



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI "FEDERICO II"
POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE
FACOLTÀ DI INGEGNERIA



Dipartimento di Ingegneria Elettrica

Misura di frequenza di segnali periodici
in condizioni critiche di rumore

DOMENICANTONIO GRILLO

TESI DI DOTTORATO IN INGEGNERIA ELETTRICA
XXIV CICLO

(coordinatore: prof. Ing. Guido Carpinelli)

TUTOR

PROF. ING. MASSIMO D'APUZZO

CO-TUTOR

PROF. ING. MAURO D'ARCO

2010/2011

Indice

Introduzione	3
Capitolo 1 – Misurazione di frequenza in presenza di rumore	6
1.1 Introduzione.....	6
1.2 La misura di frequenza e i segnali rumorosi.....	8
Capitolo 2 – Metodo di misura basato su zero-crossing	13
2.1 Introduzione.....	13
2.2 La tecnica di zerocrossing nelle misure di frequenza nel dominio del tempo	13
2.3 Estensione del metodo di zero-crossing in presenza di rumore: metodo proposto	17
2.4 Validazioni sperimentali	23
Capitolo 3 – La risonanza stocastica	27
3.1 Introduzione.....	27
3.2 Effetti del rumore	29
3.3 La risonanza stocastica	30
3.4 I tempi di residenza	31
3.5 Il rapporto segnale rumore.....	32
Capitolo 4 – metodo di misura basato sulla risonanza stocastica	34
4.1 Introduzione.....	34
4.2 Metodo di misura basato sulla risonanza stocastica.....	34
4.3 Prove eseguite.....	36
Conclusioni	42
Bibliografia	43

Introduzione

È opinione comune che il rumore induce una degradazione dei parametri che caratterizzano i segnali, come l'ampiezza e la frequenza. In particolare, talvolta il rumore è particolarmente aggressivo ed è tale da alterare irrimediabilmente l'informazione presente nei segnali. Questo è il motivo per cui sono notevoli gli sforzi che si fanno per eliminare, o quanto meno minimizzare, già in fase di progetto, gli effetti del rumore sui sistemi che ne risultano particolarmente sensibili. Esistono però casi in cui non è possibile intervenire poiché il rumore si genera internamente agli stessi sistemi. In questi casi, notevoli sono gli sforzi condotti per la ricerca di metodi alternativi che permettano di stimare i parametri che caratterizzano i segnali, in particolare la frequenza, in modo sempre più accurato.

Molte sono le tecniche proposte in letteratura. Tra quelle degne di nota sono da menzionare quelle che propongono algoritmi di misura che si basano su tecniche di zero-crossing, che utilizzano algoritmi euclidiani, auto regressivi, basati su FFT, analisi degli auto valori, metodi di finestrazione e tecniche di interpolazione dei campioni dello spettro. Questi sono, comunque, metodi che richiedono un notevole carico computazionale a causa dei complicati algoritmi proposti. Altri invece, necessitano anche del passaggio di dominio, come nel caso di algoritmi basati su FFT che operano nel dominio della frequenza, aumentando ulteriormente il carico computazionale. Purtroppo la maggior parte di tali tecniche, pur essendo molto valide in condizioni normali, degradano le loro prestazioni che decrescono in modo significativo al diminuire del rapporto segnale-rumore. Quando ciò si verifica, si è praticamente obbligati ad utilizzare tecniche di misura nel dominio della frequenza, come gli algoritmi basati su FFT o su analizzatori di spettro, che sono robusti al rumore, ma che presentano però un elevato carico computazionale.

È in questo scenario che viene proposto un metodo di misura della frequenza di segnali sinusoidali che risulta particolarmente robusto al rumore sovrapposto.

Il presente lavoro di tesi ha per obiettivo quello di proporre un metodo che permetta di misurare la frequenza di un segnale sinusoidale corrotto da rumore bianco in condizioni critiche di rumore. Il metodo proposto è un metodo di misura nel dominio del tempo e quindi non necessita di cambiare dominio e supera la difficoltà computazionale rispetto ad altri metodi proposti in letteratura che fanno uso di algoritmi complicati.

Il metodo si basa sulla tecnica di zero-crossing, e sulla determinazione degli istogrammi degli intervalli di tempo tra i campioni di zero-crossing consecutivi.

Esso di fatto si propone come estensione di un classico metodo di misura della frequenza che prevede la misura del numero di semiperiodi esibiti dal segnale durante il tempo di misura e lo rende più robusto al rumore sovrapposto al segnale sotto prova.

I risultati sono stati validati mediante misurazioni eseguite per diversi valori di ampiezza del rumore e per diverse frequenze del segnale sinusoidale. I risultati mostrano che l'errore relativo è molto minore rispetto a quelli esibiti da altri algoritmi proposti in letteratura per la stima della frequenza. Le prestazioni sono state anche confrontate con quelle dei contatori numerici e mostrano che il metodo proposto supera i limiti di impiego degli stessi contatori numerici.

Il metodo può essere facilmente implementato su dispositivi a basso costo data la semplicità di implementazione e il basso carico computazionale.

Oltre al metodo introdotto, il presente lavoro di tesi mostra una ulteriore tecnica per rendere maggiormente robusta la tecnica sopra menzionata nei confronti di

rumore particolarmente aggressivo. Detta tecnica sfrutta i concetti associati al fenomeno della Risonanza Stocastica.

Come detto in apertura del paragrafo, il rumore solitamente costituisce un fattore che limita o degrada le prestazioni di sistemi e/o metodi di misura. Ciò che invece è poco noto è che ciò non risulta essere sempre vero. Esistono, infatti, casi e condizioni particolari in cui il rumore aumenta l'efficienza dei sistemi. Di fatto è come se amplificasse il parametro del segnale che si vuole misurare. Tale fenomeno va sotto il nome di Risonanza Stocastica (SR) e i sistemi che esibiscono un tale comportamento sono detti risonatori stocastici.

Anche in questo caso, i risultati sono stati validati mediante misurazioni eseguite per diversi valori di ampiezza del rumore e per diverse frequenze del segnale sinusoidale. I risultati sono confrontati con quelli ricavati da contatori numerici e algoritmi FFT. Anche questa estensione del metodo proposto può essere facilmente implementato su dispositivi a basso costo data la semplicità di implementazione e il basso carico computazionale.

Capitolo I

Misurazioni di frequenza in presenza di rumore

1.1 Introduzione

Come è noto, i parametri che caratterizzano i segnali periodici, sono la frequenza, o il suo reciproco che è il periodo, l'ampiezza e la fase iniziale. Non sempre è importante conoscere tutti i parametri anzi detti, anzi in alcune applicazioni solo alcuni sono fondamentali, mentre la conoscenza degli altri non è praticamente interessante. Esistono settori particolari in cui la conoscenza del valore della frequenza è fondamentale: si pensi ad esempio ai sistemi radiomobili in cui il ricevitore deve essere sincronizzato con la frequenza portante del circuito trasmettitore, al controllo della frequenza nei motori asincroni e agli azionamenti elettrici a velocità variabile in c.a. con tecnologia PWM.

Altri settori in cui è importante conoscere il valore della frequenza sono:

- **Metrologia tempo/frequenza**, per i campioni nazionali delle unità di misura di tempo e frequenza (degne di nota sono le attività dell'INRiM; Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica nel campo della metrologia del tempo e della frequenza).
- **Qualità dell'energia**, intesa come qualità della forma d'onda di tensione (ampiezza, frequenza, ecc.). Le norme CEI EN 50160 "Caratteristiche della

tensione fornita dalle reti pubbliche di distribuzione dell'energia elettrica" e CEI EN 61000-4-30 "Tecniche di prova e di misura – Metodi della qualità della potenza" definiscono i tempi di misura (Valore medio delle variazioni osservate per il 95% della settimana) e la massima variabilità della frequenza di rete (da 42,5 Hz a 57,5 Hz).

- **Impianti di produzione**, soggette ad oscillazioni della frequenza di rete a causa dell'instabilità delle reti di distribuzione.
- **Comunicazioni elettriche**, ove sono particolarmente importanti le misure di frequenza, come nel caso di frequenza portante, nei segnali modulati FSK, ecc..

La scelta dello strumento e del metodo di misura della frequenza dipende dalle caratteristiche del segnale. In generale, per misurare la frequenza si ricorre a:

- Contatori numerici (per misure nel dominio del tempo),
- Algoritmi di misura basati sulla tecnica di zero-crossing (per misure nel dominio del tempo),
- Metodi/strumenti basati su FFT (per misure nel dominio della frequenza).

Purtroppo, quando il segnale è corrotto da rumore critico, bisogna adottare particolari tecniche per minimizzare l'effetto del rumore. Infatti, in alcune applicazioni notevoli, come nella misura di potenza su azionamenti elettrici a velocità variabile, la situazione diventa critica quando si procede alla misura delle principali grandezze elettriche a valle dell'inverter per la difficoltà dell'individuazione del periodo del segnale a causa dei numerosi passaggi per lo zero del segnale di alimentazione dovuti al rumore introdotto dall'elevata frequenza di commutazione dell'inverter PWM [1].

1.2 La misura di frequenza su segnali rumorosi

Oggi, la misura di intervalli di tempo e di frequenza sono tra le più accurate disponibili. Si pensi agli oscillatori atomici a fascio di cesio che sono in grado di raggiungere incertezze dell'ordine di unità di 10^{-15} s [2]. Tale caratteristica è notevole, in quanto tali oscillatori impiegherebbero circa 30 milioni di anni per accumulare lo scarto di un secondo. Una tale stabilità rende le misure di tempo tra le più accurate disponibili.

Lo strumento di misura che viene maggiormente impiegato a tale scopo è il contatore numerico [3]-[5]. Grazie alla stabilità nel tempo del campione di riferimento interno esso permette di effettuare misure di frequenza su segnali analogici di elevata accuratezza. Inoltre, essi presentano una caratteristica notevole: per ridurre gli effetti causati dal rumore, sono dotati di isteresi. Questo è un accorgimento tecnico che permette di regolare la sensibilità dello strumento. Regolando, infatti, in modo opportuno il livello di soglia del trigger di conteggio, si evitano i conteggi causati dal rumore (Fig. 1). Tale tecnica, però, è insufficiente quando il livello e la banda del rumore sono tali da determinare più conteggi in un periodo del segnale, anche in vista del fatto che non è possibile aumentare ad arbitrio il livello della soglia di isteresi (Fig. 2). Lo stesso risultato si ottiene a causa di una errata scelta della soglia di isteresi (Fig. 3).

D'altro canto, la maggior parte degli algoritmi di misura di frequenza su segnali campionati utilizzano la tecnica di 'zero-crossing' [6]-[8]. Questa tecnica consiste nel determinare gli istanti di tempo in cui i segnali cambiano il loro segno.

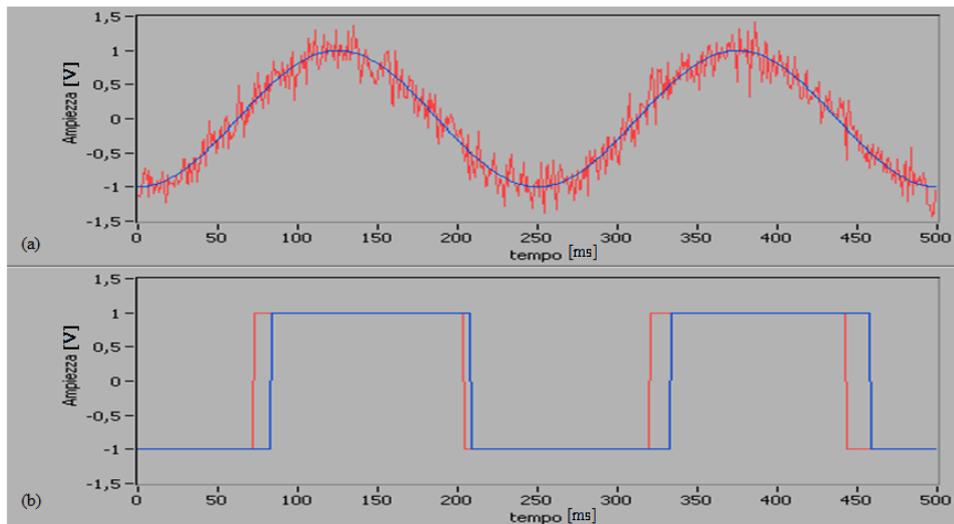


Figura 1 – regolando opportunamente la soglia di isteresi si riesce ad eseguire misure di frequenza anche su segnali rumorosi. In presenza di rumore (a) è possibile regolare il livello di soglia di isteresi in modo da evitare eventuali conteggi dovuti al rumore (b).

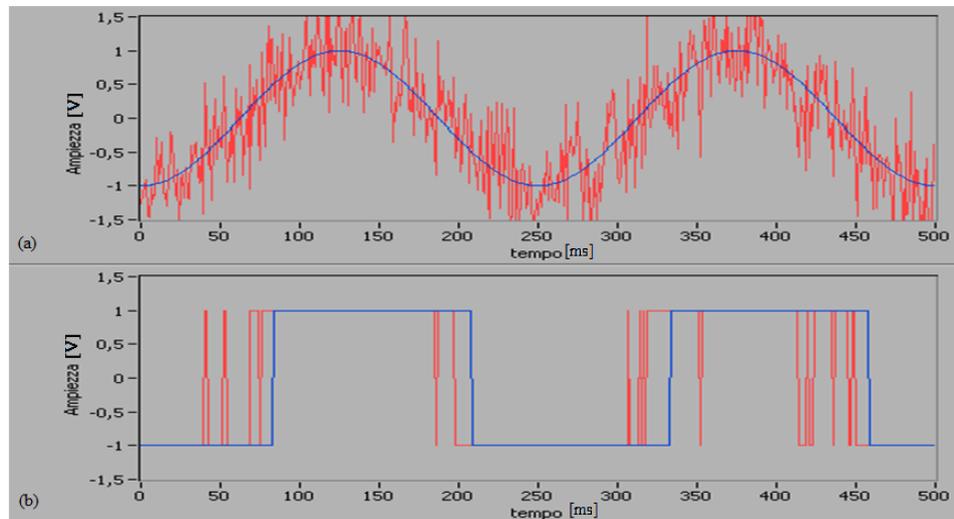


Figura 2 – quando il livello e la banda di rumore sono troppo elevati (a), si determina un numero maggiore di conteggi (b) a causa dell'impossibilità di regolare ulteriormente il livello di soglia di isteresi.

Sono ancora utilizzati algoritmi euclidiani, auto regressivi, basati su FFT, analisi degli auto valori, finestre e, recentemente, algoritmi di interpolazione dei campioni dello spettro [10]-[18].

La maggior parte delle tecniche suddette, in particolare quelle operanti nel dominio del tempo, sono particolarmente sensibili alla presenza di rumore così che le loro prestazioni degradano [17], [19]-[23]. Ciò capita ad esempio quando si usano tecniche come l'uso di algoritmi basati su FFT che risultano particolarmente robusti al rumore, a scapito però del maggiore carico computazionale.

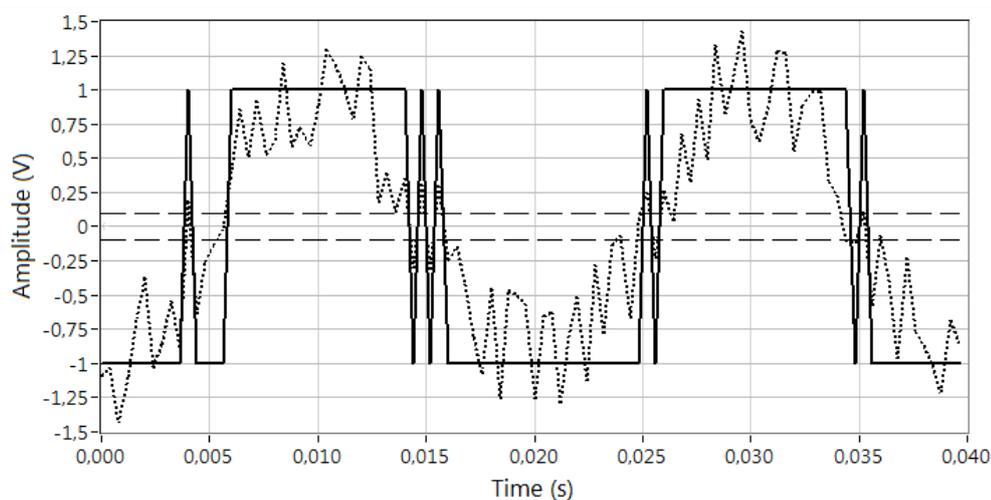


Figura 3 – un'errata regolazione della soglia isteresi determina un aumento degli impulsi di conteggio anche in presenza di un debole rumore.

Nel caso di segnali campionati, come tecnica di misura nel dominio del tempo, spesso sono utilizzati algoritmi di misura che utilizzano la tecnica di zero crossing. Questi si basano sull'idea di scegliere due eventi che individuano un numero intero di periodi del segnale, ad esempio due passaggi consecutivi per lo zero, entrambi con pendenza positiva (Fig. 4).

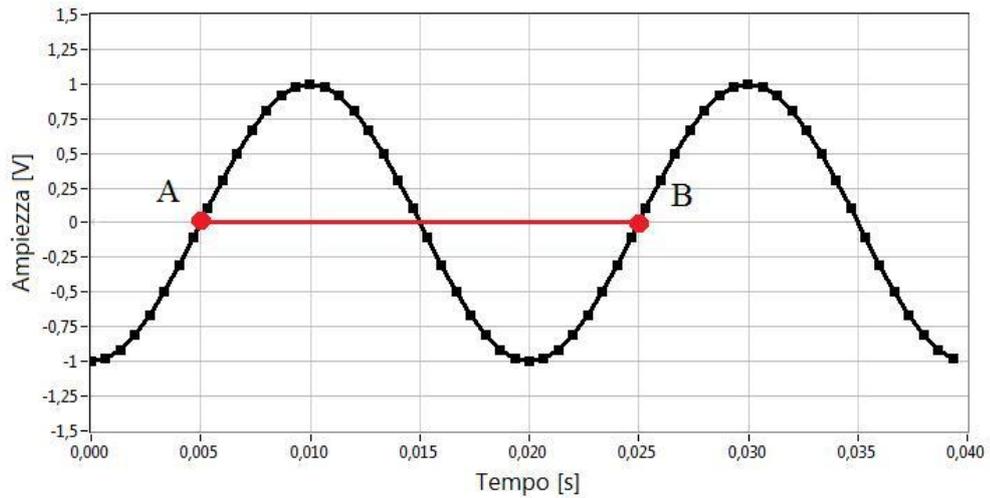


Figura 4 – se A e B sono due eventi consecutivi che si verificano quando il segnale attraversa lo zero di riferimento con pendenza positiva, allora la distanza temporale tra detti due eventi definisce il periodo del segnale.

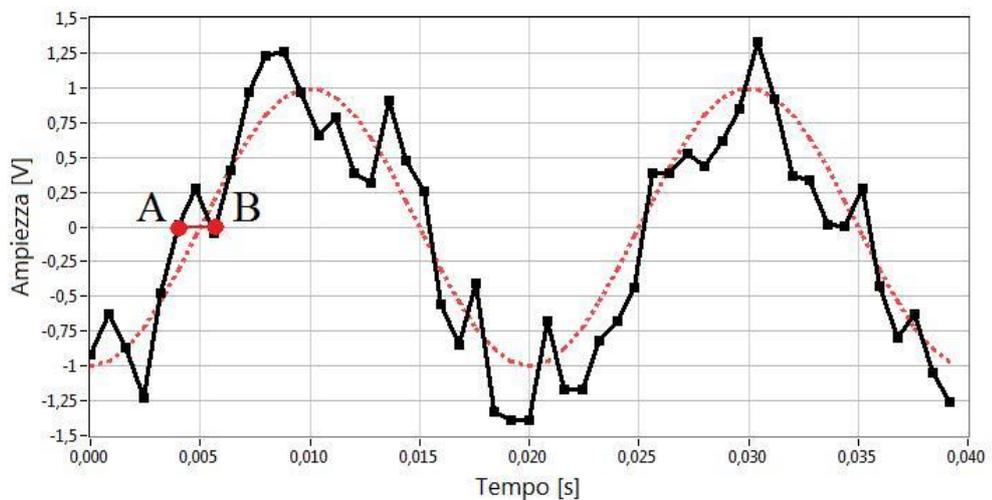


Figura 5 – in presenza di rumore, gli eventi A e B sopra definiti possono non individuare il periodo del segnale.

Purtroppo gli algoritmi di misura che utilizzano la tecnica di zero crossing risultano più sensibili al rumore rispetto ai contatori numerici. In presenza di rumore, infatti, detti due eventi possono non individuare un periodo, come mostrato in Fig. 5.

Da quanto esposto si può affermare che il livello e la banda del rumore sovrapposto al segnale, oltre a inficiare l'accuratezza della misura, possono essere addirittura elementi di criticità sia per il metodo, sia per la tecnica menzionata confutando addirittura la loro affidabilità. In alternativa, è possibile utilizzare tecniche e strumenti di misura nel dominio della frequenza, come algoritmi e strumenti di misura basati su FFT e analizzatori di spettro.

Questi strumenti però risultano abbastanza complicati nel loro utilizzo e la qualità della misura dipende fortemente dall'esperienza dell'operatore. Inoltre, anche questi strumenti presentano i loro limiti. I contatori numerici esibiscono una risoluzione che è funzione del tempo di gate. Gli analizzatori di spettro forniscono una risoluzione in frequenza che dipende dalla larghezza del filtro a frequenza intermedia, che in genere è inferiore a quella dei contatori numerici. Negli strumenti e/o algoritmi basati su FFT la risoluzione in frequenza è legata alla frequenza di campionamento f_c e al numero di campioni N acquisiti, e sono legati tra di loro dalla nota relazione $\Delta f = f_c / N$. Ciò significa che è possibile rilevare accuratamente solo le frequenze $f_k = k\Delta f$ con k numero intero. L'accuratezza è poi legata alla dispersione spettrale. Sebbene l'uso di opportune finestre numeriche ne permette di minimizzare l'effetto, per poter ottenere risoluzioni confrontabili con quelle dei contatori numerici è necessario stimare i coefficienti di Fourier proprio mediante tecniche di zero-crossing.

In generale, l'accuratezza della misura dipende dal rapporto segnale-rumore.

Capitolo II

Metodo di misura basato su zero-crossing

2.1 Introduzione

Diversi sono i metodi di misura della frequenza di un segnale periodico. Quelli più utilizzati sono mediante contatori numerici e algoritmi basati su zero crossing. Questi due metodi sono attraenti rispetto ad altri metodi di indagine sia per la loro semplicità di utilizzo, sia per l'immediata interpretazione del risultato di misura. Spesso, però, il segnale sotto misura è rumoroso e il livello di rumore è tale da rendere inaffidabili entrambi i metodi. Per superare questo inconveniente, viene di seguito presentato un nuovo metodo di elaborazione del segnale digitale nel dominio del tempo. Il metodo proposto è in grado di misurare la frequenza di segnali periodici anche in presenza di rumore anche di riguardevole ampiezza. Diverse misure eseguite e in diverse configurazioni confermano l'affidabilità e l'efficacia del metodo.

2.2 La tecnica di zero-crossing nelle misure di frequenza nel dominio del tempo

Come è noto, la tecnica dello "zero crossing" consiste nel rilevare i passaggi per un livello di riferimento assunto pari a zero della forma d'onda di un segnale. Questa tecnica viene maggiormente utilizzata per misurare il periodo o la frequenza di un segnale sinusoidale.

In assenza di rumore, gli istanti di tempo in cui il segnale passa per lo zero sono tutti equamente spaziati, e le distanze tra due di detti istanti consecutivi sono tutte uguali al semiperiodo del segnale. In queste condizioni, è possibile definire gli eventi “passaggi per lo zero consecutivi” e misurare il periodo del segnale misurandone la distanza.

Supponiamo di volere misurare la frequenza f_0 di un segnale sinusoidale $x(t)$ la cui equazione è:

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (1)$$

dove A e φ sono rispettivamente l'ampiezza e la fase iniziale del segnale.

Supponiamo di campionare il segnale $x(t)$ alla frequenza f_c in modo che gli N campioni acquisiti $\{x_n\}$ siano i valori di $x(t)$ misurati negli istanti $\{t_n\}$ tali che, per $n=1,2, \dots, N$, risulta:

$$x_n = x(t_n) = A \sin(2\pi f_0 n t_c + \varphi) \quad (2)$$

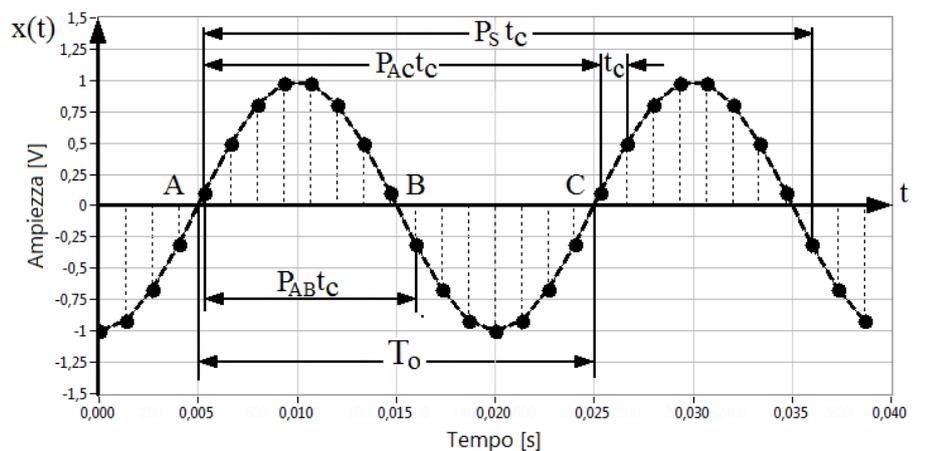


Figura 6 – segnale periodico campionato con passo t_c ; è possibile misurare il periodo conteggiando il numero di campioni che riempiono uno o più semiperiodi.

Si consideri, dunque, il segnale sinusoidale campionato x_n mostrato in Fig. 6.

Se A e C sono due eventi di up-crossing (o in alternativa di down-crossing) consecutivi, ovvero due passaggi per lo zero con pendenza positiva, allora loro distanza temporale è circa pari al prodotto tra il numero P_{AC} di campioni acquisiti nell'intervallo AC e il passo di campionamento t_c .

$$\overline{AC} \cong P_{AC} t_c \quad (3)$$

La frequenza f_0 del segnale sarà:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{\overline{AC}} \cong \frac{1}{P_{AC} t_c} \quad (4)$$

Se i punti A e B di zero-cross definiscono un semiperiodo (Fig. 2), allora la frequenza f_0 del segnale sarà:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2AB} \cong \frac{1}{2P_{AB} t_c} \quad (5)$$

Se il segnale acquisito contiene più semiperiodi, allora è conveniente estendere la misura a tutti i semiperiodi. In tal modo è possibile ottenere una stima più accurata. Infatti, nel caso di campionamento asincrono, o come nel caso reale in cui l'ampiezza del segnale di riferimento dell'unità di acquisizione dati non è rigorosamente zero, e/o sul segnale di riferimento è presente errore (ad esempio) di quantizzazione o rumore generato da circuiteria interna, o a causa dell'indeterminazione con cui il campione è associato ad un determinato livello di quantizzazione, non tutti i semiperiodi contengono lo stesso numero di campioni.

Detti S e P_S due interi positivi che indicano rispettivamente il numero di semiperiodi del segnale $x(t)$ e il numero di campioni che completano S semiperiodi (Fig. 2), si avrà:

$$f_0 \cong \frac{S}{2P_S t_c} \quad (6)$$

In generale si può dire che:

sia X la collezione di N campioni x_n acquisiti con passo di campionamento t_c . Si numerino tali campioni con valori interi positivi da 1 ad N : $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Si indichi, inoltre, con $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_M\}$, l'insieme degli elementi z_i associati ai campioni $\{x_j\}$ che sono successivi ad uno zero-crossing. Detti elementi sono gli interi positivi in numero M per i quali vale l'equazione:

$$\text{signum}(x_{j-1}) = -\text{signum}(x_j) \quad (7)$$

Si indichi con l'intero positivo P il numero di campioni presenti tra il primo e l'ultimo zero-crossing, e cioè:

$$P = z_M - z_1 \quad (8)$$

Si noti che, per il segnale $x(t)$ (Fig. 2) P contiene S semiperiodi, e che il numero M di zero-crossing a meno di una unità è pari al numero di semiperiodi S , per cui risulta:

$$P = P_S \quad (9)$$

$$S = M - 1 \quad (10)$$

Tenuto conto delle (8), (9) e (10), la (6) diventa:

$$f_0 \cong \frac{M - 1}{2(z_M - z_1)t_c} \quad (11)$$

La (11) è la formula che maggiormente viene utilizzata per misurare la frequenza di un segnale periodico quando si ricorre alla tecnica di zero-crossing.

Si noti ancora che, la risoluzione della stima della frequenza f_0 è tanto migliore quanto minore è il passo di campionamento t_c .

Il metodo descritto è largamente impiegato poiché attualmente esistono in commercio sistemi di acquisizione dati molto performanti e a costi contenuti. Essi presentano elevate frequenze di campionamento, banda analogica elevata, e sono in grado di memorizzare elevate quantità di dati. Questi possono essere elaborati da sistemi a microprocessore mediante algoritmi di calcolo. Dal punto di vista delle misure, l'incertezza con cui si misura f_0 dipende dall'incertezza con cui viene fornita t_c : è quindi importante utilizzare SAD con base dei tempi molto stabili.

Il metodo di fatto, è un metodo di conteggio: si conteggiano il numero di semiperiodi e il numero di campioni che li completano.

Le caratteristiche che rendono questo metodo attraente, purtroppo crollano all'aumentare del rumore sovrapposto al segnale sotto misura.

Ad esempio, per il segnale di Fig. 5 non sono più valide le considerazioni fatte in precedenza: due zero-crossing consecutivi non definiscono un semiperiodo, due up-crossing (o down-crossing) consecutivi non definiscono un periodo. Se ne ricava che il numero M di zero-crossing conteggiati non consente di misurare il numero di semiperiodi S .

Se ne ricava che la tecnica di zero-crossing classica, così come viene presentata in letteratura, non può essere usata per misure di periodo e/o di frequenza quando il rumore comincia ad essere non trascurabile, ma occorre effettuare delle considerazioni aggiuntive.

2.3 Estensione del metodo di zero-crossing in presenza di rumore: metodo proposto.

Si considerino le distanze tra i punti di zero-crossing consecutivi. In assenza di rumore dette distanze sono tutte uguali, e in particolare sono uguali al semiperiodo del segnale. Per cui si avranno S distanze distinte tutte dello stesso valore. Una rappresentazione mediante istogramma riporterebbe un'unica classe centrata in \underline{AB} avente frequenza assoluta pari ad S (Fig. 6). Ebbene da tale istogramma si ricava che il segnale acquisito è costituito da S semiperiodi tutti di lunghezza \underline{AB} .

In presenza di rumore debole, le distanze tra i punti di zero crossing consecutivi variano di valore ma non in numero. Un istogramma riporterebbe, in questo caso, un numero maggiore di classi, allocate ai valori delle distanze distinte, ciascuna di ampiezza pari alla propria frequenza assoluta. La somma delle frequenze assolute fornisce il numero di periodi acquisiti, mentre la somma dei prodotti tra ciascuna distanza distinta per la corrispondente frequenza assoluta fornisce la durata complessiva dei semiperiodi acquisiti.

Quando l'ampiezza del rumore diventa considerevole ed è a banda larga, il numero di attraversamenti per lo zero aumenta considerevolmente. In conseguenza di ciò, le distanze tra zero-crossing diminuiscono in valore e aumentano in numero. Molte di queste distanze avranno valori molto piccoli proprio per effetto della veloce variazione dell'ampiezza del rumore. In conseguenza di ciò, il grafico della distribuzione delle frequenze assolute riporterà una distribuzione di classi concentrate nella parte sinistra del grafico, mentre altre classi saranno concentrate nella parte destra. Quella a sinistra è dovuta alle brevi distanze. La distribuzione a destra del grafico riporta le classi associate alle distanze rappresentative dei semiperiodi del segnale immaginato privo di rumore, che non sono cambiate in numero, ma che sono solo diminuite in ampiezza.

È dunque importante individuare le nuove distanze, cioè quelle causate dal rumore, in modo da poterle discriminare, consentendo così di misurare la frequenza anche in presenza di segnali fortemente rumorosi.

Supponiamo ora che al segnale $x(t)$ dato dall'equazione (1) sia sovrapposto rumore $n(t)$ additivo, ergodico e stazionario, a larga banda, a media nulla e con distribuzione gaussiana con deviazione standard pari a σ_n .

Si consideri, dunque, il segnale sinusoidale corrotto da rumore gaussiano bianco riportato in Fig. 7.

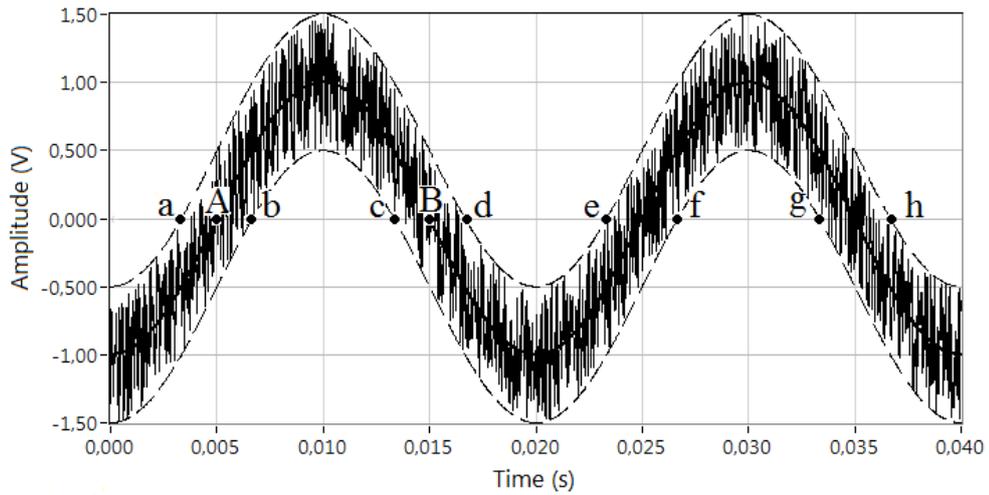


Figura 7 – segnale sinusoidale affetto da rumore.

Il diagramma delle frequenze assolute delle distanze distinte tra due zero-crossing consecutivi, relativo al segnale di Fig. 7, è riportato in Fig. 8.

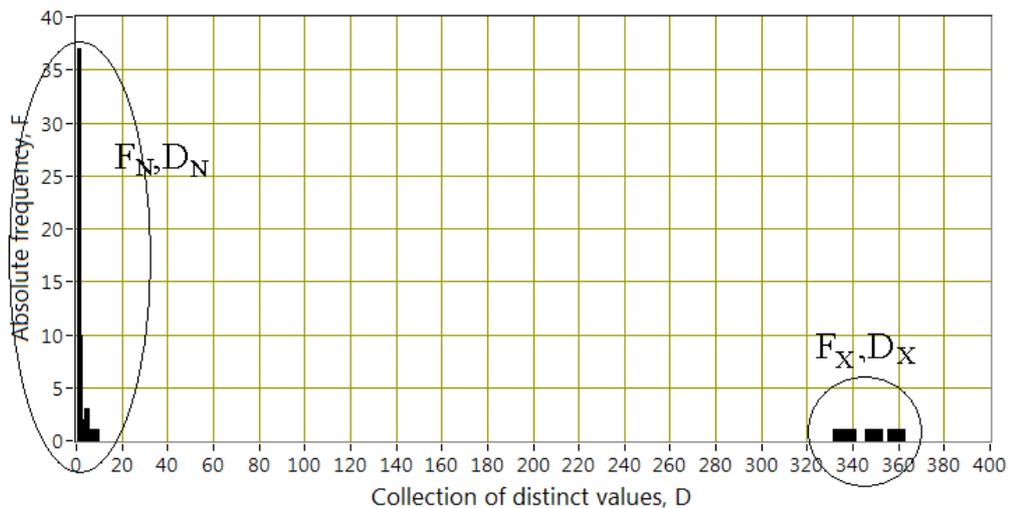


Figura 8 – istogramma delle frequenze assolute F in funzione delle distanze distinte D relativo al segnale di Fig. 7.

In Fig. 8, le frequenze assolute delle classi presenti nella parte destra dell'istogramma forniscono il valore di S . Ciò è vero sempreché le distanze tra gli zero crossing consecutivi che sono sottese dalle concavità e convessità del segnale sono distinguibili rispetto alle altre brevi distanze dovute ai veloci attraversamenti per lo zero a causa del rumore. Già ora è possibile stimare la frequenza del segnale, dividendo S per la distanza tra il primo e l'ultimo zero-crossing. Osservando la

Fig. 7 si può notare che una tale stima è per difetto. Vedremo che è possibile correggere tale stima portando in conto anche il contributo delle “brevi distanze”.

Si consideri il segnale di Fig. 7 dato da $y(t) = x(t) + n(t)$. Posto $\Delta_0 = 10\sigma(n)$, allora il segnale $y(t)$ evolve praticamente per tutto il tempo all'interno della regione definita dai due segnali $x(t) - \Delta_0$ e $x(t) + \Delta_0$, ovvero risulta:

$$x(t) - \Delta_0 \leq y(t) \leq x(t) + \Delta_0 \quad (12)$$

Dalla Fig. 7 si può ancora osservare che il semiperiodo AB può essere dato da:

$$AB = ab + bc \quad (13)$$

Se a , b e c sono punti di zero-crossing di $y(t)$, allora è possibile misurare il semiperiodo AB misurando le distanze ab e bc . A tal fine, si indichi con Y la collezione degli N campioni $y_k = y(kt_c)$, con k numero intero, acquisiti ad una frequenza $f_c = 1/t_c$ maggiore della frequenza di Nyquist. Si numerino tali campioni con valori interi positivi da 1 ad N : $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$. Si indichi, inoltre, con $I = \{I_1, I_2, \dots, I_V\}$, l'insieme degli indici I_i associati ai campioni $\{y_j\}$ che sono successivi ad uno zero-crossing. Detti elementi sono gli interi positivi in numero V per i quali vale l'equazione:

$$\text{signum}(y_{j-1}) = - \text{signum}(y_j) \quad (14)$$

Si indichi ora con $d = \{d_1, d_2, \dots, d_{V-1}\}$ la collezione delle $V - 1$ distanze $d_i = I_{i+1} - I_i$ tra due successivi zero-crossing, determinate a partire dalla collezione Y .

Si considerino ora i valori distinti delle distanze $\{d_i\}$ e si indichi con $D=\{D_i\}$ l'insieme che lo rappresenta. Si indichi ancora con $F = \{F_i\}$ l'insieme delle frequenze assolute degli elementi di D e si indichi con G_Y il numero delle sue classi.

L'insieme D contiene l'insieme $D_X = \{(D_X)_i\}$ costituito dalle distanze distinte $\{e_i\}$, associate, come già visto, ai semiperiodi del segnale, e l'insieme $D_N = \{(D_N)_i\}$ costituito dalle brevi distanze distinte $\{f_i\}$ causate dalle veloci variazioni dell'ampiezza del rumore nei punti di zero-crossing del segnale $x(t)$. L'insieme D_N contiene, dunque, le distanze d_i che, con riferimento alla Fig. 7, giacciono nell'intervallo $(a,b) \cup (c,d) \cup (e,f) \cup (g,h)$ e la cui somma fornisce una stima di:

$$\underline{ab+cd+gh} \quad (15)$$

Si indichi ora con $F_X = \{(F_X)_i\}$ l'insieme delle frequenze assolute degli elementi di D_X e con G_X il numero delle sue classi. Si indichi con $F_N = \{(F_N)_i\}$ l'insieme delle frequenze assolute degli elementi di D_N e con G_N il numero delle sue classi.

In Fig. 8 è riportato l'istogramma delle frequenze assolute F in funzione delle distanze distinte D del segnale di Fig. 7.

In Fig. 8 sono evidenziati due gruppi di classi: quelle associate ai semiperiodi del segnale, individuati dalla coppia F_X e D_X , e quelle associate all'aumento degli attraversamenti per gli zero-crossing di $x(t)$ a causa del rumore, individuati dalla coppia F_N e D_N .

Se si indica con R il numero di zero-crossing che si otterrebbero in assenza di rumore e con T il numero di zero-crossing causati dal rumore, si ha:

$$V = R + T \quad (16)$$

Poiché R individua, a meno di una unità, il numero S di semiperiodi del segnale $x(t)$, si può scrivere:

$$V - 1 = (R - 1) + T = S + T \quad (17)$$

Si indichi con l'intero positivo P il numero di campioni presenti tra il primo e l'ultimo zero-crossing; vale la relazione:

$$P = I_V - I_1 = \sum_{i=1}^{V-1} d_i \quad (18)$$

Si noti che P contiene un numero intero S di semiperiodi più una quota parte, ΔP_S , che dipende dalla varianza del rumore (in Fig. 7 risulta $t_c \Delta P_S \approx \underline{gh}$). Si può dunque scrivere:

$$P = P_S + \Delta P_S \quad (19)$$

Se $e = \{e_1, \dots, e_{R-1}\}$ sono le $(R-1)$ distanze e_i associate agli S semiperiodi e se $f = \{f_1, \dots, f_{T-1}\}$ sono le restanti T , allora risulta:

$$R-1 = \sum_{i=1}^{G_X} (F_X)_i \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{R-1} e_i &= (e_{R-1} + \dots + e_1) = \\ &= \left((F_X)_{G_X} (D_X)_{G_X} + \dots + (F_X)_1 (D_X)_1 \right) = \sum_{i=1}^{G_X} (F_X)_i (D_X)_i \end{aligned} \quad (21)$$

Analogamente, per i valori distinti $\{f_i\}$ si ottiene:

$$\sum_{i=1}^T f_i = \sum_{i=1}^{G_N} (F_N)_i (D_N)_i \quad (22)$$

Per cui risulta:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{V-1} d_i &= \sum_{i=1}^{R-1} e_i + \sum_{i=1}^T f_i = \\ &= \sum_{i=1}^{G_X} (F_X)_i (D_X)_i + \sum_{i=1}^{G_N} (F_N)_i (D_N)_i = \sum_{i=1}^{G_Y} F_i D_i \end{aligned} \quad (23)$$

Una stima di ΔP_S può essere fornita da:

$$\Delta P_S = \frac{\sum_{i=1}^{G_N} (F_N)_i (D_N)_i}{\sum_{i=1}^{G_X} (F_X)_i (D_X)_i + 1} \quad (24)$$

Finalmente è possibile scrivere la (6), tenuto conto delle (20), (22), (23), e (24), nel seguente modo:

$$f_0 \cong \frac{\sum_{i=1}^{G_X} (F_X)_i}{2t_c \left(\sum_{i=1}^{G_Y} F_i D_i - \frac{\sum_{i=1}^{G_N} (F_N)_i (D_N)_i}{\sum_{i=1}^{G_X} (F_X)_i + 1} \right)} \quad (23)$$

2.4 Validazioni sperimentali

Diverse sono state le misure eseguite tese a validare il metodo proposto. Quelle qui presentate fanno riferimento a un segnale sinusoidale di ampiezza 500 mVpp e rumore AWGN chiusi su un carico di 50 Ω , con fondo scala $\pm 5V$. Sono stati generati segnali sinusoidali rumorosi a diverse frequenze e per diversi livelli di rumore mediante un Tektronix “Arbitrary/Function Generator” AFG3252. I segnali sono stati acquisiti mediante un oscilloscopio numerico Agilent “Infiniium” 54833D. Il generatore di rumore utilizzato fornisce il segnali in termini di ampiezza picco-picco secondo la relazione:

$$V_{pp} = 10\sigma(n)$$

Il segnale rumoroso è stato acquisito a diverse frequenze di campionamento e per diversi numero di campioni. I dati sono stati analizzati con il metodo proposto, con la Interpolated Discrete Fourier Transform (IDFFT) [15] e MultiPoint Weighted Discrete Fourier Transform (MPWDFT) [16].

Sono di seguito mostrati i confronti tra la differenza tra le frequenze nominali, in termini relativi percentuali e quelle stimate per un segnale sinusoidale rumoroso per diversi livelli di rumore rispettivamente di 0.8 V_{pp} , 1.0 V_{pp} e 1.3 V_{pp} . Al variare della

frequenza della sinusoide da 50.0 Hz a 52.0 Hz con passo di 0.1 Hz. Sono stati acquisiti 200 kpts alla frequenza di campionamento di 100 kSa/s.

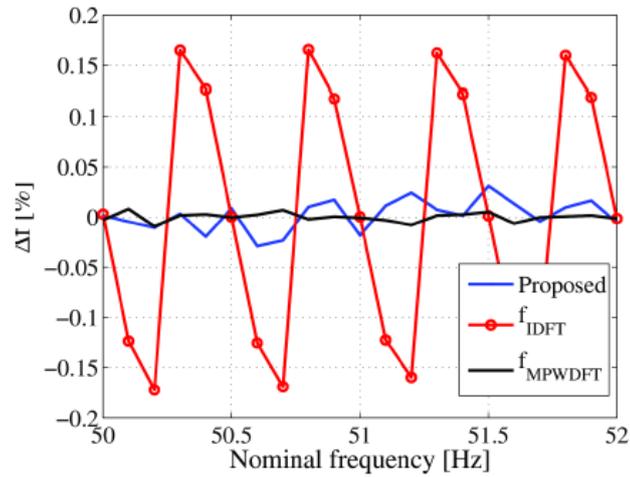


Figura 9 – errore relativo percentuale della frequenza per rumore AWGN di 0,8 V_{pp} .

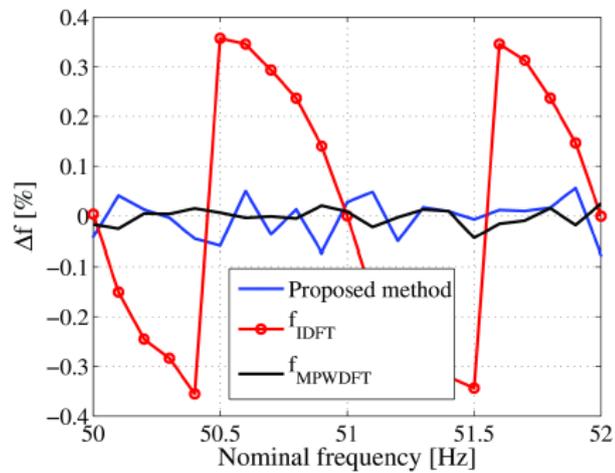


Figura 10 – errore relativo percentuale della frequenza per rumore AWGN di 1 V_{pp} .

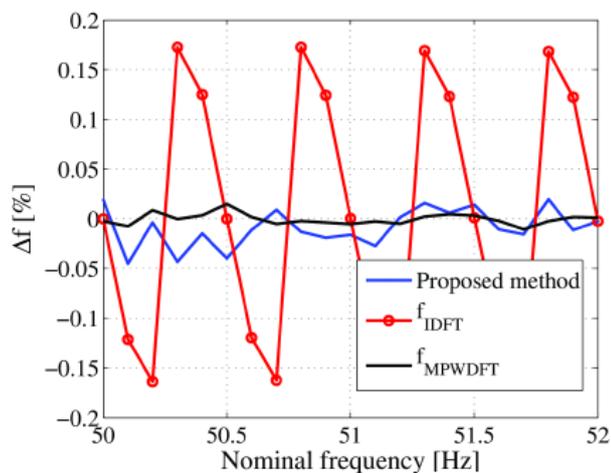


Figura 11 – errore relativo percentuale della frequenza per rumore AWGN di 1,3 V_{pp}.

I limiti del metodo proposto sono stati confrontati con quelli di un contatore numerico Agilent “Universal Counter”, 53132A con opzione 001. In Fig. 12 sono confrontati i limiti del contatore numerico nelle tre diverse condizioni di sensibilità, Fast, Medium e Slow, con quelli del metodo proposto.

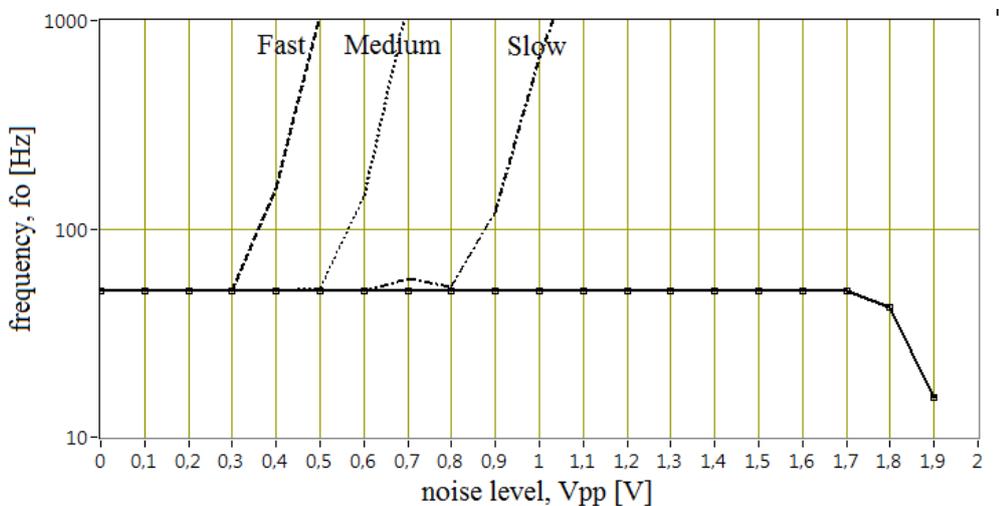


Figura 12 – Confronto tra i limiti delle prestazioni del metodo proposto (linea continua) e quelli di un contatore numerico nelle tre configurazioni di sensibilità: fast (linea a tratti), medium (linea a punti), e slow (tratto e punto).

La Fig. 13 mostra le misure di frequenza eseguite su un segnale rumoroso di frequenza 50 Hz al variare del livello del rumore. I campioni in numero di

524288 pts sono stati acquisiti alla frequenza $f_c = 4\text{MSa/s}$. Per $V_{pp} = 1.9\text{V}$ è stata eseguita una ulteriore misura utilizzando un fondo scala del SAD di $\pm 4\text{mV}$ il che mostra che è possibile ottenere performance maggiori scegliendo opportune configurazioni del SAD.

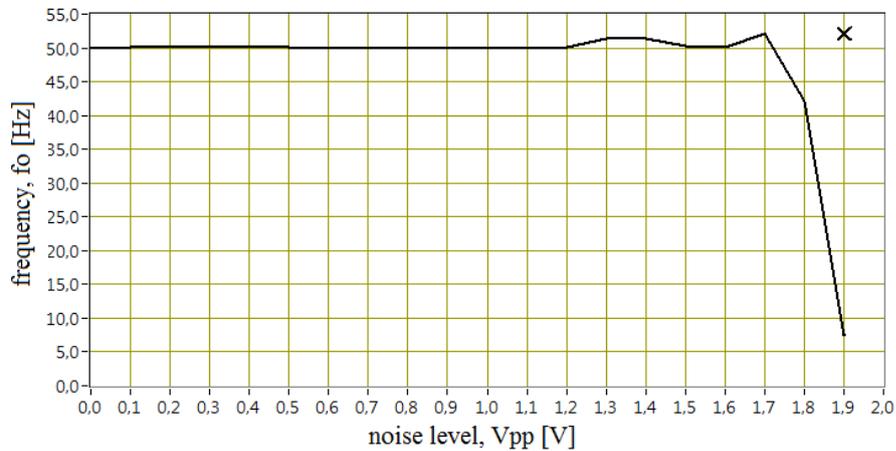


Figura 13 – Misure di frequenza su un segnale a 50Hz per diversi livelli di rumore. La misura indicata con una cross è stata effettuata col fondo scala minimo del SAD.

Capitolo III

La risonanza stocastica

3.1 Introduzione

Ci si è posti, a questo punto, la domanda se fosse stato possibile migliorare le prestazioni del metodo precedentemente illustrato utilizzando una tecnica di isteresi

simile a quella utilizzata dai contatori numerici. Utilizzare tale tecnica potrebbe permettere di rendere il metodo proposto più robusto nei confronti del rumore.

Definito un sistema non lineare con ingresso $x(t)$, e definite per esso due soglie $S_1 = S$ ed $S_2 = -S$, con $S > 0$, tale che la sua uscita $u(t)$ risulti:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } x(t) > S_1 \\ -1 & \text{se } x(t) < S_2 \end{cases}$$

Ebbene, se in ingresso a detto sistema si pone un segnale sinusoidale con ampiezza sufficiente per superare le due soglie, allora l'uscita è un segnale rettangolare avente la stessa frequenza del segnale di ingresso. Per cui è possibile misurare la frequenza del segnale di ingresso misurando quella del segnale di uscita al sistema non lineare.

Se invece sul segnale $x(t)$ è sovrapposto rumore di debole intensità, allora il sistema considerato esibisce le stesse proprietà del circuito di isteresi utilizzato nei contatori numerici, e in uscita abbiamo ancora un segnale rettangolare avente la stessa frequenza del segnale di ingresso. Anche in questo caso, la frequenza misurata del segnale di uscita è una buona stima della frequenza del segnale di ingresso.

Nel caso di rumore anche di notevole intensità, ma con banda molto maggiore della frequenza del segnale $x(t)$ il risultato sostanzialmente non cambia (Fig. 14), in quanto il segnale di uscita potrebbe presentare delle variazioni sulle durate del semiperiodo, ma il suo periodo medio fornisce ancora una buona stima del periodo del segnale di ingresso.

In Fig. 15 è mostrato il caso di un segnale sinusoidale fortemente rumoroso. Il segnale di ingresso $x(t)$ ha ampiezza $V = 1 V_p$, e frequenza $f_0 = 50$ Hz, mentre il rumore bianco uniforme sovrapposto ad $x(t)$ ha ampiezza $V_N = 0,85 V_p$. Il valore della frequenza misurata è stata di $f_m = 49,95$ Hz. Misure eseguite sia in

simulazione, sia su segnali reali hanno mostrato l'efficacia dell'utilizzo di un tale sistema.

Una tale applicazione è di semplice realizzazione poiché consiste di pochissime righe di codice.

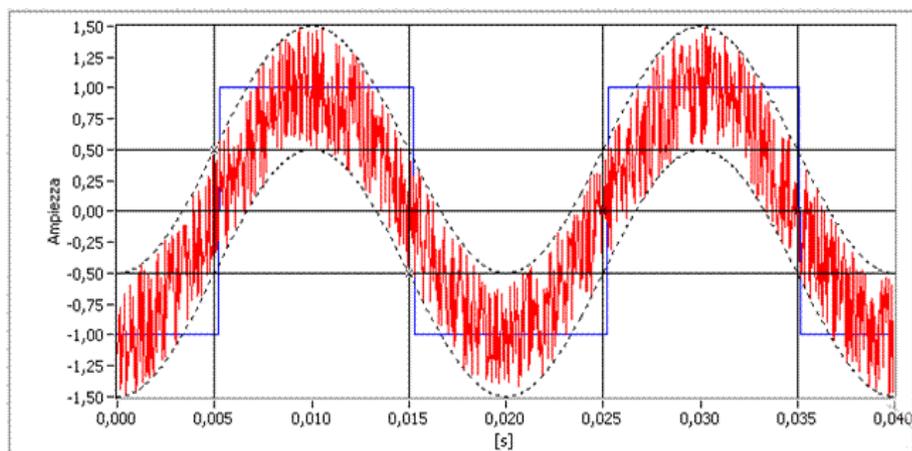


Figura 14 – segnale fortemente rumoroso (in rosso) posto in ingresso ad un sistema con doppia soglia $S_1 = -0,5V$ ed $S_2 = 0,5V$. È possibile stimare la frequenza del segnale sinusoidale rumoroso misurando la frequenza del segnale in uscita di tale sistema (in blu).

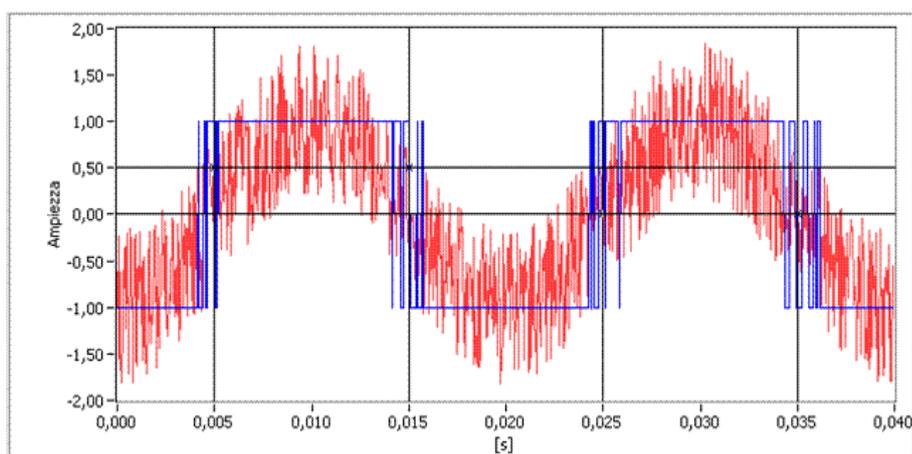


Figura 15 – segnale fortemente rumoroso (in rosso) con rumore bianco uniforme con ampiezza $V_N = 0,85 V$. La frequenza stimata è di $f_m = 49,95 Hz$.

Varie prove hanno mostrato che il valore misurato della frequenza è funzione del valore scelto per le soglie. Allora ci si è chiesto se esistesse un valore ottimo della soglia che permettesse ottenere la migliore stima della frequenza anche in condizioni critiche di rumore.

3.2 Effetti del rumore

Tutti i sistemi reali sono soggetti ad una forza esterna indesiderata e incontrollata che ne disturba il normale funzionamento. Questa forza è nota con il nome di rumore, intendendo per rumore tutto ciò che non è desiderato. O meglio, in generale, il rumore è un disturbo che modifica le caratteristiche del segnale desiderato fino a renderlo inutilizzabile. In un qualunque sistema, si tende sempre ad evitare, sia in fase di progetto, sia in fase di realizzazione, che il rumore possa attaccare in qualche modo il segnale modificando le sue caratteristiche, o quanto meno ridurre il più possibile i suoi effetti nocivi.

Nonostante questi attributi negativi, il rumore svolge, in taluni applicazioni, un contributo positivo nei riguardi del segnale tanto da migliorarne le caratteristiche. Anzi, in alcuni casi, il rumore amplifica il segnale rendendolo percepibile laddove non lo era. Quando si verifica tale fenomeno si dice genericamente che si è in condizioni di Risonanza Stocastica.

3.3 La Risonanza Stocastica

La risonanza stocastica è un fenomeno tipico dei sistemi bistabili basati su soglia. Tali sistemi esibiscono uno o più stati stabili in cui il sistema permane per un certo tempo, fino a quando il sistema riceve uno stimolo esterno che lo riporta nell'altro stato stabile. In questi sistemi, il passaggio da uno stato stabile all'altro dipende dall'energia dello stimolo che il segnale di ingresso riesce a trasferire al sistema.

La risonanza stocastica è dunque un fenomeno secondo cui un sistema bistabile basato su soglia [24] che sollecitato contemporaneamente da un debole segnale

periodico e un segnale rumoroso altrettanto debole, esibisce in uscita un segnale il cui spettro presenta un picco rilevante rispetto al caso in cui uno o entrambi i segnali sono assenti.

Lo stesso dicasi per i sistemi a doppia soglia: se i due segnali hanno ampiezza tale da non superare il valore di soglia, allora nessuno dei due potrà da solo attivare l'uscita del sistema. Se invece i due segnali cooperano, ovvero si sovrappongono, allora la loro risultante può essere in grado di sollecitare il sistema. È ovvio immaginare che in tali condizioni il sistema oscilla tra i due stati stabili con legge non definita a causa della presenza del segnale di rumore. Ebbene, quando il sistema si porta in condizioni di Risonanza Stocastica, e ciò capita per un determinato valore dell'ampiezza del segnale di rumore, ovvero della sua potenza, allora detto sistema presenta un picco nello spettro del segnale di uscita che è assente se uno dei due segnali risulta assente. Detto picco si verifica alla frequenza del segnale forzante periodico. In questo caso, l'informazione sul contenuto armonico del segnale di ingresso viene trasferita all'uscita grazie al rumore e alle particolari condizioni che si verificano, e cioè in condizioni di Risonanza Stocastica.

Se per un sistema bistabile sottoposto al forzamento di un segnale periodico e di un rumore si monitorano i tempi di attesa tra due transizioni, si potrà notare che la distribuzione dei tempi presenta diversi picchi che diminuiscono in ampiezza [39]. Ciascun picco è allocato alla frequenza del forzamento periodico e alle frequenze multiple del doppio della stessa frequenza. L'ampiezza del primo picco fornisce la probabilità che il sistema sia sincronizzato con il segnale periodico forzante. Quando ciò accade si dice che si è in presenza di un fenomeno di Risonanza Stocastica. Se si diagramma tale probabilità in funzione della frequenza si potrà osservare un diagramma che è tipico dei sistemi risonanti. Ciò mostra che, una volta fissati i parametri del sistema e dei segnali forzanti, è sempre definibile una frequenza risonante.

Il modello basato sulla Risonanza Stocastica è nato nel 1981 quando Benzi [25] si proponeva di spiegare il fenomeno delle glaciazioni [26]. Questo fenomeno climatico è un evento periodico con periodo di circa 10^5 anni. L'unica causa possibile è data dalla variazione dell'eccentricità dell'orbita terrestre dovuta a perturbazioni gravitazionali (segnale periodico) che insieme con i cicli atmosferici locali (rumore) può amplificare gli effetti della dinamica planetaria innescando o meno un'era glaciale.

Diversi sono stati gli studi conseguiti [27]-[35] atti a mostrare la validità del modello e di utilizzarlo in diverse applicazioni.

3.4 I tempi di residenza

Fondamentalmente il modello si basa sui tempi di residenza [36], che sono i tempi spesi dal sistema nel permanere in uno stato stabile. Sotto l'azione del solo forzamento periodico, e in assenza di rumore, il sistema non viene sollecitato poiché l'ampiezza del segnale non è sufficiente a far cambiare stato al sistema. Se a detto segnale si sovrappone un debole rumore, allora il sistema risulta sollecitato e cambia stato continuamente con legge casuale. Secondo il modello della risonanza stocastica, esiste un particolare livello di rumore per cui i tempi medi spesi dal sistema nel permanere in uno stato stabile sono uguali a quelli spesi per permanere nell'altro stato stabile. Quando ciò si verifica, si dice che si è in condizioni di sincronismo e in tali condizioni vale la legge di Kramer [37],[38]:

$$2T_k(D) = T_\Omega \quad (24)$$

dove T_k è il reciproco della frequenza di Kramer, D è l'ampiezza del rumore e T_Ω è il periodo del segnale forzante.

3.5 Il rapporto segnale rumore

Per i sistemi bistabili che presentano in ingresso segnali periodici con rumore sovrapposto, risulta utile definire il rapporto segnale rumore nel seguente modo [37]:

$$SNR = \frac{S_p(f_0)}{S_n(f_0)} \quad (25)$$

dove $S_p(f_0)$ è lo spettro del segnale di uscita valutato alla frequenza f_0 del segnale periodico forzante, ed $S_n(f_0)$ è lo spettro del segnale di uscita, valutato alla stessa frequenza, in assenza del segnale periodico forzante.

Un tipico andamento dell'SNR in funzione della varianza del rumore è mostrato in Fig. 16.

È possibile determinare la condizione di sincronismo misurando il rapporto segnale rumore in uscita del sistema bistabile per diversi livelli di rumore. In corrispondenza del massimo di tale curva si misura il livello di varianza ottima σ_{opt}^2 del rumore che rende vera l'equazione (24).

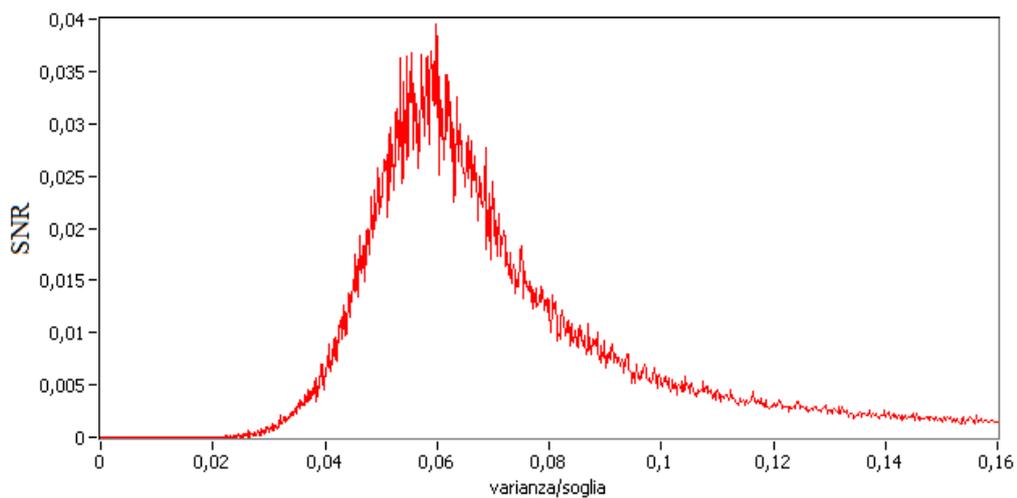


Figura 16 – rapporto segnale rumore per un sistema bistabile in funzione del rapporto varianza/soglia.

La Fig. 16 mostra che per livelli di rumore tali che $\sigma_n^2 > \sigma_{opt}^2$ succede che le ampiezze delle oscillazioni del rumore diventano predominanti, per cui le transizioni da uno stato stabile all'altro non si verificano quando segnale rumoroso supera il livello della soglia S , ma sono casuali, cioè governati dal rumore.

Per livelli di rumore tali che $\sigma_n^2 < \sigma_{opt}^2$ si verifica il fenomeno opposto: il rumore non è responsabile delle transizioni, ma lo diventa man mano che la sua varianza diventa prossima alla varianza ottima.

Per livelli di rumore tali che $\sigma_n^2 = \sigma_{opt}^2$ si verifica la condizione di sincronismo, e in tali condizioni è valida la (24).

Ebbene, in tali condizioni è possibile misurare i tempi di residenza per poter misurare indirettamente il periodo del segnale periodico forzante.

Capitolo IV

Metodo di misura basato sulla risonanza stocastica

4.1 Introduzione

Da quanto riportato nel capitolo precedente è facile ricavare che esiste un livello ottimo di rumore, corrispondente al picco della curva SNR (Fig. 16) per il quale il sistema è in condizioni di sincronismo, e per cui è valida l'equazione di Kramer (eq. 24). In tali condizioni, la misura dei tempi di residenza, e quindi la misura della frequenza di Kramer, permette di misurare indirettamente la frequenza del segnale corrotto da rumore.

4.2 Metodo di misura della frequenza basato sulla risonanza stocastica

Da quanto riportato nel capitolo precedente si può ricavare che: se si realizza un algoritmo che descrive il comportamento di un sistema non lineare con doppia soglia allora può essere possibile misurare la frequenza di segnali sinusoidali anche in presenza di rumore di notevole ampiezza. Ciò è possibile se la varianza del rumore è pari a quella ottima ($\sigma_n^2 = \sigma_{opt}^2$).

Il diagramma di Fig. 16 ci offre un'altra possibilità: per raggiungere la condizione di risonanza stocastica, ovvero la condizione di sincronismo, anziché scegliere il

livello ottimo di rumore (fissata la soglia), è possibile scegliere il livello ottimo della soglia (fissato il livello di rumore).

A tale riguardo è opportuno fare alcune considerazioni:

- Se a causa del rumore, il sistema lavora in condizioni di risonanza stocastica, allora la frequenza misurata in uscita di tale sistema è una buona stima della frequenza del segnale sinusoidale di ingresso.
- Se il sistema non lavora in condizioni di risonanza stocastica, allora è possibile aggiungere ulteriore rumore al segnale campionato già rumoroso in modo da portare il sistema alle condizioni di risonanza stocastica.
- In alternativa, piuttosto che aggiungere rumore numerico ulteriore, è possibile scegliere il valore di soglia ottima, in modo da portare il sistema a lavorare in condizioni di risonanza stocastica.

Da tali considerazioni si ricava che conviene determinare le condizioni di risonanza stocastica facendo variare i livelli della soglia e ricercare il suo valore ottimo, anche perché nella realtà delle cose è interessante misurare la frequenza di un segnale acquisito che di fatto è già rumoroso.

Il punto debole di tale approccio è rappresentato dalla sua scarsa utilità pratica, poiché per determinare il valore della soglia ottima è necessario conoscere a priori la frequenza del segnale, che è proprio quello che si vuole misurare. Infatti la curva di Fig. 16, è realizzata tenendo conto dell'equazione (25), ovvero il rapporto segnale rumore è stimato una volta nota la frequenza del segnale.

Per ovviare a tale inconveniente è possibile misurare tutte le frequenze derivanti da ciascun valore scelto per la soglia, fatta variare da un valore minimo, che può anche essere zero, fino ad un valore massimo che è dato dal valore di picco del segnale rumoroso. Sfruttando le caratteristiche di robustezza al rumore del metodo proposto al capitolo II si ottiene un istogramma delle frequenze centrato sulla stima della frequenza del segnale sotto misura, come riportato in Fig. 17.

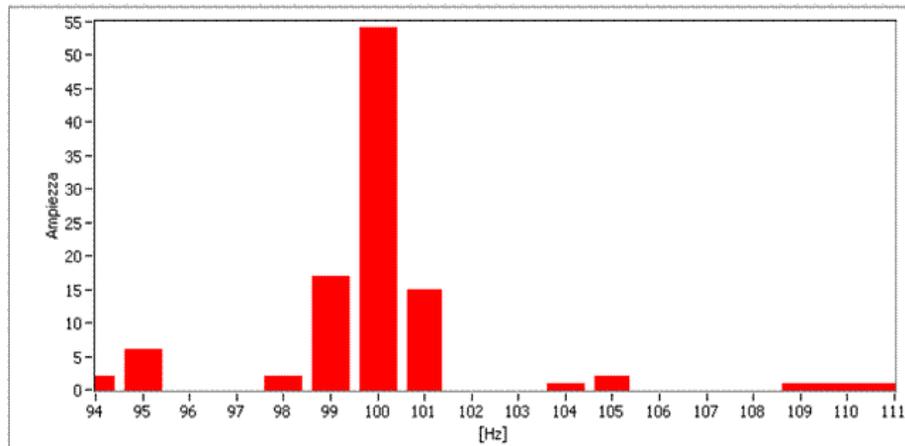


Figura 17 – istogramma delle frequenze misurate del segnale in uscita ad un sistema bistabile al variare della soglia. La frequenza del segnale sinusoidale rumoroso in ingresso è di 100Hz.

4.3 prove eseguite

Di seguito sono riportati i risultati di validazione per diverse configurazioni del segnale e del rumore sovrapposto. Le misure effettuate con il metodo proposto sono state confrontate con quelle effettuate mediante contatore numerico e mediante algoritmo FFT. Il segnale rumoroso è stato acquisito a diverse frequenze di campionamento. L'ampiezza del segnale sinusoidale è scelta pari ad $1V_{pp}$.

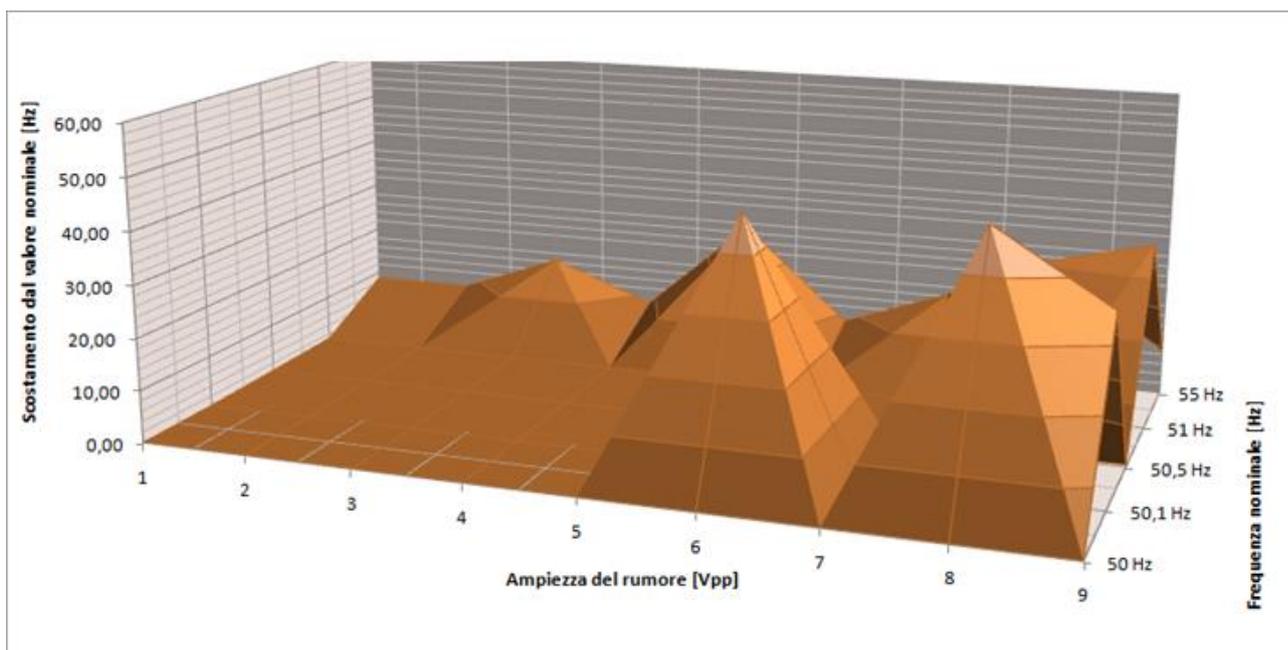


Figura 18 – misure eseguite con contatore numerico per diversi valori dell'ampiezza del rumore bianco uniforme e per diversi valori di frequenza del segnale forzante.

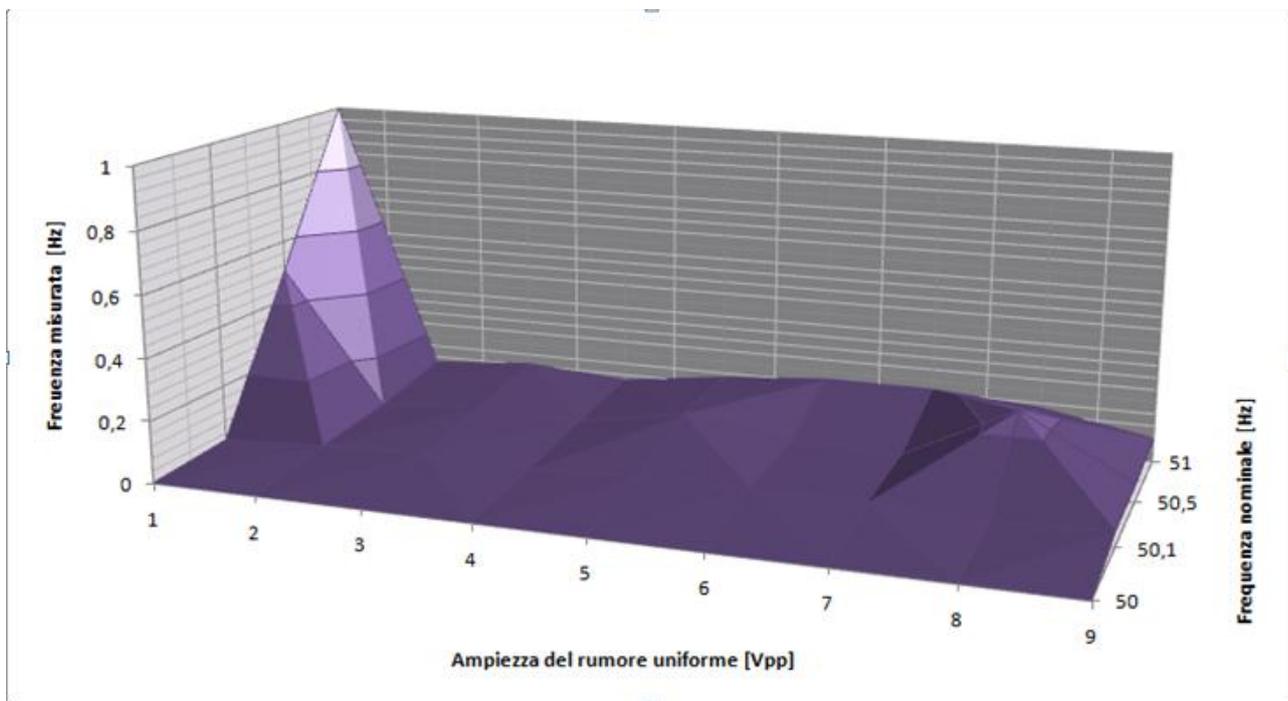


Figura 19 – misure eseguite con il metodo proposto per diverse frequenze del segnale e per diversi valori di ampiezza del rumore bianco uniforme, alla frequenza di campionamento di 100 Sa/s.

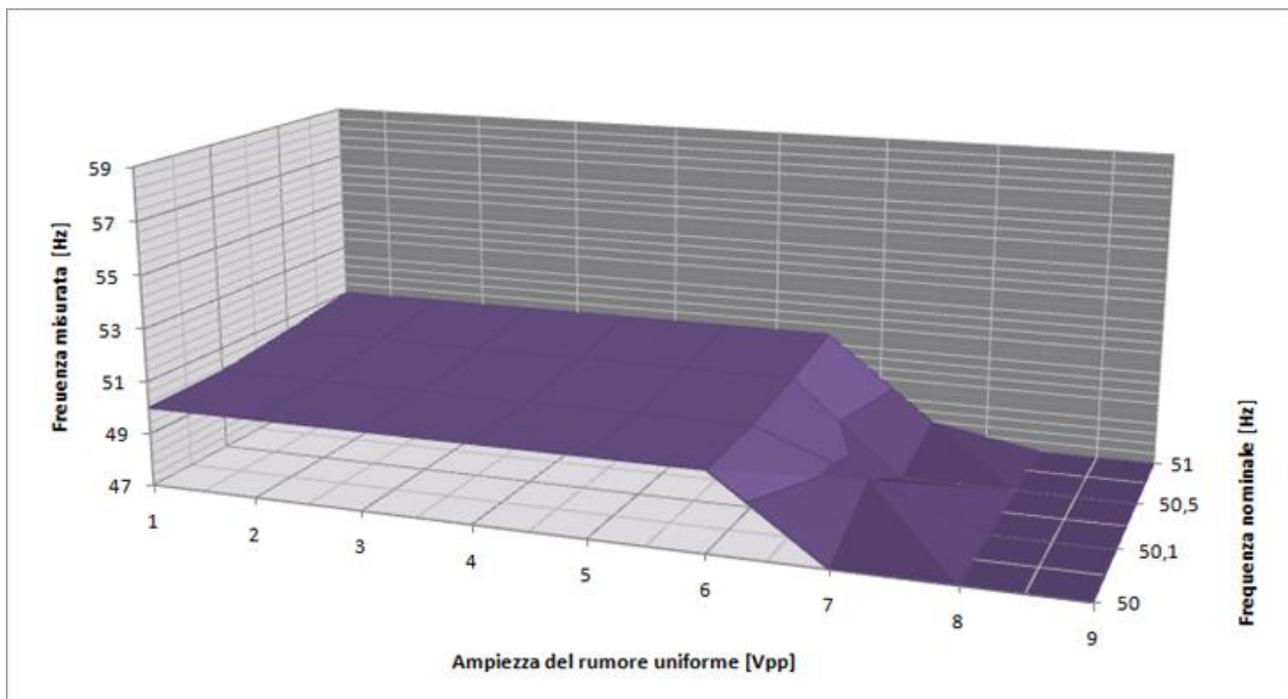


Figura 20 – misure eseguite dall’algoritmo proposto in condizioni di rumore bianco uniforme per segnale campionato a 250 Sa/s.

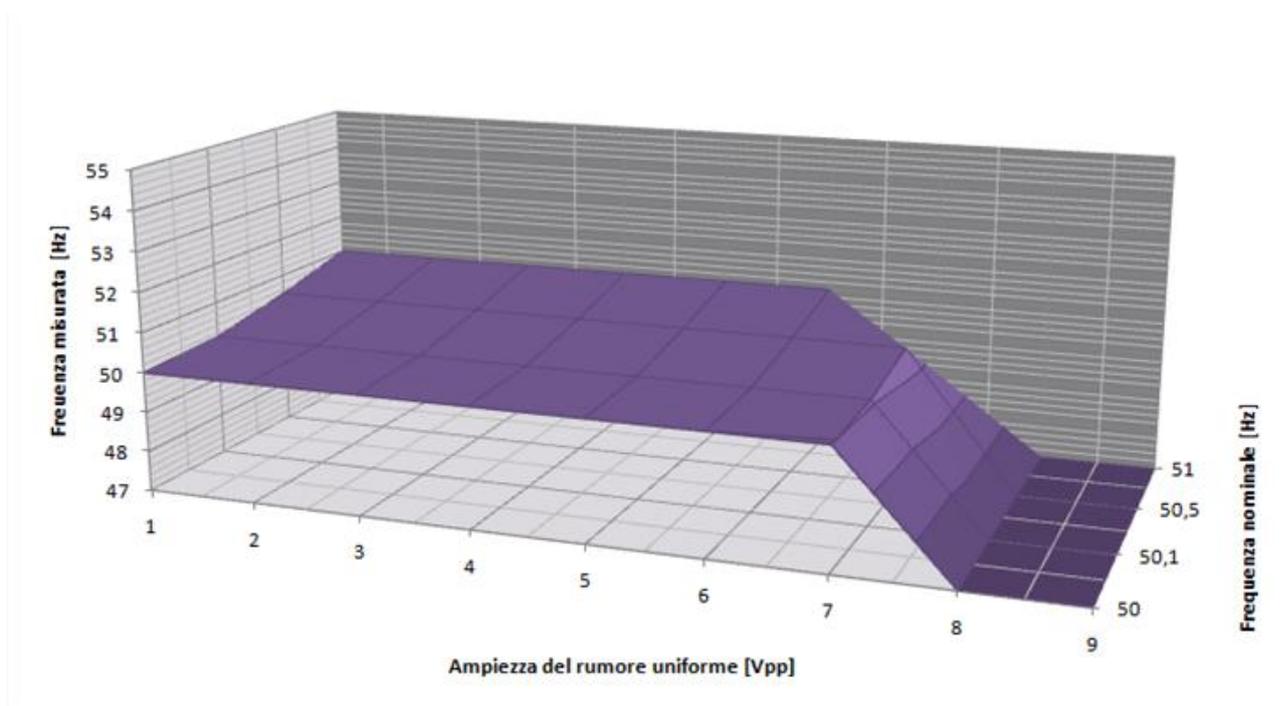


Figura 21 – misure eseguite dall’algoritmo proposto in condizioni di rumore bianco uniforme per segnale campionato a 500 Sa/s.

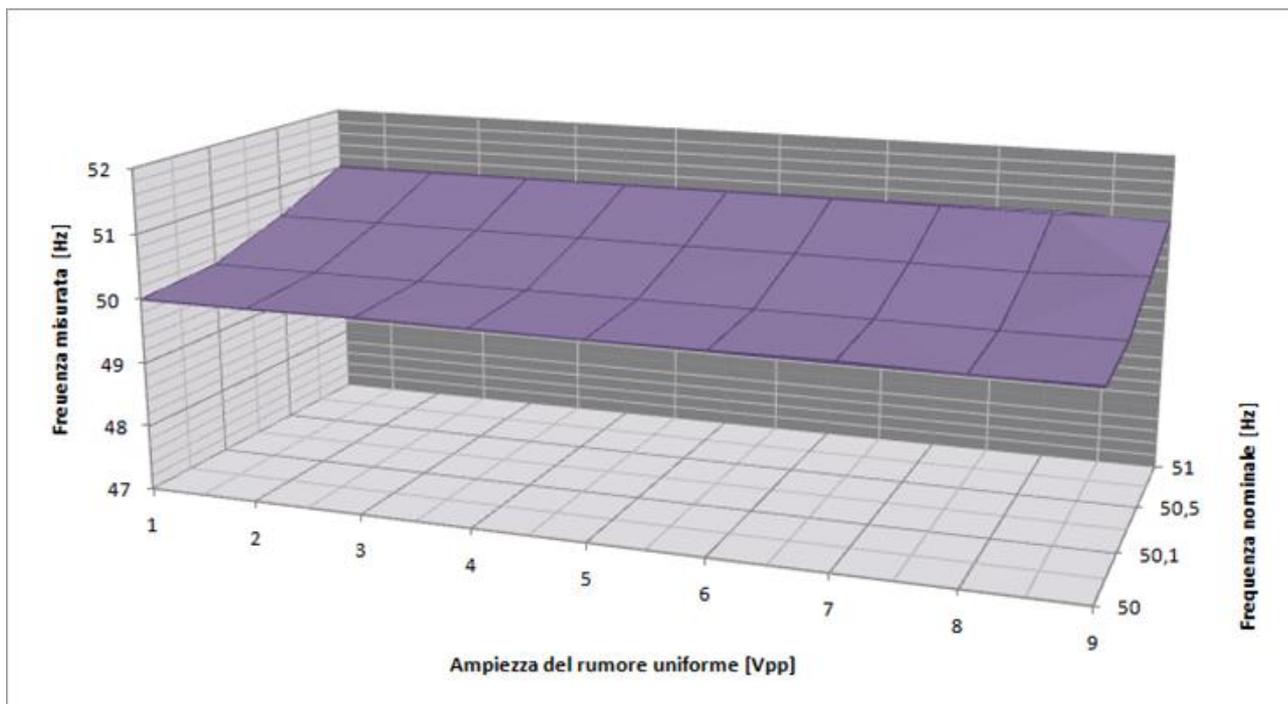


Figura 22 – misure eseguite dall’algoritmo proposto in condizioni di rumore bianco uniforme per segnale campionato a 2500 Sa/s.

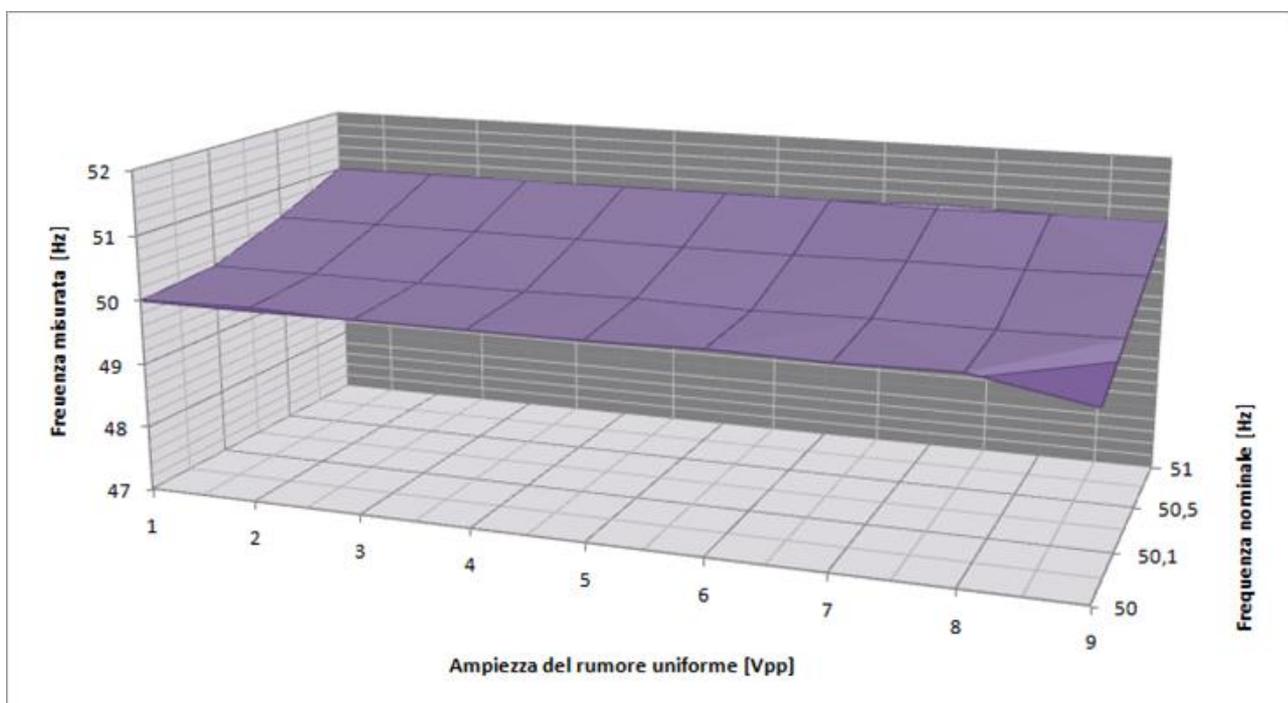


Figura 23 – misure eseguite dall’algoritmo proposto in condizioni di rumore bianco uniforme per segnale campionato a 5000 Sa/s.

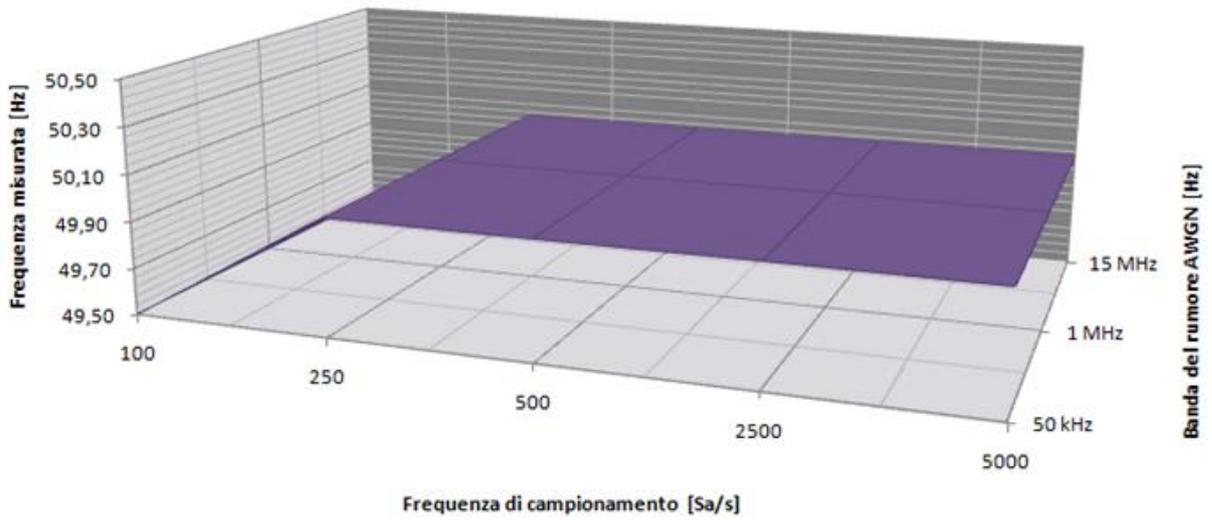


Figura 24 – misure eseguite dall’algoritmo proposto su un segnale sinusoidale di frequenza $f_0 = 50\text{Hz}$ in condizioni di rumore AWGN.

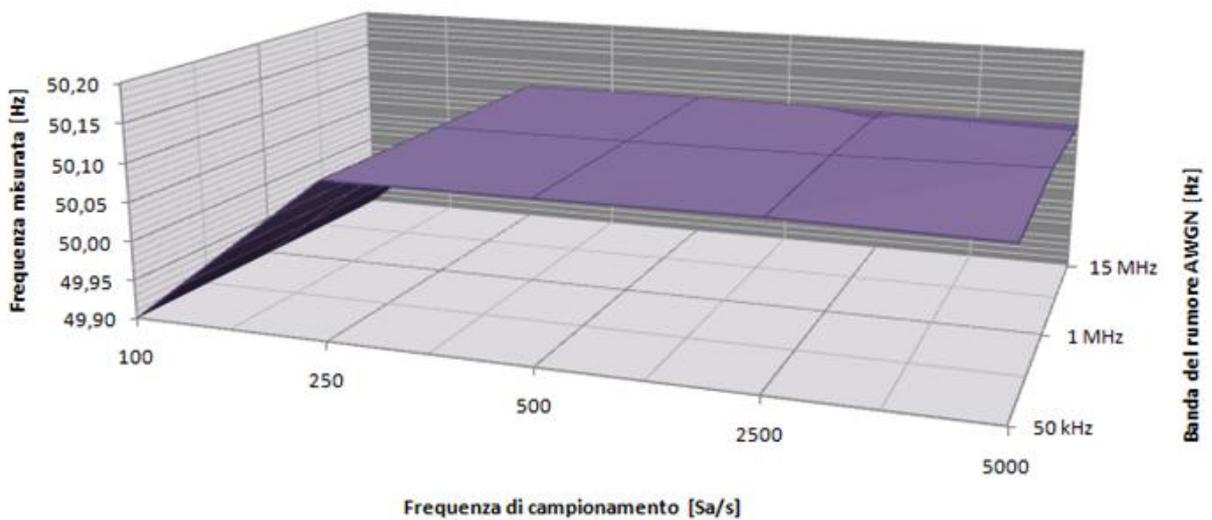


Figura 25 – misure eseguite dall’algoritmo proposto su un segnale sinusoidale di frequenza $f_0 = 50,1\text{Hz}$ in condizioni di rumore AWGN.

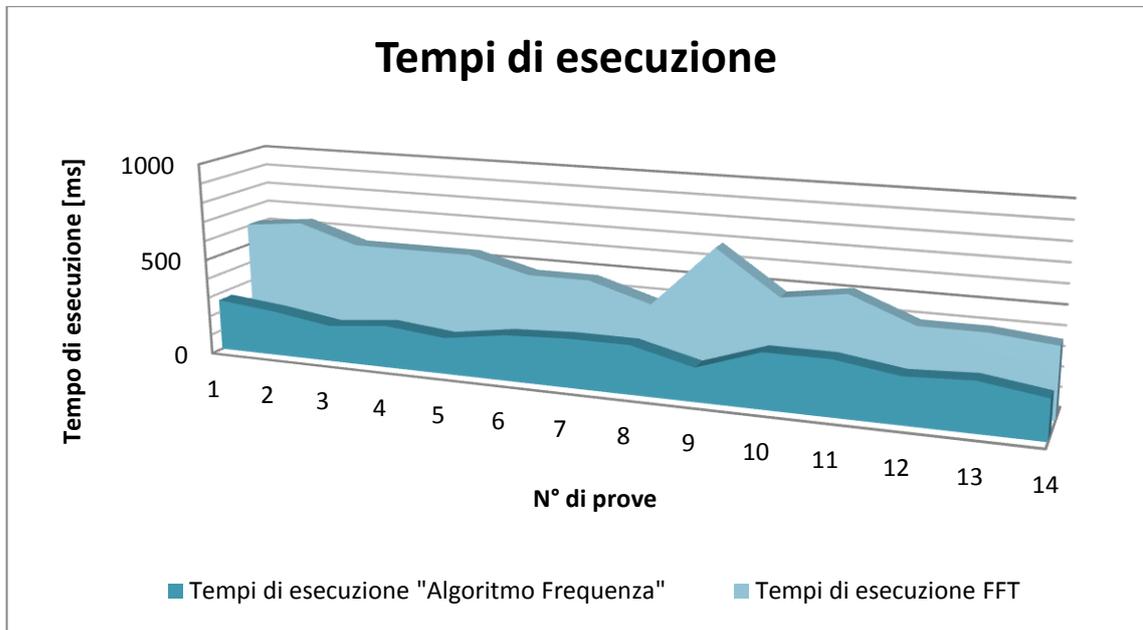


Figura 26 – Confronto tra i tempi di esecuzione dell’algoritmo di misura e i tempi di esecuzione dell’algoritmo FFT.

Conclusioni

È stato proposto un metodo di misura della frequenza di segnali sinusoidali corrotti da rumore bianco a media nulla, che utilizza la tecnica di zero crossing. Tale metodo di misura si applica agli istogrammi delle distanze temporali tra i punti di zero-crossing del segnale rumoroso. Sono stati presentati risultati di misura in diverse condizioni di rumore e per diverse frequenze del segnale rumoroso. Tali risultati sono stati confrontati con le principali algoritmi di misura di frequenza quali la Interpolated Discrete Fourier Transform (IDFFT) e MultiPoint Weighted Discrete Fourier Transform (MPWDFT) atti a validare il metodo proposto.

I risultati mostrano che l'errore relativo è molto minore rispetto a quelli esibiti da altri algoritmi proposti in letteratura per la stima della frequenza. Le prestazioni sono state anche confrontate con quelle dei contatori numerici e mostrano che il metodo proposto supera i limiti di impiego degli stessi contatori numerici.

Il metodo può essere facilmente implementato su dispositivi a basso costo data la semplicità di implementazione e basso carico computazionale.

È stato, inoltre, presentato una estensione del metodo, utilizzando i principi della Risonanza Stocastica. I risultati sono stati validati mediante misurazioni eseguite per diversi valori di ampiezza del rumore e per diverse frequenze del segnale sinusoidale. I risultati sono confrontati con quelli ricavati da contatori numerici e algoritmi FFT. Anche questa estensione del metodo proposto può essere facilmente implementato su dispositivi a basso costo data la semplicità di implementazione e basso carico computazionale.

Bibliografia

- [1] C. De Capua, D. Grillo C. Landi, and N. Polese, “Stazione di misura automatica in standard VXI per la caratterizzazione di azionamenti elettrici a velocità variabile”, Atti del XV Congresso Annuale del Gruppo Nazionale Misure Elettriche ed Elettroniche Sezione del GNRETE, Napoli, 12 settembre 1998.
- [2] Th. Udem, R. Holzwarth and T. W. Hansh, “Optical Frequency Metrology”, *Nature*, vol. 416, pp. 233-237, March 2002.
- [3] M. Irshid, W. Shahab, and B. El-Asir, “A Simple Programmable Frequency Meter for Low Frequencies with Known Nominal Values,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 40, pp. 640–642, Aug. 1991.
- [4] M. Prokin, “DMA Transfer Method for Wide-Range Speed and Frequency Measurement”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 42, pp. 842–846, Aug. 1993.
- [5] Agilent Technologies “Agilent 53131A/132A Universal Counter – Operating Guide”, Manual Part Number 53131-90055, Malaysia.
- [6] S. M. Kay, and R. Sudhaker, “A Zero Crossing-Based Spectrum Analyzer”, *IEEE Trans. on Acoust. Speech, And Signal Processing*, vol. assp-34, no. 1, pp.96-104, february 1986.
- [7] V. Friedmann, “A Zero-Crossing Algorithm for the Estimation of Frequency of a Single Sinusoid in White Noise”, *IEEE Transaction on Signal Processing*, Vol.42, No. 6, pp.1565-1569, June 1994.
- [8] R.W. Wall, “Simple Methods for Detecting Zero Crossing”, *Proceedings of The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society Paper*, vol.3,pp.2477-2481, nov. 2003.
- [9] Agilent Technologies, “Spectrum and Signal Analyzer Measurements and Noise”, Application Notes.
- [10] E. J. Hannan, “The Estimation Of Frequency”, *J. Appl. Prob.* vol. 10, pp. 510-519, 1973.
- [11] G. K. Smyth, “Employing Symmetry Constraints for Improved Frequency Estimation by Eigenanalysis Methods”, *Technometrics*, August 2000, 42, pp. 277–289.S.
- [12] S. D. Casey and B.M. Sadler, “Modification of the Euclidean algorithm for isolating periodicities from a sparse set of noise measurements”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 9, pp. 2260-2271, september 1996
- [13] D. C. Rife and R. R. Boorstyn, “Single tone parameter estimation from discrete time observations,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 20, pp.591-598, Sept. 1974.
- [14] G. Andria, M. Savino, “Windows and Interpolation Algorithms to Improve Electrical Measurement Accuracy”, *IEEE Trans. on Instrum. Meas.*, vol. 38, no. 4,pp. 856-863, August 1989.
- [15] B. G. Quinn, “Estimating Frequency by Interpolation Using Fourier Coefficients”, *IEEE Transaction on signal processing*, vol. 42, no. 5,pp. 1264-1268, May 1994.
- [16] T. Grandke, “Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. IM-32, no. 2, pp. 350-355, June 1983.
- [17] C. Offelli and D. Petri, “The Influence of Windowing on the Accuracy of Multifrequency Signal Parameter Estimation”, *IEEE Trans. on Instrum. Meas.*, vol. 41. no. 2, pp. 256-261, April 1992.
- [18] L. Angrisani, M. D’Arco, R. Schiano Lo Moriello, M. Vadursi, “Optimal Sampling Strategies for Band-Pass Measurement Signals,” *Proc. of IMEKO TC-4 Intern. Symposium on Measur. for Research and Industry Appl.*, 29 Sept.-01 Oct. 2004, pp.343-348.

- [19] H. Cai, "Fast frequency measurement algorithm based on zero crossing method", *Computer Engineering and Technology (ICCET)*, vol. 4, pp. 606- 608, 2010.
- [20] G.P. Hancke, "The optimal frequency estimation of a noisy sinusoidal signal", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 39, no. 6, pp. 843 – 846, Dec 1990.
- [21] W.L. Root, "An introduction to the theory of the detection of signals in noise", *Proceedings of the IEEE*, vol. 58, no. 5, pp. 610 – 623, May 1970.
- [22] T. V. Sreenivas, "Zero-Crossing Based Spectral Analysis and SVD Spectral Analysis for Formant Frequency Estimation in Noise", *IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING. VOL 40. NO. 2 . FEBBR. 1992.*
- [23] A. Tretter, "Estimating the Frequency of a Noisy Sinusoid by Linear Regression", *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 31, no. 6, pp. 832-835, Nov. 1985.
- [24] L. Gammaitoni, F. Marchesoni, E. Menichella-Saetta, and S. Santucci, "Stochastic Resonance in Bistable Systems", *Phys. Rev. Lett.* 62, 1989,
- [25] R. Benzi, A. Sutera and A. Vulpiani, "The mechanism of stochastic resonance". *Phys. A: Moth. Gentile.* 14, 1981.
- [26] K. Wiesenfeld, and F. Moss, "Stochastic resonance and the benefits of noise: from ice ages to cryfish and SQUIDS", *Nature*, vol. 373, pp. 33-36, 5 January 1995
- [27] B. Ando, S. Baglio, S. Graziani, and N. Pitrone, "Characterisation of threshold error via stochastic resonance", in: *IMEKO '97, Helsinki*, 1997.
- [28] B. Ando, S. Baglio, S. Graziani, and N. Pitrone, "A Probabilistic Approach to the Threshold Error Reduction Theory in Bistable Measurement Devices", *IEEE Instrum. Meas. Tech. Conf.*, pp. 1307-1312, St. Paul, Minnesota, USA, may 18-21, 1998.
- [29] B. Ando, S. Baglio, S. Graziani, and N. Pitrone, "Threshold error reduction in hear measurement devices by adding noise signal", *Signal IEEE Instrum. Meas. Tech. Conf.*, St. Paul, Minnesota, pp. 42-46, USA MAY 18-21, 1998.
- [30] B. Ando, S. Baglio, S. Graziani, and N. Pitrone, "A system for the implementation of Noise Added System Driving", *IMTC99*, vol. 2, pp. 1059-1062, Venice, Italy, may 24-26 1999.
- [31] B. Ando, S. Baglio, S. Graziani, and N. Pitrone, "Measurements of parameters influencing the optimal noise level in stochastic systems", *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol 49, no. 5, pp. 1137-1143, Oct. 2000.
- [32] B. Andò, and S. Graziani, "Adding Noise Improve Measurement", *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, March 2001.
- [33] B. Andò, S. Graziani, and N. Pitrone, "Hysteresis Shaping in Stochastic Driven Systems", *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, vol. 50, no. 5, pp. 1264-1269, october 2001.
- [34] B. Andò, and S. Graziani, "An Instrument For Stochastic Resonance Detection", *IEEE Instrumentation and Measurement, Technology Conference*, pp. 409-413, Anchorage, AK, USA, 21-23 May 2002.
- [35] B. Andò, and S. Graziani, "An Instrument For Detection on Optimal Working Condition in Stochastic System", *IEEE Trans. Instrum. and Meas.*, vol. 52, no. 3, pp. 815-821, Anchorage, June 2003.
- [36] E. Bruce Nauman, "Residence Time Theory", *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 47, pp. 3752-3766, 2008.
- [37] Bruno Andò, and Salvatore Graziani, "Stochastic Resonance. Theory and Application", *Kluwer Academic Publishers*, 2000.

- [38] H.A. Kramers. "Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions", *Physica* VII, no. 4, pp. 284-304, April 1940.
- [39] C. Masoller, "Distribution of Residence Times of Time-Delayed Bistable Systems Driven by Noise", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 90, no. 2, pp. Jan. 2003.