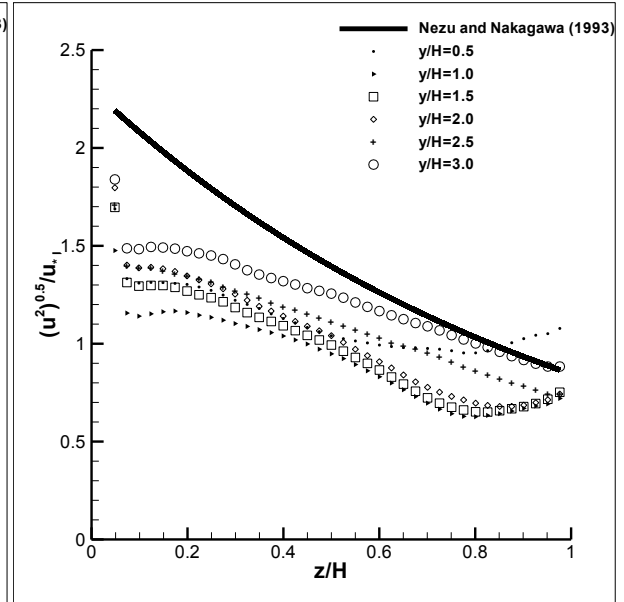
Figura C4. Rette di regressione dei valori sperimentali

Normalized turbulence intensity $\sqrt{u'^2} / u_{*1}$

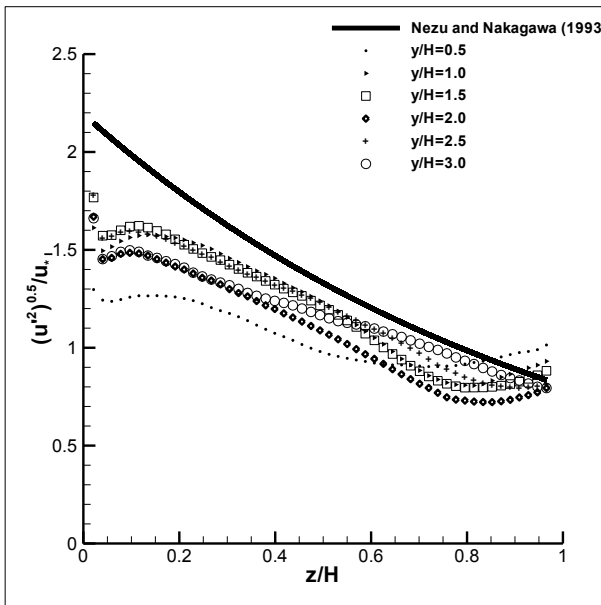
1. H=40.5 mm



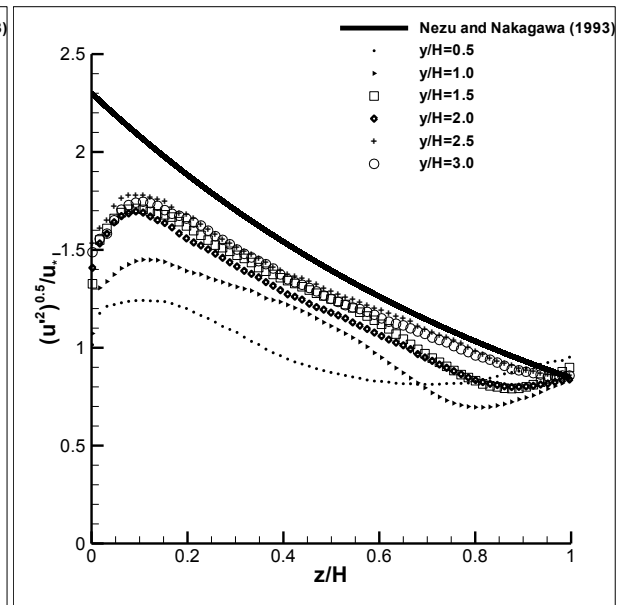
2. H=58.0 mm



3. H=77.0 mm

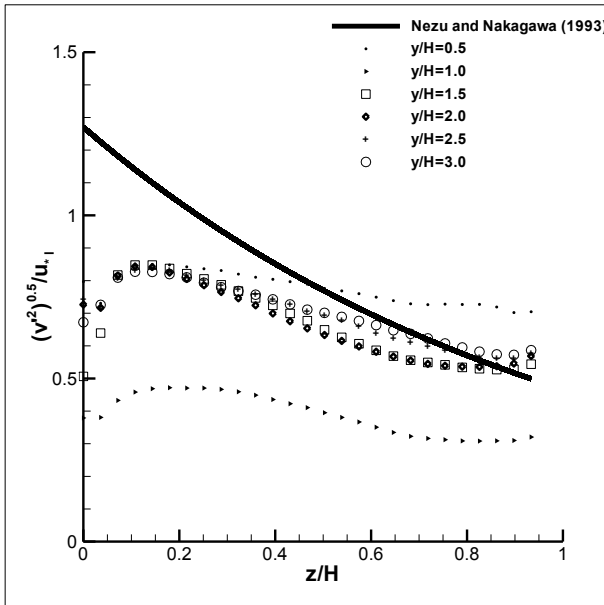


4. H=96.5 mm

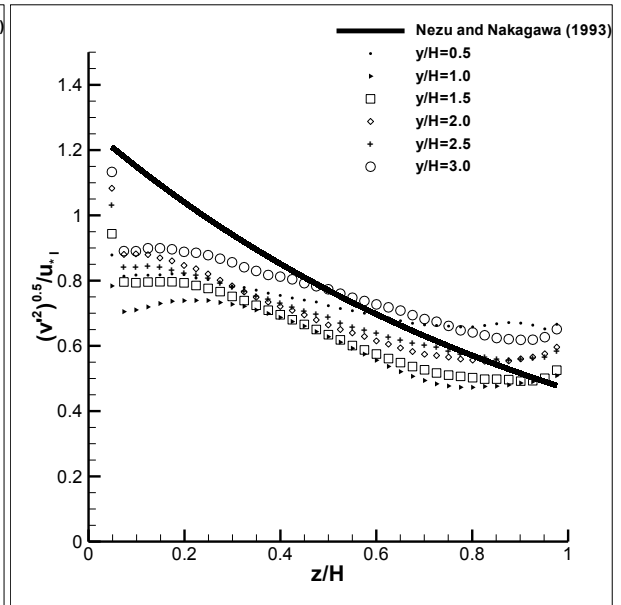


Normalized turbulence intensity $\sqrt{v'^2} / u_{*1}$

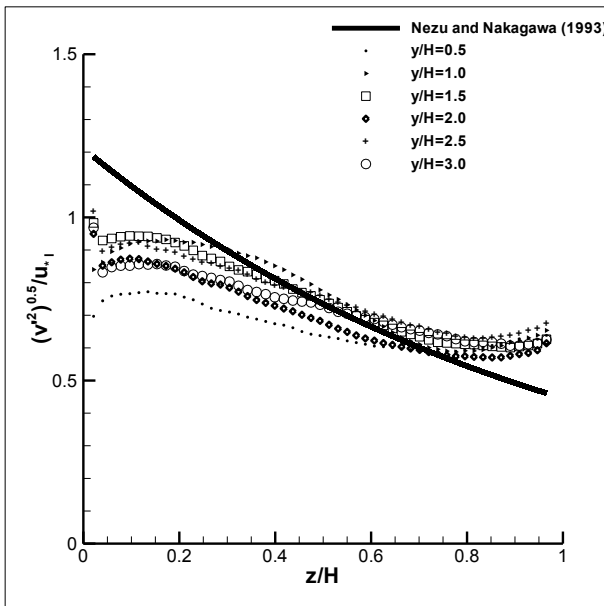
1. H=40.5 mm



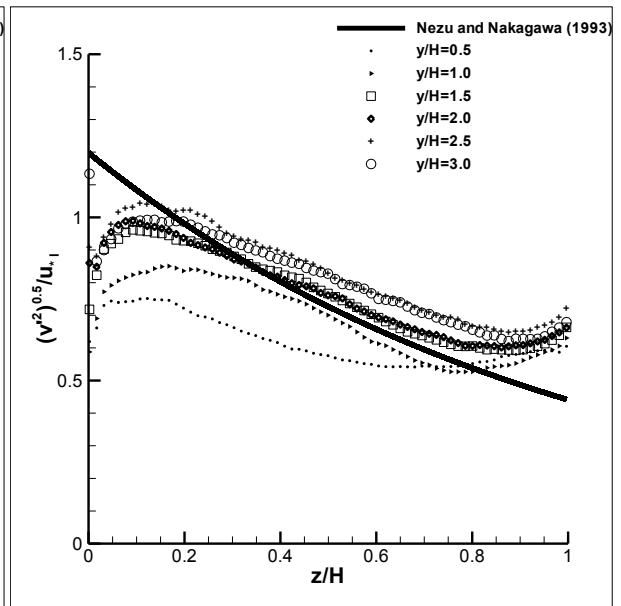
2. H=58.0 mm



3. H=77.0 mm

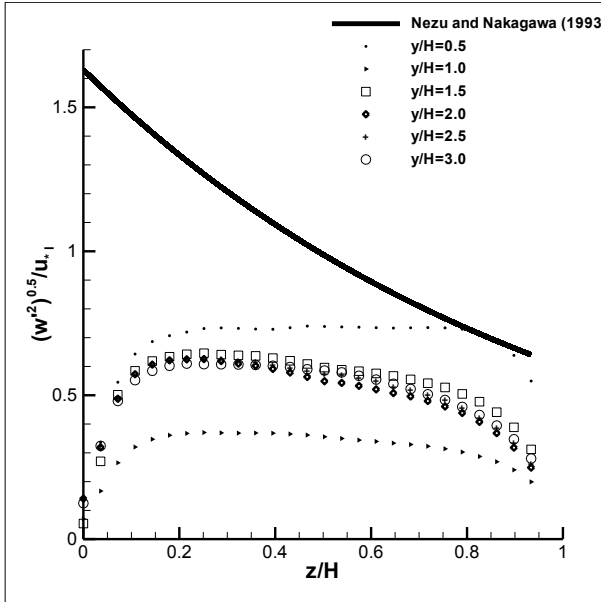


4. H=96.5 mm

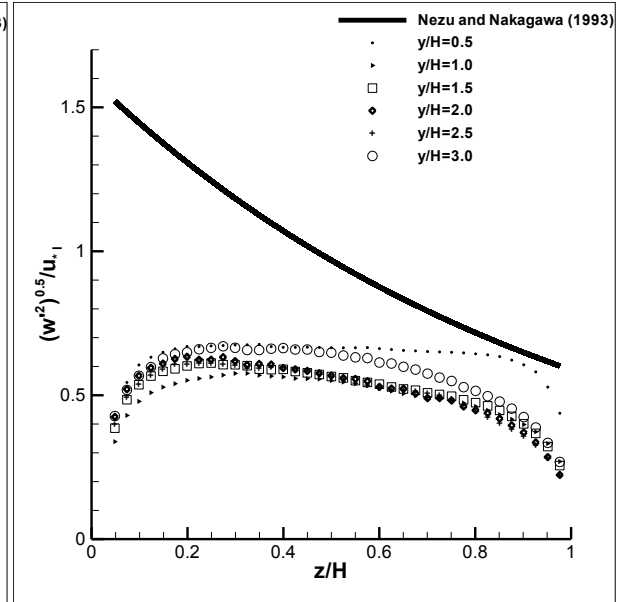


Normalized turbulence intensity $\sqrt{w'^2} / u_{*1}$

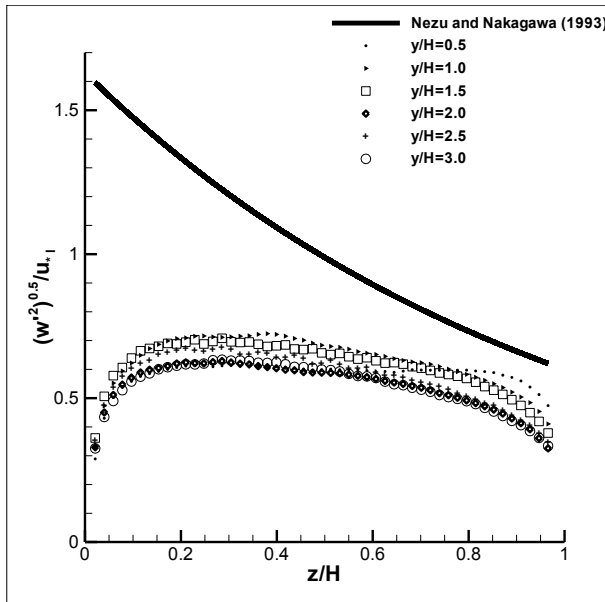
1. H=40.5 mm



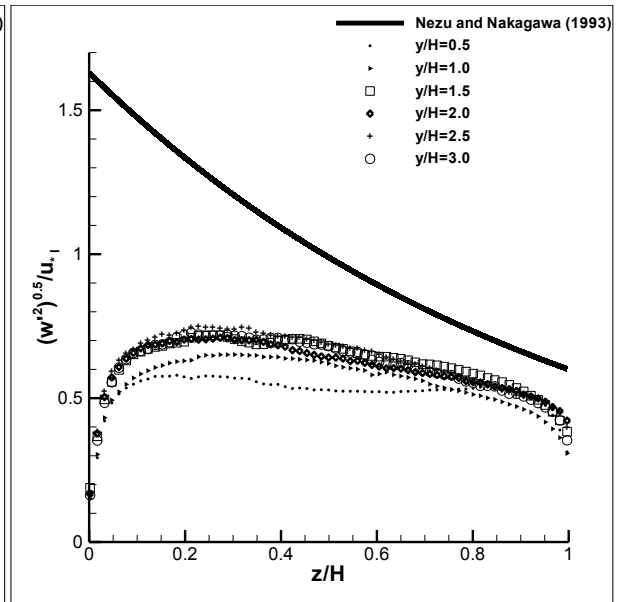
2. H=58.0 mm



3. H=77.0 mm

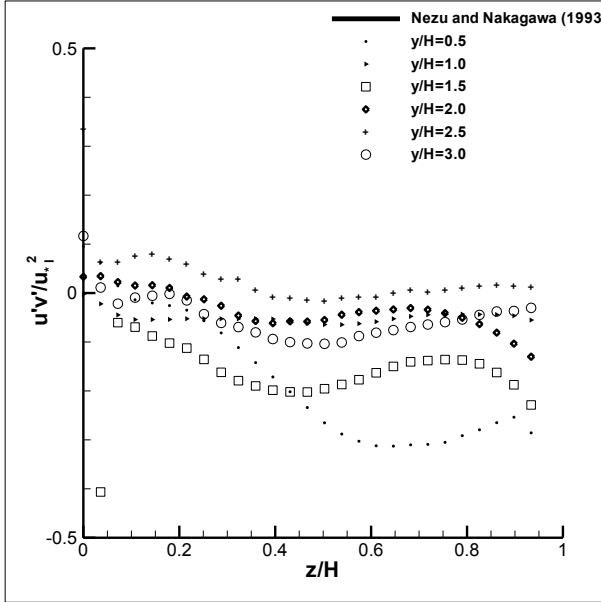


4. H=96.5 mm

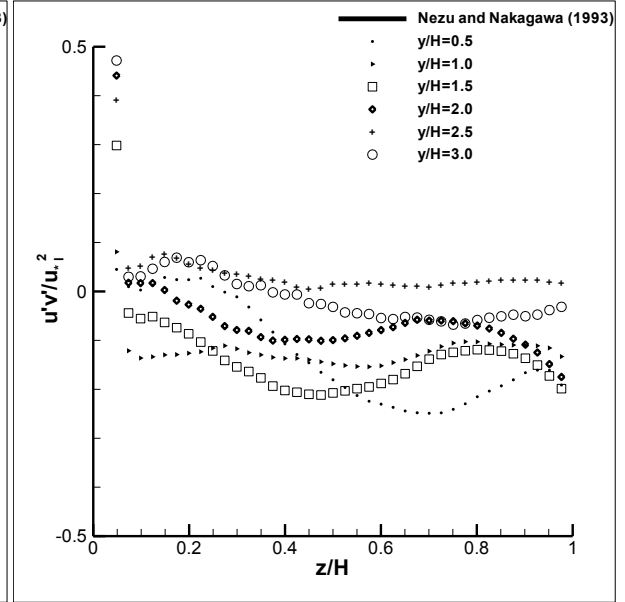


Normalized Reynolds Stress $\overline{u'v'}/u_{*1}^2$

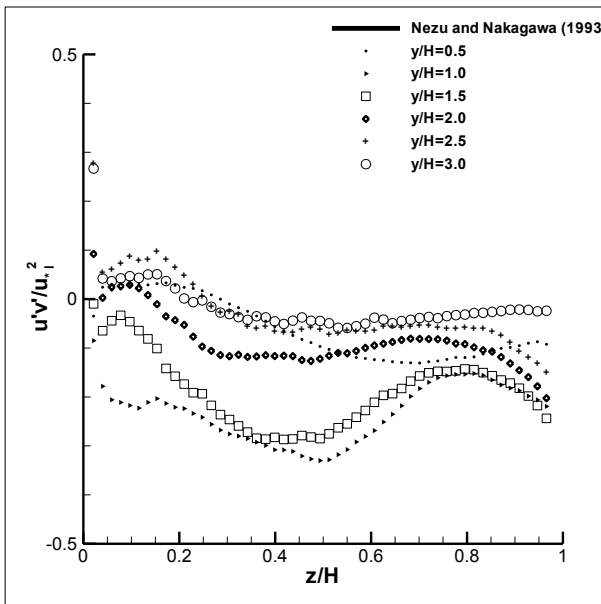
1. H=40.5 mm



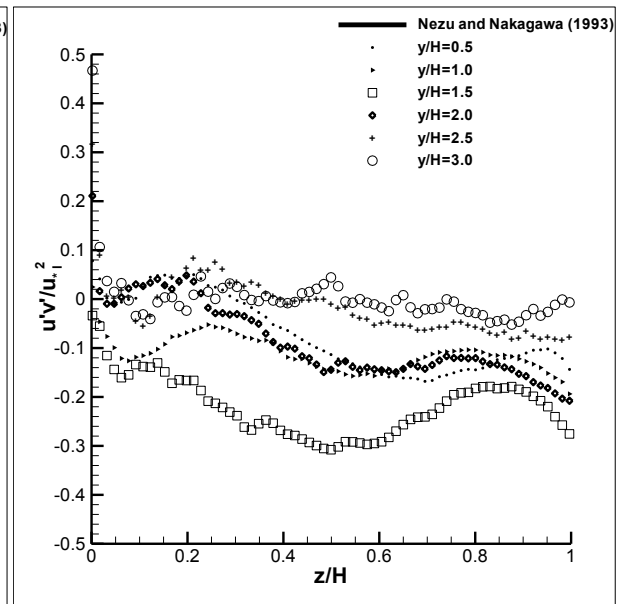
2. H=58.0 mm



3. H=77.0 mm

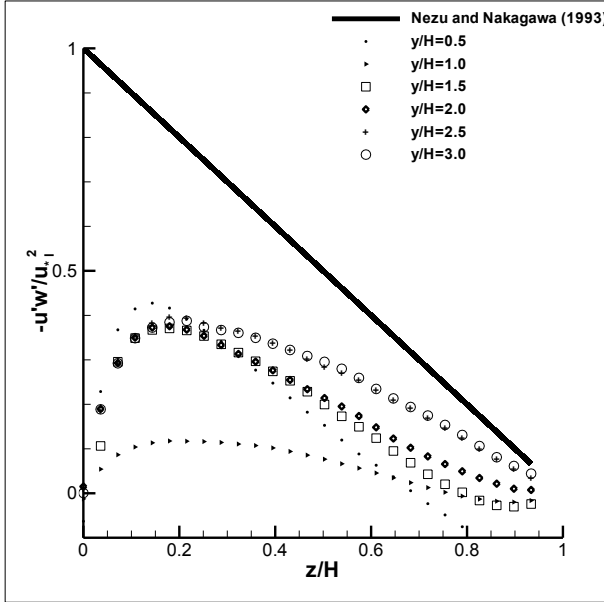


4. H=96.5 mm

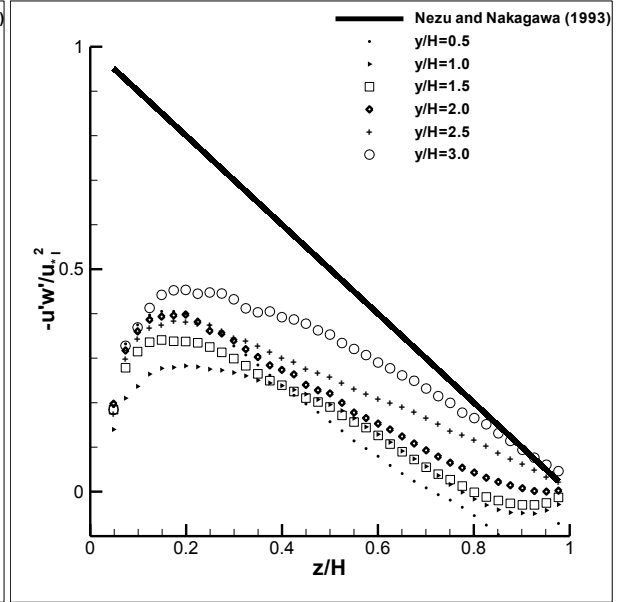


Normalized Reynolds Stress $-\overline{u'w'}/u_{*1}^2$

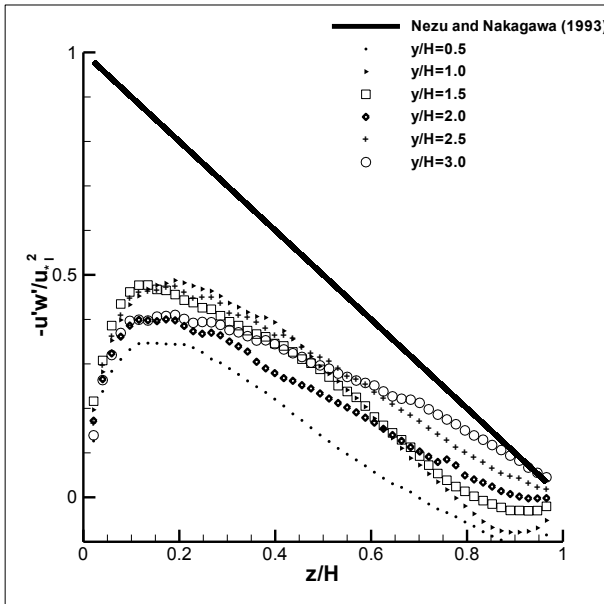
1. H=40.5 mm



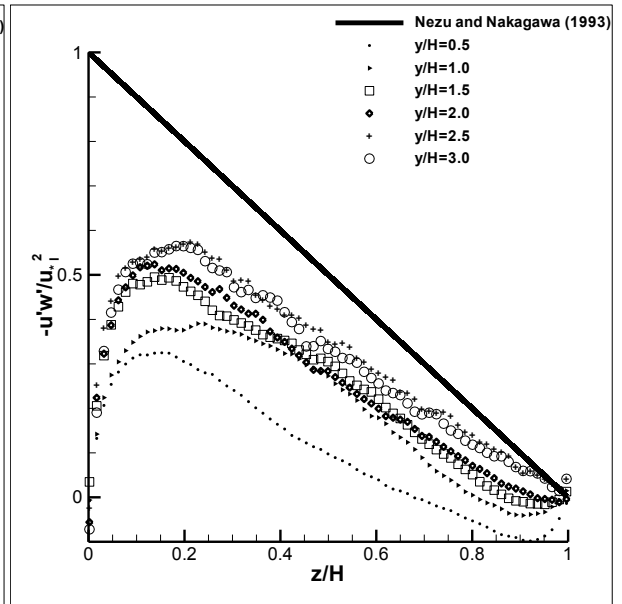
2. H=58.0 mm



3. H=77.0 mm

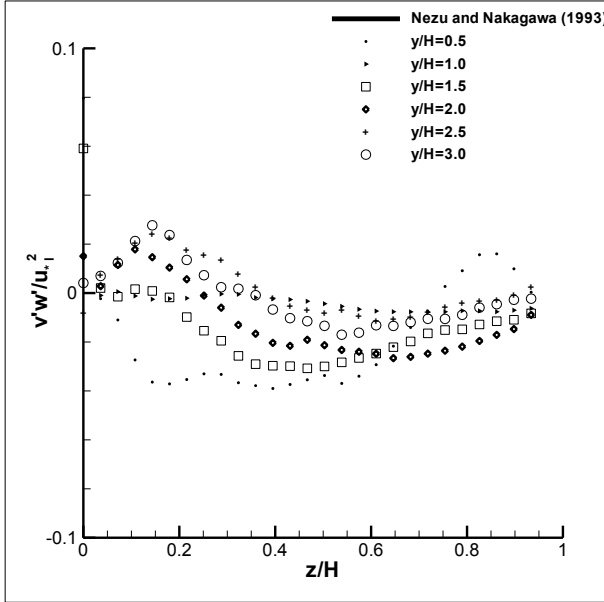


4. H=96.5 mm

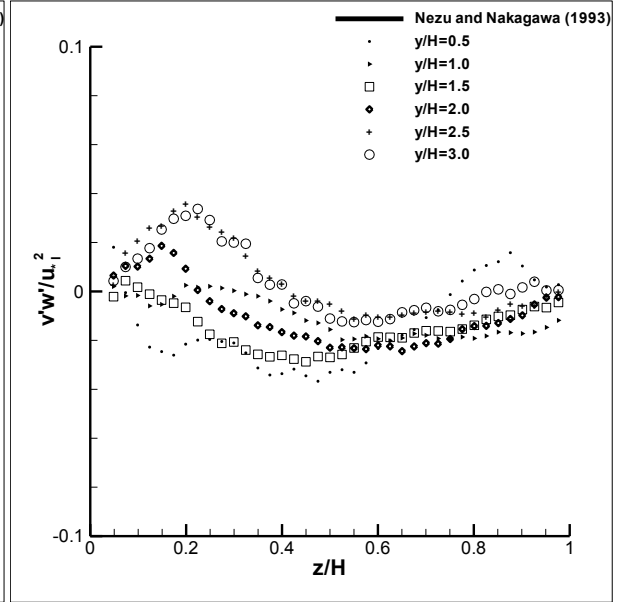


Normalized Reynolds Stress $\overline{v'w'}/u_{*1}^2$

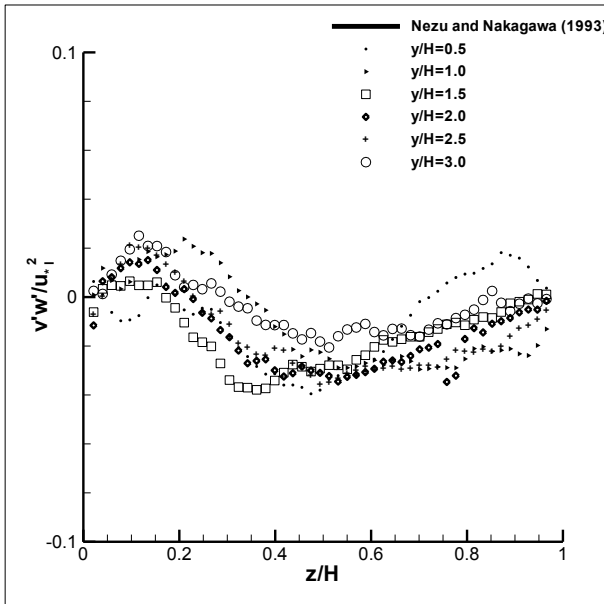
1. H=40.5 mm



2. H=58.0 mm



3. H=77.0 mm



4. H=96.5 mm

