

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI “FEDERICO II”



Facoltà di Ingegneria

SCUOLA DI DOTTORATO IN INGEGNERIA INDUSTRIALE

Dottorato in Tecnologie e Sistemi di Produzione

Coordinatore: Prof. Giuseppe Giorleo

XXIII Ciclo

Tesi di Dottorato

Sviluppo di Procedure Numeriche per la Simulazione del Danno in Strutture in Composito

Tutor:

Ch.mo Prof. Giuseppe Giorleo

Candidato:

Ing. Rosario Borrelli

Co-Tutor:

Ing. Antonino Squillace

Ing. Umberto Mercurio

Anno Accademico

2010/11

*Alla piccola Antonia,
inesauribile sorgente di
gioiosità ed allegria.
Il tuo tenero affetto è quanto
di più prezioso possiedo nella vita.*

*Alla memoria di mio padre,
al fine di mantenere vivo
il suo caro ricordo
nei nostri cuori.*

A tutti i miei cari.

INDICE

INDICE.....	1
INTRODUZIONE	6
1. I MATERIALI COMPOSITI.....	8
1.1. Classificazione dei materiali compositi	8
1.2. Compositi laminati a fibre	8
1.3. Meccanica dei compositi laminati	10
1.3.1 <i>Micromeccanica e macromeccanica dei compositi</i>	10
1.3.2 <i>Relazioni costitutive</i>	11
1.3.3 <i>Relazioni costitutive della lamina nel sistema di riferimento della lamina</i>	14
1.3.4 <i>Relazioni costitutive della lamina nel sistema di riferimento del laminato</i>	15
1.3.5 <i>Relazioni costitutive per il laminato</i>	17
1.4. Applicazione dei compositi in campo aeronautico	24
2. MODELLISTICA NUMERICA DEL DANNO: LO STATO DELL'ARTE.....	27
2.1. Introduzione	27
2.2. Introduzione al FEM.....	28
2.3. Aspetti generali di caratterizzazione del danno	30
2.3.1 <i>Approcci basati sul concetto di resistenza</i>	30
2.3.2 <i>Approcci basati sulla meccanica della frattura</i>	30
2.4. Danni intralaminari	31
2.4.1 <i>Approcci basati sulla meccanica della frattura</i>	32
2.4.2 <i>Failure della matrice</i>	34
2.4.3 <i>Rottura per taglio</i>	38
2.4.4 <i>Failure della ply</i>	38
2.4.5 <i>Modellazione numerica del danno</i>	39
2.5. Danni interlaminari	40
2.5.1 <i>Criteri di rottura per delaminazione</i>	41
2.5.2 <i>Virtual Crack Closure Technique (VCCT) e criteri di crescita della delaminazione</i>	42
2.5.3 <i>Elementi coesivi di interfaccia</i>	46
2.6. Codici FEM per analisi di danneggiamento.....	48
3. RESISTENZA ALL'IMPATTO.....	50
3.1. Test d'impatto.....	50
3.2. Morfologia del danno indotto da impatti a bassa velocità	51
3.3. Metodi sperimentali per la valutazione del danno	53
3.3.1 <i>Tecniche non distruttive</i>	53
3.3.2 <i>Tecniche distruttive</i>	54
3.4. Parametri che influenzano il danno da impatto.....	54
3.5. Predizione del danno	55
3.5.1 <i>Metodo della resistenza al taglio interlaminare</i>	56
3.5.2 <i>Metodo di Davies-Zhang [48]</i>	58
3.5.3 <i>Predizione della resistenza residua a compressione</i>	60
4. COMPORTAMENTO A COMPRESSIONE DI UN PANNELLO DELAMINATO MEDIANTE UN APPROCCIO GLOBAL-LOCAL	62
4.1. Utilizzo degli elementi coesivi per la simulazione di un DCB test.....	62
4.1.1 <i>Modelli costitutivi disponibili in ANSYS</i>	63
4.1.2 <i>Descrizione del test case</i>	65
4.1.3 <i>Analisi di sensibilità</i>	65
4.2. Accoppiamento cinematico di modelli FEM diversamente discretizzati	72
4.2.1 <i>Descrizione del test case</i>	73
4.2.2 <i>Metodi di accoppiamento shell-solid</i>	74
4.2.3 <i>Risultati dell'analisi di buckling non lineare</i>	77
4.2.4 <i>Conclusioni</i>	82
4.3. Applicazione dell'approccio global-local all'analisi di un pannello delaminato	83
4.3.1 <i>Metodo FEM per simulare la crescita di una delaminazione preesistente</i>	84
4.3.2 <i>Descrizione del pannello irrigidito</i>	86
4.3.3 <i>Confronto tra risultati numerici e sperimentali</i>	88
5. SVILUPPI NUMERICI PER ANALISI DI IMPATTO A BASSA VELOCITA'	95
5.1. Studi preliminari	95
5.2. Descrizione test case per l'analisi d'impatto	99
5.3. Descrizione del modello FEM in LS-DYNA.....	101

5.4.	Integrazione modello LS-DYNA con modeFRONTIER.....	102
5.4.1.	<i>Analisi statistica</i>	104
5.4.2.	<i>Analisi di ottimizzazione</i>	106
5.4.3.	<i>Confronto tra risultati numerici e sperimentali</i>	107
6.	SVILUPPI NUMERICI PER LA PREDIZIONE DELLA RESISTENZA RESIDUA POST-IMPATTO	109
6.1.	Campagna di prove sperimentali	110
6.1.1.	<i>Proprietà della lamina unidirezionale</i>	110
6.1.2.	<i>Prove di compressione su provini non danneggiati</i>	111
6.1.3.	<i>Test di impatto</i>	113
6.1.4.	<i>Prove di compressione su provini impattati</i>	116
6.2.	Risultati numerici	117
6.2.1.	<i>Prove di compressione su provini non danneggiati</i>	117
6.2.2.	<i>Test di impatto</i>	122
6.2.3.	<i>Prove di compressione su provini impattati</i>	127
7.	SVILUPPI FUTURI	132
	BIBLIOGRAFIA	134

LISTA DELLE FIGURE

Figura 1.1: Esempio di composito laminato a fibre lunghe.	9
Figura 1.2: Stato tensionale nel riferimento (x_1, x_2, x_3).	11
Figura 1.3: Tensioni e deformazioni della lamina nel sistema di riferimento della lamina.	15
Figura 1.4: Sistema di riferimento del laminato.	15
Figura 1.5: Tensioni e deformazioni della lamina nel sistema di riferimento del laminato.	16
Figura 1.6: Sezione non deformata e deformata di laminato di spessore piccolo, notazione generale.	18
Figura 1.7: Tipico andamento di deformazioni e tensioni in laminato composito.	20
Figura 1.8: Caratteristiche di sollecitazione del laminato.	20
Figura 1.9: Geometria di laminato con n lamine e notazione generale.	20
Figura 1.10: Voyager.	25
Figura 1.11: Boing 787 Dreamliner.	25
Figura 2.1: Discretizzazione in nodi ed elementi di un componente.	29
Figura 2.2: Modi di avanzamento della cricca; (a) peeling, (b) shearing e (c) tearing.	31
Figura 2.3: (a) kinking, (b) schema di disallineamento delle fibre.	33
Figura 2.4: Tipico diagramma di flusso di una progressive failure analysis.	40
Figura 2.5: Modified Virtual Crack Closure Technique (MVCCT).	42
Figura 2.6: MVCCT per elementi solidi a 8 nodi.	44
Figura 2.7: Criterio di frattura B-K.	46
Figura 2.8: zona coesiva in prossimità dell'apice della cricca.	47
Figura 2.9: Modelli costitutivi per la zona coesiva.	47
Figura 2.10: Applicazioni dei codici impliciti ed espliciti per analisi strutturali.	49
Figura 3.1: Orientazione delle delaminazioni.	52
Figura 3.2: Evoluzione del danno per laminate spessi (a) e sottili (b).	53
Figura 3.3: Distribuzione delle sollecitazioni di taglio dovuta ad un impatto a bassa velocità.	56
Figura 3.4: Area delaminata vs. forza di impatto per provini di spessore 1 mm.	57
Figura 3.5: Area delaminata vs. forza di impatto per provini di spessore 2 mm.	58
Figura 3.6: Metodo di Davies- Zhang.	59
Figura 3.7: Area delaminata vs. Forza di impatto.	59
Figura 3.8: Resistenza residua vs energia di impatto.	61
Figura 4.1: Modello coesivo bilineare per puro Modo I.	63
Figura 4.2: Double Cantilever Beam: dati geometrici.	65
Figura 4.3: Modello FEM della Double Cantilever Beam.	66
Figura 4.4: Reazione vs. spostamento imposto – influenza del time step.	67
Figura 4.5: Deformate ottenute al termine delle simulazioni al variare del numero di passi temporali.	67
Figura 4.6: Legge di separazione nel punto A in funzione del numero di passi temporali.	68
Figura 4.7: Legge di separazione nel punto B in funzione del numero di passi temporali.	69
Figura 4.8: Tempo computazionale in funzione del numero di passi temporali.	69
Figura 4.9: Reazione vs. spostamento imposto – influenza della densità di mesh.	70
Figura 4.10: Ingrandimento della Figura 4.9.	70
Figura 4.11: Reazione vs. spostamento imposto – influenza del coefficiente di smorzamento.	71
Figura 4.12: Legge di separazione nel punto B in funzione del numero di passi temporali.	71
Figura 4.13: Test case di riferimento.	73
Figura 4.14: Domini discretizzati con diversi valori di MR (dettaglio relativo ad un quarto della piastra).	74
Figura 4.15: Condizioni al contorno.	74
Figura 4.16: Pinball region per elementi CONTACT e TARGET.	75
Figura 4.17: Configurazione di riferimento per accoppiamento shell-solid con il metodo MPC di ABAQUS.	76
Figura 4.18: Interfaccia shell-solid.	77
Figura 4.19: Mesh con approccio shell-solid.	78
Figura 4.20: Load vs. End Shortening – Risultati ottenuti in ANSYS.	78
Figura 4.21: Spostamenti fuori dal piano lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ANSYS.	79
Figura 4.22: Distribuzione degli stress (componente x) lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ANSYS.	80
Figura 4.23: Load vs. End Shortening – Risultati ottenuti in ABAQUS.	80
Figura 4.24: Spostamenti fuori dal piano lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ABAQUS.	81
Figura 4.25: Distribuzione degli stress (componente x) lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ABAQUS.	81
Figura 4.26: Ingrandimento della Figura 4.25 in prossimità dell'interfacce shell-solid.	82
Figura 4.27: Schematizzazione di una delaminazione circolare in una piastra.	84
Figura 4.28: Mesh di due sublaminati.	85
Figura 4.29: Divisione della mesh in tre zone.	86
Figura 4.30: Connessioni rilasciabili in zona II.	86

Figura 4.31: Pannello irrigidito con delaminazione iniziale.	87
Figura 4.32: Elemento rigidi di connessione del corrente con il rivestimento esterno.	88
Figura 4.33: Reazione vs. deformazione applicata – confronto numerico sperimentale modello S1.	89
Figura 4.34: Distribuzione dello spostamento fuori dal piano.	89
Figura 4.35: Approccio di modellazione shell-to-solid.	90
Figura 4.36: Modelli S2 con due diverse densità di mesh nel dominio locale.	90
Figura 4.37: Reazione vs. deformazione applicata – confronto numerico sperimentale modello S2.	91
Figura 4.38: Spostamento fuori dal piano (centro della delaminazione) vs. deformazione applicata.	92
Figura 4.39: Distribuzione dello spostamento fuori dal piano a 3000 $\mu\epsilon$	92
Figura 4.40: Distribuzione dello spostamento fuori dal piano in condizioni di buckling globale.	92
Figura 4.41: Spostamento fuori dal piano (centro della delaminazione) vs. deformazione applicata.	93
Figura 4.42: Avanzamento progressivo della delaminazione.	93
Figura 4.43: Confronto numerico e sperimentale degli spostamento fuori dal piano a 3530 $\mu\epsilon$	94
Figura 4.44: Distribuzione degli spostamenti fuori dal piano a 4069 $\mu\epsilon$	94
Figura 4.45: Confronto tra dati numerici e dati sperimentali.	94
Figura 5.1: Correlazione tra modello LS-DYNA e risultati di riferimento.	96
Figura 5.2: Studio di sensibilità rispetto alla costante di damping.	97
Figura 5.3: Correlazione tra modello LS-DYNA e risultati di riferimento - forza di contatto.	97
Figura 5.4: Correlazione tra modello LS-DYNA e risultati di riferimento – deflessione.	98
Figura 5.5: Studio di sensibilità rispetto alla costante di rigidità.	99
Figura 5.6: Geometria della piastra e condizioni al contorno.	99
Figura 5.7: Dati Sperimentali usati per la validazione del modello numerico.	100
Figura 5.8: Modello FEM in LS-DYNA.	102
Figura 5.9: Integrazione modello LS-DYNA all'interno di modeFRONTIER.	103
Figura 5.10: Scatter Matrix chart.	104
Figura 5.11: Funzione densità di probabilità di err_d.	105
Figura 5.12: Scatter plot tra costante di smorzamento e err_f.	106
Figura 5.13: Diagramma a bolle.	107
Figura 5.14: Confronto numerico vs. sperimentale – forza di contatto.	108
Figura 5.15: Confronto numerico vs. sperimentale – spostamento.	108
Figura 5.16: Confronto numerico vs. sperimentale – Energia assorbita.	108
Figura 6.1: Discipline coinvolte nella predizione della resistenza residua.	109
Figura 6.2: Geometria dei provini.	112
Figura 6.3: Prova di Compressione. a) immagine frontale; b) dispositivo anti-buckling.	112
Figura 6.4: Prova di compressione su provini integri: Forza vs. deformazione applicata.	113
Figura 6.5: CEAST FRACTOVIS: macchina per prove di impatto.	114
Figura 6.6: Prove di Impatto: dispositivo di afferraggio.	114
Figura 6.7: Risultati test d'impatto. Forza di contatto e energia assorbita in funzione del tempo.	115
Figura 6.8: Risultati test d'impatto. Velocità e spostamento dell'impattatore in funzione del tempo.	115
Figura 6.9: Scansioni ultrasoniche dei provini impattati.	116
Figura 6.10: Resistenza a compressione provini integri vs. resistenza a compressione provini danneggiati.	117
Figura 6.11: Modello FEM del provino per test di compressione.	118
Figura 6.12: 4 Livelli di densità di mesh esaminati.	118
Figura 6.13: Risultati analisi di convergenza mesh.	119
Figura 6.14: Ply-discount damage model.	119
Figura 6.15: Reazione vincolare vs. deformazione applicata. Modello di danneggiamento con $X_c=425\text{MPa}$	122
Figura 6.16: Reazione vincolare vs. deformazione applicata. Modello di danneggiamento con $X_c=535\text{MPa}$	122
Figura 6.17: Modello LS-DYNA per simulazione test di impatto.	123
Figura 6.18: Schematizzazione approcci di modellazione a 1 Layer e a 2 Layer.	123
Figura 6.19: Contatti Tiebreak.	124
Figura 6.20: Simulazione test di impatto – forza di contatto; a)Approccio 1Layer; b)Approccio 2Layer.	125
Figura 6.21: Simulazione test di impatto – velocità impattatore; a)Approccio 1Layer; b)Approccio 2Layer.	125
Figura 6.22: Simulazione test di impatto – Energia assorbita; a)Approccio 1Layer; b)Approccio 2Layer.	126
Figura 6.23: Simulazione test di impatto – Spostamento impattatore; a)1Layer; b) 2Layer.	126
Figura 6.24: Confronto area delaminata – Scansione ultrasonica vs. risultati numerici.	127
Figura 6.25: Distribuzione danno intralaminare.	127
Figura 6.26: Generico elemento del modello FEM per l'analisi a compressione del provino impattato.	129
Figura 6.27: Compressione post-impatto: Confronto tra risultati numerici e sperimentali.	131

LISTA DELLE TABELLE

Tabella 1.1: Valori caratteristici di rigidità specifica per alcuni materiali.....	10
Tabella 2.1: Criteri di resistenza per rottura delle fibre in trazione	33
Tabella 2.2: Criteri di resistenza per rottura delle fibre in compressione	34
Tabella 2.3: Criteri di resistenza per rottura delle matrici in trazione	36
Tabella 2.4: Criteri di resistenza per rottura delle matrici in compressione	37
Tabella 2.5: Criteri di resistenza per rottura a taglio.....	38
Tabella 2.6: Criteri di rottura per determinare failure della ply	39
Tabella 2.7: Criteri di resistenza per l'iniziazione di delaminazioni.....	41
Tabella 2.8: Criteri di crescita della delaminazione.....	45
Tabella 4.1: Proprietà elastiche del materiale	65
Tabella 4.2: Proprietà della zona coesiva	65
Tabella 4.3: Dati geometrici e proprietà del materiale.....	73
Tabella 4.4: Proprietà della singola lamina unidirezionale	87
Tabella 5.1: Indici di Failure in MAT54.....	101
Tabella 5.2: Parametri numerici scelti come Variabili del problema.....	103
Tabella 6.1: Proprietà meccaniche della lamina unidirezionale.....	111
Tabella 6.2: Area danneggiata dei provini impattati	116
Tabella 6.3: Leggi di degradazione.....	121

INTRODUZIONE

I materiali compositi sono diventati i materiali da costruzione principali per strutture aeronautiche. E' ben noto, infatti, come questi materiali risultino essere particolarmente vantaggiosi per determinati aspetti (basso peso specifico, elevata rigidità e resistenza specifica, etc.). Tuttavia, a causa delle difficoltà nel predire i loro meccanismi di danneggiamento e di rottura, la progettazione di strutture in composito è ancora caratterizzata da un alto grado di conservativismo che si traduce nel mancato sfruttamento delle enormi potenzialità di questo tipo di materiale.

La necessità di avere degli strumenti di simulazione in grado di predire il comportamento strutturale di componenti in composito, la loro resistenza al danno (*damage resistance*) e la loro tolleranza al danno (*damage tolerance*) sotto i carichi di esercizio è stata la principale motivazione che ha spinto a condurre l'attività di ricerca presentata in questa tesi.

L'obiettivo principale di tale attività è stato quello di mettere a punto delle procedure numeriche, basate essenzialmente sul Metodo agli Elementi Finiti (FEM), in grado di poter modellare l'innescò e l'evoluzione delle diverse tipologie di danneggiamento che caratterizzano le strutture in materiale composito. Per la messa a punto dei modelli predittivi si è fatto uso sia di codici di calcolo commerciali (LS-DYNA e ANSYS) sia di un codice open source (B2000++) nel quale è stato possibile implementare gli sviluppi presentati nella tesi.

Il presente testo è sostanzialmente diviso in due parti:

- Descrizione dello stato dell'arte rispetto alla problematica del danneggiamento e della relativa modellazione in strutture in composito (Capitolo 1 – Capitolo 3).
- Presentazione degli sviluppi numerici e delle loro applicazioni (Capitolo 4 – Capitolo 6).

Nel seguito è riportato in maniera sintetica il contenuto di ciascun capitolo.

Nel **Capitolo 1** (*I Materiali Compositi*) si è ritenuto opportuno fornire una breve introduzione ai materiali compositi con particolare riferimento alle loro applicazioni in campo aeronautico e alla formulazione delle relazioni costitutive di un laminato ovvero le relazioni che legano lo stato tensionale in ogni punto alle corrispondenti deformazioni.

Nel **Capitolo 2** (*Modellistica Numerica del Danno: lo Stato dell'Arte*), oltre a introdurre il Metodo agli Elementi Finiti, è fornita una classificazione delle varie tipologie di danno che possono innescarsi all'interno di una struttura in materiale composito. In particolare le forme di danneggiamento sono state classificate in quelle intralaminari (rotture di fibre e cracking della matrice) e quelle interlaminari (delaminazioni). Nel capitolo 2 è anche riportato lo stato dell'arte dei criteri di rottura e delle tecniche numeriche disponibili per lo studio dell'innescò e dell'evoluzione delle suddette tipologie di danno.

Nel **Capitolo 3** (*Resistenza all'Impatto*) è affrontata la tematica della resistenza all'impatto, cioè lo studio del danneggiamento indotto in laminati compositi da impatti con oggetti esterni e dei fattori che lo influenzano. In questo capitolo sono presentate alcune tra le più comuni procedure di test di impatto e le principali tecniche sperimentali per il rilevamento del danno da impatto e della sua distribuzione all'interno della struttura, allo scopo di dare un'idea generale del loro utilizzo e della loro capacità. Sono infine presentati dei metodi semplici ma efficaci per la predizione del danno da impatto e della resistenza residua post-impatto.

Nel **Capitolo 4** (*Comportamento a Compressione di un Pannello Delaminato mediante un Approccio Global-local*) sono presentate le fasi che hanno portato alla messa a punto di un modello affidabile di propagazione del danno da delaminazione in un pannello irrigidito. Nello sviluppo di questo metodo è stato scelto di utilizzare un approccio global-local che consiste nell'accoppiare un modello FEM molto dettagliato rappresentativo della zona di maggiore interesse (dintorni della delaminazione) a un modello FEM più grossolano rappresentativo del resto della struttura. I vantaggi nell'utilizzo di quest'approccio per analizzare il comportamento a compressione di un pannello delaminato, piuttosto che un approccio tradizionale, sono delineati all'interno del capitolo.

Nel **Capitolo 5** (*Sviluppi Numerici per Analisi di Impatto a Bassa Velocità*) è presentato il modello FEM messo a punto per la predizione del danno indotto da un impatto a bassa velocità su una piastra in composito. In questo capitolo è anche descritta la procedura di integrazione di questo modello di predizione con il tool di ottimizzazione modeFRONTIER[®] allo scopo di effettuare analisi statistiche e analizzare quindi l'influenza di alcune variabili sui risultati numerici ottenuti.

Nel **Capitolo 6** (*Sviluppi Numerici per la Predizione della Resistenza Residua Post-Impatto*) è presentato il modello sviluppato per predire la resistenza residua di un laminato impattato e il conseguente fattore di abbattimento rispetto al laminato integro. Per la validazione di questo modello è stata condotta anche una campagna di test sperimentali (prove di Compression After Impact – CAI) i cui risultati sono presentati in questo capitolo.

Infine nel **Capitolo 7** (*Sviluppi Futuri*) sono delineate le linee di sviluppo future di questa ricerca.

1. I MATERIALI COMPOSITI

I materiali compositi trovano una vasta applicazione in vari settori dell'ingegneria che spaziano da quello aeronautico a quello marino. E' ben noto, infatti, che l'utilizzo di questi materiali consente di ottenere svariati vantaggi tra i quali la riduzione del peso delle strutture, la riduzione dei costi di realizzazione di manufatti e un'elevata efficienza strutturale.

La parola "composito" assume un significato molto generico, ma nel caso dei materiali, con essa si vuole indicare che due o più di essi sono combinati su scala macroscopica in modo da formarne uno nuovo più vantaggioso. La differenza di tali materiali rispetto a quelli convenzionali è manifestata quando sono esaminati dal punto di vista macroscopico: i materiali compositi risultano macroscopicamente non omogenei. I materiali convenzionali, invece, possono essere costituiti da materiali tra loro combinati, come nel caso delle leghe, ma tale combinazione avviene a livello microscopico e il materiale risultante è macroscopicamente omogeneo.

Le proprietà che possono essere migliorate formando un materiale composito comprendono: resistenza, rigidità, resistenza alla corrosione, resistenza all'usura, peso, vita a fatica, comportamento in dipendenza della temperatura, isolamento termico, conducibilità termica e isolamento acustico.

1.1. Classificazione dei materiali compositi

I materiali compositi possono classificarsi in tre grandi categorie:

- Compositi a fibre: sono costituite da un materiale sotto forma di fibre immerse in un altro materiale che funge da matrice.
- Compositi laminati: costituiti da strati di diverso materiale sovrapposti.
- Compositi a particelle: costituito da un materiale sotto forma di particelle immerse in un altro materiale che funge da matrice.

Per applicazioni strutturali in campo aerospaziali in genere si utilizza un ibrido tra prima e seconda categoria ovvero un laminato a fibre le cui caratteristiche saranno descritte al prossimo paragrafo.

1.2. Compositi laminati a fibre

Come già accennato, un composito a fibre consiste in più fasi filamentose a elevata resistenza immerse in una fase continua (matrice). Un classico esempio di materiale composito a fibre è dato dal cemento armato, in cui le barre di metallo sono immerse nel calcestruzzo.

In questi compositi le fibre hanno il compito di sopportare il carico, mentre la matrice quello di tenerle unite, di distribuire tra loro il carico e di proteggerle dall'esposizione all'ambiente.

Capitolo 1:
I materiali compositi

Le fibre hanno diametri prossimi alla dimensione dei cristalli, da 1 a 10 μm , e all'interno del composito esse possono presentarsi sotto forma di fibre lunghe o di fibre corte (dette whiskers con lunghezze che variano da 10 a 100 μm).

I materiali usati per le fibre possono essere metalli come alluminio, nichel, acciaio, titanio oppure organici come vetro, carbonio, boro e grafite.

I materiali compositi a fibre lunghe per applicazioni strutturali sono spesso realizzati in sottili strati detti lamine (con spessori di circa 0.150 mm) contenenti fibre disposte tutte secondo la stessa direzione.

L'uso di semplici lamine con rinforzo unidirezionale risulta insoddisfacente nella maggior parte delle applicazioni ingegneristiche a causa della bassissima resistenza e rigidità in direzione trasversale. La resistenza e la rigidità trasversale di una lamina unidirezionale, infatti, strettamente dominate da resistenza e rigidità della matrice, risultano in genere insufficienti ad assicurare, anche in presenza di limitati (trascurabili) carichi trasversali, l'assenza di fenomeni di danneggiamento, la stabilità di forma e l'integrità dei manufatti.

Questo inconveniente è superato ricorrendo ai laminati compositi costituiti da n lamine con rinforzo unidirezionale orientate in modo da soddisfare le varie esigenze di progetto quali, in particolare, resistenza e rigidità.

Il composito laminato a fibre è ottenuto dalla sovrapposizione di lamine generalmente uguali ma disposte ad angoli diversi (Figura 1.1); l'orientazione delle fibre in ciascuna lamina e le sequenze di laminazione (sovrapposizione) possono essere scelte per raggiungere i requisiti desiderati di resistenza e rigidità per una specifica applicazione.

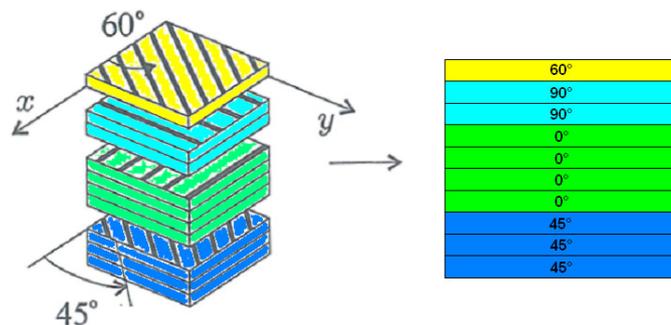


Figura 1.1: Esempio di composito laminato a fibre lunghe.

Negli ultimi trent'anni un enorme quantità di risorse è stata indirizzata alla ricerca sui materiali compositi, in particolare quelli a fibre lunghe. L'impulso a tali ricerche è stato dato dalla necessità di economizzare il peso di strutture critiche soprattutto nell'ambito aerospaziale dove il risparmio di peso "paga di più".

Attualmente quelle più usate nelle applicazioni strutturali primarie sono le fibre di carbonio; queste infatti rispetto ad altre risultano avere minore peso specifico e un modulo di rigidità più elevato. Ciò che ha decretato il successo in campo aeronautico dei materiali compositi è il valore della rigidità specifica, cioè il valore del modulo di rigidità rapportato al peso specifico. A tal proposito è interessante osservare la tabella seguente:

Tabella 1.1: Valori caratteristici di rigidità specifica per alcuni materiali.

Materiale	Peso specifico - Ps (g/cm ³)	Modulo di Young - E (MPa x 10 ⁴)	Rigidità specifica E/Ps (unità S.I. x 10 ⁶)
Ferro, acciaio	7.8	20.7	2.65
Titanio	4.5	11.7	2.60
Alluminio	2.7	7.2	2.67
Whiskers Carbonio	2.3	76	33

Le difficoltà maggiori che s'incontrano nell'utilizzare questi materiali nelle applicazioni attuali sono date dalla scarsa resistenza al danno e soprattutto dall'esiguità dei dati disponibili in letteratura riguardanti la caratterizzazione e la previsione del comportamento a frattura.

1.3. Meccanica dei compositi laminati

1.3.1 Micromeccanica e macromeccanica dei compositi

I materiali compositi hanno peculiarità che li distinguono in modo netto dai tradizionali materiali dell'ingegneria strutturale; mentre alcune caratteristiche possono essere viste come varianti del comportamento rispetto ai materiali convenzionali, altre sono completamente nuove e richiedono pertanto moderni modelli analitici di descrizione del comportamento strutturale e appropriate procedure d'analisi sperimentale. La maggior parte dei materiali tradizionali possono essere descritti come omogenei e isotropi, i materiali compositi sono invece spesso eterogenei e anisotropi. Un solido eterogeneo ha proprietà non uniformi attraverso il corpo e che dipendono dal punto in cui si valutano. Fissato un punto del corpo, se le proprietà in questo punto sono diverse secondo la direzione in cui si vanno a valutare, allora il solido si dice anisotropo. I materiali compositi sono generalmente ortotropi, vale a dire hanno proprietà che sono differenti in tre direzioni mutuamente perpendicolari tra loro; hanno quindi tre piani mutuamente perpendicolari di simmetria delle proprietà del materiale. A causa del comportamento anisotropo dei materiali trattati, il loro studio può essere intrapreso attraverso due punti di vista: la micromeccanica e la macromeccanica.

La micromeccanica utilizza modelli approssimati per simulare la microstruttura della lamina di composito e per predire le sue proprietà medie, come resistenza e rigidità, in funzione delle proprietà dei suoi costituenti (matrice e rinforzo) e delle loro percentuali volumetriche.

Un semplice modello micromeccanico assume che le fibre siano omogenee, linearmente elastiche, isotrope, spaziate regolarmente, perfettamente allineate e di lunghezza uniforme. La matrice è assunta omogenea, linearmente elastica e isotropa. L'interfaccia fibra-matrice è considerata perfetta e non presenta né vuoti né debonds (scollamenti). Modelli più complessi, invece, che rappresentano situazioni più realistiche, possono includere vuoti, scollamenti, fibre non perfettamente allineate e rettilinee, di lunghezza variabile, e cosa di grande importanza, la presenza di tensioni residue che possono nascere nella fabbricazione stessa della struttura all'atto della polimerizzazione.

La macromeccanica, invece, utilizza i principi della meccanica del continuo per studiare il comportamento strutturale dei laminati sulla base delle proprietà medie dei materiali unidirezionali componenti (lamine), ricavate per mezzo della micromeccanica.

1.3.2 Relazioni costitutive

Come è noto dalla teoria dell'elasticità, lo stato di tensione presente in un generico materiale nell'intorno del punto è univocamente descritto da sei componenti di tensione σ_i ($i=1,2,\dots,6$). Lo stesso dicasi per lo stato di deformazione, descritto dalle sei componenti di deformazione ε_j ($j=1,2,\dots,6$). Conseguentemente nell'ipotesi di comportamento elastico lineare e di piccoli spostamenti, il legame tensioni-deformazioni (relazione costitutiva) per un materiale anisotropo è espresso dalla legge generalizzata di Hooke che in notazione contratta si scrive:

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad (i,j=1,2,\dots,6) \quad (1.1)$$

dove σ_i sono le componenti del tensore degli stress di Cauchy, ε_j sono le deformazioni e C_{ij} sono i coefficienti di rigidità, tutti riferiti a un sistema di coordinate cartesiane (x_1, x_2, x_3) fissato nel corpo (Figura 1.2).

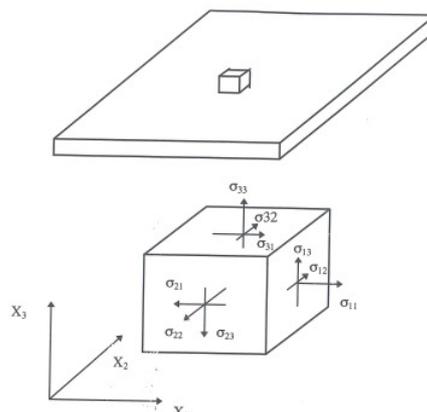


Figura 1.2: Stato tensionale nel riferimento (x_1, x_2, x_3).

Quindi la(1.1) può essere riscritta in forma estesa:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = [C] \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

I 36 coefficienti C_{ij} non sono tutti indipendenti. Il numero di coefficienti indipendenti è legato al tipo di materiale considerato (anisotropo, ortotropo, isotropo, etc.). Prima di tutto si può dimostrare mediante considerazioni di natura termodinamica che la matrice $[C]$ è simmetrica ($C_{ij} = C_{ji}$) per cui i coefficienti indipendenti diventano 21. Se sono presenti uno o più simmetrie del materiale il numero di coefficienti indipendenti può ridursi ulteriormente. Quando i coefficienti elastici in un punto hanno gli stessi valori per ogni coppia di sistemi coordinati che sono uno l'immagine speculare dell'altra rispetto a un piano, tale piano è chiamato piano di simmetria elastica per quel punto. Materiali con un piano di simmetria sono detti monoclini e il numero di coefficienti elastici indipendenti si riduce a 13.

Se esistono tre piani di simmetria mutuamente ortogonali, come nel caso della lamina unidirezionale, il materiale è detto ortotropo e i coefficienti elastici indipendenti si riducono a 9. Se i piani coordinati coincidono con i tre piani di simmetria, la relazione tensione-deformazione si scrive:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Notiamo che in tal caso non ci sono interazioni tra sforzi di taglio e deformazioni normali.

In termini delle costanti ingegneristiche i coefficienti di rigidezza dei materiali ortotropi si esprimono come segue:

Capitolo 1:
I materiali compositi

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta E_2 E_3}, & C_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{\Delta E_2 E_3}, \\
 C_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{\Delta E_2 E_3}, & C_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta E_1 E_3}, \\
 C_{23} &= \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{\Delta E_1 E_3}, & C_{33} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta E_1 E_2}, \\
 C_{44} &= G_{23}, & C_{55} &= G_{13}, & C_{66} &= G_{12} \\
 \Delta &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

dove:

- E_i è il modulo di Young nell' i -esima direzione del materiale,
- ν_{ij} è il modulo di Poisson, definito come $\nu_{ij} = -(\varepsilon_j / \varepsilon_i)$, (con $i, j=1,2,3$) quando l'azione degli stress è limitata alla direzione i (cioè $\sigma_i = \sigma$ e tutti gli altri stress = 0).
- G_{ij} è il modulo di elasticità tangenziale relativo alle direzioni i, j .

Per un materiale ortotropo la relazione tensioni-deformazioni (1.3) può essere convenientemente invertita per meglio visualizzare le costanti ingegneristiche del materiale.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \tag{1.5}$$

che in notazione contratta diventa:

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (i, j=1,2,\dots,6) \tag{1.6}$$

La matrice S prende il nome di matrice di flessibilità o di matrice di elasticità inversa. Dal momento che S è l'inversa di una matrice simmetrica anche la matrice di flessibilità è simmetrica e ciò implica le seguenti relazioni:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{\nu_{21}}, \frac{E_1}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{\nu_{31}}, \frac{E_2}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{\nu_{32}} \quad (1.7)$$

Per un materiale ortotropo, quindi, anche in termini delle costanti ingegneristiche, le grandezze elastiche indipendenti sono sempre 9.

Infine osserviamo che un materiale isotropo presenta infiniti piani di simmetria. In tal caso i coefficienti indipendenti sono solo 2 e la matrice di rigidità $[C]$ si scrive:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Per quanto riguarda la notazione con le costanti ingegneristiche, ricordiamo che nel caso di materiale isotropo $E_1 = E_2 = E_3 = E$, $\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = \nu$ e $G_{12} = G_{13} = G_{23} = G$. Inoltre solo due di queste tre costanti sono indipendenti in quanto vale la seguente relazione:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.9)$$

In conclusione si può affermare che le equazioni costitutive di un materiale anisotropo coinvolgono 21 costanti elastiche (ovvero matrici 6x6 piene simmetriche), quelle di un materiale ortotropo 9 costanti elastiche (matrici 6x6 sparse, vedi (1.3)). In ogni caso si ha una maggiore complessità rispetto al caso dei materiali isotropi che coinvolgono solo 2 costanti elastiche (E, ν).

1.3.3 Relazioni costitutive della lamina nel sistema di riferimento della lamina

Una lamina di composito con rinforzo unidirezionale è un elemento di spessore generalmente compreso tra 0.1 e 5 mm circa. Essa è usata per la costruzione di laminati le cui caratteristiche (spessore, numero lamine, orientamento ecc.) sono determinate in conformità a specifiche esigenze di progetto.

L'analisi di un laminato presuppone pertanto la conoscenza del comportamento meccanico della singola lamina e in particolare delle sue equazioni costitutive.

Consideriamo un sistema di riferimento cartesiano $(x1, x2, x3)$ con $x1$ parallelo alla direzione delle fibre, $x2$ perpendicolare alla direzione delle fibre e nel piano della lamina e $x3$ perpendicolare alla lamina come mostrato in Figura 1.3. Tale sistema di riferimento costituisce il sistema di riferimento della lamina. Chiamiamo $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{12}$ le componenti di tensione nel riferimento della lamina ed $\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \gamma_{23}, \gamma_{13}, \gamma_{12}$ le corrispondenti componenti di deformazione.

Poiché la lamina è unidirezionale possiamo formulare l'ipotesi di ortotropia del materiale per cui le relazioni costitutive sono espresse dalla (1.5) in termini di matrice di flessibilità oppure dalla (1.3) in termini di matrice di rigidità.

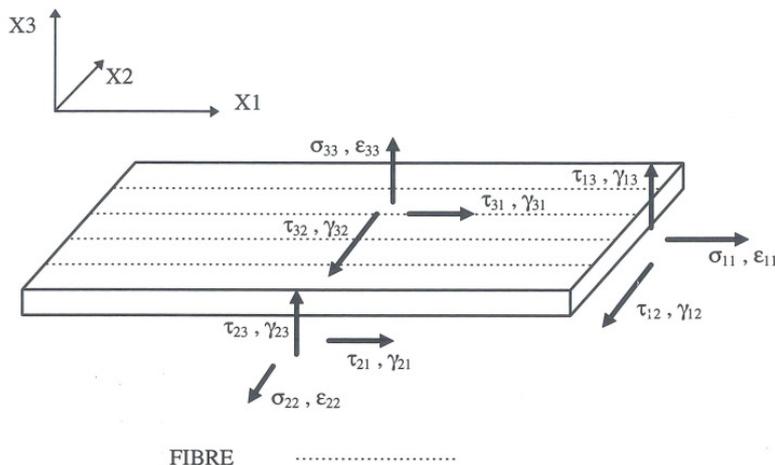


Figura 1.3: Tensioni e deformazioni della lamina nel sistema di riferimento della lamina.

1.3.4 Relazioni costitutive della lamina nel sistema di riferimento del laminato

Definiamo ora un sistema di riferimento del laminato xyz (Figura 1.4) in cui il piano xy è parallelo al piano delle lamine e l'asse z è normale a esso, e dove l'orientazione della lamina è definita dall'angolo θ formato dagli assi 1 e x . Ci proponiamo di trovare la relazione tensioni-deformazioni della lamina in questo nuovo sistema di riferimento. Quest'operazione è necessaria poiché nel considerare il laminato nella sua interezza si dovrà definire un solo sistema di riferimento comune a ogni lamina. Tale sistema di riferimento non potrà coincidere con il sistema di tutte le lamine costituenti poiché esse sono generalmente disposte ad angoli θ differenti.

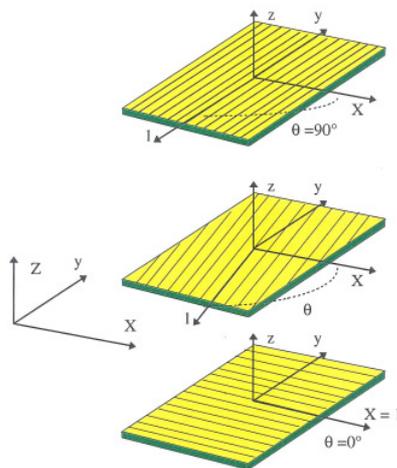


Figura 1.4: Sistema di riferimento del laminato.

Le componenti delle tensioni e delle deformazioni nel sistema di riferimento del laminato (xyz) sono mostrate in Figura 1.5.

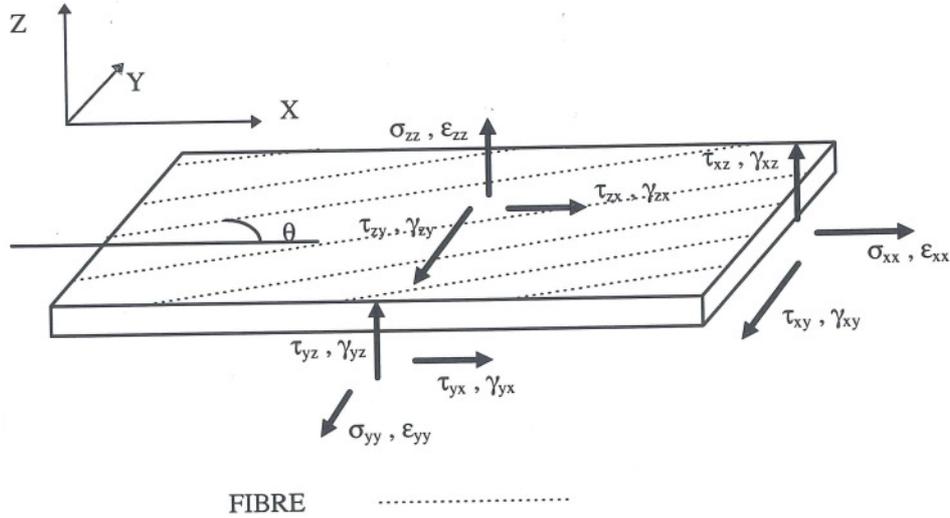


Figura 1.5: Tensioni e deformazioni della lamina nel sistema di riferimento del laminato.

La relazione di trasformazione tra i due sistemi di riferimento precedentemente introdotti (xyz) e (x_1, x_2, x_3) è ottenuta mediante la matrice di trasformazione $[T]$ attorno a z definita nella (1.10). In particolare adottando la notazione $c = \cos\theta$, $s = \sin\theta$ si può scrivere:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & -2cs \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & 2cs \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ cs & -cs & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.10)$$

ossia in forma compatta:

$$\{\sigma\}_{xyz} = [T] \cdot \{\sigma\}_{123} \quad (1.11)$$

Un'analogia relazione può essere scritta per le deformazioni:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & -2cs \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & 2cs \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ cs & -cs & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.12)$$

ossia in forma compatta:

$$\{\varepsilon\}_{xyz} = [T] \cdot \{\varepsilon\}_{123} \quad (1.13)$$

Utilizzando le relazioni (1.11) e (1.13) si ottiene l'espressione del legame tensioni-deformazione nel riferimento del laminato:

$$\{\sigma\}_{xyz} = [T] \cdot \{\sigma\}_{123} = [T] \cdot [C]_{123} \cdot \{\varepsilon\}_{123} = [T] \cdot [C]_{123} \cdot [T]^T \{\varepsilon\}_{xyz} \quad (1.14)$$

da cui, dovendo essere:

$$\{\sigma\}_{xyz} = [C]_{xyz} \cdot \{\varepsilon\}_{xyz} \quad (1.15)$$

risulta:

$$[C]_{xyz} = [T] \cdot [C]_{123} \cdot [T]^T \quad (1.16)$$

La (1.15) e la (1.16) possono essere riscritte in forma non compatta ottenendo:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(\theta) & C_{12}(\theta) & C_{13}(\theta) & C_{14}(\theta) & C_{15}(\theta) & C_{16}(\theta) \\ C_{21}(\theta) & C_{22}(\theta) & C_{23}(\theta) & C_{24}(\theta) & C_{25}(\theta) & C_{26}(\theta) \\ C_{31}(\theta) & C_{32}(\theta) & C_{33}(\theta) & C_{34}(\theta) & C_{35}(\theta) & C_{36}(\theta) \\ C_{41}(\theta) & C_{42}(\theta) & C_{43}(\theta) & C_{44}(\theta) & C_{45}(\theta) & C_{46}(\theta) \\ C_{51}(\theta) & C_{52}(\theta) & C_{53}(\theta) & C_{54}(\theta) & C_{55}(\theta) & C_{56}(\theta) \\ C_{61}(\theta) & C_{62}(\theta) & C_{63}(\theta) & C_{64}(\theta) & C_{65}(\theta) & C_{66}(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.17)$$

$$[C(\vartheta)] = [T] \cdot \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot [T]^T \quad (1.18)$$

La (1.18) è l'espressione della matrice di rigidezza di una lamina in un sistema di riferimento ruotato attorno all'asse normale al piano della lamina stessa di un angolo θ rispetto agli assi del sistema di riferimento di lamina (assi di simmetria).

1.3.5 Relazioni costitutive per il laminato

Per valutare il comportamento strutturale del laminato, è essenziale poterlo considerare come se fosse omogeneo e con caratteristiche globali equivalenti. Per portare a termine questo passaggio

sono necessarie le seguenti ipotesi semplificative che vanno sotto il nome di teoria classica della laminazione:

1. le lamine costituenti il laminato siano perfettamente incollate cosicché nessuno scorrimento reciproco si può verificare sotto l'azione di carichi applicati (continuità di spostamenti e deformazioni all'interfaccia tra due lamine adiacenti);
2. il generico segmento rettilineo ortogonale al piano medio del laminato rimane rettilineo e ortogonale al piano medio anche a deformazione avvenuta, cioè $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$;
3. la deformazione ε_z sia piccola e trascurabile rispetto alle altre deformazioni ε_x e ε_y ;
4. lo spessore del laminato sia piccolo rispetto alle altre dimensioni.

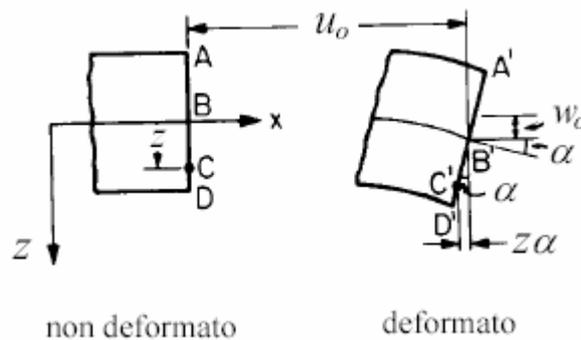


Figura 1.6: Sezione non deformata e deformata di laminato di spessore piccolo, notazione generale.

L'ipotesi è generalmente ben soddisfatta dai laminati compositi commerciali essendo lo spessore dell'adesivo utilizzato molto piccolo rispetto alle dimensioni delle lamine. Inoltre, in un laminato di spessore piccolo rispetto alle altre dimensioni, le ipotesi 2 e 3 sono soddisfatte nelle zone lontane dai carichi applicati e dai bordi.

Sotto queste ipotesi, considerando un generico segmento rettilineo ortogonale al piano medio e indicando con u_0 , v_0 e w_0 le componenti lungo x , y , e z dello spostamento subito dal punto appartenente al piano medio del laminato (Figura 1.6) si ha allora che lo spostamento u lungo x subito dal generico punto del segmento distante z dal piano medio è dato da:

$$u(z) = u_0 - \alpha z \quad (1.19)$$

essendo α la rotazione subita dal segmentino considerato. Tenendo conto delle ipotesi fatte, tale rotazione è legata allo spostamento lungo z dalla relazione:

$$\alpha(z) = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (1.20)$$

Sostituendo la (1.20) nella (1.19) si ha pertanto:

$$u(z) = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (1.21)$$

Con analogo procedimento, considerando la deformazione in direzione y si ottiene anche:

$$v(z) = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (1.22)$$

Utilizzando le equazioni di congruenza, per le deformazioni nel piano x-y si ottengono le seguenti espressioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \varepsilon_x^0 + zk_x \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \varepsilon_y^0 + zk_y \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \gamma_{xy}^0 + zk_{xy} \end{array} \right. \quad (1.23)$$

avendo indicato con $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ le deformazioni nel piano medio del laminato e con k_x, k_y e k_{xy} le curvature del piano medio del laminato nel piano x-z, y-z e x-y.

La (1.23) può essere scritta in forma matriciale come:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

La (1.24) mostra che le componenti di deformazione significative variano tutte linearmente nello spessore z del laminato.

Se le deformazioni variano linearmente lungo z, non così avviene solitamente per le tensioni.

In ciascuna lamina del laminato esse, infatti, sono legate alle deformazioni dalle relazioni tensioni-deformazioni viste al paragrafo precedente (1.15).

Per la k-esima lamina:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z [C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Tenuto conto che la matrice $[C]_{xyz}^k$ varia da una lamina all'altra dipendendo oltre che dalle peculiari caratteristiche della lamina anche dal relativo orientamento θ , in virtù della (1.25) si ha che a differenza delle deformazioni le tensioni hanno un andamento lineare all'interno di ciascuna lamina ma presentano in genere dei salti passando da una lamina all'altra.

A titolo d'esempio la figura seguente mostra l'andamento qualitativo di una possibile distribuzione delle tensioni in un laminato costituito da tre lamine sovrapposte.

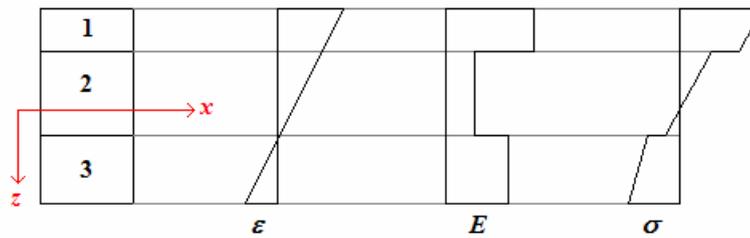


Figura 1.7: Tipico andamento di deformazioni e tensioni in laminato composito.

Le relazioni (1.25) legano le tensioni presenti su ciascuna lamina con le corrispondenti deformazioni e curvatures del piano medio del laminato. Da queste è possibile individuare (in forma matriciale) il legame esistente tra le caratteristiche di sollecitazione del laminato (sforzo normale, momento torcente e flettente) per unità di larghezza del laminato e le componenti di deformazione del piano medio. Le caratteristiche di sollecitazione del laminato sono mostrate in Figura 1.8.

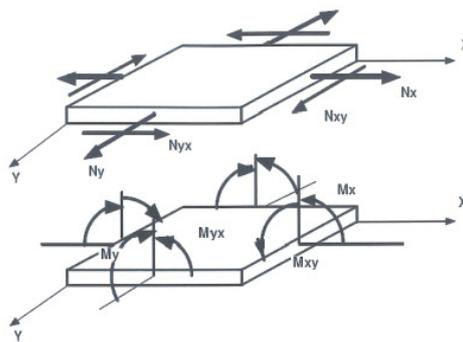


Figura 1.8: Caratteristiche di sollecitazione del laminato.

Si consideri il caso generale di un laminato costituito da n lamine, e avente spessore complessivo h (Figura 1.9).

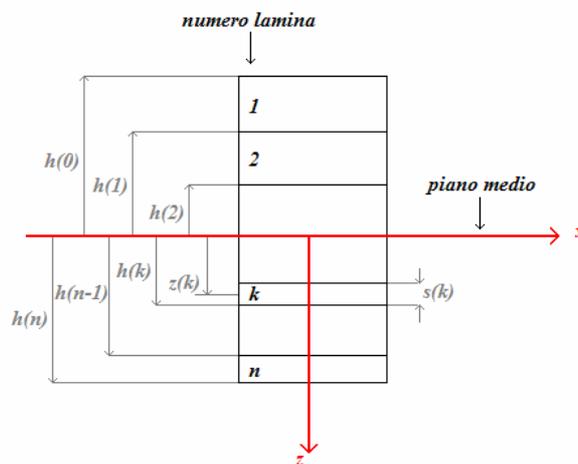


Figura 1.9: Geometria di laminato con n lamine e notazione generale.

Capitolo 1:
I materiali compositi

Da ovvie considerazioni di equilibrio, per le componenti cartesiane dello sforzo normale (per unità di larghezza) si ha:

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad (1.26)$$

$$N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \quad (1.27)$$

Per il taglio nel piano x - y del laminato si ha invece:

$$T_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \quad (1.28)$$

Per le componenti del momento flettente:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad (1.29)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \quad (1.30)$$

e per il momento torcente:

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad (1.31)$$

Sostituendo nelle (1.26)-(1.31) la relazione generale (1.25) è possibile legare le caratteristiche di sollecitazione alle componenti di deformazione del piano medio del laminato. Tenendo conto delle proprietà dell'integrale per lo sforzo normale e il taglio si ottiene:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \end{bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left([C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z [C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \right) dz = \\ &= \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right) \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right) \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \\ &= \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k (h_k - h_{k-1}) \right) \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \left(\frac{h_k^2 - h_{k-1}^2}{2} \right) \right) \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.32)$$

Ponendo quindi:

Capitolo 1:
I materiali compositi

$$[A] = \sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k (h_k - h_{k-1}) = \sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k s_k \quad (1.33)$$

$$[B] = \sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \left(\frac{h_k^2 - h_{k-1}^2}{2} \right) = \sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k s_k \frac{h_k + h_{k-1}}{2} = \sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k s_k z_k \quad (1.34)$$

si ha così:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Per i momenti flettenti e torcenti si ha invece ordinatamente:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left(z [C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z^2 [C]_{xyz}^k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \right) dz = \\ &= \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right) \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \int_{h_{k-1}}^{h_k} z^2 dz \right) \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \\ &= \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \left(\frac{h_k^2 - h_{k-1}^2}{2} \right) \right) \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \left(\sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \left(\frac{h_k^3 - h_{k-1}^3}{3} \right) \right) \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.36)$$

Ponendo quindi:

$$[D] = \sum_{k=1}^n [C]_{xyz}^k \left(\frac{h_k^3 - h_{k-1}^3}{2} \right) \quad (1.37)$$

si ha così:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + [D] \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

La (1.35) e (1.38) possono infine essere riunite nell'unica espressione matriciale:

$$\begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varepsilon^0] \\ [k] \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

con

$$[N] = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \end{bmatrix}; [M] = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix}; [\varepsilon^0] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix}; [k] = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

La (1.39) rappresenta l'**equazione costitutiva del laminato**. Le matrici $[A]$, $[B]$ e $[D]$ prendono il nome di matrice di *rigidezza estensionale*, di *accoppiamento* e di *rigidezza flessionale*.

La (1.35) mostra che, similmente a quanto accade in una singola lamina unidirezionale in cui uno sforzo normale semplice produce in genere oltre che una deformazione normale anche uno scorrimento e viceversa uno sforzo di taglio produce oltre che uno scorrimento anche una deformazione normale, in un laminato uno sforzo normale o un taglio producono in genere oltre che una deformazione nel piano anche una curvatura flessionale e/o torsionale del piano medio. Analogamente la (1.38) mostra che un momento flettente o torcente produce oltre che una corrispondente curvatura, anche deformazioni e scorrimenti nel piano medio del laminato. Si osservi che tale accoppiamento è legato esclusivamente alle diverse caratteristiche meccaniche delle varie lamine e alla sequenza di impacchettamento e non all'anisotropia di queste.

La matrice di accoppiamento $[B]$ infatti, è non nulla anche in presenza di lamine in materiale isotropo, come si verifica ad esempio nelle strisce bimetalliche solitamente usate come dispositivi di controllo della temperatura.

Si osservi infine che le matrici $[A]$, $[B]$ e $[D]$ sono, come le matrici $[C]_{xyz}^k$ da cui dipendono, legate al particolare riferimento cartesiano considerato. Conseguentemente, così come l'accoppiamento tra deformazioni normali e scorrimenti per una lamina varia con la direzione, per un laminato l'accoppiamento tra deformazioni normali e curvature varia con la direzione del carico. In altre parole in uno stesso laminato possono esistere riferimenti in cui la matrice $[B]$ risulta identicamente nulla.

Una particolare classe di laminati è costituita da quelli in cui l'accoppiamento tra flessione e sforzo normale è eliminata. In questi laminati l'applicazione di uno sforzo normale non produce flessione del piano medio né l'applicazione di un momento flettente produce deformazioni (estensione/contrazione) del piano medio. Tale caratteristica è molto importante al fine di evitare che l'applicazione di sollecitazioni nel piano del laminato produca deformazioni fuori dal piano (ingobbamenti). Inoltre, l'assenza di accoppiamento permette di evitare che il raffreddamento del laminato dopo la cura dia luogo a fastidiose distorsioni dello stesso.

Tenendo conto delle equazioni costitutive del laminato, si vede che un tale comportamento del laminato corrisponde alla condizione per cui la matrice di accoppiamento $[B]$ risulta identicamente nulla. Tenendo conto che il generico termine della matrice $[B]$ è dato dalla sommatoria estesa alle

lamine degli omologhi termini della matrice $[C]_{xyz}^k$ moltiplicati per lo spessore della lamina e per la distanza media dal piano medio (s_{kz_k}), si ha che tali termini possono essere resi nulli se a ogni lamina posta al di sopra (al di sotto) del piano medio corrisponde una lamina eguale e con identico orientamento disposta simmetricamente rispetto al piano medio. Un tale laminato dicesi perciò *simmetrico*.

Nelle applicazioni numeriche che si effettueranno nel presente testo si considereranno esclusivamente laminati con sequenza di laminazione simmetrica rispetto alla mezzeria del laminato.

1.4. Applicazione dei compositi in campo aeronautico

L'uso dei materiali compositi in campo aeronautico si è esteso sempre di più negli ultimi anni. Negli anni '80 si è giunti alla realizzazione dei primi velivoli, sia civili sia militari, costruiti in maniera estesa con questi materiali.

Le applicazioni più comuni, sviluppate in composito a bordo di aeromobili, includono:

- Cappottature
- Superfici di controllo
- Portelli del carrello di atterraggio
- Pannelli del bordo di attacco e di uscita sulle ali e sullo stabilizzatore
- Interni cabina

Aerei militari, come l'AV8B Harrier II, hanno invece le ali costruite completamente in composito, mentre negli aerei civili (Boeing 767 e ATR 42) lo sono tutte le superfici mobili delle ali e del timone.

Verso la fine degli anni '80 sono stati costruiti i primi velivoli quasi interamente in composito. Ne è un esempio significativo il convertiplano a rotori basculanti Bell/Boeing V22 Osprey, nella cui struttura, pesante complessivamente circa 12000 Kg, sono presenti leghe metalliche per un totale di soli 450 Kg, mentre tutto il resto del peso è costituito esclusivamente da fibre di carbonio in resina epossidica.

Un altro aereo civile realizzato in questo modo è il Voyager, aereo sperimentale che ha effettuato il primo giro del mondo senza scalo di circa 43000 Km, della durata ininterrotta di nove giorni.



Figura 1.10: Voyager.

Intere strutture primarie della fusoliera del Boeing 787, il cui primo velivolo è stato consegnato in Settembre 2011, sono realizzate in materiale composito con un processo produttivo innovativo e l'impiego della tecnologia "one piece barrel". Grazie all'uso massiccio di materiali compositi, il 787 garantisce un risparmio nei consumi del 20 per cento rispetto ai vecchi modelli di analoga capacità. L'europea Airbus sta lavorando al diretto concorrente, il 350 XWB, che però non sarà pronto prima del 2013.



Figura 1.11: Boeing 787 Dreamliner.

I materiali compositi si sono rilevati particolarmente adatti per applicazioni strutturali in campo aerospaziale a causa dell'elevata rigidità e resistenza specifica. Tuttavia vi sono alcune problematiche ancora aperte che rallentano un impiego diffuso dei compositi. Riguardo al manufacturing è da notare, infatti, che la tecnologia di produzione non sempre risulta economicamente vantaggiosa a causa della difficoltà nell'automatizzarla. Inoltre la certificazione di strutture in materiale composito progettate secondo design innovativi è un processo molto oneroso. Un ulteriore limite all'utilizzo di materiali compositi è dettato dalle difficoltà nel predire i meccanismi di rottura e danneggiamento. Infatti, la carenza di adeguati tools numerici in grado di tenere conto della tolleranza al danno di strutture in composito ha portato alla realizzazione di

componenti sovradimensionati con un elevato grado di conservativismo che, di fatto, si traduce nel non sfruttare a pieno i benefici offerti dai materiali compositi. Tra i vari meccanismi di danneggiamento, le strutture in composito si sono rivelate particolarmente sensibili al danneggiamento a seguito di impatti con oggetti esterni e al danneggiamento dovuto a difetti di fabbricazione. Allo scopo di progettare strutture meno conservative, dunque, è necessario tener conto sin dalle prime fasi della progettazione della possibilità che un componente in composito possa essere danneggiato e che tale stato di danneggiamento possa evolvere sotto i carichi di esercizio. Per raggiungere questo obiettivo è necessario sviluppare nuove procedure numeriche in grado di predire il comportamento strutturale del componente, la sua resistenza al danno (*damage resistance*) e la sua tolleranza al danno (*damage tolerance*) sotto i carichi di esercizio. Sono proprio queste considerazioni che hanno motivato il lavoro della tesi di dottorato. In particolare nel presente testo è proposto uno strumento predittivo numerico basato sul metodo degli elementi finiti (FEM) in grado di riprodurre le principali caratteristiche fenomenologiche causate da un impatto su una struttura in composito:

- lo stato di danneggiamento a seguito dell'impatto,
- la resistenza residua del componente impattato.

L'efficacia di tale strumento numerico è stata verificata mediante confronti con risultati sperimentali. Inoltre la sua utilità, nell'accrescimento delle conoscenze sulle strutture in composito e sulla loro tolleranza al danno sarà ampiamente discussa nei capitoli successivi.

2. MODELLISTICA NUMERICA DEL DANNO: LO STATO DELL'ARTE

2.1. Introduzione

I materiali compositi a matrice polimerica trovano una vasta applicazione in vari settori dell'ingegneria che spaziano da quello aeronautico a quello marino. E' già stato sottolineato che l'utilizzo di questi materiali consente di ottenere svariati vantaggi tra i quali la riduzione del peso delle strutture, la riduzione dei costi di realizzazione di manufatti e un'elevata efficienza strutturale. Tuttavia, nonostante le attività di ricerca da anni si siano focalizzate su questi materiali, gli strumenti di predizione del comportamento meccanico di strutture in composito, che prendano in considerazione le varie forme di danno a cui sono soggette, sono ancora caratterizzati da un livello di affidabilità non soddisfacente e tale da spingere le aziende costruttrici a sovradimensionare i componenti risultando in un mancato sfruttamento delle piene potenzialità di questi materiali.

In condizioni di utilizzo, le strutture in laminato composito possono sviluppare rottura della matrice, delle fibre, scollamenti fibra-matrice e scollamenti tra diverse lamine (delaminazione). Questi fenomeni, che causano perdite permanenti d'integrità all'interno del laminato, sono detti "danno" e portano a una riduzione di rigidità e resistenza del materiale.

A livello macroscopico il fenomeno più frequente è la **rottura della matrice**, in quanto la resistenza della matrice è notevolmente più bassa di quella delle fibre. Un secondo fenomeno che si può verificare è la **frattura delle fibre** che in generale conduce alla rottura catastrofica del laminato. E' da notare che tali fenomeni avvengono simultaneamente o a breve distanza l'uno dall'altro. Cominciata a rompersi una lamina, il carico e le deformazioni si distribuiscono in tutte le altre lamine, innescando nuove rotture che possono eventualmente generare **delaminazioni**, ossia separazione di lamine adiacenti. Le delaminazioni possono nascere anche come conseguenza di impatti con oggetti esterni (caduta utensili, grandine, detriti, etc.) oppure possono essere causate da errori durante il processo di fabbricazione dei compositi laminati. Qualunque sia la forma o la causa che le produca, le delaminazioni sono indubbiamente uno dei tipi di danneggiamento più pericolosi per l'integrità strutturale dei componenti costruiti in materiale composito. In particolare, nel caso di strutture soggette a carico di compressione, la presenza di delaminazioni può portare a un abbassamento notevole della soglia di instabilità. L'insorgere del fenomeno dell'instabilità elastica del gruppo di lamine interessate dallo scollamento provoca una deflessione di tali lamine (buckling locale). Le forti sollecitazioni che si producono sui bordi della delaminazione possono indurre un allargamento della stessa prima del raggiungimento del buckling globale del pannello che generalmente avviene molto in anticipo rispetto al caso di pannello integro.

Lo sviluppo delle sopracitate forme di danneggiamento all'interno di strutture in composito dipende da svariati parametri quali la geometria, i costituenti, la sequenza di laminazione, la tipologia di carico applicato, la storia temporale del carico, etc. E' proprio l'elevato numero di parametri in gioco che rende molto complessa la predizione del danno sia con riferimento al suo innesco sia con riferimento alla sua progressione. I metodi di predizione del danno possono essere classificati in 4 grosse categorie: numerici, analitici, empirici e ibridi. Nel corso di quest'attività di ricerca l'attenzione è stata focalizzata su procedure numeriche basate sul Metodo agli Elementi Finiti (FEM) che hanno assunto nel corso degli anni un'importanza crescente nella progettazione e nell'analisi strutturale grazie anche alle elevate capacità dei moderni calcolatori. L'ideale di un ingegnere progettista, ossia utilizzare solamente tecniche numeriche per dimensionare un componente o una struttura, sembrava essere molto vicino negli anni recenti. Tuttavia, nonostante i notevoli passi compiuti dai codici di simulazione numerica, alcune limitazioni, inerenti soprattutto le possibilità di caratterizzazione dei materiali disponibili nei codici numerici (particolarmente riguardo ai materiali compositi), hanno rivelato che il giorno in cui non sarà più necessario condurre accurati e costosi test sperimentali è purtroppo ancora lontano. Ciò nondimeno, appare evidente come oggi lo sperimentatore possa incrementare l'utilità di un singolo test rispetto a quanto accadeva in passato, proprio grazie alle possibilità offerte dai codici di simulazione. Risulta quindi essenziale che entrambe le discipline, numerica e sperimentale, siano impiegate per supportarsi l'un l'altra migliorando le possibilità di ciascuna in termini di tempi costi e qualità dei risultati.

In questo capitolo si ritiene opportuno fornire un'introduzione al FEM e soprattutto uno stato dell'arte relativamente alla modellistica numerica del danno in strutture in composito. Gli aspetti generali di caratterizzazione del danno saranno descritti nel paragrafo §2.3. Gli aspetti specifici di modellazione del danno, applicabili a danni intralaminari (rottura di fibra e/o matrice) e a danni interlaminari (delaminazioni), saranno presentati rispettivamente nei paragrafi §2.4 e §2.5. Infine al paragrafo §2.6 si individueranno i codici a elementi finiti in grado di simulare l'innesco e la propagazione di danni in strutture in composito.

2.2. Introduzione al FEM

La meccanica del continuo ci fornisce l'approccio classico per l'analisi dei solidi, trovando una funzione di stress o di spostamento che soddisfi per ogni punto del continuo l'equazione differenziale dell'equilibrio, le relazioni costitutive e la condizione di compatibilità, includendo le condizioni al contorno. A causa della selettività di tali requisiti, sono state trovate solo un numero sparuto di soluzioni analitiche. Il metodo agli elementi finiti ([1],[2]) ci permette di bypassare questi

problemi, riducendo le equazioni di equilibrio a un sistema di equazioni algebriche, il che rende la risoluzione del problema molto semplice mediante l'utilizzo del calcolatore.

Utilizzando il metodo agli elementi finiti il dominio del componente strutturale sotto osservazione è diviso in tanti sottodomini che prendono il nome di elementi finiti connessi tra di loro mediante nodi Figura 2.1. La caratteristica fondamentale del FEM è di non tentare di determinare una soluzione in forma chiusa del problema dell'equilibrio ma di ricercare tale soluzione in un numero finito di punti del nostro corpo, cioè nei nodi. Una volta noti gli spostamenti nodali, mediante delle funzioni (funzioni di forma), si è in grado di ottenere le distribuzioni degli spostamenti e delle tensioni su tutto il nostro corpo. In tal modo è chiaro che la geometria dei corpi e le proprietà di deformazione possono essere qualsiasi; qualunque siano tali caratteristiche la soluzione del problema dell'equilibrio si ottiene risolvendo un sistema di equazioni algebriche che in forma matriciale si scrive:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (2.1)$$

dove:

$\{u\}$ è il vettore degli spostamenti nodali che sono le incognite del sistema,

$\{\dot{u}\}$ è il vettore delle velocità nodali,

$\{\ddot{u}\}$ è il vettore delle accelerazioni nodali,

$\{F\}$ è il vettore delle forze esterne che sono note,

$[M], [C], [K]$ sono rispettivamente la matrice delle masse, la matrice di smorzamento e la matrice di rigidità. Anche queste matrici sono quantità note dipendendo esclusivamente dalle proprietà del materiale e dalla discretizzazione in elementi effettuata sul componente.

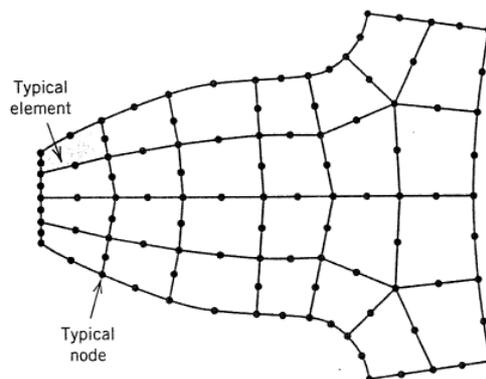


Figura 2.1: Discretizzazione in nodi ed elementi di un componente.

2.3. Aspetti generali di caratterizzazione del danno

Nell'ambito dell'analisi di strutture in composito esistono vari approcci per caratterizzare l'innesco e la progressione del danno. Essi possono essere generalmente raggruppati in due categorie:

- Approcci basati sul concetto di resistenza;
- Approcci basati sulla meccanica della frattura.

2.3.1 Approcci basati sul concetto di resistenza

La resistenza, definita come stress ammissibile di un dato materiale, può essere usata per caratterizzare l'innesco di fenomeni di danneggiamento. L'applicazione degli approcci che si basano sul concetto di resistenza è solitamente abbastanza semplice: uno o più criteri di rottura sono definiti e il materiale è considerato irreversibilmente danneggiato quando questi criteri sono soddisfatti. I criteri possono far uso di un singolo stress ammissibile di un materiale o di una combinazione di ammissibili in varie direzioni. Inoltre i criteri di resistenza possono essere postulati in modo da predire un danno in senso generale oppure l'innesco di un particolare meccanismo di danneggiamento (rottura di fibra per trazione, rottura di matrice a compressione, etc.). Molti criteri di resistenza infine utilizzano le deformazioni anziché gli stress per determinare la failure del laminato.

E' importante sottolineare che gli approcci di caratterizzazione del danno basati sul concetto di resistenza sono comunemente utilizzati per definire l'iniziazione del danno e non l'evoluzione di una regione con un danno preesistente. In altre parole questi approcci non si prestano, ad esempio, per studiare la crescita di una preesistente delaminazione. Per queste applicazioni si ricorre ad approcci basati sulla meccanica della frattura.

2.3.2 Approcci basati sulla meccanica della frattura

La meccanica della frattura classica è la teoria che studia la crescita di preesistenti difetti (cricche) all'interno di metalli. Da molti anni questa teoria è applicata anche sui materiali compositi, con risultati abbastanza soddisfacenti, per lo studio di delaminazioni e debonding (scollaggio tra skin e stringer). Nella teoria classica della meccanica della frattura, la crescita di un difetto macroscopico è controllata dall'Energy Release Rate – ERR (Energia unitaria di rilascio), cioè dall'energia di deformazione rilasciata durante la propagazione, che viene confrontata con la soglia massima dell'Energy Release Rate del materiale. Questo parametro caratteristico del materiale è un'efficace misura della sua tenacità a frattura. L'energia di deformazione è tipicamente calcolata per ognuno dei tre meccanismi di crescita della cricca mostrati in Figura 2.2: modo I (peeling), modo II (shearing) e modo III (tearing).

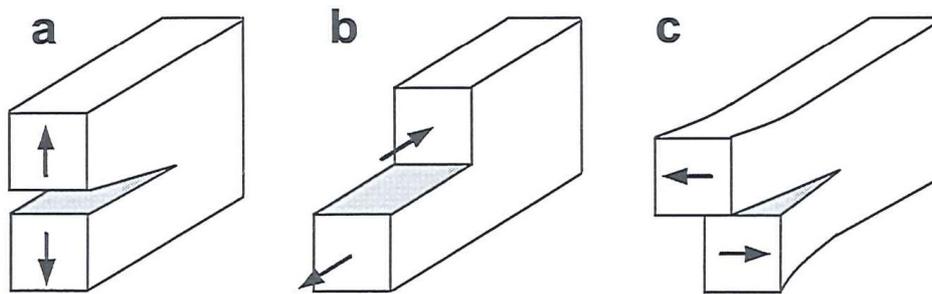


Figura 2.2: Modi di avanzamento della cricca; (a) peeling, (b) shearing e (c) tearing.

La propagazione di una cricca nei metalli è analoga a quella della delaminazione nei compositi. Per questi motivi, i ricercatori che si occupano di materiali compositi applicano i principi della meccanica della frattura classica per studiare la crescita di una preesistente delaminazione. E' bene ricordare che questi approcci generalmente non consentono di caratterizzare l'iniziazione del danno ma sono largamente utilizzati per studiare l'evoluzione di un danno preesistente.

L'ERR può essere calcolato come risultato di un'analisi FEM utilizzando varie tecniche. Quella più popolare e diffusa per il calcolo dell'ERR sul fronte della delaminazione è senz'altro la Virtual Crack Closure Technique (VCCT) che diversamente da altri approcci è basata su semplici equazioni e necessita di una sola analisi FEM. La VCCT sarà descritta in dettaglio nel paragrafo 2.5.2.

2.4. Danni intralaminari

Per danni intralaminari s'intende principalmente quei danni che riguardano la rottura di fibra e/o matrice che si sviluppano nel piano della singola lamina. L'iniziazione di questi meccanismi di danno è solitamente predetta facendo uso di criteri di resistenza che si basano sugli stress ammissibili del materiale. Questi ultimi sono ricavati da procedure sperimentali abbastanza consolidate (prove di compressione, trazione, taglio, etc.) e definite da varie organizzazioni internazionali come ad esempio l'International Standards Organisations (ISO), l'American Society for Testing and Materials (ASTM) e l'European Structural Integrity Society (ESIS).

Lo sviluppo di criteri di resistenza per materiali compositi è un argomento che da più di 30 anni affascina i ricercatori di tutto il mondo. Esistono innumerevoli teorie che saranno presentate nei prossimi paragrafi relativamente a ciascuno dei meccanismi di danno a cui fanno riferimento. I criteri di resistenza che saranno presentati si applicano al caso in cui il laminato sia costituito dalla sovrapposizione di singole lamine unidirezionali.

Nel proseguo di questo documento si farà uso della seguente convenzione:

- σ e τ rappresentano rispettivamente gli stress in direzione normale e in quella a taglio.

- ϵ e γ rappresentano rispettivamente le deformazioni in direzione normale e in quella a taglio.
- X , Y , Z e S rappresentano le resistenze rispettivamente nella direzione delle fibre, matrice, spessore e a taglio.
- I pedici 1, 2 e 3 denotano rispettivamente la direzione delle fibre, della matrice e quella fuori dal piano della lamina.
- I pedici T e C denotano rispettivamente valori limiti a trazione e compressione.
- I pedici/apici f e m denotano che la grandezza di riferimento è misurata rispettivamente sul costituente fibra o matrice.
- E è il modulo di Young, G può indicare a seconda del contesto il modulo di taglio oppure l'Energy Release Rate.
- Il pedice "is" è usato per rappresentare i valori di resistenza calcolati in situ.

I valori della resistenza del materiale misurata in situ sono utilizzati in molti criteri poiché è stato trovato sperimentalmente che una lamina inserita all'interno di un laminato multidirezionale è caratterizzata da una resistenza a trazione e a taglio maggiore rispetto a quella calcolata per un laminato completamente unidirezionale ([1]). Ciò è dovuto agli effetti benefici, rispetto all'innesco del danno, che una lamina riceve dalle lamine adiacenti. Il tutto si traduce nel fatto che i valori ammissibili ricavati attraverso procedure sperimentali standard su coupon possono sottostimare la reale resistenza della lamina all'interno del laminato multidirezionale.

2.4.1 Approcci basati sulla meccanica della frattura

Nei laminati compositi, la rottura di fibre per trazione avviene a causa dell'accumularsi di rotture di singole fibre all'interno della lamina. La situazione diventa critica quando il restante numero di fibre intatte risulta insufficiente per sostenere il carico applicato. La maggior parte degli autori, nell'analizzare questo meccanismo di danno, utilizza il criterio della massima resistenza o quello della massima deformazione. Hashin ([4]) introdusse un criterio di interazione quadratico che coinvolgeva il taglio nel piano della lamina. Chang Chang ([5]) applicava il criterio di Hashin ma con una trattazione non lineare del comportamento a taglio. Nel criterio di Puck ([6]), infine, si utilizza un criterio di massima deformazione con un fattore di ingrandimento applicato allo stress normale trasversale. I criteri di resistenza per rottura delle fibre per trazione nel piano sono sintetizzati in Tabella 2.1.

Tabella 2.1: Criteri di resistenza per rottura delle fibre in trazione

Criterio	Anno	Equazione	Note
Massima sollecitazione		$\sigma_1 \geq X_T$	
Massima deformazione		$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{1T}$	
Hashin 3D ([4])	1980	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \frac{1}{S_{12}^2}(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2) \geq 1$	
Chang-Chang ([5])	1987	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2/2G_{12} + \frac{3}{4}\alpha\tau_{12}^2}{S_{12is}^2/2G_{12} + \frac{3}{4}\alpha S_{12is}^2}} \geq 1$	α definito dalla legge di taglio non lineare: $\gamma_{12} = \left(\frac{1}{G_{12}}\right)\tau_{12} + \alpha\tau_{12}^2$
Puck ([6])	1998	$\frac{1}{\varepsilon_{1T}} \left(\varepsilon_1 + \frac{\nu_{f12}}{E_{f1}} m_{f\sigma} \sigma_2 \right) \geq 1$	$m_{f\sigma}$ = fattore moltiplicativo dello stress

La rottura delle fibre per compressione è largamente influenzata dal comportamento a taglio della matrice e dalle imperfezioni (vuoti o disallineamenti delle fibre). La rottura di fibre per compressione avviene generalmente per microbuckling delle fibre o per il fenomeno del kinking che può essere definito come una deformazione di taglio localizzata della matrice lungo una striscia (Figura 2.3).

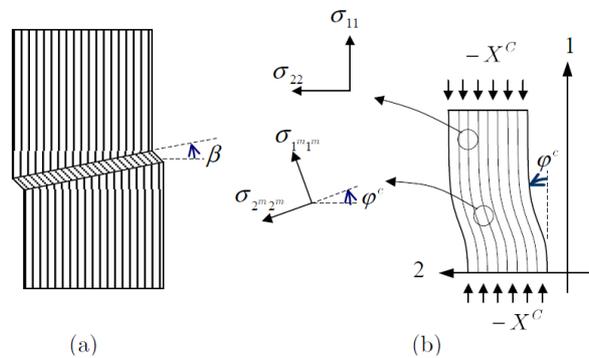


Figura 2.3: (a) kinking, (b) schema di disallineamento delle fibre.

Alcuni autori considerano il kinking come una conseguenza del microbuckling mentre altri lo considerano come un separato modo di rottura. Generalmente il microbuckling è considerato come un modo di rottura globale del laminato mentre il kinking sembra sia innescato da difetti locali microstrutturali ed è il modo di rottura di fibre per compressione più diffuso. I criteri di rottura per rottura di fibre in compressione sono sintetizzati in Tabella 2.2. Oltre ai criteri di massima sollecitazione e massima deformazione ci sono altri approcci che sono stati sviluppati per incorporare gli effetti di microbuckling e kinking.

Tabella 2.2: Criteri di resistenza per rottura delle fibre in compressione

Criterio	Anno	Equazione	Note
Massima sollecitazione		$\sigma_1 \geq X_c$	
Massima deformazione		$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{1c}$	
Greszczuk ([7])	1974	$\sigma_1 \geq \frac{G_{12}^m}{1-V_f}$	V_f denota la frazione volumetrica delle fibre. G_{12}^m modulo di taglio della matrice
Chang-Lessard ([8])	1991	$\sigma_1 \geq \bar{X}_c$	\bar{X}_c denota la resistenza a microbuckling, equazione contenuta in [8]
Puck ([6])	1998	$\frac{1}{\varepsilon_{1c}} \left \left(\varepsilon_1 + \frac{V_{f12}}{E_{f1}} m_{f\sigma} \sigma_2 \right) \right \geq 1 - (10\gamma_{21})^2$	$m_{f\sigma}$ = fattore moltiplicativo dello stress
LaRC04 ([9])	2005	$\frac{ \tau_{1m2m} }{S_{12s} - \eta_{12} \sigma_{2m2m}} \geq 1 \quad se \sigma_{2m2m} < 0$ $(1-g) \left(\frac{\sigma_{2m2m}}{Y_{Tis}} \right) + g \left(\frac{\sigma_{2m2m}}{Y_{Tis}} \right)^2 + \frac{\Lambda_{23}^0 \tau_{2m3\phi}^2 + \chi(\gamma_{1m2m})}{\chi(\gamma_{12s}^u)} \geq 1 \quad se \sigma_{2m2m} > 0$	Per il significato dei termini riferirsi a ([9])
Maimi ([10])	2007	$\frac{\langle \tau_{12}^m + \eta_{12} \sigma_{22}^m \rangle}{S_{12}} \geq 1$	

2.4.2 Failure della matrice

La rottura della matrice nei laminati compositi è un fenomeno complesso che generalmente si manifesta attraverso la generazione, l'accumulo e la coalescenza di cricche che s'innescano in prossimità di difetti o all'interfaccia fibra-matrice. La conseguente rottura avviene lungo un piano di frattura critico.

I criteri di resistenza per rottura della matrice in tensione assumono tutti che il piano di frattura sia quello in direzione trasversale (ovvero direzione delle fibre) e generalmente presentano un'interazione tra la tensione normale (σ_2) e gli stress di taglio nel piano. Oltre a quello di massima sollecitazione e massima deformazione, il criterio più semplice proposto è il criterio di interazione quadratico di Hashin ([4]). Ulteriori sviluppi portano a considerare termini di taglio non lineari, resistenze a taglio e resistenza a trazione calcolate in situ, l'uso di termini di resistenza fuori dal piano (direzione 23) e l'uso di termini della meccanica della frattura come sintetizzato in Tabella 2.3. Fa eccezione il criterio di Cuntze e Freund ([11]) che coinvolge solo lo stress e la resistenza in direzione della matrice e gli stress di taglio fuori dal piano.

I criteri di rottura della matrice per compressione sono simili a quelli per trazione ad eccezione del fatto che il piano critico di frattura non è assunto da tutti gli autori. Nel criterio di Hashin si assume che il piano di frattura sia coincidente con la direzione delle fibre (angolo del piano di frattura $=\theta_{fp}=0^\circ$) e si propone un criterio di interazione quadratica usando le componenti di stress normale in

direzione trasversale (σ_2) e lo stress di taglio (τ_{12}). Nel criterio di Cuntze si utilizza solo la resistenza a compressione in direzione trasversale (Y_c) combinata con diversi invarianti degli stress. Nei criteri che assumono θ_{fp} diverso da zero, quest'angolo deve essere o assunto all'inizio oppure determinato utilizzando apposite procedure. Nel caso di stress piano, Puck ([6]) propose una formula analitica per determinare l'angolo del piano di frattura.

I criteri di resistenza per rottura della matrice a compressione sono sintetizzati in Tabella 2.4. E' da notare che per semplicità i criteri di Hashin e Puck sono presentati nel caso di stress piano sebbene esistano le formulazioni valide nel caso 3D.

Tabella 2.3: Criteri di resistenza per rottura delle matrici in trazione

Critero	Anno	Equazione	Note
Massima sollecitazione		$\sigma_2 \geq Y_T$	
Massima deformazione		$\epsilon_2 \geq \epsilon_{2T}$	
Hashin 3D ([4])	1980	$\frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{Y_T^2} + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2 \sigma_3}{S_{23}^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{S_{12}^2} \geq 1$	
Chang-Chang ([5])	1987	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2/2G_{12} + \frac{3}{4}\alpha\tau_{12}^2}{S_{12is}^2/2G_{12} + \frac{3}{4}\alpha S_{12is}^2}} \geq 1$	α definito dalla legge di taglio non lineare: $\gamma_{12} = \left(\frac{1}{G_{12}}\right)\tau_{12} + \alpha\tau_{12}^2$
Chang-Lessard ([8])	1991	Uguale a Chang-Chang ([5]) ma con Y_{Tis} invece che Y_T	
Ladeveze ([12])	1992	Uso di d_2 e di $\bar{\Psi}_2$ per indicare il danno: Failure avviene se $d_2 \geq 1$ oppure se $\bar{\Psi}_2 \geq 1$ dove $d_2 = \frac{\langle \bar{\Psi}_2 - \Psi_{2init} \rangle_+}{\Psi_{2crit}}$; $\bar{\Psi}_2(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{E_2(1-d_2)^2}}$; $\bar{\Psi}_2 = \max \bar{\Psi}_2(t)$	$\langle a \rangle_+ = a$ se $a \geq 0$ $\langle a \rangle_+ = 0$ se $a < 0$ $\bar{\Psi}_{2init,crit,max}$ = parametri del materiale ottenuti da test a trazione su provini [± 67.5] _{2s}
Shahid-Chang ([13])	1995	$\left(\frac{\bar{\sigma}_2}{Y_T(\phi)}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\tau}_{12}}{S_{12}(\phi)}\right)^2 \geq 1$	$\bar{\sigma}$ = stress effettivo ϕ = densità di cricca della matrice
Puck ([6])	1998	$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{S_{21}}\right)^2 + \left(\frac{1-p_{\perp}^{(+)}}{S_{21}}Y_T\right)^2\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2} + p_{\perp}^{(+)}\frac{\sigma_2}{S_{21T}} \geq 1 - \sigma_1 - \sigma_{1D} $	$p_{\perp}^{(+)} = -\left(\frac{d\tau_{21}}{d\sigma_2}\right)_{\sigma_2=0}$ σ_{1D} = valore di stress per degradazione lineare
Cuntze ([11])	2004	$\frac{[I_2 + \sqrt{I_4}]}{2Y_T} \geq 1$	$I_2 = \sigma_2 + \sigma_3$ $I_4 = (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2$
LaRC04 ([9])	2005	$(1-g)\left(\frac{\sigma_2}{Y_{Tis}}\right) + g\left(\frac{\sigma_2}{Y_{Tis}}\right)^2 + \frac{\Lambda_{23}^0\tau_{23}^2 + \chi(\gamma_{12})}{\chi(\gamma_{12is}^u)} \geq 1$	Per il significato dei termini riferirsi a ([9]) $g = \frac{G_{IC}}{G_{IIC}}$
Maimì ([10])	2007	$\sqrt{(1-g)\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right) + g\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2} \geq 1$ se $\sigma_2 > 0$ $\frac{\langle \tau_{12}^m + \eta_{12}\sigma_2 \rangle}{S_{12}} \geq 1$ se $\sigma_2 < 0$	$g = \frac{G_{IC}}{G_{IIC}}$ $\eta_{12} = -\frac{S_{12} \cos 2\alpha_0}{Y_C \cos^2 2\alpha_0}$ $\alpha_0 = 53^\circ$

Tabella 2.4: Criteri di resistenza per rottura delle matrici in compressione

Critero	Anno	Equazione	Note
Massima sollecitazione		$\sigma_2 \geq Y_T$	
Massima deformazione		$\varepsilon_2 \geq \varepsilon_{2T}$	
Hashin 2D ([4])	1980	$\frac{\sigma_2}{Y_C} \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] + \left(\frac{\sigma_2}{2S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 \geq 1$	
Chang-Lessard ([8])	1991	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{Y_C} \right)^2 + \frac{\tau_{12}^2 / 2G_{12} + \frac{3}{4} \alpha \tau_{12}^2}{S_{12_{is}}^2 / 2G_{12} + \frac{3}{4} \alpha S_{12_{is}}^2}} \geq 1$	α definito dalla legge di taglio non lineare: $\gamma_{12} = \left(\frac{1}{G_{12}} \right) \tau_{12} + \alpha \tau_{12}^2$
Puck 2D ([6])	1998	<ul style="list-style-type: none"> Modo B, $\theta_{fp} = 0^\circ$ $\frac{1}{S_{21}} \left(\sqrt{\tau_{21}^2 + (p_{\perp\perp}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{\perp\perp}^{(-)} \sigma_2 \right) \geq 1 - \left \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} \right$ Valido per $\sigma_2 < 0$ e $0 \leq \left \frac{\sigma_2}{\tau_{21}} \right \leq \frac{R_{\perp\perp}^A}{ \tau_{21c} }$ Modo C, $\theta_{fp} \neq 0^\circ$ $\left[\left(\frac{\tau_{21}}{2(1+p_{\perp\perp}^{(-)} S_{21})} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_C} \right) \frac{Y_C}{(-\sigma_2)} \right] \geq 1 - \left \frac{\sigma_1}{\sigma_{1D}} \right$ Valido per $\sigma_2 < 0$ e $0 \leq \left \frac{\tau_{21}}{\sigma_2} \right \leq \frac{ \tau_{21c} }{R_{\perp\perp}^A}$ 	$p_{\perp\perp}^{(+)} = - \left(\frac{d\tau_{21}}{d\sigma_2} \right)_{\sigma_2=0}$ $R_{\perp\perp}^A = \frac{Y_C}{\{2(1+p_{\perp\perp}^{(-)})\}}$ $p_{\perp\perp}^{(-)} = \frac{p_{\perp\perp}^{(-)} R_{\perp\perp}^A}{S_{21}}$
Cuntze ([11])	2004	$\frac{(b_{\perp}^{\tau} - 1)I_2}{Y_C} + \frac{(b_{\perp}^{\tau} I_4 + b_{\perp\perp}^{\tau} I_3)}{Y_C^2} \geq 1$	$I_2 = \sigma_2 + \sigma_3, I_3 = \tau_{31}^2 + \tau_{12}^2$ $I_4 = (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{23}^2$ $b_{\perp}^{\tau} = 1, b_{\perp\perp}^{\tau}$ equazione in [11]
LaRC04 ([9])	2005	Per $\sigma_1 \geq -Y_C$: $\left(\frac{\tau_{23}^{\alpha}}{S_{23} - \eta_{23} \sigma_n^m} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^{\alpha}}{S_{12_{is}} - \eta_{23} \sigma_n} \right)^2 \geq 1$ Per $\sigma_1 < -Y_C$: $\left(\frac{\tau_{23}^m}{S_{23} - \eta_{23} \sigma_n^m} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^m}{S_{12_{is}} - \eta_{12} \sigma_n^m} \right)^2 \geq 1$	$\sigma_n, \tau_{23}^{\alpha}, \tau_{12}^{\alpha}$ stress nel piano della frattura (angolo α) $\sigma_n^m, \tau_{23}^m, \tau_{12}^m$ stress nello scema di kinking $\alpha_0 = 53^\circ$ oppure dato sperimentale. $S_{23} = Y_C \cos \alpha_0 \cdot \left(\frac{\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0}{\tan 2\alpha_0} \right)$ $\eta_{23} = -\frac{1}{\tan 2\alpha_0}, \eta_{12} = \eta_{23} S_{12} S_{23}$
Maimì ([10])	2007	$\sqrt{\left(\frac{\tau_{23_{eff}}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12_{eff}}}{S_{12}} \right)^2} \geq 1$	$\alpha_0 = 53^\circ, \theta = \arctan \left(-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}} \sin \alpha_0 \right)$ $\tau_{23_{eff}} = \langle -\sigma_{22} \cos \alpha_0 (\sin \alpha_0 - \eta_{23} \cos \alpha_0 \cos \theta) \rangle$ $\tau_{12_{eff}} = \langle \cos \alpha_0 (\tau_{12} + \eta_{12} \sigma_{22} \cos \alpha_0 \sin \theta) \rangle$ $\eta_{23} = -\frac{1}{\tan 2\alpha_0}, \eta_{12} = -\frac{S_{12} \cos 2\alpha_0}{Y_C \cos^2 2\alpha_0}$ $S_{23} = Y_C \cos \alpha_0 \cdot \left(\frac{\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0}{\tan 2\alpha_0} \right)$

2.4.3 Rottura per taglio

I criteri di rottura sviluppati per predire rotture a taglio nel piano del laminato sono sintetizzati in Tabella 2.5. Hashin propose un criterio quadratico sviluppato successivamente da altri autori per incorporare termini di taglio non lineari (Chang-Lessard, [8]) o la densità di cricca della matrice (Shahid-Chang, [13]).

Tabella 2.5: Criteri di resistenza per rottura a taglio

Criterio	Anno	Equazione	Note
Massima sollecitazione		$\tau_{12} \geq S_{12}$	
Massima deformazione		$\gamma_{12} \geq \gamma_{12}^u$	
Hashin 2D ([4])	1980	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1$	
Chang-Lessard ([8])	1991	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{X_C}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2/2G_{12} + \frac{3}{4}\alpha\tau_{12}^2}{S_{12is}^2/2G_{12} + \frac{3}{4}\alpha S_{12is}^2}} \geq 1$	α definito dalla legge di taglio non lineare: $\gamma_{12} = \left(\frac{1}{G_{12}}\right)\tau_{12} + \alpha\tau_{12}^2$
Ladeveze ([12])	1992	Uso di d_{12} , $\bar{\Psi}_{12}$ e di $\bar{\Psi}_2$ per indicare il danno: Failure avviene se $d_{12} \geq 1$ oppure se $\bar{\Psi}_2 \geq \Psi_{2max}$ dove $d_{1,12} = \frac{\langle \bar{\Psi}_{1,12} - \Psi_{1,12init} \rangle_+}{\Psi_{1,12crit}}$; $\bar{\Psi}_{12}(t) = \sqrt{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}(1-d_{12})^2}} + b\bar{\Psi}_2(t)$ $\bar{\Psi}_2(t) = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{E_2(1-d_2)^2}}$; $\bar{\Psi}_{12} = \max \bar{\Psi}_{12}(t)$	$\langle a \rangle_+ = a$ se $a \geq 0$ $\langle a \rangle_+ = 0$ se $a < 0$ $\bar{\Psi}_{2init,crit,max}$, b = parametri del materiale ottenuti da test a trazione su provini [±67.5] _{2s} $\bar{\Psi}_{12init}$, $\bar{\Psi}_{12crit}$ = parametri del materiale ricavati da test ciclici su coupon [±45] _{2s}
Shahid-Chang ([13])	1995	$\left(\frac{\bar{\sigma}_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\tau}_{12}}{S_{12}(\phi)}\right)^2 \geq 1$	$\bar{\sigma}$ = stress effettivo ϕ = densità di cricca della matrice
Cuntze ([11])	2004	$\frac{[I_3^{3/2} + b_{\perp\parallel}(I_2I_3 - I_5)]^{1/3}}{S_{12}} \geq 1$	$I_2 = \sigma_2 + \sigma_3$ $I_3 = \tau_{31}^2 + \tau_{12}^2$ $I_5 = (\sigma_2 - \sigma_3)(\tau_{31}^2 + \tau_{12}^2) - 4\tau_{23}\tau_{31}\tau_{12}$ $b_{\perp\parallel} = 0.1$ oppure equazione in [11]

2.4.4 Failure della ply

Diversi autori hanno proposto dei criteri per predire in senso generale la rottura di una lamina intera. In questi criteri la distinzione tra i modi specifici di rottura non è presa in considerazione e i dati di resistenza del materiale sono usati per creare una superficie di rottura nel piano delle

sollecitazioni. I criteri di resistenza per determinare la failure della singola lamina sono sintetizzati in Tabella 2.6 e sono applicati abbastanza frequentemente laddove i problemi derivanti dalla presenza di delaminazioni possono essere trascurati. Questa categoria di criteri, ad esempio quello proposto da Tsai-Wu, sono spesso criticati per la carenza di una base fenomenologica valida e per il fatto che trovano origine in teorie inizialmente proposte per metalli. E' da notare però che tali criteri, comunemente utilizzati nelle industrie aeronautiche e disponibili in tutti i codici commerciali, hanno dimostrato di fornire risultati caratterizzati da un'accuratezza paragonabile a quella ottenuta con le teorie che tengono conto dei vari modi di rottura.

Tabella 2.6: Criteri di rottura per determinare failure della ply

Critério	Anno	Equazione	Note
Tsai-Hill ([14]) ([15])	1965	$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} \geq 1$	X e Y sono la resistenza a trazione o a compressione a seconda dei segni di σ_1 e σ_2
Hoffman ([16])	1967	$\left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}\right)\sigma_2 + \frac{\sigma_1^2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X_T X_C} \geq 1$	
Tsai-Wu ([17])	1971	$\left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}\right)\sigma_2 + \frac{\sigma_1^2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + 2f_{12}\sigma_1\sigma_2 \geq 1$	$f_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{X_T X_C Y_T Y_C}}$
Theocaris ([18])	1992	$\frac{\sigma_1^2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X_T X_C} + \left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}\right)\sigma_2 \geq 1$	Valido nel caso di stress piano e per materiali trasversalmente isotropi
Yeh ([19])	1994	$\frac{\sigma_i}{A_i} + \frac{\sigma_j}{A_j} + B_{ij}\sigma_{ij} + \frac{\tau_{ij}^2}{C_{ij}} \geq 1$ in ogni quadrante dello spazio dello stress Ad esempio nel piano 1-2 $\frac{\sigma_1}{X} + \frac{\sigma_2}{Y} + B_{12}\sigma_{12} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{12}} \geq 1$	X e Y sono la resistenza a trazione o a compressione a seconda dei segni di σ_1 e σ_2 B_{12} parametro che varia a seconda del quadrante

2.4.5 Modellazione numerica del danno

A causa della complessa natura dei laminati compositi, l'innescò di un danno non necessariamente conduce alla failure definitiva del componente. Diventa quindi necessario dal punto di vista numerico tener conto in qualche modo della "caduta di prestazione" causata dal danno allo scopo di predire accuratamente il comportamento del materiale. Numerosi modelli sono stati sviluppati per rappresentare i vari meccanismi di danneggiamento e molti di essi sono usati unitamente ai criteri di resistenza presentati in precedenza.

In sostanza, la metodologia di **danneggiamento progressivo** (*progressive failure analysis*) cerca di rappresentare l'accumulo di danni in laminati compositi riducendo selezionate proprietà della

lamina. Il diagramma di flusso tipico di un'analisi numerica non lineare di danneggiamento progressivo è mostrato in Figura 2.4.

La struttura è caricata gradualmente fino al soddisfacimento del criterio di rottura utilizzato. Se si verifica questa condizione, una o più proprietà della lamina, individuate in accordo al modo di rottura che si è verificato, sono ridotte utilizzando delle leggi di degradazione (es. coefficienti di abbattimento) per simulare la perdita della capacità di sostenere il carico in una certa direzione. Di solito la proprietà che si abbatte è la rigidità.

Sebbene la procedura appena descritta sia molto semplice, questa si presta molto bene a descrivere la natura quasi fragile dei materiali compositi ed è stata impiegata con risultati soddisfacenti da molti ricercatori. La semplicità sta nel fatto che gli input richiesti all'analista sono semplicemente i valori di resistenza del materiale che compaiono all'interno del criterio di resistenza utilizzato.

Tuttavia vale la pena sottolineare alcune limitazioni di questo tipo di approccio. Stante l'abbondanza di criteri di resistenza utilizzati per predire l'innesco del danno c'è il rischio di utilizzarli in maniera arbitraria o incorretta e di utilizzare i fattori di abbattimento delle proprietà per "aggiustare" i risultati.

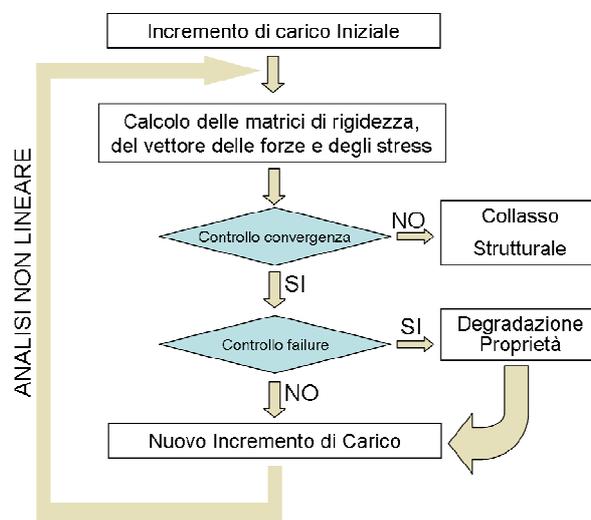


Figura 2.4: Tipico diagramma di flusso di una progressive failure analysis.

2.5. Danni interlaminari

Quando si parla di danni interlaminari ci si riferisce principalmente alla formazione di delaminazioni, ossia di separazioni di lamine adiacenti. Nel paragrafo 2.5.1 si descriveranno i criteri di resistenza proposti per predire l'iniziazione della delaminazione. Nei paragrafi 2.5.2 e 2.5.3 si descriveranno invece il metodo della VCCT e il modello della zona coesiva che rappresentano le principali tecniche numeriche per simulare la crescita della delaminazione.

2.5.1 Criteri di rottura per delaminazione

Un numero elevato di criteri, sintetizzati in Tabella 2.7, sono stati sviluppati per predire l'iniziazione di delaminazioni. In questi criteri i valori delle sollecitazioni all'interno di una lamina o all'interfaccia tra due lamine sono confrontati con valori di resistenza del materiale. Nella maggior parte dei criteri, l'iniziazione della delaminazione è attribuita dalla sollecitazione normale fuori dal piano (σ_3) e dalle componenti di taglio τ_{23} e τ_{31} combinati in maniera quadratica o lineare. In alcuni criteri si utilizza anche lo stress in direzione delle fibre (σ_1). Nell'approccio di Winsom, infine, si fa uso degli stress principali.

Tabella 2.7: Criteri di resistenza per l'iniziazione di delaminazioni

Criterio	Anno	Equazione	Note
Massima sollecitazione		$\sigma_3 \geq Z_T, \tau_{31} \geq S_{31}, \tau_{23} \geq S_{23}$	
Hashin ([4])	1980	$\left(\frac{\sigma_3}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{31}}{S_{31}}\right)^2 \geq 1$	
Lee ([20])	1982	$\sigma_3 \geq Z_T$ oppure $\sqrt{(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2)} \geq S_{23}$	
Ochoa ([21])	1987	$\left(\frac{\sigma_3}{Z_T}\right)^2 + \frac{\tau_{23}^2 + \tau_{31}^2}{S_{23}^2} \geq 1$	
Brewer ([22])	1988	$\left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{31}}{S_{31}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3^+}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3^-}{Z_C}\right)^2 \geq 1$	
Tsai ([23])	1997	$\frac{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3}{X_T^2} + \left(\frac{\sigma_3}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \geq 1$	
Tong ([23])	1997	$\frac{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3}{X_T^2} + \frac{\sigma_3}{Z_T} + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \geq 1$	
Degen ([23])	1997	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \geq 1$	
Degen-Tong ([23])	1997	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_3}{Z_T}\right) + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \geq 1$	
Norris ([23])	1997	$\frac{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3}{X_T X_C} + \left(\frac{\sigma_3}{Z_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \geq 1$	
Tong-Norris ([23])	1997	$\frac{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3}{X_T X_C} + \frac{\sigma_3}{Z_T} + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}}\right)^2 \geq 1$	
Wisnom ([24])	2001	$2.6\sigma_e^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 0.6\sigma_e(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$	

2.5.2 *Virtual Crack Closure Technique (VCCT) e criteri di crescita della delaminazione*

E' già stato ricordato come tra la propagazione della delaminazione e l'allargamento delle cricche nei materiali convenzionali esista una grossa similitudine ed è per questo che la teoria classica della meccanica della frattura è applicata per studiare il problema della crescita di delaminazioni. Il parametro fondamentale di controllo dell'integrità del materiale è l'ERR che se sul fronte della delaminazione supera un certo valore critico di soglia dà luogo alla propagazione della delaminazione. La tecnica più utilizzata per determinare in un'analisi numerica la distribuzione di ERR sul fronte della delaminazione è la Modified Virtual Crack Closure Technique (MVCCT).

La VCCT si basa sull'assunzione che l'energia rilasciata da una delaminazione di dimensione a quando essa diventa di dimensione $a+\Delta a$ è uguale al lavoro richiesto per chiudere la delaminazione stessa da $a+\Delta a$ ad a . Riferendoci al caso dimensionale di Figura 2.5, questo lavoro può essere valutato eseguendo due analisi: la prima necessaria per determinare la distribuzione delle sollecitazioni subito dopo l'apice della cricca nella configurazione (a) ovvero prima della propagazione, la seconda mirata a calcolare gli spostamenti nella configurazione (b) ovvero quella con il fronte della delaminazione esteso da a ad $a+\Delta a$.

Il lavoro in questione è dunque fornito dall'espressione:

$$W = \frac{1}{2} \int_a^{a+\Delta a} \sigma^{(a)}(x) \delta^{(b)}(x) dx \tag{2.2}$$

dove $\delta^{(b)}(x)$ è lo spostamento a monte dell'apice della cricca calcolato nella configurazione post-propagazione e $\sigma^{(a)}(x)$ è lo stress a valle dell'apice della cricca calcolato nella configurazione pre-propagazione.

Così come è impostata, la VCCT prevede che si effettuino due differenti analisi per le due differenti configurazioni geometriche rispettivamente per determinare la distribuzione delle sollecitazioni e quella degli spostamenti.

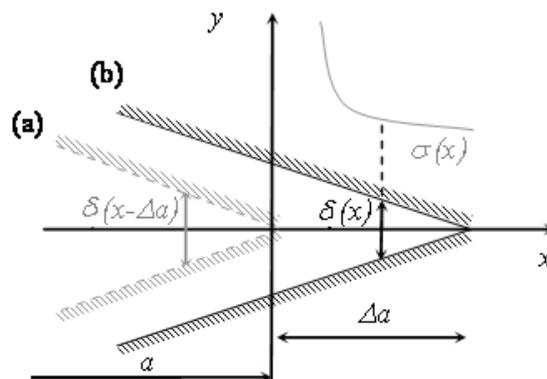


Figura 2.5: Modified Virtual Crack Closure Technique (MVCCT).

Per rendere il calcolo più snello, nella versione modificata della VCCT, cioè nella MVCCT, si assume che se Δa è abbastanza piccolo allora si può supporre che lo stato dell'apice della cricca non cambi notevolmente nel passare dalla configurazione (a) a quella (b). La (2.2) può quindi essere sostituita con:

$$W = \frac{1}{2} \int_a^{a+\Delta a} \sigma^{(a)}(x) \delta^{(a)}(x - \Delta a) dx \quad (2.3)$$

che prevede una sola analisi in quanto spostamenti e stress sono determinati con la stessa configurazione geometrica (a).

L'ERR può quindi essere calcolata come

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta a} \quad (2.4)$$

Combinando la (2.3) e (2.4) e considerando i soli contributi che partecipano ai tre modi di frattura fondamentali di Figura 2.2 è possibile ricavare l'espressione dell'ERR per ognuno dei modi:

$$\begin{aligned} G_I &= \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_a^{a+\Delta a} \sigma_{nn}^{(a)}(x) \delta_n^{(a)}(x - \Delta a) dx \\ G_{II} &= \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_a^{a+\Delta a} \sigma_{nt}^{(a)}(x) \delta_t^{(a)}(x - \Delta a) dx \\ G_{III} &= \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_a^{a+\Delta a} \sigma_{ns}^{(a)}(x) \delta_s^{(a)}(x - \Delta a) dx \end{aligned} \quad (2.5)$$

dove n rappresenta la direzione normale e t e s le due componenti di taglio nel piano.

Da queste espressioni è facile verificare come la tecnica della VCCT possa essere utilizzata esclusivamente per investigare la crescita di una delaminazione preesistente.

L'energia totale si può scrivere:

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (2.6)$$

Le espressioni che compaiono in (2.5) ricavate per un modello continuo, devono essere riportate alla struttura discretizzata di un modello FEM. Esistono in letteratura ([25]) varie formule per il calcolo di G_I , G_{II} e G_{III} che dipendono dal tipo di elemento utilizzato nell'analisi (shell 4 nodi, brick 20 nodi, etc.).

Ad esempio per elementi solidi a 8 nodi, riferendoci alla Figura 2.6, le espressioni numeriche per G_I , G_{II} e G_{III} sono date da:

$$G_I = \frac{1}{2\Delta A} (P_z^{Li} \Delta u_z^{Li})$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta A} (P_x^{Li} \Delta u_x^{Li}) \quad \text{con } \Delta A = \Delta a \cdot b \quad (2.7)$$

$$G_{III} = \frac{1}{2\Delta A} (P_y^{Li} \Delta u_y^{Li})$$

dove P_z^{Li} ad esempio denota la componente fuori dal piano della forza nodale agente nel nodo Li , ovvero quello identificato dall'intersezione della riga L e della colonna i situata sul fronte della delaminazione. Gli spostamenti invece vengono valutati alla colonna l , ovvero appena prima del fronte della delaminazione.

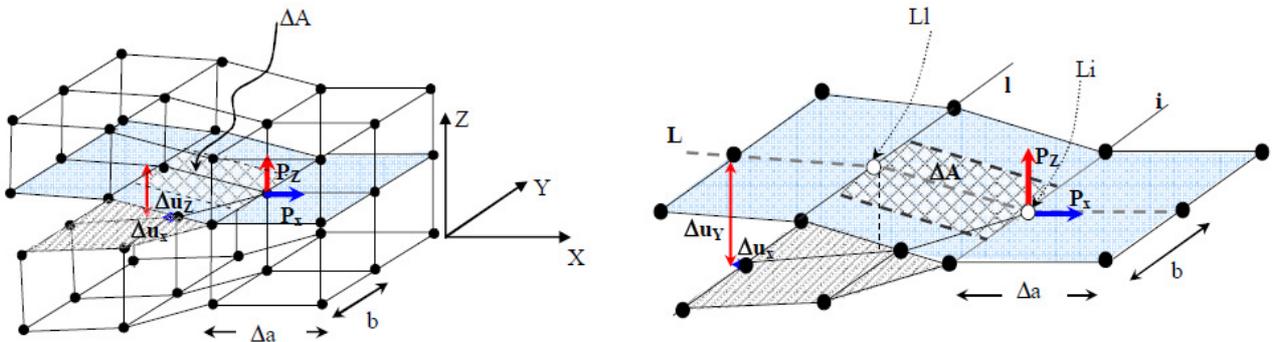


Figura 2.6: MVCCT per elementi solidi a 8 nodi.

Quando la struttura analizzata è simulata con un modello FEM 3D, la delaminazione è rappresentata da una discontinuità tra due superfici: i nodi che giacciono sulla superficie della delaminazione preesistente, appartenenti a elementi shell o solidi adiacenti, non sono connessi l'uno con l'altro consentendo quindi la separazione delle due superfici. A valle del fronte della delaminazione, invece, sono stabilite delle connessioni tra i nodi adiacenti che possono essere rilasciate quando un determinato criterio di crescita della delaminazione è verificato.

Dunque una volta che la MVCCT ha reso noto la distribuzione di energia di rilascio unitaria sul fronte delaminazione, occorre selezionare un criterio di crescita della delaminazione che sono stati sintetizzati in Tabella 2.8. Questi criteri sono tutti basati sui concetti di meccanica della frattura e combinano le componenti dell'Energy Release Rate (G) con i rispettivi valori critici di soglia (G_c) nelle tre direzioni dei modi fondamentali di frattura. In questi criteri G_T rappresenta l'energia di rilascio totale calcolata come in (2.6). E' interessante notare come la componente G_{III} sia trattata diversamente dagli autori. Alcuni infatti trascurano questa componente oppure hanno formulato una teoria 2D considerando solo il modo I e modo II. Un altro approccio è quello di combinare le

componenti del modo II e del modo III in un'unica componente di taglio. L'esistenza di questi diversi approcci è dovuta alla difficoltà che ancora oggi si ha nel caratterizzare il puro modo III nei test sperimentali e all'assenza di standard affidabili per investigare la crescita di cricche in condizioni di modo combinato I-III o II-III.

Tabella 2.8: Criteri di crescita della delaminazione

Critero	Anno	Equazione	Note
Modo singolo		$G_I \geq G_{Ic}, G_{II} \geq G_{IIc}, G_{III} \geq G_{IIIc}$	
Hahn ([26])	1981	$G_T \geq G_{IIc} - (G_{IIc} - G_{Ic}) \sqrt{\frac{G_I}{G_{Ic}}}$	
Power Law ([27])	1984	$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^m + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^n + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}}\right)^p$	$m, n, e p$ parametri di correlazione con curve sperimentali
White ([28])	1987	$G_T \geq (G_{IIc} - G_{Ic}) e^{\eta \sqrt{\frac{1}{(G_{II}/G_I)}}$	η parametro di correlazione con curve sperimentali
Yan ([29])	1991	$G_T \geq G_{Ic} + \rho \frac{G_{II}}{G_I} + \tau \left(\frac{G_{II}}{G_I}\right)^2$	ρ, τ parametri di correlazione con curve sperimentali
B-K ([30])	1996	$G_T \geq G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left[\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \right]^\eta$	η parametro di correlazione con curve sperimentali

Uno dei criteri più utilizzato è quello della “power law” nella sua versione lineare ($m=n=p=1$) e in quella quadratica ($m=n=p=2$).

Un altro approccio abbastanza convalidato è quello proposto da Benzeggagh e Kenane ([30]), illustrato in Figura 2.7. Loro proposero di plottare la curva della soglia di tenacità a frattura G_c in funzione del rapporto G_{II}/G_T , ovvero del rapporto rappresentativo di quanto il modo II incide sulla frattura della cricca.

Questa curva è ottenuta per punti:

- Attraverso un Double Cantilever Beam (DCB) test si determina la soglia di tenacità a frattura G_c nel caso di puro modo I, cioè $G_{II}/G_T = 0$.
- Attraverso un End Notched Flexure (ENF) test a 4 punti si determina la soglia di tenacità a frattura G_c nel caso di puro modo II, cioè $G_{II}/G_T = 1$.
- Attraverso vari Mixed Mode Bending (MMB) test si determina la soglia di tenacità a frattura G_c per vari valori del rapporto G_{II}/G_T .

I punti vengono poi uniti utilizzando una semplice espressione matematica ed adottando il parametro η come parametro di correlazione:

$$G_T \geq G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) \left[\frac{G_{II}}{G_T} \right]^\eta \quad (2.8)$$

In questo criterio, noto come criterio B-K, si assume che la delaminazione cresce quando per un dato valore del rapporto G_{II}/G_T , l'energia unitaria di rilascio calcolata, G_T , eccede la corrispondente soglia di tenacità a frattura.

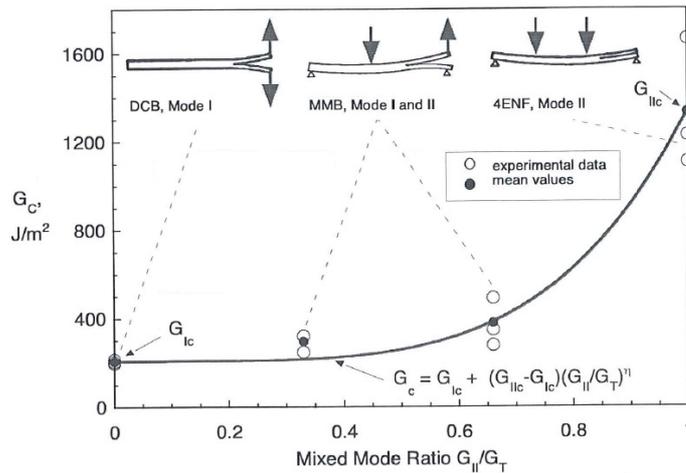


Figura 2.7: Criterio di frattura B-K.

2.5.3 Elementi coesivi di interfaccia

Un approccio alternativo alla VCCT per simulare la crescita di delaminazioni in materiali compositi consiste nell'utilizzo di elementi coesivi di interfaccia inseriti tra lamine adiacenti di un laminato per rappresentare uno strato "danneggiabile" per modellare la delaminazione.

In generale, un elemento di interfaccia è in grado di trasmettere le forze tra le due sottostrutture collegate (ad es. tra due lamine) fino al raggiungimento di un determinato criterio. Dopodiché le proprietà di rigidità dell'elemento vengono degradate permettendo la completa separazione delle 2 parti.

Il comportamento di un elemento coesivo è dettato dalla relazione costitutiva che lega lo spostamento relativo (Δ) delle due parti connesse con la forza di trazione (τ) che si genera fra esse.

La relazione costitutiva è dunque una legge del tipo $\tau_i = f(\Delta_i)$.

L'utilizzo di un approccio coesivo per simulare la crescita di un difetto è schematizzato in Figura 2.8, dove è anche definita la "zona coesiva". Il punto 1 coincidente con l'apice del difetto si oppone all'apertura non essendo ancora degradate le proprietà di rigidità dell'elemento coesivo. Nel punto 2 gli stress all'interfaccia raggiungono i valori di resistenza ammissibili e la rigidità dell'elemento coesivo comincia a degradarsi. All'aumentare dello spostamento relativo tra le due parti si

raggiunge il punto 4 caratterizzato dal fatto che in quel punto il modello coesivo non è più in grado di resistere alla separazione delle parti.

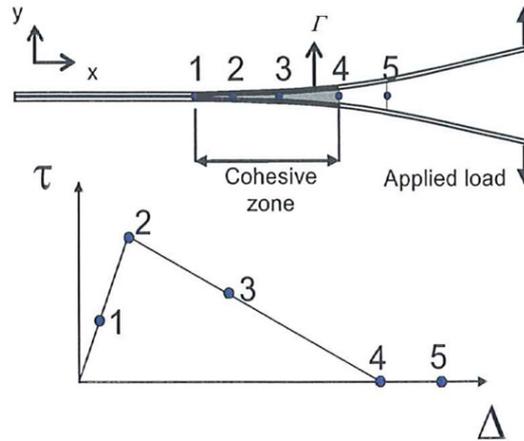


Figura 2.8: zona coesiva in prossimità dell'apice della cricca.

Un aspetto fondamentale nella formulazione del modello costitutivo è il fatto che l'energia dissipata per propagare il danno deve essere uguale alla soglia di tenacità a frattura del materiale, ossia:

$$\int_0^{\Delta_{if}} \tau_i d\Delta_i = G_C \quad (2.9)$$

In questo senso, gli elementi d'interfaccia combinano i criteri basati sulla resistenza del materiale per quanto riguarda l'iniziazione del danno e criteri di meccanica della frattura per quanto riguarda la sua propagazione.

Esistono diversi modelli costitutivi per definire il comportamento della zona coesiva. Essi sono illustrati in Figura 2.9.

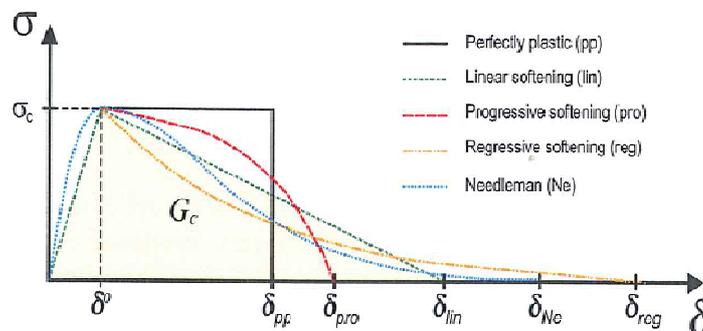


Figura 2.9: Modelli costitutivi per la zona coesiva.

Di solito, per quanto riguarda la seconda parte del modello costitutivo, cioè la parte di curva che descrive il graduale danneggiamento, si utilizza una legge lineare (linear softening).

Se il carico applicato è di puro modo I, II o III, allora dopo che le sollecitazioni interlaminari normali e a taglio raggiungono il loro corrispondente valore limite di resistenza, la rigidità dell'elemento coesivo è gradualmente ridotta a zero. L'area sottesa alla curva stress-spostamento relativo corrisponde all'energia critica di frattura di ciascun modo:

$$\int_0^{\Delta_{1f}} \tau_1 d\Delta_1 = G_{IC}$$

$$\int_0^{\Delta_{2f}} \tau_2 d\Delta_2 = G_{IIc}$$

$$\int_0^{\Delta_{3f}} \tau_3 d\Delta_3 = G_{IIIc}$$
(2.10)

Le proprietà richieste dall'analisi per definire il comportamento coesivo sono la rigidità elastica iniziale, l'energia di frattura critica G_{IC} , G_{IIc} e G_{IIIc} , e le proprietà di resistenze interlaminari.

Nel caso in cui il carico non sia di puro modo I, II o III ma misto, la formulazione del modello costitutivo è alquanto più complessa perché è necessario definire un criterio di attivazione del danno (ad esempio quelli in Tabella 2.8) che tenga conto delle interazioni tra le tre componenti dell'ERR.

Un importante requisito per l'uso degli elementi coesivi nella simulazione della frattura è avere almeno tre elementi coesivi nella zona degradata (softening zone). Questo requisito generalmente richiede l'utilizzo di mesh molto fini in prossimità dell'apice della cricca.

L'uso di elementi coesivi, a differenza di approcci basati completamente sulla meccanica della frattura, non richiede la presenza di un difetto iniziale all'interno del modello FEM. Di contro, l'utilizzo di elementi coesivi richiede la conoscenza delle proprietà di resistenza interlaminari che sono molto difficile da determinare o da trovare in letteratura.

2.6. Codici FEM per analisi di danneggiamento

Generalmente i codici a elementi finiti sono raggruppati in due categorie, impliciti ed espliciti, che si differenziano principalmente per il metodo utilizzato per risolvere l'equazione di equilibrio (2.11) a ogni istante temporale.

$$F(t) = m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t)$$
(2.11)

Nel metodo implicito, la soluzione al tempo $t+\Delta t$, in termini di campo di spostamenti u , è predetta utilizzando la stessa soluzione al tempo $t+\Delta t$ e la soluzione che è stata trovata all'istante temporale precedente, ovvero la soluzione al tempo t . A causa della natura dell'equazione risolutiva si rende

necessario quindi assegnare delle soluzioni di tentativo e utilizzare procedure iterative (es. metodo di Newton-Raphson) accompagnate da controlli di convergenza. Inoltre, sempre a causa della natura dell'equazione risolutiva, a ogni istante temporale dell'analisi è necessario invertire la matrice di rigidezza della struttura, operazione numericamente molto onerosa dal momento che la matrice di rigidezza non è diagonale. Il grosso vantaggio del metodo di integrazione implicita è costituito dal fatto di essere un metodo incondizionatamente stabile, cioè il passo d'integrazione può essere arbitrario almeno per analisi lineari, mentre per quelle non lineari il passo d'integrazione deve essere ridotto per facilitare la convergenza dell'analisi.

Nel metodo esplicito, la soluzione al tempo $t+\Delta t$, in termini di campo di spostamenti u , è predetta utilizzando solo la soluzione che è stata trovata all'istante temporale precedente, ovvero al tempo t (procedure iterative non necessarie). Inoltre, nel risolvere l'equazione al tempo $t+\Delta t$, non è richiesta l'inversione della matrice di rigidezza. Per questi motivi il metodo esplicito è considerato numericamente più efficiente, tuttavia, esso è limitato dal fatto di essere stabile solo se per passi temporali molto piccoli che lo rendono utilizzabile solo per simulare eventi di durata molto breve (Es. crash impact, impatti a bassa velocità, etc.).

In definitiva, i codici espliciti trovano applicazione per analisi strutturali di tipo dinamico mentre quelli impliciti sono largamente impiegati per problemi statici (Figura 2.10).

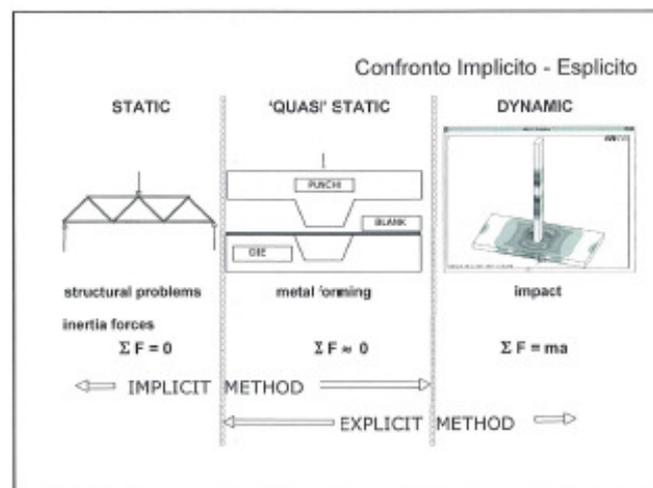


Figura 2.10: Applicazioni dei codici impliciti ed espliciti per analisi strutturali.

3. RESISTENZA ALL'IMPATTO

In questo capitolo verrà affrontato la tematica della resistenza all'impatto (*impact resistance*), ovvero lo studio del danneggiamento indotto in laminati compositi da impatti con oggetti esterni e dei fattori che lo influenzano. Saranno anche presentati dei metodi semplici ma efficaci per la predizione del danno da impatto e della resistenza residua post-impatto.

Attraverso numerosi studi sperimentali si è raggiunto ormai un certo grado di comprensione relativamente allo sviluppo del danno da impatto, dei modi di rottura coinvolti e dei vari fattori che influenzano le dimensioni dell'area danneggiata. In questo capitolo saranno discusse alcune tra le più comuni procedure di test di impatto. Saranno anche presentate alcune tecniche sperimentali ampiamente descritte in letteratura per il rilevamento del danno da impatto e della sua mappatura, cioè della sua distribuzione all'interno della struttura. L'obiettivo non è fornire una dettagliata descrizione di queste tecniche ma quella di descriverle brevemente per dare un'idea generale del loro utilizzo e delle loro capacità.

Al fine di progettare strutture resistenti al danno e di sviluppare modelli predittivi accurati risulta importante comprendere a pieno il processo di iniziazione del danno, la sua evoluzione e l'identificazione dei parametri più significativi che governano il fenomeno. Queste tematiche saranno approfondite in questo capitolo.

3.1. Test d'impatto

Esistono in letteratura un certo numero di procedure sperimentali atte a simulare l'impatto reale con un oggetto esterno (proiettile). L'energia cinetica d'impatto è un parametro importante da considerare ma diversi altri fattori influenzano la risposta della struttura. Un corpo con una massa grande e con una bassa velocità iniziale potrebbe non causare lo stesso danneggiamento di un corpo di massa piccola ed elevata velocità, anche se l'energia cinetica dei due corpi è la stessa. Infatti, nel primo caso l'impatto potrebbe indurre una risposta globale della struttura mentre nel secondo caso la risposta potrebbe essere localizzata in una piccola regione in prossimità del punto d'impatto. Dunque, la selezione della più appropriata procedura sperimentale per testare la risposta di una struttura ad un evento tipo impatto deve essere fatta con attenzione per assicurare che le condizioni di prova siano quanto più possibili simili alle condizioni d'impatto che si verificano sulla struttura in esame.

Ad oggi, due tipologie di test sono effettuate dalla maggior parte dei ricercatori: il cannone a gas ([31][32]) e il test di caduta verticale ([33][34]). Durante il decollo o l'atterraggio di un velivolo, alcuni componenti strutturali possono essere impattati da detriti che si trovano sulla pista; questa

situazione, con impatti con oggetti di massa piccola ad elevata velocità, è ben riprodotta facendo uso dei cannoni a gas. Invece la caduta accidentale di oggetti di dimensioni e peso significativi ma a bassa velocità (ad esempio caduta di utensili durante le operazioni di manutenzione o di manufacturing) è meglio riprodotta con un test di caduta verticale.

In un apparato di prova tipico di un cannone a gas, l'aria viene compressa ad elevatissime pressioni per poi essere rilasciata attraverso opportuni meccanismi, andando così ad azionare il proiettile la cui velocità viene misurata qualche istante prima dell'impatto con il campione di prova attraverso sensori di velocità.

Gli apparati per test di caduta verticale sono usati abbastanza estensivamente e consistono in un impattatore di forma solitamente emisferica rilasciato da una certa altezza per generare l'energia di impatto desiderata. Di solito, un sensore attiva un dispositivo meccanico progettato per evitare che l'impattatore rimbalzi più volte sul provino.

3.2. Morfologia del danno indotto da impatti a bassa velocità

Per impatti che non si traducono in una completa penetrazione dell'oggetto impattato, gli studi sperimentali indicano che il danno prodotto consiste in delaminazioni, cricche all'interno della matrice e rottura di fibre. Le delaminazioni in particolare rappresentano il problema principale in quanto riducono drasticamente la resistenza del laminato. Diversi studi sperimentali, coerentemente fra di loro, riportano che le delaminazioni si formano esclusivamente all'interfaccia tra lamine orientate in maniera diversa mentre se due lamine adiacenti hanno la stessa orientazione nessuna delaminazione sarà introdotta all'interfaccia. Per un laminato impattato sulla sua superficie superiore, all'interfaccia tra lamine orientate diversamente, l'area delaminata ha una forma generalmente oblunga che ricorda quella di un'arachide con l'asse maggiore orientato secondo la direzione delle fibre della lamina sottostante come mostrato schematicamente in Figura 3.1.

Tuttavia, è da notare che le forme assunte dalle delaminazioni sono spesso abbastanza irregolari e che la loro orientazione diventa piuttosto difficile da accertare.

L'area delaminata è di solito plottata in funzione dell'energia cinetica di impatto ([35]-[37]). Per bassi valori dell'energia l'area delaminata risulta identicamente nulla; superato un valore critico di soglia, la dimensione dell'area delaminata aumenta linearmente con l'energia di impatto. La dimensione della delaminazione di solito è definita come l'area danneggiata misurata dalla scansione ad ultrasuoni (C-Scan). In generale, le delaminazioni si formano a diverse interfacce e le scansioni ad ultrasuoni forniscono una proiezione di tutte queste superfici danneggiate su un singolo piano.

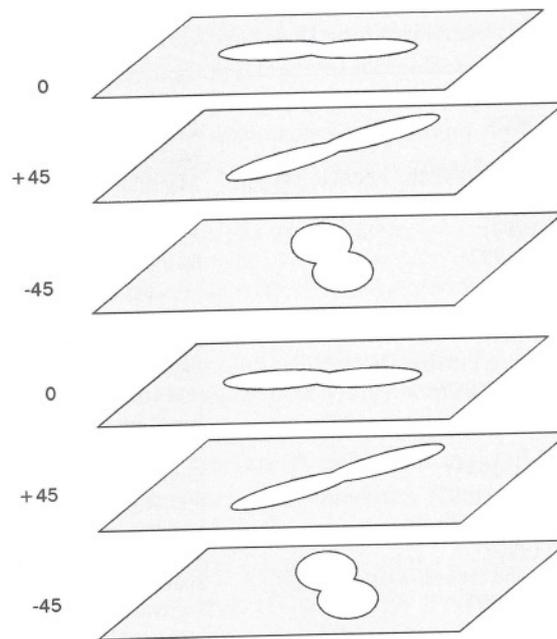


Figura 3.1: Orientazione delle delaminazioni.

Il valore di soglia critico dell'energia in grado di innescare la delaminazione è difficile da determinare sperimentalmente a causa dello sparpagliamento dei dati sperimentali. Per questo motivi sono necessari un numero cospicuo di test. Diversi studi indicano che il danno è introdotto quando la forza di contatto tra i corpi che impattano raggiunge un certo valore critico [38]. Il valore critico di soglia della forza corrisponde alla prima discontinuità nella curva forza-tempo ottenuta durante il test. I valori di soglia ottenuti da diversi provini risultano molto ripetitivi per cui questo valore può essere determinato con un singolo test.

A seguito di un impatto, all'interno della matrice si formano varie cricche disposte secondo uno schema complesso difficilmente prevedibile. Tuttavia, non è importante predire correttamente questa formazione di cricche dal momento che queste non contribuiscono in maniera significativa alla riduzione delle proprietà del laminato. In ogni caso, il processo di danneggiamento è iniziato da queste cricche che poi inducono delaminazioni all'interfaccia tra lamine adiacenti.

La morfologia del danno dipende molto dallo spessore del laminato. Per laminati spessi, le cricche nella matrice si formano inizialmente nelle lamine poste dal lato dell'impattatore a causa di elevate e localizzate sollecitazioni di contatto. Il danno evolve poi dall'alto verso il basso risultando in uno schema a forma di albero di pino (Figura 3.2a). Per laminati sottili, invece, il danno parte dal lato opposto a quello impattato a causa delle elevate sollecitazioni di flessione che si generano. In questo

caso il danno evolve dal basso verso l'alto risultando in uno scema ad albero di pino capovolto (Figura 3.2b).

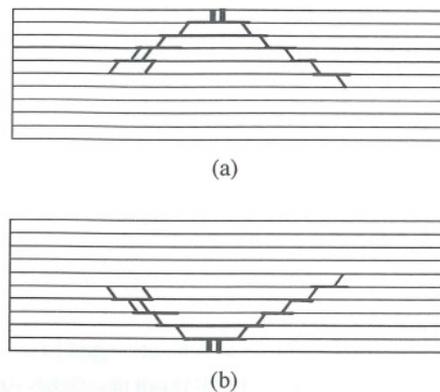


Figura 3.2: Evoluzione del danno per laminate spessi (a) e sottili (b).

3.3. Metodi sperimentali per la valutazione del danno

Molte tecniche sono state sviluppate per determinare l'estensione del danno indotto in strutture in composito. Il danno da impatto è interno e quindi difficilmente rilevato esaminando semplicemente la superficie del componente. Si ricorre pertanto a tecniche d'indagine che possono essere non distruttive per componenti che saranno riutilizzati dopo l'ispezione oppure distruttive utilizzate soprattutto per scopi di ricerca.

3.3.1 Tecniche non distruttive

I metodi di rilevamento di eventuali danni da impatto presenti sull'intera struttura sono necessari al fine di garantire la solidità strutturale della stessa. E' necessario determinare se il danno è presente, dove è posizionato e la sua estensione. Nei materiali compositi a matrice epossidica e fibre di vetro o di Kevlar, il danno da impatto può essere osservato usando un forte contrasto dal momento che queste tipologie di compositi appaiono trasparenti. La dimensione e la forma delle delaminazioni e la presenza di cricche della matrice possono essere rilevati mediante osservazione visiva.

I materiali compositi con fibre in carbonio, che sono quelli maggiormente utilizzati per applicazioni strutturali, risultano invece opachi e quindi l'approccio dell'ispezione visiva non può essere utilizzato. In questi casi per visualizzare il danno indotto da un impatto su un'area relativamente vasta si ricorre alla scansione ultrasonica o alla radiografia. Entrambi gli approcci forniscono un'immagine proiettata della zona danneggiata e sono molto utili per delineare l'estensione del danno ma molte informazioni caratteristiche dell'area danneggiata sono perse. Infatti con questi approcci non è possibile capire come le delaminazioni siano distribuite lungo lo spessore del componente, come sono orientate in ciascuna interfaccia e come sono connesse attraverso cricche

intralaminari. Queste informazioni sono necessarie per impostare modelli predittivi dello sviluppo del danno durante un impatto.

Tecniche di ispezione ultrasonica avanzate ([39],[40]) sono state sviluppate allo scopo di rilevare la distribuzione e le dimensioni delle delaminazioni lungo lo spessore del laminato.

Negli ultimi anni si è sviluppato anche un altro tipo di approccio basato sulla termografia ad infrarossi ([41],[42]). Un flusso termico è diretto in direzione normale al piano del laminato e la temperatura della superficie superiore del provino è analizzata usando una termocamera ad infrarossi. La presenza di delaminazioni genera gradienti nella distribuzione della temperatura che possono essere quindi facilmente rilevati. Tuttavia, mentre la posizione della delaminazione può essere accertata, risulta più complicato accertare le sue dimensioni.

3.3.2 Tecniche distruttive

Una mappa dettagliata del danno da impatto può essere ottenuta sezionando diverse strisce del materiale a diverse posizioni e orientazioni nell'intorno della zona impattata. Dopo una scrupolosa preparazione del provino, che viene inglobato in una resina epossidica e smerigliato con carta abrasiva, esami microscopici di ciascuna sezione sono usati per ricostruire la mappatura delle delaminazioni in ciascuna interfaccia e la presenza di cricche in ciascuna lamina.

3.4. Parametri che influenzano il danno da impatto

L'estensivo lavoro sperimentale condotto finora ha permesso di comprendere quali parametri influenzano maggiormente l'iniziazione e la crescita del danno da impatto. Le proprietà del materiale influenzano la rigidità della struttura e la rigidità di contatto e quindi influenzano in maniera significativa la risposta dinamica della struttura.

La soglia critica dell'energia di impatto è fortemente influenzata dalle proprietà della matrice ed è essenzialmente indipendente dalle proprietà delle fibre e della sequenza di laminazione. Alcuni studi sperimentali ([43][44]), condotti su 5 diversi materiali compositi caratterizzati dalla stessa matrice e 5 diverse tipologie di fibre, mostrarono che la soglia critica dell'energia era la stessa per tutti i materiali testati, indicando che l'iniziazione del danno è dominata dalle proprietà della matrice. La sequenza di laminazione e le proprietà del rinforzo non mostrarono un effetto misurabile sull'energia richiesta per innescare il danno. Il danno è iniziato dalla formazione di cricche nella matrice; quando una cricca raggiunge un'interfaccia tra due lamine adiacenti orientate diversamente è generata una delaminazione.

Per livelli di energia di impatto più alti, le proprietà delle fibre e della sequenza di laminazione cominciano a diventare importanti. Fibre con una deformazione a rottura più alta migliorano la resistenza all'impatto di strutture in composito per livelli alti di energia [45].

Lo spessore del laminato, la dimensione del componente e le condizioni al contorno sono altri fattori che controllano la rigidità dell'oggetto impattato e pertanto influiscono notevolmente sulla dinamica dell'impatto. La rigidità del componente influenza soprattutto il picco della forza di contatto e quindi a sua volta influenza l'estensione dell'area danneggiata. Per componenti caratterizzati da una bassa rigidità flessionale l'evoluzione del danno è quella già descritta in Figura 3.2b, mentre per quelli caratterizzati da un'elevata rigidità flessionale, l'evoluzione del danno è del tipo descritto in Figura 3.2a.

Le caratteristiche del proiettile, ovvero dell'oggetto che va ad impattare, la sua densità, le sue proprietà elastiche, la forma, la sua velocità e l'angolo d'impatto, rappresentano un altro insieme di parametri da tenere in considerazione. Nello studio sperimentale riportato in [46], un laminato composto da 32 lamine fu impattato da proiettili della stessa forma ma costituiti da due materiali diversi: alluminio e acciaio. Lo studio evidenziò che a parità di energia di impatto, il proiettile in acciaio produceva un'area danneggiata leggermente più grande rispetto al proiettile in alluminio. Questo risultato può essere giustificato dal fatto che l'acciaio ha un modulo di elasticità, e quindi una rigidità di contatto, più elevata rispetto all'alluminio. Ciò induce una forza di contatto più alta e che agisce su una zona di contatto più limitata.

Infine, non bisogna trascurare l'effetto della sequenza di laminazione, dello stato tensionale dell'oggetto impattato e delle condizioni ambientali (temperatura e umidità).

3.5. Predizione del danno

Il danneggiamento provocato da un impatto a bassa velocità su un componente in composito può essere estremamente debilitante particolarmente per la resistenza a compressione della struttura e può essere completamente invisibile all'occhio umano. Riconosciuta questa minaccia, l'industria aerospaziale ha tradizionalmente usato test di caduta verticale su provini di piccole dimensioni per esplorare la natura del danno da impatto e cercare di trovare il modo per minimizzarlo. Tuttavia i test su coupon, sebbene forniscano un database di informazioni di valore notevole, possono essere ingannevoli in quanto nella realtà la struttura potrebbe essere impattata in una zona locale molto rigida, o con una curvatura differente, o comunque in una zona dove le condizioni al contorno generano una risposta dinamica diversa rispetto al caso del test di impatto sul provino di laboratorio. Tuttavia è evidente che nessun costruttore può permettersi di effettuare centinaia di test su una

struttura reale come ad esempio una fusoliera o un'ala di un velivolo. Nasce così l'esigenza di una strategia predittiva.

Pochissimi autori si sono cimentati nel trovare una relazione tra resistenza residua a compressione e valore dell'energia di impatto. Il problema, infatti, viene solitamente scomposto in due fasi che sono trattate separatamente dagli autori:

- Predire l'estensione del danno causato dall'impatto.
- Predire la resistenza residua a partire da un danno assegnato.

In questa sezione si descriveranno alcuni metodi semplici proposti in letteratura che rispondono ai quesiti appena citati.

3.5.1 Metodo della resistenza al taglio interlaminare

Questo metodo tenta di stimare la dimensione dell'area danneggiata in funzione della distribuzione delle sollecitazioni in prossimità del punto di impatto. Il metodo inizialmente proposto in [47] e successivamente ripreso in [48], si basa sulla premessa che le delaminazioni siano causate dagli elevati valori delle sollecitazioni di taglio in direzione trasversale che si generano in prossimità dell'impattatore.

Il metodo è basato sulle ipotesi che il laminato quasi-isotropo possa considerarsi perfettamente isotropo e che la delaminazione che si forma sia perfettamente circolare. Si ipotizza inoltre che si possa schematizzare il problema dell'impatto tra proiettile e laminato con il caso della piastra circolare caricata staticamente da una forza concentrata P come mostrato in Figura 3.3.

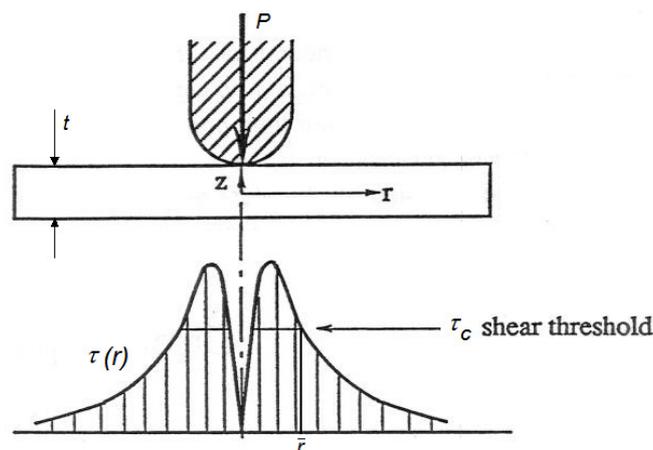


Figura 3.3: Distribuzione delle sollecitazioni di taglio dovuta ad un impatto a bassa velocità.

In queste ipotesi, la distribuzione della sollecitazione media di taglio può scriversi:

$$\tau_{av} = \frac{P}{2\pi r t} \quad (3.1)$$

che fornisce un valore infinito nel punto di applicazione della forza ($r=0$). Nella realtà, dal momento che la forza di contatto agisce un'area e non è concentrata in un punto, la distribuzione della sollecitazione media di taglio assume l'andamento riportato in Figura 3.3. Denotando con z la dimensione in direzione dello spessore, la sollecitazione di taglio massima si ottiene nel piano medio del laminato ($z=0$) ed è legata alla sollecitazione media attraverso la relazione seguente:

$$\tau_{max} = \tau(z=0) = \frac{3}{2} \tau_{av} = \frac{3}{4} \frac{P}{\pi r t} \quad (3.2)$$

Il metodo della resistenza al taglio interlaminare assume che se τ_{max} raggiunge la resistenza a taglio interlaminare del materiale τ_c ad una determinate distanza dal punto di impatto ($r = \bar{r}$) allora una delaminazione circolare di area:

$$A = \pi \bar{r}^2 \quad (3.3)$$

è generata. L'area delaminata può essere quindi messa in relazione con la forza di impatto P sostituendo la (3.2) nella (3.3):

$$A = \pi \bar{r}^2 = \pi \left(\frac{3}{4} \frac{P}{\pi \tau_c} \right)^2 = \frac{9}{16\pi} \left(\frac{P}{\tau_c} \right)^2 \quad (3.4)$$

dove si è tenuto conto del fatto che $\tau_{max}(r = \bar{r}) = \tau_c$.

In Figura 3.4 la relazione appena trovata è sovrapposta ad alcuni risultati sperimentali ottenuti su provini di spessore 1 mm e considerando una resistenza interlaminare critica di $\tau_c = 50 \text{ MPa}$.

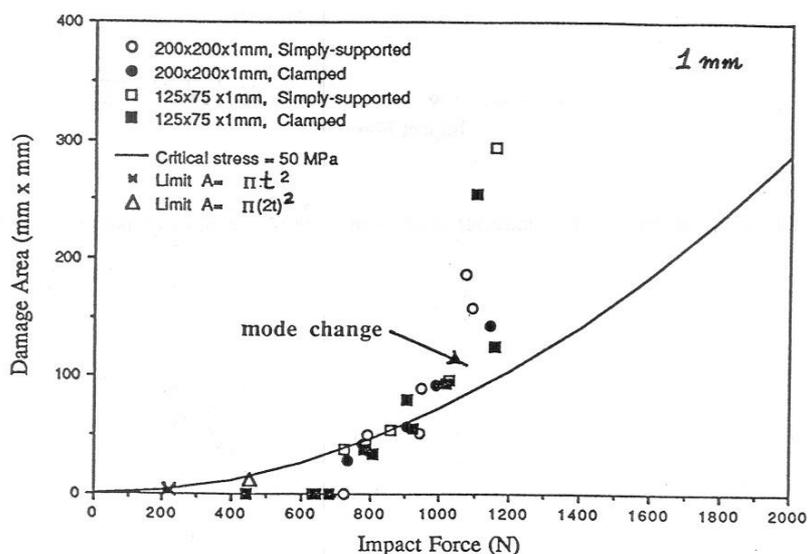


Figura 3.4: Area delaminata vs. forza di impatto per provini di spessore 1 mm.

Il metodo fornisce risultati abbastanza coerenti con quelli sperimentali almeno fino al valore di forza di 1100 N superato il quale il danno risulta governato da diversi meccanismi di rottura. In Figura 3.5 è riportato lo stesso confronto relativamente a provini di spessore 2 mm. In questo caso il metodo sembra non fornire risultati attendibili.

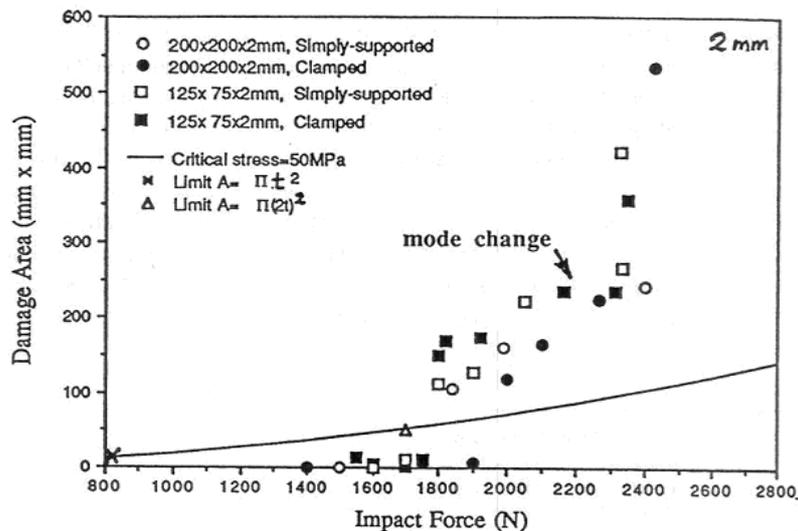


Figura 3.5: Area delaminata vs. forza di impatto per provini di spessore 2 mm.

3.5.2 Metodo di Davies-Zhang [48]

A differenza del metodo precedente, il metodo di Davies-Zhang segue un approccio basato sui concetti della meccanica della frattura piuttosto che sulla distribuzione delle sollecitazioni.

Il metodo fornisce una stima del valore di soglia della forza di contatto che corrisponde all'iniziazione del danno. Quando l'area delaminata è plottata in funzione del picco della forza di contatto, è apprezzabile un improvviso aumento delle dimensioni del danno una volta superato un certo valore critico della forza (P_c). Al di sotto di questo valore, l'area danneggiata è pressoché nulla. Il valore P_c corrisponde dunque all'innesco delle delaminazioni.

Il metodo ipotizza che il laminato quasi-isotropo sia perfettamente isotropo e che una singola delaminazione circolare di raggio a sia posizionata nel piano medio di una piastra circolare semplicemente supportata Figura 3.6. Si presume che la delaminazione cresca quando il valore di energia di rilascio (Energy Release Rate - ERR) per modo II di frattura, indicato con G_{II} e calcolato sul fronte della delaminazione, supera il valore critico dell'energia di rilascio per il modo II di frattura (G_{IIc}). Questo parametro critico del materiale può essere ricavato mediante un End Notched Flexure (ENF) test a 4 punti.

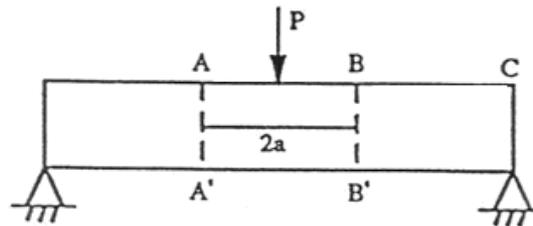


Figura 3.6: Metodo di Davies- Zhang.

Il valore di Energy Release Rate sul fronte della delaminazione circolare e nella situazione schematizzata in Figura 3.6 è dato da:

$$G_{II} = \frac{9 P^2 (1 - \nu^2)}{8 \pi^2 E t^3} \quad (3.5)$$

dove E e ν sono rispettivamente il modulo di Young equivalente e il modulo di Poisson del laminato e t è lo spessore dello stesso. All'aumentare della forza P , il valore di G_{II} critico è raggiunto e l'area della delaminazione cresce molto rapidamente.

La forza critica di soglia è data dunque dalla seguente relazione:

$$P_{cr} = \sqrt{\frac{8 G_c \pi^2 E t^3}{9 (1 - \nu^2)}} \quad (3.6)$$

In Figura 3.7, il valore di soglia predetto dal metodo trova un eccellente accordo con i risultati sperimentali sia per la campagna di test su provini spessi 1 mm, che per quelli a 2 mm e 4 mm.

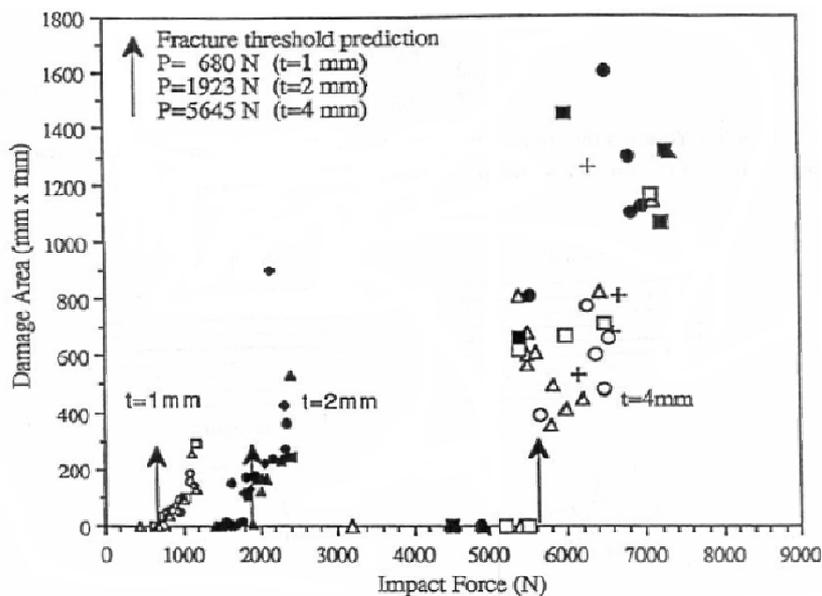


Figura 3.7: Area delaminata vs. Forza di impatto.

3.5.3 Predizione della resistenza residua a compressione

Il metodo descritto in questo paragrafo [35] si propone di determinare la resistenza residua di laminati CFRP impattati. Il metodo si basa sull'ipotesi che il danno indotto in un composito da un impatto si comporta come un fattore di concentrazione degli stress quando il componente viene caricato. In altre parole la zona danneggiata risultante da un impatto ad un dato livello di energia viene assimilata ad un difetto di una certa dimensione e forma, artificialmente introdotto nel materiale. La degradazione della resistenza può essere quindi calcolata usando approcci basati sulla meccanica della frattura lineare elastica. In un lavoro precedente [49], l'autore propose la seguente formula per predire la resistenza residua σ_r di un laminato contenente un difetto di dimensione C :

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_0} = \left(\frac{C_0}{C} \right)^m \quad (3.7)$$

dove σ_0 rappresenta la resistenza del materiale integro e C_0 è la dimensione di un difetto caratteristico del materiale. Il parametro m , così come C_0 , vanno determinati sperimentalmente e dipendono univocamente dal materiale esaminato.

L'equazione (3.7) è naturalmente valida solo nel caso $C > C_0$. Secondo il modello proposto la resistenza residua del laminato non è alterata rispetto a quella del materiale integro se la dimensione del difetto è minore della dimensione caratteristica C_0 .

Allo scopo di relazionare la resistenza residua del laminato impattato all'energia di impatto è necessario in qualche modo relazionare la dimensione C del difetto equivalente all'energia di impatto U . L'autore propose di relazionare queste due quantità con un'espressione del tipo:

$$C = kU^n \quad (3.8)$$

Dal momento che la dimensione del difetto equivalente deve aumentare al crescere dell'energia di impatto il parametro n deve essere necessariamente positivo.

Sostituendo la (3.8) nella (3.7) è possibile scrivere:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_0} = \left(\frac{U_0}{U} \right)^\alpha \quad (3.9)$$

dove $\alpha = mn$ e U_0 è l'energia che produrrebbe un danno equivalente di dimensioni C_0 , ovvero:

$$C_0 = kU_0^n \quad (3.10)$$

U_0 rappresenta quindi il massimo livello di energia che il materiale può sopportare senza che la sua resistenza venga degradata.

Una volta determinati sperimentalmente i parametri U_0 e α , la (3.9) può essere usata per stimare la resistenza residua di un laminato impattato.

Capitolo 3:
Resistenza all'impatto

Per il materiale esaminato in [35], la correlazione tra la stima teorica della resistenza residua a compressione del laminato e i dati sperimentali risulta abbastanza buona (Figura 3.8).

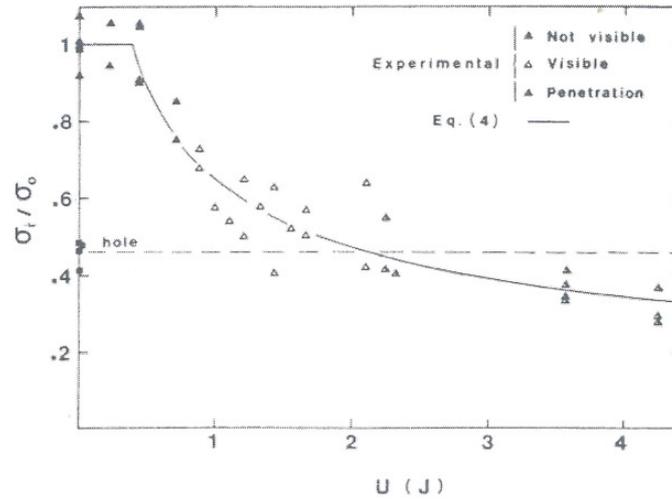


Figura 3.8: Resistenza residua vs energia di impatto.

4. COMPORTAMENTO A COMPRESSIONE DI UN PANNELLO DELAMINATO MEDIANTE UN APPROCCIO GLOBAL-LOCAL

Allo scopo di progettare strutture tolleranti al danno è necessario poter disporre di uno strumento di simulazione in grado di studiare la propagazione dello stesso sotto i carichi di esercizio. In questo capitolo concentreremo l'attenzione sul danno da delaminazioni e supporremo che il danno sia già presente all'interno della struttura perché provocato da un precedente impatto oppure si sia generato durante le fasi di fabbricazione.

Allo scopo di mettere a punto un modello affidabile di propagazione del danno si è seguito un approccio graduale che può essere scomposto nelle seguenti fasi:

1. Ricerca sullo stato dell'arte dei metodi numerici per la simulazione della propagazione della delaminazione. I risultati di tale studio sono già stati riportati al paragrafo §2.5.
2. Applicazione degli elementi coesivi al caso di un Double Cantilever Beam (DCB) test. L'obiettivo di quest'attività è stato quello di testare gli elementi coesivi su un test case semplice per determinare le problematiche e i benefici intrinsecamente legati al loro utilizzo.
3. Applicazione di un approccio global/local per studiare il buckling di una piastra. Questa parte si è rivelata utile per poter approfondire la conoscenza di questo approccio che risulta essere molto vantaggioso quando si è interessati ad una soluzione molto accurata in una zona locale della struttura che nel nostro caso corrisponde alla zona interessata dal danno e dalla sua propagazione.
4. Applicazione dell'approccio global/local al caso del pannello delaminato di dimensioni significative. L'obiettivo di questa attività è stato quello di mettere appunto un modello numerico efficiente che, traendo vantaggio da un approccio tipo global/local e riuscendo a simulare fenomeni complessi quali buckling locale e crescita della delaminazione, riusciva a predire il comportamento di un pannello delaminato sottoposto a carichi di compressione.

Le attività sinteticamente descritte al punto 2), 3) e 4) sono state pubblicate rispettivamente in [50], [51] e [52] e saranno descritte in dettaglio rispettivamente al paragrafo §4.1, §4.2, §4.3.

4.1. Utilizzo degli elementi coesivi per la simulazione di un DCB test

La teoria alla base degli elementi coesivi è stata già descritta al paragrafo §2.5.3. In particolare, il modello costitutivo bilineare descritto in Figura 2.8 è stato utilizzato per simulare un Double Cantilever Beam test. Il modello FEM è stato sviluppato facendo uso del codice commerciale ad elementi finiti ANSYS® 12.0 nel quale sono già implementati diversi modelli costitutivi per

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

elementi coesivi. L'obiettivo è stato quello di valutare la sensibilità del modello rispetto ai seguenti fattori:

- Numero di time step
- Coefficiente di smorzamento artificiale
- Densità della mesh

4.1.1 Modelli costitutivi disponibili in ANSYS

Abbiamo già ricordato che la relazione che lega lo spostamento relativo δ di due parti connesse mediante elementi coesivi con la forza di reazione T che si genera tra di esse, prende il nome di modello costitutivo. In ANSYS[®] sono disponibili due modelli costitutivi: quello esponenziale e quello bilineare. Dal momento che nel DCB test è presente esclusivamente il modo I di rottura, nel nostro caso si è scelto di utilizzare il modello bilineare per puro modo I (Figura 4.1) caratterizzato da una fase di carico iniziale lineare elastica (OA) seguita da un danneggiamento anch'esso lineare (AC). La pendenza del tratto (OA) rappresenta la rigidità di contatto ed è definita dall'utente mentre la pendenza del tratto (AC) dipende dal parametro di danneggiamento d_n che può essere espresso in termini di proprietà caratteristiche del materiale.

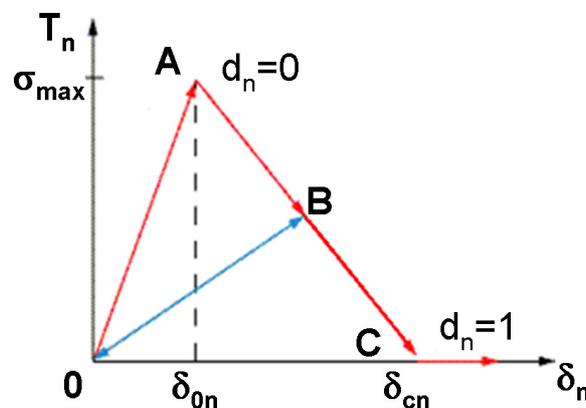


Figura 4.1: Modello coesivo bilineare per puro Modo I.

Il modello costitutivo bilineare di Figura 4.1 (curva OAC) può essere descritto matematicamente dalla relazione:

$$T_n = k_n \delta_n (1 - d_n) \quad (4.1)$$

dove il parametro di danneggiamento d_n è definito nel modo seguente:

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

$$d_n = \begin{cases} 0 & \text{for } \delta_n < \delta_{0n} \\ [(\delta_n - \delta_{0n})/\delta_n] \cdot [\delta_{cn}/(\delta_{cn} - \delta_{0n})] & \text{for } \delta_n > \delta_{0n} \end{cases} \quad (4.2)$$

δ_{0n} è il valore che assume la componente normale dello spostamento nel punto in cui si raggiunge il valore massimo consentito della componente normale della sollecitazione (σ_{max}), δ_{cn} è il valore della componente normale dello spostamento a cui si verifica il completo distacco delle parti a contatto e k_n è la rigidezza normale di contatto (pendenza del segmento OA). Il distacco della parti a contatto inizia al punto A ed è completato al punto C ovvero quando lo spostamento relativo raggiunge il valore critico δ_{cn} , il che equivale a dire che si è raggiunto il valore critico dell'energia di frattura (area sottesa alla curva OAC). Infatti, tale è energia nel caso di puro modo I è data da:

$$G_{IC} = \frac{1}{2} \sigma_{max} \delta_{cn} \quad (4.3)$$

Nel modello bilineare in puro modo I, la componente tangenziale del modello costitutivo è anch'essa funzione del parametro di danneggiamento d_n . Denotando infatti con k_t la componente tangenziale della rigidezza di contatto, la componente tangenziale del modello costitutivo in puro modo I è data da:

$$T_t = k_t \delta_t (1 - d_n) \quad (4.4)$$

Un coefficiente di smorzamento è usato infine nella soluzione numerica per superare problemi di convergenza nella risoluzione dell'analisi strutturale non lineare con il metodo iterativo di Newton-Raphson. Per esempio, per puro modo I, la componente normale della forza di reazione è smorzata in accordo alla seguente espressione:

$$T_n = T_n^{i+1} + (T_n^i - T_n^{i+1}) e^{-(\Delta t/\eta)} \quad (4.5)$$

dove T_n^i e T_n^{i+1} sono rispettivamente le componenti normali delle reazioni al time step i e $i+1$, Δt è la dimensione del time step and η è il coefficiente di smorzamento che ha le unità di un tempo e deve essere adeguatamente scelto dall'utente.

Dal punto di vista pratico, per poter implementare il modello costitutivo bilineare in un modello FEM in ANSYS® è necessario modellare la zona coesiva con un coppia di elementi di contatto. In altre parole, elementi “*contact*” ed elementi “*target*” dovranno essere posizionati sulle due superfici tenute insieme dalla zona coesiva. Il contatto definito da questa coppia di elementi, ai quali bisogna associare il modello di materiale coesivo, dovrà essere di tipo *bonded*. In questo modo, modelli preesistenti in cui è semplicemente definito un contatto tra due superfici, possono essere facilmente modificati per includere effetti di distacco (*debonding*).

Il modello bilineare coesivo è stato applicato al test case descritto al prossimo paragrafo.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

4.1.2 *Descrizione del test case*

Per testare le capacità di un modello coesivo nel simulare il fenomeno della crescita della delaminazione è stato estratto in letteratura [53] il caso semplice della Double Cantilever Beam di Figura 4.2 avente una cricca iniziale di lunghezza “ a ” e sottoposta ad uno spostamento verticale imposto ($u_{max}=10$ mm) nei punti P_1 e P_2 . Le proprietà elastiche del materiale sono riportate in Tabella 4.1, mentre le proprietà della zona coesiva sono riportate in Tabella 4.2.

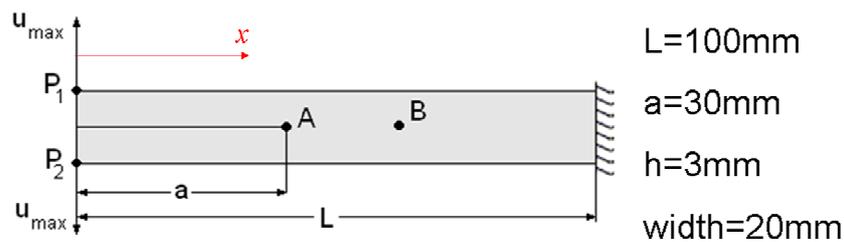


Figura 4.2: Double Cantilever Beam: dati geometrici.

Tabella 4.1: Proprietà elastiche del materiale

E_{11} (GPa) =	135.3
E_{22} (GPa) =	9.0
G_{12} (GPa) =	5.2
ν_{12} =	0.24
ν_{23} =	0.46

Tabella 4.2: Proprietà della zona coesiva

G_c (N/mm) =	0.28
δ_{0n} (mm) =	10^{-7}
σ_{max} (MPa) =	57.0

4.1.3 *Analisi di sensibilità*

In linea teorica, sarebbe necessario effettuare un’analisi tridimensionale poiché il fronte della delaminazione non è perfettamente una linea diritta. Tuttavia, risultati ottenuti in [54] indicarono che una formulazione 2D con uno stato piano delle deformazioni dava un’approssimazione molto ragionevole, per cui è stato scelto questo approccio di modellazione. In particolare l’elemento PLANE183 è stato usato per modellare la trave come mostrato in Figura 4.3.

Un’estremità della trave è stata incastrata mentre dall’altra parte sono state applicate le condizioni di spostamento verticale imposto ai due nodi posizionati proprio nei punti P_1 e P_2 .

La zona coesiva è stata modellata usando la coppia di elementi di contatto TARGE169/CONTA172 posti all’interfaccia tra le superfici di separazione. Il modello bilineare di puro modo I è stato associato a questi elementi assumendo:

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

$$k_n = \sigma_{\max} / \delta_{0n} = 5.7 \cdot 10^7 \text{ N/mm}^3 \quad (4.6)$$

$$\delta_{cn} = 2G_{IC} / \sigma_{\max} = 9.82 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad (4.7)$$

Sono state poi eseguite numerose analisi statiche strutturali non lineari, includendo gli effetti dovuti alle grosse deformazioni, allo scopo di valutare la sensibilità dei risultati rispetto ai seguenti fattori: numero di time step (incrementi gradualmente del carico), densità della mesh e coefficiente di smorzamento artificiale. I risultati di questo studio, in riferimento a ciascuno di questi tre fattori sono riportati di seguito.

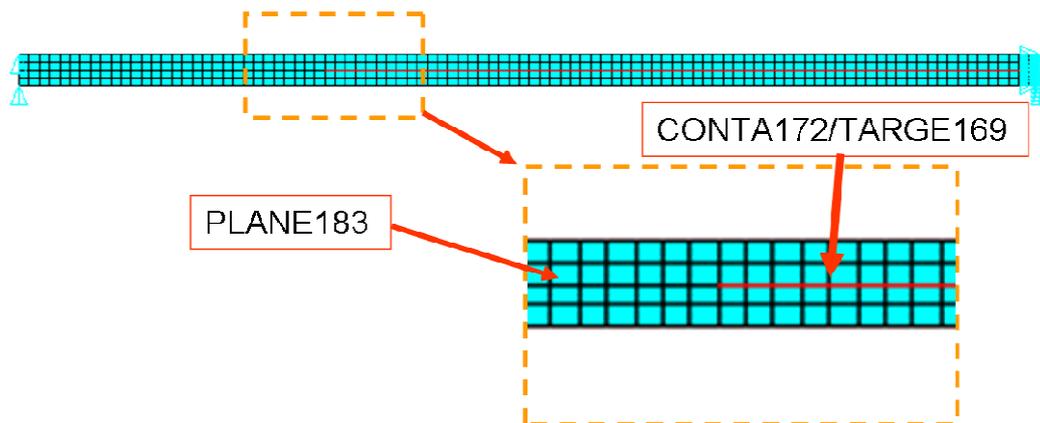


Figura 4.3: Modello FEM della Double Cantilever Beam.

Numero di time step

Per valutare l'influenza di questo parametro sono state eseguite 6 analisi facendo variare questo parametro da un minimo di 150 incrementi ad un massimo di 20000 incrementi. Per ognuna di queste simulazioni è stata usata una mesh regolare 4x400 dove 4 e 400 sono rispettivamente i numeri di elementi lungo lo spessore e lungo la lunghezza della trave. Il coefficiente di smorzamento artificiale è stato fissato al valore di $0.1 \Delta t$, ovvero 0.1 volte il passo temporale dell'analisi.

In Figura 4.4 è plottata la reazione verticale al punto P_1 in funzione dello spostamento verticale nello stesso punto. Le curve numeriche sono confrontate con la curva di riferimento riportata in [53]. Lo studio ha mostrato che incrementando il numero di passi temporali, ovvero imponendo lo spostamento in modo più graduale, i risultati delle analisi si avvicinavano alla curva di riferimento e per ottenere risultati affidabili bisognava settare almeno 10000 passi temporali. Se tale valore veniva incrementato, i risultati non cambiavano considerevolmente e piuttosto si otteneva un sostanziale incremento del tempo computazionale. La forte sensibilità del metodo coesivo nei confronti del numero di passi temporali è stata confermata dalle deformate ottenute al termine delle simulazioni e mostrate in Figura 4.5. Usando pochi passi temporali il numero di elementi coesivi

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

completamente distaccati risultava molto basso, viceversa, usando molti passi temporali, quasi tutta la trave era interessata dal distacco.

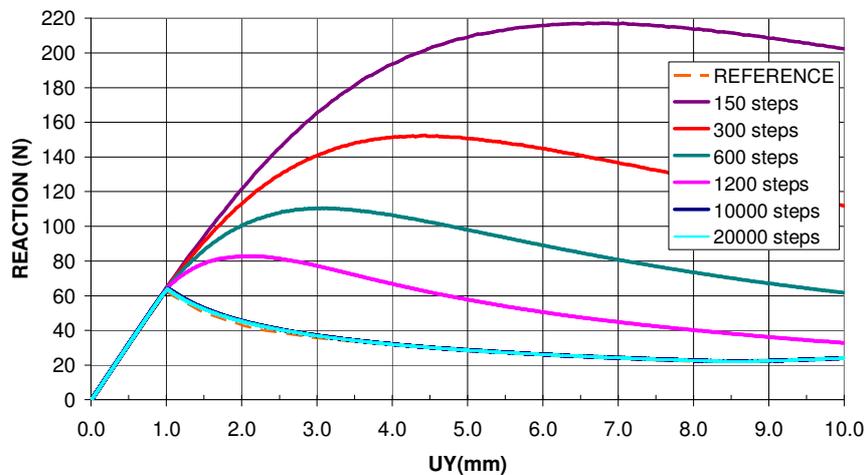


Figura 4.4: Reazione vs. spostamento imposto – influenza del time step.

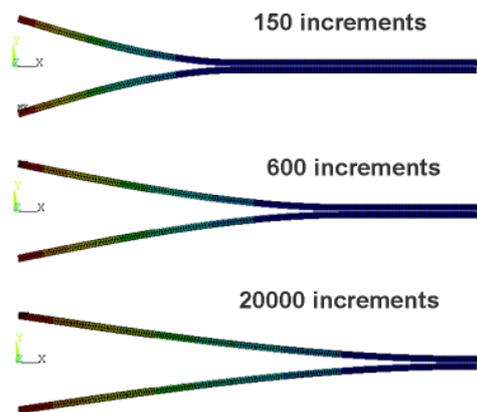


Figura 4.5: Deformate ottenute al termine delle simulazioni al variare del numero di passi temporali.

Allo scopo di trovare le cause di questa sensibilità, le leggi di separazione nei punti *A* e *B* definiti in Figura 4.2 sono state calcolate e riportate rispettivamente in Figura 4.6 e Figura 4.7.

In queste figure è anche riportato il modello costitutivo ideale (triangolo *OAC*), ovvero il modello costitutivo che dovrebbe rappresentare il comportamento della zona coesiva stando alle proprietà d'interfaccia definite in Tabella 4.2 e agli altri parametri calcolati nella (4.6) e (4.7). In particolare, essendo il valore della rigidità di contatto molto alto, il tratto *OA* risulta molto ripido ed il triangolo *OAC* diventa quasi un triangolo rettangolo. Le leggi di separazione calcolate nei punti *A* e *B* mostrano che più è alto il numero di passi temporali più la curva calcolata si avvicina a quella ideale. Tuttavia, mentre nel caso del punto *A*, che è posizionato proprio sul fronte iniziale della delaminazione, le curve calcolate non sono molto diverse da quella ideale indipendentemente dal numero di passi temporali, nel caso del punto *B*, che è posizionato a $x=50$ mm, sono necessari

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

almeno 10000 passi temporali per poter imporre correttamente il modello costitutivo. Questo significa che mentre nel punto *A*, il comportamento della zona coesiva è proprio quello da noi desiderato anche se si utilizza un numero di passi temporali basso, nel punto *B*, il comportamento da noi desiderato si verifica solo se il carico viene applicato molto gradualmente, ovvero se si utilizza un numero elevato di passi temporali. Infatti, il punto *B*, qualora si utilizzassero pochi passi temporali, vede arrivare bruscamente il fronte della delaminazione e l'analisi non riesce a seguire l'andamento ideale *OAC*. Tutto questo si traduce nel fatto che la completa separazione in un determinato punto posto davanti al fronte iniziale della delaminazione avviene a valori di energia di frattura (area sottesa alla legge di separazione) molto più alti del valore indicato in Tabella 4.2, risultando in un modello coesivo molto più tenace di quello che dovrebbe essere.

Naturalmente, maggiore è il numero di passi temporali settati per l'analisi, maggiore sarà il numero di equazioni da risolvere e quindi maggiore sarà il tempo computazionale necessario per completare l'analisi come mostrato in Figura 4.8. Per cui, l'utente che intende eseguire in ANSYS® un'analisi di propagazione della delaminazione usando il modello coesivo bilineare deve scegliere accuratamente il numero di passi temporali dell'analisi in modo che il modello costitutivo sia forzato correttamente e il tempo computazionale non incrementi significativamente.

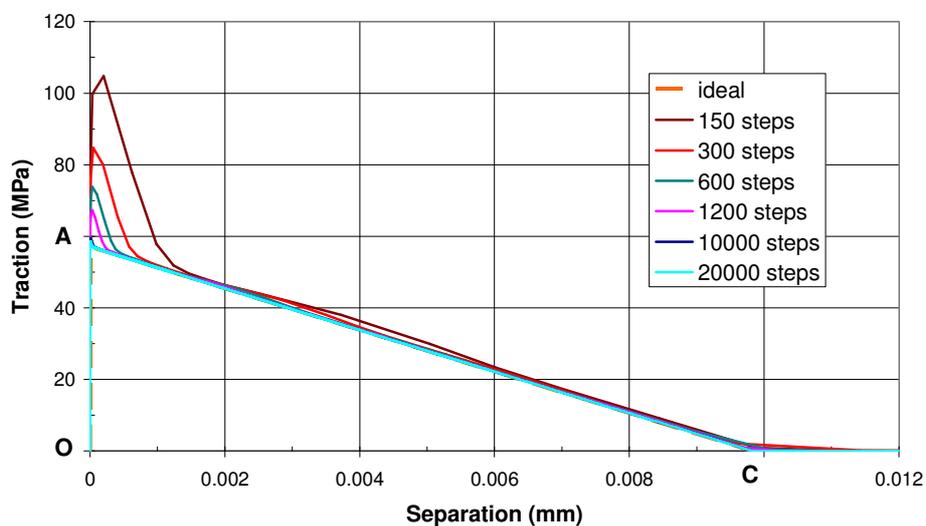


Figura 4.6: Legge di separazione nel punto *A* in funzione del numero di passi temporali.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

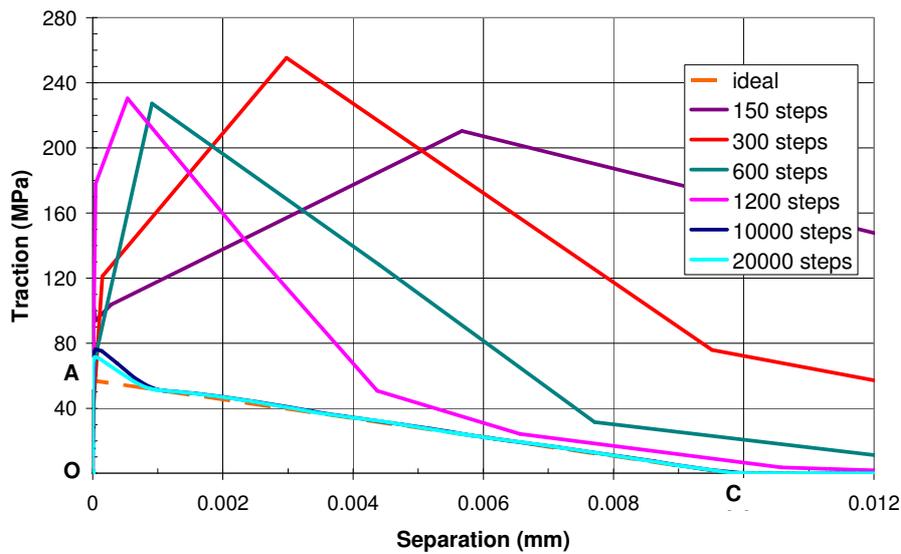


Figura 4.7: Legge di separazione nel punto B in funzione del numero di passi temporali

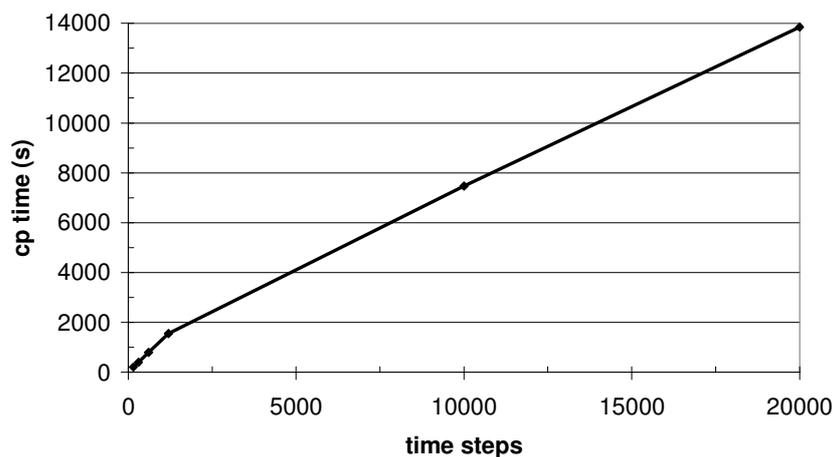


Figura 4.8: Tempo computazionale in funzione del numero di passi temporali.

Densità della mesh

Per valutare l'influenza della densità di mesh sui risultati delle simulazioni sono state eseguite tre analisi con tre differenti livelli di densità di mesh (4x200, 4x400, 4x500). Per ciascuna analisi il numero di passi temporali è stato posto pari a 10000 e il coefficiente di smorzamento artificiale è stato posto pari a $0.1 \Delta t$.

In Figura 4.9 la reazione verticale nel punto P_1 è riportata in funzione dello spostamento verticale dello stesso punto al variare della densità di mesh. Le curve mostrano che le analisi risultano poco influenzate da questo fattore. Nell'ingrandimento di Figura 4.10 è possibile apprezzare alcune oscillazioni ottenute con la mesh più grossolana (4x200) durante la fase di propagazione. Le oscillazioni si alleviano utilizzando mesh più fitte.

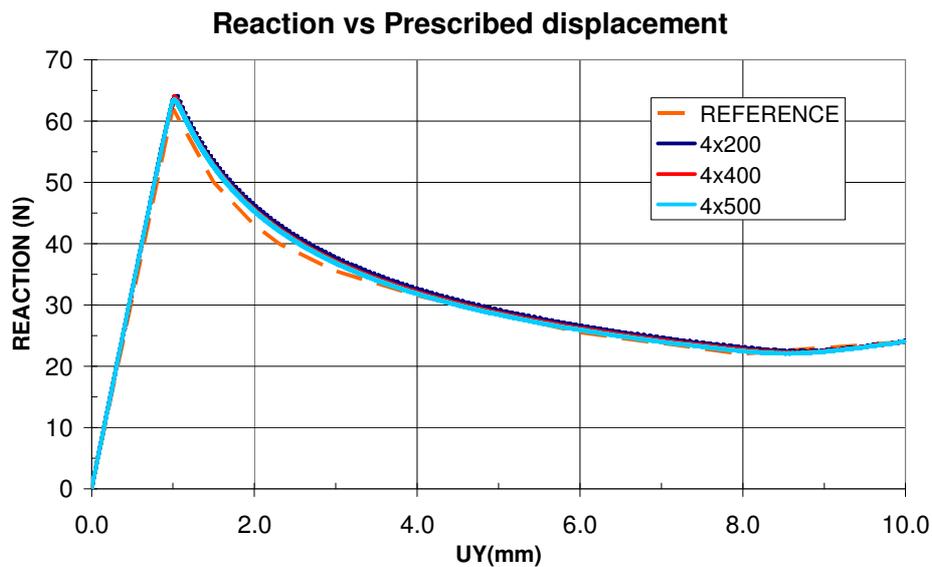


Figura 4.9: Reazione vs. spostamento imposto – influenza della densità di mesh.

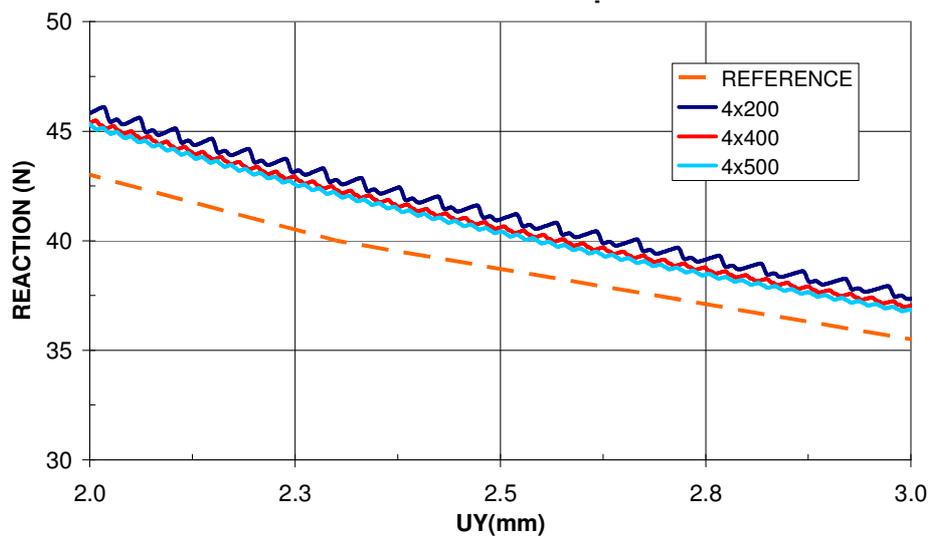


Figura 4.10: Ingrandimento della Figura 4.9.

Coefficiente di smorzamento artificiale

Allo scopo di valutare l'influenza del coefficiente di smorzamento artificiale sono state eseguite diverse analisi facendo variare questo parametro dal valore di $0.06\Delta t$ fino al $0.5\Delta t$. Per ognuna di queste simulazioni è stata adottata una mesh 4x400 ed è stato impostato un numero di passi temporali pari a 10000. Ulteriori analisi sono state eseguite per valori del coefficiente inferiori a $0.06\Delta t$ ma queste simulazioni hanno mostrato forti problemi di convergenza.

La reazione vincolare nel punto P_1 è plottata in Figura 4.11 in funzione dello spostamento verticale nello stesso punto al variare del coefficiente di smorzamento artificiale.

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

Le curve mostrano che il coefficiente influenza la soluzione non appena la cricca iniziale inizia a crescere. La migliore correlazione con la curva di riferimento si ottiene per valori piccoli del coefficiente di smorzamento, tuttavia, usando valori inferiori a $0.1\Delta t$ (valore suggerito dal manuale di ANSYS®) non si apprezzano sostanziali cambiamenti nei risultati, infatti le curve ottenute per valori del coefficiente pari a $0.06\Delta t$, $0.08\Delta t$ e $0.1\Delta t$ sono pressoché sovrapposte.

La legge di separazione calcolata nel punto *B* per diversi valori del coefficiente di smorzamento è riportata in Figura 4.12. Le curve confermano che per implementare correttamente il modello costitutivo bilineare, devono essere usati valori del coefficiente di smorzamento non superiori a $0.1\Delta t$.

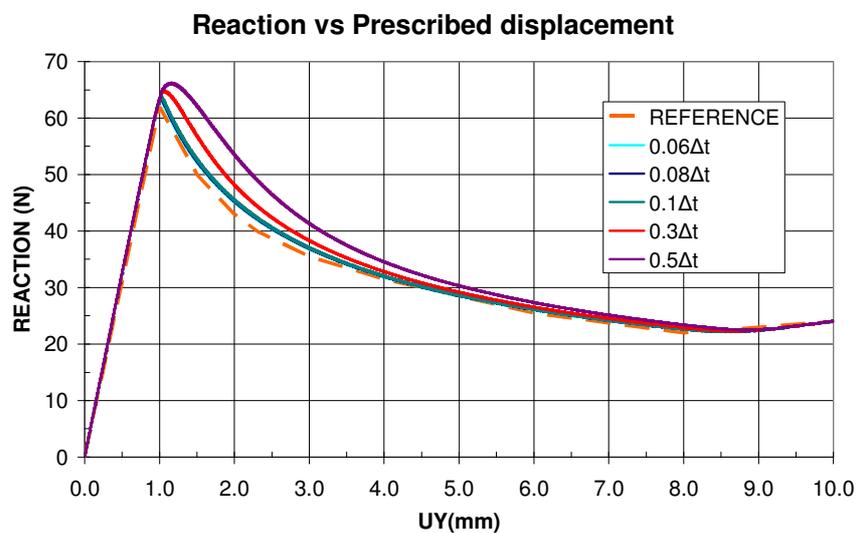


Figura 4.11: Reazione vs. spostamento imposto – influenza del coefficiente di smorzamento.

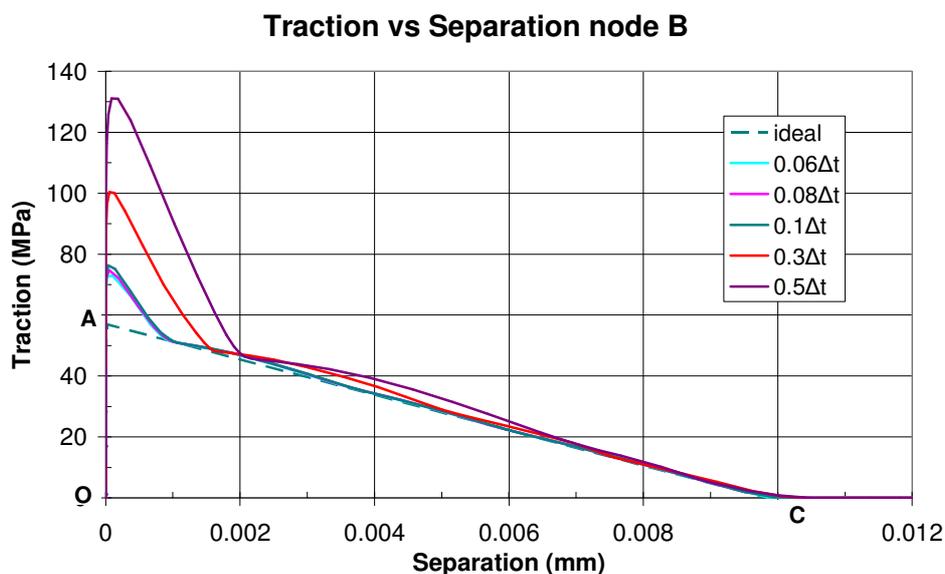


Figura 4.12: Legge di separazione nel punto *B* in funzione del numero di passi temporali.

In conclusione, lo studio ha messo in evidenza che gli elementi coesivi si prestano abbastanza bene per simulare la crescita della delaminazione a patto di settare correttamente il numero di passi temporali dell'analisi e il coefficiente di smorzamento artificiale.

Tuttavia, un grosso limite di questo approccio è rappresentato dalla scarsa reperibilità in letteratura delle proprietà d'interfaccia necessarie per implementare il modello costitutivo.

4.2. Accoppiamento cinematico di modelli FEM diversamente discretizzati

Nel simulare con il metodo agli elementi finiti il comportamento meccanico di strutture complesse, potrebbe essere necessario utilizzare nelle diverse zone della struttura diverse formulazioni di elementi e/o diversi livelli di rifinitura della mesh. Infatti, a seconda della configurazione geometrica della struttura e della sua risposta alle condizioni di carico in termini di distribuzione degli stress, alcune regioni potrebbero necessitare di una modellazione più accurata e quindi potrebbero essere rappresentate da un maggiore numero di elementi e/o da elementi di ordine superiore per garantire la desiderata accuratezza dei risultati. In questi casi vengono adoperati approcci multiscala, noti anche come approcci global-local, che permettono di connettere un modello locale, finemente discretizzato, al resto della struttura che rappresenta quindi il modello globale.

Nel nostro graduale avvicinarsi ad un strumento predittivo in grado di modellare la crescita delle delaminazioni in strutture complesse sotto i carichi di esercizio è stato necessario effettuare uno studio preliminare per approfondire vantaggi e svantaggi nell'utilizzo di un approccio global/local.

In particolare, l'attenzione è stata rivolta al caso in cui il modello locale sia discretizzato con elementi solidi mentre quello globale con elementi shell (*shell-to-solid coupling*). Tale scelta è stata motivata dal fatto che per applicare in maniera corretta i criteri di rottura per l'innesco di un danneggiamento all'interno di un componente in composito occorre che la distribuzione degli stress all'interno dello stesso sia calcolata in maniera accurata. Gli elementi solidi, rispetto a quelli shell, garantiscono questa maggiore accuratezza dal momento che sono prese in considerazione tutte le componenti del tensore degli stress. Per questi motivi è consigliabile utilizzare gli elementi solidi nel dominio locale, ovvero laddove siamo interessati ad una soluzione più accurata, e utilizzare elementi shell, che alleggeriscono lo sforzo computazionale dell'analisi, nel dominio globale.

Diversi metodi di accoppiamento disponibili nei codici commerciali ad elementi finiti ANSYS® e ABAQUS® sono stati testati su un test case di riferimento, costituito dall'analisi di buckling di una piastra in composito. I risultati di questo studio sono presentati nei prossimi paragrafi.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

4.2.1 *Descrizione del test case*

Come test case di riferimento è stato scelto di utilizzare il caso della piastra quadrata di Figura 4.13. La piastra è stata divisa in due domini: un dominio **locale** interno, definito dal quadrato 83x83 mm centrato rispetto alle dimensioni complessive della piastra, in cui si utilizzerà una discretizzazione fine con elementi solidi, ed un dominio **globale** esterno in cui si adatterà una mesh più grossolana e con elementi shell.

La sequenza di laminazione della piastra è la seguente: $[45,-45,0,90]_s$. Lo spessore nominale di ogni lamina è di 0.188 mm per cui lo spessore totale del laminato è 1.504 mm. I dati geometrici e le proprietà del materiale sono stati sintetizzati in Tabella 4.3.

Tabella 4.3: *Dati geometrici e proprietà del materiale*

Dati geometrici			Proprietà del materiale			
l (mm)	h (mm)	t (mm)	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
110	110	1.504	146.7	9.9	5.65	0.28

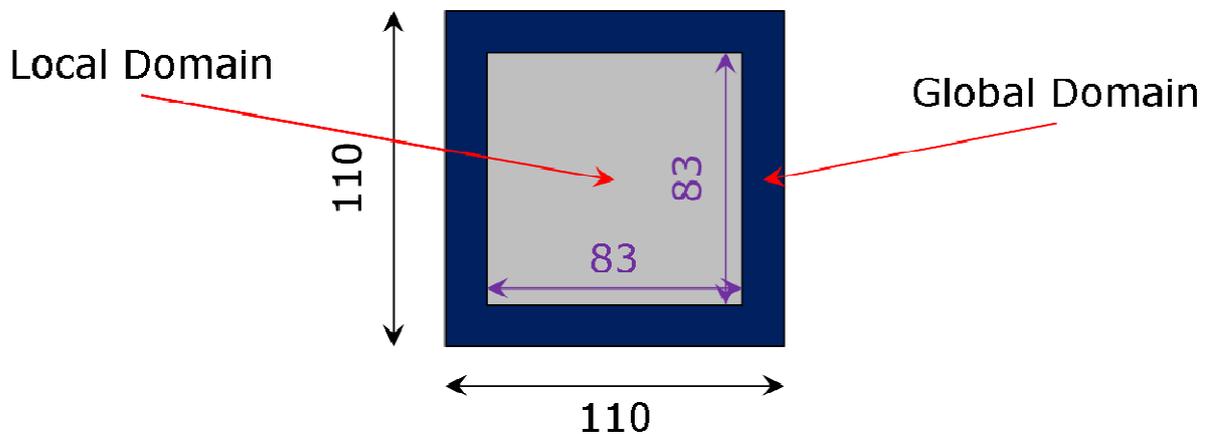


Figura 4.13: Test case di riferimento.

I due domini diversamente modellizzati sono stati connessi con le metodologie di accoppiamento shell-solid disponibili nei codici commerciali ANSYS® e ABAQUS® descritti sinteticamente nel prossimo paragrafo.

Ciascun lato del dominio globale è stato discretizzato utilizzando 30 divisioni lungo l'interfaccia con il dominio locale e 5 divisioni lungo le diagonali. Il dominio locale invece è stato discretizzato con elementi solidi e con 4 diversi livelli di densità di mesh. In pratica, denotando con MR (Mesh Ratio) il rapporto tra il numero di elementi dal lato del dominio locale e il numero di elementi dal lato del dominio globale lungo un qualsiasi lato dell'interfaccia tra i due domini, sono state studiate

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

4 diverse configurazioni: MR=1, MR=2, MR=3 e MR=4 così come mostrato in Figura 4.14 in cui per semplicità è stato riportato solo un quarto della struttura analizzata.

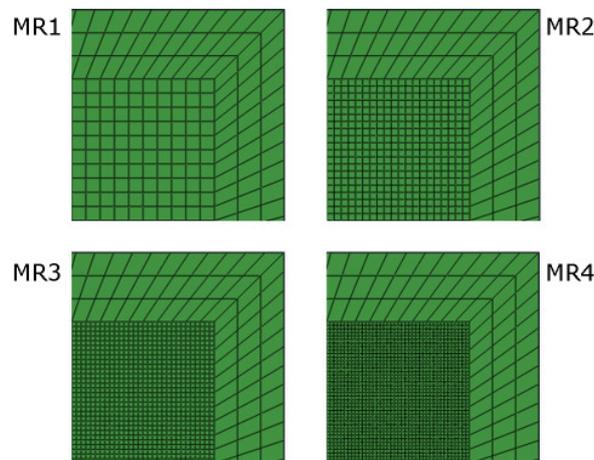


Figura 4.14: Domini discretizzati con diversi valori di MR (dettaglio relativo ad un quarto della piastra).

Le condizioni al contorno applicate alla piastra sono illustrate in Figura 4.15. In particolare è stato imposto uno spostamento lungo x al lato AD tale da indurre un carico di compressione e portare in buckling la piastra.

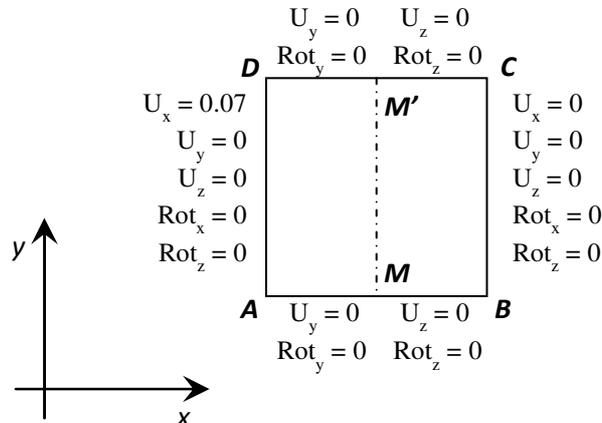


Figura 4.15: Condizioni al contorno.

4.2.2 Metodi di accoppiamento shell-solid

I metodi di accoppiamento shell-solid analizzati in questo studio sono essenzialmente 3, di cui uno è implementato in ANSYS® e gli altri 2 sono implementati in ABAQUS®.

- ANSYS – Contact e Target elements:
- ABAQUS MPC
- ABAQUS – Kinematic coupling via Weight function

L'accoppiamento shell-solid è realizzato in ANSYS utilizzando elementi di contatto che devono essere posti all'interfaccia tra i domini da accoppiare ed a cui bisogna settare determinate key-option. Durante l'analisi e ad ogni passo temporale, ANSYS controlla ogni elemento di contatto per determinare se è in contatto, prossimo al contatto o lontano dal contatto. Per fare questa classificazione ANSYS costruisce una regione circolare o sferica (pinball region) intorno ai nodi degli elementi di contatto come mostrato in Figura 4.16. I parametri geometrici che definiscono la pinball region sono scelti di default dal codice in base a considerazioni geometriche sul modello ma possono essere sovrascritti dall'utente.

Se la pinball region non è settata correttamente alcuni nodi di un dominio potrebbero non essere collegati ai nodi dell'altro dominio, risultando in problemi di discontinuità nel passaggio da un dominio all'altro. Questa problematica può verificarsi ad esempio se c'è una grossa differenza tra le densità di mesh dei due domini.

Una volta che la pinball region ha stabilito quali sono le coppie di nodi da connettere, delle relazioni cinematiche interne vengono stabilite tra i gradi di libertà di questi nodi. Per cui ad esempio lo spostamento del nodo appartenente al dominio globale non può assumere un valore qualsiasi ma sarà legato allo spostamento del corrispondente nodo sul dominio locale mediante vincoli cinematici espressi da funzioni interne al codice e che dipendono dalla distanza tra i due nodi.

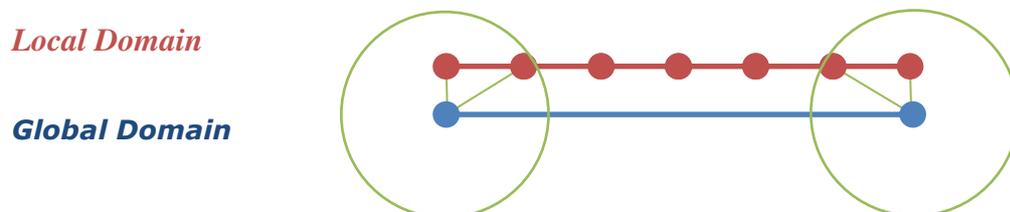


Figura 4.16: Pinball region per elementi CONTACT e TARGET.

Per accoppiare un dominio shell ad un dominio solid in ABAQUS sono disponibili 2 metodi:

L'approccio MPC (Multi Point Constraint), descritto in dettaglio in [55], crea dei vincoli cinematici tra i gradi di libertà di un nodo dell'elemento solido (nodo dipendente) e i gradi di libertà di diversi nodi dell'elemento shell che si accoppia all'elemento solido.

Riferendoci alla Figura 4.17, si individuano:

- i nodi *A*, *B* e *C* appartenenti all'elemento shell (colorato in grigio) e posizionati al confine con la regione solida;
- il nodo *P* appartenente all'elemento solido e posizionato sulla faccia perpendicolare al piano dell'elemento shell.

- Il punto i dato dall'intersezione della linea AC e della perpendicolare ad AC passante per il nodo P .

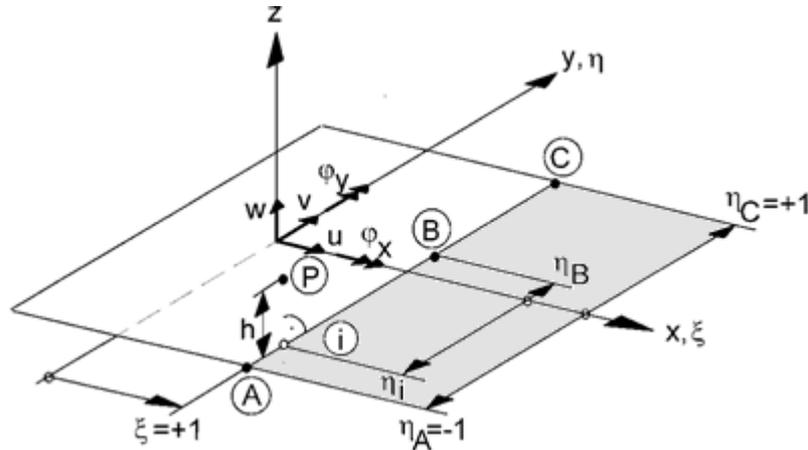


Figura 4.17: Configurazione di riferimento per accoppiamento shell-solid con il metodo MPC di ABAQUS.

Le funzioni di forma dell'elemento shell siano date da:

$$\begin{aligned} N_A &= -0.25(1 + \xi_i \xi_A)(1 + \eta_i \eta_A)(1 - \xi_i \xi_C - \eta_i \eta_B) \\ N_B &= +0.50(1 + \xi_i \xi_B)(1 - \eta_i^2) \\ N_C &= -0.25(1 + \xi_i \xi_C)(1 + \eta_i \eta_C)(1 - \xi_i \xi_A - \eta_i \eta_B) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Lo spostamento del punto i può essere espresso in funzione degli spostamenti dei nodi A , B e C :

$$\begin{aligned} u_i &= N_A u_A + N_B u_B + N_C u_C \\ v_i &= N_A v_A + N_B v_B + N_C v_C \\ w_i &= N_A w_A + N_B w_B + N_C w_C \\ \varphi_{xi} &= N_A \varphi_{xA} + N_B \varphi_{xB} + N_C \varphi_{xC} \\ \varphi_{yi} &= N_A \varphi_{yA} + N_B \varphi_{yB} + N_C \varphi_{yC} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Le relazioni cinematiche tra il nodo dell'elemento solido P e il punto i possono essere formulate applicando le assunzioni della teoria della plate di Kirchhoff secondo la quale:

$$\begin{aligned} u_p &= u_i + h \varphi_{yi} \\ v_p &= v_i - h \varphi_{xi} \\ w_p &= w_i \end{aligned} \quad (4.10)$$

Sostituendo infine la (4.9) nella (4.10) si ottengono le equazioni vincolari che relazionano i gradi di libertà del nodo solido dipendente P ai gradi di libertà dei nodi shell ai quali è accoppiato.

Il grosso limite di questo metodo è che può essere utilizzato solamente per accoppiare domini shell a domini solidi aventi la stessa densità di mesh (MR=1).

Il secondo metodo disponibile in ABAQUS per accoppiare un dominio shell ad uno solido è denominato *kinematic coupling via weight function*. In questa tecnica l'accoppiamento si realizza lungo un'interfaccia shell-solid definita da due superfici specificate dall'utente: una superficie degenere costituita dallo spigolo della shell che si interfaccia con la regione solida e una superficie della regione solida perpendicolare al piano della shell (Figura 4.18). Una volta che queste due superfici sono state definite dall'utente, ABAQUS automaticamente stabilisce quali nodi dei due domini partecipano all'accoppiamento e genera tra di loro un set di vincoli cinematici agendo sui gradi di libertà. In particolare, il vincolo dello spostamento del nodo appartenente al dominio shell (u_s) è ottenuto impostando che tale spostamento sia uguale ad una media pesata degli spostamenti dei nodi appartenenti al dominio solid:

$$u_s = \sum_{i=1}^n w^i u_c^i \quad (4.11)$$

Il fattore di peso w dell' i -esimo nodo del dominio solido è funzione della sua distanza rispetto al nodo dell'elemento shell. Questo approccio consente di accoppiare domini caratterizzati da densità di mesh diverse.

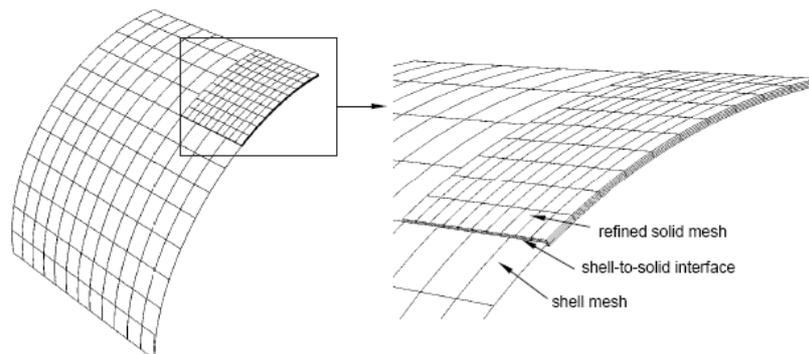


Figura 4.18: *Interfaccia shell-solid.*

4.2.3 Risultati dell'analisi di buckling non lineare

In questo paragrafo sono presentati i risultati dell'analisi di buckling non lineare eseguite con un approccio global/local ed utilizzando i metodi descritti al paragrafo §4.2.2. I risultati ottenuti in termini di curva carico-spostamento, spostamenti fuori dal piano e distribuzione degli stress saranno spesso confrontati con risultati numerici di riferimento, ovvero risultati che non sono stati ottenuti con un approccio global-local ma discretizzando l'intero dominio della piastra con un mesh omogenea tutta solida (modello 3D) oppure tutta di elementi shell (modello 2D).

La mesh della piastra discretizzata con un approccio global-local è mostrata a titolo di esempio in Figura 4.19.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

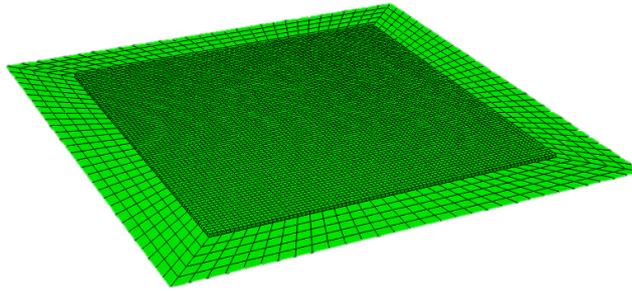


Figura 4.19: Mesh con approccio shell-solid.

In Figura 4.20 sono riportate le curve carico-spostamento ottenute in ANSYS per le seguenti configurazioni:

- Modello tutti elementi solidi (indicato con l'etichetta 3D-ANSYS);
- Modello tutti elementi shell (indicato con l'etichetta 2D-ANSYS);
- Modello con approccio global/local (metodo degli elementi CONTACT/TARGET) e diversi rapporti fra le densità di mesh del dominio locale e quella del dominio globale (indicati con l'etichetta MR#-ANSYS).

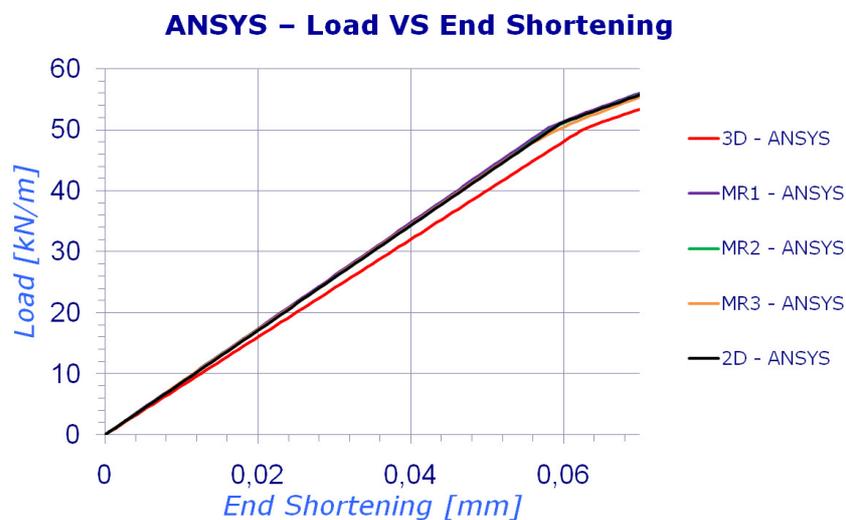


Figura 4.20: Load vs. End Shortening – Risultati ottenuti in ANSYS.

Le curve presentano un repentino cambiamento di pendenza, ovvero una brusca variazione di rigidità, quando lo spostamento imposto raggiunge il valore di circa 0.06 mm che corrisponde quindi allo spostamento critico che porta in buckling la piastra. Le curve sono pressoché coincidenti eccetto per la curva ottenuta con il modello 3D in quanto in questo caso le condizioni al contorno mostrate in Figura 4.15 agiscono su facce di elementi solidi mentre per il modello 2D e per i modelli con approccio global-local (indicati con MR#) le condizioni al contorno sono applicati sugli

spigoli generando effetti leggermente diversi. Dunque, per poter trarre conclusioni rispetto alla qualità dei risultati di una soluzione ottenuta con approccio global-local occorre confrontarli con i risultati ottenuti con il modello 2D.

Si nota quindi che i risultati ottenuti con approcci global-local e con diversi valori di MR, in termini di rigidezza della struttura (pendenza iniziale delle curve) e carico di buckling (punto in cui la pendenza cambia), sono praticamente identici a quelli ottenuti con il modello 2D.

In Figura 4.21 sono riportate le distribuzioni dello spostamento fuori dal piano ottenute al termine delle simulazioni lungo la sezione MM' definita in Figura 4.15 per le stesse configurazioni descritte in precedenza. E' possibile notare che all'interfaccia tra il dominio locale e il dominio globale, ovvero per $y=13.5$ mm e $y=96.5$ mm, le distribuzioni degli spostamenti fuori dal piano ottenute con approcci global-local risultano continue. Tuttavia, tali distribuzioni si discostano leggermente dalla soluzione 2D di riferimento ad indicare che i modelli shell-solid presentano comunque una rigidezza leggermente diversa da quella del modello costituito tutto da elementi shell. Inoltre, il valore di MR influenza questa variazione anche se in maniera poco significativa.

Infine, in Figura 4.22 sono riportate le distribuzioni della componente x dello stress calcolate al termine delle simulazioni (cioè per uno spostamento imposto=0.07mm) lungo la sezione MM' . E' possibile notare che questa volta all'interfaccia tra il dominio locale e il dominio globale le distribuzioni degli stress ottenute con approcci global-local non sono continue ma a causa dei vincoli cinematici imposti ai nodi d'interfaccia si generano dei picchi e discontinuità che sono tanto più marcate quanto maggiore è il valore di MR.

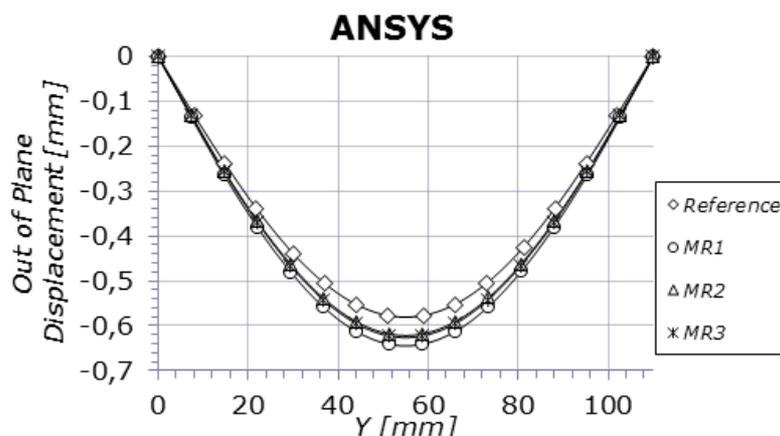


Figura 4.21: Spostamenti fuori dal piano lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ANSYS

In Figura 4.23 sono riportate le curve carico-spostamento ottenute in ABAQUS per le seguenti configurazioni:

- Modello tutti elementi solidi (indicato con l'etichetta 3D-ABAQUS);

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

- Modello tutti elementi shell (indicato con l'etichetta shell-ABAQUS);
- Modello con approccio global/local e metodo degli MPC con MR=1 (indicato con l'etichetta MPC - ABAQUS).
- Modello con approccio global/local, metodo del kinematic coupling via weight function e diversi valori di MR (indicati con l'etichetta MR# - ABAQUS).

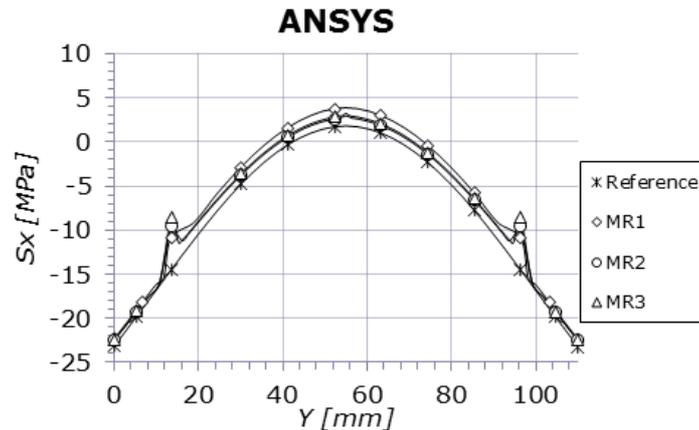


Figura 4.22: Distribuzione degli stress (componente x) lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ANSYS.

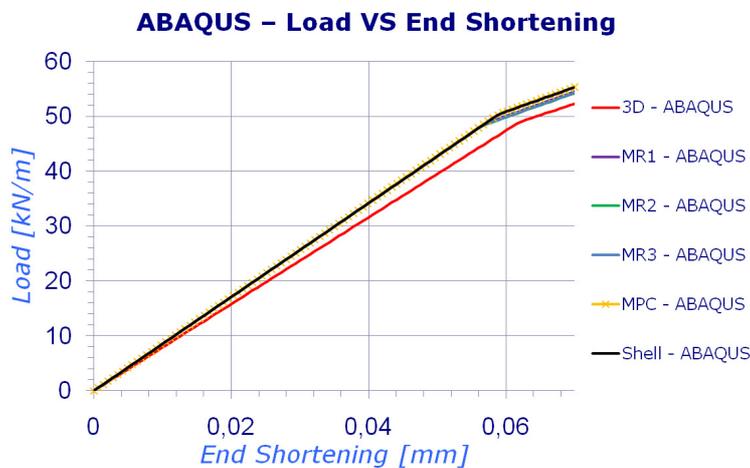


Figura 4.23: Load vs. End Shortening – Risultati ottenuti in ABAQUS.

La curva ottenuta per la soluzione 3D si discosta dalle altre per le stesse ragioni descritte relativamente alle analisi condotte in ANSYS.

Dalle curve di Figura 4.23 si osserva che i risultati ottenuti con approcci global-local (per entrambi i metodi disponibili in ABAQUS), espressi ancora una volta in termini di rigidità della struttura e carico di buckling, sono praticamente identici a quelli ottenuti con il modello di riferimento costituito da tutte shell.

In Figura 4.24 sono riportate le distribuzioni dello spostamento fuori dal piano ottenute al termine delle simulazioni lungo la sezione MM' per le stesse configurazioni descritte in precedenza. Analogamente ai risultati ottenuti in ANSYS, anche in ABAQUS e' possibile notare che all'interfaccia tra il dominio locale e il dominio globale, ovvero per $y=13.5$ mm e $y=96.5$ mm, le distribuzioni degli spostamenti fuori dal piano ottenute con approcci global-local risultano continue ma si discostano leggermente dalla soluzione 2D di riferimento. Fanno eccezione i risultati ottenuti con il metodo MPC che sono praticamente coincidenti a quelli di riferimento sebbene tale metodo possa essere applicato solo al caso $MR=1$.

Infine, in Figura 4.25 sono riportate le distribuzioni della componente x dello stress calcolate al termine delle simulazioni lungo la sezione MM' . Anche in ABAQUS, tali distribuzioni presentano forti discontinuità all'interfaccia tra il dominio locale e il dominio globale come evidenziato dall'ingrandimento di Figura 4.26. Ancora una volta però, fa eccezione la distribuzione ottenuta con il metodo degli MPC, che invece risulta continua e praticamente coincidente con quella di riferimento.

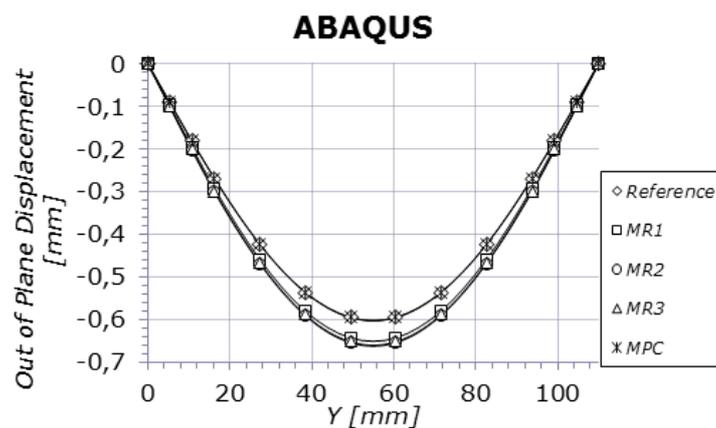


Figura 4.24: Spostamenti fuori dal piano lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ABAQUS

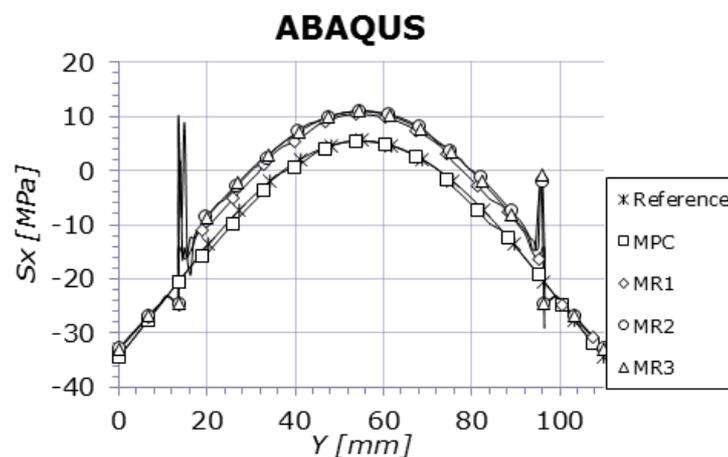


Figura 4.25: Distribuzione degli stress (componente x) lungo la sezione MM' – risultati ottenuti in ABAQUS.

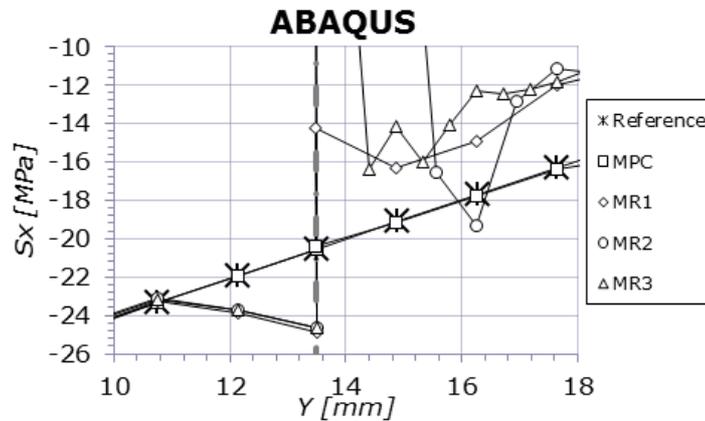


Figura 4.26: Ingrandimento della Figura 4.25 in prossimità dell'interfacce shell-solid.

4.2.4 Conclusioni

Dai risultati presentati al paragrafo precedente è possibile trarre le seguenti conclusioni:

- In linea di massima i metodi global-local analizzati forniscono tutti risultati molto simili a quelli ottenuti con la soluzione di riferimento (modello costituito da tutti elementi shell). Ad esempio, la rigidità della piastra e il carico di buckling non sembrano essere influenzati dall'aver utilizzato un approccio global-local anziché l'approccio tradizionale.
- Esaminando le distribuzioni degli spostamenti fuori dal piano lungo la sezione MM' calcolate al termine della simulazione, e quindi quando la piastra è già andata in buckling, è possibile notare che sebbene tali distribuzioni siano continue all'interfaccia tra il dominio locale e quello globale, esse risultano leggermente diverse rispetto alla distribuzione ottenuta con la simulazione 2D di riferimento. Questo leggero scostamento è attribuibile ad una diversa rigidità dei modelli con approcci global-local rispetto al modello di riferimento in regime di post-buckling. Solo l'approccio MPC di ABAQUS fornisce risultati identici alla simulazione di riferimento sebbene questo approccio possa essere utilizzato solo per MR=1.
- Esaminando le distribuzioni della componente x della sollecitazione lungo la sezione MM' è possibile notare che tutti i metodi analizzati, ad eccezione dell'approccio MPC di ABAQUS, producono forti discontinuità degli stress all'interfaccia tra i domini da accoppiare. Tali discontinuità sono tanto più marcate quanto maggiore è il valor di MR, ovvero quanto maggiore è la differenza di densità di mesh dei domini da accoppiare. Per questo motivo, nell'applicare un approccio global-local ad una struttura di dimensioni significative, bisogna stare attenti affinché tali picchi di sollecitazioni, dovuti esclusivamente a questioni numeriche e assolutamente non presenti nella realtà, non vadano ad inficiare la qualità dei

risultati. A tale scopo è utile che le dimensioni del dominio locale siano leggermente maggiori della zona in cui veramente siamo interessati ad avere un'accurata soluzione.

- Bisogna infine sottolineare che nel caso semplice analizzato non si riesce ad apprezzare a pieno il vantaggio, in termini di efficienza computazionale, di utilizzare un approccio global-local anziché un approccio tradizionale (dominio uniformemente e finemente discretizzato). Tuttavia, nel caso di strutture di dimensioni significative per la quale siamo interessati a studiare con particolare dettaglio solo determinate zone locali ritenute critiche, non è difficile immaginare come un approccio shell-solid, ovvero mesh fine e con elementi solidi nelle zone locali e mesh più rada e con elementi shell nelle altre zone, sia molto più efficiente dal punto di vista computazionale rispetto ad un modello interamente costituito da elementi solidi e finemente discretizzato.

4.3. Applicazione dell'approccio global-local all'analisi di un pannello delaminato

Dopo aver testato i metodi di accoppiamento global-local disponibili nei codici commerciali, è stato scelto di utilizzare un simile approccio per mettere a punto un modello FEM in grado di simulare il comportamento a compressione di un pannello irrigidito e con una delaminazione circolare iniziale presente all'interno dello skin, rappresentativa di un danno da impatto.

Per questa applicazione è stato scelto di usare un ambiente di modellazione diverso da quello utilizzato negli studi condotti in precedenza e più orientato ad applicazioni di ricerca. In particolare, è stato scelto di usare il codice FEM B2000++ sviluppato da "SMR Engineering & Development" che, diversamente dai codici FEM commerciali, consente l'accesso ai file sorgente e pertanto si presta a risolvere problemi che richiedono una customizzazione dell'utente. Le caratteristiche principali di questo codice che hanno motivato il suo utilizzo per questo tipo di sviluppo sono state essenzialmente la possibilità di:

- Utilizzare elementi di accoppiamento shell-to-solid (elemento SSC.Q9.S.MITC) per accoppiare un dominio locale di elementi solidi e un dominio globale di elementi shell non necessariamente aventi la stessa densità di mesh.
- Utilizzare elementi di frattura (elemento Q9.S.F13D) per simulare la crescita della delaminazione.

La teoria alla base degli elementi di accoppiamento shell-to-solid implementati in B2000++ è sostanzialmente la stessa utilizzata nell'approccio MPC ABAQUS già descritta al paragrafo §4.2.2. Ad ogni nodo dell'elemento solido che si accoppia con il dominio di elementi shell è associato un elemento di accoppiamento shell-to-solid. Tale elemento non fa altro che generare un set di vincoli cinematici tra gli spostamenti del nodo dell'elemento solido a cui è associato e gli spostamenti dei

noduli degli elementi shell presenti nelle immediate vicinanze dell'elemento solido. A differenza del metodo MPC ABAQUS, il metodo implementato in B2000++ consente di accoppiare domini aventi anche densità di mesh diverse ($MR \neq 1$). Per una descrizione più dettagliata di questi elementi consultare [56].

Gli elementi di frattura invece sono basati sulla tecnica della MVCCT abbondantemente descritta al paragrafo §2.5.2.

Al paragrafo §4.3.1 sarà descritto il metodo sviluppato per simulare la crescita della delaminazione facendo uso degli elementi di frattura. Al paragrafo §4.3.2 saranno invece descritte le caratteristiche geometriche del pannello irrigidito utilizzato per la validazione del metodo proposto. Al paragrafo §4.3.3 sarà infine presentato il confronto tra i dati sperimentali e quelli numerici ottenuti con il metodo proposto.

4.3.1 Metodo FEM per simulare la crescita di una delaminazione preesistente

Consideriamo una piastra in composito con una delaminazione iniziale circolare posizionata ad una certa profondità lungo lo spessore del laminato (Figura 4.27). Per questioni di simmetria e per semplicità di descrizione, possiamo riferirci al quarto di struttura ($OABC$).

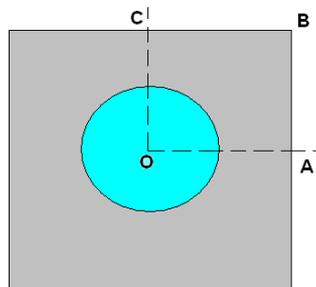


Figura 4.27: Schematizzazione di una delaminazione circolare in una piastra.

La delaminazione divide il laminato in due sublaminati, quello inferiore, costituito da tutte le lamine al di sotto della delaminazione, e quello superiore, costituito da tutte le lamine al di sopra della delaminazione. Nel metodo proposto i due sublaminati sono stati modellati ognuno con uno strato di elementi solidi così come mostrato in Figura 4.28 dove è rappresentato il modello FEM del volume racchiuso dai punti O , A , B e C .

Il modello FEM di Figura 4.28 è stato quindi scomposto in tre zone mostrate in Figura 4.29.

La zona I è rappresentativa dell'area inizialmente delaminata: i nodi all'interfaccia tra il laminato inferiore e quello superiore devono quindi potersi separare ma ovviamente bisogna evitare che ci siano penetrazioni dei due sublaminati. A tale scopo, tra il nodo i -imo, posizionato all'interfaccia tra

i due sublaminati e appartenente al laminato superiore, e il nodo j -imo, posizionato nella stessa posizione ma appartenente al laminato inferiore, è stato definito un contatto con una formulazione penalty del tipo “nodo a nodo” [57].

La zona II è invece rappresentativa della zona in cui la delaminazione può avanzare. Per consentire tale crescita, tra i due sublaminati sono stati piazzati gli elementi di frattura (Q9.S.F13D) basati sulla MVCCT. Per illustrare come questi elementi possano essere usati per simulare la crescita della delaminazione ci riferiamo alla Figura 4.30. Siano H e H' una coppia di nodi appartenenti alla zona II e posizionati proprio sul fronte della delaminazione iniziale, con H appartenente al sub laminato superiore e H' al sub laminato inferiore. Inizialmente i due nodi si trovano nella stessa posizione e sono rigidamente connessi l'un l'altro mediante l'elemento di frattura tra loro interposto. Ad ogni passo temporale dell'analisi, la distribuzione di Energy Release Rate è calcolata sul fronte della delaminazione e se il criterio di crescita della delaminazione adottato risulta soddisfatto l'elemento di frattura fa rilasciare la connessione tra i due nodi e consente quindi la loro separazione. In questo modo il fronte della delaminazione viene modificato ed è simulata la crescita della delaminazione. Il criterio di crescita della delaminazione adottato è quello della “power law” nella sua versione lineare, ovvero:

$$\frac{G_I}{G_{IC}} + \frac{G_{II}}{G_{IIC}} + \frac{G_{III}}{G_{IIIC}} = 1 \quad (4.12)$$

dove le G_{iC} sono i valori critici di Energy Release Rate del materiale per ognuno dei tre modi di frattura, mentre le G_i sono i valori attuali dell'Energy Release Rate, ovvero quelli calcolati ad ogni passo temporale dell'analisi, per ciascuno dei tre modi di frattura.

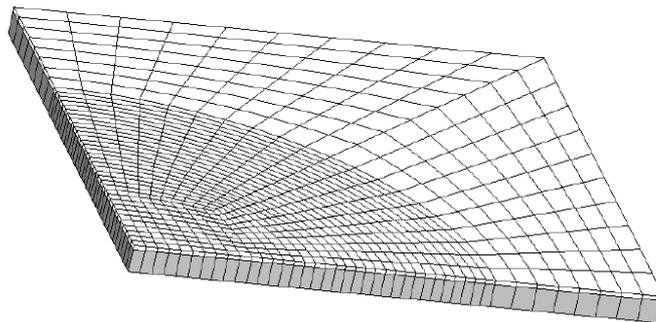


Figura 4.28: Mesh di due sublaminati.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

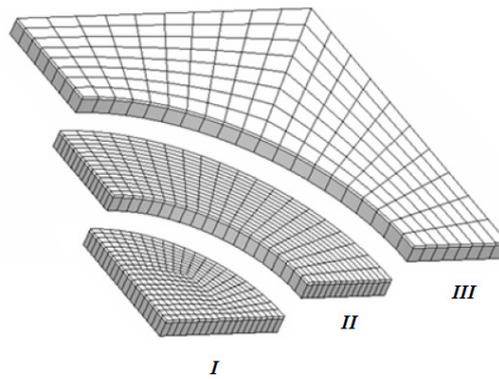


Figura 4.29: Divisione della mesh in tre zone.

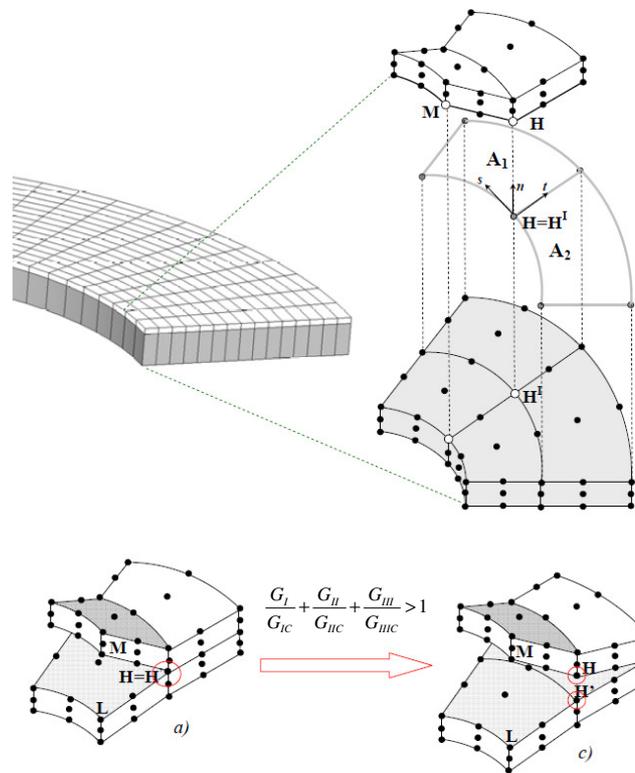


Figura 4.30: Connessioni rilasciabili in zona II.

La zona III, infine, è la zona non interessata dall'evoluzione della delaminazione. La generica coppia di nodi della zona III posta all'interfaccia tra i due sublaminati rimane rigidamente connessa per tutta la durata dell'analisi.

4.3.2 Descrizione del pannello irrigidito

La procedura descritta nel paragrafo precedente sviluppata per simulare la crescita di delaminazioni all'interno di laminati è stata applicata al caso del pannello irrigidito schematizzato in Figura 4.31 di cui erano disponibili in letteratura i dati sperimentali della prova a compressione ([58][59]).

Capitolo 4:

Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

Il pannello risulta irrigidito dalla presenza di 3 correnti a forma di “ I ” e presenta una delaminazione iniziale circolare, di diametro di 35 mm, posizionata al centro della spaziatura tra il 2° e 3° corrente. La delaminazione artificiale realizzata mediante dischetto di teflon si trova tra la quinta e la sesta lamina del pannello. Il materiale composito adottato è un rinforzo a fibra di carbonio (T800/924) le cui proprietà della singola lamina unidirezionale sono riportate in Tabella 4.4.

Tabella 4.4: Proprietà della singola lamina unidirezionale

Proprietà	Valore medio (Coefficiente di variazione)
Longitudinal Young's modulus, E_{11} (GPa)	155.21 (7%)
Transversal Young's modulus, E_{22} (GPa)	8.57 (3%)
In-plane shear modulus, G_{12} (GPa)	7.40 (5%)
Poisson's ratio, ν_{12}	0.36
Critical Energy release rate mode I, G_{IC} (J/m ²)	280
Critical Energy release rate mode II, G_{IIC} (J/m ²)	575
Spessore della lamina (mm)	0.125

La sequenza di laminazione del pannello è $(+45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ)_{4s}$, mentre ciascun corrente è costituito da 4 laminati, ognuno con la sequenza di laminazione $(-45^\circ/+45^\circ/0^\circ)_{2s}$. La direzione 0° è la direzione parallela all'asse y del sistema di riferimento indicato in Figura 4.31.

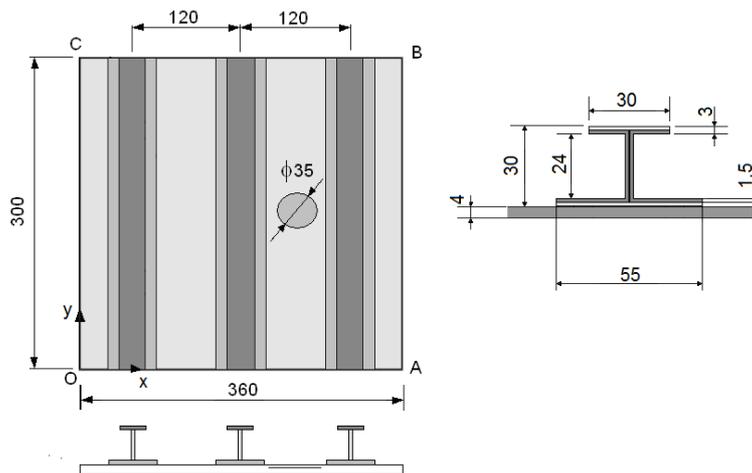


Figura 4.31: Pannello irrigidito con delaminazione iniziale.

Il test sperimentale fu eseguito a spostamento controllato: il lato BC del pannello fu incastrato mentre al lato OA fu applicato uno spostamento imposto in direzione y . I lati OC e OB furono invece lasciati liberi.

4.3.3 Confronto tra risultati numerici e sperimentali

La prova sperimentale di compressione eseguita sul pannello irrigidito appena descritto è stata simulata mediante analisi statiche non lineari. E' stato seguito un approccio graduale per il quale l'effetto di fenomeni complessi come l'instabilità locale e la crescita della delaminazione sono stati gradualmente presi in considerazione. In sostanza sono stati messi a punto 3 modelli FEM di complessità crescente che saranno identificati di qui in seguito con S1, S2 e S3.

Modello S1

In questo modello preliminare, il metodo sviluppato di propagazione della delaminazione non è stato ancora considerato. Infatti ciascun componente del pannello irrigidito (rivestimento esterno, basi e anima dei correnti) è stato modellato con un singolo strato di elementi shell e non è stato quindi necessario adottare un approccio global-local.

Lo strato di elementi shell rappresentativo della flangia inferiore dei correnti è stato connesso rigidamente allo strato di elementi shell rappresentativo del rivestimento esterno come schematizzato in Figura 4.32.

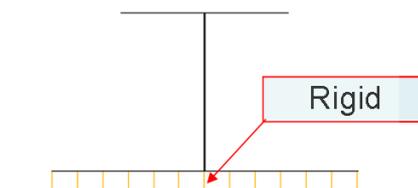


Figura 4.32: Elemento rigido di connessione del corrente con il rivestimento esterno.

L'obiettivo di questo modello preliminare è stato quello di testare la capacità dello stesso nel riprodurre il comportamento globale della struttura sotto i carichi di compressione.

In Figura 4.33 la reazione vincolare è plottata in funzione della deformazione applicata. La correlazione tra la curva numerica e quella sperimentale risulta abbastanza buona a dimostrazione dell'affidabilità del modello di riprodurre la rigidità globale del pannello.

Il modo di buckling predetto dall'analisi è evidenziato dalla distribuzione dello spostamento fuori dal piano di Figura 4.34.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

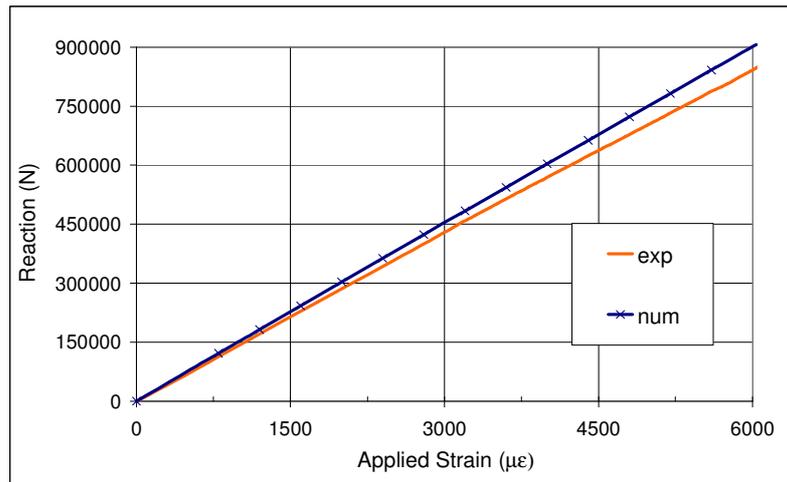


Figura 4.33: Reazione vs. deformazione applicata – confronto numerico sperimentale modello S1.

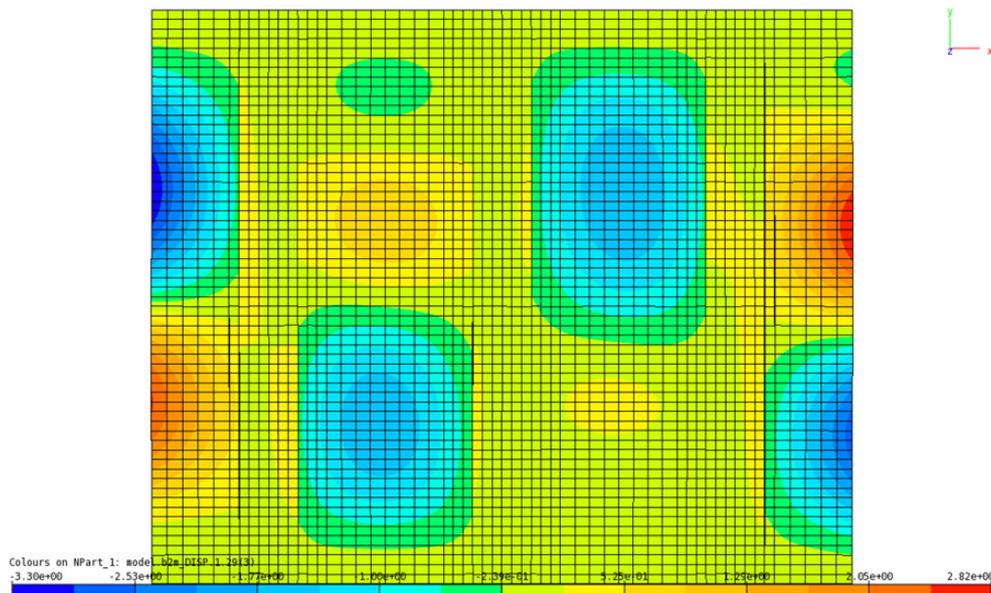


Figura 4.34: Distribuzione dello spostamento fuori dal piano.

Modello S2

In questo secondo modello si è cominciato a prendere in considerazione gli effetti locali dovuti alla presenza della delaminazione iniziale. Per fare questo, l'area circostante alla delaminazione, ovvero l'area che risulta di maggiore interesse ai fini della valutazione dell'effetto locale della delaminazione, è stata modellata con elementi solidi, mentre la restante parte del pannello è stata modellata con elementi shell.

Questo secondo approccio di modellazione è schematizzato in Figura 4.35 che rappresenta la sezione del pannello in corrispondenza del piano a $y=150$ mm. La presenza della delaminazione iniziale circolare (MN) tra la quinta e la sesta lamina del laminato divide lo stesso in due sublaminati ognuno modellato con uno strato di elementi solidi. In corrispondenza della superficie

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

di delaminazione sono stati inseriti elementi di contatto con formulazione penalty nodo a nodo per evitare la compenetrazione dei due sublaminati che potrebbe avvenire durante l'applicazione del carico. In questo modello non sono stati ancora usati gli elementi di frattura per cui la crescita della delaminazione non è stata ancora presa in considerazione.

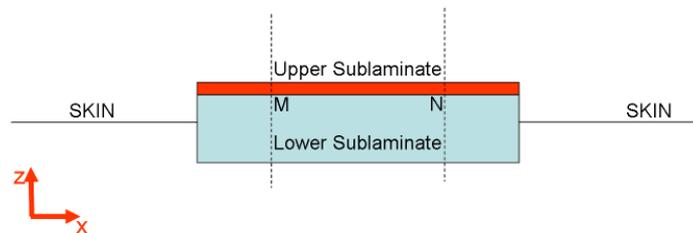


Figura 4.35: Approccio di modellazione shell-to-solid.

Il dominio locale, costituito dall'area circostante la delaminazione iniziale e modellato con elementi solidi, è stato connesso al dominio globale mediante elementi di accoppiamento shell-to-solid. Come già ricordato, questi elementi di accoppiamento consentono la connessione dei due domini indipendentemente dalla densità di mesh utilizzata negli stessi. Per trarre vantaggio da questa caratteristica, nell'ambito dell'approccio di modellazione S2, sono stati generati due diversi modelli con due diverse densità di mesh del dominio locale (Figura 4.36). Il modello S2 con la mesh del dominio locale più rada è stato indicato con MD1 (Mesh Density 1), mentre quello con la mesh più fitta è stato indicato con MD2.

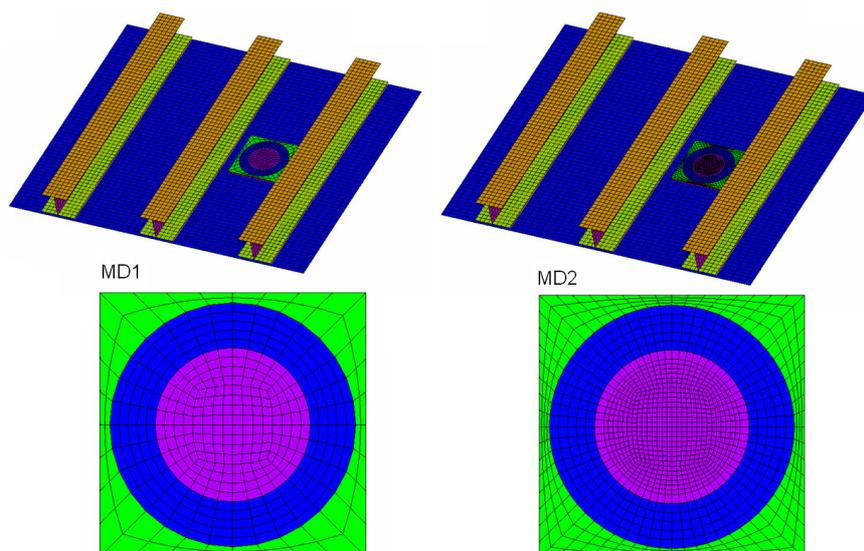


Figura 4.36: Modelli S2 con due diverse densità di mesh nel dominio locale.

In Figura 4.37 la curva reazione vs. deformazione applicata, ottenuta con i due modelli dell'approccio S2, sono confrontate con la curva ottenuta con l'approccio S1 e con i dati

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

sperimentali. Si può notare che entrambe le curve ottenute con l'approccio S2 si sovrappongono alla curva ottenuta con l'approccio S1 dimostrando che l'introduzione della regione solida all'interno del modello FEM non ha modificato la rigidità globale del pannello.

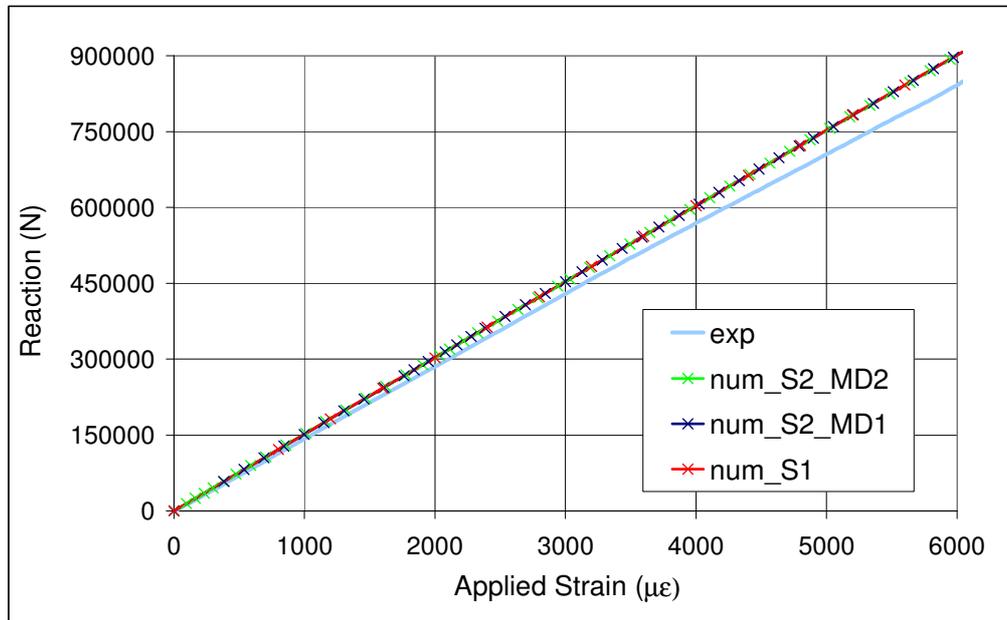


Figura 4.37: Reazione vs. deformazione applicata – confronto numerico sperimentale modello S2.

A differenza della modellazione con l'approccio S1, la modellazione con l'approccio S2 consente di simulare il buckling locale della delaminazione, ovvero l'instabilità locale del sublaminato superiore che essendo più sottile si stabilizza ad un carico più basso rispetto al sublaminato inferiore. Infatti, plottando in Figura 4.38 gli spostamenti fuori dal piano (calcolati al centro della delaminazione per entrambi i sublaminati) in funzione della carico di deformazione applicato è possibile notare che ad un carico di circa 1900 µε il sublaminato superiore improvvisamente si separa da quello inferiore. In corrispondenza di questo valore di carico di deformazione applicato, l'instabilità interessa esclusivamente la regione locale inizialmente delaminata (come confermato dalla distribuzione dello spostamento fuori dal piano a 3000 µε mostrata in Figura 4.39). Dopo il raggiungimento del carico di buckling locale, lo spostamento relativo dei due sublaminati cresce sempre di più all'aumentare del carico di deformazione applicato fino a quando non si raggiungono le condizioni di buckling globale, ovvero fin quando tutto il pannello è interessato dall'instabilità (Figura 4.40). Da quel momento, il sublaminato superiore viene tirato verso il basso perché a seguire la forma di buckling globale.

E' possibile notare dalla Figura 4.40 come la continuità degli spostamenti lungo l'interfaccia tra il dominio locale e quello globale sia verificata.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

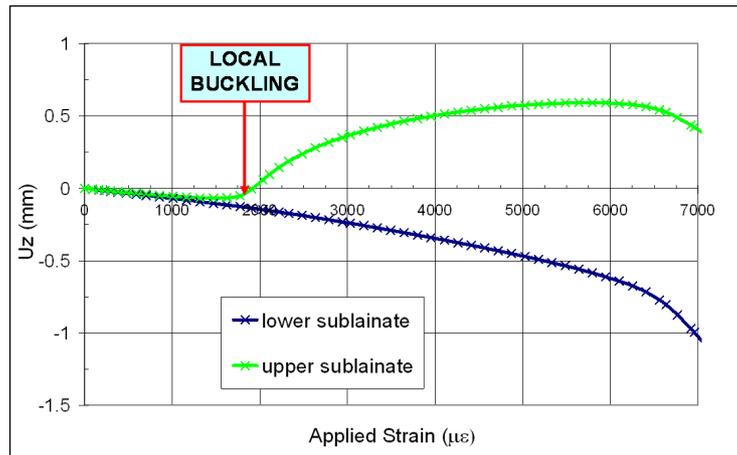


Figura 4.38: Spostamento fuori dal piano (centro della delaminazione) vs. deformazione applicata

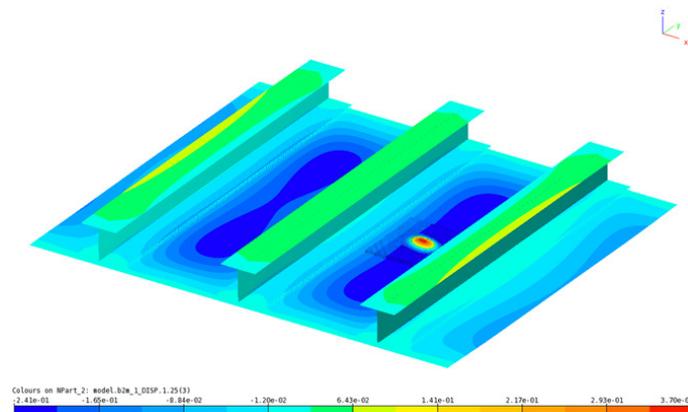


Figura 4.39: Distribuzione dello spostamento fuori dal piano a 3000 µε.

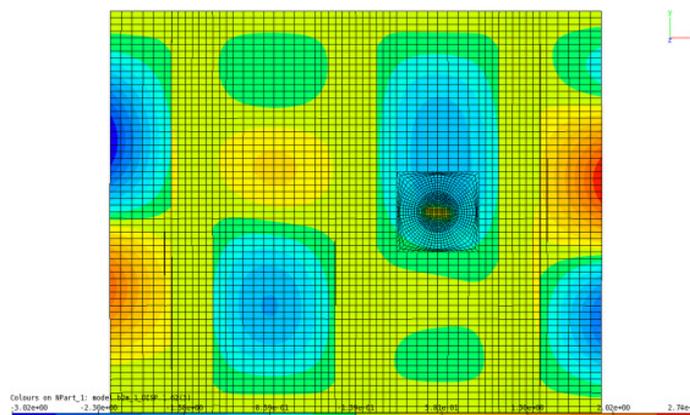


Figura 4.40: Distribuzione dello spostamento fuori dal piano in condizioni di buckling globale.

Modello S3

In quest'ultimo modello, al fine di poter simulare non solo il buckling locale della delaminazione, ma anche il suo avanzamento sotto i carichi di compressione, sono stati inseriti gli elementi di frattura nella zona II in accordo al metodo descritto al paragrafo §4.3.1.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

La zona III in questo caso ha la funzione di interfacciarsi con il dominio di elementi shell.

In Figura 4.41 sono riportate le curve dello spostamento fuori dal piano, calcolato al centro della delaminazione e per il sublaminato inferiore, in funzione del carico di deformazione imposto, ottenute con i tre progressivi approcci di modellazione S1, S2, e S3. E' possibile notare che il carico di buckling globale, ottenuto come intersezione delle tangenti alle curve nelle loro estremità, risulta abbastanza influenzato dall'aver simulato o meno l'instabilità locale e la crescita della delaminazione. In particolare, se si tiene in considerazione questi fenomeni locali (approccio S3), il carico di buckling globale risultata anticipato rispetto al caso in cui questi fenomeni non vengono considerati per niente (approccio S1). L'avanzamento progressivo della delaminazione è mostrato in Figura 4.42. A circa $1800 \mu\epsilon$ il sublaminato superiore comincia a separarsi da quello inferiore (buckling locale). La delaminazione comincia a crescere a $3190 \mu\epsilon$ e propaga alquanto velocemente in direzione leggermente inclinata rispetto al piano $y=150 \text{ mm}$ in conformità a quanto verificato sperimentalmente (Figura 4.43). La distribuzione degli spostamenti fuori dal piano a $4069 \mu\epsilon$ è mostrata in sezione in Figura 4.44.

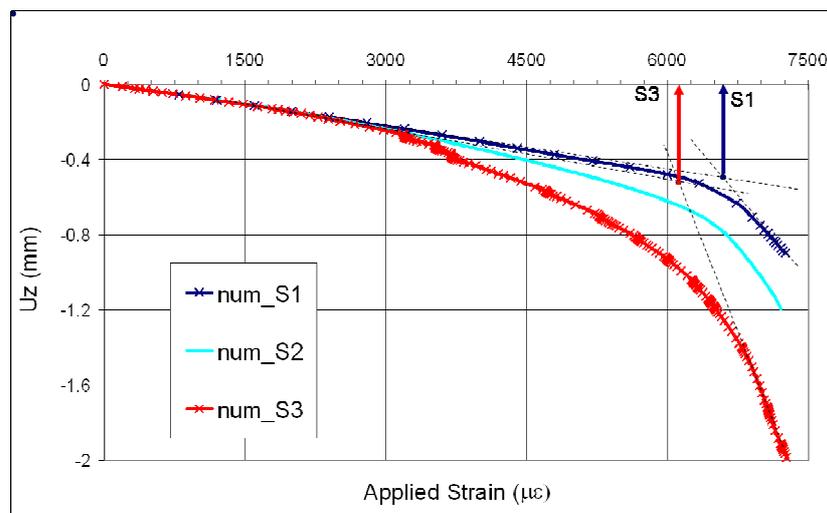


Figura 4.41: Spostamento fuori dal piano (centro della delaminazione) vs. deformazione applicata.

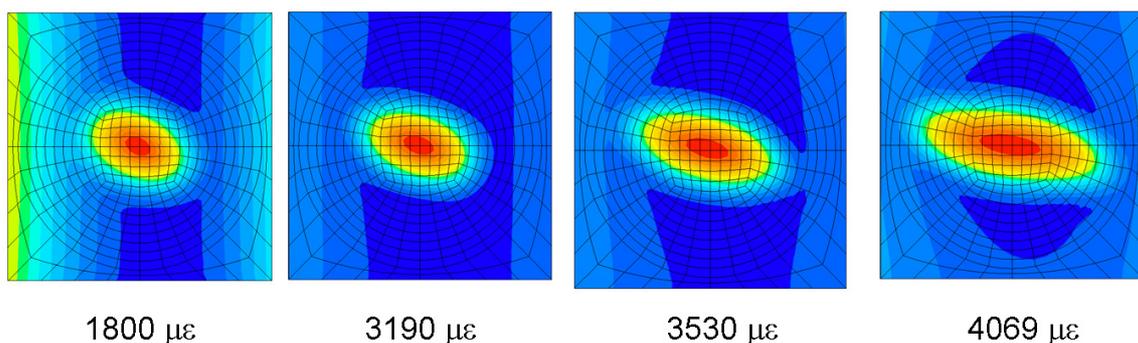


Figura 4.42: Avanzamento progressivo della delaminazione.

Capitolo 4:
Comportamento a compressione di un pannello delaminato mediante un approccio global-local

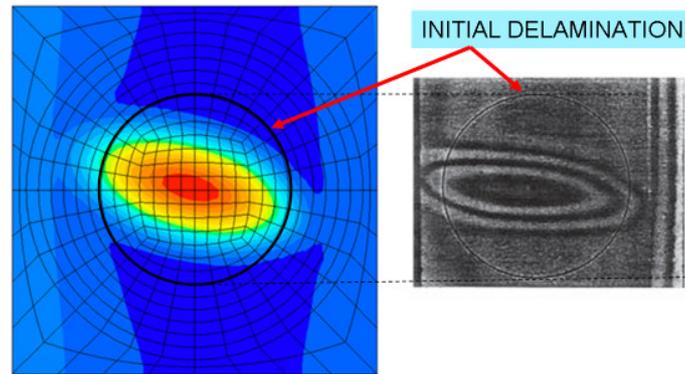


Figura 4.43: Confronto numerico e sperimentale degli spostamento fuori dal piano a 3530 $\mu\epsilon$.

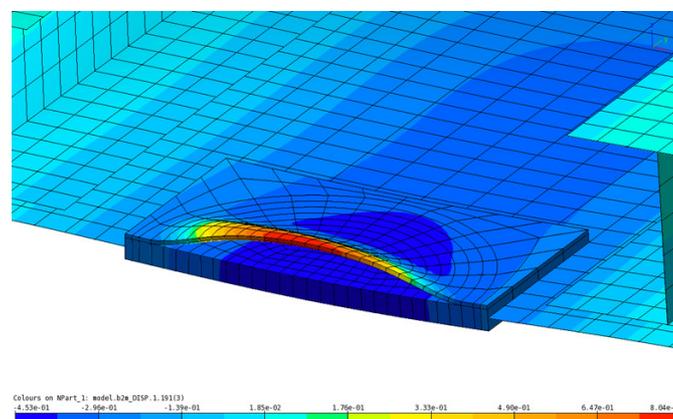


Figura 4.44: Distribuzione degli spostamenti fuori dal piano a 4069 $\mu\epsilon$.

Infine, in Figura 4.45, i valori numerici sono confrontati con i dati sperimentali disponibili, ovvero carico di buckling globale e carico di inizio propagazione della delaminazione. L'approccio di modellazione S3 permette di predire il carico globale di buckling con un errore del 4.4% e il carico di inizio propagazione con un errore di circa 8.8%.

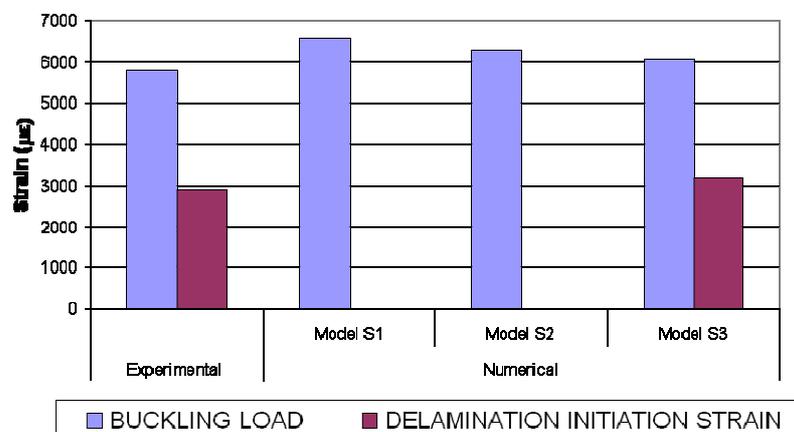


Figura 4.45: Confronto tra dati numerici e dati sperimentali.

5. SVILUPPI NUMERICI PER ANALISI DI IMPATTO A BASSA VELOCITA'.

E' stato già ribadito come le strutture in composito laminato offrono una resistenza molto limitata nei confronti dei carichi da impatto che possono generano danni interni difficilmente visibili ad occhio nudo e che possono ridurre sensibilmente la resistenza del componente. Per questi motivi nella progettazione di strutture in composito bisogna tener conto degli effetti di impatti con corpi estranei che potrebbero verificarsi durante la loro vita operativa. In questo capitolo viene presentato un modello FEM per la simulazione di impatti a bassa velocità su piastre in composito. L'obiettivo che ci si è prefissati nel mettere a punto questo modello è stato quello di avere a disposizione un tool numerico che consentisse di predire il danno da impatto in termini di forma e estensione dell'area danneggiata per rottura di fibre e/o matrice.

Il modello di simulazione di impatto è stato prima testato e validato su casi semplici (bassa energia d'impatto, assenza fenomeni di danneggiamento, etc.) disponibili in letteratura. Questa prima fase di validazione preliminare è riportata nel paragrafo §5.1. Successivamente è stato scelto un caso più complesso descritto nel paragrafo §5.2. Il modello FEM messo a punto per simulare questo caso è descritto nel paragrafo §5.3. Infine, nel paragrafo §5.4, è descritto come tale modello sia stato efficientemente accoppiato con il tool di ottimizzazione modeFRONTIER® e sono riportati i confronti tra dati numerici e sperimentali. Quest'ultima attività è stata anche pubblicata in [60].

5.1. Studi preliminari

Allo scopo di acquisire le necessarie competenze per gestire codici di calcolo numerici di tipo esplicito e indagare sull'importanza dei vari parametri numerici in un modello di simulazione di impatto sono stati effettuati degli studi su casi semplici disponibili in letteratura. Il primo caso esaminato (TEST CASE 1) è stato quello di una piastra in metallo isotropo impattata da un impattatore sferico di acciaio con un energia di 0.1 Joule [61]. L'isotropia dei materiali in gioco, l'assenza di fenomeni di danneggiamento, il livello basso di energia di impatto riducevano al minimo le difficoltà dell'analisi. Per la simulazione di questa prova è stato scelto di utilizzare il codice FEM LS-DYNA. I risultati della simulazione con il modello sviluppato in LS-DYNA sono stati correlati in Figura 5.1 con i risultati di riferimento riportati in termini di spostamento della piastra nel punto di impatto in funzione del tempo. Dal momento che la correlazione è risultata buona si è acquisito una certa confidenza sull'affidabilità del modello soprattutto nel simulare la dinamica dell'evento.

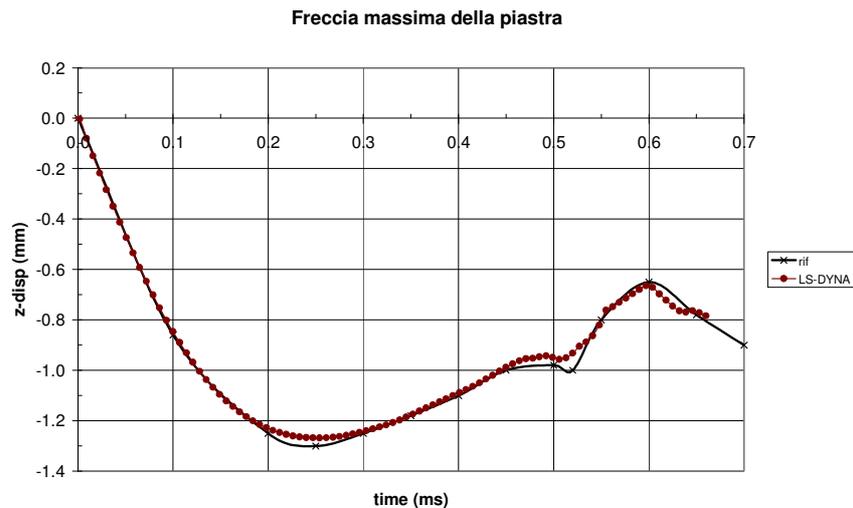


Figura 5.1: Correlazione tra modello LS-DYNA e risultati di riferimento.

Allo scopo quindi di individuare quei parametri numerici che maggiormente influenzano i risultati di questo tipo di analisi numerica, sono stati effettuati una serie di studi di sensibilità. In particolare è stato qualitativamente e quantitativamente valutato come i risultati della simulazione del TEST CASE 1 dipendessero dai seguenti fattori:

- Energia di impatto
- Utilizzo di diversi modelli di materiale per l'impattatore sferico
- Modellazione della gravità
- Modellazione dell'attrito
- Utilizzo di diversi algoritmi per calcolare la rigidità di contatto
- Costante di damping
- Densità di mesh

I principali risultati ottenuti con questo studio sono:

- L'energia di impatto e la deflessione massima della piastra non sono linearmente proporzionali.
- E' vivamente consigliato utilizzare il MAT_RIGID come modello di materiale per l'impattatore dal momento che questo riduce i tempi di calcolo senza perdere l'accuratezza dei risultati.
- Può essere trascurata la modellazione della gravità e dell'attrito tra piastra e impattatore dal momento che questi fattori influenzano minimamente i risultati delle simulazioni.
- Non sono state riscontrare grosse differenze tra i risultati ottenuti scegliendo diverse opzioni per il calcolo della rigidità di contatto (SOFT=0, SOFT=1).

- La costante di damping risulta influenzare in maniera non stravolgente ma comunque significativa i risultati delle simulazioni. In particolare, come mostrato in Figura 5.2, all'aumentare della costante diminuisce lo deflessione della piastra.

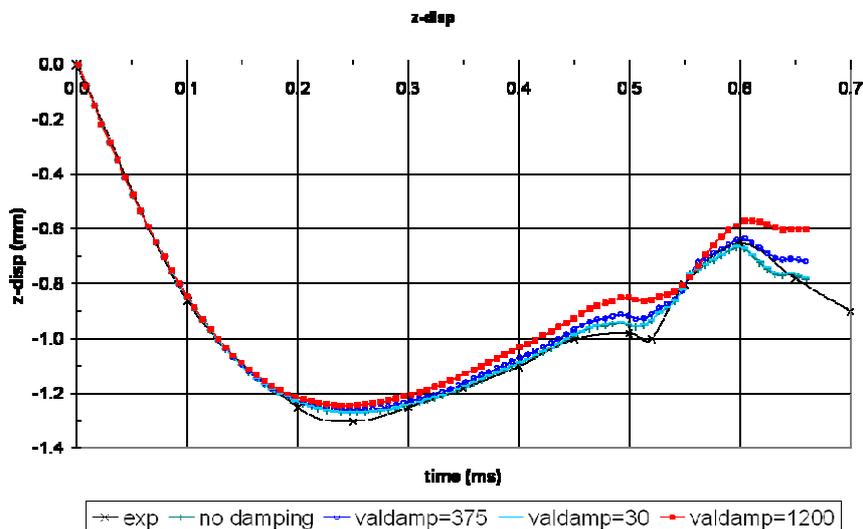


Figura 5.2: Studio di sensibilità rispetto alla costante di damping.

- E' sempre consigliato eseguire un'analisi di convergenza della mesh.

Successivamente si è scelto di testare il modello FEM su un caso leggermente più complesso ovvero quello di una sfera di acciaio che impatta su una piastra in materiale composito (TEST CASE 2). I risultati delle simulazioni sono stati confrontati con risultati di riferimento disponibili in [62] in termini di:

- Storia temporale della forza di contatto (Figura 5.3)
- Spostamento della piastra nel punto di contatto (Figura 5.4)

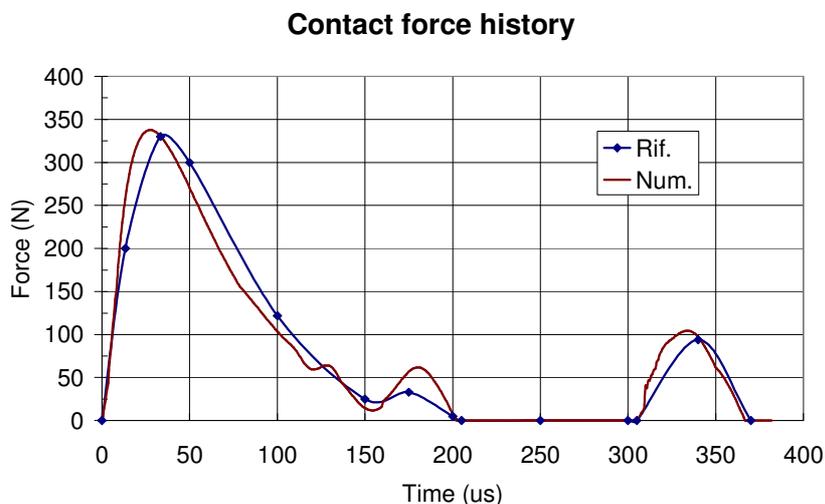


Figura 5.3: Correlazione tra modello LS-DYNA e risultati di riferimento - forza di contatto.

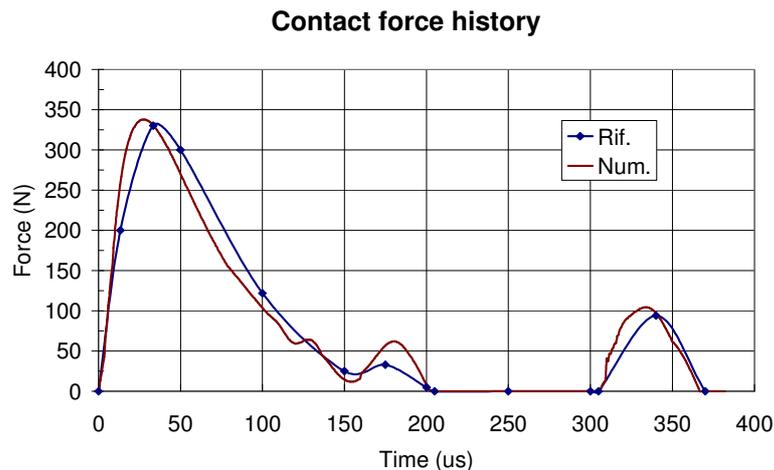


Figura 5.4: Correlazione tra modello LS-DYNA e risultati di riferimento – deflessione.

Ancora una volta il modello è risultato affidabile nel riprodurre il comportamento della piastra sottoposta ad un impatto di 0.037 Joule. Sono stati effettuati quindi altri studi di sensibilità rispetto ai seguenti fattori:

- modello materiale piastra
- rigidezza di contatto
- Tipo di elemento (shell o brick)

I principali risultati ottenuti sono:

- Tra tutti i modelli di materiale composito presenti nella libreria di LS-DYNA quello che ha fornito risultati migliori è stato il MAT54 che sarà quindi usato anche per il proseguo delle attività.
- La rigidezza di contatto influenza notevolmente i risultati dell'analisi. Tale parametro va quindi scelto con accuratezza. Facendo variare ad esempio la costante di rigidezza (SFS) di due ordini di grandezza, la curva della forza risulta totalmente differente da quella di riferimento (Figura 5.5).
- Gli elementi shell consentono di ottenere risultati affidabili con tempi di calcolo decisamente più bassi rispetto agli elementi brick.

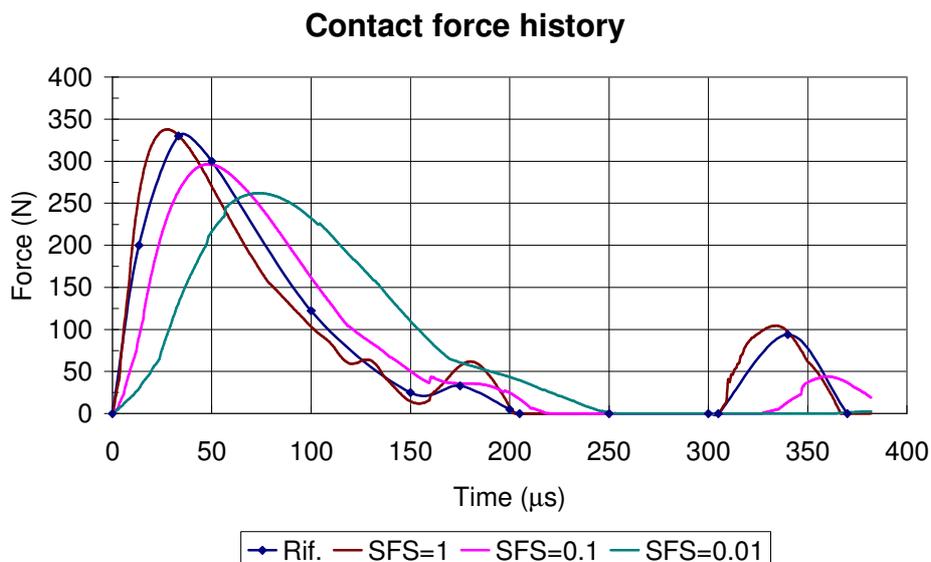


Figura 5.5: Studio di sensibilità rispetto alla costante di rigidezza.

5.2. Descrizione test case per l'analisi d'impatto

Allo scopo di validare il modello di simulazione di impatto relativamente ad un caso più significativo (elevata energia, presenza di danneggiamento, etc.) è stato individuato il test case riportato in [63] che consiste in una piastra rettangolare impattata con un'energia di 40 Joule da un impattatore emisferico di acciaio con diametro di 25.4 mm e massa di 1.85 kg. La piastra in materiale composito Cytec 977-2-35-12K HTS-134 (fibre di carbonio impregnate con matrice epossidica) è costituita da 24 lamine disposte secondo la seguente sequenza di laminazione: $[-45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ]_{3s}$. Lo spessore risultante della piastra dopo il processo di cura in autoclave è di 2.7 mm. Le dimensioni della piastra sono mostrate in Figura 5.6. La piastra è incastrata per un tratto di 50 mm alle due estremità riducendo la lunghezza libera di flessione a 300 mm. I lati AB e CD sono invece sottoposti ad una condizione di appoggio semplice.

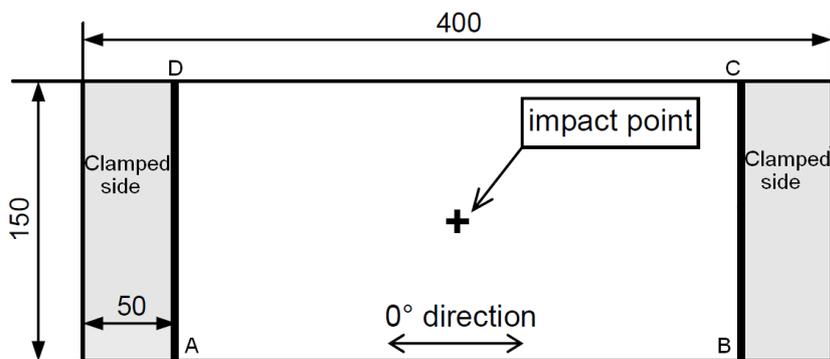


Figura 5.6: Geometria della piastra e condizioni al contorno.

I risultati della prova in termini di:

- Storia temporale della forza di contatto tra impattatore e piastra
- Spostamento dell'impattatore
- Energia assorbita dalla piastra

sono riportati in Figura 5.7. Relativamente alla curva della forza di contatto è possibile notare che dopo una fase di oscillazione nei primi istanti del contatto, essa cresce molto velocemente (pendenza molto alta). Questo rapido incremento è dovuto alla reazione della piastra che tenta di riportarsi alla sua posizione iniziale. Le successive cadute di forza segnalano la formazione di danni (principalmente rotture di fibre) internamente alla piastra. Si raggiunge infine un picco di forza di circa 7800 N dopodiché la forza comincia diminuire fino ad azzerarsi dopo circa 6 ms dall'istante iniziale di impatto. Il massimo spostamento (lungo la direzione di impatto) dell'impattatore si raggiunge a circa 2.9 ms ed è pari a 12.2 mm. La curva dell'energia assorbita dalla piastra, infine, fornisce informazioni molto importanti per la comprensione del fenomeno. L'energia iniziale della piastra è ovviamente nulla. Durante l'impatto l'energia cinetica dell'impattatore viene assorbita dalla piastra fino a quando all'istante 2.9 ms (punto di massima deflessione) tutta l'energia cinetica dell'impattatore (40 Joule) si è accumulata sotto forma di energia di deformazione nella piastra. Nell'ipotesi di urto elastico, la seconda parte della curva dovrebbe essere simmetrica rispetto alla prima. Nel nostro caso, si nota che l'energia non torna a zero in quanto una certa aliquota è servita per attivare i meccanismi di danneggiamento all'interno della piastra. In particolare, l'energia finale assorbita dalla piastra è di circa 13 Joule.

I dati sperimentali riportati in Figura 5.7 sono stati utilizzati per la validazione del modello numerico descritto al paragrafo successivo.

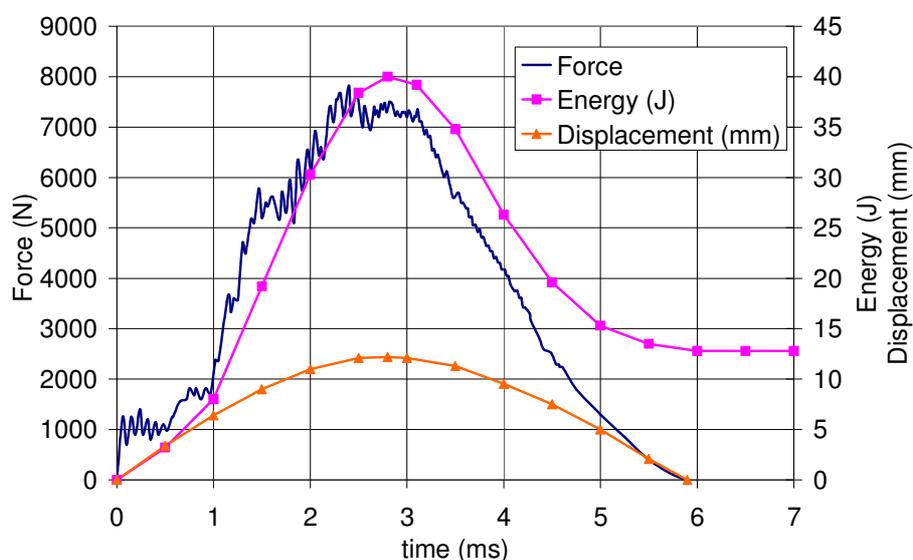


Figura 5.7: Dati Sperimentali usati per la validazione del modello numerico.

5.3. Descrizione del modello FEM in LS-DYNA

Dal momento che le dimensioni in piano della piastra sono molto maggiori dello spessore, è stato scelto di utilizzare un approccio di modellazione 2D. In particolare, la piastra è stata discretizzata con elementi shell di dimensione caratteristica pari a 3 mm. In ogni elemento sono stati definiti 24 punti di integrazione, ovvero uno per ogni lamina.

Per poter correttamente riprodurre il comportamento di un laminato composito sottoposto ad un carico di impatto è necessario tenere conto del danneggiamento che si innesca e che evolve durante il fenomeno. A tal fine è stato individuato nella libreria dei modelli di materiale di LS-DYNA il materiale MAT54 (MAT_ENHANCED_COMPOSITE_DAMAGE) che è un materiale elastico lineare fino a rottura e che consente di simulare il danneggiamento. Infatti, ad ogni passo temporale dell'analisi, sono calcolati gli stress in ciascun punto di integrazione di ciascun elemento. Questi valori sono quindi utilizzati insieme ai valori di sollecitazioni ammissibili della lamina unidirezionale per calcolare gli indici di failure definiti in Tabella 5.1 e basati sui criteri di resistenza di Chang/Chang [5].

Tabella 5.1: Indici di Failure in MAT54

Rottura per trazione delle fibre	$e_{f,t}^2 = \left(\frac{\sigma_1}{XT}\right)^2 + \beta \left(\frac{\tau_{12}}{SC}\right)^2 - 1$	(5.1)
Rottura per compressione delle fibre	$e_{f,c}^2 = \left(\frac{\sigma_1}{XC}\right)^2 - 1$	(5.2)
Rottura per trazione della matrice	$e_{m,t}^2 = \left(\frac{\sigma_2}{YT}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{SC}\right)^2 - 1$	(5.3)
Rottura per compressione della matrice	$e_{m,c}^2 = \left(\frac{\sigma_2}{2SC}\right)^2 + \frac{\sigma_2}{YC} \left(\frac{YC^2}{4SC^2} - 1\right) + \left(\frac{\tau_{12}}{SC}\right)^2 - 1$	(5.4)

Nelle relazioni precedenti è stata utilizzata la seguente nomenclatura:

- σ_1 , σ_2 e τ_{12} sono rispettivamente il valore attuale di sollecitazione normale in direzione delle fibre, il valore attuale di sollecitazione normale in direzione della matrice e il valore attuale della sollecitazione di taglio nel piano.
- XT, XC, YT, YC e SC sono i valori di resistenza riferita alla lamina unidirezionale. In particolare XT è la resistenza a trazione in direzione della fibra, XC è la resistenza a compressione in direzione della fibra, YT è la resistenza a trazione in direzione della matrice, YC è la resistenza a compressione in direzione della matrice, SC è la resistenza a taglio.
- β è un coefficiente che serve a pesare il contributo del taglio nel criterio di rottura per trazione delle fibre. Tale coefficiente può assumere valori compresi tra 0 e 1.

Se durante l'analisi gli indici di failure appena definiti raggiungono un valore maggiore di zero in un determinato punto di integrazione di un determinato elemento, le proprietà elastiche di questo elemento e per quella lamina vengono degradate in accordo a determinate leggi di degradazione che dipendono dal tipo di failure che è stato rilevato. Ad esempio, nel caso si verifichi rottura per trazione delle fibre, il modulo di Young in direzione delle fibre (E_1), il modulo di Young in direzione della matrice (E_2) e il modulo di elasticità a taglio (G_{12}) vengono drasticamente ridotti ad un valore molto piccolo per simulare la perdita di rigidità dovuta alla rottura delle fibre.

L'impattatore è stato modellato sempre con elementi shell che sono stati associati al modello di materiale MAT_RIGID. All'impattatore è stata imposta una velocità iniziale di 6.5 m/s utilizzando la scheda PART_INERTIA. In Figura 5.8 è mostrata un'immagine della mesh adottata sia per l'impattatore che per la piastra. Infine, è stato definito un contatto (del tipo Automatic_surface_to_surface) con una formulazione tipo penalty [57] tra la superficie inferiore dell'impattatore e la superficie esposta della piastra.

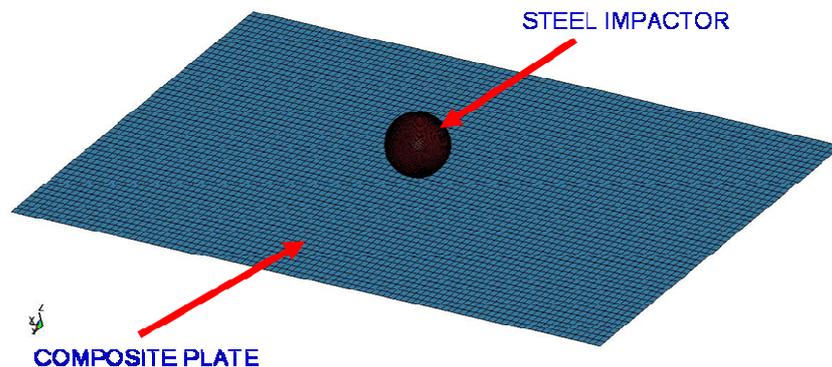


Figura 5.8: Modello FEM in LS-DYNA.

5.4. Integrazione modello LS-DYNA con modeFRONTIER

La definizione di alcuni parametri numerici del modello FEM può diventare un compito molto arduo per diverse ragioni (incertezza elevata, carenza di dati affidabili in letteratura, etc.). Tali parametri vengono scelti di solito in base all'esperienza dell'analista. Allo scopo di comprendere meglio l'influenza di questi parametri sui risultati delle simulazioni, è stata eseguita un'analisi statistica integrando il modello LS-DYNA descritto nel paragrafo precedente al tool di integrazione processo modeFRONTIER.

L'integrazione del modello LS-DYNA in modeFRONTIER è schematicamente descritta nel workflow di Figura 5.9.

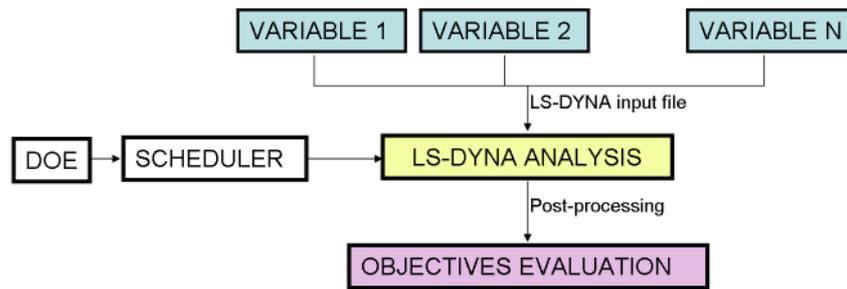


Figura 5.9: Integrazione modello LS-DYNA all'interno di modeFRONTIER.

Dall'alto verso il basso è possibile individuare il cosiddetto flusso di dati. I blocchi posti alla sommità del workflow definiscono le variabili di input del problema per le quali bisogna definire un determinato intervallo di variazione. Nel nostro caso sono state identificate 4 variabili di input che corrispondono ai parametri numerici relativi al modello LS-DYNA indicati insieme al loro intervallo di variazione in Tabella 5.2:

Tabella 5.2: Parametri numerici scelti come Variabili del problema.

INPUT VARIABLES PROPERTIES			
NAME	LS-DYNA CARD	Lower BOUND	Upper Bound
<i>tssf</i>	Control_timestep	0.4	0.6
<i>sf</i>	Damping_Part_Mass	0	1000
<i>sfs</i>	Contact card	0.05	0.5
<i>alph</i>	MAT54 card	0	0.5

In particolare, il parametro *tssf* va ad influenzare i passi temporali dell'analisi, il parametro *sf* incide sulle proprietà di smorzamento della piastra, *sfs* influenza la rigidità del contatto definito tra piastra e impattatore e *alph* è il parametro che compare nella relazione costitutiva non lineare del taglio.

I blocchi DOE e SCHEDULER di Figura 5.9 generano varie combinazioni (design) di queste variabili secondo una determinata strategia (algoritmi interni a modeFRONTIER) allo scopo di raggiungere un determinato obiettivo. Ogni volta che una nuova combinazione delle variabili di input è generata, il file di input del modello LS-DYNA è aggiornato e una nuova analisi di impatto viene eseguita in modalità batch. Al termine dell'analisi, i risultati della stessa sono post-processati al fine di poter effettuare una valutazione degli obiettivi. Nel presente studio, i risultati utilizzati per la valutazione delle funzioni obiettivo sono stati i seguenti:

- Curva forza di contatto vs. tempo
- Curva Spostamento impattatore vs. tempo

- Curva energia assorbita vs. tempo

Sono stati quindi definiti 3 variabili di errore date dalla differenza di tali curve numeriche con le rispettive curve sperimentali di Figura 5.7. Infine gli obiettivi definiti per questo problema sono stati i seguenti:

- Minimizzazione dell'errore relativo alla curva della forza di contatto (err_f).
- Minimizzazione dell'errore relativo alla curva dello spostamento (err_d).
- Minimizzazione dell'errore relativo alla curva dell'energia (delta_energy)

5.4.1. Analisi statistica

Allo scopo di valutare la correlazione tra le 4 variabili di input e le 3 funzioni obiettivo è stata eseguita un'analisi statistica prendendo in considerazione una popolazione iniziale di 144 design generati usando il metodo Full-Factorial a 3 livelli per le variabili *alph* e *tssfac* e 4 livelli per le variabili *sfs* e *sf*. I risultati dell'analisi statistica sono stati riportati nella scatter matrix di Figura 5.10.

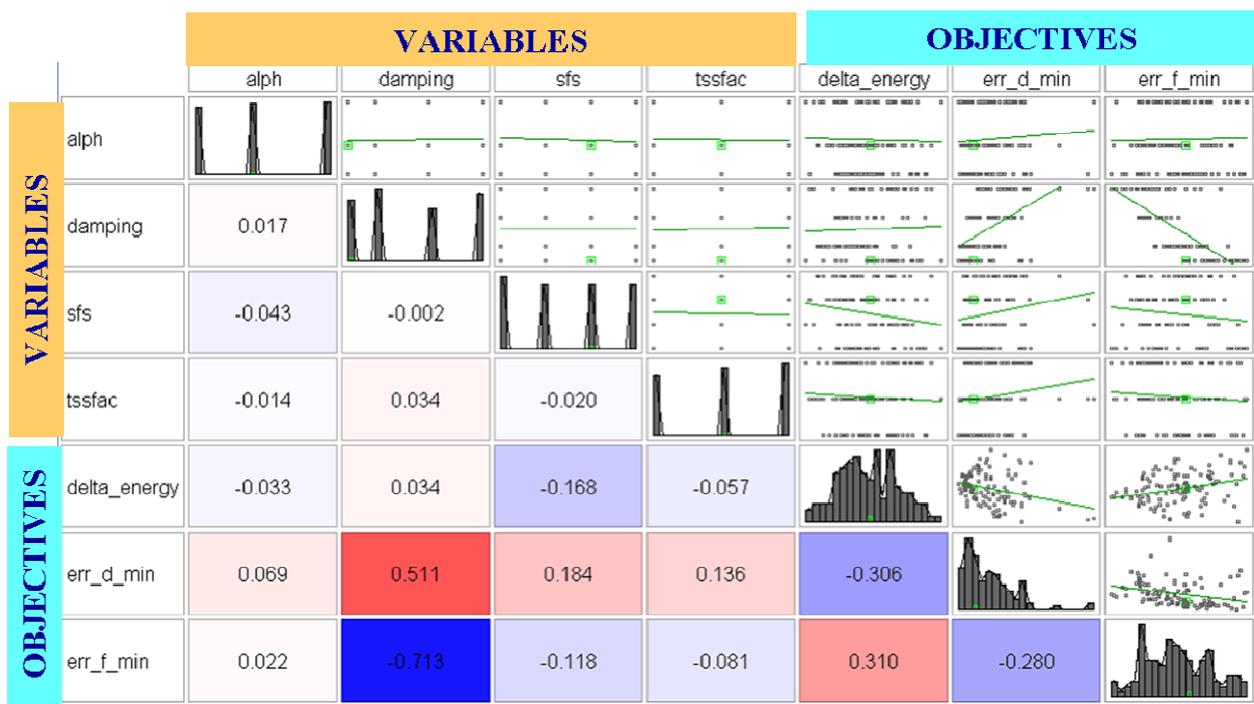


Figura 5.10: Scatter Matrix chart.

La scatter matrix è una matrice 7x7 (4 variabili + 3 funzioni obiettivo) che contiene in forma matriciale tre diversi tipi di informazioni:

- Funzione densità di probabilità di ciascuna variabile (lungo la diagonale principale): che rappresenta la probabilità di accadimento di una certa variabile (intesa qui come variabile di input o come funzione obiettivo)

- Scatter Plot (sopra la diagonale principale): fornisce informazioni su come sono correlate una coppia di variabili.
- Indice di correlazione (sotto la diagonale principale): è un indice normalizzato, calcolato per ciascuna coppia di variabili, che può assumere valori compresi tra -1 e +1. Un valore prossimo a +1 (-1) indica che c'è una correlazione diretta (inversa) molto forte tra le due variabili, mentre un valore prossimo a zero indica che le due variabili non sono correlate. L'indice di correlazione riportato alla i-ima riga e j-ima colonna può essere anche visto come la pendenza della retta di regressione lineare riportata nello scatter plot della j-ima riga e i-ima colonna.

Analizzando i dati riportati nella scatter matrix di Figura 5.10 si possono trarre le seguenti conclusioni:

1. Bassi valori dell'errore relativo allo spostamento (err_d) hanno un'elevata probabilità di accadimento. Infatti analizzando la funzione densità di probabilità relativa a questo errore, riportata nell'ingrandimento di Figura 5.11, si può notare che la maggior parte dei design forniscono valori bassi di err_d .

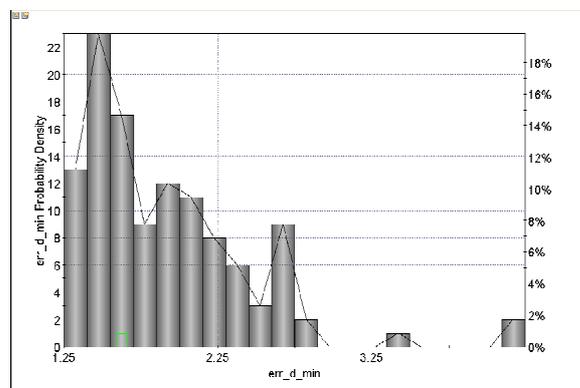


Figura 5.11: Funzione densità di probabilità di err_d .

2. La costante di smorzamento (variabile di input) e l'errore relativo alla forza (variabile obiettivo) sono fortemente e inversamente correlate come indicato dal relativo scatter plot riportato in forma ingrandita in Figura 5.12.

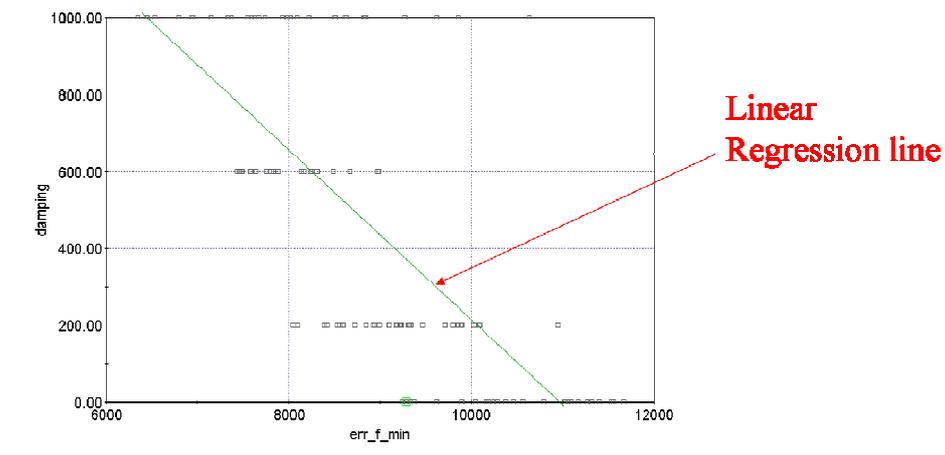


Figura 5.12: Scatter plot tra costante di smorzamento e err_f .

3. La variabile di input $alph$ è la meno significativa dal momento che i suoi indici di correlazione rispetto a tutti e tre gli obiettivi sono molto prossimi a zero.
4. La costante di smorzamento e la rigidezza di contatto (sfs) sono le variabili di input che maggiormente influenzano i risultati dell'analisi dal momento che i loro indici di correlazione rispetto ai tre obiettivi sono i più alti.
5. Alcune coppie di funzioni obiettivo sono negativamente correlate (indice di correlazione negativo), il che significa che tali obiettivi sono contrastanti per cui è necessaria una strategia di ottimizzazione al fine di determinare un buon compromesso relativamente al soddisfacimento simultaneo di tutti e tre obiettivi.

5.4.2. Analisi di ottimizzazione

Allo scopo di determinare la migliore combinazione possibile delle variabili di input, ovvero quella che minimizza il più possibile i 3 errori precedentemente definiti, è stata eseguita un'analisi di ottimizzazione utilizzando l'algoritmo MOGA-II implementato all'interno di modeFRONTIER. È bene ricordare che poiché alcuni obiettivi sono contrastanti non sarà possibile individuare l'ottimo assoluto ma bisognerà accontentarsi di un compromesso.

Allo scopo di velocizzare la determinazione del design ottimo, il parametro $alph$, ovvero quello che l'analisi statistica ci ha rivelato essere il meno significativo, è stato considerato costante e pari a 0.1. L'algoritmo di ottimizzazione ha fornito, in circa 1000 valutazioni, diversi candidati di soluzione ottima. Essi possono essere facilmente individuati nel diagramma a bolle di Figura 5.13. In tale diagramma ogni bolla è rappresentativa di un design. Una possibile configurazione di ottimo dovrebbe trovarsi in basso a sinistra del diagramma (minimizzazione di err_f e err_d) e dovrebbe essere blu (minimizzazione di $delta_energy$). Tra le tante, la configurazione 2940 evidenziata in Figura 5.13 può essere considerata come un buon compromesso, dal momento che fornisce valori

abbastanza bassi di tutti e 3 gli errori. La configurazione 2940 è stata ottenuta con la seguente combinazione delle variabili di input: $\alpha=0.1$, $damping=400$, $sfs=0.35$, $tssfacs=0.4$. Il confronto tra i risultati numerici ottenuti con la configurazione 2940 e quelli sperimentali è presentato al prossimo paragrafo.

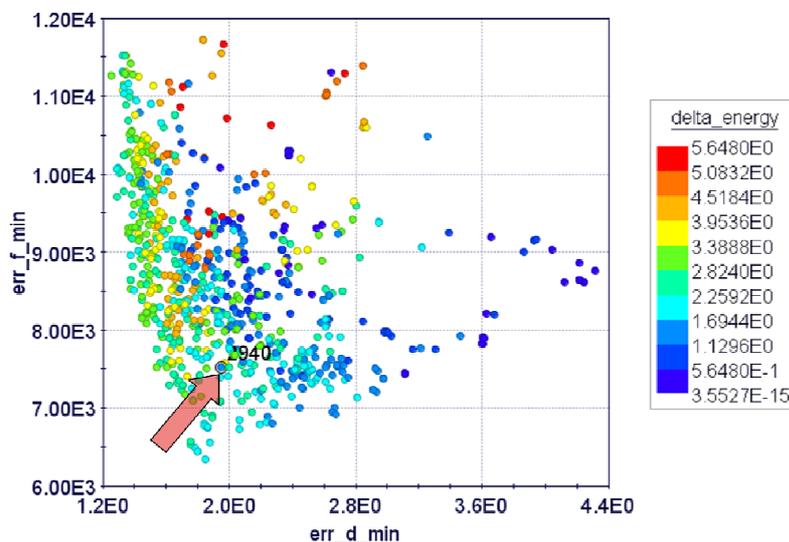


Figura 5.13: Diagramma a bolle.

5.4.3. Confronto tra risultati numerici e sperimentali

In Figura 5.14, Figura 5.15 e Figura 5.16 sono messi a confronto i risultati numerici ottenuti con la configurazione 2940 e quelli sperimentali rispettivamente in termini di forza di contatto, spostamento dell'impattatore e energia assorbita dalla piastra. E' possibile apprezzare una buona correlazione dal momento che l'andamento globale delle curve sperimentali è ben descritto da quelle numeriche e anche i parametri caratteristici del fenomeno (picco della forza, durata del contatto, picco dello spostamento, energia assorbita finale, etc.) sono predetti correttamente dal modello numerico.

Si vuole infine evidenziare come la procedura integrata LS-DYNA – modeFRONTIER consente di sfruttare a meglio il tempo a disposizione per i calcoli. Infatti una volta settato il modello LS-DYNA e una volta impostato il workflow in modeFRONTIER con la definizione delle variabili del problema, degli obiettivi ed eventualmente dei vincoli, l'analisi gira in automatico e tutto il tempo macchina (notte, week-end, giorni festivi, etc.) è pienamente sfruttato.

Inoltre la procedura integrata, una volta che è stata validata rispetto ad un database sperimentale consente di studiare alcuni fattori (proprietà del materiale, condizioni al contorno, sequenze di laminazione, spessori, etc.) influenzano la resistenza all'impatto di un determinato componente. Questo consentirebbe dunque di progettare strutture resistenti al danno effettuando un numero

ridotto di test sperimentali che risultano essere molto onerosi sia dal punto di vista economico che dal punto di vista temporale.

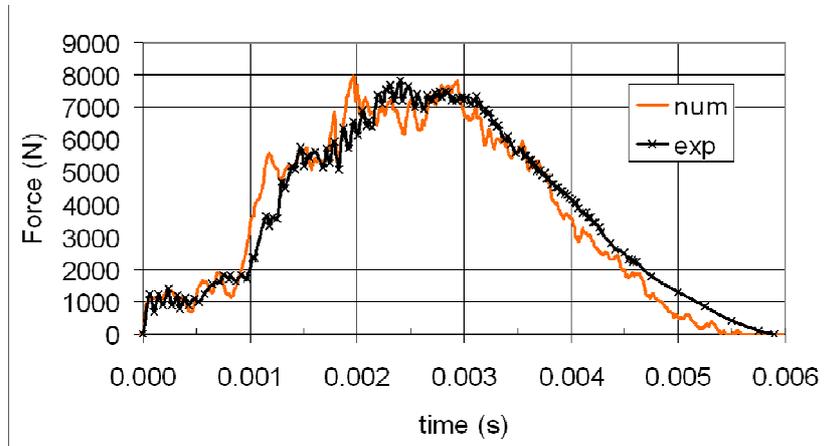


Figura 5.14: Confronto numerico vs. sperimentale – forza di contatto.

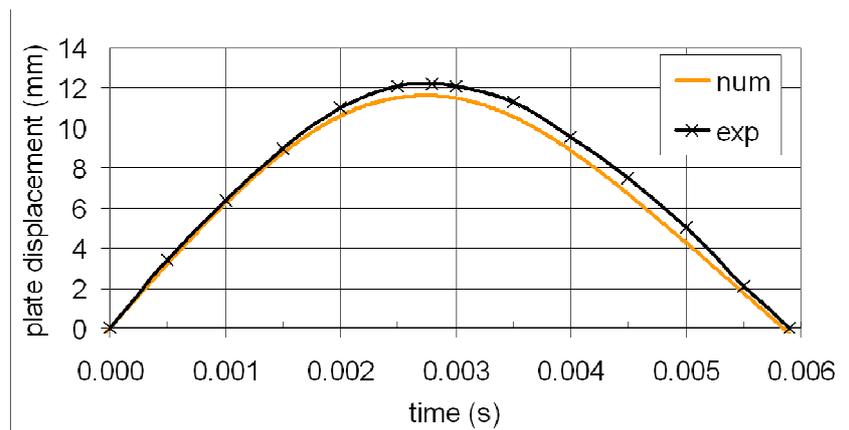


Figura 5.15: Confronto numerico vs. sperimentale – spostamento.

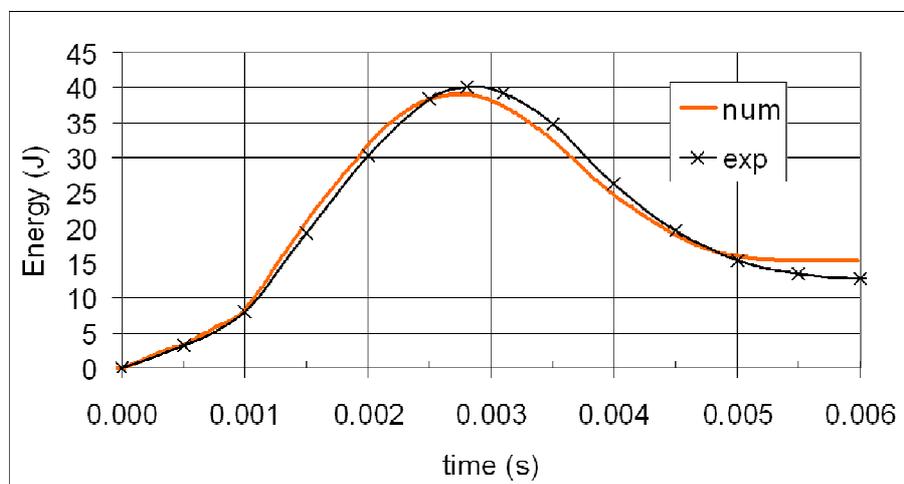


Figura 5.16: Confronto numerico vs. sperimentale – Energia assorbita.

6. SVILUPPI NUMERICI PER LA PREDIZIONE DELLA RESISTENZA RESIDUA POST-IMPATTO.

Nel capitolo precedente è stato presentato il modello di predizione del danno indotto da un impatto a bassa velocità su un laminato in composito. Il passo successivo è quello di determinare la resistenza residua del laminato impattato, cioè andare a stimare di quanto le proprietà di resistenza e rigidità del laminato sono degradate in seguito ad un impatto. Nell'industria aeronautica, il problema di stimare la resistenza residua post-impatto è di solito affrontato eseguendo delle campagne di test sperimentali molto costose (prove di Compression After Impact –CAI). I risultati di queste prove definiscono generalmente gli ammissibili di progetto di strutture in materiale composito a matrice plastica e ciò si traduce in design molto conservativi.

E' quindi necessario avere a disposizione uno strumento di simulazione in grado di predire la resistenza residua di un laminato impattato. Tale strumento consentirebbe infatti di:

1. ridurre il numero di test da condurre e quindi anche il costo per eseguirli,
2. ridurre i conservativismi caratteristici del processo di progettazione,
3. aiutare nella comprensione dei fattori principali che influenzano la resistenza all'impatto della struttura in esame.

In questo capitolo è proposta una procedura numerica finalizzata alla predizione della resistenza residua di un laminato impattato e del conseguente fattore di abbattimento delle proprietà di resistenza/rigidità rispetto a quelle del laminato integro. Tale procedura coinvolge necessariamente due discipline come mostrato schematicamente in Figura 6.1.

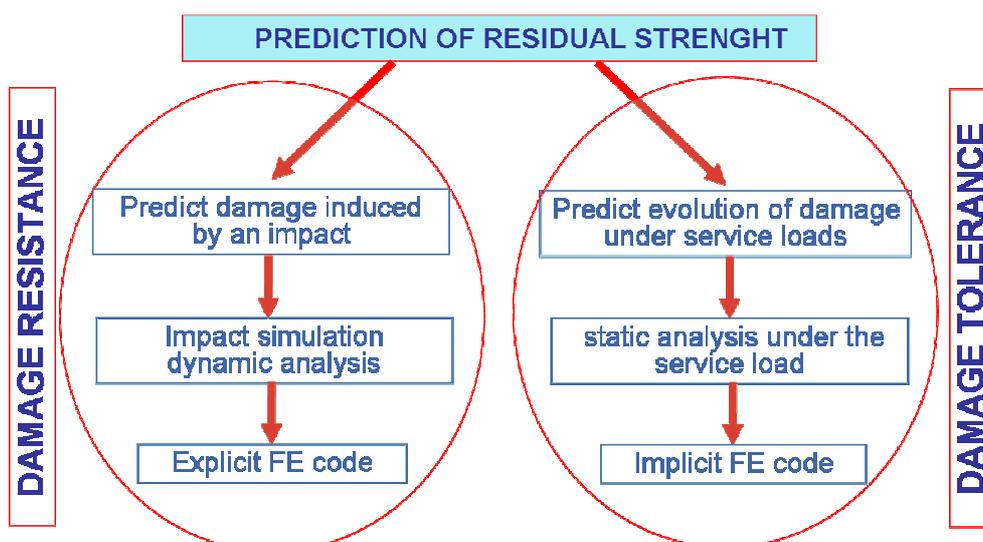


Figura 6.1: Discipline coinvolte nella predizione della resistenza residua.

Infatti, per predire correttamente la resistenza residua di un laminato impattato, occorre predire correttamente sia il danno generato a seguito dell'impatto (attività che appartiene alla disciplina della *damage resistance*) sia l'evoluzione del danno sotto i carichi di servizio (attività che appartiene alla disciplina della *damage tolerance*). Le due problematiche vengono affrontate tipicamente con codici di simulazione appartenenti a due famiglie diverse. Le analisi di impatto sono generalmente eseguite con codici di calcolo ad integrazione esplicita che meglio si prestano per la simulazione di eventi dinamici e di durata limitata. L'evoluzione del danno sotto i carichi di esercizio viene invece studiata attraverso codici impliciti ritenuti più affidabili per la simulazione di fenomeni quasi statici.

Le procedura presentata in questo capitolo tenta di creare un link tra le due discipline in modo tale da avere uno strumento in grado di predire la resistenza residua del laminato una volta che siano assegnate in ingresso le condizioni di impatto.

Per la validazione di questo modello è stata condotta una campagna di test sperimentali (prove di Compression After Impact – CAI) i cui risultati sono presentati nel paragrafo §6.1. Il confronto tra i dati sperimentali e quelli numerici è quindi presentato al paragrafo §6.2.

6.1. Campagna di prove sperimentali

In questa sezione sono presentati i risultati della campagna di prove sperimentali condotta nei laboratori del CIRA (Centro Italiano Ricerche Aerospaziali) al fine di generare un database sperimentale di riferimento su cui validare i modelli numerici. Il materiale che è stato caratterizzato è un materiale composito laminato ibrido costituito da fibre di carbonio immerse in una matrice di resina termoindurente. Tra le lamine di rinforzo sono inserite delle griglie metalliche di acciaio con alto tenore di titanio allo scopo di aumentare la resistenza all'impatto del laminato.

6.1.1. Proprietà della lamina unidirezionale

Al fine di caratterizzare il materiale dal punto di vista strutturale sono state realizzate prove classiche di trazione, compressione e taglio seguendo rispettivamente gli standard ASTM D3039, ASTM D695 e ASTM D3518. Le prove sono state eseguita per caratterizzare le proprietà meccaniche della lamina unidirezionale sia in direzione delle fibre (0°) che in direzione della matrice (90°). I risultati dei test meccanici sono riportati in maniera sintetica in Tabella 6.1.

Tabella 6.1: Proprietà meccaniche della lamina unidirezionale.

PROPRIETA'	VALORE (CV)
E_1 =Modulo di Young (direzione fibre)	87.68 GPa ($\pm 2.72\%$)
E_2 =Modulo di Young (direzione matrice)	11.36 GPa ($\pm 1.73\%$)
G_{12} =Modulo di Elasticità a taglio nel piano	4.59 GPa ($\pm 2.10\%$)
ν_{12} = modulo di Poisson nel piano	0.19 ($\pm 6.75\%$)
X_T = Resistenza a Trazione (direzione fibre)	824.13MPa ($\pm 6.01\%$)
Y_T = Resistenza a Trazione (direzione matrice)	50.68MPa ($\pm 8.05\%$)
X_C = Resistenza a Compressione (direzione fibre)	424.98MPa ($\pm 12.84\%$)
Y_C = Resistenza a Compressione (direzione matrice)	196.36MPa ($\pm 2.56\%$)
S_{12} = Resistenza a Taglio nel piano	89.41MPa ($\pm 14.23\%$)

I valori riportati in Tabella 6.1 sono stati utilizzati per alimentare il modello FEM di predizione della resistenza residua che sarà presentato nei paragrafi successivi. Alcune assunzioni sono state fatte relativamente ad alcune proprietà non misurate direttamente attraverso i test. In particolare si è assunto che:

- il modulo di Young in direzione dello spessore sia uguale al modulo di Young in direzione della matrice ($E_3=E_2$);
- Il modulo di elasticità a taglio nel piano 1-3 sia uguale al modulo di elasticità a taglio nel piano 1-2 ($G_{13}=G_{12}$);
- Il modulo di elasticità a taglio nel piano 2-3 sia ridotto del 20% rispetto al modulo di elasticità a taglio nel piano 1-2 ($G_{23}=0.8G_{12}$);
- Il modulo di Poisson nel piano 1-3 sia uguale al modulo di Poisson nel piano 1-2 ($\nu_{13}=\nu_{12}$);

Infine il modulo di Poisson nel piano 2-3 è stato ricavato dalla seguente relazione:

$$\nu_{23} = \frac{E_2}{2G_{23}} - 1 \quad (6.1)$$

6.1.2. Prove di compressione su provini non danneggiati

Allo scopo di valutare la resistenza a compressione del materiale integro sono state realizzate delle prove a compressione su provini rettangolari integri seguendo lo standard ASTM D7137. Le prove sono state realizzate a temperatura ambiente e a spostamento controllato utilizzando la macchina di prova MTS 810 avente una cella di carico di 15 kN. Le dimensioni dei provini sono indicate in Figura 6.2 mentre la loro sequenza di laminazione, rispetto al sistema di riferimento riportato in Figura 6.2, è la seguente: $[+45^\circ, 0^\circ, -45^\circ, 90^\circ]_{3s}$. Lo spessore risultante è di circa 4.8 mm.

In Figura 6.3 è riportata una schematizzazione della prova di compressione: il provino è inserito in un attrezzo progettato specificamente per l'esecuzione di questa prova. Tale dispositivo, chiamato

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

dispositivo anti-buckling, realizza condizioni di incastro lungo i lati corti AB e CD , e condizioni di appoggio semplice lungo i lati lunghi AE e BF . In particolare, bloccando gli spostamenti fuori dal piano lungo i lati AE e BF l'attrezzo consente di evitare l'innescò di instabilità per cui la rottura avviene per pura compressione. Il carico è applicato in direzione 0° .

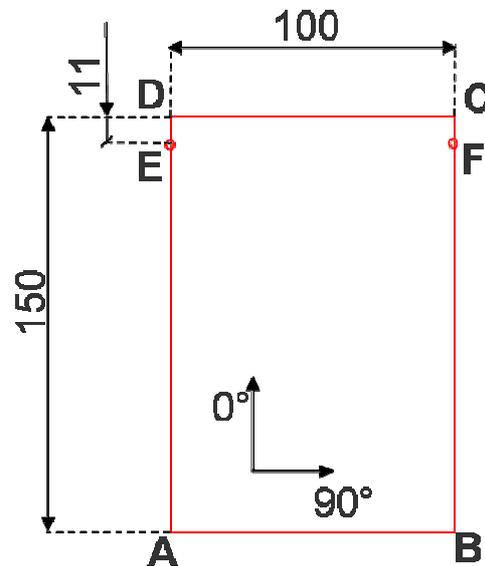
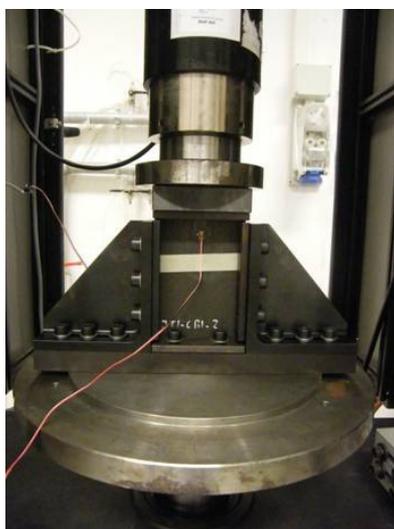
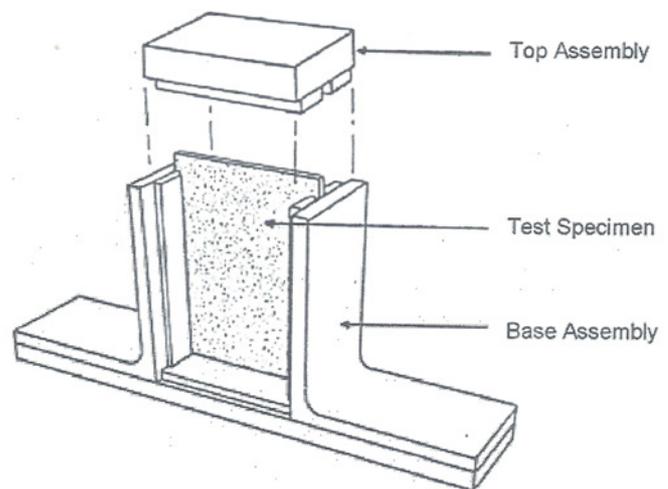


Figura 6.2: Geometria dei provini



a)



b)

Figura 6.3: Prova di Compressione. a) immagine frontale; b) dispositivo anti-buckling.

Sono state realizzate 5 prove ma solo in 3 di queste il provino è stato equipaggiato con sensori di deformazione (strain gage) utilizzati per monitorare la deformazione applicata. I risultati delle prove, in termini di forza vs. deformazione applicata sono mostrati in Figura 6.4 dalla quale si evince che i provini si sono rotti ad un valore di deformazione medio di circa $6500 \mu\epsilon$ e per un carico di circa 112000 N.

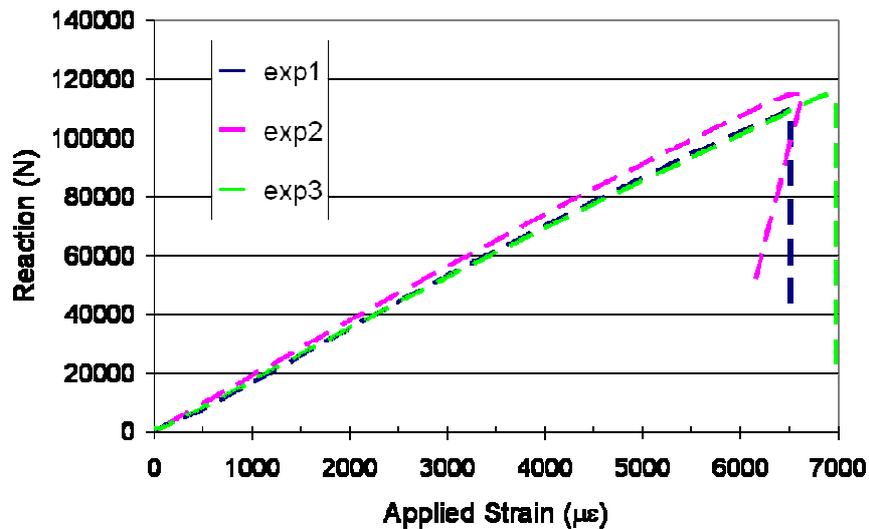


Figura 6.4: Prova di compressione su provini integri: Forza vs. deformazione applicata.

Il collasso dei provini avviene per rottura delle lamine a 0° che ad un certo punto della prova non riescono più a sopportare il carico. Al punto di collasso, dunque, la sollecitazione di compressione agente nelle lamine a 0° è data dalla seguente relazione:

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 \cong 535 \text{ MPa} \quad (6.2)$$

Tale valore risulta essere di molto superiore alla resistenza a compressione della lamina unidirezionale (425 MPa). In accordo a quanto riportato in letteratura, infatti, la resistenza a compressione di una lamina unidirezionale considerata all'interno di un laminato quasi isotropo (la cosiddetta resistenza in-situ) è maggiore della resistenza a compressione di un laminato costituito tutto da lamine a 0° . Tale differenza è dovuta al fatto che la lamina a 0° , all'interno di un laminato quasi-isotropo, gode di effetti benefici dovuti ai vincoli imposti alla sua deformazione dalle lamine adiacenti orientate diversamente. Sarà importante tener conto di questa differenza nel momento in cui saranno presentati i risultati della simulazione di questo test di compressione.

6.1.3. Test di impatto

I test di impatto sono stati realizzati in accordo alla ASTM D7136 su provini identici a quelli utilizzati per la prova di compressione (stessa geometria, stesse dimensioni, stessa sequenza di laminazione). In Figura 6.5 è riportata un'immagine della macchina di prova: CEAST FRACTOVIS.

Il provino è appoggiato sul dispositivo mostrato in Figura 6.6 e viene bloccato utilizzando 4 pinze.

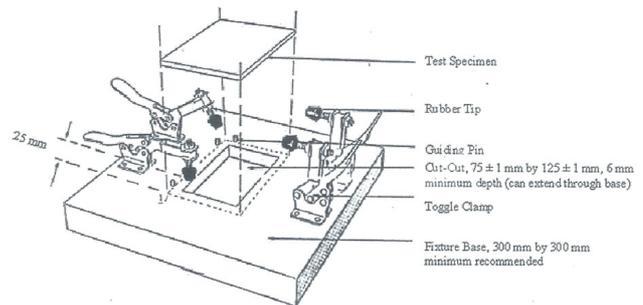
Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto



Figura 6.5: CEAST FRACTOVIS: macchina per prove di impatto.



a)



b)

Figura 6.6: Prove di Impatto: dispositivo di afferraggio.

Un impattatore emisferico, di diametro 12.7 mm e di massa 8.36 kg, è lasciato cadere da una certa altezza e va a colpire il centro del provino con una certa energia di impatto che è scelta in funzione dello spessore del provino da analizzare. Nel nostro caso, considerando che i provini erano spessi 4.8 mm, il valore di energia di impatto da realizzare era di 32.16 Joule (valore nominale). Tale valore è realizzabile impostando l'altezza di caduta a 392 mm e trascurando le perdite dovute all'attrito. In realtà sono stati realizzati 6 test di impatto ad un valore medio di energia di 31.25 Joule (valore effettivo) che risulta essere leggermente inferiore a quello nominale. All'impatto la velocità media misurata dalle fotocellule in dotazione alla macchina è stata di 2.73 m/s.

I risultati dei test, in termini di storia temporale della forza di contatto e energia assorbita dal provino, sono riportati in Figura 6.7. La storia temporale della velocità e dello spostamento dell'impattatore sono invece riportate in Figura 6.8. Da queste curve si evince che i test di impatto

risultano essere molto ripetibili dal momento che non si apprezzano grosse differenze tra una prova e un'altra. L'andamento costante della forza di contatto registrato per il test n.2 è dovuto al raggiungimento del fondo scala (circa 7800 N) che si è verificato solo per questa prova.

Il valore medio del picco di forza è di 7666 N mentre il valore medio di energia assorbita è di 26 Joule. La durata del contatto è di circa 6.92 ms e lo spostamento massimo raggiunto dall'impattatore a circa 3.9 ms è di 5.5 mm.

Questi risultati saranno utilizzati per validare il modello di predizione del danno da impatto.

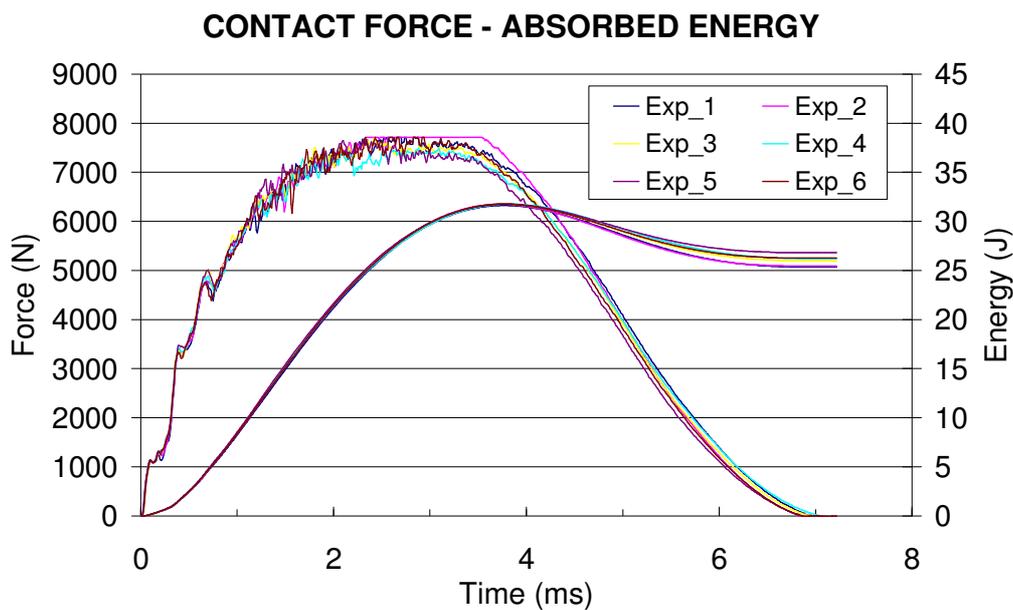


Figura 6.7: Risultati test d'impatto. Forza di contatto e energia assorbita in funzione del tempo.

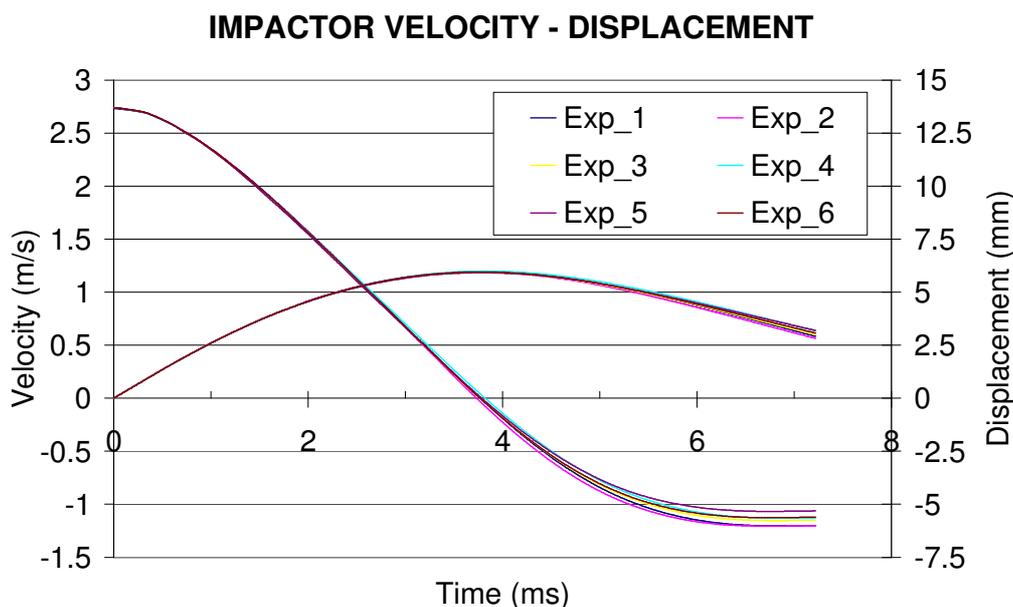


Figura 6.8: Risultati test d'impatto. Velocità e spostamento dell'impattatore in funzione del tempo.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

Allo scopo di valutare l'entità del danneggiamento sono state eseguite indagini ultrasoniche i cui risultati sono mostrati in Figura 6.9: Scansioni ultrasoniche dei provini impattati. È possibile notare che l'immagine proiettata delle delaminazioni formatisi lungo lo spessore del laminato hanno una forma pressochè circolare leggermente allungata in direzione 0°.

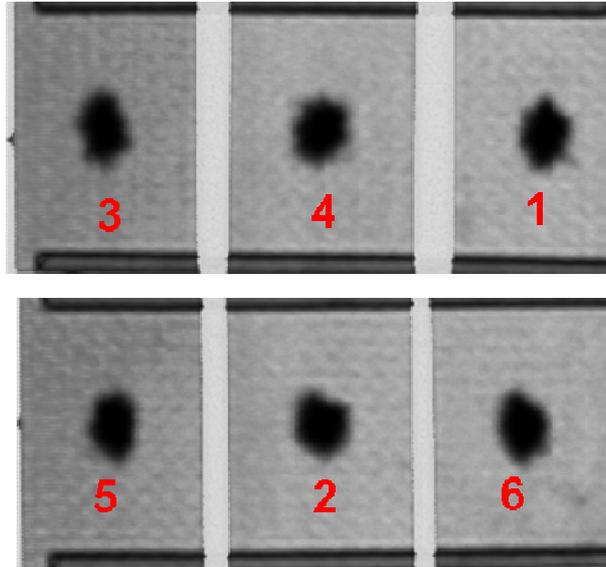


Figura 6.9: Scansioni ultrasoniche dei provini impattati.

Attraverso le scansioni ultrasoniche è stato possibile anche misurare l'area danneggiata. Tali misurazioni sono riportate in Tabella 6.2. L'area danneggiata media è risultata essere 773.5 mm² che corrisponde a circa il 5.5% dell'area totale.

Tabella 6.2: Area danneggiata dei provini impattati

COUPON #	AREA (mm ²)	Percentage of damaged area (%)
1	751	5
2	827	5,5
3	789	5,3
4	890	5,9
5	486	3,2
6	898	6
mean	773.5	5.5

6.1.4. Prove di compressione su provini impattati

Allo scopo di misurare la resistenza residua del materiale, i provini, sui quali sono stati indotti danni da impatto secondo le modalità descritte al paragrafo precedente, sono stati testati a compressione seguendo la procedura già descritta al paragrafo §6.1.2.

In Figura 6.10 sono confrontate la curva caratteristiche della prova a compressione su provini integri (Compression Before Impact –CBI) e la curva caratteristiche della prova a compressione su provini impattati (CAI). I provini impattati si sono rotti ad un livello di deformazione applicata pari a circa 4500 $\mu\epsilon$ molto minore rispetto al carico di rottura dei provini integri.

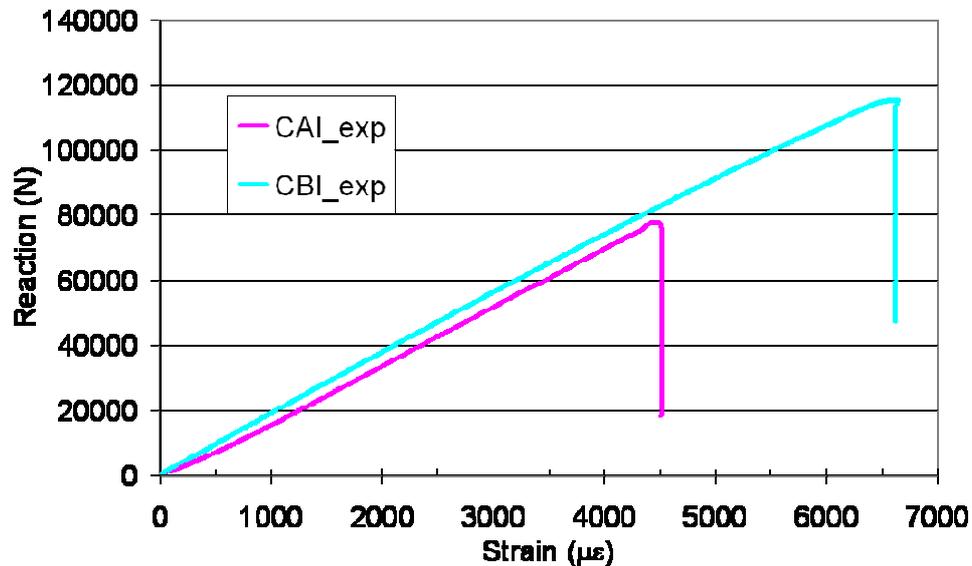


Figura 6.10: Resistenza a compressione provini integri vs. resistenza a compressione provini danneggiati.

E' possibile quindi stimare il fattore di abbattimento (Knock-Down Factor - KDF) attraverso la seguente relazione:

$$KDF = 1 - \frac{CAI_failure_strain}{CBI_failure_strain} = 1 - \frac{6500}{4500} = 31\% \quad (6.3)$$

6.2. Risultati numerici

In questa sezione saranno presentate le attività numeriche di simulazione delle prove di compressione (su provini integri e su quelli impattati) e dei test di impatto.

6.2.1. Prove di compressione su provini non danneggiati

Per poter mettere a punto un modello in grado di predire la resistenza residua di un provino danneggiato occorre ovviamente che il modello riesca a predire correttamente la resistenza del provino integro. Per questo motivo le prove di compressione su provini integri, i cui risultati sono stati presentati al paragrafo §6.1.2, sono state simulate al fine di avere una validazione preliminare del modello. Il test di compressione è stato simulato utilizzando il codice open source B2000++ dove è stato possibile implementare un modello di danneggiamento del materiale. Il provino schematizzato in Figura 6.2, è stato modellato con elementi layered solidi a 20 nodi con un solo

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

elemento lungo lo spessore (Figura 6.11). L'utilizzo di elementi layered consente di definire diversi punti di integrazione lungo lo spessore rappresentativi delle varie lamine che costituiscono il laminato.

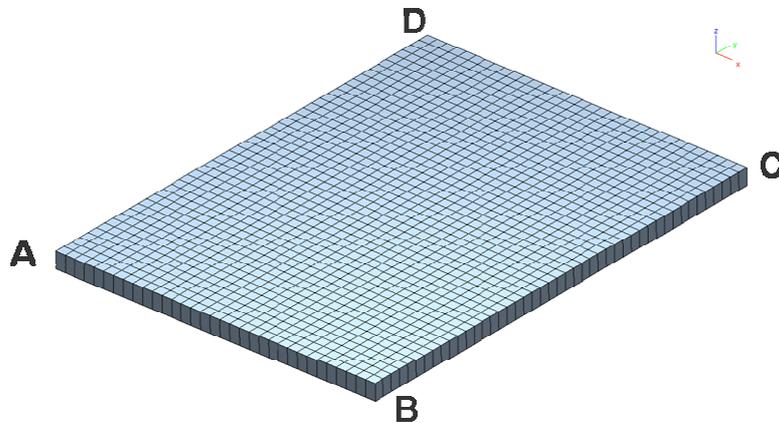


Figura 6.11: Modello FEM del provino per test di compressione.

Le condizioni al contorno applicate al modello FEM sono stati tali da riprodurre il più possibile le condizioni di prova: i nodi appartenenti al lato CD sono stati incastrati, ai nodi appartenenti ai lati AD e BC sono stati impediti gli spostamenti fuori dal piano, ai nodi appartenenti al lato AB è stato applicato uno spostamento imposto lungo la direzione y di 0.9 mm e sono state impedito le traslazioni lungo x e z .

E' stata effettuata un'accurata analisi di sensibilità per definire la densità di mesh del modello. In particolare sono stati analizzati 4 livelli di densità di mesh (Figura 6.12). Per queste prime analisi si è scelto di utilizzare un modello di materiale elastico lineare senza modellare il danneggiamento. In Figura 6.13 sono riportati i risultati dell'analisi di sensibilità rispetto alla mesh in termini di reazione vincolare in funzione della deformazione imposta. Le 3 curve sperimentali sono state confrontate con le 4 curve numeriche ottenute con le 4 differenti mesh. Dal momento che i risultati numerici non risultano essere affatto influenzati dalla densità di mesh, si è deciso di fissare la mesh n.3 (con dimensione elemento =3mm) come mesh di riferimento per il proseguo dell'attività.

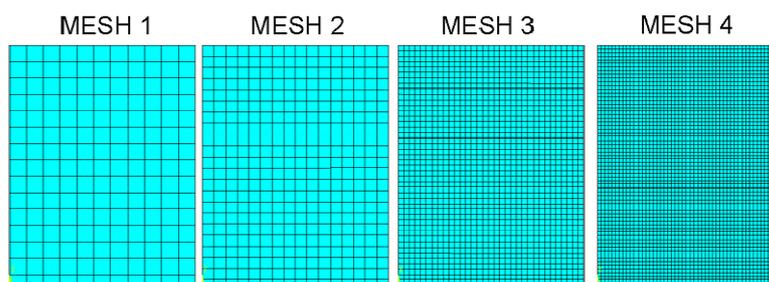


Figura 6.12: 4 Livelli di densità di mesh esaminati.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
 residua post-impatto

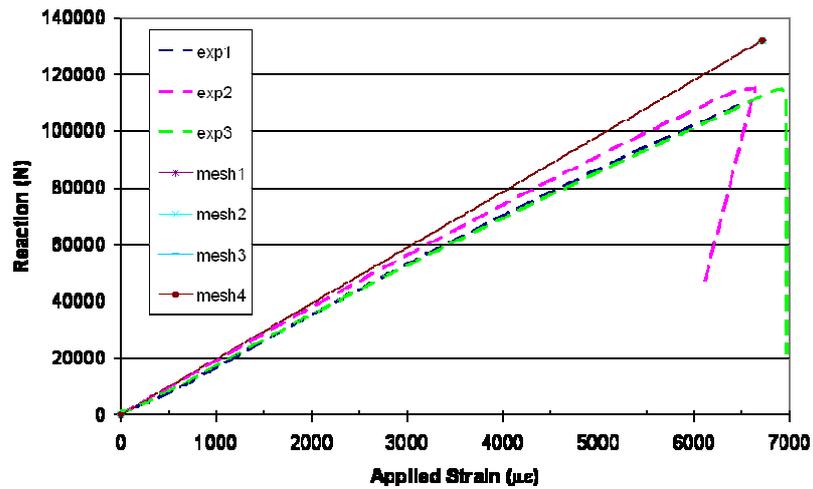


Figura 6.13: Risultati analisi di convergenza mesh.

Dalle curve di Figura 6.13 è possibile apprezzare che la rigidità del provino (pendenza delle curve) è riprodotta abbastanza fedelmente dal modello FEM che tuttavia non è in grado di predire il collasso non essendo ancora implementati criteri di danneggiamento.

Si è quindi proceduto a sostituire il modello di materiale lineare elastico con un modello di materiale che tenesse conto del danneggiamento progressivo durante l'analisi. Tale modello di danneggiamento, noto come *ply-discount damage model*, è descritto dal workflow di Figura 6.14.

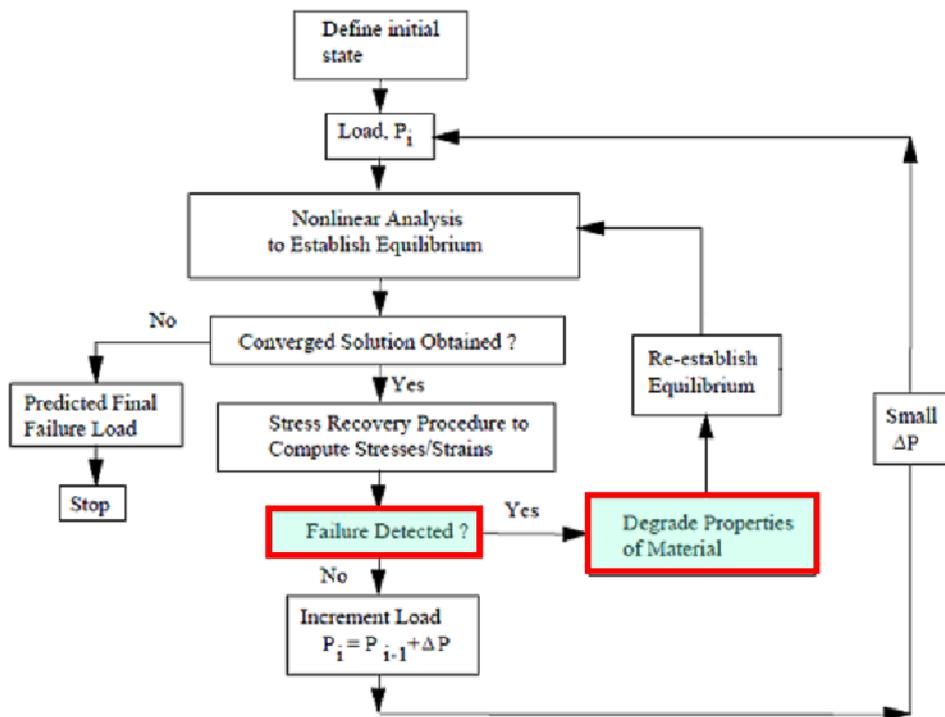


Figura 6.14: Ply-discount damage model.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

In sostanza, l'algoritmo di Figura 6.14 cerca di rappresentare l'accumulo di danni in laminati compositi riducendo selezionate proprietà di rigidità della lamina qualora si verificasse un determinato criterio di rottura. Ad ogni incremento di carico è effettuata un'analisi non lineare per determinare la nuova condizione di equilibrio. Una volta che la soluzione è andata a convergenza, vengono calcolati le sollecitazioni e le deformazioni in ogni elemento. I valori di sollecitazioni, opportunamente combinati con i valori di resistenza del materiale, vengono poi utilizzati per verificare se ci sono state o meno rotture del materiale. Qualora il criterio di rottura dà esito negativo, l'analisi viene ripetuta incrementando il carico di un certo ΔP . Se invece viene rilevata una rottura in una determinata zona del componente, le proprietà di rigidità in quella zona vengono degradate secondo determinate leggi di degradazione e l'analisi non lineare è ripetuta con le proprietà degradate per determinare la nuova condizione di equilibrio.

E' evidente come in un'analisi di danneggiamento progressivo, i criteri di rottura utilizzati e le leggi di degradazioni giocano un ruolo principale. Per le nostre analisi si è scelto di implementare i criteri di rottura di Hashin [4] che distinguono tra 4 tipi diversi di rottura:

- Rottura per trazione delle fibre:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \frac{1}{S_{12}^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (6.4)$$

- Rottura per compressione delle fibre:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{-X_C}\right) = 1 \quad (6.5)$$

- Rottura per trazione della matrice:

$$\left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_t}\right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_{12}^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_{23}^2} = 1 \quad (6.6)$$

- Rottura per compressione della matrice:

$$\frac{1}{Y_C} \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}}\right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{4S_{23}^2} (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{S_{23}^2} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{S_{12}^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (6.7)$$

Nelle relazioni precedenti si è utilizzata la stessa nomenclatura del capitolo 5.

Le leggi di degradazione delle proprietà che sono state applicate in conseguenza del verificarsi di una delle 4 tipologie di failure sono riportate in Tabella 6.3.

Tabella 6.3: Leggi di degradazione.

Modo di Failure		Leggi di degradazione delle proprietà del materiale	
Matrix failure (tension)	$\sigma_{yy} > 0$	$\bar{E}_y = kE_y$, $\bar{E}_z = kE_z$	
Matrix failure (compression)	$\sigma_{yy} < 0$	$\bar{G}_{yz} = kG_{yz}$	
Fiber failure (tension)	$\sigma_{xx} > 0$	$\bar{E}_x = kE_x$, $\bar{G}_{xy} = kG_{xy}$	
Fiber failure (compression)	$\sigma_{xx} < 0$	$\bar{G}_{xz} = kG_{xz}$	

Dove k è il coefficiente di degradazione che consente di ridurre la rigidità delle lamine danneggiate di una certa percentuale rispetto al valore del materiale integro. Nelle nostre applicazioni k è stato fissato al valore di 0.1.

I risultati della simulazione nella quale è stato introdotto il modello di danneggiamento appena descritto, in termini di reazione vincolare vs. deformazione applicata, sono riportati in Figura 6.15 insieme alle curve sperimentali e alla numerica ottenuta utilizzando il modello di materiale elastico lineare. Il modello numerico che tiene conto del danneggiamento (curva num_damage) predice il collasso del provino ad un valore di deformazione applicata molto inferiore rispetto a quello reale. Ciò è dovuto al fatto che in questo modello di danneggiamento è stata assegnata la resistenza a compressione della lamina unidirezionale ($X_c=425$ MPa). Dalle considerazioni fatte al paragrafo §6.1.2 si evince che per simulare correttamente il collasso del provino bisogna invece considerare la resistenza a compressione in-situ ($X_c=535$ MPa). I risultati della simulazione con modello di danneggiamento e con $X_c=535$ MPa sono presentati in Figura 6.16. Utilizzando questo modello di danneggiamento si riesce a predire il carico di rottura finale con buona approssimazione.

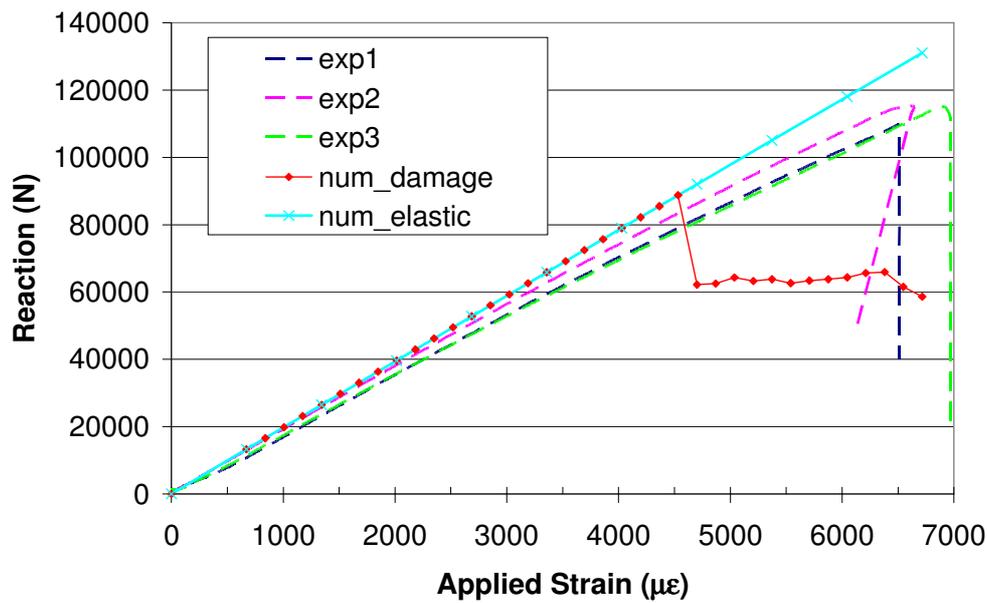


Figura 6.15: Reazione vincolare vs. deformazione applicata. Modello di danneggiamento con $X_c=425\text{MPa}$.

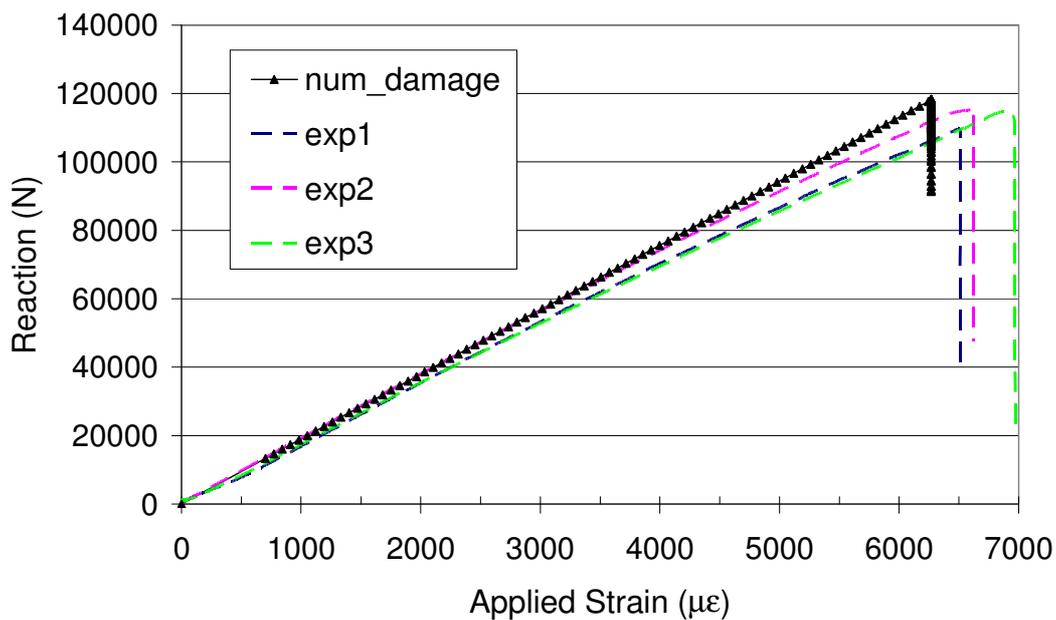


Figura 6.16: Reazione vincolare vs. deformazione applicata. Modello di danneggiamento con $X_c=535\text{MPa}$.

6.2.2. Test di impatto

I test di impatto sono stati simulati utilizzando il codice ad elementi finiti ed ad integrazione temporale esplicita LS-DYNA. Il modello per la simulazione dei test di impatto è molto simile a quello presentato nel Capitolo 5 per quel che riguarda la tipologia di elementi utilizzati (elementi shell di tipo layered) e il modello di materiale (MAT54) associato al provino. Tuttavia, al fine di riprodurre fedelmente le condizioni di prova, è stato necessario modellare non solo l'impattatore e il

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

provino ma anche la piastra di supporto e le 4 pinze che tengono fermo il provino sul supporto. In particolare le 4 pinze sono state modellate con 4 cilindri di diametro uguale al diametro delle punte delle pinze (10 mm). E' stato quindi necessario definire ulteriori contatti, tra pinze e provino e tra supporto e provino.

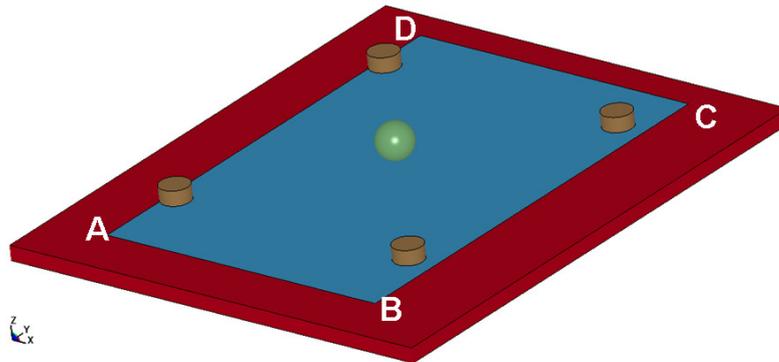


Figura 6.17: Modello LS-DYNA per simulazione test di impatto.

Sono stati utilizzati due approcci di modellazione schematizzati in Figura 6.18:

- 1 Layer: il provino è modellato con un solo strato di elementi shell lungo lo spessore, rappresentativo delle 24 lamine.
- 2 Layer: il provino è modellato con due strati di elementi shell lungo lo spessore, un primo strato di elementi shell rappresentativo delle prime 4 lamine, ed un secondo strato rappresentativo delle restanti 20 lamine.

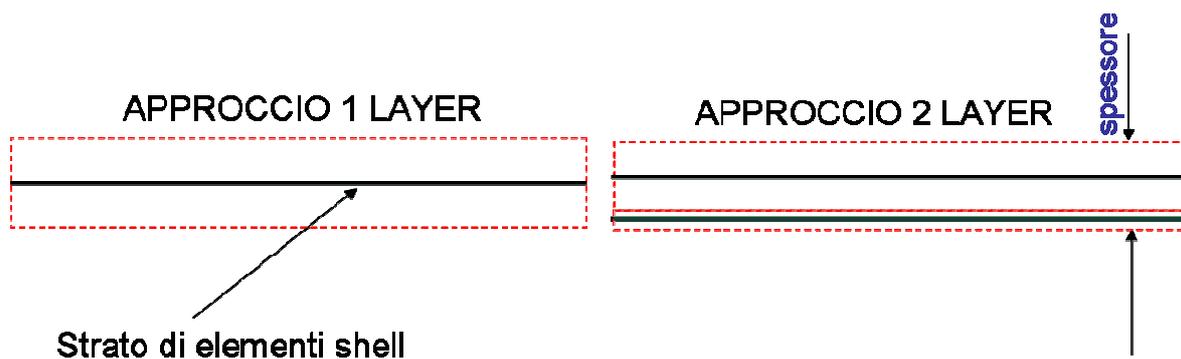


Figura 6.18: Schematizzazione approcci di modellazione a 1 Layer e a 2 Layer.

La differenza sostanziale fra i due approcci sta nel fatto che mentre nel modello a 1 Layer è possibile considerare solo danni di tipo intralaminare (rotture di fibre e matrice), nell'approccio a 2 strati è possibile tener conto in qualche modo anche di delaminazioni. In particolare, utilizzando una particolare formulazione di contatto (tiebreak contact) tra i due strati di elementi shell, è possibile simulare il loro distacco al verificarsi di determinate condizioni.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
 residua post-impatto

I contatti tiebreak infatti consentono la connessione tra due nodi e la loro separazione all'attivarsi di un criterio di rottura. In pratica i 2 nodi connessi mediante contatti tiebreak sono tenuti insieme da molle fittizie fin quando non è verificato il seguente criterio di rottura basato sugli stress:

$$\left(\frac{|\sigma_n|}{NFLS}\right)^2 + \left(\frac{|\sigma_s|}{SFLS}\right)^2 = 1 \quad (6.8)$$

dove σ_n e σ_s sono rispettivamente la componente normale e tangenziale della sollecitazione all'interfaccia mentre NFLS e SFLS sono i rispettivi valori ammissibili.

La formulazione coesiva alla base dei contatti di tipo tiebreak è schematizzata in Figura 6.19.

Al verificarsi del criterio dell'Eq.(6.8) (inizio danneggiamento), la connessione tra i due nodi inizia ad "indebolirsi", ovvero lo stress è lentamente scalato fino a che lo spostamento relativo tra i due nodi raggiunge un valore critico (CCRIT). Oltre questo valore i 2 nodi possono considerarsi completamente rilasciati nel senso che non c'è più nessuna forza che contrasta la loro separazione (danneggiamento completato).

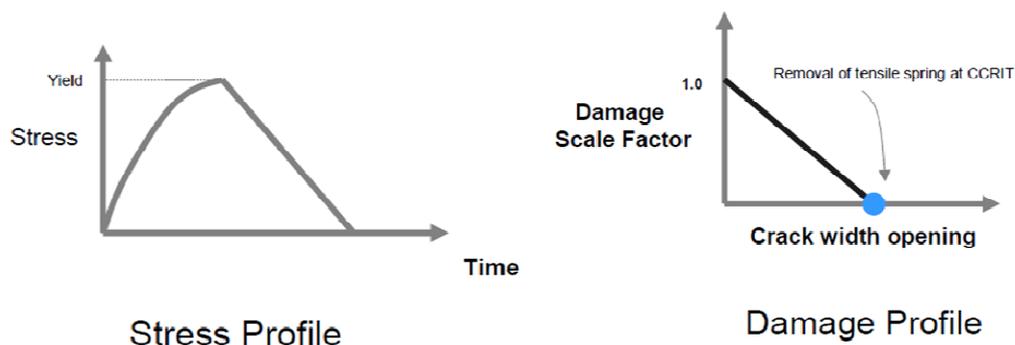


Figura 6.19: Contatti Tiebreak.

E' bene osservare che:

- Per poter implementare un contatto tiebreak è necessario conoscere i 3 parametri NFLS, SFLS e CCRIT che sono difficilmente reperibili in letteratura. Essi possono essere calcolati dai valori di energia di frattura critica in modo I e modo II (G_{Ic} e G_{IIc}) a loro volta misurabili mediante prove di tenacità a frattura (test DCB e test ENF). Nella nostra applicazione, non avendo a disposizione queste informazioni si sono utilizzati dati plausibili trovati in letteratura per materiali simili (NFLS= 23.0 MPa, SFLS=42.0 MPa e CCRIT=0.05 mm)
- L'aver modellato lo spessore del provino con due strati di elementi shell consente di simulare delaminazioni che potrebbero innescarsi tra la 4° e la 5° lamina. Tale approccio potrebbe quindi risultare dal momento che le delaminazioni potrebbero innescarsi in ciascuna delle 23 interfacce presenti nel laminato, tuttavia, esso consente di introdurre un meccanismo di assorbimento di energia addizionale e di stimare se c'è stato o meno danno

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

interlaminare. D'altra parte, la presenza di elementi di contatto tipo tiebreak appesantisce notevolmente lo sforzo computazionale dell'analisi per cui sarebbe improponibile modellare ciascun interfaccia con elementi tiebreak.

I risultati delle simulazioni dei test di impatto per entrambi gli approcci di modellazione, in termini di storia temporale della forza di contatto, della velocità dell'impattatore, dell'energia assorbita e dello spostamento dell'impattatore, sono mostrati rispettivamente in Figura 6.20, Figura 6.21, Figura 6.22 e Figura 6.23. In tali figure, le curve numeriche sono confrontate con le rispettive curve sperimentali.

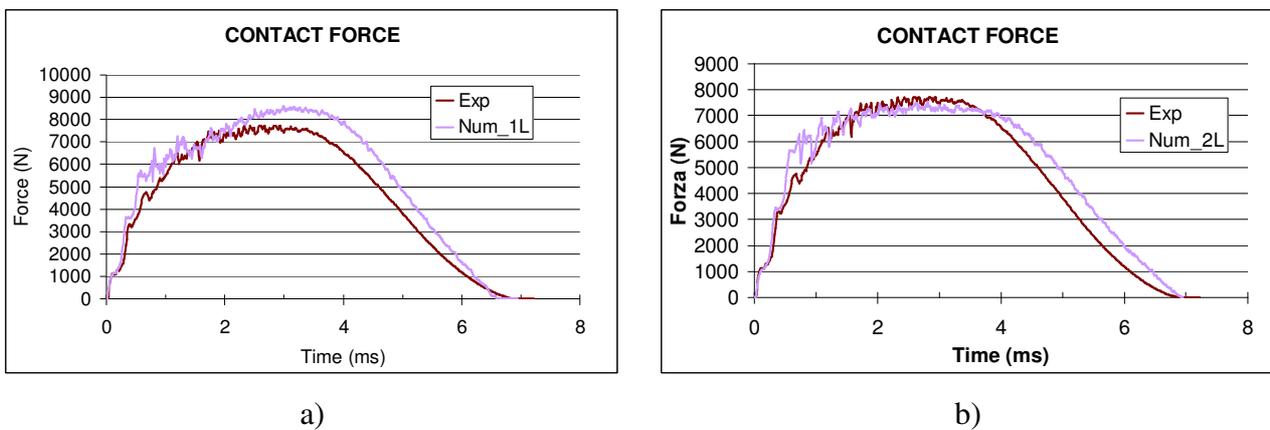


Figura 6.20: Simulazione test di impatto – forza di contatto; a)Approccio 1Layer; b)Approccio 2Layer.

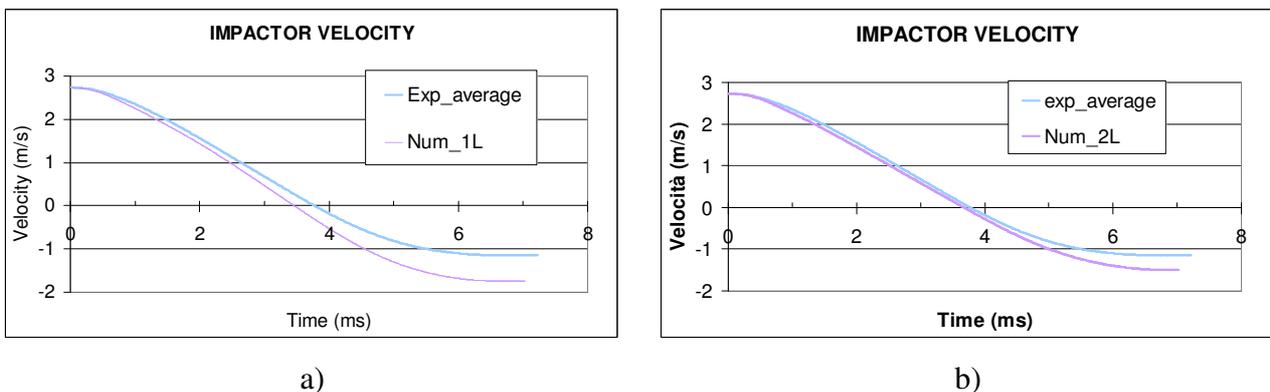


Figura 6.21: Simulazione test di impatto – velocità impattatore; a)Approccio 1Layer; b)Approccio 2Layer.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
 residua post-impatto

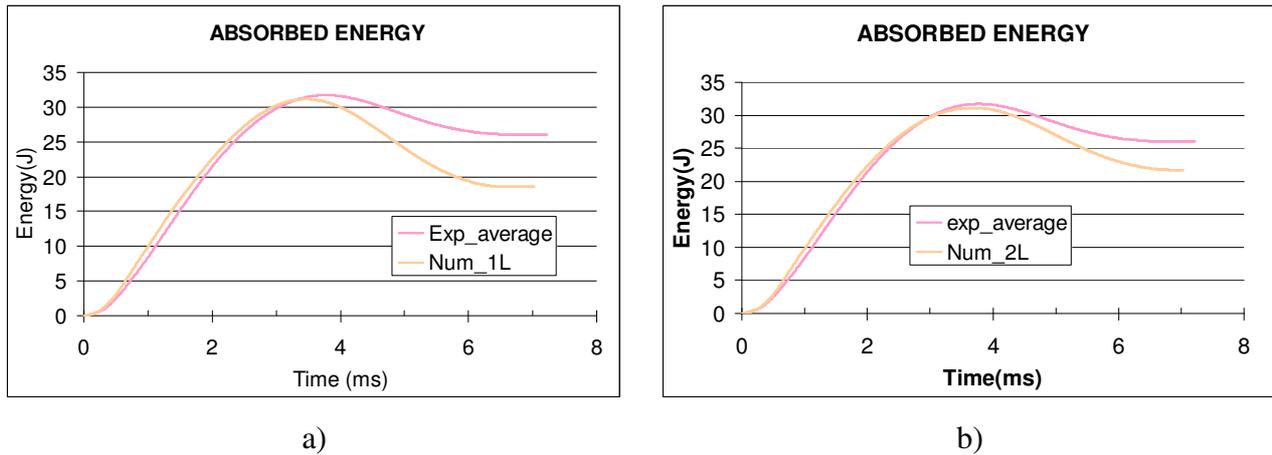


Figura 6.22: Simulazione test di impatto – Energia assorbita; a)Approccio 1Layer; b)Approccio 2Layer.

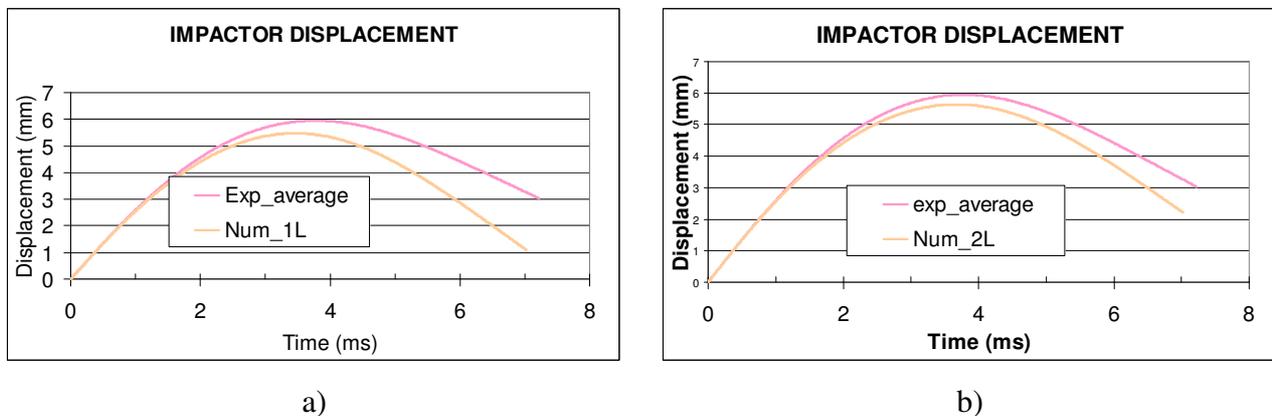


Figura 6.23: Simulazione test di impatto – Spostamento impattatore; a)1Layer; b) 2Layer.

E' possibile notare come la correlazione tra dati numerici e sperimentali migliori notevolmente utilizzando un approccio di modellazione a 2 layer che permettendo di simulare anche il danno da delaminazione tra la 4° e la 5° lamina, riesce a riprodurre in maniera più accurata il comportamento del provino durante l'impatto.

A scopo puramente indicativo, in Figura 6.24 è riportato un confronto tra l'area delaminata misurata sperimentalmente attraverso scansione ultrasonica e l'area delaminata risultante dal rilascio dei contatti tiebreak per la simulazione con approccio a 2 layer.

Relativamente alla distribuzione del danno intralaminare a valle dell'impatto, LS-DYNA calcola gli indici di failure definiti dalle Eq. (5.1), Eq. (5.2), Eq. (5.3) e Eq. (5.4) per ogni elemento e per ogni lamina. Ad esempio, in Figura 6.25 sono riportate la distribuzione del danno per rottura a trazione di fibre nella lamina n. 4 e la distribuzione del danno per rottura a trazione della matrice lamina n. 2. In tali figure, il valore 0 indica elemento danneggiato mentre il valore 1 indica elemento intatto.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

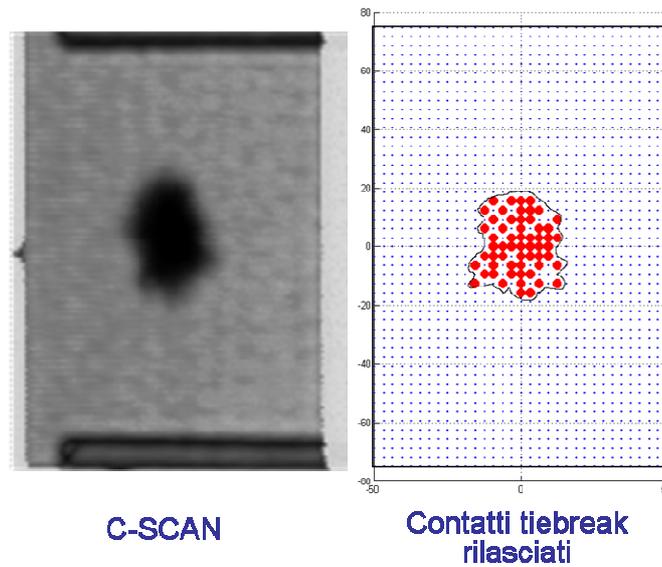


Figura 6.24: Confronto area delaminata – Scansione ultrasonica vs. risultati numerici.

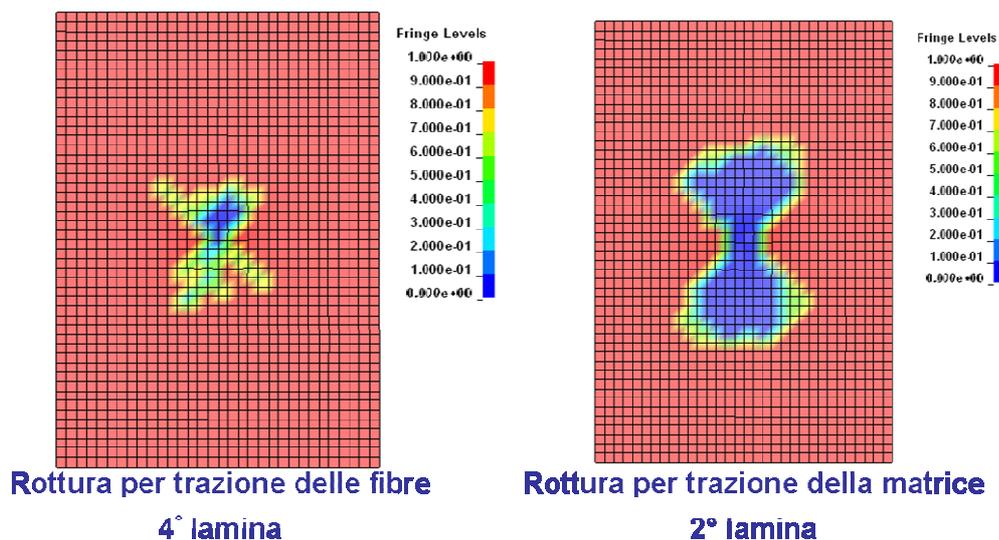


Figura 6.25: Distribuzione danno intralaminare.

Le distribuzioni delle 4 tipologie di danno intralaminare in ognuna delle 24 lamine, fornite dall'analisi di impatto con l'approccio di modellazione a 2 layer, sono state considerate come condizione iniziale (danno pre-esistente) nella simulazione del test di compressione su provini impattati secondo la metodologia che verrà descritto nel prossimo paragrafo.

6.2.3. Prove di compressione su provini impattati

I test di compressione su provini impattati sono stati simulati con il codice B2000++ in maniera analoga alle simulazioni del test di compressione su provini integri. La principale differenza sta nel fatto che mentre per le simulazioni dei test di compressione su provini integri era stato definito un

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

unico materiale (con le proprietà integre di Tabella 6.1) e ogni elemento finito era associato a questo materiale, nella simulazione del test di compressione su provino impattato si parte da una condizione iniziale differente relativamente alla definizione del materiale. In pratica, sono stati definiti 5 materiali diversi che sono caratterizzati da identificativi (*mid*) diversi :

mid 10 = materiale con proprietà integre di Tabella 6.1

mid 11 = materiale con proprietà degradate per rottura a trazione delle fibre

mid 12 = materiale con proprietà degradate per rottura a compressione delle fibre

mid 13 = materiale con proprietà degradate per rottura a trazione della matrice

mid 14 = materiale con proprietà degradate per rottura a compressione della matrice.

Sulla base delle distribuzioni di danno intralaminare fornite dall'analisi di impatto, il singolo punto di integrazione lungo lo spessore del generico elemento finito è stato associato a uno di questi 5 materiali. In questo modo lo stato di danneggiamento provocato in seguito all'impatto in una certa area del provino è tenuto in considerazione utilizzando proprietà degradate per quelle zone. A scopo chiarificativo è riportato di seguito un estratto del file di input dell'analisi di compressione su provini impattati.

La prima parte del codice serve per definire la connettività dei nodi del generico elemento finito (per esempio elemento 400000 di Figura 6.26). Nell'esempio riportato, l'elemento 400000 è definito dai nodi 2, 131, 177, ..., ..., 2501 ed è associato al materiale con identificato 100 (*mid 100*). Il comando *mbase* serve per definire il sistema di riferimento materiale. Nella seconda parte del codice si specifica il tipo di modello di materiale associato al *mid 100*. Nel nostro caso, il *mid 100* è costituito da un materiale laminato con identificativo (*lid 1000*) definito a sua volta dalla terza parte del codice. Il laminato *lid 1000* è costituito da 24 lamine (1° colonna), tutte di spessore di 0.2mm (2° colonna), con la sequenza di laminazione definita nella 3° colonna. Ogni lamina è associata a uno dei 5 materiali definiti in precedenza.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
 residua post-impatto

-----DEFINIZIONE DELLA CONNETTIVITA' DELL'ELEMENTOACTIVITY DEFINITION-----

mid 100
 mbase 1 0 1 0 -1 0 0 0 1
 400000 2 131 177 48 1234 1237 1418 1392 130 161 176 49 1236 1417 1394 1393 2467 2469 2547 2501

-----DEFINIZIONE DEL MATERIALE-----

mid 100
 type laminate lid 1000
 endmid

-----DEFINIZIONE DEL LAMINATO-----

lid 1000
 1 0.2 45 11
 2 0.2 0 11
 3 0.2 -45 11
 4 0.2 90 11
 5 0.2 45 13
 6 0.2 0 13
 7 0.2 -45 11
 8 0.2 90 13
 9 0.2 45 13
 10 0.2 0 10
 11 0.2 -45 11
 12 0.2 90 11
 13 0.2 90 11
 14 0.2 -45 10
 15 0.2 0 10
 16 0.2 45 10
 17 0.2 90 11
 18 0.2 -45 12
 19 0.2 0 10
 20 0.2 45 10
 21 0.2 90 14
 22 0.2 -45 12
 23 0.2 0 14
 24 0.2 45 14
 endlid

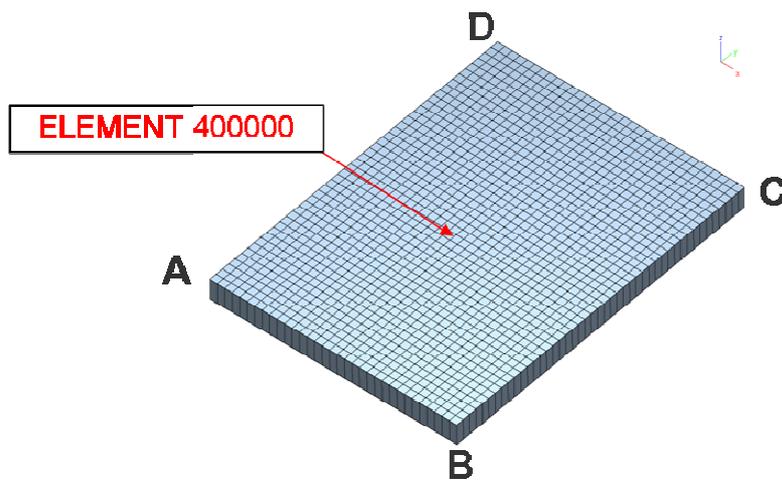


Figura 6.26: Generico elemento del modello FEM per l'analisi a compressione del provino impattato.

Capitolo 6:
Sviluppi numerici per la predizione della resistenza
residua post-impatto

Dal momento che la distribuzione di danno intralaminare fornita dall'analisi di impatto varia da elemento ad elemento è necessario associare ad ognuno dei 1376 elementi un definizione di laminato diversa. E' evidente pertanto che non è possibile scrivere manualmente queste parti di codice. Per questo motivo è stata sviluppata una routine in linguaggio APDL (Ansys Parametric Design Language) che esegue le seguenti operazioni in maniera automatica:

- Legge dai file di output dell'analisi di impatto (output di LS-DYNA) le informazioni relative alla distribuzione del danno intralaminare nel provino.
- Organizza queste informazioni in modo da poterle gestire in maniera agevole. In pratica costruisce 4 matrici, una per ciascun tipo di rottura preso in considerazione, nelle quali, per ogni elemento (colonne della matrice) e per ogni lamina (righe della matrice) è riportato l'indice di failure relativo a quel modo di rottura.
- Classifica gli elementi in intatti (se non presentano rotture in nessuna delle 24 lamine) o danneggiati (se presenta almeno una rottura in una delle 24 lamine). In pratica gli elementi intatti sono quelli posizionati abbastanza lontano dalla zona di impatto.
- Scrive in formato B2000++ le informazioni relative agli elementi intatti. Tutti gli elementi intatti possono essere associati ad un unico laminato costituito da 24 lamine a loro volta associate al *mid 10* (proprietà integre).
- Scrive in formato B2000++ le informazioni relative agli elementi danneggiati. In questo caso ogni elemento avrà una definizione di laminato diversa, per cui ad ogni elemento è associata un laminato costituito sempre da 24 lamine ma associate al materiale corrispondente al tipo di rottura che si è verificato per quella lamina.

In altre parole, la routine APDL traduce in linguaggio B2000++ le informazioni relative al danneggiamento intralaminare ottenute come output dell'analisi di impatto in LS-DYNA. Un'ulteriore difficoltà è rappresentata dal fatto che mentre in LS-DYNA il provino è modellato con elementi shell, in B2000++ sono utilizzati elementi solidi. Per questo motivo la routine APDL deve essere in grado di relazionare il risultato relativo al generico elemento shell del modello LS-DYNA al corrispondente elemento solido del modello B2000++.

La curva numerica del carico in funzione della deformazione applicata relativa alla simulazione del test di compressione su provini impattati (CAI test) è confrontata con la corrispondente curva sperimentale in Figura 6.27. Nella stessa figura è riportato anche il confronto numerico/sperimentale relativo al test di compressione su provini integri (CBI test).

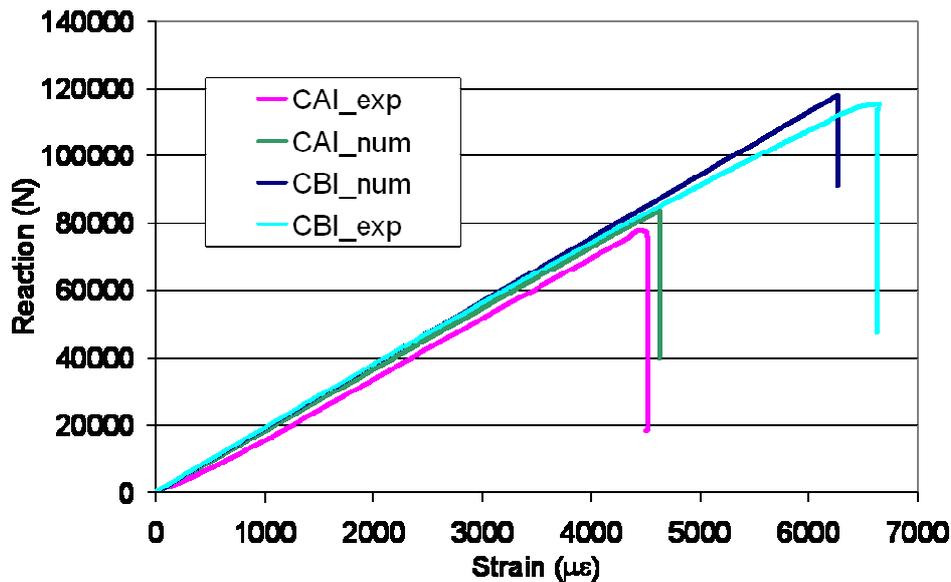


Figura 6.27: Compressione post-impatto: Confronto tra risultati numerici e sperimentali.

E' possibile apprezzare come il modello FEM B2000++ riesce a predire con buona accuratezza sia la rigidezza residua post-impatto (pendenza delle curve CAI) sia il valore di deformazione applicata a cui si verifica il collasso del provino (circa 4500 µε). Questo risultato può essere visto come un ulteriore riprova della validità del modello di impatto LS-DYNA non solo nel riprodurre le curve caratteristiche (forza, energia, etc.) in funzione del tempo ma anche nello stimare accuratamente la distribuzione di danno intralaminare.

Si vuole infine sottolineare come la capacità nel predire in maniera affidabile la resistenza residua di una laminato impattato ha notevoli ricadute in applicazioni aeronautiche consentendo di progettare strutture in composito resistenti al danno e/o tolleranti al danno riducendo notevolmente il numero di test da condurre e quindi i costi di sviluppo di un nuovo prodotto. Inoltre, le metodologia di analisi proposta consente di ridurre il livello di conservativismo che caratterizza oggi la progettazione di strutture primarie in composito. Questo beneficio si traduce nell'industria aeronautica in strutture più leggere e quindi con costi operativi più bassi in termini di consumo carburante.

7. SVILUPPI FUTURI

Le metodologie numeriche proposte per:

- studiare l'evoluzione della delaminazione in pannelli irrigiditi delaminati sotto carichi di compressione (Capitolo 4),
- predire il danno da impatto a bassa velocità su laminati compositi (Capitolo 5),
- predire la resistenza residua di laminati impattati (Capitolo 6),

sebbene sia stata provata la loro efficacia ed utilità, sono sicuramente suscettibili di miglioramento.

In particolare, sono state identificate le seguenti linee di sviluppo:

Metodo per predizione dell'evoluzione della delaminazione in pannelli irrigiditi

Il metodo potrebbe essere migliorato introducendo criteri di rottura di fibre e matrice. I danni intralaminari infatti non sono tenuti in considerazione nel modello presentato al Capitolo 4 sebbene questi possono influenzare il valore di carico di buckling globale del pannello.

Metodo per predizione del danno da impatto

Nel modello proposto al Capitolo 5 si è utilizzato il modello di danneggiamento progressivo implementato nel MAT54 disponibile nel codice commerciale LS-DYNA. Sarebbe interessante investigare altri modelli di danneggiamento presenti in LS-DYNA (ad es. MAT162) ma anche in altri codici commerciali (ABAQUS explicit, PAMSHOCK, etc.)

Metodo per predizione della resistenza residua

Il metodo validato a livello di coupon per la predizione della resistenza residua andrebbe applicato e validato nei confronti di un componente di dimensioni significative. Il supporto di uno strumento di simulazione affidabile per la predizione della resistenza post-impatto di un componente potrebbe abbattere drasticamente i costi di sviluppo e certificazione dello stesso.

RINGRAZIAMENTI

Desidero innanzitutto ringraziare vivamente il Prof. Giuseppe Giorleo per avermi dato la possibilità di completare serenamente il lavoro di dottorato al CIRA (Centro Italiano Ricerche Aerospaziali) su tematiche interessanti e con forti ricadute industriali. Ringrazio altresì tutti i suoi stretti collaboratori ed in particolare l'Ing. Antonino Squillace per la sua disponibilità e per avermi trasmesso, in verità già ai tempo della tesi di laurea, tutta la sua infinita passione per la ricerca.

Buona parte del lavoro di dottorato è stato svolto grazie al mio coinvolgimento nel progetto "glFEM" finanziato dalla Comunità Europea nell'ambito del 7° Programma Quadro. Per tale coinvolgimento desidero ringraziare l'Ing. Aniello Riccio e tutto il team "glFEM" della Seconda Università di Napoli. In particolare ringrazio l'Ing. Andrea Sellitto per aver preziosamente collaborato ai risultati raggiunti nell'ambito del dottorato.

Desidero inoltre ringraziare i colleghi del laboratorio PRSA (Progettazione e Sperimentazione AeroStrutturale) del CIRA ed in particolare l'ing. Fulvio Romano per avermi trasmesso la sua professionalità lavorativa e per aver allietato quotidianamente le giornate lavorative con il suo naturale spirito di allegria.

Non posso fare a meno di ringraziare calorosamente l'ing. Umberto Mercurio per avermi incentivato nei momenti di difficoltà e per aver indirizzato la mia ricerca verso problematiche di grande interesse per il mondo aeronautico. Il suo supporto tecnico e la sua esperienza sono stati di fondamentale importanza per lo sviluppo del presente lavoro.

Infine desidero ringraziare mia moglie Ivana per essermi vicina in ogni momento e per avermi consentito di lavorare in serenità sacrificando le sue esigenze alla mia formazione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bathe K., Finite Element Procedures, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
- [2] Cook R.D., Finite Element Modeling for Stress Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [3] Davila CG, Camanho PP. Failure Criteria for FRP laminates inplane stress. NASA/TM-2003-212663. VA, USA: NASA Langley Research Center; 2003.
- [4] Hashin Z., Failure Criteria for unidirectional composites. J Appl Mech, 47:329-34, 1980.
- [5] Chang F-K, Chang K-Y. A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations. J Compo Mater, 21:834-55, 1987
- [6] Puck A, Schurmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. Compos Sci Technol, 58:1045-67, 1998.
- [7] Greszczuk LB, Microbuckling of lamina-reinforced composites. Composite Materials: testing and design (third conference), ASTM STP, vol. 546. American Society for Testing and Materials; 5-29, 1974
- [8] Chang F-K, Lessard LB. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subject to compressive loadings: part I – analysis. J Compos Mater 1991;25:2-43.
- [9] Pinho ST, Davila CG, Camanho PP, Iannucci L, Robinson P. failure models and criteria for FRP under in-plane or three dimensionale stress states including shear non-linearity. NASA/TM-2005-213530. VA, USA: NASA Langley Research Center; 2005.
- [10] Maimì P, Camanho PP, Mayugo JA, Davila CG. A continuum damage model for composite laminates: part I – constitutive model. Mech Mater 2007; 39:897-908.
- [11] Cuntze RG, Freund A. The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates. Compos Sci Technol 2004; 64: 344-77.
- [12] Ladeveze P, Le Dantec E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. Compos Sci Technol 1992; 43: 257-67.
- [13] Shahid I, Chang F-K. An accumulative damage model for tensile and shear failures of laminated composites plates. J Compos Mater 1995; 29(7): 926-81.
- [14] Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proc Royal Soc London A 1948; 193: 281-97.
- [15] Tsai SW. Strength characteristics of composite materials. NASA CR-224;1965.
- [16] Hoffman O. The brittle strength of orthotropic materials. J Compos Mater 1967; 1:200-6.

Bibliografia

- [17] Tsai SW., Wu EM. A general theory of strength for anisotropic materials. *J Compos Mater* 1971; 5: 58-80.
- [18] Theocaris PS. Weighing failure tensor polynomial criteria for composites. *Int J Damage Mech* 1992; 1: 4-46.
- [19] Kim CH, Yeh H-Y. Development of a new yielding criterion: the Yeh Stratton criterion. *Eng Fract Mech* 1994; 47: 569-82.
- [20] Lee JD. Three dimensional finite element analysis of damage accumulation in composite laminate. *Comput Struct* 1982; 15(33):335-50.
- [21] Ochoa OO, Engblom JJ. Analysis of progressive failure in composites. *Compos Sci Technol* 1987; 16(10):926-45.
- [22] Brewer JC, Lagacè PA. Quadratic stress criterion for initiation of delamination. *J Compos Mater* 1988; 22:1141-55.
- [23] Tong L. An assessment of failure criteria to predict the strength of adhesively bonded composite double lap joints. *J Reinf Plastic Compos* 1997;16(8):698-713.
- [24] Winsom MR, Hill GFJ, Jones MI. Through thickness failure prediction of composite structural elements. In: *Proceedings of the 13th international conference on composite materials, Beijing, China. Paper no. 1623; 2001.*
- [25] R. Krueger, The virtual crack closure technique: history, approach and applications, NASA/CR-2002-211628.
- [26] Hahn HT. A mixed-mode fracture criterion for composite materials. *Compos Technol Rev* 1983; 5:26-9.
- [27] Whitcomb JD. Analysis of instability-related growth of a through-width delamination. NASA TM-86301;1984.
- [28] White SR. Mixed-mode interlaminar fracture of graphite/epoxy. Washington University; 1987.
- [29] Yan XQ, Du SY, Wang DUO. An engineering method of determining the delamination fracture toughness of composite laminates. *Eng Fract Mech* 1991; 39(4):623-7.
- [30] Benzeggagh ML, Kenane M., Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. *Compos Sci Technol* 1996; 56:439-49.
- [31] Cantwell WJ, Morton J, Detection of impact damage in CFRP laminates, *Composite Structures* 3:241-257, 1985.
- [32] Jenq ST, Jing HS, Chung C, Predicting the ballistic limit for plain woven glass/epoxy composite laminate, *International Journal of Impact Engineering*, 15(4): 451-464, 1994.

- [33] Ambur DR, Prasad CB, Waters WA, A dropped weight apparatus for low speed impact testing of composite structures, *Experimental Mechanics* 35(1): 77-82,1995.
- [34] Tsai X, Tang J, Impact behaviour of laminated glass fiber composites by weight dropping testing method, *International SAMPE symposium and Exhibition 36, Part 1: 1118-1127, 1991.*
- [35] Caprino G., Residual strength prediction of impacted composite laminates, *Journal of Composite Materials*, 18:508-518, 1984.
- [36] Wu E, Liao J, Impact of unstitched and stitched laminates bi-line loading, *Journal of Composite Materials*, 28(17): 1641-1658, 1994.
- [37] Aoki Y, Samejima H, Suemasu H, Nagao Y, Effect of thickness on impact damage and CAI behaviour, *Proceedings of ICCM-17 17th International Conference on Composite Materials, Edinburgh, UK, 2009.*
- [38] Sjoblom P, Hwang B., Compression after impact: the \$5,000 data point, *Proceeding of 34th International SAMPE symposium, Reno, Nevada, 1989.*
- [39] Buynak CF, Moran TJ, Characterization of impact damage in composites, *Review of progress in quantitative non-destructive evaluation 6B:1203-1211, 1986.*
- [40] Frock BG, Moran TJ, Shimmin KD, Martin RW, Imaging of impact damage in composite materials, *Review of progress in quantitative non-destructive evaluation 7B:1093-1099, 1988.*
- [41] Ley O, Chung S, Schutte J, Dunne K, Caiazzo A, Bandos B, Valatka T, and Godinez V, Analysis of impact damage using line scanning thermography, *Review of progress in quantitative non-destructive evaluation 1211: 427-434, 2010.*
- [42] Meola C, Carlomagno GM, Squillace A, Giorleo G, Non-destructive control of industrial materials by means of lock-in thermography, *Measurement science & Technology*, 13(10): 1583-1590.
- [43] Griffin CF, Damage tolerance of toughened resin graphite composites, *ASTM STP 937: 23-33, 1987.*
- [44] Strait LH, Karasek ML, Amateau MF, Effects of stacking sequence on the impact resistance of carbon fiber reinforced thermoplastic toughened epoxy laminates, *Journal of Composite Materials*, 26(12): 1725-1740, 1992.
- [45] Cantwell WJ, Morton J, The impact resistance of composite materials – a review, *Composites*, 22(5): 347-362, 1991.
- [46] Kumar P, Rai B, Impact damage on single interface GFRP laminates. An experimental study, *Composite Structures* 18(1): 1-10, 1991.

- [47] Dobyns AL, Analysis of simply supported plates subjected to static and dynamic loads, *AIAA Journal*, 19(5): 642-650, 1980.
- [48] Davies GAO, Zhang X, Impact damage prediction in carbon composites structures, *International Journal of Impact Engineering*, 16(1): 149-170, 1994.
- [49] Caprino G., On the prediction of residual strength for notched laminates, *Journal of Materials Science*, 18:2269, 1983.
- [50] Borrelli R., Sellitto A., Caputo F., Riccio A., Scaramuzzino F., Cohesive Zone Material model in ANSYS: a sensitivity analysis on a DCB test case, *Enginsoft International Conference 2011*, 20-21 Ottobre 2011, Verona, Italy.
- [51] Sellitto A., Borrelli R., Caputo F., Riccio A., Scaramuzzino F., Application to plate components of a kinematic global-local approach for non-matching Finite Element meshes, accettato in data 26/10/2011 per pubblicazione in *International Journal of Structural Integrity*.
- [52] Borrelli R., Sellitto A., Caputo F., Riccio A., Scaramuzzino F., Kinematic approach for a global-local coupling: compressive behaviour of a delaminated panel, accettato per pubblicazione in data 23/07/2011 in *Advanced Composite Letters*.
- [53] Alfano G., Crisfield M. A.: Finite element interface models for delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50, pp. 1701-1736, 2001.
- [54] Mi Y., Crisfield M. A., Davies G. A., Hellweg H.B.: "Progressive delamination using interface elements", *Journal of Composite Materials*, 32(14), pp. 1246-1272, 1998.
- [55] Alesi H., Nguyen V.M., Mileshkin N., Global/Local Postbuckling Failure Analysis of Composite Stringer/Skin Panels, *AIAA Journal* Vol. 36, No. 9, September 1998.
- [56] The B2000++ User Manual, SMR Engineering & Development SA, 2011. http://www.smr.ch/local/doc/B2000++/user_manual/index.html
- [57] Zhong ZH, *Finite Element Procedures for contact-impact problems*, Oxford Science Publications, 1993.
- [58] Greenhalg E, Singh S, Nilsson KF, Mechanisms and Modelling of Delamination Growth and Failure of Carbon-Fibre Reinforced Skin-Stringer Panels, *Composite Structures: Theory and Practice*, ASTM STP 1383, Philadelphia, PA, 2000.
- [59] Riccio A, Giordano M, Zarrelli M, A linear Numerical Approach to Simulate the Delamination Growth Initiation in Stiffened Composite Panels, *Journal of Composite Materials*, 44(15), 1841-1866, 2010.

Bibliografia

- [60] Borrelli R., Primavera V., Perillo M., Synergy between LS-DYNA and modeFRONTIER to predict low velocity impact damage on composite plate, Enginsoft International Conference 2011, 20-21 Ottobre 2011, Verona, Italy.
- [61] Z.S. Liu, H.P. Lee, C. Lu, Structural intensity study of plates under low-velocity impact, International Journal of Impact Engineering 31 (2005) 957-975.
- [62] D. S. Cairns, P. A. Lagace, Transient Response of Graphite/Epoxy and Kevlar/Epoxy laminates Subjected to Impact, AIAA Journal, 27 (11), 1989, 1590-1596.
- [63] S. Heimbs, S. Heller, P. Middendorf, F. Hahnel and J. Weisse, Low velocity impact on CFRP plates with compressive preload, International Journal of Impact Engineering, 2009, 36, pp. 1182-1193.