

SVILUPPO E VALIDAZIONE DI UNA METODOLOGIA PER LA
SIMULAZIONE DEGLI ASSEMBLAGGI DI CORPI DEFORMABILI NELLA
SALDATURA LASER REMOTA

ING. VITO RUFRANO



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA DI DOTTORATO IN INGEGNERIA INDUSTRIALE

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DEI SISTEMI MECCANICI
CICLO XXV

TUTOR

PROF. ING. STANISLAO PATALANO

PROF. ING. SALVATORE GERBINO

COORDINATORE DEL DOTTORATO

Prof. Ing. Fabio BOZZA

Sommario

Indice	- 1 -
Indice delle figure	- 3 -
Indice delle tabelle	- 5 -
1 Introduzione	- 7 -
2 Remote Laser Welding.....	- 9 -
2.1 Vantaggi nell'utilizzo del RLW	- 10 -
2.2 Parametri di controllo: Gap.....	- 12 -
2.3 Fixture per il RLW	- 15 -
3 Ambiente di simulazione agli elementi finiti FEMP.....	- 21 -
3.1 Elemento piano a quattro nodi	- 23 -
3.2 Elemento triangolare a tre nodi	- 26 -
3.3 Elemento piastra	- 28 -
3.4 Elemento <i>Shell</i>	- 31 -
3.5 Fenomeno del locking	- 32 -
3.5.1 Sesto grado di libertà: <i>drilling</i> DoFs.....	- 35 -
3.6 Qualità degli elementi	- 36 -
3.7 Elementi <i>shell</i> implementati in FEMP.....	- 39 -
3.7.1 FEMP: formulazione membrale per l'elemento quadrangolare	- 39 -
3.7.2 FEMP: elemento piastra per l'elemento quadrangolare.....	- 42 -
3.7.3 FEMP: <i>warping e drilling rotation</i>	- 44 -
3.7.4 FEMP: formulazione membrale per l'elemento triangolare	- 45 -
3.7.5 FEMP: elemento piastra per l'elemento triangolare.....	- 47 -
3.8 FEMP: modellazione dei contatti	- 49 -
3.9 Modellazione di Clamps e Dimple	- 53 -
3.10 Implementazione del motore di calcolo FEMP.....	- 56 -
4 Validazione e verifica del motore di calcolo.....	- 57 -
4.1 Verifica del motore di calcolo FEMP.....	- 59 -
4.1.1 Panoramica sugli elementi <i>shell</i> nei software commerciali	- 60 -
4.1.2 Verifica del motore di calcolo FEMP: analisi elastico-lineare.....	- 61 -
4.2 Validazione del motore di calcolo FEMP	- 76 -
4.2.1 Descrizione delle parti	- 76 -
4.2.2 Fixture prtotipale.....	- 78 -

4.2.3	Metodologia e sistema di misura	- 79 -
4.2.4	Correlazione numerico-sperimentale.....	- 82 -
4.3	Conclusioni	- 84 -
5	Ottimizzazione robusta della fixture	- 85 -
5.1	Ottimizzazione della <i>fixture</i> : ModeFrontier overview	- 86 -
5.2	Ottimizzazione della <i>fixture</i> : componenti reali	- 88 -
5.2.1	Modello proposto.....	- 88 -
5.2.2	Ottimizzazione della fixture: Top Hat & Flat Plane reali.....	- 90 -
5.2.3	Effetto dei Dimple sul gap	- 96 -
5.3	Ottimizzazione della <i>fixture</i> : metodologia generale	- 98 -
5.4	Conclusioni	- 103 -
6	Conclusioni	- 104 -

Indice delle figure

Figura 2-1	Laser Welding system.....	- 9 -
Figura 2-2:	RLW: forme degli <i>stitch</i> di saldatura	- 11 -
Figura 2-3	Dimensioni delle flange nel RSW e nel RLW.....	- 12 -
Figura 2-4	Valori del range di accettazione per il gap per diversi materiali nel RLW.....	- 13 -
Figura 2-5	T-peel e Lap shear test per acciai zincati.....	- 13 -
Figura 2-6	Saldatura laser: difetti causati dai vapori di zinco [7]	- 14 -
Figura 2-7	Effetto del gap sulla saldatura.....	- 14 -
Figura 2-8	Dimple e Clamps Lay out	- 15 -
Figura 2-9	Esempio CAD di <i>fixture</i> per portiera automobilistica.....	- 16 -
Figura 2-10	Tipologie di <i>Locators</i> in campo automotive.	- 17 -
Figura 2-11 [17]	Fixture: progettazione ottimale e controllo del gap proposta da Li et al.	- 19 -
Figura 3-1	Spazio delle coordinate reali e naturali for l'elemento a quattro nodi.....	- 24 -
Figura 3-2	Integrazione numerica, punti di integrazione di Gauss per l'elemento quadrangolare a 4 nodi [26]	- 26 -
Figura 3-3	Coordinata naturali e coordinate d'area per l'elemento triangolare a tre nodi [28]	- 27 -
Figura 3-4	Elemento piastra spostamenti e rotazioni nelle ipotesi di Kirchhoff e Mindlin.....	- 29 -
Figura 3-5	Assemblaggio della matrice di rigidezza dell'elemento Shell.....	- 31 -
Figura 3-6	Locking: in-plane shear locking	- 34 -
Figura 3-7	Distorsioni di forma degli elementi: Aspect ratio, Skew, Tape [35]r	- 36 -

Figura 3-8 Taper e Skew formulazioni analitiche	- 37 -
Figura 3-9 Warping	- 38 -
Figura 3-10 Determinante dello Jacobiano associato a differenti geometrie.....	- 38 -
Figura 3-11 Coordinate d'area [37]	- 40 -
Figura 3-12 Definizione dei parametri adimensionali g_i [37].....	- 40 -
Figura 3-13 MITC: punti aggiuntivi ed elemento naturale e reale [24].....	- 44 -
Figura 3-14 Elemento quadrangolare <i>warped</i> , proiezione su un piano intermedio.....	- 45 -
Figura 3-15 Elemento triangolare MITC: coordinate reali e naturali e punti di prova.....	- 48 -
Figura 3-16 Ricerca delle coppie di contatto.....	- 51 -
Figura 3-17 Discretizzazione nodo <i>slave</i> su superficie <i>master</i> [49].....	- 52 -
Figura 3-18 <i>Clamps e Dimple</i>	- 54 -
Figura 3-19 <i>Clamps</i> : proiezione del punto di vincolo e gap iniziale	- 55 -
Figura 3-20 <i>Dimple</i> proiezione del punto, altezza e gap iniziale.....	- 56 -
Figura 4-1 Verifica e validazione [52]	- 57 -
Figura 4-2 Straight cantilever beam test(L=6.0; b=0.2; Spessore=0.1; E=1.0E7; $\nu = 0.3$; $F_1=F_2=F_3=0.5$) [53] -	62
-	
Figura 4-3 Risultati dell'analisi relativa allo Straight cantilever beam test [61]	- 63 -
Figura 4-4 Scordelis-Lo roof test (R=25.0; L=50.0; Spessore=0.25; E=4.28E8; $\nu = 0.0$; Q=90.0) [55]	- 64 -
Figura 4-5 Scordelis-Lo Roof Risultati degli spostamenti normalizzati nel punto P [61].....	- 64 -
Figura 4-6 Pinched cylinder test (R=300.0; L=300.0; Spessore=3.0; E=30.0E6; $\nu = 0.3$; F=0.25) [56].....	- 65 -
Figura 4-7 Pinched cylinder -risultati [61]	- 65 -
Figura 4-8 Pre-twisted beam test (L=12.0; b=1.1; E=29E6; $\nu = 0.22$; F1=F2=0.5) [57]	- 66 -
Figura 4-9 Pre-twisted beam results - in-plane condition (thickness=0.05) [61]	- 67 -
Figura 4-10 Pre-twisted beam results - out-of-plane condition (thickness=0.05) [61]	- 67 -
Figura 4-11 Pre-twisted beam results - in-plane condition (thickness=0.32 mm) [61].....	- 67 -
Figura 4-12 Pre-twisted beam results - out-of-plane condition (thickness=0.32 mm) [61].....	- 68 -
Figura 4-13 Verifica dei contatti mediante due piani: geometrie e condizioni al contorno	- 71 -
Figura 4-14 Gap tra le parti lungo la linea d'ispezione [60]	- 72 -
Figura 4-15 Top hat e Flat plane analisi dei contatti	- 72 -
Figura 4-16 Andamento del gap lungo la linea d'ispezione [60]	- 73 -
Figura 4-17 Valore del gap lungo la linea d'ispezione per un carico distribuito [60]	- 74 -
Figura 4-18 Top Hat e Flat Plane analisi dei contatti su componenti reali.....	- 74 -
Figura 4-19 Valore del gap lungo la linea d'ispezione [60].....	- 75 -
Figura 4-20 Top-Hat disegno costruttivo.....	- 77 -
Figura 4-21 Modelli CAD.....	- 77 -

Figura 4-22 Flat Plane disegno costruttivo	- 77 -
Figura 4-23 Fixture prototipale: Clamps.....	- 78 -
Figura 4-24 Fixture prototipale Pin Locators	- 78 -
Figura 4-25 Vincoli bilaterali – Pin-Locator -	- 79 -
Figura 4-26 Vincoli unilaterali - Clamps -	- 79 -
Figura 4-27 Sistema di misura Cognitens Optigo 200.....	- 80 -
Figura 4-28 Fasi di misura.....	- 81 -
Figura 4-29 Processo di creazione del modello FEM.....	- 81 -
Figura 4-30 Posizione dei punti di verifica sulla superficie flangiata.....	- 82 -
Figura 4-31 Correlazione numerico-sperimentale tra il Gap misurato in reale e sul modello virtuale [60] -	83 -
Figura 4-32 Gap prima e dopo la chiusura dei <i>Clamps</i>	- 84 -
Figura 4-33 Gap rilevato in FEMP	- 84 -
Figura 5-1 ModeFrontier: finestra di lavoro	- 86 -
Figura 5-2 Modello ModeFrontier per l’ottimizzazione della posizione dei clamps sulla geometria in esame .	-
88 -	
Figura 5-3 Disposizione dei <i>Clams</i> nel caso studio analizzato	- 91 -
Figura 5-4 Posizione iniziale e intervallo di variabilità dei <i>Clamps</i>	- 92 -
Figura 5-5 Disposizione dei vincoli bilaterali	- 93 -
Figura 5-6 Superficie di risposta, relativa al gap rilevato rispetto a due variabili indipendenti.....	- 94 -
Figura 5-7 Valore del Gap nei 4 cordoni S_1 - S_4 di saldatura per 3 configurazione differenti dei <i>Clamps</i>	- 95 -
Figura 5-8 Effetto dei dimple sul gap per il design ottimale	- 96 -
Figura 5-9 Effetto dei <i>Dimple</i> sul valore del Gap per un singolo stitch di saldatura	- 96 -
Figura 5-10 Ottimizzazione globale: flusso metodologico	- 98 -
Figura 5-11 Metodologia di ottimizzazione globale: ModeFrontier - Loop esterno [64].....	- 99 -
Figura 5-12 Metodologia di ottimizzazione globale: ModeFrontier - Loop interno [64]	- 99 -
Figura 5-13 Esempio di Geometria variazionale e pattern principali di deformazione [69]	- 100 -
Figura 5-14 Calcolo del vettore Cpmk [64]	- 101 -

Indice delle tabelle

Tabella 4-1 Test-case analizzati	- 59 -
Tabella 4-2 Software utilizzati: versione e tipologia di elementi	- 60 -

Tabella 4-3 Gradi e relative percentuali di errore [53].....	- 68 -
Tabella 4-4 Risultati del test di comparazione per gli elementi QUAD [61].....	- 69 -
Tabella 4-5 Risultati del test di comparazione per gli elementi TRIA [61]	- 70 -
Tabella 4-6 Caratteristiche strutturali dei componenti.....	- 76 -
Tabella 4-7 Vincoli bilaterali – Pin-Locator -	- 79 -
Tabella 4-8 Vincoli unilaterali - Clamps -	- 79 -
Tabella 5-1 Algoritmi di ottimizzazione e DOE presenti in ModeFrontier.....	- 87 -
Tabella 5-2 Caratteristiche della <i>mesh</i>	- 91 -
Tabella 5-3 Caratteristiche strutturali dei componenti.....	- 91 -
Tabella 5-4 Posizione dei vincoli unilaterali: <i>Clamps</i> e <i>Range</i> di variabilità consentito.....	- 92 -
Tabella 5-5 Vincoli bilaterali <i>Pin</i>	- 93 -
Tabella 5-6 Risultati dell’ottimizzazione: posizioni dei Clamps e valori del gap.....	- 94 -

1 Introduzione

I moderni sistemi di produzione cercano continuamente di migliorare il grado di soddisfazione dei clienti finali e il soddisfacimento dei requisiti di progetto, cercando di ridurre i costi associati ai processi produttivi e con un'attenzione sempre maggiore per le problematiche relative all'impatto ambientale. Il settore automobilistico è sicuramente uno dei campi dove maggiormente tali metodologie sono state sviluppate ed implementate con successo. Gran parte dei costi relativi alla produzione di un autoveicolo risiedono nella realizzazione delle apparecchiature di assemblaggio, e una corretta simulazione virtuale mirata all'individuazione preliminare di problemi costituisce di sicuro un fattore di successo sul mercato. Le parti possono essere assemblate attraverso le metodologie classiche: rivetti (SPR) e saldature a resistenza (RSW) o mediante nuove metodologie. Negli ultimi anni una nuova tecnologia è stata sviluppata e impiegata con successo sempre maggiore nel settore *automotive* la saldatura laser, ed in particolare la saldatura laser remota RLW. Se da un lato tale tecnologia presenta ancora molti limiti di applicabilità dall'altro assicura un notevole risparmio di tempi e di costi. Nell'ottica di un miglioramento continuo dei processi e di una validazione virtuale degli stessi è nata l'esigenza di costruire un sistema di simulazione efficiente per il RLW. L'utilizzo del RLW per le saldature di elementi in acciaio zincato, comunemente utilizzati in campo *automotive*, presenta alcuni problemi tecnologici. Uno dei principali parametri critici per la tecnologia in analisi, è il controllo del gap che si viene a creare tra le parti da saldare. Il processo di assemblaggio, precedente alla realizzazione della saldatura vera e propria, riferisce tra loro le parti, e le deforma in modo da creare un piccolo gap nell'ordine di pochi decimi di millimetro tra le superfici dei componenti, il controllo dei valori massimi e minimi di questo gap è di fondamentale importanza per ottenere saldature di qualità. Tale metodologia rende inutilizzabile l'approccio classico dell'analisi degli assemblati, che in genere considera rigide le parti, relativamente al RLW è necessario valutare anche la deformabilità dei componenti. Un intero ambiente di simulazione FEM, relativo agli elementi Shell è stato sviluppato. Sono stati utilizzati elementi Shell in quanto rappresentano sicuramente il miglior elemento a disposizione per simulare le parti in lamiera sottile. Si è deciso di costruire un ambiente di calcolo dedicato in quanto, i software commerciali presentano un basso grado di personalizzazione, inoltre non sempre è possibile costruire gli strumenti necessari all'analisi di un particolare processo

produttivo. L'ambiente di calcolo, relativo all'analisi delle Shell, è stato costruito a partire dalla teoria classica di Mindlin, sovrapponendo poi gli effetti membranali e flessionali per costruire l'elemento Shell. Per superare i problemi connessi al fenomeno del *locking*, sono state implementate strategie correttive come l'MITC. L'ambiente di simulazione costruito è stato verificato e validato, rispettivamente rispetto ai test case presenti in letteratura, confrontando anche i risultati ottenuti con quelli dei maggiori FEM commerciali, e validato mediante un test case reale, costruito ad hoc, costituito da uno *fixture* prototipale, e da tutti gli elementi caratteristici della saldatura laser remota. L'ambiente di simulazione ottenuto, è stato utilizzato in una strategia di ottimizzazione, che attraverso una corretta progettazione della *fixture*, consente di controllare il gap che si crea tra le parti. La strategia di ottimizzazione, è stata testata su componenti reali, e sarà utilizzata sul caso studio reale costituito da una portiera automobilistica. La strategia proposta utilizza le variate geometriche delle parti, ottenute in maniera pseudo-casuale a partire da rilievi effettuati su componenti reali. L'algoritmo di ottimizzazione guiderà la soluzione verso un ottimo robusto rispetto alla variabilità ipotizzata dell'intera produzione. L'intero lavoro è stato sviluppato nell'ambito del progetto europeo *RLW-navigator*.

2 Remote Laser Welding

Il *Remote Laser Welding* per brevità RLW è una tecnologia che permette la saldatura di due parti, attraverso l'utilizzo di un fascio laser. La tecnologia è adatta soprattutto alla saldatura di elementi sottili, lamiere metalliche e materiali stampati, trovando quindi ampi campi di applicazione nel settore automobilistico. Il primo sistema di saldatura laser in campo automobilistico è stato sviluppato in California nel 1997 da *Optical engineering*. Tale tecnologia è stata introdotta in Italia sul modello automobilistico Fiat Marea [1]. L'azienda italiana, COMAU, leader nelle tecnologia del RLW e partner del progetto europeo *RLW-Navigator*, ha sviluppato nel 2004 un sistema scanner 3D utilizzando un laser a stato solido da 4KW (Nd: YAG), un sistema di trasmissione a fibra ottica e un robot antropomorfo. Il laser Nd: YAG (*Solid yttrium aluminium garnet rod doped with neodymium*) utilizza come sorgente laser un materiale solido, che viene eccitato da una lampada a diodi per generare un fascio laser. A differenza dei laser che utilizzano come sorgente laser un gas (CO_2), il sistema Nd: YAG permette l'utilizzo della fibra ottica per trasmettere il fascio laser, conferendo al sistema una grande flessibilità, che ha reso possibile l'utilizzo della tecnologia in ambito *automotive* [2]. I sistemi che utilizzano una sorgente laser a stato gassoso, possono trasmettere il fascio laser solo attraverso un sistema di specchi, e possono utilizzare solo un robot cartesiano come sistema di movimentazione, mentre per il Nd: YAG è possibile utilizzare un robot a 6 assi.

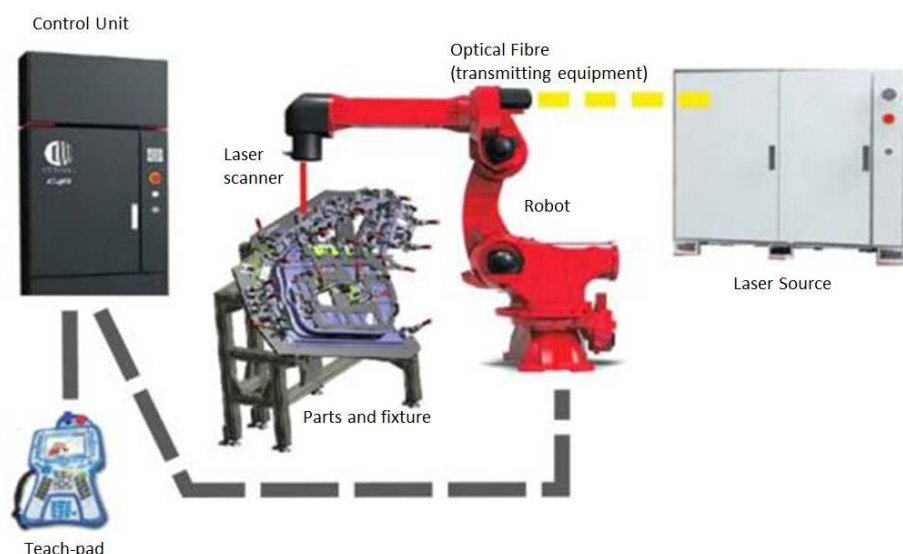


Figura 2-1 Laser Welding system

Un sistema di saldatura laser Figura 2-1, è costituito da:

- un robot con il suo *teach-pad* e il suo sistema di controllo
- una sorgente laser (solida o gassosa)
- un sistema per la trasmissione del raggio laser
- un laser scanner, montato sulla testa di un robot (cartesiano o antropomorfo)

L'utilizzo congiunto di una sorgente laser a stato solido, un sistema di trasmissione a fibra ottica, e di un robot a 6 assi, permettono alla testa laser montata sul robot, di operare ad una distanza considerevole dalla superficie da saldare (0,8 – 1,1 metri), evitando eventuali danni alle ottiche. Inoltre un robot a 6 assi è molto più maneggevole di uno cartesiano, rendendo la tecnologia adatta alle applicazioni industriali e per produzioni di massa. Il RLW utilizza un sistema di specchi girevoli, e un sistema di lenti (focale) per dirigere e concentrare il fascio laser sul componente da saldare. La distanza di fuoco, ovvero il punto dove i fasci laser convergono, grazie all'utilizzo della fibra ottica come mezzo di trasmissione, è relativamente distante dalle lenti montate sulla testa del robot (0,8 – 1,1 metri), da ciò deriva il termine remota per la saldatura laser. La tecnologia utilizzata permette un notevole risparmio di tempo, in quanto la maggior parte del tempo di processo è dovuta alla realizzazione della saldatura, e non alla fase di preparazione (messa a fuoco e posizionamento) per la saldatura successiva.

2.1 Vantaggi nell'utilizzo del RLW

L'utilizzo della tecnologia del RLW in campo *automotive*, al posto delle tecnologie classiche come la saldatura a resistenza RSW (*resistance spot welding*), è giustificato da alcuni vantaggi ottenibili, sostanzialmente riconducibili ad una riduzione di costi e di tempi. I maggiori vantaggi riscontrati riguardano:

- **Maggiore produttività:** rispetto al RSW, il RLW è molto più veloce, sia nella fase di realizzazione della saldatura, sia nella fase di movimentazione, ovvero il passaggio da una saldatura alla successiva. Il *cycle-time* di una saldatura RSW è di circa 3 secondi, mentre il tempo medio per una saldatura eseguita con il RLW è di 0,5 secondi [3]. Poiché la saldatura avviene senza contatto e da un solo lato, (la testa del robot è a circa 0,8 – 1,1 metri dal

pezzo), i movimenti del robot non possono danneggiare l'area di lavoro, e quindi la movimentazione può essere più rapida. Nel RSW, il braccio robotico, viene in contatto con le parti da ambo i lati per realizzare la saldatura, e quindi deve muoversi più lentamente tra i diversi spot di saldatura da realizzare, , mentre nel RLW l'accesso deve essere garantito da un solo lato, (in genere dal lato del componente più sottile), rendendo più agevole la movimentazione del robot.

- **Qualità della saldatura:** la saldatura laser remota garantisce giunti di alta qualità, infatti, i giunti saldati al laser, non richiedono nessuna lavorazione aggiuntiva come la molatura o trattamenti superficiali. Inoltre, viene applicato meno calore al pezzo da lavorare, in questo modo le parti non sono deformate dal processo di saldatura. Inoltre, la mancanza di contatto tra robot e parti, elimina le deformazioni presenti nel RSW, causate dalla pressione dalla punta della pistola di saldatura. In realtà, il principale svantaggio del RSW è che i giunti saldati subiscono forti deformazioni causate dalle tensioni termiche, queste derivano dal fatto che il calore viene applicato su un'area molto grande, con conseguente presenza di gradienti termici, questo porta anche ad una composizione metallurgica non prevedibile che indurisce il materiale, questo può portare alla rottura del giunto saldato o può conferire a quest'ultimo caratteristiche meccaniche inferiori a quelle attese.
- **Flessibilità:** Il RLW è un processo molto flessibile, semplicemente programmando il robot, è possibile lavorare con parti differenti in termini di materiali e spessori, eseguire *stitch* di saldatura di forma qualsiasi. E' possibile eseguire saldature di forma lineare, a forma di C, circolare Figura 2-2, o di forma qualsiasi, in accordo con le specifiche tecniche richieste.



Figura 2-2: RLW: forme degli *stitch* di saldatura

- **Riduzione dei costi:** il RLW consente di ridurre i costi grazie ad un minor utilizzo di materiali, attrezzature ed energia. Il RLW necessita di flange molto più piccole di quelle necessarie al RSW, in quanto non sono presenti le pistole di saldatura Figura 2-3, la riduzione totale, teoricamente possibile, applicando il RLW su tutta una autovettura è di circa 200 kg [4]. Inoltre il RLW consente di ridurre il costo della strumentazione necessaria al processo, ovvero *fixture* e robot. A parità di operazione da realizzare, il numero di *fixture* necessario per il RLW si riduce a 1-2 rispetto alle 5-6 necessarie al RSW [5], anche se la strumentazione è più costosa. Inoltre con il RLW il numero di robot necessari al processo di assemblaggio è inferiore, con un conseguente risparmio in termini anche di spazio di lavoro necessario.

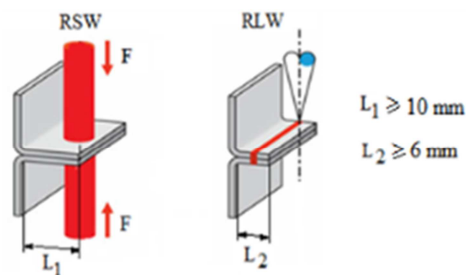


Figura 2-3 Dimensioni delle flange nel RSW e nel RLW

- **Impatto ambientale:** le possibilità di risparmio precedentemente illustrate, non garantiscono solo un risparmio in termini di costi, ma anche in termini di minore impatto ambientale. Il processo produttivo e l'utilizzo del manufatto prodotto richiedono un'emissione minore di anidride carbonica, e quindi l'impronta ecologica della fabbrica e dell'utilizzatore finale risultano inferiori. Di conseguenza il processo del RLW è considerato come un processo eco sostenibile.

2.2 Parametri di controllo: Gap

Il parametro più importante, che influenza in maniera fondamentale la buona riuscita della saldatura nel processo del RLW, è il **gap** che si viene a creare tra le parti. Le parti sono saldate grazie al RLW, ma precedentemente sono riferite nello spazio e posizionate relativamente le une alle altre, durante questo posizionamento è necessario assicurare che il *gap* che si viene a creare tra le superfici sia contenuto in uno specifico *range* di variabilità. Questo *gap* è causato dal processo di stampaggio delle lamiere, e dagli errori connessi con tale tecnologia, stimabili generalmente in un *range* di tolleranza pari a $\pm 0,5$ millimetri. Combinando gli errori delle due parti

da saldare, viene generato il *gap* durante la fase di assemblaggio. Per una saldatura di qualità è necessario che il *gap* sia contenuto tra gli 0,05 mm e i 0,3 mm [6] per le lamiere in acciaio zincato, e tra 0 e 0,05 per le lamiere in alluminio Figura 2-4.

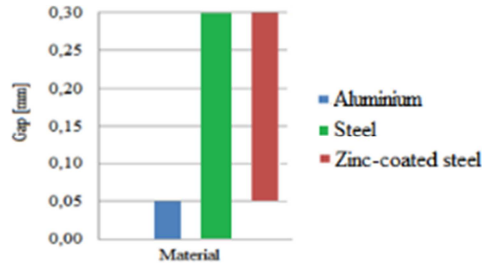


Figura 2-4 Valori del range di accettazione per il gap per diversi materiali nel RLW

In particolare il gap ottimo per un acciaio zincato DX54D+Z, è stato ricavato a valle di una attività sperimentale [6] i cui risultati sono riportati in Figura 2-5. Sono stati eseguiti alcuni test (*Lap shear* *T-peel*) classici nell'analisi delle saldature, per valutarne la resistenza.

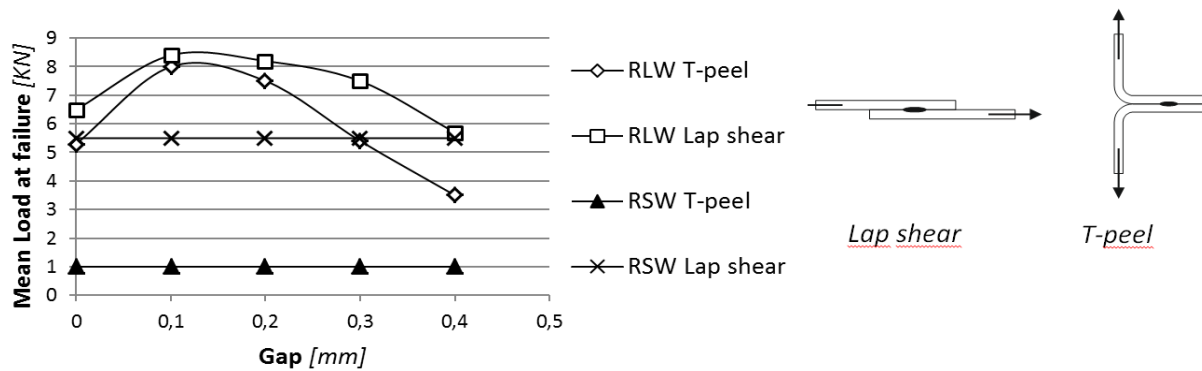


Figura 2-5 T-peel e Lap shear test per acciai zincati

Tuttavia questi risultati sono stati calcolati relativamente ad un carico quasi statico, e non prendono in considerazione fenomeni di fatica. Inoltre per la tecnologia del RSW il gap non influenza la resistenza, perché non è un parametro di processo, poiché la pistola di saldatura deve chiudere il gap tra le parti prima di eseguire la saldatura. Le lamiere utilizzate in campo *automotive* sono realizzate in acciaio zincato, il rivestimento di zinco è presente per garantire la resistenza alla corrosione. Purtroppo tale rivestimento crea problemi durante il processo di saldatura laser. La temperatura di ebollizione dello zinco è di 907° C, mentre la temperatura di fusione dell'acciaio è di circa 1500° C (1370÷1530 relativamente al tenore di carbonio presente). A causa del valore relativamente basso della temperatura di ebollizione dello zinco, rispetto al punto di fusione dell'acciaio, durante il processo di saldatura si generano dei vapori di zinco. Bisogna garantire l'evacuazione dei vapori di zinco, che altrimenti restano intrappolati nel cordone di saldatura da

realizzare, creando bolle, inclusioni discontinuità nella linea di saldatura, e bassi livelli di qualità. La presenza di bolle d'aria, e di difetti in genere in una saldatura, è un parametro molto critico per la resistenza della saldatura, e quindi per la buona riuscita del processo [7]. In Figura 2-6, viene presentata una saldatura eseguita con la tecnologia del RLW, in cui sono presenti i difetti causati dai vapori di zinco non correttamente evacuati.

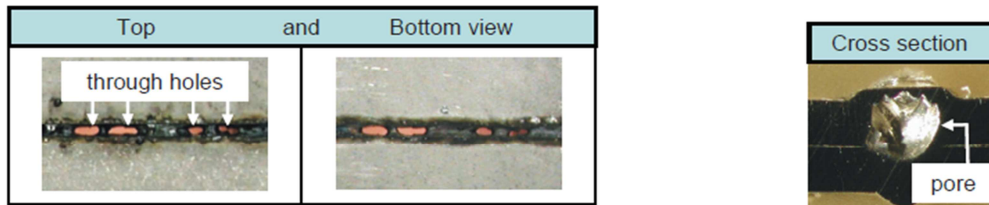


Figura 2-6 Saldatura laser: difetti causati dai vapori di zinco [7]

Mentre in Figura 2-7 sono presentate diverse saldature eseguite con diversi valori del gap tra le parti, sono evidenti i difetti causati da valori non ottimali del gap, particolarmente evidente è la sezione resistente troppo limitata nel caso di gap non ottimali.

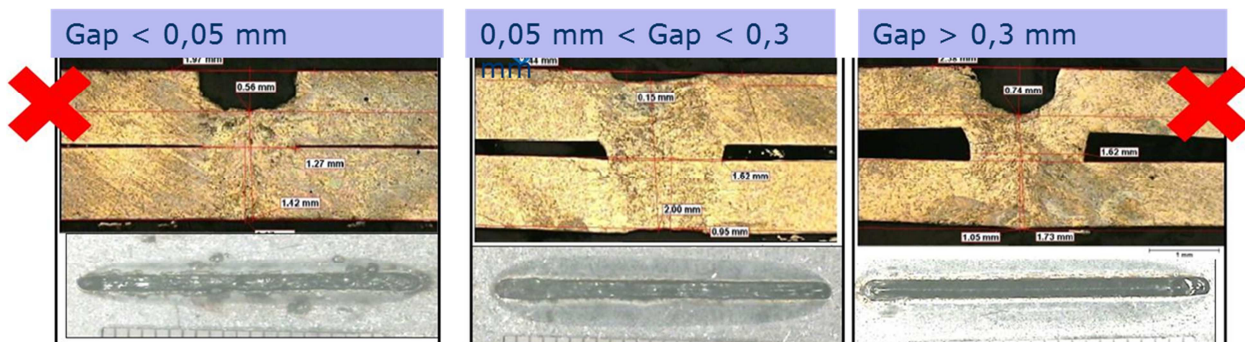


Figura 2-7 Effetto del gap sulla saldatura

La strategia sviluppata nella pratica industriale, per l'utilizzo della RLW su lamiere in acciaio zincato, prevede l'utilizzo e la creazione di piccole rialzi o bugne chiamati DIMPLE Figura 2-8, intorno alla saldatura da realizzare. Questi rialzi, praticamente invisibili ad occhio nudo, viste le dimensione molto contenute ($0,1 \pm 0,05$ mm e 2 mm di diametro), sono realizzati con il medesimo laser utilizzato per la realizzazione della saldatura vera e propria. I parametri di potenza sono ovviamente settati ad un valore inferiore, e generalmente l'angolo di incidenza del raggio laser è più accentuato, in modo da spostare un quantità infinitesima di materiale e creare la piccola bugna desiderata. Il numero e la posizione dei *dimples* è di fondamentale importanza per la saldatura laser. In Figura 2-8 sono riportati, (depurati dai volari numerici per motivi legati al segreto industriale), gli standard sviluppati da COMAU per la realizzazione e il posizionamento dei

dimples. Il numero e il posizionamento dei *dimples*, sono funzione della lunghezza e della tipologia di *stitch* da realizzare. L'azione del *dimple* è associata a quella dei CLAMPS Figura 2-8, ovvero delle pinze di chiusura, che posizionate ad una certa distanza dei *dimples*, chiudono tra loro le due superfici dei componenti da saldare, realizzando tra così il gap desiderato. Il *dimple* garantisce il gap minimo, mentre il classico effetto ponte che si viene a realizzare dall'azione congiunta *clamps-dimple* garantisce il controllo del gap massimo tra le parti.

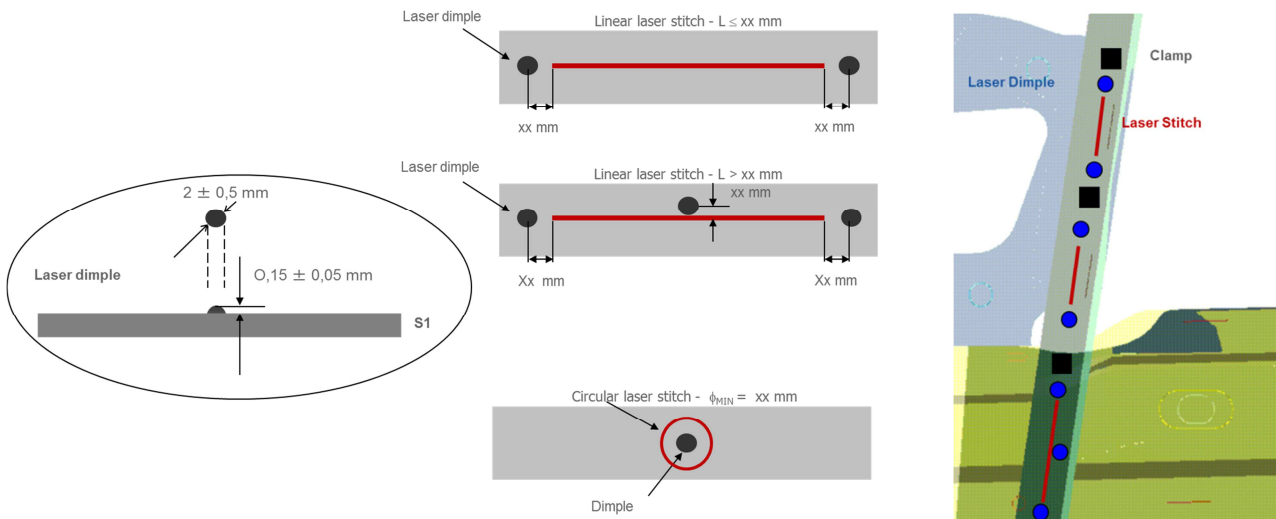


Figura 2-8 Dimple e Clamps Lay out

Altri parametri di controllo fondamentali nel processo RLW sono la potenza del raggio laser, la velocità di esecuzione della saldatura, e quindi la velocità di movimentazione del robot. A differenza del gap tra le parti, questi parametri possono essere controllati e modificati anche online, sulla linea di produzione. Tali parametri in generale dipendono dagli spessori dei materiali da saldare, e sono modificati di volta in volta, mentre il gap tra le parti deve essere comunque assicurato e risulta essere, per i motivi tecnologici descritti, poco sensibile alle variazioni di potenze e velocità del laser.

2.3 Fixture per il RLW

Dall'analisi del processo tecnologico, è evidente l'importanza che riveste il controllo del gap tra le parti, che può essere realizzato grazie ad una corretta progettazione delle posizioni dei dimples e dei clamps. I Clamps fanno parte della *fixture* Figura 2-9, ovvero dello strumento comunemente

utilizzato nella pratica industriale, per riferire, caricare e supportare i componenti in lavorazione durante le tipiche operazioni di lavorazione meccanica, (saldature, forature e misure qualitative). L'utilizzo di un numero sovrabbondante di pinze di chiusura *clamps*, garantisce un posizionamento corretto e stabile dei componenti in lavorazione, e aiuta a ridurre le eventuali deformazioni causate dal processo tecnologico.

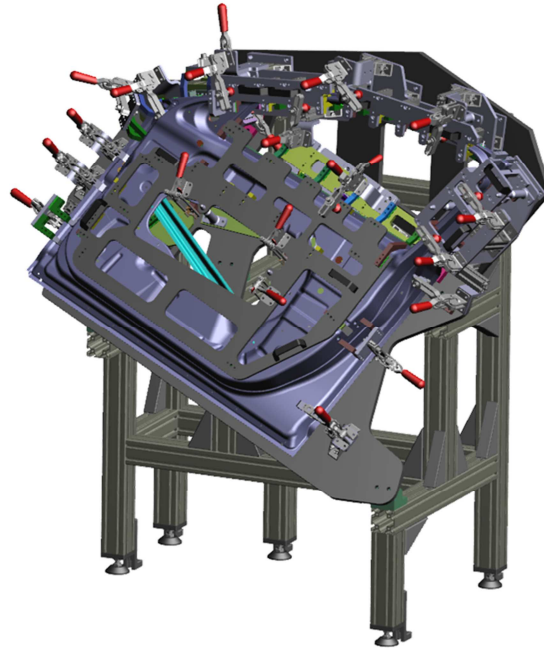


Figura 2-9 Esempio CAD di *fixture* per portiera automobilistica

L'utilizzo di una *fixture* consente di:

- Ridurre i costi di produzione.
- Mantenere una qualità costante durante la produzione.
- Massimizzare l'efficienza riducendo i tempi di caricamento.
- Realizzare differenti componenti secondo le specifiche di prodotto.
- Ridurre gli errori dell'operatore

Una *fixture* è costituita da un corpo centrale che rappresenta la struttura di supporto e sostegno per tutti i componenti, in pratica il telaio su cui sono collocate tutte le parti, e gli elementi di fissaggio, che in base alla funzionalità possono essere suddivisi in *locators* e *clamps* [8]. In particolare:

- *Locators*: rappresentano il sistema di *datum* che stabilisce un posizionamento deterministico delle parti. Bloccano i DoFs dei corpi rispetto alla *fixture* di riferimento, e riferiscono le parti caricate nel sistema di riferimento locale.
- *Clamps* sono delle pinze che chiudono tra loro i componenti caricati grazie all'azione di una forza (manuale, idraulica pneumatica). Consentono di tenere ferme e bloccate le parti durante il processo di lavorazione meccanica in atto, secondo la forza e la posizione esercitata dai *clamps*, è possibile controllare il gap che si crea tra le parti.

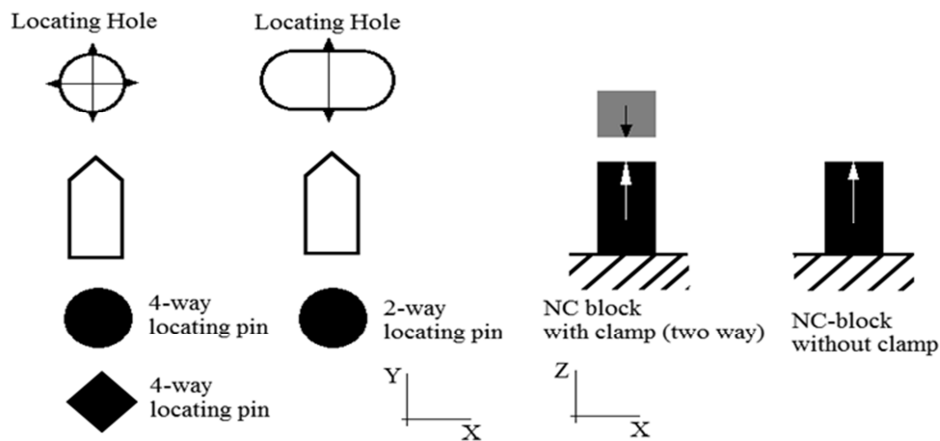


Figura 2-10 Tipologie di *Locators* in campo automotive.

Nell'ambito automobilistico, è possibile individuare Figura 2-10 due tipologie di *locators* [9]:

- i perni di posizionamento (*Locating Pins*) sono tipicamente a quattro vie o a due vie, e quindi accoppiati con un foro o un asola, considerando l'asse del perno orientato lungo Z. Figura 2-10, il primo blocca le traslazioni in direzioni X e Y mentre il secondo blocca le traslazioni in direzione Y.
- I blocchi di posizionamento (*NC blocks*) sono dei vincoli unilaterali applicati di solito per sostenere le parti flessibili. In particolare, essi bloccano una traslazione in una sola direzione, lungo la normale alla superficie di contatto (quando usato senza pinze). Diventano un vincolo bilaterale quando sono utilizzati in accoppiamento con un *clamps* che blocca la traslazione nella direzione opposta. Ovviamente, per ogni *clamps* utilizzato è necessario un *NC blocks*.

Una corretta progettazione della *fixture* è un parametro fondamentale in tutte le lavorazioni da eseguire, in particolare in campo *automotive* dove tipicamente le parti in lamiera sono assemblate con diverse tecnologie (saldature a resistenza, rivettatura, incollaggi graffatura etc) in circa 60

stazioni di montaggio differenti. L'uso delle *fixture* è quindi molto rilevante, e come è stato quantificato da diversi autori, è quantificabile in un 10-20% dell'intero costo del sistema produttivo [10]. Di conseguenza, la flessibilità dei sistemi di assemblaggio, è un parametro critico soprattutto in campo *automotive*, per aumentare la qualità e la durata dei prodotti. È necessario quindi lo sviluppo di *fixture* adattabili, riconfigurabili e ottimizzate per il montaggio di parti deformabili come nel RLW. I componenti fabbricati per deformazione plastica, come ad esempio i componenti stampati, presentano errori di forma e dimensione rispetto alla geometria nominale, a causa principalmente del fenomeno del ritorno elastico (*spring-back*); quando tali componenti vengono assemblati tra loro, l'assieme risultante è influenzato in maniera considerevole dagli errori di forma delle parti [11]. Indipendentemente dalla tecnologia utilizzata per assemblare i componenti, saldatura laser, saldatura a resistenza, bullonatura etc, le problematiche relative agli errori delle parti saranno comunque presenti e il corretto design della *fixture* rappresenta lo strumento principale per assicurare il corretto assemblaggio delle parti. Nel RLW in particolare la corretta progettazione della *fixture* dovrà assicurare il gap ottimale tra le parti. Molti autori si sono occupati negli anni, del design automatico delle *fixture*, nelle loro analisi [12] [13] sono stati considerati solo corpi rigidi, ed è stato utilizzato il tradizionale schema di posizionamento 3-2-1, basato sulle ipotesi del riferimento tridimensionale di un corpo rigido a 6 DoFs. Relativamente al processo tecnologico del RLW, sarebbe impossibile eseguire qualsiasi tipo di analisi in ipotesi di corpo rigido, ma in generale anche per altre tipologie di lavorazione, e nella corretta progettazione di una *fixture* tale ipotesi viene abbandonata. Il compito assegnato ad una *fixture* non è semplicemente quello di riferire i corpi nello spazio, ma deve assicurare una posizione deterministica, consentire o bloccare delle deformazioni delle parti, prevenire e correggere gli errori dei componenti [12]. Lo sviluppo di *fixture* per assiemi di corpi deformabili ha interessato molti autori [14] [15] [12], soprattutto per i processi di asportazione di truciolo, l'approccio generalmente si basa su una simulazione agli elementi finiti, per determinare le deformazioni degli attrezzi e delle parti in lavorazione, sottoposti ad una forza esterna causata dagli utensili di lavoro, e applicata sulle parti in lavorazione. Rearick et al. [16], hanno proposto un algoritmo di ottimizzazione combinando programmazione non lineare e analisi agli elementi finiti, per progettare e valutare il numero ottimale, e la posizione dei *clamps*, necessari per componenti deformabili in lamiera, assemblati mediante saldatura a resistenza RSW. Cai et al. [13], hanno proposto dei nuovi principi per la realizzazione di una *fixture* per assiemi di parti deformabili. Gli autori hanno affermato che al fine di riferire e supportare le parti deformabili in lamiera, è

necessario prevedere più di tre localizzatori nel piano principale a causa della flessibilità delle parti. Pertanto, hanno proposto il principio N-2-1 *fixture*. Inoltre, hanno presentato un algoritmo di ottimizzazione per trovare la posizione ottimale degli N-*fixture* supplementari, che per una data forza esterna, minimizza la deformazione totale del componente. Il design N-2-1 ottimale è stato individuato utilizzando la programmazione non lineare, mentre la deformazione del pezzo è stato calcolata utilizzando il metodo agli elementi finiti. Gli autori, che hanno affrontato l'ottimizzazione del *layout* delle *fixture* per gli assemblati di componenti deformabili, hanno studiato l'effetto di disturbo di una forza esterna, trascurando l'influenza del *layout* dei *locator*, e soprattutto gli errori delle parti. Inoltre per le operazioni di saldatura è stato considerato solo il processo di assemblaggio mediante RSW dove, minimizzare la deformazione delle parti, mediante una *fixture* correttamente progettata, è importante, in quanto il componente in lavorazione deve essere in contatto con gli strumenti, ovvero le pinze di saldatura. Questo non è un fattore significativo nel RLW, dove le parti non sono in contatto con gli strumenti, e inoltre non sono neanche pienamente in contatto tra loro. La tecnologia recente del RLW, presente da non più di un decennio nel panorama industriale, è stata studiata solo da pochi autori. Li et al. [17] [18] sono stati i primi a proporre uno studio per il corretto design di una *fixture* per gli assiemi di corpi deformabili, relativamente alla tecnologia del RLW. Nei loro lavori viene proposto un approccio per il controllo del gap tra le parti attraverso l'utilizzo di *total locating* e *direct locating*, i primi assicurano il posizionamento delle parti affette da errore a livello di assieme, i secondi attraverso l'utilizzo di *clamps* assicurano il posizionamento corretto relativamente alle zone dove verrà realizzata la saldatura

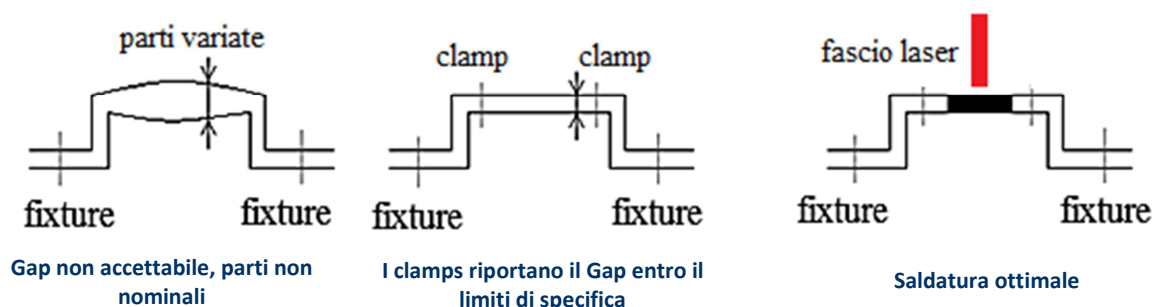


Figura 2-11 [17] Fixture: progettazione ottimale e controllo del gap proposta da Li et al.

Nella Figura 2-11 [18], viene proposto un nuovo schema di posizionamento dei *clamps*. Gli errori delle parti non garantirebbero un valore accettabile del gap tra le parti, attraverso un corretto posizionamento dei *clamps* il gap viene riportato entro valori accettabili rendendo possibile il processo di saldatura. Per tenere conto degli errori delle parti, hanno applicato un modello di

distribuzione normale per generare le variazioni del modello geometrico, tramite un *Nodal Variational Graph* ottenuto da dati sperimentali. MSC / NASTRAN è stato impiegato come programma agli elementi finiti per eseguire le simulazioni, in particolare, i *clamps* sono stati modellati come spostamento imposti, in modo che due parti dell'assieme risultano collegate da elementi gap con un proprio valore di rigidità. Quando il gap viene chiuso, i nodi all'estremità dell'elemento gap sono spostati insieme. Mentre l'ottimizzazione è basata su algoritmi genetici. I maggiori limiti della procedura proposta da Li et al. sono relativi alla metodologia per la creazione delle parti variate, inoltre i *clamps* così come sono stati modellati, possono essere applicati solo sui nodi delle *mesh*, rendendo necessarie continue operazioni di *meshing* per i diversi *run* di simulazione. Le limitazioni imposte dai codici commerciali e rilevabili nei lavori proposti, avvalorano la scelta di un motore di calcolo dedicato e sviluppato *ad hoc* per la problematica in esame.

3 Ambiente di simulazione agli elementi finiti FEMP

La simulazione in ambiente virtuale del processo di assemblaggio nella saldatura laser remota RLW ha richiesto lo sviluppo di un *tool* di simulazione agli elementi finiti denominato FEMP *Finite Element Method & Programming*. Lo sviluppo, di un ambiente di simulazione per l'analisi agli elementi finiti, è stato necessario al fine di ottenere un ambiente di simulazione efficiente per le problematiche in esame, ed altamente flessibile. I software FEA commerciali infatti, non consentono una facile integrazione con altri software di simulazione, inoltre, quando è possibile, la "customizzazione" di opportuni elementi non è agevole sia dal punto di vista dall'implementazione (utilizzo di linguaggi ad alto livello C++ Fortran), sia relativamente alle tipologie di elementi e vincoli implementabili. Sono disponibili in commercio molti software FEM, adatti a risolvere una grossa varietà di problemi. Inoltre sono stati implementati molti software *home-made*, sviluppati per risolvere problemi specifici, e quindi "customizzati" per una problematica ben precisa. Due parametri vanno considerati, quando si sceglie il *tool* di simulazione più adatto alle esigenze del problema in analisi: efficienza e flessibilità [19]. L'efficienza è definita dal rapporto tra il livello di accuratezza e la complessità della *mesh*, mentre la flessibilità è la possibilità di implementare facilmente nel *tool* di simulazione *feature* specifiche, che sono rappresentative del processo reale che si intende simulare [20] [21]. Le considerazioni esposte avvalorano la scelta fatta, relativa ad un *tool* di simulazione proprietario, che ha reso possibile la modellazione di tutti gli elementi caratteristici della tecnologia della saldatura laser remota (ad esempio *clamps dimple*), implementando diverse tipologie di vincoli per tutti gli usi richiesti. Il software utilizza esclusivamente elementi *shell* sia triangolari che quadrangolari lineari, quindi rispettivamente a quattro e a tre nodi. Gli elementi *shell* infatti sono i più adatti a simulare il comportamento delle lamiere metalliche sottili utilizzate nella saldatura laser remota, nonché i più utilizzata nella simulazione FEM in ambito *automotive* [22]. Il motore di calcolo sviluppato è relativo alle analisi nel campo elastico lineare. Il modello di *shell* implementato combina gli effetti membranali con gli effetti flessionali. In letteratura sono presenti due formulazione alternative per descrivere il comportamento flessionale, l'elemento di Kirchhoff, che trascura gli effetti dovuti al taglio, e il modello di Mindlin che valuta in maniera disaccoppiata gli effetti della flessione pura e del taglio, nel modello implementato, così come nella quasi totalità dei modelli proposti in letteratura, è

stata utilizzata la seconda formulazione. I maggiori limiti nell'utilizzo sono dovuti alla comparsa del fenomeno dello *shear locking* quando la piastra diventa sottile. Per ridurre gli effetti di tale fenomeno, sono presenti diversi approcci in letteratura, come l'integrazione ridotta [23], e come il modello MITC [24] implementato nel modello proposto. Inoltre FEMP utilizza un algoritmo per la risoluzione dei contatti basato sui moltiplicatori di Lagrange. Non si vuole in questo lavoro di tesi presentare un nuovo modello di elemento, compito arduo e riservato agli specialisti del settore, ma bensì sono stati utilizzati i risultati presenti in letteratura, per costruire un modello di *shell* efficiente ed adatto ad affrontare le problematiche presenti nell'analisi degli assemblaggi nella saldatura laser remota. Il modello sviluppato è stato implementato in ambiente MatLAB, anche attraverso l'utilizzo di *routines* scritte in MEX-C++. L'intero motore di calcolo è stato successivamente verificato e validato, relativamente ai numerosi test case presenti in letteratura, e relativamente ad un prototipo sperimentale di *fixture* attraverso il quale è stato possibile simulare la fase di assemblaggio del RLW. Nel seguito verrà analizzata la teoria classica delle *shell* e i modelli utilizzati nel motore di calcolo FEMP, inoltre verrà brevemente descritto l'algoritmo utilizzato per la risoluzione dei contatti, e l'implementazione degli elementi caratteristici del RLW.

3.1 Elemento piano a quattro nodi

Nel seguito sarò preso in esame un elemento piano quadrilatero, caratterizzato da quattro nodi e quattro lati rettilinei, sottoposto ad azioni di tipo membranale, cioè a forze o a spostamenti, che avvengono nel piano in cui giace l'elemento stesso. I gradi di libertà che sono due u e v per ciascuno dei quattro nodi, saranno riferiti rispettivamente alle direzioni X e Y che individuano il piano dell'elemento. La funzione che approssima il campo degli spostamenti tra loro indipendenti, dipende dalla posizione (coordinate) del punto stesso.

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix}$$

La relazione tra il campo delle deformazioni e il campo degli spostamenti è nota, e in ipotesi di piccoli spostamenti, in base alla teoria dell'elasticità può essere scritta come:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y) = \begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}$$

Per descrivere lo stato di tensione del materiale vengono utilizzate le tensioni normali σ e tangenziali τ :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}] \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$

Dove D è la matrice di rigidità o di elasticità del materiale:

$$[\mathbf{D}] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

La matrice riportata è relativa ad uno stato di tensione piano ($\sigma_z = 0$). La descrizione del campo degli spostamenti dei punti dell'elemento, scomposti nelle due direzioni, è descritta dalla combinazione lineare di opportune funzioni polinomiali. La difficoltà di trattare con la formulazione diretta elementi definiti mediante linee e/o superfici curve, ha portato allo sviluppo di una formulazione "parametrica", che svincola la rappresentazione del dominio di integrazione

dalla effettiva geometria dell'elemento, mediante una trasformazione del sistema di riferimento in cui si opera [25]. Con la formulazione parametrica viene abbandonato il dominio fisico definito dal riferimento cartesiano ortogonale, nel caso più generale a 3 dimensioni $X Y Z$, in cui viene descritto l'elemento finito, per trasferirsi in un dominio regolare, definito da coordinate normalizzate $\xi \eta \zeta$, nel quale le linee sono diritte, e le superfici piane Figura 3-1. La formulazione crea una corrispondenza biunivoca tra un elemento di forma qualsiasi nel sistema cartesiano (X, Y, Z) e l'elemento di forma semplice nel sistema naturale ($\xi \eta \zeta$). Gli elementi isoparametrici utilizzano le stesse funzioni di forme sia per descrivere la geometria sia il campo degli spostamenti.

$$\begin{aligned} x &= \sum N_i(\xi, \eta) X_i & y &= \sum N_i(\xi, \eta) Y_i \\ u &= \sum N_i(\xi, \eta) U_i & v &= \sum N_i(\xi, \eta) V_i \end{aligned}$$

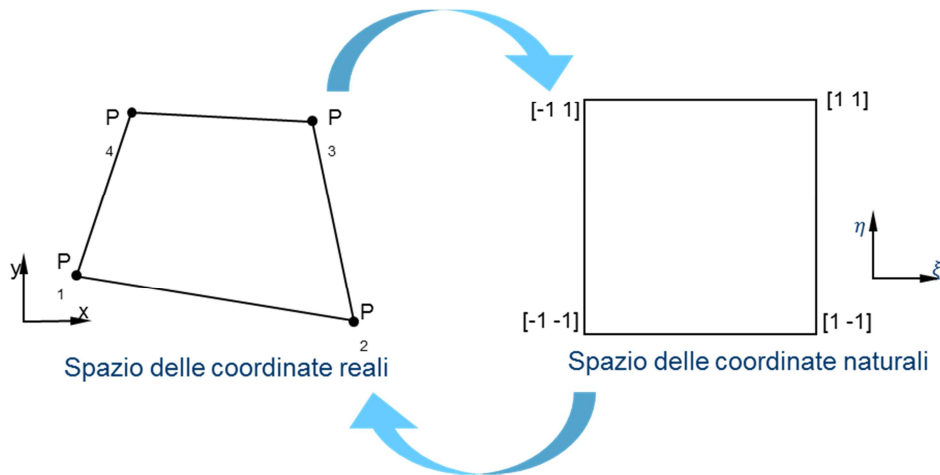


Figura 3-1 Spazio delle coordinate reali e naturali for l'elemento a quattro nodi

In generale, le funzioni di forma godono della seguente proprietà:

$$N_i(\xi, \eta) = \begin{cases} i = P_i \rightarrow 1 \\ \text{altrimenti} \rightarrow 0 \end{cases}$$

ovvero la funzione i-esima vale "1" se valutata nel punto P_i , e "0" altrove. Applicando tali condizioni al contorno, alla generica espressione della funzione di forma sono stati ricavati i coefficienti delle equazioni. L'elemento quadrangolare a 4 nodi necessita di quattro funzioni di forma:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)
 \end{aligned}$$

Il vettore delle deformazioni può essere scritto utilizzando la matrice [B] che contiene le derivate delle funzioni di forma.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \sum \frac{\partial N_i}{\partial x} U_i \\ \varepsilon_y = \sum \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i \\ \gamma_{xy} = \sum \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} U_i + \frac{\partial N_i}{\partial x} V_i \right) \end{cases} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ U_i \\ V_i \\ \dots \end{Bmatrix} = [B] \cdot U$$

La relazione tra lo spazio naturale e reale dell'elemento può essere così espressa:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

Dove [J] è la matrice dello Jacobiano della trasformazione i cui coefficienti sono calcolati come:

$$\frac{\partial X}{\partial \xi} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i \quad \frac{\partial X}{\partial \eta} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i \quad \frac{\partial Y}{\partial \xi} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Y_i \quad \frac{\partial Y}{\partial \eta} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Y_i$$

Le derivate delle funzioni di forma nello spazio reale possono essere ricavate a partire dalle derivate nello spazio naturale a partire dalla relazione:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = [J] \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

Se lo jacobiano della trasformazione [J] risulta essere non singolare sarà possibile costruire l'inversa e valutare la relazione:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}$$

Invertire lo jacobiano per risolvere il problema secondo la formulazione isoparametrica, resta uno dei problemi principali del metodo agli elementi finiti. In particolare gli elementi fortemente distorti, in cui l'inversione dello jacobiano non è sempre possibile o esatta, creano problemi di mal condizionamento numerico fornendo risultati incoerenti. Utilizzando il principio dei lavori virtuali la matrice di rigidezza dell'elemento può essere calcolata mediante integrazione numerica:

$$[K] = \int_A [B]^T [D] [B] t \cdot dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] t \cdot |J| d\xi d\eta$$

dove t è lo spessore dell'elemento, $|J|$ è il determinante della matrice jacobiana. Infine nella formula di integrazione si deve tener conto della variazione dei limiti di integrazione, quindi del legame esistente tra elemento d'area nello spazio reale, e elemento d'area nello spazio naturale delle coordinate. Il legame è riconducibile alla relazione: $dA = |J| d\xi d\eta$. L'integrale viene calcolato secondo il metodo di Gauss, ovvero valutando la funzione integranda in un certo numero di punti. In particolare per un'integrazione completa per un elemento a quattro nodi, sono necessari 4 punti di integrazione che nello spazio naturale dell'elemento assumono le posizioni riportate in Figura 3-2.

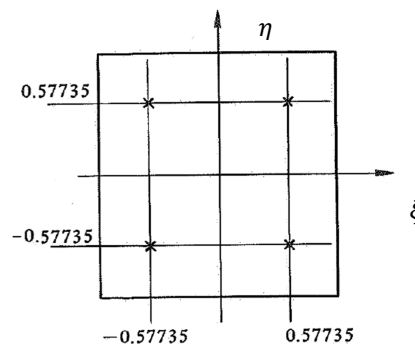


Figura 3-2 Integrazione numerica, punti di integrazione di Gauss per l'elemento quadrangolare a 4 nodi [26]

3.2 Elemento triangolare a tre nodi

Anche per descrivere l'elemento triangolare a tre nodi Figura 3-3 nel suo comportamento membranale viene comunemente utilizzata una formulazione isoparametrica [27].

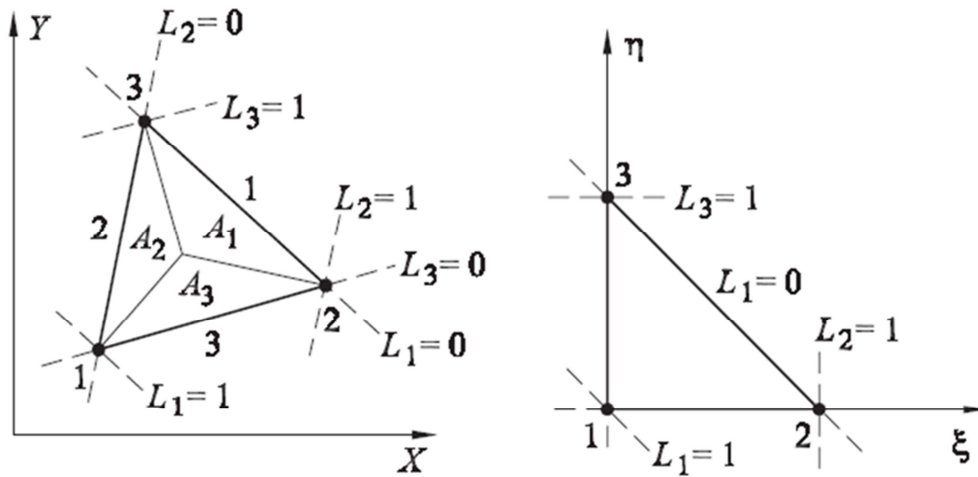


Figura 3-3 Coordinate naturali e coordinate d'area per l'elemento triangolare a tre nodi [28]

Così come è stato fatto per l'elemento quadrangolare a quattro nodi, così anche per l'elemento triangolare a tre nodi possono essere definite una funzione che approssima il campo degli spostamenti, una relazione tra il campo delle deformazioni e il campo degli spostamenti, una matrice D di rigidezza o di elasticità del materiale, che viene utilizzata per descrivere lo stato tensionale dell'elemento. Le espressioni di tali relazioni sono le stesse dell'elemento quadrangolare. La formulazione isoparametrica utilizzata anche in questo caso, permette di calcolare le tre funzioni di forma necessarie:

$$N_1 = L_1 = (1 - \xi - \eta) \quad N_2 = L_2 = \xi \quad N_3 = L_3 = \eta$$

E' possibile analogamente alla precedente formulazione, valutare la matrice delle derivate delle funzioni di forma [B]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ U_i \\ V_i \\ \dots \end{Bmatrix} = [\mathbf{B}] \cdot \mathbf{U} \quad \text{con } i = 1,2,3$$

In particolare la matrice B risulterà indipendente dalle coordinate x e y poiché le derivate delle funzioni di forma sono costanti, quindi l'elemento è spesso denominato come costante *constant-strain triangolo* (CST). L'elemento CST presenta dei limiti soprattutto nella flessione. Infatti, per gli elementi CST si avrà una sovrastima della rigidezza, poiché l'elemento può prevedere solo tensioni costanti all'interno di ogni elemento, mentre nella flessione la tensione varia linearmente. La matrice di rigidezza [K] dell'elemento può essere valutata mediante tecniche di integrazione numerica:

$$[\mathbf{K}] = \int_A [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] t \cdot dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] t \cdot |\mathbf{J}| d\xi d\eta$$

3.3 Elemento piastra

L'elemento piastra è caratterizzato dal suo piano medio, da uno spostamento verticale e due rotazioni. Per modellare il suo comportamento, può essere utilizzata la formulazione di Kirchhoff o la formulazione di Reissner-Mindlin. Le due formulazioni si poggiano con le dovute differenze, sulle seguenti ipotesi:

- Le tensioni σ_z in direzione perpendicolare al piano medio della piastra può essere trascurata rispetto alle altre componenti $\sigma_x \sigma_y \tau_{xy}$.
- Lo spostamento trasversale w non varia lungo lo spessore
- Le sezioni piane perpendicolari al piano medio restano piane e perpendicolari dopo la deformazione, nell'ipotesi di Kirchhoff, dove il contributo del taglio trasversale τ_{yz} . τ_{zx} risulta essere nullo. Nelle ipotesi di Mindlin si considera invece il contributo del taglio trasversale e quindi sezioni inizialmente perpendicolari al piano medio, in generale dopo la deformazione restano piane ma non necessariamente perpendicolari alla superficie media.

Generalmente nell'analisi agli elementi finiti viene utilizzato il modello di Reissner-Mindlin molto più generale e completo, in quanto sono considerati anche gli effetti dovuti al taglio. Nel seguito verranno espletate le relazioni alla base della trattazione dell'elemento piastra nelle ipotesi di Mindlin.

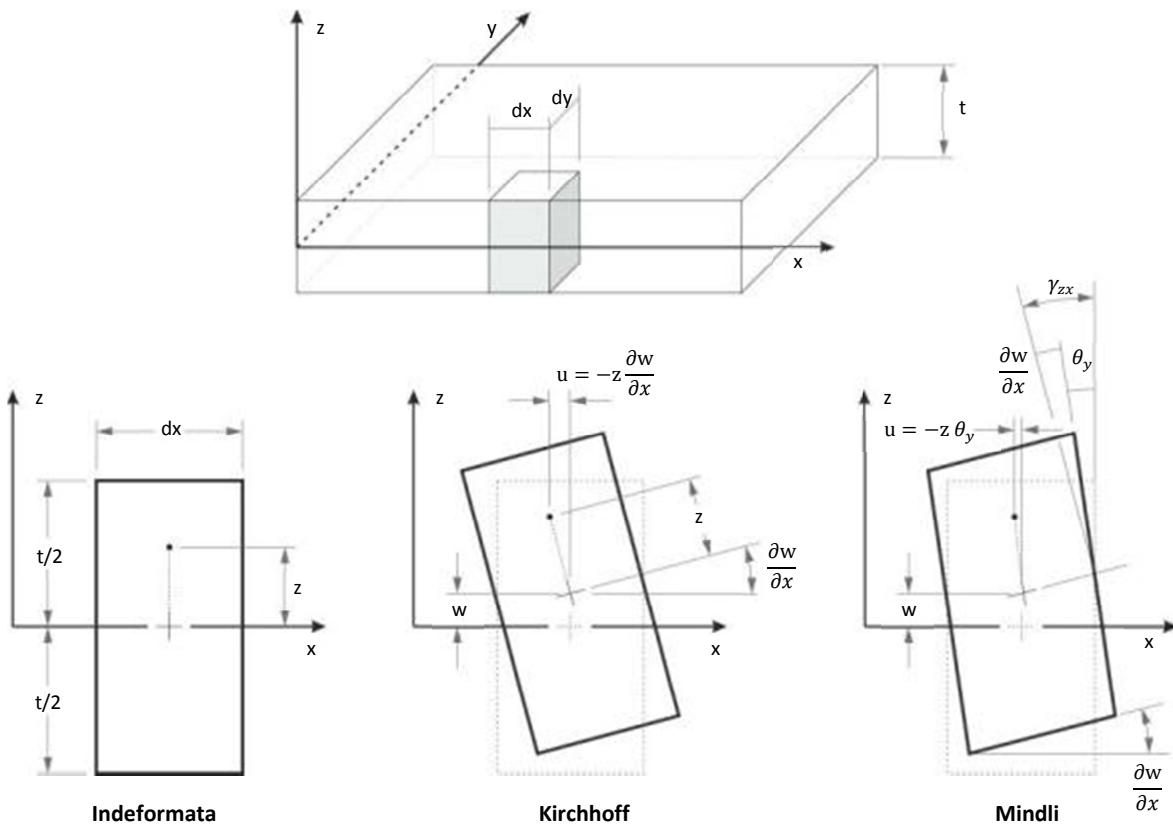


Figura 3-4 Elemento piastra spostamenti e rotazioni nelle ipotesi di Kirchhoff e Mindlin

Gli spostamenti Figura 3-4, possono essere espressi in funzione delle rotazioni θ_x e θ_y :

$$u = -z \theta_x \qquad v = -z \theta_y$$

Mentre le deformazioni sono espresse da:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, y) = \begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -z \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \\ \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_x \\ \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_y \end{cases}$$

Le tre componenti che descrivono il campo degli spostamenti, per ogni punto dell'elemento, sono lo spostamento o freccia w e le due rotazioni θ_x e θ_y tra loro indipendenti:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} w(x, y) \\ \theta_x(x, y) \\ \theta_y(x, y) \end{Bmatrix}$$

L'interpolazione del campo degli spostamenti e la trasformazione dal sistema di riferimento reale a quello naturale, utilizzano le stesse funzioni di forma ricavate ed utilizzate per l'elemento membranale:

$$w = \sum N_i(\xi, \eta) W_i \quad \theta_x = \sum N_i(\xi, \eta) \Theta_{x_i} \quad \theta_y = \sum N_i(\xi, \eta) \Theta_{y_i}$$

La matrice di rigidità può essere calcolata separando la parte connessa con le deformazioni flessionali da quella connessa con le deformazioni di taglio. Per le deformazioni flessionali si avrà:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ W_i \\ \Theta_{x_i} \\ \Theta_{y_i} \\ \dots \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}_b] \cdot \mathbf{U}$$

Mentre il contributo del taglio sarà:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x} & -N_i & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & -N_i & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dots \\ W_i \\ \Theta_{x_i} \\ \Theta_{y_i} \\ \dots \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}_s] \cdot \mathbf{U}$$

Per descrivere lo stato di tensione del materiale in funzione delle deformazioni, per quanto riguarda il contributo flessionale viene utilizzata la seguente relazione:

$$\boldsymbol{\sigma}_b = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}_b] \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_b$$

Dove D è la matrice di rigidità o di elasticità del materiale, sempre relativamente al solo contributo flessionale:

$$[\mathbf{D}_b] = \frac{E t^3}{12 (1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

Mentre per il taglio:

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}_s] \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s$$

Dove D è la matrice di rigidezza o di elasticità del materiale, relativamente al taglio:

$$[D_s] = \frac{E t}{2(1 + \nu)\chi} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

χ è il fattore di taglio il cui valore viene in genere scelto pari a 5/6. Le matrici di rigidezza per la flessione e per il taglio possono essere calcolate con le usuali tecniche di integrazione numerica. L'operazione è fattibile in quanto la matrice di elasticità globale risulta essere completamente disaccoppiata.

$$\begin{bmatrix} [D_b] & 0 \\ 0 & [D_s] \end{bmatrix}$$

$$[K_b] = \int_A [B_b]^T [D_b] [B_b] t \cdot dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_b]^T [D_b] [B_b] t \cdot |J| d\xi d\eta$$

$$[K_s] = \int_A [B_s]^T [D_s] [B_s] t \cdot dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_s]^T [D_s] [B_s] t \cdot |J| d\xi d\eta$$

Infine la matrice di rigidezza globale dell'elemento piastra secondo la teoria di Mindlin può essere valutato sommando le due matrici.

3.4 Elemento Shell

$$[K] = [K_b] + [K_s]$$

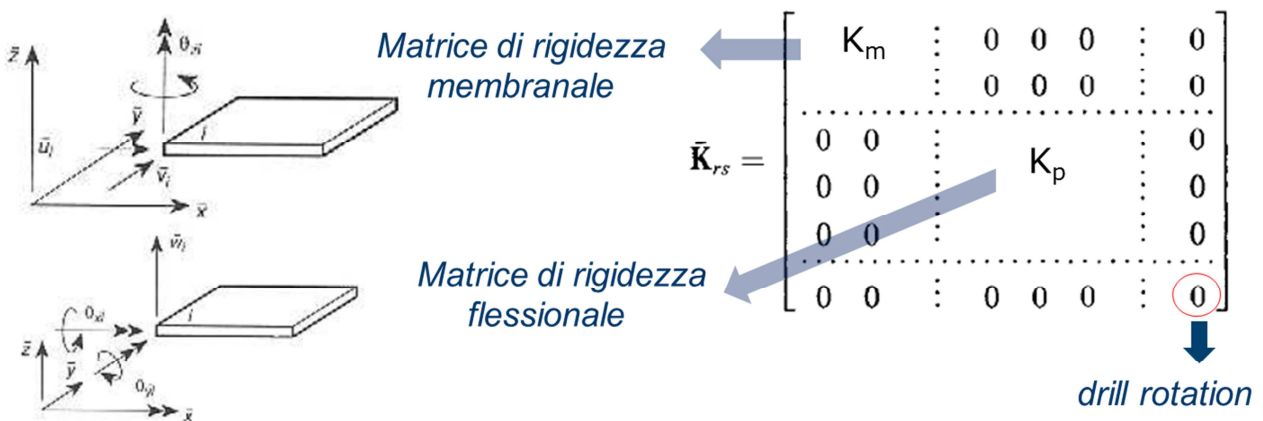


Figura 3-5 Assemblaggio della matrice di rigidezza dell'elemento Shell

L'elemento guscio o più comunemente conosciuto come elemento *shell*, viene ricavato sovrapponendo Figura 3-5 gli effetti membranali e gli effetti flessionali. Supponendo di assemblare le matrici di rigidezza riferite ad un elemento quadrangolare a quattro nodi, per ognuno dei quattro nodi saranno presenti 5 gradi di libertà (tre traslazioni e due rotazioni). Per la matrice di rigidezza flessionale è possibile utilizzare sia la formulazione di Kirchhoff che di Mindlin. Per scrivere correttamente le equazioni di equilibrio è necessario che ciascun nodo dell'elemento sia caratterizzato da 6 gradi di libertà, occorre quindi aggiungere la rotazione mancante θ_z , denominata *drill rotation* in letteratura. Aggiungere 4 zeri nella matrice di rigidezza globale, al fine di saturare i 24 gradi di libertà dei quattro nodi, può causare problemi di instabilità numerica. Si analizzeranno nel seguito delle metodologie per risolvere il problema. La trattazione classifica, fin qui esposta, presenta dei limiti di applicazione relativamente ai problemi del *locking*, e delle distorsioni della *mesh*, che verranno descritti nel seguito. Per superare tali problemi e costruire un modello di *shell* efficace sono state adottate formulazioni alternative proposte in letteratura. Nel corso degli anni diversi modelli di *shell* sono stati proposti, ma nessuno di questi è privo di punti deboli, per la costruzione di un modello di *shell* adatto alle esigenze della RLW si è cercato di utilizzare le formulazioni più adatte alla problematica in esame.

3.5 Fenomeno del locking

- **Trasverse Shear locking**

Il fenomeno del *locking*, riferito al taglio, si manifesta utilizzando la formulazione di Mindlin per descrivere l'elemento piastra. Il modello matematico descrive un comportamento strutturale caratterizzato da una notevole sovrastima della rigidezza della piastra. Questi effetti si manifestano nelle piastre sottili modellate con la trattazione di Mindlin, con la formulazione matematica utilizzata, vengono di fatto ad essere bloccati (da qui il termine *locking*) dei gradi di libertà della struttura [26]. Nella trattazione dell'elemento piastra la matrice di rigidezza era stata ottenuta valutando separatamente i due contributi relativi al taglio e alla flessione

$$[K] = [K_b] + [K_s]$$

Il modello di piastra di Mindlin, è utilizzato anche in presenza di spessori molto sottili. Quando lo spessore t si avvicina allo zero, la matrice di rigidezza $[K_s]$ (connessa al taglio) dipende linearmente dallo spessore, mentre la matrice $[K_b]$ (matrice di rigidezza connessa con la flessione pura) dipende da t^3 , quindi decresce verso lo zero più rapidamente di $[K_s]$, e di conseguenza le deformazioni calcolate sono inferiori a quelle attese perché la rigidezza a taglio (sovrastimata) assorbe energia di deformazione [29]. La sovrastima della rigidezza a taglio, riduce la deformazione flessionale e la deformazione risultante risulterà essere inferiore a quella attesa. Tale problema deriva dal non aver imposto $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ (condizione di piastra sottile), per superare tale limite alcuni autori [30] propongono l'utilizzo di un'integrazione ridotta relativamente al calcolo dell'integrale connesso alla matrice di rigidezza a taglio, utilizzando un numero di punti di gauss inferiore al necessario per il calcolo dell'integrale. Tuttavia l'utilizzo dell'integrazione ridotta causa l'insorgere di altri problemi come i modi ad energia spuria o modi a clessidra, quindi per superare il problema sono stati sviluppati modelli alternativi.

- ***In Plane Shear locking***

Nella deformazione da flessione, anche gli elementi membranali tradizionali mostrano la comparsa di deformazioni da taglio in alcune parti del modello in cui non dovrebbero essere presenti. Questa deformazione da taglio spurio assorbe energia di deformazione riducendo la flessione, quindi la membrana risulterà essere troppo rigida rispetto al piano di flessione e di conseguenza la deformazione risultante sarà minore di quella attesa. Questo fenomeno di eccessiva rigidità è definito come '*in-plane shear locking*' poiché la deformazione da flessione risulta essere bloccata dal taglio spurio. [31] [29]

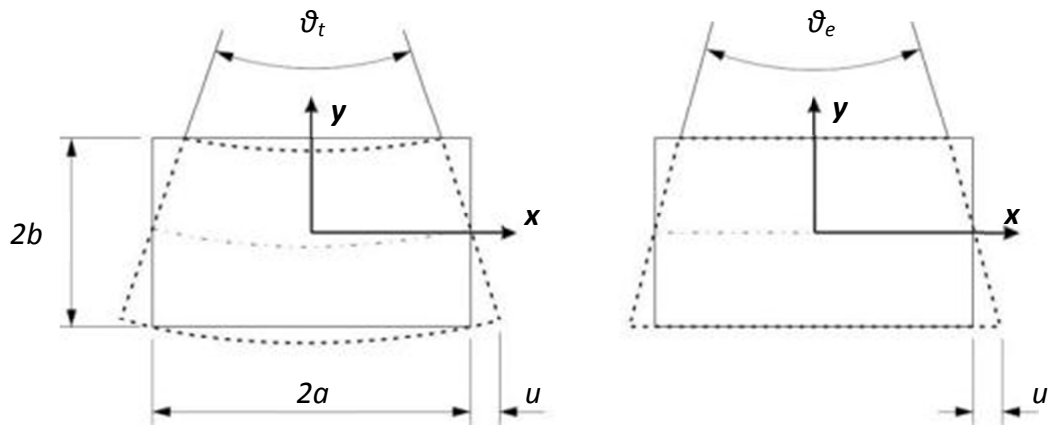


Figura 3-6 Locking: in-plane shear locking

Dalla relazione $\epsilon = [B] \cdot U$ l'approssimazione del campo delle deformazioni consente di scrivere:

$$\epsilon_x = -\eta \frac{u}{a} = -\frac{y \vartheta_e}{2a} \quad \epsilon_y = 0 \quad \gamma_{xy} = -\xi \frac{u}{a} = -\frac{x \vartheta_e}{2a}$$

in cui è presente il taglio perché il bordo non può più essere normale all'asse centrale Figura 3-6. È una condizione in cui il taglio è detto “parassita” o “spurio” perché, in realtà, dalla teoria della trave dovrebbe essere zero.

$$\epsilon_x = -\eta \frac{u}{a} = -\frac{y \vartheta_t}{2a} \quad \epsilon_y = v \frac{y \vartheta_t}{2a} = v \eta \frac{u}{a} \quad \gamma_{xy} = 0$$

L'effetto del *locking* è più rilevante quando il rapporto a/b è elevato.

- **Locking membranale**

Un altro tipo di locking, e quindi di grado di libertà bloccato, si ha quando gli elementi *shell* sono utilizzati per discretizzare superfici sottili caratterizzate da una o più curvature [32]. Quando lo spessore degli elementi *shell* si avvicina a zero, il comportamento dell'elemento converge ad uno stato limite chiamato “*asymptotic behaviour*” [32]. In particolare per le *shell* molto sottili si possono verificare due condizioni limite:

- **Flessione dominante (bending-dominated)** caratterizzata da carichi ad azione prevalentemente flessionale, anche chiamata in letteratura come flessione pura o inestensibile. Infatti gli spostamenti non modificano le dimensioni della superficie media, quindi la membrana non risulta essere deformata

- **Membrana dominante** (*membrane dominated*) caratterizzata da carichi ad azione prevalentemente membranale, questa è la condizione più favorevole, in quanto la shell è sollecitata anche relativamente ai gradi di libertà membranali, e quindi l'elemento risulterà essere più rigido.

Il comportamento delle shell molto sottili dipende fortemente dalla geometria, dalle condizioni al contorno e dalla tipologia di carico. Poiché la rigidezza della componente membranale è proporzionale allo spessore t , mentre la rigidezza flessionale è proporzionale a t^3 , e poiché ogni corpo tende a deformare minimizzando la propria energia potenziale, la tendenza naturale degli elementi *shell* è di comportarsi come se soggetti a flessione pura [33]. In questo caso, per le superfici curve, molti elementi soffrono di *locking* membranale. Questo fenomeno è molto simile allo *shear locking*, ma coinvolge la rigidezza della membrana anziché quella connessa alla flessione. Infatti, se la matrice di rigidezza $[K_m]$ non viene forzata alla singolarità, come nel caso della sotto-integrazione per il taglio, la membrana assorbe energia di deformazione riducendo la deformazione flessionale, i cui gradi di libertà diventano bloccati *locked*. È interessante notare che il *locking* membranale scompare quando la geometria è piatta perché la *shell* si comporta come una piastra e il comportamento membranale risulta essere non attivo..

3.5.1 Sesto grado di libertà: *drilling* DoFs

La rotazione nel piano, ovvero rispetto all'asse Z di Figura 3-4 è conosciuto come grado di libertà *drilling rotation*. Il comportamento membranale, associato al comportamento flessionale, ovvero l'elemento *shell* costituito dalla sovrapposizione degli effetti dell'elemento piastra e membrana, manca del sesto grado di libertà, che necessita di essere saturato. Da un punto di vista teorico, per le ipotesi fatte nei modelli, il grado di libertà mancante è giustamente assente. Nella pratica un corpo rigido nello spazio possiede sei gradi di libertà, e lavorare con un elemento che ne possiede uno in meno non è molto agevole. In linea di principio, sarebbe possibile lavorare con un elemento a cinque gradi di libertà, ma sono stati riscontrati problemi di sensibilità numerica. La presenza del sesto grado di libertà è molto importante per assicurare la consistenza dell'elemento [34]. Diversi approcci sono stati proposti per risolvere il problema di come assicurare una rigidezza relativa a tale grado di libertà, ad esempio [26] [30] propongono un valore pari ad un millesimo del valore

minimo della matrice di rigidezza. Nel seguito verrà proposta una strategia, desunta dalla letteratura di settore per risolvere il problema.

3.6 Qualità degli elementi

La qualità degli elementi, ovvero della discretizzazione della geometria reale attraverso l'utilizzo di elementi finiti, è un parametro molto importante per assicurare dei risultati coerenti. Questo è particolarmente vero per gli elementi quadrangolari, in letteratura di pari passo con lo sviluppo di modelli matematici sempre più precisi, [35] sono stati sviluppati diversi indici per misurare la qualità di un elemento Figura 3-7

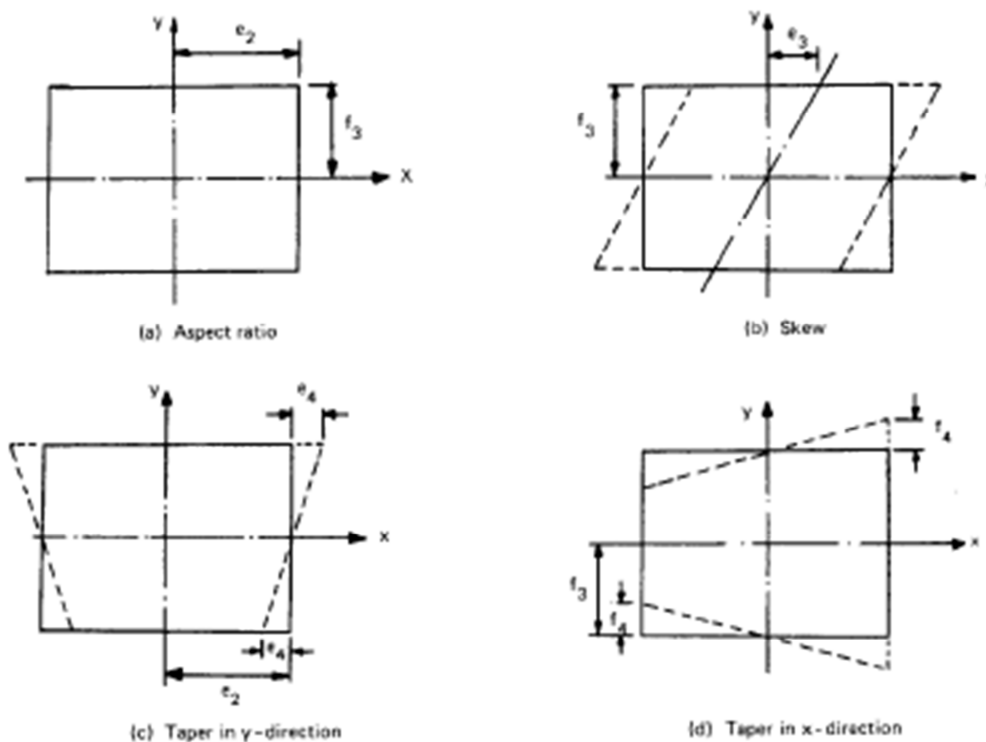


Figura 3-7 Distorsioni di forma degli elementi: Aspect ratio, Skew, Tape [35]r

- **Aspect ratio:** quantifica le differenze dell'elemento rispetto ad uno ideale che possiede tutti e quattro i lati uguali tra loro. Nella pratica viene calcolato il rapporto tra le due semi-dimensioni, ovvero tra il lato lungo ed il lato corto. Il valore non dovrebbe mai superare il valore 5 per avere risultati attendibili da parte dell'elemento

- **Taper:** misura la distorsione dell'elemento rispetto ad un rettangolo regolare. Tanto più il valore del taper è prossimo all'unità, tanto più la forma dell'elemento sarà prossima a quello di un rettangolo ideale. In Figura 3-8 la formulazione analitica per calcolare l'indice.
- **Skew:** L'angolo di skew misura il grado di deviazione angolare rispetto ad un rettangolo. Per il rettangolo l'angolo di inclinazione è 0° , tanto più la skew sarà lontano dallo 0° , tanto più la qualità dell'elemento sarà bassa. Risultati accurati sono dati da elementi il cui skew è minore di 45° . Inoltre, una regola generale è di avere angoli interni dell'elemento quadrilatero tra 45° e 135° . In Figura 3-8 un esempio di angolo di skew.

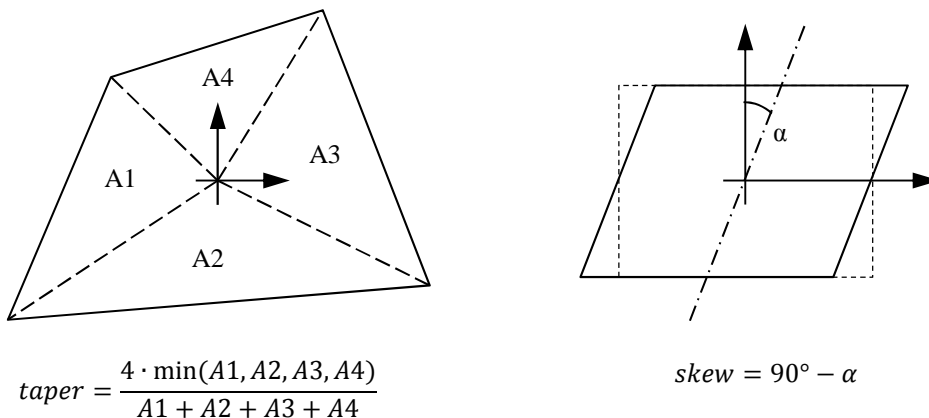


Figura 3-8 Taper e Skew formulazioni analitiche

- **Warping:** Il *warping* è dovuto all'eventuale non planarità dei quattro nodi dell'elemento quadrangolare. E' noto dalla geometria che per tre punti passa un unico piano, infatti gli elementi triangolari a tre nodi non sono affetti dal *warping*. Per gli elementi quadrangolari, soprattutto quando si cerca di discretizzare geometrie curve o doppiamente curve (rispetto a due direzioni), può non essere presente un piano passante per i quattro punti. Spesso si fa riferimento ad un piano intermedio
- Figura 3-9 non passante per nessun punto ma che minimizza gli scostamenti globali. L'effetto del *warping* sugli elementi quadrangolari è molto marcato, anche piccoli valori possono causare valori non corretti di tensioni e deformazioni. Nella pratica è necessario quindi un fattore di correzione per il *warping* per assicurare risultati validi [36].

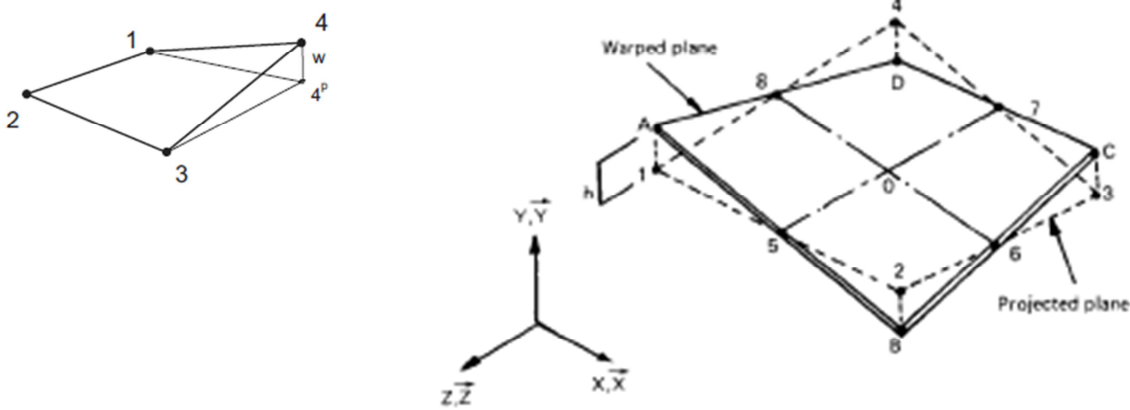


Figura 3-9 Warping

➤ **Jacobiano:** la trasformazione di coordinate, tra lo spazio di coordinate reali e lo spazio naturale dell'elemento, viene realizzata attraverso l'utilizzo del determinante della matrice delle jacobiano associato alla trasformazione. Tale determinante assume valore unitario nel caso di una corrispondenza perfetta tra i nodi reali e naturali, valori diversi misurano il grado di distorsione dei nodi reali rispetto alla configurazione naturale dell'elemento. Il determinante assumerà valori prossimi allo zero per elementi degeneri, e valori negativi per quadrilateri non convessi. Tali condizioni non sono accettabili in quanto generano una matrice di rigidezza associato all'elemento degenero, singolare o negativa

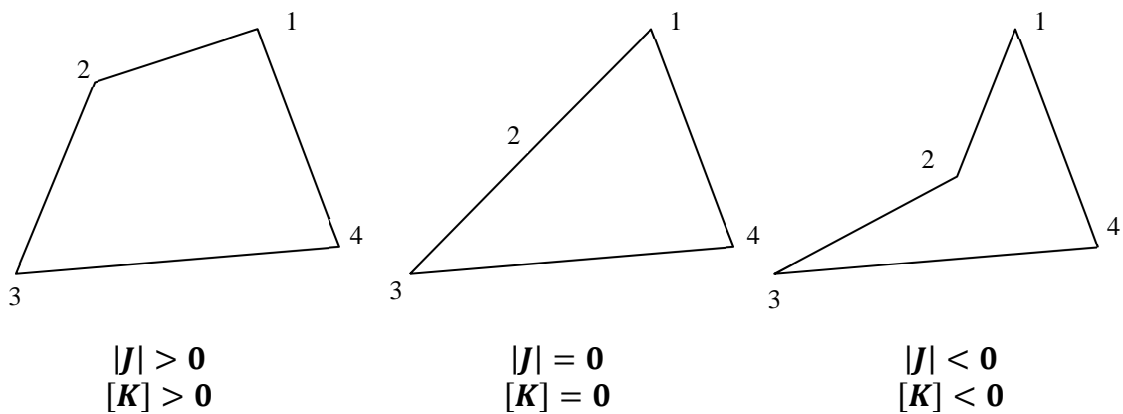


Figura 3-10 Determinante dello Jacobiano associato a differenti geometrie

3.7 Elementi *shell* implementati in FEMP

Il motore di calcolo FEMP implementa gli elementi *shell* basandosi sul modello MITC (*Mixed Interpolation of Tensorial Components*) [24], leggermente modificato rispetto alla versione originale, in quanto è stato contemplato anche il sesto grado di libertà rotazionale (*drill rotation*), e per gli elementi quadrangolari è stato introdotto anche un fattore correttivo per il *warping*. Per gli elementi quadrangolari a quattro nodi utilizzati nell'implementazione, è stata adottata la formulazione chiamata MITC-AGQ6. La formulazione dell'elemento piastra è basata sul modello MITC [24], per ridurre il fenomeno del *locking* ("*transverse Shear locking*"). Mentre la formulazione dell'elemento membranale è basata sul modello AGQ6 [37], insensibile alle distorsioni della *mesh* associata, e basato sull'utilizzo delle coordinate d'area, il modello implementato consente di ridurre gli affetti del *locking* (membranale "*in-plane shear locking*"). Per correggere gli effetti derivanti dalla presenza del *warping*, è stata implementata una metodologia [38], che attraverso l'utilizzo di un fattore di correzione, accoppia gli effetti membranali e flessionali. Per assicurare invece una rigidità coerente, e contemplare il sesto grado di libertà, le rotazioni intorno all'asse normale all'elemento (asse *Z Drilling DoF*), mancante nelle formulazioni adottate, è stato implementato un fattore di rigidità correttivo [39]. La formulazione dell'elemento triangolare a tre nodi utilizza la formulazione ANDES (*Assumed Natural DEviatoric Strain*) per la componente membranale, e la formulazione basata sull'MITC per la componente flessionale basata sul modello proposto da Lee et al. [40]. Ovviamente non è stato necessario fornire nessun parametro di correzione per il *warping*, non presente negli elementi triangolari, mentre è stato contemplato il grado di libertà rotazionale (*Drilling DoF*) mancante.

3.7.1 FEMP: formulazione membrale per l'elemento quadrangolare

La formulazione isoparametrica per l'elemento membranale, presentata in precedenza, è molto sensibile alle distorsioni della *mesh* utilizzata per discretizzare la geometria reale. Per gli elementi fortemente distorti il determinante della matrice dello jacobiano può essere singolare e il passaggio dello spazio reale $(\mathbf{x}; \mathbf{y})$ a quello naturale $(\xi; \eta)$ dell'elemento non risulta essere possibile. In queste condizioni risultano evidenti i problemi di accuratezza numerica, con conseguenti problemi nel calcolo delle matrici di rigidità associate agli elementi distorti. Per superare tale problema è stato implementato un modello basato sulle coordinate d'area Figura 3-11 [37]. L'elemento membranale AGQ6 (*Area Geometric Quadrilateral 6 nodes*) utilizza 4

funzioni di forma bi-lineari classiche, più altre due funzioni relative a due nodi fittizi. In seguito ad una condensazione statica dei gradi di libertà aggiuntivi, la matrice di rigidezza risultante risulta essere ancora una 8x8, e quindi con due DoFs per ogni nodo reale dell'elemento. Per interpolare il campo degli spostamenti, è stato utilizzato un polinomio basato su coordinate d'area, insensibile alle distorsioni delle *mesh*, che consente la trasformazione di coordinate nel sistema di riferimento naturale senza i problemi numerici rilevati per la precedente formulazione isoparametrica.

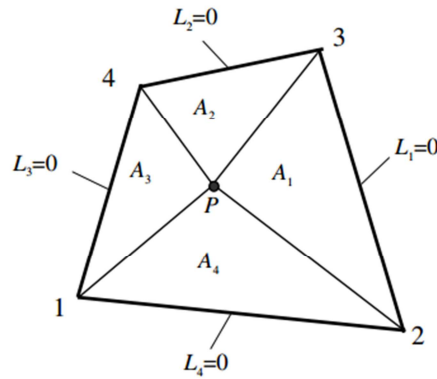


Figura 3-11 Coordinate d'area [37]

Considerando i parametri adimensionali Figura 3-12 Definizione dei parametri adimensionali g_i Figura 3-12:

$$g_1 = \frac{A_{124}}{A}, \quad g_2 = \frac{A_{123}}{A}, \quad g_3 = 1 - g_1, \quad g_4 = 1 - g_2$$

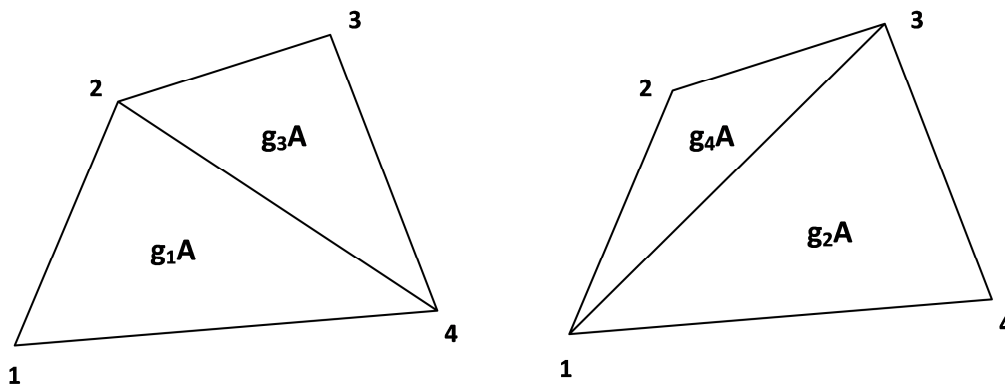


Figura 3-12 Definizione dei parametri adimensionali g_i [37]

Le coordinate d'area sono espresse in termini di coordinate isoparametriche per l'elemento quadrangolare:

$$L_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)[g_2(1 - \eta) + g_3(1 + \eta)]$$

$$L_2 = \frac{1}{4}(1 - \eta)[g_4(1 - \xi) + g_3(1 + \xi)]$$

$$L_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)[g_1(1 - \eta) + g_4(1 + \eta)]$$

$$L_4 = \frac{1}{4}(1 + \eta)[g_1(1 - \xi) + g_2(1 + \xi)]$$

Dove le coordinate dei quattro nodi sono:

$$1: (g_2;g_4;0;0) \quad 2: (0;g_3;g_1;0) \quad 3: (0;0;g_4;g_2) \quad 4: (g_3;0;0;g_1)$$

e, dal momento che solo due delle coordinate L_i sono indipendenti tra loro, devono soddisfare le condizioni:

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 1$$

$$g_4g_1L_1 - g_1g_2L_2 + g_2g_3L_3 - g_4g_3L_4 = 0$$

Il vettore degli spostamenti nodali è dato da:

$$\mathbf{U} = \{ U_1 \quad V_1 \quad \dots \quad U_4 \quad V_4 \}^T$$

In aggiunta al campo degli spostamenti \mathbf{U} , sono aggiunti altri 4 DoFs relativamente al campo delle u λ_1 λ_2 e λ'_1 λ'_2 per il campo delle v . Questi quattro parametri formano il vettore dei parametri interni:

$$\boldsymbol{\lambda} = \{ \lambda_1 \quad \lambda'_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda'_2 \}^T$$

Il campo degli spostamenti risultante può essere scritto in notazione vettoriale:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u^0 \\ v^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} u^\lambda \\ v^\lambda \end{Bmatrix} = [\mathbf{N}^0] \cdot \mathbf{U} + [\mathbf{N}^\lambda] \cdot \boldsymbol{\lambda}$$

Dove u^0 e v^0 rappresentano il campo degli spostamenti relativo ai quattro nodi reali dell'elemento, mentre u^λ e v^λ rappresentano il campo degli spostamenti degli elementi addizionali. Le funzioni di forma associate ai quattro nodi reali assumono la seguente formulazione:

$$N_i^0 = -\frac{g_k}{2} + L_i + L_j + \xi_i \eta_j g_k \quad (i = 1,2,3,4; j = 2,3,4,1; k = 3,4,1,2)$$

Mentre le funzioni di forma per i nodi interni sono date da:

$$N_{\lambda 1} = L_1 L_3$$

$$N_{\lambda 2} = L_2 L_4$$

La matrice delle deformazioni può essere ottenuta come al solito, derivando le rispettive funzioni di forma:

$$[\mathbf{B}_0] = [[B_{01}] [B_{02}] [B_{03}] [B_{04}]] \quad \text{con} \quad [B_{0i}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^0}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i^0}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i^0}{\partial y} & \frac{\partial N_i^0}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{B}_\lambda] = [[B_{\lambda 1}] [B_{\lambda 2}]] \quad \text{con} \quad [B_{\lambda i}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^\lambda}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i^\lambda}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i^\lambda}{\partial y} & \frac{\partial N_i^\lambda}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Gli elementi della matrice di rigidezza, dopo la condensazione statica dei nodi fittizi [41], sono espressi dalla relazione:

$$[\mathbf{K}] = [\mathbf{K}_{00}] - [\mathbf{K}_{\lambda 0}]^T [\mathbf{K}_{\lambda \lambda}]^{-1} [\mathbf{K}_{\lambda 0}]$$

Dove le matrici di rigidezza intermedie sono espresse dalle relazioni:

$$[\mathbf{K}_{00}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{B}_0]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_0] t \cdot |J| d\xi d\eta$$

$$[\mathbf{K}_{\lambda \lambda}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{B}_\lambda]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_\lambda] t \cdot |J| d\xi d\eta$$

$$[\mathbf{K}_{\lambda 0}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{B}_\lambda]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_0] t \cdot |J| d\xi d\eta$$

Dove [D] è la matrice di elasticità o rigidezza presentata nei paragrafi precedenti.

3.7.2 FEMP: elemento piastra per l'elemento quadrangolare

Come descritto precedentemente, utilizzando una integrazione piena e una formulazione isoparametrica classica, per il calcolo della matrice di rigidezza relativa all'elemento piastra, alcuni gradi di libertà risultano bloccati ovvero *locked* a causa della sovrastima della matrice di rigidezza dovuta al taglio, soprattutto in presenza di spessori sottili. Per superare i problemi dovuti allo *shear locking*, una delle strategie possibili è quella di valutare separatamente le matrici di rigidezza, utilizzando differenti interpolazioni per i due contributi. Il metodo viene chiamato appunto *Mixed Interpolation of Tensorial Component* è stato sviluppato da K. Bathe and E. Dvorkin [24]. La matrice di rigidezza (12x12) viene valutata come al solito valutando separatamente i due contributi, ovvero la matrice relativa al taglio e quella relativa alla flessione.

$$K_p = \frac{th^3}{12} \int_A B_b^T \cdot D_b \cdot B_b dA + \lambda \cdot th \int_A B_s^T \cdot D_s \cdot B_s dA$$

Dove K_p è la matrice di rigidità dell'elemento piastra, D_b e D_s rappresentano le matrici di elasticità rispettivamente per la flessione e per il taglio e λ è il fattore di taglio pari a 5/6. Utilizzando la formulazioni isoparametrica, la matrice D_b contiene le derivate delle funzioni di forma $N_i(\xi, \eta)$ espresse in coordinate naturali dell'elemento: (ξ, η)

$$B_b = [B_{b1} \quad B_{b2} \quad B_{b3} \quad B_{b4}]$$

$$B_{bi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \forall i = 1, 2, 3, 4$$

Mentre la componente dovuta al taglio utilizza funzioni di forma differenti:

$$B_s = \Omega_{12} \cdot C_{J,T} \cdot T_{\xi,\eta,T}$$

$$C_{J,Q} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{(C_x + B_x \xi)^2 + (C_y + B_y \xi)^2}}{8|J(\xi, \eta)|} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{(A_x + B_x \eta)^2 + (A_y + B_y \eta)^2}}{8|J(\xi, \eta)|} \end{bmatrix}$$

$$T_{\xi,\eta,Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1+\eta) & -\frac{1}{4}(1+\eta)y_{12} & \frac{1}{4}(1+\eta)x_{12} & -\frac{1}{2}(1+\eta) & -\frac{1}{4}(1+\eta)y_{12} & \frac{1}{4}(1+\eta)x_{12} & \dots \\ \frac{1}{2}(1+\xi) & -\frac{1}{4}(1+\xi)y_{14} & \frac{1}{4}(1+\xi)x_{14} & \frac{1}{2}(1-\xi) & -\frac{1}{4}(1-\xi)y_{23} & \frac{1}{4}(1-\xi)x_{23} & \dots \\ -\frac{1}{2}(1-\eta) & -\frac{1}{4}(1-\eta)y_{43} & \frac{1}{4}(1-\eta)x_{43} & \frac{1}{2}(1-\eta) & -\frac{1}{4}(1-\eta)y_{43} & \frac{1}{4}(1-\eta)x_{43} \\ \dots & -\frac{1}{2}(1-\xi) & -\frac{1}{4}(1-\eta)y_{23} & \frac{1}{4}(1-\eta)x_{23} & -\frac{1}{2}(1+\eta) & -\frac{1}{4}(1+\eta)y_{14} & \frac{1}{4}(1+\eta)x_{14} \end{bmatrix}$$

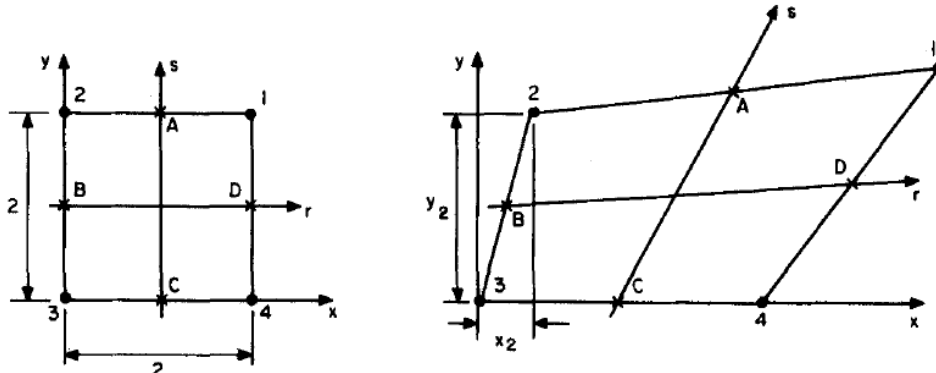


Figura 3-13 MITC: punti aggiuntivi ed elemento naturale e reale [24]

Utilizzando la formulazione MITC [24], la component dovuta al taglio viene prima interpolate attraverso dei punti di prova Figura 3-13, (punti fittizi aggiunti sul punto medio di ogni lato dell'elemento):

$$\begin{aligned} \gamma_{\xi z} &= \frac{1}{2}(1 + \eta)\gamma_{\xi z}^A + \frac{1}{2}(1 - \eta)\gamma_{\xi z}^C \\ \gamma_{\eta z} &= \frac{1}{2}(1 + \xi)\gamma_{\eta z}^D + \frac{1}{2}(1 - \xi)\gamma_{\eta z}^B \end{aligned}$$

dove $\gamma_{\xi z}^A, \gamma_{\eta z}^B, \gamma_{\xi z}^C, \gamma_{\eta z}^D$ rappresentano la deformazione da taglio nei punti A, B, C, D di Figura 3-13 e derivano dalle formule:

$$\begin{aligned} \gamma_{\xi z}^A &= \frac{W_1 - W_2}{2} + \frac{\theta_{y1} + \theta_{y2}}{2}, & \gamma_{\xi z}^C &= \frac{W_4 - W_3}{2} + \frac{\theta_{y4} + \theta_{y3}}{2} \\ \gamma_{\eta z}^B &= \frac{W_1 - W_4}{2} - \frac{\theta_{y1} + \theta_{y4}}{2}, & \gamma_{\eta z}^D &= \frac{W_2 - W_3}{2} - \frac{\theta_{y2} + \theta_{y3}}{2} \end{aligned}$$

in seguito le deformazioni da taglio sono espresse in termini dei DoFs dei nodi reali:

$$\gamma_{xz} = \gamma_{\xi z} \sin \beta - \gamma_{\eta z} \sin \alpha \qquad \gamma_{yz} = -\gamma_{\xi z} \cos \beta + \gamma_{\eta z} \cos \alpha$$

Dove α e β rappresentano gli angoli tra gli assi del sistema di riferimento reale e naturale (r, e X ed s e Y in Figura 3-13).

3.7.3 FEMP: warping e drilling rotation

La formulazione dell'elemento quadrangolare a quattro nodi, fin qui esposta, risulta essere valida per gli elementi piani, ma non per gli elementi, sempre presenti in strutture complesse, affetti da *warping*.

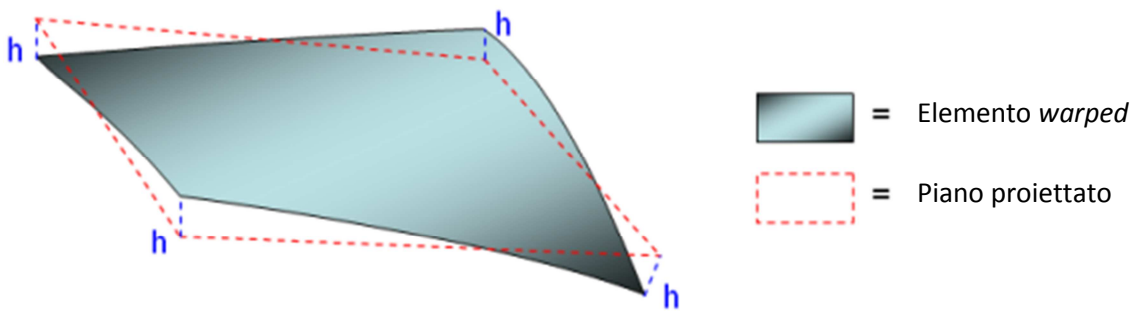


Figura 3-14 Elemento quadrangolare *warped*, proiezione su un piano intermedio

La matrice di rigidezza viene valutata utilizzando le proiezioni dei nodi su di un piano intermedio. Sulla matrice di rigidezza così ottenuta viene applicata una correzione che tiene conto della geometria iniziale di partenza [36]. Sono disponibili sostanzialmente due approcci per gestire e correggere gli elementi affetti da *warping*: il metodo dei “*rigid-link*” sviluppato da Taylor et al. [42] e l’approccio “*force/moment*” [38] [43]. È stata implementata la metodologia proposta da Naganarayana et al. in [43]. Per compensare la rotazione fuori dal piano causate dalla non complanarità dei nodi, vengono aggiunte delle forze e dei momenti, che dipendono dal segno, e dal valore, delle distanze h_i di

Figura 3-14, del generico nodo reale rispetto al nodo proiettato. La correzione del *warping* compensa anche la rotazione mancante intorno l’asse Z *drilling rotation*. Tuttavia per elementi piani, non soggetti a *warping*, è ancora presente il problema. In sintesi viene valutata una rigidezza artificiale al fine di saturare la matrice di rigidezza globale dell’elemento, e i DoFs relativi alle rotazioni mancanti. Tali valori sono posti pari al il valore minimo della matrice di rigidezza moltiplicato per 10^{-4} [26] [30].

3.7.4 FEMP: formulazione membrale per l’elemento triangolare

La formulazione classica isoparametrica per l’elemento triangolare a tre nodi TRIA come descritto in precedenza, possiede due gradi di libertà per nodo ed è soggetta al Constant Strain Triangle (CST), inoltre come nell’elemento quadrangolare, non viene valutato il grado di libertà rotazionale γ_i . L’approccio precedentemente proposto, ovvero di valutare la rigidezza mancante come una frazione del valore più piccolo valore della matrice di rigidezza, non è adatto ad un software di uso generale. Per superare tale correzione “manuale” si è deciso di implementare in FEMP il modello

di membrana basato sulla formulazione ANDES (*Assumed Natural DEviatoric Strain*) [44] [45] [46] [47]. Fondamentalmente, la formulazione ANDES permette di combinare i DoFs nel piano (u_i e v_i) e il DoF rotazionale (γ_i) dividendo la matrice di rigidezza in due contributi:

$$K_m = K_b + K_h$$

dove K_b è la matrice di rigidezza 9x9 di base (relativa alla coerenza), mentre K_h è la matrice di rigidezza 9x9 di ordine superiore (relativa alla stabilità numerica). Alvin et al. [48] hanno dimostrato che la matrice K_b può essere ottenuta in forma chiusa utilizzando la seguente espressione:

$$K_b = \frac{I}{V} L \cdot D \cdot L^T$$

in cui V è il volume dell'elemento e D è la matrice 3x3 di elasticità per uno stato di tensione piano. Mentre il parametro L è definito come:

$$L = \frac{th}{2} \begin{bmatrix} y_{23} & 0 & x_{32} \\ 0 & x_{32} & y_{23} \\ \frac{I}{4} y_{23} (y_{13} - y_{21}) & \frac{I}{4} x_{32} (x_{31} - x_{12}) & \frac{I}{2} (x_{31} y_{13} - x_{12} y_{21}) \\ y_{31} & 0 & x_{31} \\ 0 & x_{13} & y_{31} \\ \frac{I}{4} y_{31} (y_{21} - y_{32}) & \frac{I}{4} x_{13} (x_{12} - x_{23}) & \frac{I}{2} (x_{12} y_{21} - x_{23} y_{32}) \\ x_{12} & 0 & x_{21} \\ 0 & x_{21} & y_{12} \\ \frac{I}{4} y_{12} (y_{32} - y_{13}) & \frac{I}{4} x_{21} (x_{23} - x_{31}) & \frac{I}{2} (x_{23} y_{32} - x_{31} y_{13}) \end{bmatrix}$$

dove th rappresenta lo spessore dell'elemento, mentre x_{ij} e y_{ij} sono le differenze delle coordinate dei nodi ($x_{ij}=x_i - x_j$; $y_{ij}=y_i - y_j$). Anche la matrice di rigidezza di ordine superiore, K_h , può essere scritta in forma chiusa, senza che sia necessario integrare numericamente l'espressione. Si ha:

$$K_h = T_{\theta u}^T \cdot K_{\theta} \cdot T_{\theta u}$$

con:

$$K_{\theta} = \frac{3}{4} \rho_0 \cdot th \cdot A (Q_4^T \cdot D_n \cdot Q_4^T + Q_5^T \cdot D_n \cdot Q_5^T + Q_6^T \cdot D_n \cdot Q_6^T)$$

$$\rho_0 = 0.5 (1 - 4 \cdot \nu^2)$$

Dove A è l'area dell'elemento, mentre ν è il coefficiente di Poisson's:

$$D_n = T_e^T \cdot D \cdot T_e$$

$$Q_4 = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2), \quad Q_5 = \frac{1}{2}(Q_2 + Q_3), \quad Q_6 = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_3)$$

Le matrici costanti nella precedente espressione, sono espresse nell'equazione seguente, dove L_{ij} è la lunghezza del bordo di collegamento tra i nodi(i, j).

$$T_e = \frac{1}{4A^2} \begin{bmatrix} y_{23}y_{13}L_{12}^2 & y_{31}y_{21}L_{23}^2 & y_{12}y_{32}L_{13}^2 \\ x_{23}x_{13}L_{12}^2 & x_{31}x_{21}L_{23}^2 & x_{12}x_{32}L_{13}^2 \\ (y_{23}x_{31} + x_{32}y_{13})L_{12}^2 & (y_{31}x_{12} + x_{13}y_{21})L_{23}^2 & (y_{12}x_{23} + x_{21}y_{32})L_{13}^2 \end{bmatrix}$$

$$T_{\theta u} = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} x_{32} & y_{32} & 4A & x_{13} & y_{13} & 0 & x_{21} & y_{21} & 0 \\ x_{32} & y_{32} & 0 & x_{13} & y_{13} & 4A & x_{21} & y_{21} & 0 \\ x_{32} & y_{32} & 0 & x_{13} & y_{13} & 0 & x_{21} & y_{21} & 4A \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \frac{2A}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{12}^2} & \frac{2}{L_{12}^2} & \frac{1}{L_{12}^2} \\ 0 & \frac{1}{L_{23}^2} & -\frac{1}{L_3^2} \\ -\frac{1}{L_{13}^2} & -\frac{1}{L_{13}^2} & -\frac{2}{L_{13}^2} \end{bmatrix} \quad Q_2 = \frac{2A}{3} \begin{bmatrix} -\frac{2}{L_{12}^2} & -\frac{1}{L_{12}^2} & -\frac{1}{L_{12}^2} \\ \frac{1}{L_{23}^2} & \frac{1}{L_{23}^2} & \frac{2}{L_3^2} \\ -\frac{1}{L_{13}^2} & 0 & \frac{1}{L_{13}^2} \end{bmatrix}$$

$$Q_3 = \frac{2A}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{12}^2} & -\frac{1}{L_{12}^2} & \frac{0}{L_{12}^2} \\ \frac{1}{L_{23}^2} & -\frac{2}{L_{23}^2} & \frac{1}{L_3^2} \\ \frac{2}{L_{13}^2} & \frac{1}{L_{13}^2} & \frac{1}{L_{13}^2} \end{bmatrix}$$

3.7.5 FEMP: elemento piastra per l'elemento triangolare

Come per l'elemento quadrangolare a quattro nodi, anche per l'elemento triangolare a tre nodi è stata utilizzata la formulazione MITC [40] per descrivere il comportamento flessionale dell'elemento.

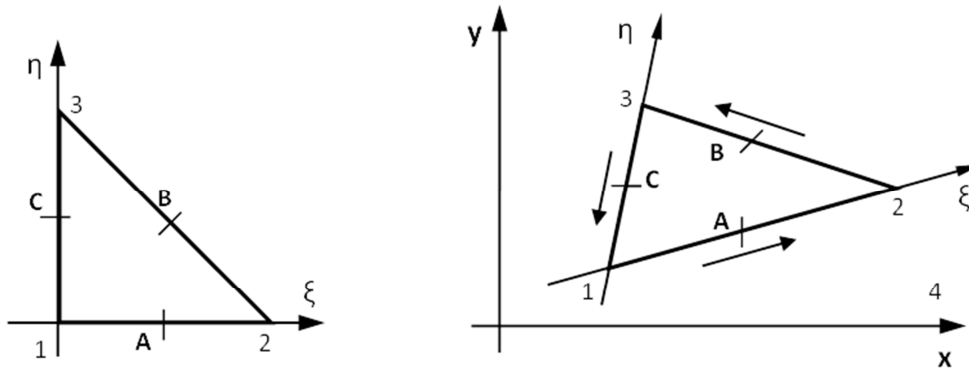


Figura 3-15 Elemento triangolare MITC: coordinate reali e naturali e punti di prova

La matrice di rigidezza (12x12) viene valutata come al solito valutando separatamente i due contributi, ovvero la matrice relativa al taglio e quella relativa alla flessione.

$$K_p = \frac{th^3}{12} \int_A B_b^T \cdot D_b \cdot B_b dA + \lambda \cdot th \int_A B_s^T \cdot D_s \cdot B_s dA$$

Dove K_p è la matrice di rigidezza dell'elemento piastra, D_b e D_s rappresentano le matrici di elasticità rispettivamente per la flessione e per il taglio e λ è il fattore di taglio pari a 5/6. Utilizzando la formulazioni isoparametrica, la matrice D_b contiene le derivate delle funzioni di forma $N_i(\xi, \eta)$ espresse in coordinate naturali dell'elemento: (ξ, η) :

$$B_b = [B_{b1} \quad B_{b2} \quad B_{b3}]$$

$$B_{bi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \forall i = 1, 2, 3$$

Il campo delle deformazione da taglio è determinato da tre condizioni, gli sforzi di taglio valutati nei punti medi di ciascun bordo dell'elemento (punti A, B, in Figura 3-15) che possono essere espresse in termini dei gradi di libertà nodali:

$$\begin{aligned}
 B_s &= Q_{12} \cdot C_{J,T} \cdot T_{\xi,\eta,T} \\
 Q_{12} &= \begin{bmatrix} \sin(\phi_2) & -\sin(\phi_1) \\ -\cos(\phi_2) & \cos(\phi_1) \end{bmatrix} \\
 C_{J,T} &= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{x_{13}^2 + y_{13}^2}}{|J(\xi, \eta)|} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{x_{21}^2 + y_{21}^2}}{|J(\xi, \eta)|} \end{bmatrix} \\
 T_{\xi,\eta,T} &= \begin{bmatrix} -1 & -\frac{y_{21} + y_{32}\xi}{2} & \frac{x_{21} + x_{32}\xi}{2} & 1 & -\frac{y_{21} + y_{13}\xi}{2} & \dots \\ -1 & \frac{y_{13} + y_{32}\eta}{2} & -\frac{x_{13} + x_{32}\eta}{2} & 0 & \frac{y_{13}\eta}{2} & \dots \\ \frac{x_{21} + y_{13}\xi}{2} & 0 & -\frac{y_{21}\xi}{2} & \frac{x_{21}\xi}{2} & & \\ \dots & -\frac{x_{13}\eta}{2} & 1 & \frac{y_{13} + y_{21}\eta}{2} & -\frac{x_{13} + x_{21}\eta}{2} & \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

dove ϕ_1 e ϕ_2 sono gli angoli rispettivamente, tra gli assi ξ e l'asse X, e tra l'asse η e l'asse Y. $|J|$ è lo Jacobiano della trasformazione tra lo spazio naturale e reale dell'elemento. Infine la matrice di rigidezza può essere valutata attraverso le usuali formule di integrazione numerica, utilizzando tre punti di Gauss.

3.8 FEMP: modellazione dei contatti

Nel motore di calcolo FEMP per evitare le compenetrazioni tra le parti, è stato implementato un algoritmo per la meccanica del contatto. Per risolvere le equazioni associate alle coppie di contatto individuate attraverso un approccio nodo su superficie [49]. è stato utilizzato il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Il modello implementato in FEMP per la meccanica del contatto si basa su due ipotesi fondamentali, che derivano dall'assunzione di base di piccolezza degli spostamenti, che risulta particolarmente vera nell'analisi degli assemblaggi di corpi deformabili nel RLW:

- La matrice di rigidezza [K] è costante durante la soluzione iterativa del contatto
- Le coppie di contatto sono valutate una sola volta sul modello indeformato.

La prima ipotesi è verificata in regime di piccolezza degli spostamenti, dove la meccanica del contatto impone degli spostamenti che non modificano in maniera significativa la geometria di partenza, e quindi i valori della matrice di rigidità. Ovviamente nel caso di grandi spostamenti è necessario ricalcolare ad ogni *step* di calcolo la matrice di rigidità, con un incremento notevole dei tempi di calcolo. La seconda ipotesi prevede di valutare le coppie di contatto solo nella fase preliminare, sulla geometria indeformata, mantenendo le coppie di contatto individuate durante tutti gli *step* di calcolo. Anche il vettore normale, potrebbe cambiare durante le iterazione, ma la variazione in regime di piccolezza degli spostamenti risulta essere trascurabile. Inoltre, l'algoritmo implementato non considera l'attrito tra le parti, che viene trascurato, riferendosi al solo contatto normale tra elementi. Tale ipotesi è particolarmente vera nell'analisi degli assemblaggi per il RLW, dove gli spostamenti trasversali tra le parti montate sulla *fixture* di riferimento, sono trascurabili. La prima operazione da compiere è relativa all'identificazione delle coppie di contatto, ovvero è necessario identificare le entità tra cui bisogna verificare la presenza di eventuali compenetrazioni. Relativamente ad una geometria non continua ma discretizzata, esistono sostanzialmente tre metodi per l'identificazione delle coppie di contatto, ovvero: nodo *slave* su nodo *master*, nodo *slave* su superficie *master*, superficie *slave* su superficie *master*. In FEMP, in seguito a considerazioni relative all'accuratezza delle soluzioni e i tempi di calcolo necessari, è stato implementata la discretizzazione relative al nodo su superficie. La procedura per l'identificazione delle coppie di contatto può essere descritta secondo quattro fasi distinte Figura 3-16:

- Bisogna selezionare il componente *slave* e il componente *master* (1) secondo il principio del *mesh density criteria*. Infatti i nodi della parte *slave* (in cui la *mesh* dovrebbe essere più fitta) saranno proiettati sulle superfici della parte *master*.
- Ricerca globale (2): sono valutate le distanze di ciascun nodo *slave* da ciascun nodo *master*. Successivamente la ricerca viene limitata selezionando solo le distanze nodo-nodo inferiori ad un parametro di riferimento D_t .
- Per tutti i nodi *slave* (3), viene selezionato il nodo *master* più vicino, tra tutti quelli che soddisfano il criterio di ricerca globale.
- Infine tra tutti gli elementi connessi al nodo *master* trovato in precedenza (4), viene selezionato l'elemento su cui cade la proiezione del nodo *slave*. Così facendo sono valutate tutte le coppie di contatto possibili tra il componente *slave* e il componente *master*.

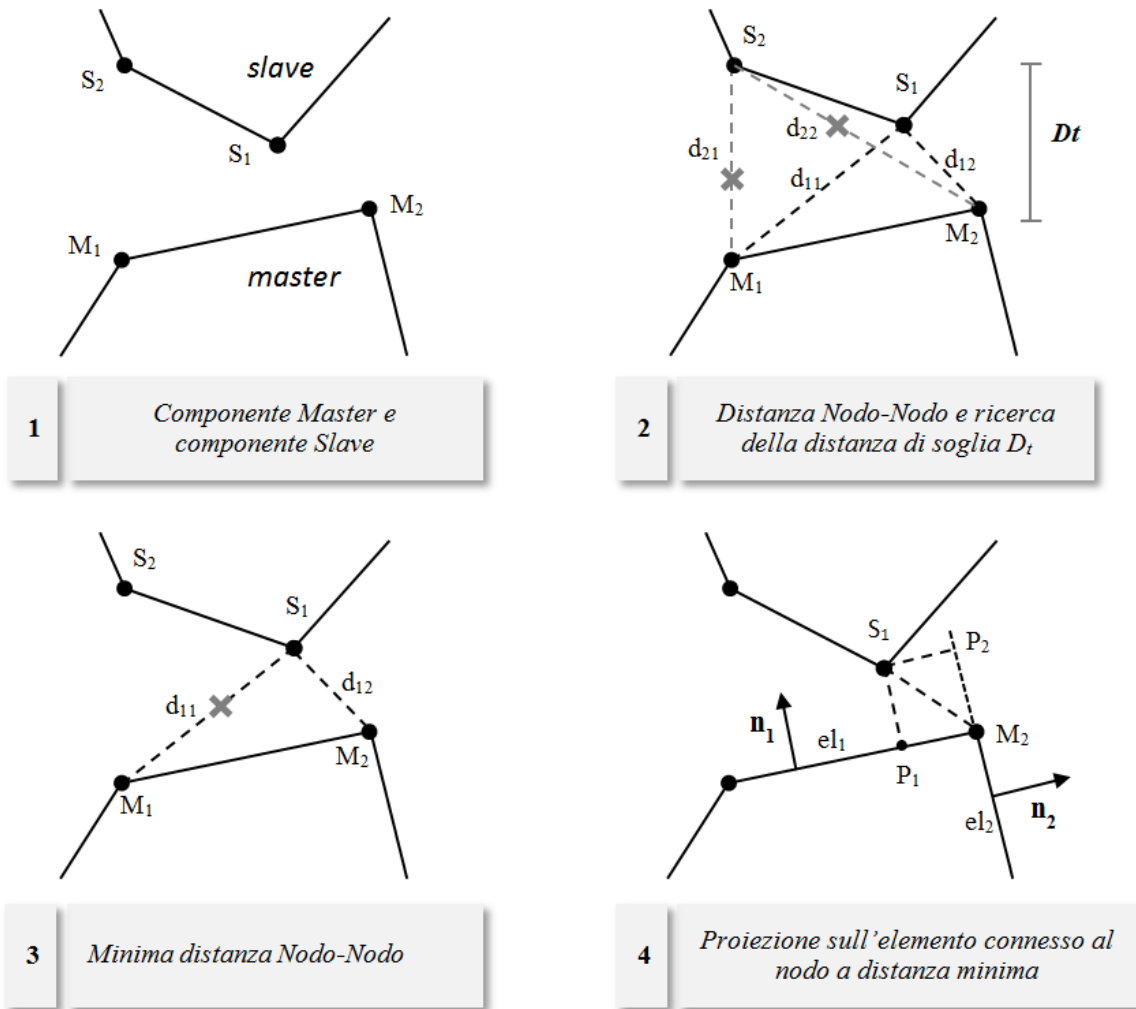


Figura 3-16 Ricerca delle coppie di contatto

Definito l'intero set delle possibili coppie di contatto, vengono identificate le coppie di contatto attive, attraverso una prima analisi agli elementi finiti senza vincoli di contatto. Gli spostamenti nodali, calcolati in questa prima analisi, consentono di ottenere una prima posizione deformata dei corpi, grazie a cui è possibile valutare l'eventuale presenza di compenetrazioni. Le distanze tra i nodi *slave* e le relative proiezioni sulla superficie *master*, possono essere aggiornate relativamente al nuovo posizionamento delle parti:

$$g'_i = (S'_i - P'_i) \cdot \mathbf{n}_i$$

Assumendo che la normale all'elemento non sia cambiata durante la deformazione. Tale espressione può essere scritta in funzione del gap iniziale o nominale g_i e degli spostamenti dei punti:

$$g'_i = g_i + (\mathbf{U}_{S_i} - \mathbf{u}_{P_i}) \cdot \mathbf{n}_i$$

Applicando la condizione di non compenetrazione :

$$g'_i \geq 0$$

è possibile selezionare le coppie di contatto attive. L'identificazione delle coppie di contatto attive non è un'operazione immediata, e richiede notevoli risorse computazionali. Se le posizioni assunte dai nodi *slave* sono subito disponibili dopo l'analisi, essendo contenuto nel vettore degli spostamenti nodali U , le posizioni dei nodi proiettati u_{P_i} generalmente non sono contenute in tale vettore (a meno che la proiezione di un nodo non coincida con un nodo dell'elemento). Per ricavare gli spostamenti di punti interni ad un elemento è necessario interpolare gli spostamenti nodali, utilizzando le funzioni di forma dell'elemento.

$$u_{P_i} = \sum_j N_j(\xi_{P_i}, \eta_{P_i}) U_j$$

Dove (ξ_{P_i}, η_{P_i}) sono le coordinate isoparametriche del punto proiettato nella spazio naturale dell'elemento. E' necessario prima di tutto quindi valutare le posizioni del punto proiettato P_i nel sistema di riferimento naturale conoscendo la posizione del punto nel sistema di riferimento reale:

$$x = \sum N_i(\xi, \eta) X_i \qquad y = \sum N_i(\xi, \eta) Y_i$$

Questa operazione è banale per l'elemento triangolare lineare dove l'interpolazione è basata su funzioni di forma lineare che possono essere invertite facilmente. Per l'elemento quadrangolare lineare l'inversione diventa più complessa in quanto sono state utilizzate funzioni di forma bilineari.

$$N_i = \frac{1}{4} (1 \pm \xi)(1 \pm \eta)$$

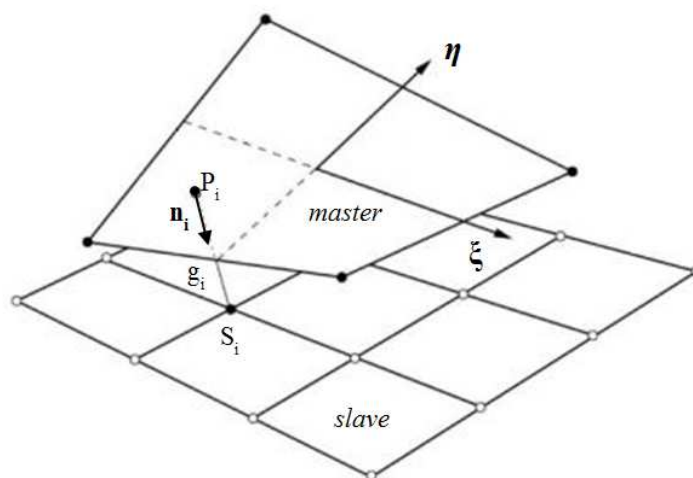


Figura 3-17 Discretizzazione nodo *slave* su superficie *master* [49]

E' possibile scrivere le equazioni di vincolo relative alle coppie di contatto attive, quindi le condizioni di MPC *multiple points constraint* :

$$\left[g_i + \left(\mathbf{U}_{S_i} - \sum_j N_j(\xi_{P_i}, \eta_{P_i}) \mathbf{U}_j \right) \cdot \mathbf{n}_i \right] \geq 0 \quad \text{for } i = 1, \dots, N_{ACP}$$

Dove N_{ACP} rappresenta il set di coppie di contatto attive, la relazione scritta in forma matriciale:

$$\mathbf{g} + [\mathbf{A}] \cdot \mathbf{U} \geq 0$$

Dove la matrice $[\mathbf{A}]$ contiene I coefficienti relative ai vettori normali e alle funzioni di forma. Questi vincoli vengono applicati utilizzando i moltiplicatori di Lagrange, uno per ciascuna coppia di contatto attiva, in modo da produrre una matrice di rigidezza aumentata:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}] & [\mathbf{A}^T] \\ [\mathbf{A}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ -\mathbf{g} \end{Bmatrix}$$

La soluzione di questo sistema lineare consente la valutazione del vettore degli spostamenti nodali \mathbf{U} , e del vettore $\boldsymbol{\lambda}$ dei moltiplicatori di Lagrange, che devono soddisfare la condizione:

$$\lambda_i < 0 \quad \text{for } i = 1, \dots, N_{ACP}$$

Al fine di assicurare una i-esima forza di reazione e non di adesione, e per assicurare che la i-esima coppia di contatto sia effettivamente attiva. Inoltre, per raggiungere la convergenza, si deve verificare che nessuna delle coppie di contatto possibili, che non sono state attivate nell'iterazione precedente, sono in compenetrazione dopo l'iterazione corrente.

3.9 Modellazione di Clamps e Dimple

I *clamps* i *dimple* sono due tipologie particolari di vincoli di contatto (*contact constraint*), che sono stati implementati in FEMP per simulare il processo di assemblaggio delle parti nella saldatura laser remota. I *clamps* i *dimple* sono stati modellati come vincoli unilaterali, in quanto fisicamente bloccano gli spostamenti lungo una sola direzione, rispettivamente lungo la normale del *clamps* e lungo la normale alla superficie del *dimple*.

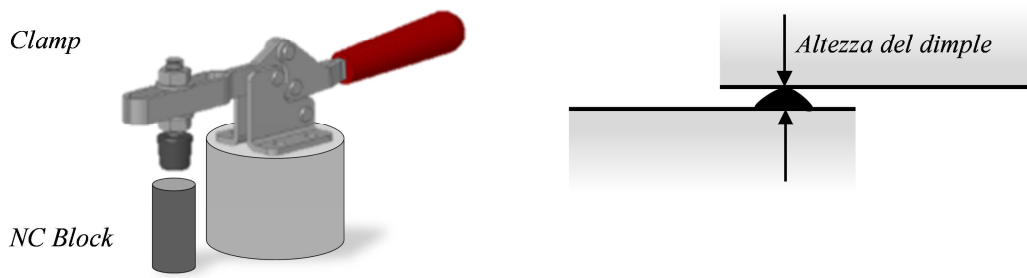


Figura 3-18 Clamps e Dimple

➤ CLAMPS

I *clamps* generalmente sono associati ad un *NC-block* quindi globalmente il loro comportamento può essere considerato come un vincolo unilaterale doppio, e quindi riassumendo entrambe gli spostamenti, lungo la direzione positiva e negativa delle normale al *clamp*, risultano bloccati. In FEMP i *clamps* sono definiti relativamente ad un punto di vincolo $P_0(x,y,z)$, e due vettori normali opposti tra loro relativi alla normale alla superficie del componente slave \mathbf{n}_S , e alla normale alla superficie del componente master \mathbf{n}_M . Il punto P_0 viene proiettato sulle superfici master e slave lungo le normali assegnate, individuando i punti di proiezione P_S e P_M Figura 3-19. E' possibile quindi valutare il gap, ovvero la distanza tra il punto P_0 e le proiezioni sulle superfici lungo le normali assegnate:

$$\begin{aligned} g_S &= (P_S - P_0) \cdot \mathbf{n}_S \\ g_M &= (P_M - P_0) \cdot \mathbf{n}_M \end{aligned}$$

Devono essere aggiunte due equazioni, MPCs (*multi point constraints*), per soddisfare le condizioni di bloccaggio imposte dal *clamps*. In particolare, vengono imposti gli spostamenti (u_S e u_M) dei punti proiettati P_S e P_M lungo le rispettive normali assegnate, per annullare la distanza dal punto di vincolo, ovvero per assicurare il contatto tra la superficie del *clamps* e le superfici dei due elementi master e slave. Gli spostamenti imposti sono ricavati dalla relazione:

$$\begin{cases} g_S + u_S \cdot \mathbf{n}_S = 0 \\ g_M + u_M \cdot \mathbf{n}_M = 0 \end{cases}$$

Le proiezioni del punto P_0 sono relative a punti generici della *mesh*, non necessariamente nodi, quindi è necessario interpolare gli spostamenti sui relativi elementi. Inoltre, ai due punti ottenuti dalle proiezioni sulla superficie master e sulla superficie slave Figura 3-19, viene imposto uno spostamento che porta le posizioni dei due punti a coincidere con la posizione P_0 . In tale posizione ovviamente i punti sono a contatto, attivando una *contact pair*.

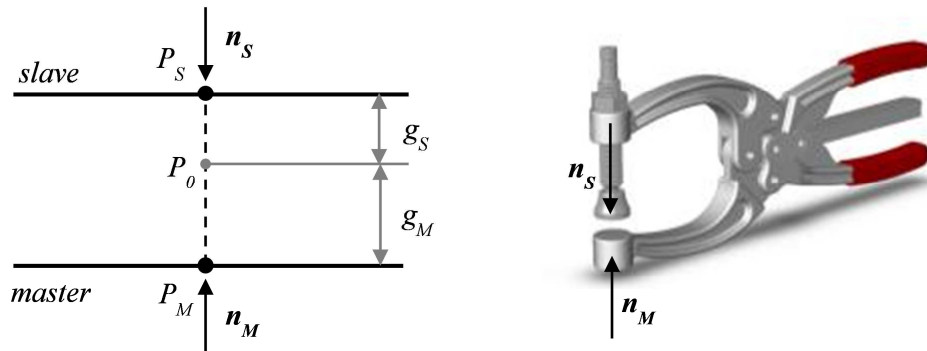


Figura 3-19 Clamps: proiezione del punto di vincolo e gap iniziale

Fisicamente i *clamps* non sono dei vincoli puntuali, ma agiscono su un'area relativa alle dimensioni della zona di contatto tra *clamps* e parte da assemblare. Dal punto di vista della simulazione numerica, sono state testati diversi modelli per simulare correttamente l'area di contatto. Sono stati utilizzati più MPCs posizionati nel centro e nei vertici del cerchio che approssima l'area di contatto del *clamps*, quando questa risulta essere circolare, o nei punti medi dei lati e all'intersezione delle diagonali per *clamps* di forma rettangolare. Le differenze dal punto di vista dell'accuratezza dei risultati sono veramente minime, la differenza tra il gap misurato tra le parti è irrilevante. Di contro però, dal punto di vista computazionale, vi è una forte aggiunta di vincoli e di equazioni da soddisfare, relative alle nuove *contact pair* attive, che allungano notevolmente il numero di step di convergenza per l'algoritmo di risoluzione dei contatti.

➤ *DIMPLE*

In questo caso l'approssimazione numerica, relativa alla modellazione del vincolo puntuale, rispecchia perfettamente il comportamento fisico e le caratteristiche del *dimple*. Questi sono implementati grazie ad una coppia di contatto opportunamente modificata, identificata dal punto P_0 e dall'altezza del *dimple* stesso Figura 3-20. Il *dimple* è applicato su una superficie, selezionata come master, il punto viene proiettato su tale superficie attraverso la ricerca della superficie di contatto (*contact search*) precedentemente presentato. Vengono così individuate la posizione del punto proiettato P_D , e la normale all'elemento n_s . A questo punto è possibile individuare la proiezione del punto P_0 sulla superficie slave P_S , ed è possibile valutare il gap iniziale tra le parti, ovvero tra i due punti proiettati:

$$g_0 = (P_S - P_D) \cdot n_{DF}$$

Il gap utilizzato nell'equazione di vincolo viene valutato al netto dell'altezza del *dimple*:

$$g_D = g_0 - dh$$

Se le posizioni dei nodi P_D e P_S saranno inferiori all'altezza del *dimple* dh , la coppia di contatto viene attivata imponendo la condizione:

$$g_D + (u_S - u_D) \cdot \mathbf{n}_D = 0$$

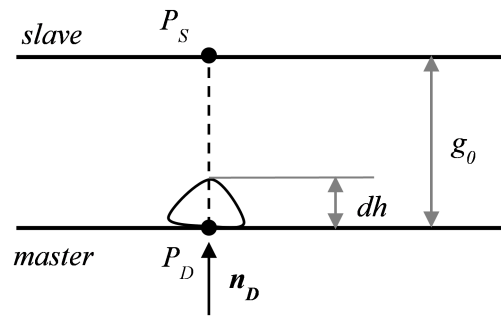


Figura 3-20 Dimple proiezione del punto, altezza e gap iniziale

3.10 Implementazione del motore di calcolo FEMP

L'intera formulazione fin qui presentata è stata implementata in un codice di calcolo. Le *routin* di calcolo sono basate essenzialmente su una architettura realizzata in ambiente MatLAB. Successivamente le funzioni a maggiore *time consuming* sono state realizzate e integrate in MatLAB attraverso delle *routines* scritte in MEX-C++ per ridurre in maniera considerevole i tempi di calcolo. La risoluzione dei sistemi lineari utilizza il solutore sparse UMFPACK (<http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack/>) sviluppato da T. Davies, che sfrutta i vantaggi offerti dai processori multi-core e dalle piattaforme x64. Per una trattazione completa dell'implementazione numerica e dei modelli implementati rimandiamo a [50] [51], non allegate per motivi di riservatezza legati al progetto europeo *RLW-Navigator*..

4 Validazione e verifica del motore di calcolo

La simulazione virtuale dei sistemi fisici attraverso modelli matematici implementati al calcolatore ha interessato negli ultimi decenni molteplici campi della ricerca e dell'analisi dei sistemi ingegneristici. In campo ingegneristico il *virtual testing* e il *virtual prototyping* sono utilizzati con successo da anni nei settori più disparati, dalla simulazione dei sistemi di produzione alle verifiche strutturali e fluidodinamiche, con grandi vantaggi dal punto di vista dei costi e dei tempi di sviluppo. L'utilizzo di tali software di simulazione, che in ogni caso rappresentano dei modelli approssimati di un fenomeno fisico, richiede sia agli utilizzatori finali che agli sviluppatori di conoscere il grado di approssimazione del modello e della simulazione rispetto alla realtà fisica del problema. La verifica e la validazione (V&V *verification and validation*) di un codice di calcolo sono il metodo principale per stimare il grado di accuratezza di uno strumento di simulazione [52].

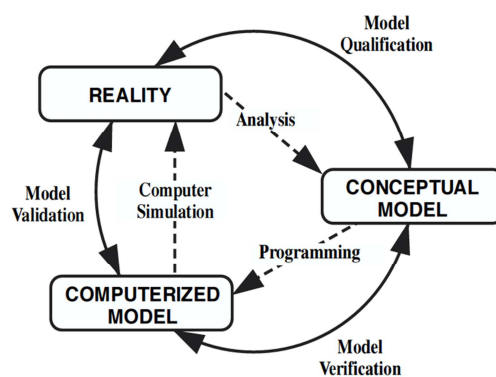


Figura 4-1 Verifica e validazione [52]

- Verifica è la valutazione dell'accuratezza del modello implementato rispetto al modello matematico. In pratica viene valutata la correttezza dell'implementazione numerica, e quindi dell'algoritmo, rispetto al modello matematico teorico.
- Validazione è la valutazione dell'accuratezza del modello implementato rispetto ai dati sperimentali, ovvero viene validato rispetto al fenomeno fisico reale e misurabile, e non rispetto al modello matematico che lo rappresenta

Il motore di calcolo FEMP, e quindi i modelli matematici implementati nel codice di calcolo, e gli strumenti utilizzati per simulare gli elementi caratteristici della tecnologia del RLW, sono stati verificati e validati. In particolare Figura 4-1, per la fase di verifica sono stati utilizzati i *test case* presenti in letteratura e sviluppati nel corso dei decenni, proprio per testare gli elementi strutturali rispetto alle criticità presenti nei modelli matematici, e nelle implementazioni numeriche. Per la fase di validazione è stato realizzato un prototipo sperimentale di fixture attraverso il quale è stato possibile simulare la fase di assemblaggio e contestualmente, mediante strumenti ottici, ottenere delle misure sperimentali, in modo da comparare i risultati dell'analisi virtuale con quelli del fenomeno fisico reale.

4.1 Verifica del motore di calcolo FEMP

Come analizzato in precedenza, nel corso degli anni sono stati sviluppati modelli sempre più raffinati di elementi Shell, e di tipologie di elementi finiti in genere, parallelamente sono stati sviluppati una serie di test per verificare i risultati ottenuti. Relativamente alle analisi nel campo elastico lineare, MacNeal e Harder [53] hanno presentato un set di *test-case* in cui sono stati presi in considerazione i diversi fattori che influiscono sull'accuratezza di un modello di elemento finito. In seguito NAFEMS (<http://www.nafems.org/> National Agency for Finite Element Method and Standard) ha pubblicato una serie ulteriore di test per la valutazione delle performance dei modelli proposti. In particolare sono stati analizzati i problemi relativi al fenomeno del *locking* e la sensibilità degli elementi alle distorsioni delle *mesh*. La

Tabella 4-1 presenta i test utilizzati per valutare le performance di FEMP.

Descrizione		ID	Riferimento	Soluzione Ref.	Feature
Straight Cantilever Beam	Out-of-plane	1	MacNeal and Harder [53] White and Abel [54]	w = -0.4321	Distorsione della mesh nel piano
	In-plane	2		v = -0.1081	
	Twist	3		w = 3.208E-4	
Curved Cantilever Beam	In-plane	4		v = -0.08734	Shear locking
	Out-of-plane	5		w = -0.5022	Shear Locking
Scordelis-Lo Roof		6	Scordelis and Lo [55] MacNeal and Harder [53] White and Abel [54]	v = 0.3086	Accoppiamento dello stato membranale e flessionale
Pinched Cylinder		7	Belytschko et al. [56] White and Abel [54]	v = -1.8248E-06	
Hemispherical Shell		8	MacNeal and Harder [53] White and Abel [54]	w = 0.094	General locking superfici doppiamente curve
Pre-twisted Cantilever Beam	In-plane	9	Gruttmann and Wagner [57]	w = -1.384	Distorsione della Mesh fuori piano (warping)
	Out-of-plane	10		v = 0.343	

Tabella 4-1 Test-case analizzati

Tutte le soluzioni analizzate sono state normalizzate rispetto alla soluzione di riferimento, u , v , w e α , β , γ rappresentano rispettivamente i gradi di libertà traslazionali e rotazionali lungo ed intorno alle direzioni X Y Z.

4.1.1 Panoramica sugli elementi *shell* nei software commerciali

Nel seguito verranno presentati i risultati dei test-case proposti in letteratura, eseguiti utilizzando come solutore FEMP e comparando i risultati ottenuti con 3 software FEM commerciali ABAQUS®, ANSYS® and COMSOL®. Nella

Tabella 4-2 le versioni dei software utilizzati, e le tipologie di elementi Quad e Tria utilizzati.

Software	Versione	Elementi	Elementi
		QUAD	TRIA
ABAQUS	6.10	S4	S3
ANSYS	11.0	SHELL63	SHELL63
COMSOL	4.1	MITC4	MITC3

Tabella 4-2 Software utilizzati: versione e tipologia di elementi

Segue una breve descrizione degli elementi utilizzati nei tre software di calcolo commerciali.

4.1.1.1 Elementi *shell* in ABAQUS

Gli elementi S3 ed S4 appartengono alla libreria *general-purpose element* di ABAQUS e risultano essere adatti per l'analisi di strutture *shell* sia a parete spessa che sottile. Inoltre la loro formulazione *finite-strain* (tensioni-finite) consente di ottenere buoni risultati anche in presenza di grandi deformazioni. L'elemento S4 è un elemento *shell* a 4 nodi con integrazione completa per quanto riguarda il comportamento membranale. L'utilizzo dell'integrazione completa garantisce all'elemento di non subire moti di deformazione ad energia nulla, il che consente di non utilizzare ulteriori metodi di stabilizzazione. Per evitare il fenomeno dello *shear-locking* è stato implementato il modello MITC proposto in [24]. L'elemento S4 utilizza una formulazione standard per il calcolo delle rigidezze flessionali, mentre per le rigidezze membranali, è stato adottato uno

schema modificato con controllo sul restante grado di libertà rotazionale γ (*drill rotation*). L'elemento a tre nodi S3 è ottenuto da una degenerazione di un elemento a quattro nodi in un elemento *shell* a tre nodi.

4.1.1.2 Elementi *shell* in ANSYS

L'elemento SHELL63 è un elemento *shell* 3D a quattro nodi, con integrazione completa sia per il comportamento membranale che flessionale [58]. L'elemento possiede sei gradi di libertà per ogni nodo, inoltre formulazione adottata consente di analizzare le grandi deformazioni e l'irrigidimento causato dal proprio stato di tensione. L'elemento SHELL63 di *default* usa funzioni di forma senza considerare la deformazione da taglio ma con l'utilizzo di funzioni di forma supplementari (chiamate anche *extra shape function* o funzioni non conformi o gerarchiche in [59]). Per risolvere i problemi di instabilità numerica dovuti al fenomeno del *locking*, viene aggiunta una piccola rigidità relativa al grado di libertà rotazionale γ (*drill rotation*). Tale approccio è ricavata da [39]. L'elemento a tre nodi SHELL63 è ottenuto dalla degenerazione dell'elemento a quattro nodi in uno a tre nodi.

4.1.1.3 Elementi *shell* in COMSOL

L'elemento *Shell* in COMSOL si basa sulla teoria della piastra di Mindlin-Reissner. La formulazione utilizzata consente di valutare gli spostamenti anche in regimi di grandi deformazioni, e può essere utilizzata sia per le *shell* sottili che spesse. La formulazione *Shell* adottato in COMSOL si basa essenzialmente sul modello MITC proposto in [32]. Sia gli elementi QUAD a quattro nodi che i TRIA a tre nodi, presentano 5 gradi di libertà in quanto il grado di libertà rotazionale γ (*drill rotation*) non considerato.

4.1.2 Verifica del motore di calcolo FEMP: analisi elastico-lineare

Segue una breva panoramica dei test-case eseguiti per la validazione del motore di calcolo FEMP. Una trattazione completa ed esaustiva viene presentata in [60] [61].

4.1.2.1 Straight Cantilever Beam

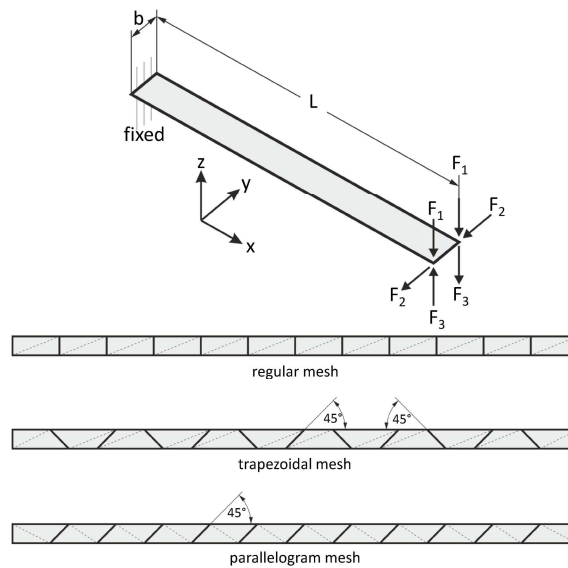


Figura 4-2 Straight cantilever beam test ($L=6.0$; $b=0.2$; Spessore=0.1; $E=1.0E7$; $\nu = 0.3$; $F_1=F_2=F_3=0.5$) [53]

Anche se la trave a sbalzo diritta sembrerebbe essere un semplice test

Figura 4-2, è possibile analizzare mediante tale test, tutti i problemi principali che si incontrano nell'analisi strutturale di elementi finiti *shell* (flessione, taglio e torsione). I carichi sono applicati ai due vertici del bordo libero. Le *mesh* QUAD analizzate (regolari, trapezoidali e parallelogrammi) sono descritte nella

Figura 4-2, la *mesh* costituita da elementi TRIA è stata ottenuta dividendo il relativo elemento QUAD lungo il lato diagonale (linea tratteggiata in

Figura 4-2). Per valutare la sensibilità dell'elemento alla distorsione della *mesh*, sono state analizzate tre diverse condizioni di carico:

- Carico F_1 : deformazioni fuori dal piano dell'elemento causate dalla flessione della trave, i risultati mostrano il comportamento delle deformazioni fuori dal piano per le diverse tipologie di *mesh* proposte.
- Carico F_2 : deformazioni nel piano dell'elemento causate da un carico unitario diretto lungo l'asse trasversale della trave, che comporta deformazioni da taglio e flessione. Questa condizioni di carico consente di valutare la sensibilità dell'elemento al fenomeno del *locking* e alle distorsioni della *mesh*.

- Carico F_3 : twist, vengono valutate le deformazioni in presenza di distorsioni della *mesh*. Il momento torcente è generato da due forze uguali ed opposte applicate all'estremità della trave.

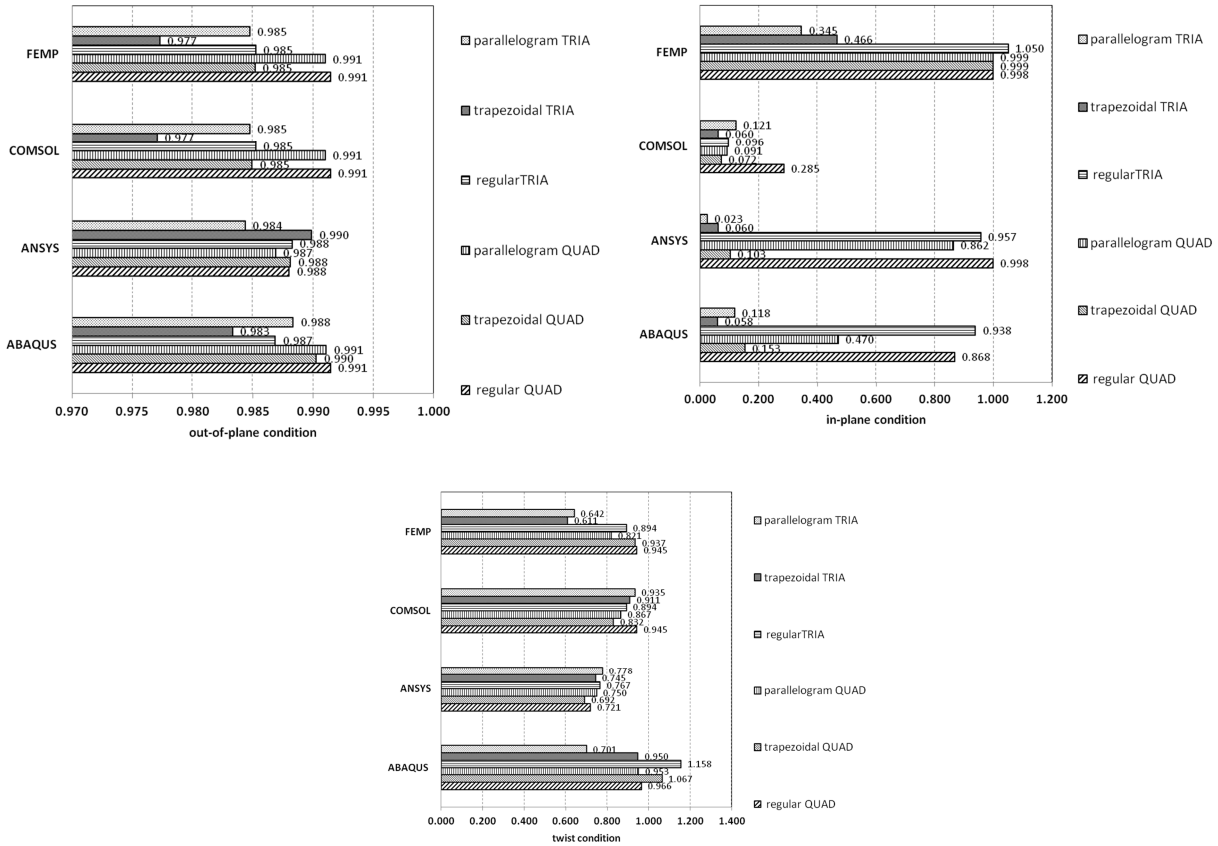


Figura 4-3 Risultati dell'analisi relativa allo Straight cantilever beam test [61]

La Figura 4-3 riporta gli spostamenti normalizzati nel punto di applicazione dei carichi, lungo la direzione di applicazione del carico. Gli elementi QUAD di FEMP presentano un comportamento regolare anche in presenza di *mesh* distorte. Gli elementi Tria, come atteso, presentano una rigidità troppo alta e convergono alla soluzione analitica di riferimento molto lentamente.

4.1.2.2 Scordelis-Lo roof test

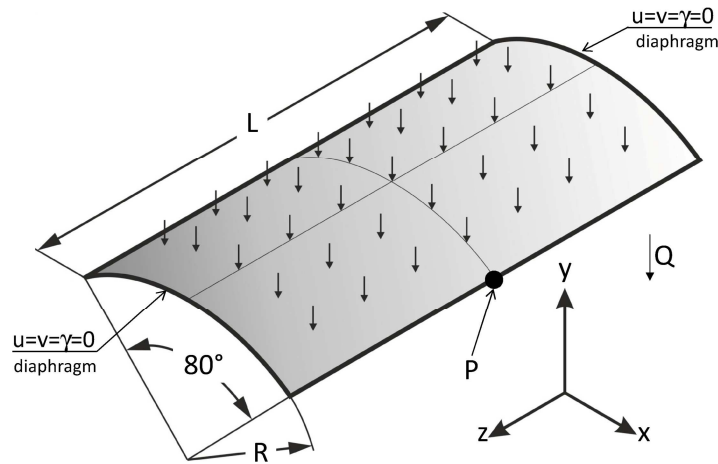


Figura 4-4 Scordelis-Lo roof test (R=25.0; L=50.0; Spessore=0.25; E=4.28E8; ν = 0.0; Q=90.0) [55]

Questo test , rappresenta un tetto a botte sottoposto al carico derivante dal proprio peso, originariamente è stato proposto in [55] nel 1964, e viene ancora oggi utilizzato avendo ricevuto lo status di test standard. Le condizione al contorno, ed in particolare l'assenza di vincoli sui bordi lungo la direzione Z, garantisce la non comparsa del fenomeno del *locking* membranale. Per l'analisi comparativa è stato misurato lo spostamento lungo l'asse Y del punto P. Come si può vedere in

Figura 4-5, gli elementi QUAD risultano essere molto più efficiente degli elementi TRIA. Inoltre, quando si utilizzano gli elementi QUAD, non si verifica il fenomeno del *locking* in quanto i valori di simulazione convergono alla soluzione di riferimento normalizzata subito dopo il primo affinamento della *mesh* ("QUAD 8x8" in

Figura 4-5).

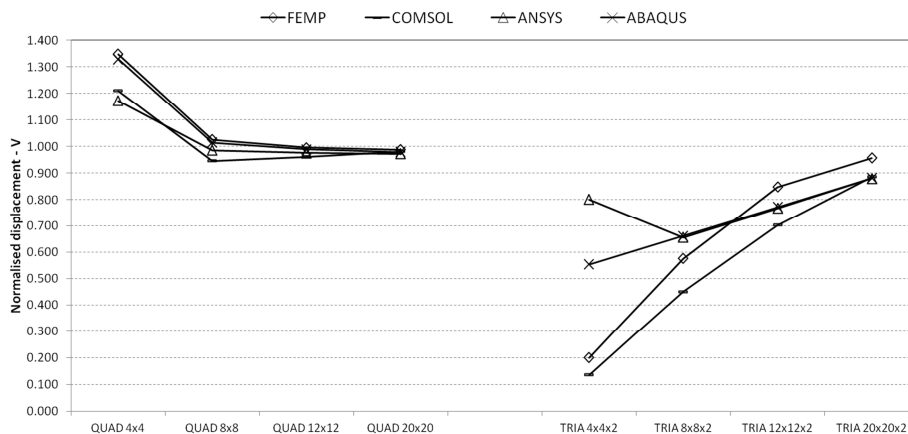


Figura 4-5 Scordelis-Lo Roof Risultati degli spostamenti normalizzati nel punto P [61]

4.1.2.3 Pinched cylinder test

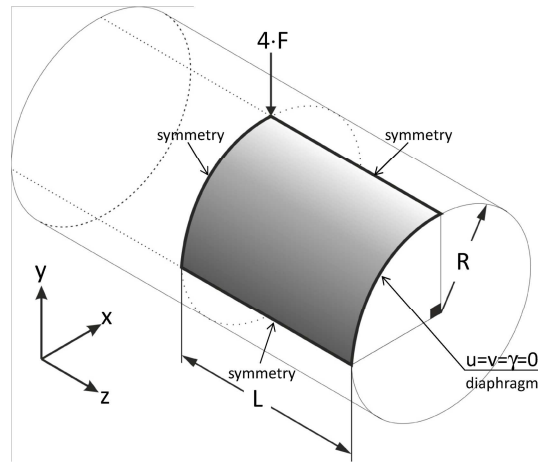


Figura 4-6 Pinched cylinder test (R=300.0; L=300.0; Spessore=3.0; E=30.0E6; ν = 0.3; F=0.25) [56]

Il pinched cylinder è uno dei test più severi per verificare la capacità degli elementi di descrivere uno stato di tensione complesso caratterizzato da flessione e sforzi membranali Figura 4-6. È costituito da un cilindro i cui diaframmi finali sono vincolati ($u = v = \gamma = 0$), e caricato con due forze opposte, che provocano un accoppiamento tra la deformazione flessionale e membranale. La flessione è presente solo nelle zone vicine al punto di applicazione del carico, mentre gli effetti membranali sono presenti lontano dai bordi del cilindro. Data la simmetria del problema, solo un ottavo del cilindro è stato modellato e sono stati applicati dei vincoli di simmetria opportuni sui bordi liberi (lo stesso numero di elementi è stato assegnato per ogni lato). Gli spostamenti sono stati calcolati relativamente al punto di applicazione del carico lungo la direzione della forza applicata. I risultati dell'analisi sono riportati in Figura 4-7, e dimostrano una certa variabilità sia dei risultati sia della velocità di convergenza dei diversi modelli alla soluzione analitica.

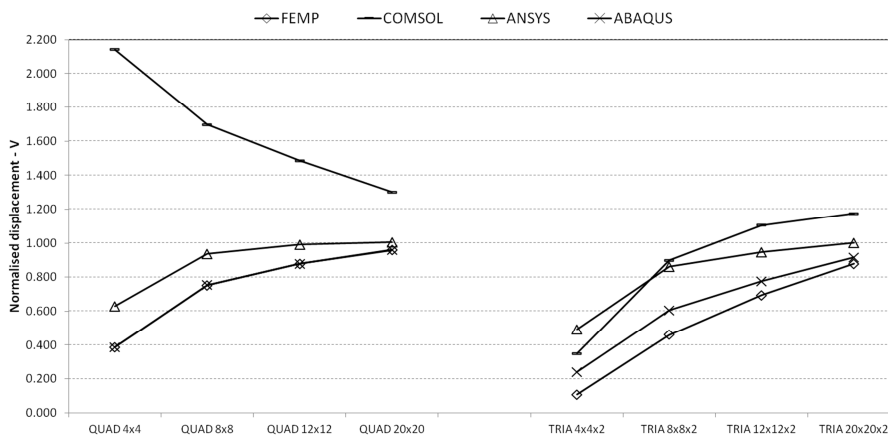


Figura 4-7 Pinched cylinder -risultati [61]

4.1.2.4 Pre-twisted beam test

La *pre-twisted beam*, ovvero la trave con torsione di

Figura 4-8, è ottenuta attraverso uno *sweep* costante di una linea lungo l'asse della trave e una torsione costante della stessa da 0° a 90° intorno all'asse della trave. La doppia curvatura della trave distorce severamente la *mesh* costruita sulla geometria in esame, in particolare gli elementi saranno affetti da *warping*, inoltre saranno presenti effetti di accoppiamento tra deformazioni membranali e flessionali. Sono stata analizzata due condizioni di carico

Figura 4-8, la prima (carico F_1) genera delle deformazioni nel piano, la seconda (carico F_2) genera delle deformazioni fuori dal piano dell'elemento.

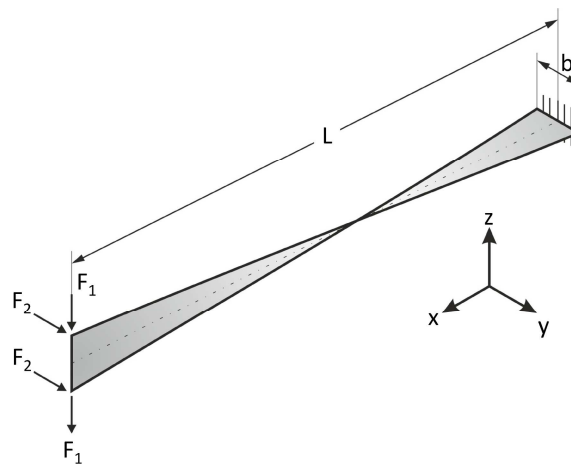


Figura 4-8 Pre-twisted beam test ($L=12.0$; $b=1.1$; $E=29E6$; $\nu = 0.22$; $F_1=F_2=0.5$) [57]

Per verificare la sensibilità dell'elemento *shell* allo spessore, sono stati analizzate due configurazioni una sottile ed una tozza, con spessori pari a 0,005 e 0,32. Gli spostamenti sono stati calcolati nei punti di applicazione dei carichi e lungo la direzione della forza. La *mesh* costituita da elementi QUAD è stata infittita progressivamente passando da 6 a 48 elementi lungo la direzione longitudinale, e passando da 1 a 8 lungo la direzione trasversale. La Figura 4-9, Figura 4-10, Figura 4-11, Figura 4-12 riassumono gli spostamenti normalizzati rispetto alla soluzione di riferimento nelle varie condizioni di carico e spessore.

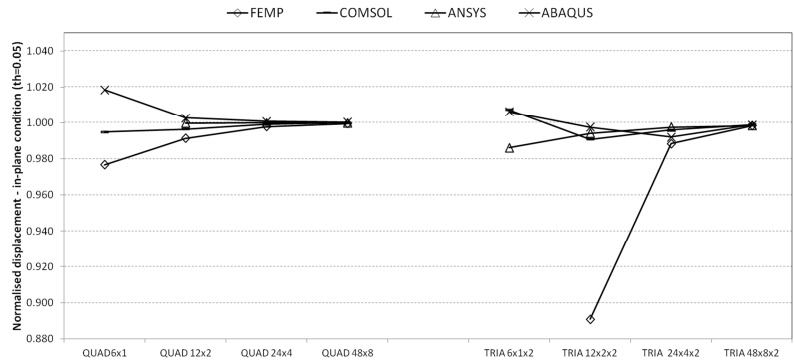


Figura 4-9 Pre-twisted beam results - in-plane condition (thickness=0.05) [61]

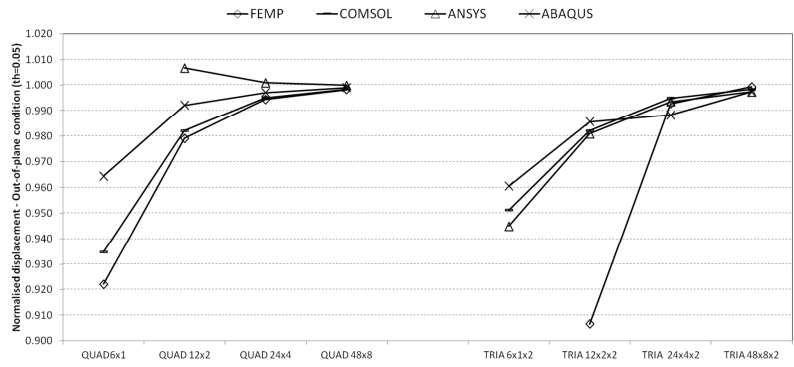


Figura 4-10 Pre-twisted beam results - out-of-plane condition (thickness=0.05) [61]

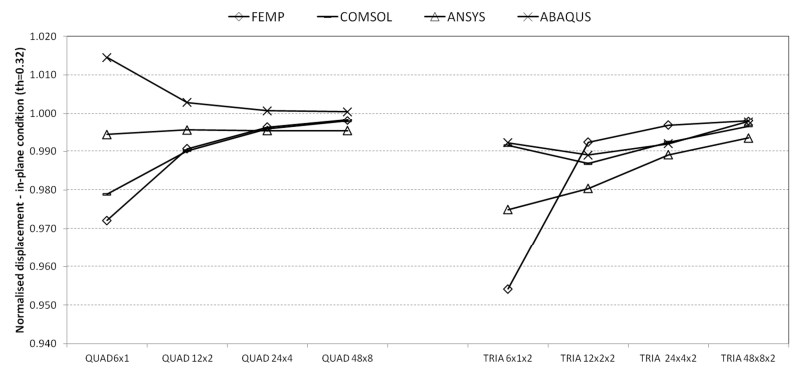


Figura 4-11 Pre-twisted beam results - in-plane condition (thickness=0.32 mm) [61]

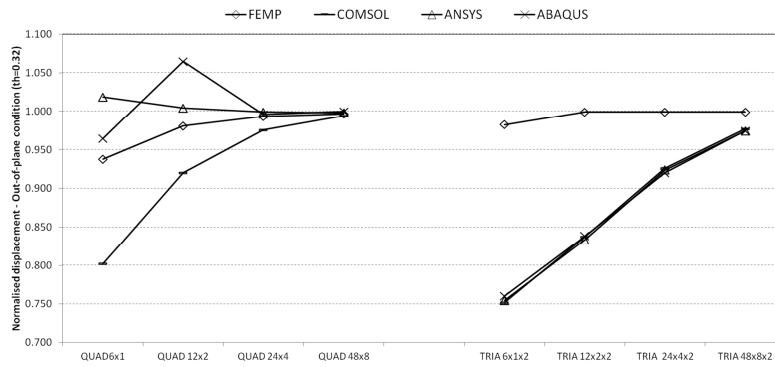


Figura 4-12 Pre-twisted beam results - out-of-plane condition (thickness=0.32 mm) [61]

Come è possibile osservare dalle Figura 4-9 Figura 4-10 Figura 4-11 Figura 4-12 i risultati sono insoddisfacenti sia nei software commerciali che in FEMP quando è presente un elevato *warping* ovvero quando la *mesh* risulta essere non molto fitta. Quindi viene evidenziata la sensibilità dell’elemento verso tale tipologia distorsioni, evidenziando la necessita di ricorrere a *mesh* sufficientemente fitte, in modo da averi valori bassi di *warping* che garantisco risultati corretti.

4.1.2.5 Risultati dei test-case analizzati

I risultati dei test proposti sono stati riassunti e quantificati secondo dei gradi corrispondenti a delle percentuali di errore [53], rispetto alle soluzioni di riferimento, riportati in Tabella 4-3.

Grado	Percentuale di errore
A	errore < 5%
B	5% ≤ errore < 15%
C	15% ≤ errore < 30%
D	30% ≤ errore < 50%
E	errore > 50%

Tabella 4-3 Gradi e relative percentuali di errore [53]

Nei casi in cui sono state testate differenti *mesh* da una più larga ad una più fitta, i gradi di riferimento saranno quelli relativi alla *mesh* più fitta utilizzata nel test. La Tabella 4-4 e Tabella 4-5 riassumono i risultati dei test di comparazione. Quando più di un test contribuisce agli stessi criteri

di confronto, è stato calcolato il voto medio. Ad esempio Tabella 4-4, i test 1-2-3-6 contribuiscono a calcolare l'effetto delle distorsioni della *mesh* nel piano dell'elemento, quindi è stato valutato l'errore medio tra i 4 test proposti. L'errore è stato sempre valutato rispetto alle soluzioni di riferimento proposte in Tabella 4-1.

Elementi QUAD					
Comparison Criteria	Test ID	Grado			
		ABAQUS	ANSYS	COMSOL	FEMP
In-plane mesh distortion	1	A	A	A	A
	2	D	C	E	A
	3	A	C	B	B
	6	A	A	A	A
Membrane and in-plane shear locking	4	A	A	A	A
Transverse shear locking	5	A	B	A	A
Complex membrane state	7	A	A	A	A
Membrane-bending coupling	8	A	A	D	A
General locking in double-curved surface	9	A	A	C	A
Out-of-plane mesh distortion (warping)	10	A	A	A	A
	11	A	A	A	A
	12	A	A	A	A
	13	A	A	A	A
			A	A	A

Tabella 4-4 Risultati del test di comparazione per gli elementi QUAD [61]

Elementi TRIA					
Comparison Criteria	Test ID	Grade			
		ABAQUS	ANSYS	COMSOL	FEMP
In-plane mesh distortion	1	A	A	A	A
	2	D	D	E	D
	3	C	C	B	C
	6	B	A	B	A
			C	B	C
Membrane and in-plane shear locking	4	C	C	C	A
Transverse shear locking	5	A	B	A	A
Complex membrane state	7	B	B	B	A
Membrane-bending coupling	8	B	A	C	B
General locking in double-curved surface	9	A	A	D	D
Out-of-plane mesh distortion (warping)	10	A	A	A	A
	11	A	A	A	A
	12	A	A	A	A
	13	A	A	A	A
			A	A	A

Tabella 4-5 Risultati del test di comparazione per gli elementi TRIA [61]

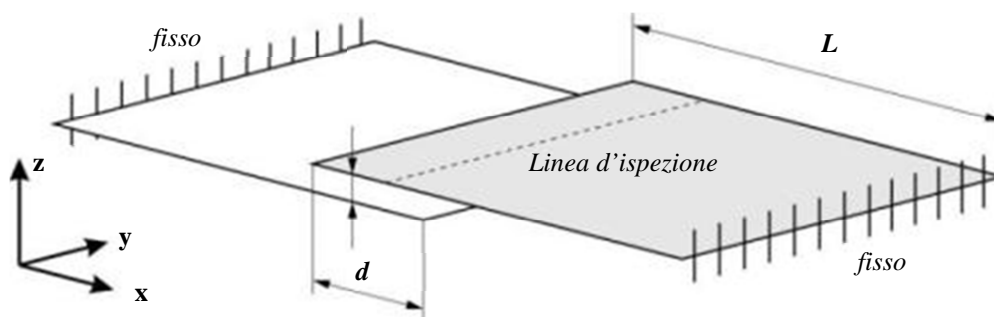
Gli elementi QUAD mostrano prestazioni superiori rispetto a quelle degli elementi TRIA. Più in particolare, gli elementi TRIA sono meno efficienti per geometrie piane con *mesh* distorte. Questo risultato suggerisce che la migliore efficienza, può essere conseguita quando si lavora su geometrie complesse adottando delle *mesh* in cui gli elementi QUAD risultano essere in numero molto maggiore rispetto agli elementi TRIA. Dal confronto delle prestazioni degli elementi QUAD tra i vari software proposti, si può affermare che l'elemento *shell* QUAD di FEMP offre la massima efficienza. Infatti, i suoi errori percentuali presentano dei valori superiori al 5% molto raramente, anche con *mesh* molto grossolane. L'elemento QUAD di ANSYS funziona bene ed i risultati sono paragonabili a quelli di ABAQUS. L'elemento QUAD di COMSOL mostra buoni risultati per le deformazioni da flessione, e se gli stati di deformazione non sono accoppiati. Questa debolezza può essere attribuita al grado di libertà rotazionale mancante γ (*drill rotation*).

4.1.2.6 Verifica dell'algoritmo per la risoluzione dei contatti

Il codice di calcolo FEMP è stato verificato anche per quanto riguarda la simulazione dei contatti. Purtroppo i *test case* sviluppati in letteratura (si veda ad esempio NAFEMS <http://www.nafems.org/>

National Agency for Finite Element Method and Standard), riguardano geometrie bidimensionali con problematiche inerenti a stati di deformazione piana, e come parametro discriminante per la verifica delle soluzioni viene in genere selezionata la pressione di contatto tra le parti. Il software FEMP e in particolare le applicazioni per le quali è stato concepito, riguardano geometrie tridimensionali, modellate con elementi *shell*, in cui il parametro d'interesse è il gap che si viene a creare tra le parti. Per verificare la correttezza dell'algorithmo di contatto implementato in FEMP, sono stati proposti alcuni *test-case*, il gap tra le parti è stato selezionato come parametro discriminante, e le soluzioni sono state confrontate con quelle ottenute utilizzando il codice commerciale ABAQUS, che è ampiamente riconosciuto a livello accademico come il miglior programma di FEA per la meccanica del contatto. Ovviamente le analisi sono state condotte a parità di condizioni, ovvero è stata utilizzata la stessa *mesh*, e lo stesso metodo di discretizzazione per il contatto ovvero "nodo su superficie". E' stata analizzata una geometria molto semplice costituita da due piani parzialmente sovrapposti, le condizioni al contorno, vincoli, carichi e materiali utilizzati sono presenti in

Figura 4-13. In particolare il gap iniziale tra le parti è pari ad un millimetro, e il piano superiore è stato caricato con un carico distribuito su tutta la superficie.



Young 210E3 MPa Poisson ratio 0.3 Spessore 1 mm L = 100 mm d = 10 mm	Constraints Estremità fisse	Load Carico distribuito DoFs: lungo la direzione Z Valore: -0,005 MPa
	gap iniziale 1 mm	
	Contact Pair: piano in basso (master) – piano in alto (slave)	

Figura 4-13 Verifica dei contatti mediante due piani: geometrie e condizioni al contorno

Il parametro discriminante per verificare la correttezza dei risultati, come già anticipato, è il gap che si instaura tra le parti, e che viene misurato campionando 101 punti lungo la linea d'ispezione di Figura 4-13 a valle dell'analisi. I risultati riportati in

Figura 4-14 mostrano un'ottima corrispondenza dei risultati tra FEMP ed ABAQUS, l'errore massimo

risulta essere inferiore al 1%.

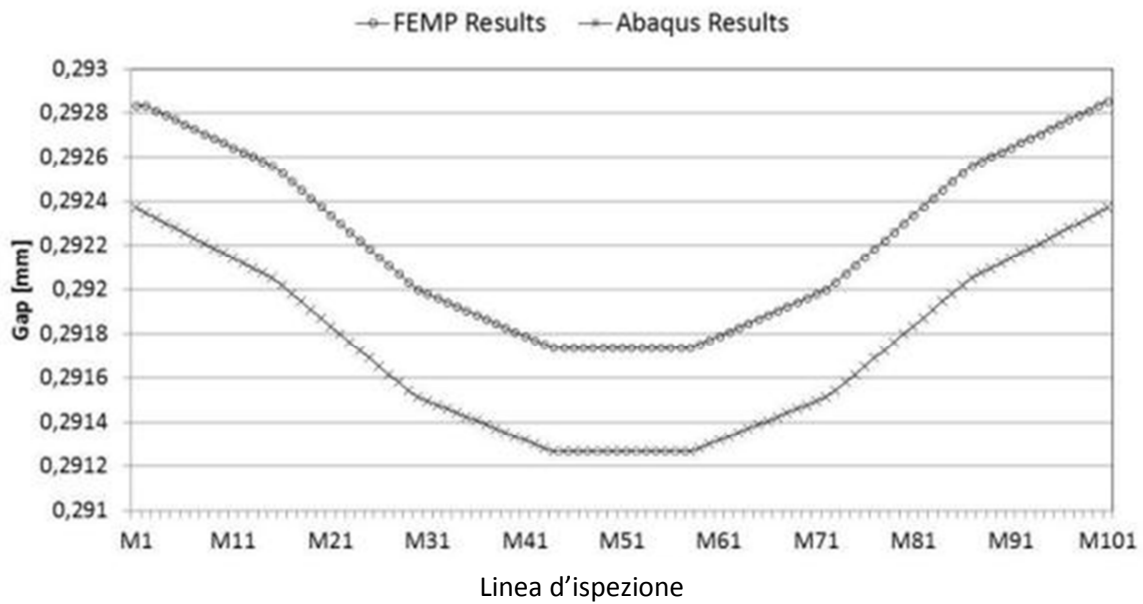
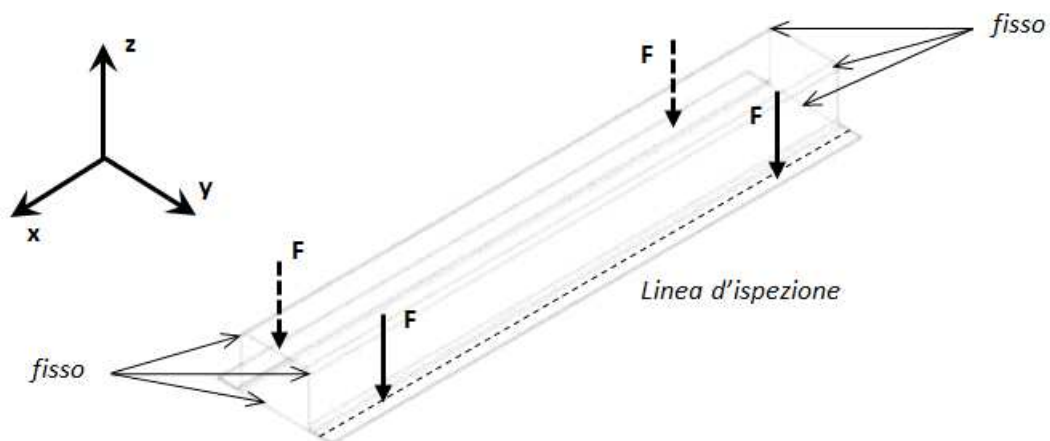


Figura 4-14 Gap tra le parti lungo la linea d'ispezione [60]

E' stata analizzata un'altra geometria molto semplice, che verrà meglio descritta nel seguito, costituita da due componenti, uno piatto e un capello superiore dalla forma leggermente più complessa.



Young 210E3 MPa	Constraints	Load
Poisson 0.33	Node ID: 1465, 1470, 1535, 1530, 69, 4	Node ID: 1143, 1007, 2119, 1983
Spessore 1 mm	DoFs: tutti DoFs	DoFs: direzione Z
	Value: 0	Valore: -100 N
Gap iniziale 0.8 mm	Contact Pair: piano in basso (master) – parte in alto flange (slave)	

Figura 4-15 Top hat e Flat plane analisi dei contatti

Le condizioni al contorno, vincoli, carichi e materiali utilizzati sono presenti in Figura 4-15, in particolare sono state applicate due forze nodali sulle due flange. I risultati sempre riferiti al gap tra le parti lungo la linea d'ispezione sono riportati in , l'errore massimo risulta essere inferiore al 3%.

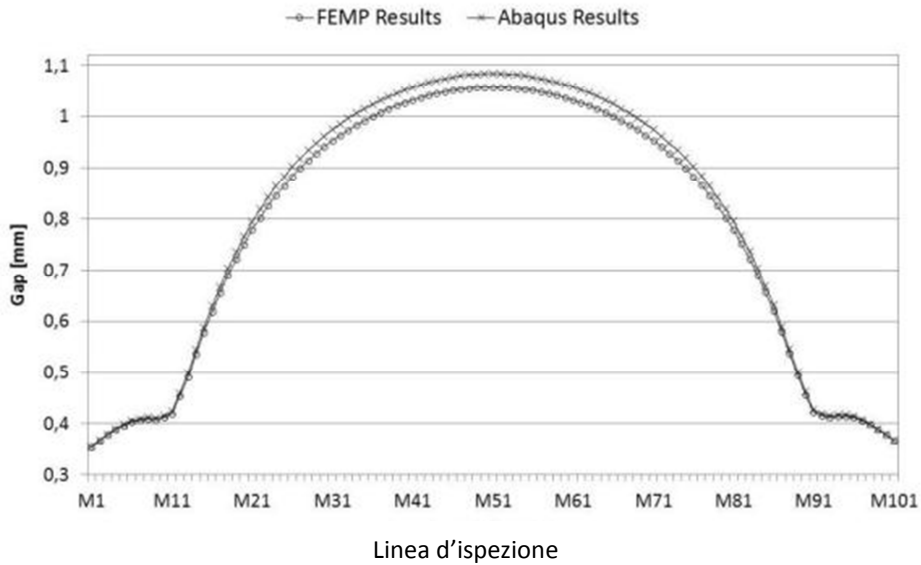


Figura 4-16 Andamento del gap lungo la linea d'ispezione [60]

La stessa geometria di Figura 4-15 è stata utilizzata con delle differenti condizioni al contorno, in particolare il piano piatto inferiore è stato caricato con un carico distribuito pari a 0,01 MPa, mantenendo inalterato il sistema di vincoli ed eliminando il sistema di carico costituito dalle quattro forze nodali. I risultati di tale analisi sono riportati in

Figura 4-17, i risultati sono soddisfacenti essendo l'errore massimo inferiore al 1%.

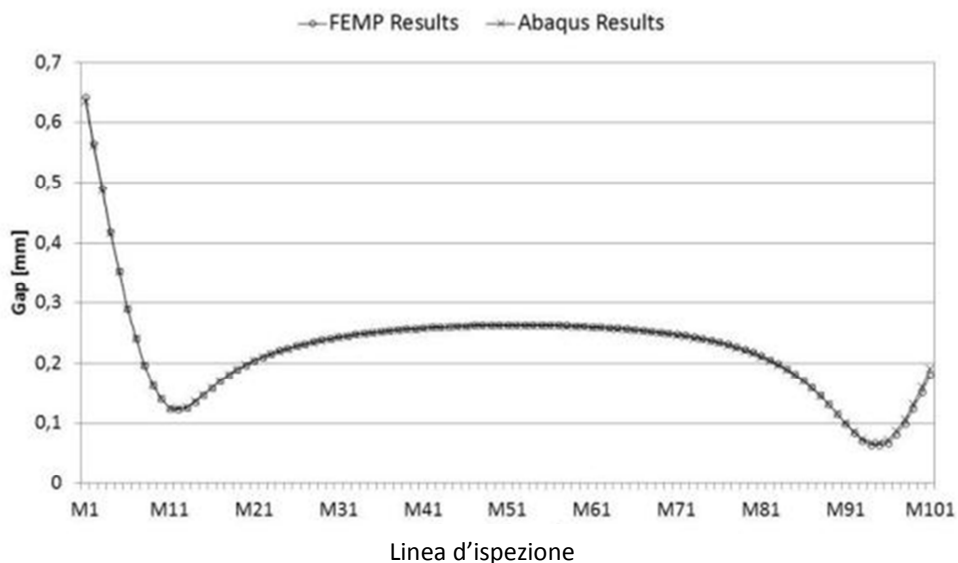
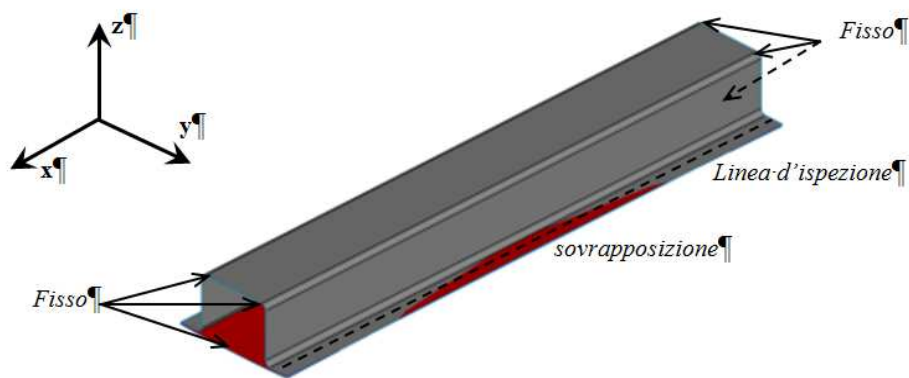


Figura 4-17 Valore del gap lungo la linea d'ispezione per un carico distribuito [60]

A partire da rilievi sperimentali, la cui procedura sarà in seguito analizzata nel dettaglio, sono state costruite le geometrie reali dei due componenti analizzati nei due casi precedenti. I rilievi sperimentali quindi misurano anche gli errori di forma e dimensione delle parti, che messe a contatto presentano come si può osservare

Figura 4-18, delle zone di sovrapposizione.



<i>Young</i> 210E3 MPa <i>Poisson</i> 0.33 <i>Spessore</i> 1 mm	<i>Constraints</i> Node ID: 14, 15, 28, 29, 30, 31 (Mesh 1) 6, 7, 24, 25, 26, 27 (Mesh 2) DoFs: tutti DoFs Value: 0	<i>Nessun carico</i>
<i>Sovrapposizione iniziale</i>	Contact Pair: Parte piatta (master) – Parte flangiata (slave)	

Figura 4-18 Top Hat e Flat Plane analisi dei contatti su componenti reali

La presenza di zone di sovrapposizione tra le parti reali, che verrà meglio analizzata nella descrizione del prototipo fisico realizzato per validare il codice di calcolo, necessita di essere risolta e testata in virtuale attraverso l'algoritmo di contatto implementato. I risultati dell'analisi sono riportati in Figura 4-19.

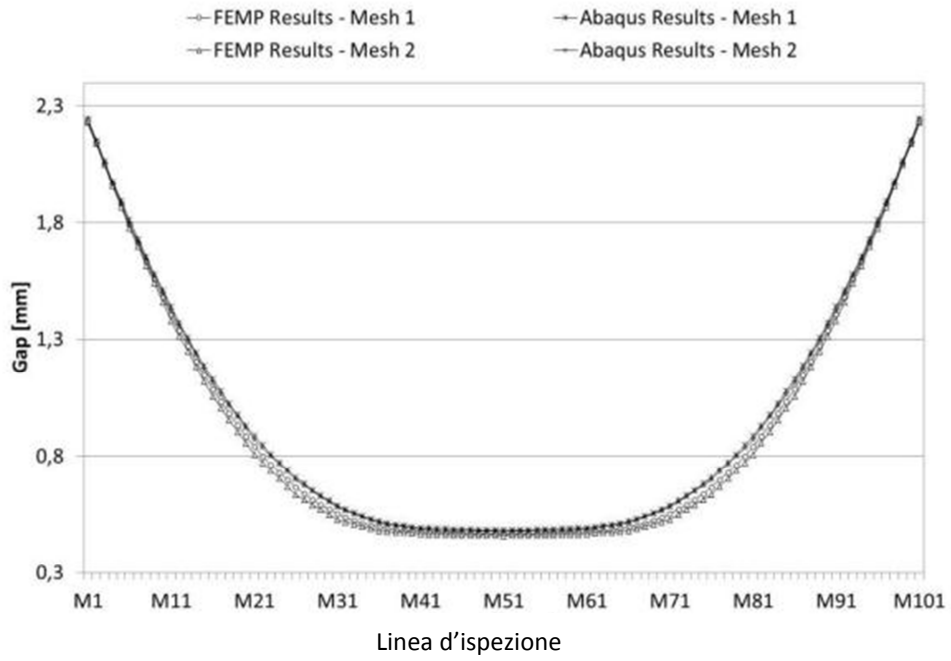


Figura 4-19 Valore del gap lungo la linea d'ispezione [60]

4.2 Validazione del motore di calcolo FEMP

La validazione del motore di calcolo FEMP è stata realizzata attraverso l'utilizzo di un prototipo sperimentale di *fixture*, opportunamente costruito per simulare il processo di assemblaggio nella saldatura laser remota. La fase di validazione è stata eseguita presso l'università di Warwick (UK) durante il periodo di studio all'estero del dottorando Vito Rufrano, in collaborazione con il team di lavoro del progetto *RLW navigator*. Per la simulazione del processo, sono stati selezionati due componenti dalla geometria relativamente semplice in acciaio zincato, di spessore comparabile con i componenti comunemente utilizzati in una portiera automobilistica. Al fine di non modificare la configurazione delle parti, dopo la chiusura dei *clamps*, per la fase di misura è stato utilizzato uno strumento ottico di misura. Il gap che si instaura tra le parti assemblate è stato selezionato come parametro di validazione tra il modello numerico e il prototipo reale. La zona di interesse dove il gap è stato misurato, è proprio quella compresa tra i due *clamps*, l'area dove ipoteticamente si sarebbe realizzato il cordone di saldatura mediante *RLW*. Nel seguito verranno descritte le parti utilizzate, la *fixture* prototipale, il sistema e la procedura di misura delle parti e dell'assieme e infine la comparazione dei risultati.

4.2.1 Descrizione delle parti

I due componenti utilizzati nella simulazione virtuale e nel prototipo fisico sono rappresentati in Figura 4-20 Figura 4-21 Figura 4-22. In particolare si tratta di due parti, una piana denominata *Flat Plane*, e un cappello superiore di chiusura denominato *Top Hat*. I due componenti in acciaio zincato (DX54D+Z) hanno uno spessore pari ad 0,8 millimetri e sono stati caratterizzati strutturalmente con i valori riportati in

Tabella 4-6 . Entrambe i componenti presentano nelle medesime posizioni, un foro ed un asola che saranno utilizzati per riferire i componenti sulla *fixture* prototipale.

Caratteristiche strutturali per i componenti <i>Top-Hat</i> e <i>Flat-Plane</i>	
Modulo di Young	210000 MPa
Modulo di Poisson	0,3
Spessore	0,8 mm

Tabella 4-6 Caratteristiche strutturali dei componenti

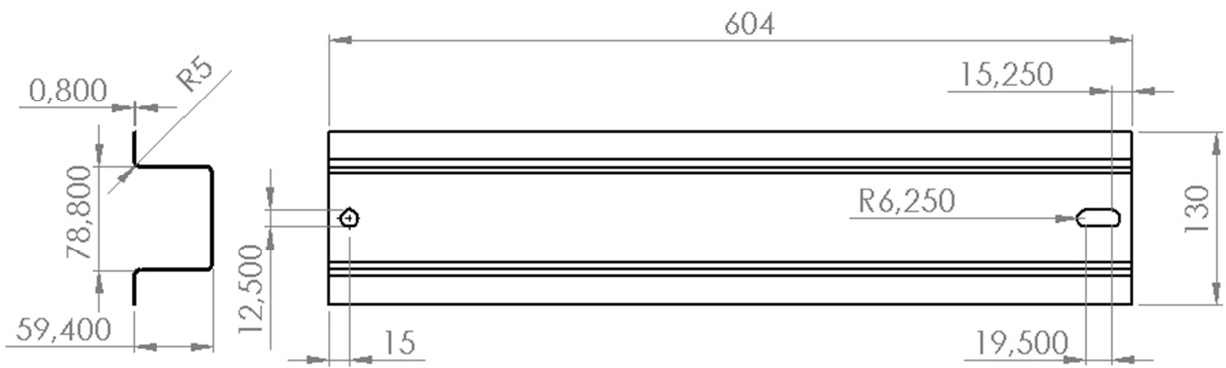
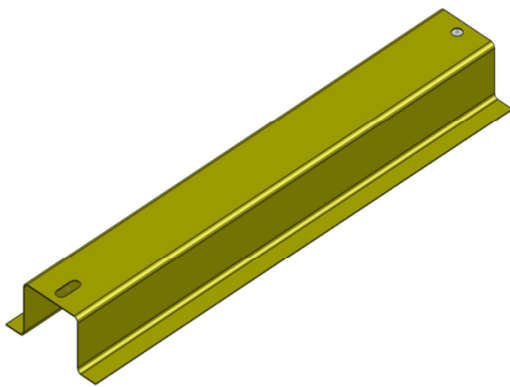
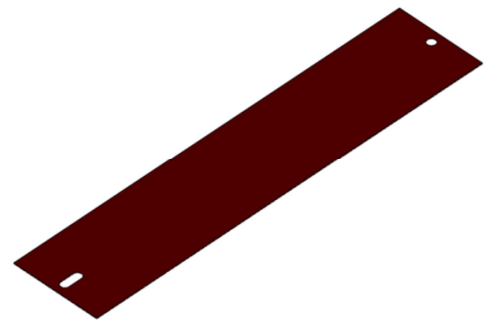


Figura 4-20 Top-Hat disegno costruttivo



TOP - HAT



FLAT PLANE

Figura 4-21 Modelli CAD

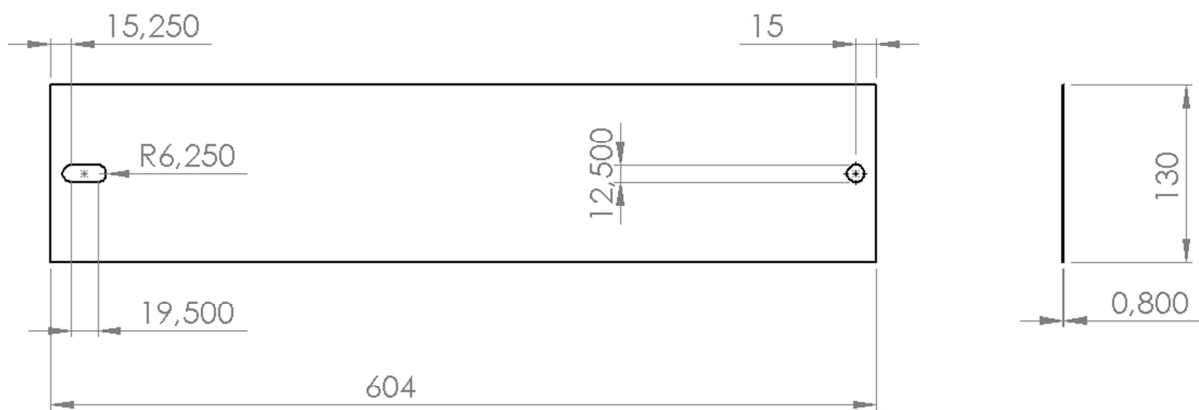


Figura 4-22 Flat Plane disegno costruttivo

4.2.2 Fixture prtotipale

La *fixture* è stata realizzata utilizzando i componenti dell'azienda ALUFIX specializzata nella realizzazione di *fixture* prototipali. Il Kit di componenti a disposizione è costituito da barre calibrate (tolleranze dimensionali 0,05 mm) in alluminio, diversi componenti per realizzare il sistema di riferimento *pin NC-block etc.*, pinze di chiusura e connettori di varie forme e dimensioni. In particolare il sistema di *fixture* progettato e realizzato è costituito, come è possibile individuare in Figura 4-23 e Figura 4-24, da quattro *clamps* in rosso, in posizione "aperta" nell'immagine, e i due *pin-locators* in giallo, necessari per riferire correttamente nello spazio 3D i due componenti utilizzando rispettivamente il foro e l'asola presenti.

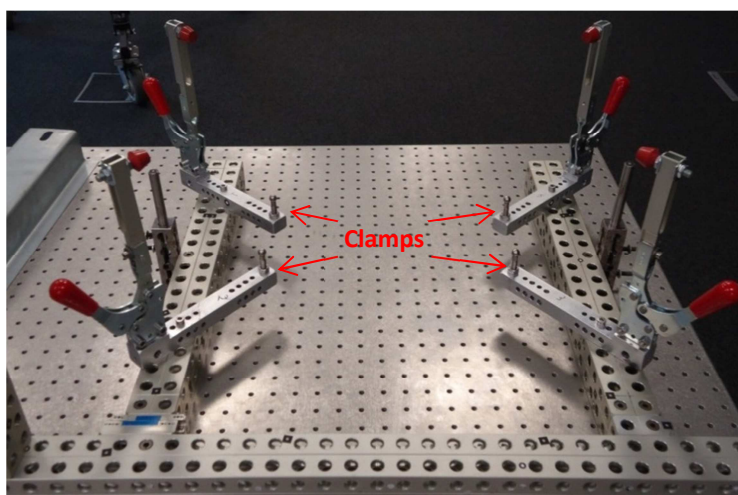


Figura 4-23 Fixture prototipale: Clamps

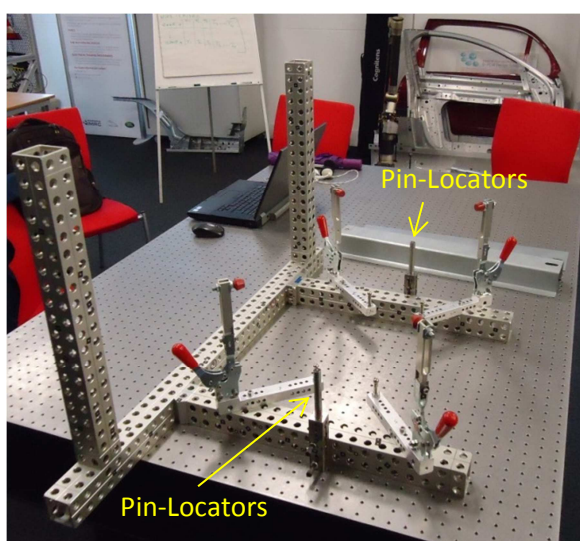


Figura 4-24 Fixture prototipale Pin Locators

Ovviamente completano la *fixture* le barre per montare i *clamps* e i *locator*, e due montanti supplementari che consentono di ruotare l'intera struttura, in modo da eseguire le misurazioni

ottiche da angolature differenti. La fixture prototipale realizzata racchiude tutti gli elementi caratteristici del processo di assemblaggio del RLW. Le coordinate dei punti di vincolo rispettivamente dei *clamps* e dei *pin-locator* sono state misurate e sono stati simulati in *FEMP* rispettivamente come vincoli unilaterali e bilaterali, Figura 4-25 Vincoli bilaterali – Pin-Locator -Figura 4-26 Vincoli unilaterali - Clamps -.



Figura 4-25 Vincoli bilaterali – Pin-Locator -

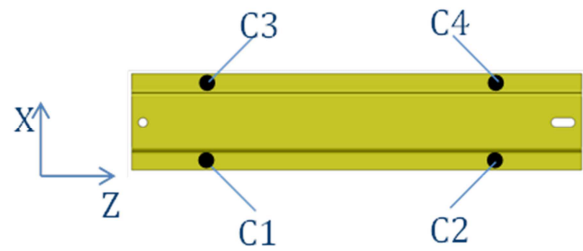


Figura 4-26 Vincoli unilaterali - Clamps -

		DoFs						Posizione		
		Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	X	Y	Z
Upper	P1	0	1	0	0	1	0	-312.5	140.2	-237.5
	P2	0	1	1	1	1	0	-312.5	140.2	326.5
Lower	P1	0	1	0	0	1	0	-312.5	80.8	-237.5
	P2	0	1	1	1	1	0	-312.5	80.8	326.5

Tabella 4-7 Vincoli bilaterali – Pin-Locator -

Posizione			
	X	Y	Z
C1	-370	80.8	-89
C2	-370	80.8	175
C3	-255	80.8	-89
C4	-255	80.8	175

Tabella 4-8 Vincoli unilaterali - Clamps -

Il sistema di vincoli P1-P2 costituito da due *pin* inseriti in un foro ed un asola vincola il sistema rispetto alle traslazioni lungo la direzione Z ed X e le rotazioni Θ_y , il sistema costituito dai 4 *clamps* blocca le restante traslazione X e le rotazioni $\Theta_x \Theta_z$. Ovviamente la configurazione risultante risulta essere, dal punto di vista dei vincoli, iperstatica, come avviene generalmente nelle *fixture* utilizzate nel processo di RLW. L’asola presente sui due componenti ne consente il montaggio sulla *fixture* anche in presenza di eventuali difetti costruttivi delle parti.

4.2.3 Metodologia e sistema di misura

Come già anticipato, il gap da misurare tra le parti risulta essere molto contenuto (0,1 – 0,3 mm), inoltre la zona di effettivo interesse, dove verrà effettuata la saldatura vera e propria, non è accessibile in maniera diretta. L’utilizzo di strumenti di misura quali ad esempio i *filler gage* per la misura del gap tra le parti, non assicura risultati soddisfacenti. Prima di tutto vi è il rischio di

modificare la configurazione assunta delle parti inserendo la *filler gage* nella zona di non contatto, deformando ulteriormente le parti. Inoltre la misura risulterà essere vera al più solo nella zona di ingresso dello strumento, e non nella parte centrale del corpo flangiato, ove effettivamente verrà poi realizzata la saldatura. Per ovviare a tali criticità è stato selezionato uno strumento ottico di misura: il Cognitens Optigo 200 Figura 4-27. Il dispositivo utilizzato consente di misurare le parti d'interesse attraverso l'acquisizione di una serie di immagini, grazie alle quali il software del dispositivo Cognitens riesce a ricostruire una nuvola di punti caratteristica della parte misurata.



Risoluzione massima: 0,05 mm

Figura 4-27 Sistema di misura Cognitens Optigo 200

La fase di misura è stata articolata in 3 fasi Figura 4-28. Dapprima la parte denominata *Flat Plane* è stata riferita sulla *fixture* prototipale e misurata STEP1, in seguito è stato misurato il *Top Hat* riferito sulla *fixture* e sulla parte precedentemente caricata, con i *clamps* in posizione aperta STEP 2, ed infine è stato misurato l'assieme con i *clamps* serrati STEP 3 al fine di valutare il gap tra le due parti. Nella Figura 4-28 Fasi di misura è possibile anche osservare i marker necessari al processo di acquisizione, si possono inoltre osservare le parti trattate con una speciale sostanza biancastra anti-rifrazione, che consente di attenuare gli infetti di disturbo della radiazione luminosa sui componenti lucidi quali sono le lamiere metalliche.

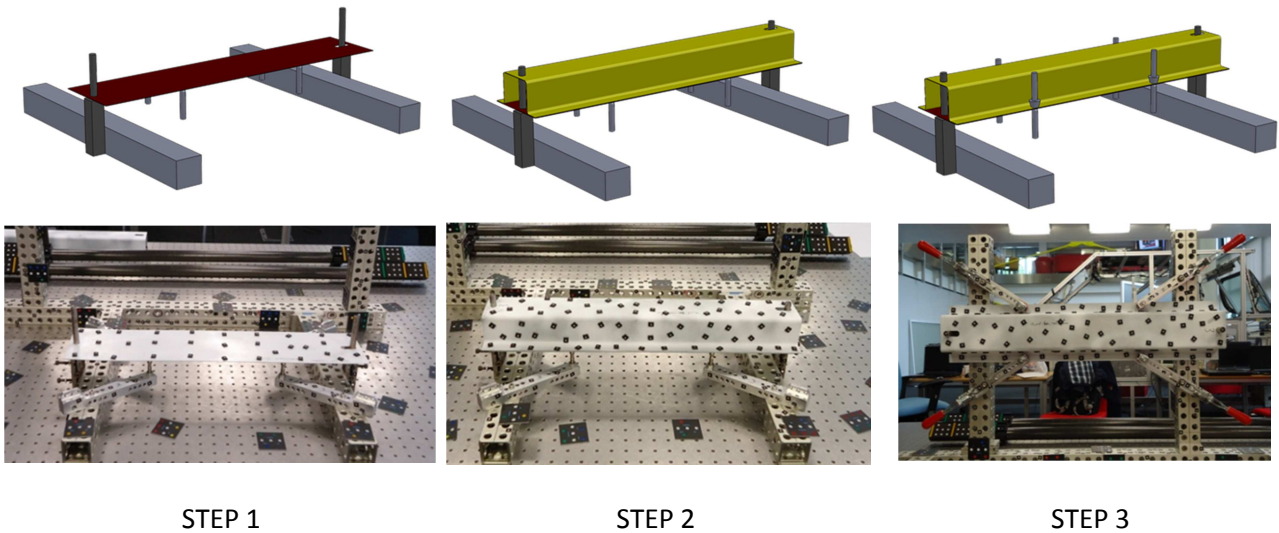


Figura 4-28 Fasi di misura

In particolare tale metodologia ha consentito di acquisire le nuvole di punti relative alle superfici superiori dei due componenti e non a contatto tra loro.

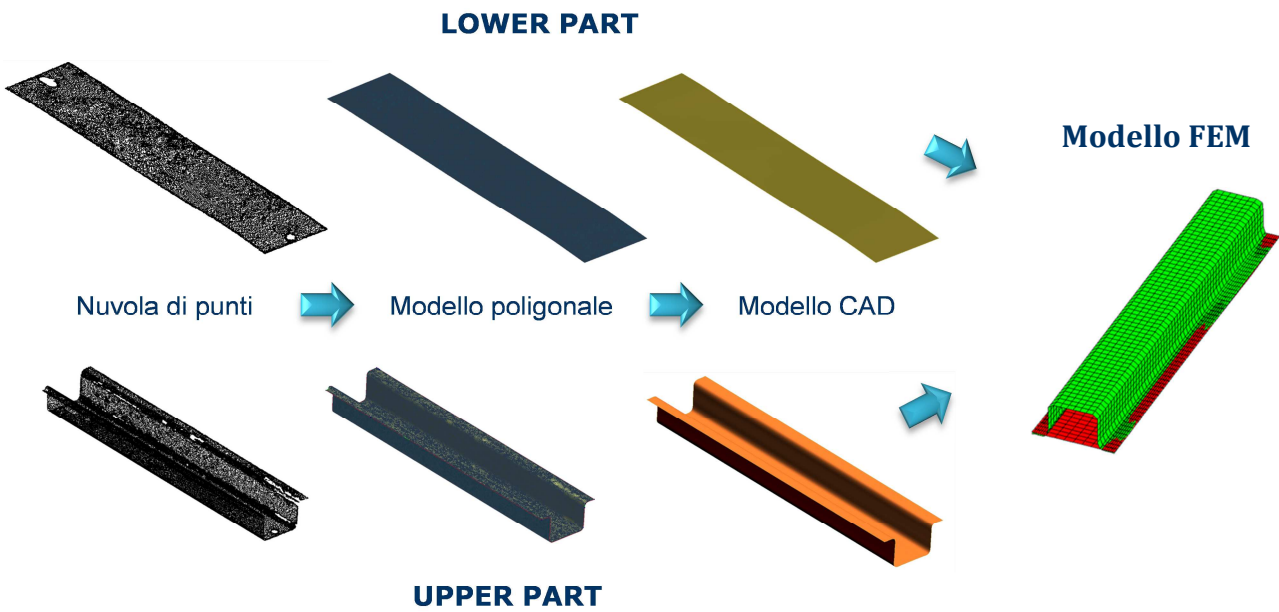


Figura 4-29 Processo di creazione del modello FEM

Le nuvole di punti acquisite Figura 4-29 Processo di creazione del modello FEM delle singole parti sono state elaborate attraverso il software PolyWorks® al fine di ottenere il modello polinomiale delle stesse. In seguito attraverso l'utilizzo del software CAD SolidWorks® i modelli poligonali sono stati convertiti in modelli CAD. Alla fine del processo utilizzando il software Hypermesh® è stato realizzato il modello FEM delle parti. Nella Figura 4-29 Processo di creazione del modello FEM relativamente al modello FEM realizzato è possibile osservare delle zone di sovrapposizione tra le *mesh* dei due differenti componenti, questo deriva dal metodo utilizzato per “trasportare”

nel medesimo sistema di riferimento le nuvole di punti dei due componenti. Dapprima è stato costruito, sempre a partire dall'acquisizione di una nuvola di punti, il modello CAD 3D della *fixture* prototipale. In seguito le nuvole di punti delle due parti, attraverso una trasformazione di riferimento, sono state allineate sulla *fixture* prototipale, utilizzando come riferimenti gli stessi del prototipo fisico, ovvero i *pin-locator* e gli appoggi dei *clamps*. Ovviamente anche se le superfici di acquisizione non sono quelle a contatto, le posizioni dei riferimenti sono le stesse per entrambe i componenti, inoltre l'acquisizione rileva anche gli errori di forma delle parti, questo comporta delle zone di sovrapposizione tra le nuvole di punti e quindi anche nel modello FEM finale. Dal punto di vista del calcolo numerico questo non risulta essere un problema in quanto, l'algoritmo di contatto, rileva tali compenetrazioni e riporta il sistema in una condizione fisicamente reale in pochi step di calcolo.

4.2.4 Correlazione numerico-sperimentale

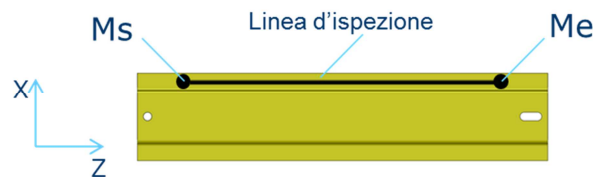


Figura 4-30 Posizione dei punti di verifica sulla superficie flangiata

Il gap è stato misurato sul prototipo fisico e sul modello virtuale campionando cento punti differenti lungo la linea d'ispezione di Figura 4-30. La metodologia di misura Figura 4-28, come già discusso Figura 4-28 Fasi di misura consentito di acquisire le nuvole di punti relative al dispositivo assemblato con i *clamps* in posizione di chiusura. Sono state acquisite in particolare per il *Flat Plane* la superficie inferiore a contatto con i *clamps*, e per il *Top Hat* la superficie superiore non a contatto con *Flat Plane*. Al fine di misurare il gap tra le parti è stata ipotizzato uno spessore uniforme e costante della lamiera metallica. Il gap rilevato sul prototipo fisico è stato quindi valutato sottraendo, alla distanza tra punti omologhi delle due nuvole di punti dei due componenti, il valore dei due spessori.

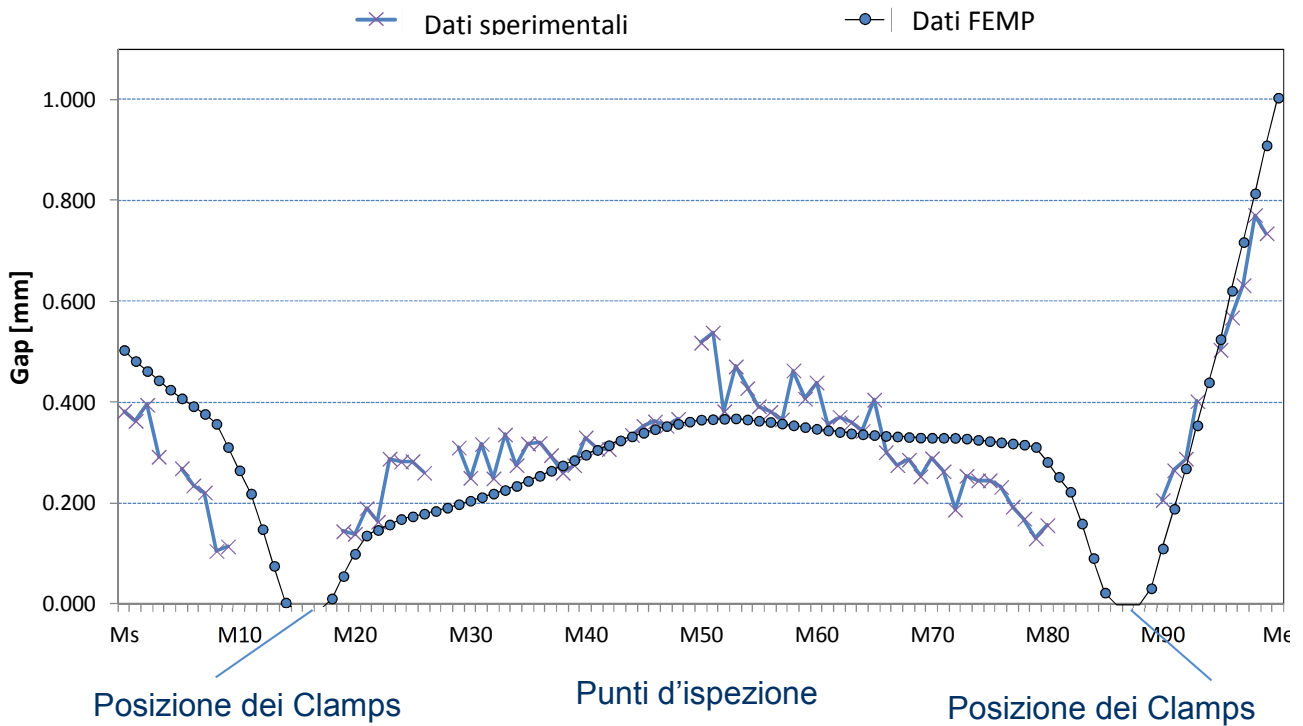


Figura 4-31 Correlazione numerico-sperimentale tra il Gap misurato in reale e sul modello virtuale [60]

Il grafico di Figura 4-31 riporta il confronto tra il gap misurato sul prototipo fisico e quello risultante della simulazione virtuale. Il diagramma relativo al gap misurato sul prototipo sperimentale presenta un andamento localmente irregolare, ovviamente non fisico, ma derivante dallo strumento di misura, e quindi dalle piccole imperfezioni superficiali rilevate ma non reali, causate da fenomeni di rifrazione luminosa. Inoltre il valore di tali irregolarità risulta essere prossimo al limite di risoluzione della macchina: 0,05mm. In ogni caso si è preferito riportare il diagramma reale ottenuto, senza approssimare con una curva interpolante i dati ottenuti. Nella curva sono presenti alcune zone, intorno alla posizione dei *clamps*, ove non è stato possibile accedere con lo strumento ottico e quindi ottenere le nuvole di punti necessarie all'analisi. Globalmente è possibile osservare una buona correlazione nell'andamento tra le due curve. Infine in Figura 4-32 è possibile osservare il gap sul prototipo sperimentale prima e dopo la chiusura dei *clamps*, e per completezza anche il plot del gap rilevato in FEMP in Figura 4-33.

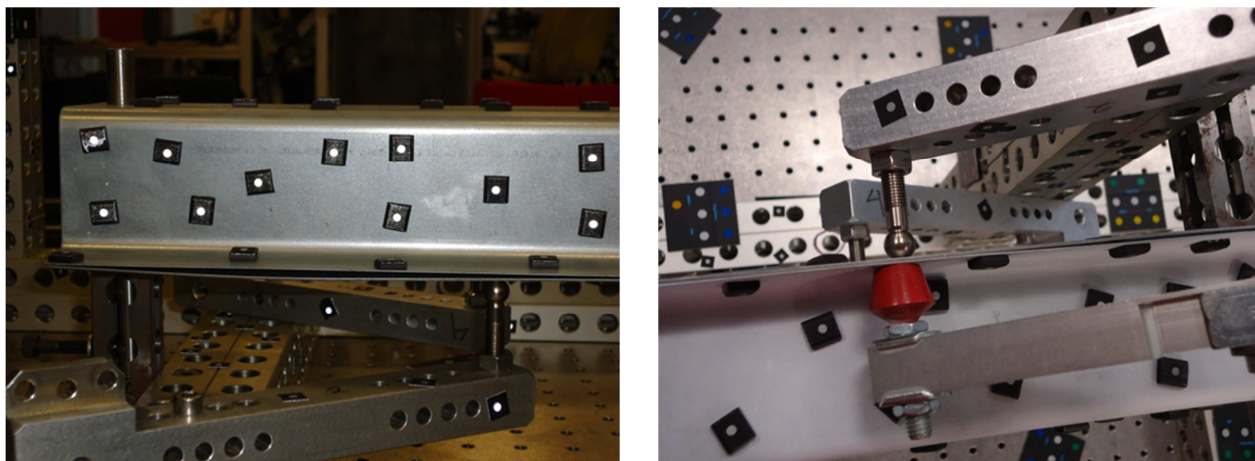


Figura 4-32 Gap prima e dopo la chiusura dei Clamps

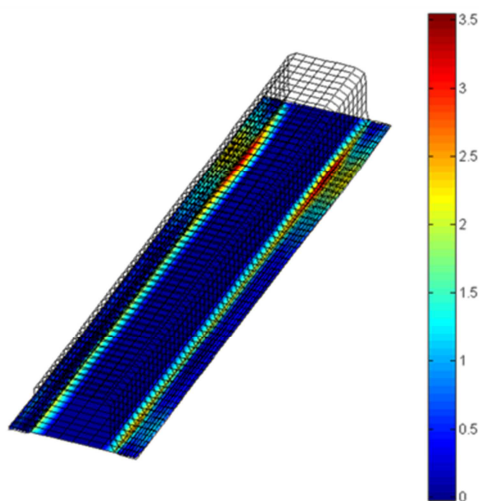


Figura 4-33 Gap rilevato in FEMP

4.3 Conclusioni

E' stata eseguita la verifica e la validazione del codice di calcolo FEMP con risultati soddisfacenti. La fase di validazione ha evidenziato un'ottima risposta del software FEMP, infatti relativamente ai test case eseguiti, sia il confronto le soluzioni analitiche sia il confronto con le soluzioni ottenibili da applicativi commerciali ha dato buoni risultati. La fase verifica, che ha utilizzato un prototipo di *fixture* rappresentativa di gran parte degli elementi caratterizzanti la saldatura laser remota, nei limiti imposti dagli strumenti di misura utilizzati, ha dato risultati incoraggianti. L'andamento del Gap misurato e simulato risulta essere coerente, dimostrando una buona correlazione numerico sperimentale. Le fasi di verifica e validazione hanno dimostrato l'efficacia, dell'utilizzo di FEMP, come software di simulazione per il controllo del *Gap* tra le parti nel *RLW*.

5 Ottimizzazione robusta della fixture

Come già anticipato le finalità del progetto riguardano il controllo del gap tra le parti attraverso una corretta progettazione della *fixture*. I componenti utilizzati in campo *automotive*, ed in particolare quelli utilizzati in una comune portiera automobilistica, sono fabbricati mediante processi di deformazione plastica, in particolare stampaggio. Gli errori associati al processo di lavorazione non sono trascurabili e generalmente stimabili in un *range* di variabilità di $\pm 0,5$ mm. Gli errori di forma e dimensione presenti influenzano quindi il gap che si viene a creare tra le parti, rendendo necessaria una corretta progettazione della *fixture*, che sicuramente non può essere basata sulle geometrie nominali delle parti. In una prima fase, la metodologia di ottimizzazione è stata sviluppata utilizzando il modello presentato nel precedente capitolo, misurato attraverso lo strumento ottico, e quindi non riferito alle geometrie nominali ma reali. In questo caso è stata sviluppata una metodologia di ottimizzazione per determinare le posizioni ottimali dei *clamps*, per ottenere un valore di Gap compreso in un certo intervallo di variabilità, in una zona specifica dove si ipotizza di realizzare una saldatura. Nella seconda fase, è stata sviluppata una metodologia più generale che sarà poi estesa al caso studio reale, ovvero la portiera automobilistica. In questo caso non è stata utilizzata un'unica geometria, ma attraverso una procedura di calcolo opportunamente sviluppata, vengono generate in maniera pseudo-casuale delle parti rappresentative dell'intera produzione. Il processo di ottimizzazione in questo caso, contemplando delle variabili non deterministiche ma generate stocasticamente e rappresentative dell'intera produzione, diventa un processo di ottimizzazione robusta. Infatti la configurazione delle *fixture* generata dal processo di ottimizzazione sarà "robusta" e quindi efficiente per l'intera popolazione di parti.

5.1 Ottimizzazione della fixture: ModeFrontier overview

Il software commerciale ModeFRONTIER è stato utilizzato per eseguire le operazioni di ottimizzazione e perseguire gli obiettivi del progetto. ModeFRONTIER è un ambiente di sviluppo per l'ottimizzazione multi-obiettivo che consente di integrare la maggior parte degli strumenti CAE, offrendo una vasta gamma di algoritmi di ottimizzazione lineare e non lineare. Sviluppato da Esteco Spa, nasce come spin-off dell'Università di Trieste nel corso di un progetto di ricerca internazionale finanziato dall'Unione Europea. ModeFRONTIER è distribuito da Enginsoft che è uno dei partner del progetto *RLW Navigator*.

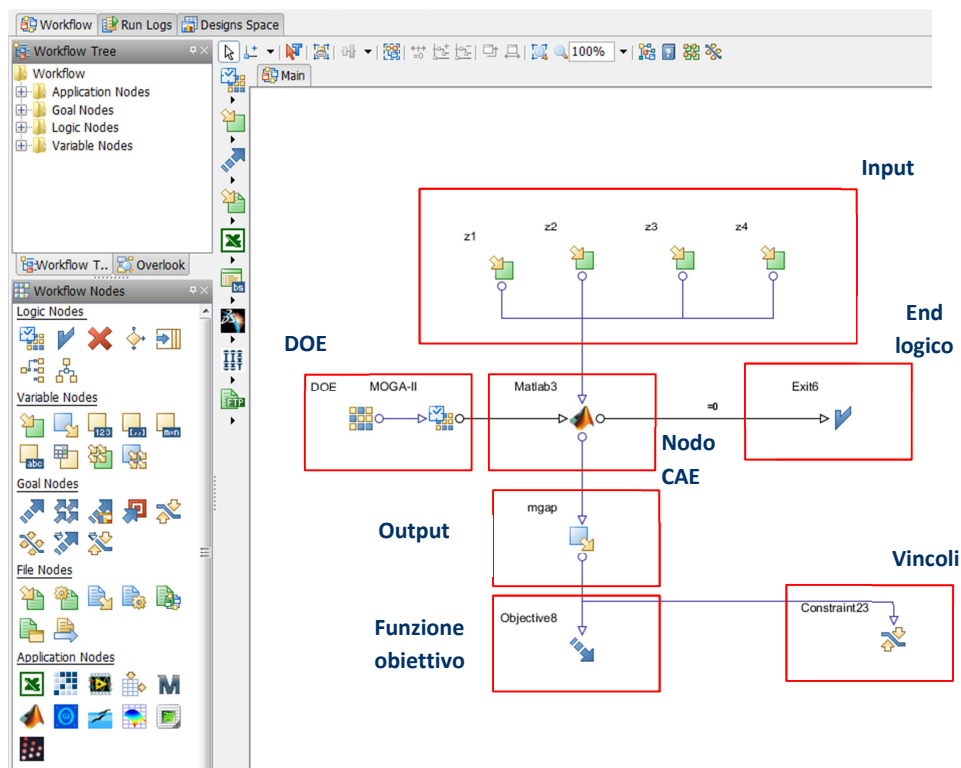


Figura 5-1 ModeFrontier: finestra di lavoro

L'ambiente di ottimizzazione di ModeFRONTIER viene presentato in

Figura 5-1, grazie all'utilizzo di blocchi logici è possibile costruire la propria metodologia di ottimizzazione. In particolare è necessario definire:

- delle variabili in Input, che possono essere sia deterministiche sia statistiche, sia discrete sia continue;
- delle variabili di Output;
- un DOE iniziale con un eventuale algoritmo di ottimizzazione associato;

- un obiettivo, ovvero un parametro da massimizzare o minimizzare;
- eventuali vincoli;
- un nodo centrale in cui è possibile integrare un software CAE per le analisi da effettuare, nel nostro caso FEMP sviluppato in Matlab;
- un end logico.

La filosofia d'utilizzo di ModeFRONTIER prevede generalmente l'utilizzo di un DOE iniziale, per uno *screening* dello spazio delle soluzioni, successivamente questi primi punti sono utilizzati dall'algoritmo di ottimizzazione selezionato che guida il codice verso la soluzione pseudo-ottima del problema. Oltre alla possibilità di integrare diversi applicativi al suo interno, ModeFRONTIER consente anche di eseguire tutte le operazioni *di Post-Process* e di analisi dei dati. E' possibile costruire differenti tipologie di *chart* per monitorare i risultati dei diversi esperimenti somministrati (*design tables* e *design history charts*), analizzare i risultati delle analisi DOE evidenziando i parametri di maggiore influenza, costruire attraverso differenti algoritmi le superfici di risposta relative alle variabili di output del processo analizzato.

DOE		
Random	Sobol	Uniform Latin Hypercube
Uniform Reducer	D-Optimal	Latin Hypercube Monte Carlo
Dataset Reducer	Box-Behnken	Cross Validation
Plackett Burman	Cubic Face Centered	Latin Square
Incremental Space Filler	Taguchi Matrix	Reduced Factorial
Constraint Satisfaction	Central Composite	Full Factorial
Basic Optimizers		
SIMPLEX	Single-objective derivative-free optimizer	
MOGA-II	Multi Objective Genetic Algorithm	
ARMOGA	Adaptive Range Multi Objective Genetic Algorithm	
B-BFGS	Single Objective Bounded BFGS Algorithm	
Levenberg-Marquardt	Damped Least Square Algorithm	
Advanced Optimizers		
MOSA	Multi Objective Simulated Annealing	
MOGT	Multiobjective Optimisation algorithm based on Game Theory	
NSGA II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm	
F-MOGA-II	Fast Multi Objective Genetic Algorithm	
F-SIMPLEX	Fast Single-objective derivative-free optimizer	
Evolution Strategies (ES)		
1P1-ES	(1+1)-Evolution Strategy	
DES	Derandomized Evolution Strategy	
MMES	Multi-membered Evolution Strategy	

Tabella 5-1 Algoritmi di ottimizzazione e DOE presenti in ModeFrontier

ModeFRONTIER consente di utilizzare diversi algoritmi di ottimizzazione e diversi tipologia di DOE che brevemente sono presentati in Tabella 5-1. I diversi algoritmi sono stati analizzati e testati al fine di selezionare il più adatto al problema analizzato.

5.2 Ottimizzazione della fixture: componenti reali

La metodologia di ottimizzazione è stato sviluppata in diverse fasi, avvalendosi del supporto del software ModeFrontier. In una prima fase, è stata sviluppata una procedura di ottimizzazione relativa alle geometria costituita dal *Flat Plane* e dal *Top Hat* presentati nel precedente capitolo. Nella seconda parte è stata sviluppata una procedura generale, sempre sulla medesima geometria, ma utilizzando delle variate delle parti generate stocasticamente. Questa procedura più generale sarà anche applicata sul caso studio relativo alla portiera automobilistica.

5.2.1 Modello proposto

In Figura 5-2 viene presentato il modello ModeFrontier costruito per ottimizzare la posizione dei *Clamps* nel caso studio presentato.

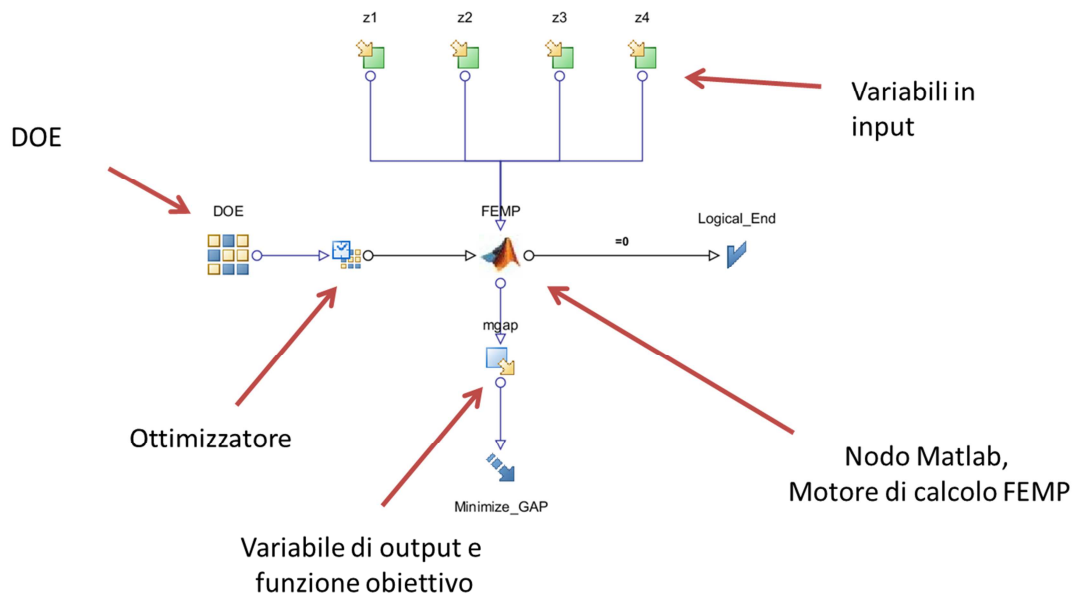


Figura 5-2 Modello ModeFrontier per l'ottimizzazione della posizione dei clamps sulla geometria in esame

➤ CLAMPS

Le posizioni dei *Clamps* rappresentano le variabili in Input e quindi indipendenti del processo di ottimizzazione. Infatti proprio grazie al corretto posizionamento dei *Clamps* è possibile controllare

il valore del *Gap* nei punti dove verrà realizzata la saldatura. Le posizioni degli *stitch* di saldatura rappresenta un vincolo non modificabile, tali posizioni vengono stabilite in seguito ad analisi strutturali, crash test, NVH e analisi di fatica. Tutte le fasi successive di *manufacturing engineering* assumono tali posizioni come assegnate. Altri vincoli sono determinati dai *dimple*, e dallo *stitch* di saldatura da creare in quanto i *Clamps* dovranno trovarsi sufficientemente lontani, al fine di non creare problemi di accessibilità al raggio laser. A partire da quella che è la pratica industriale presentata nel capitolo 2, il processo di ottimizzazione cercherà di stabilire le posizioni ottimali dei *clamps*. All'interno di ModeFrontier i *Clamps* sono stati modellati come variabili discrete, con un passo pari opportuno (circa 0,5 millimetri); infatti l'utilizzo di variabili continue o con un passo più stretto avrebbe allungato solo i tempi di calcolo e la convergenza dell'algoritmo, non essendo poi possibile nella pratica industriale posizionare il centro di un *Clamps* rispetto ad una parte, con una precisione del decimo o centesimo di millimetro.

➤ *DIMPLE*

Sebbene in questa prima fase non sia stata valutata, anche la posizione dei *Dimple* può essere tratta allo stesso modo dei *Clamps*, nella pratica industriale (capitolo 2) tali posizioni sono determinate, ma può essere interessante ed utile analizzare anche configurazioni alternative. I *dimple* possono essere modellati attraverso delle variabili discrete, rappresentative della posizione dell'elemento, soggette ai medesimi vincoli dei *Clamps*, e utilizzate come variabili indipendenti nella medesima funzione obiettivo, riferita all'ottimizzazione del *gap*.

➤ *GAP-FUNZIONE OBIETTIVO*

Il *gap*, valutato campionando un numero sufficiente di punti nelle zone dove verrà realizzata la saldatura, costituisce la variabile di output dell'analisi, e rappresenta il parametro che la funzione obiettivo utilizza per l'ottimizzazione. Nel caso specifico analizzato si è deciso, visti i valori elevati del *gap* misurato, di minimizzare tali valori. In particolare ad ogni *step* di calcolo imposto dall'algoritmo di ottimizzazione, viene valutato il valore massimo del *gap* tra tutti i punti di campionamento, e l'algoritmo cerca di ottenere la configurazione ottimale dei *Clamps* per minimizzare tale valore.

➤ *FEMP*

Per valutare di volta in volta il *gap* in funzione della posizione dei *clamps*, è necessario eseguire una simulazione agli elementi finiti utilizzando il solutore FEMP proposto. La gestione delle

variabili in Input e in Output, quindi lo scambio di informazioni tra l'ottimizzatore e il solutore FEM è gestita in maniera agevole da ModeFrontier, attraverso il nodo Matlab a disposizione nella libreria *application node*. Ovviamente per ogni *step* di calcolo, e quindi per ogni iterazione dell'algoritmo di ottimizzazione sarà necessario eseguire un'analisi FEM. Ne consegue che i tempi di calcolo necessari alla singola analisi, e il numero di *step* entro i quali l'algoritmo di ottimizzazione scelto raggiunge la convergenza o una soluzione pseudo-ottimale accettabile, risultano essere di fondamentale importanza.

➤ DOE-OTTIMIZZATORE

Come già anticipato l'utilizzo di ModeFrontier prevede l'uso di un DOE associato ad un algoritmo di ottimizzazione. Per il caso in esame è stato selezionato un *full factorial* a 3 livelli, ovvero un piano fattoriale completo a 3 livelli, in cui i trattamenti sono costituiti da tutte le combinazioni possibili (81) delle 4 variabili rispetto ai 3 livelli proposti. I 3 livelli rappresentano la posizione centrale e le due posizioni limite delle zone di variabilità del *Clamps*. Ad ogni *step* di calcolo l'algoritmo di ottimizzazione cerca di ottimizzare il valore del gap rispetto alla funzione obiettivo selezionata, attraverso un nuovo *layout* dei *clamps*. Sono stati valutati differenti algoritmi di ottimizzazione, valutando i tempi di calcolo, e la velocità di convergenza. L'utilizzo di algoritmi genetici ovviamente non rende possibile settare un criterio di convergenza valido, e non risulta possibile neanche stabilire a priori un numero massimo di *step* di calcolo. Attraverso un processo iterativo di *try & error*, è stato stabilito per la geometria in esame un numero sufficiente di iterazioni tali da garantire il raggiungimento di una soluzione ottima. Ovviamente quello che risulta essere l'algoritmo migliore per l'analisi in corso il MOGA II [62] [63], presenta alcuni limiti di applicabilità per il caso studio finale. Tali algoritmi genetici forniscono ottimi risultati sia per ottimizzazioni mono che multi-obiettivo, ma solo quando il numero di variabili indipendenti risulta essere contenuto. Ne risulta un impiego non agevole sulla portiera automobilistica ove il numero di *Clamps* e quindi di variabili indipendenti risulta essere nell'ordine di diverse decine.

5.2.2 Ottimizzazione della fixture: Top Hat & Flat Plane reali

Come anticipato considerare una geometria nominale nel processo di ottimizzazione non avrebbe grossa utilità, è stata quindi utilizzata la geometria rilevata nella precedente fase di misura, rappresentativa quindi di due parti reali affette da errori di forma e dimensione. La geometria così

ottenuta, è stata utilizzata per eseguire le analisi necessarie al processo di ottimizzazione, utilizzando un opportuno codice di calcolo, Hypermesh, è stata ricavato il modello FEM le cui caratteristiche sono riportate in Tabella 5-2. In Figura 5-3 è presentato il modello FEM costruito, è possibile osservare l'infittimento della *mesh* nelle zone di contatto lungo le flange, e le posizioni dei *Clamps*.

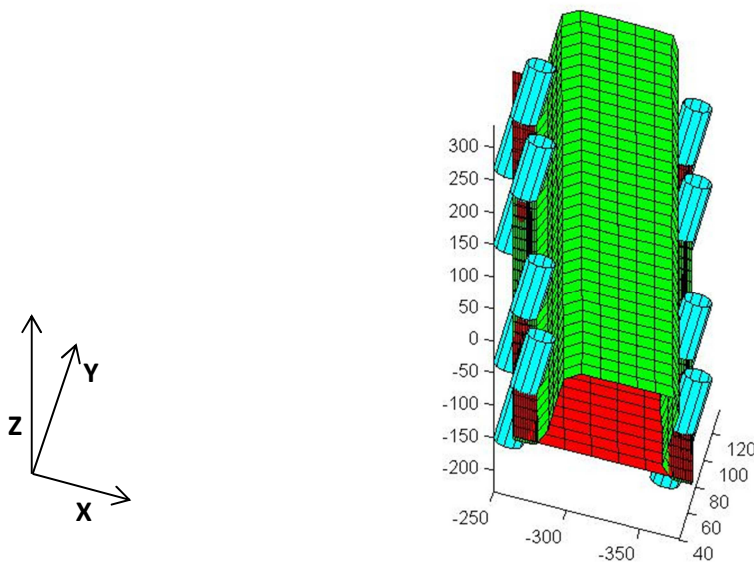


Figura 5-3 Disposizione dei *Clamps* nel caso studio analizzato

Mesh	Node	Element
Flat Plane	1088	1020
Top_Hat	1260	1190
ToT	2345	2210

Tabella 5-2 Caratteristiche della *mesh*

In Tabella 5-3 sono riportate le caratteristiche strutturali dei componenti, utilizzate nelle simulazione agli elementi finiti.

Caratteristiche strutturali per i componenti Top-Hat e Flat-Plane	
Modulo di Young	210000 MPa
Modulo di Poisson	0,3
Spessore	0,8 mm

Tabella 5-3 Caratteristiche strutturali dei componenti

In Figura 5-4 sono riportate le posizioni iniziali dei *Clamps* (da C1 a C8) in rosso, il *range* di variabilità imposto, le posizioni (da S1 a S4) e la lunghezza dei cordoni di saldatura da realizzare. Avendo imposto un *range* di variabilità per il posizionamento dei *Clamps*, non sarà necessario inserire vincoli ulteriori, l'ammissibilità di una posizione è garantita all'interno dei limiti imposti. La

zona di variabilità imposta ai *Clamps* e quindi la variabile indipendente del processo di ottimizzazione, è relativa alla sola alla coordinata locale Z, la coordinata X è fissata dovendo garantire l'allineamento del *Clamps* con la linea di saldatura, mentre la coordinata Y è fissata dovendo garantire la chiusura dei *Clamps* relativamente alle due superfici dei due componenti.

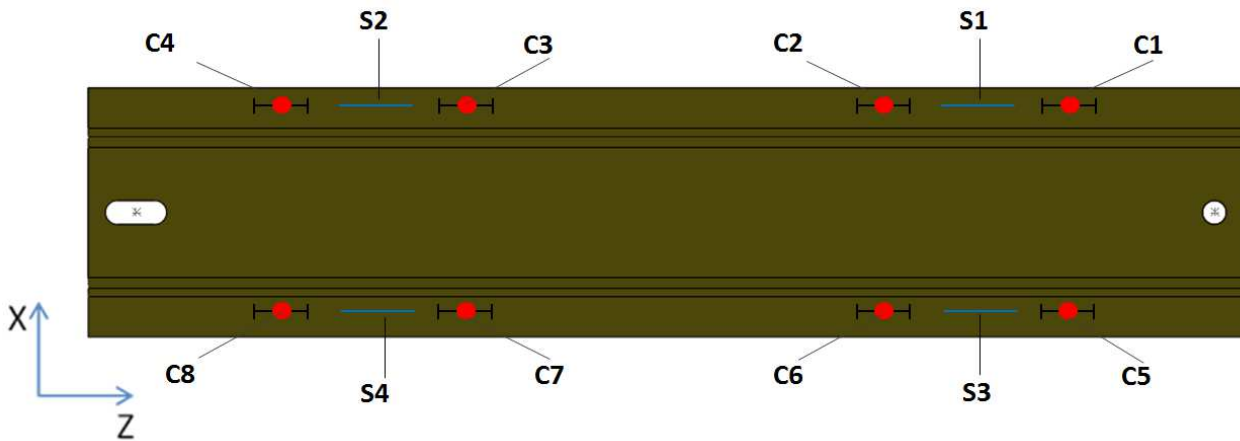


Figura 5-4 Posizione iniziale e intervallo di variabilità dei *Clamps*

Nella Tabella 5-4 sono riportate le coordinate di partenza in XYZ degli 8 *Clamps* e l'intervallo di variabilità consentito alle variabili lungo Z. Per non allungare i tempi di calcolo, e senza perdere di generalità, le variabili indipendenti teoricamente pari ad 8 sono state fissate in un numero pari a 4. Le variabili relative ai *Clamps*, simmetrici rispetto al piano YZ , (ad esempio il C1 e il C5) sono state collassati in un'unica variabile , imponendo quindi lo stesso posizionamento per i due *Clamps* simmetrici.

Clamp Nominal Position	Pos X	Pos Y	Pos Z	Variable Pos Z
Clamp 1	-260	80	277	Z1 [257 267]
Clamp 2	-260	80	150	Z2 [140 160]
Clamp 3	-260	80	-33	Z3 [-43 -23]
Clamp 4	-260	80	-151	Z4 [-161 -141]
Clamp 5	-367	80	277	Z1 [257 267]
Clamp 6	-367	80	151	Z2 [141 161]
Clamp 7	-367	80	-33	Z3 [-43 -23]
Clamp 8	-367	80	-151	Z4 [-161 -141]

Tabella 5-4 Posizione dei vincoli unilaterali: *Clamps* e Range di variabilità consentito

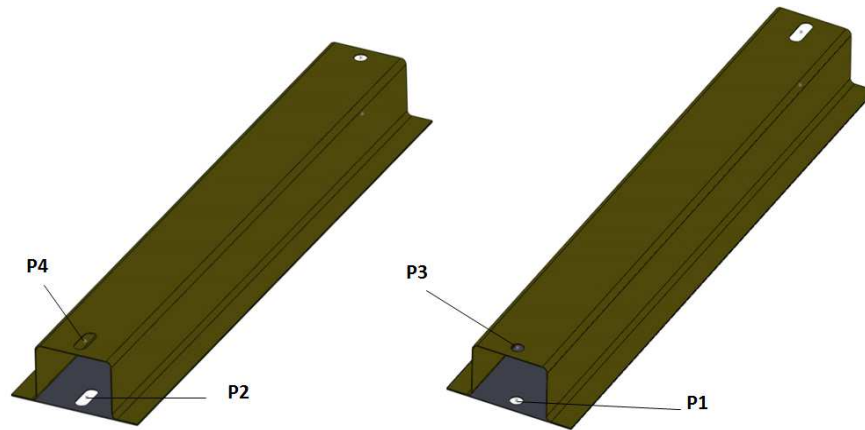


Figura 5-5 Disposizione dei vincoli bilaterali

In

Figura 5-5 sono riportati i punti di vincolo dell’assieme analizzato e in Tabella 5-5 le posizioni nella terna di riferimento locale e i relativi gradi di libertà vincolati.

Constraints	Part	Pos X	Pos Y	Pos Z	Fixed DoF
Point 1	Flat Plane	-313	137	-219	Dx Dy Rx Rz
Point 2	Flat Plane	-313	137	319	Dx Rz
Point 3	Top-Hat	-313	80	-219	Dx Dy Rx Rz
Point 4	Top-Hat	-313	80	319	Dx Rz

Tabella 5-5 Vincoli bilaterali Pin

La fase di ottimizzazione costituita da 64 *run* gestiti dal DOE iniziale, più altri 100 *run* gestiti dall’algoritmo di ottimizzazione genetica MOGA2, restituisce i risultati riportati in Tabella 5-6. I tempi di calcolo relativi alle iterazioni previste hanno impiegato un calcolatore (ASUS N35S processore I7 2670QM a 2.2 GHz e 8 giga di RAM) per circa 7 ore. Nella Tabella 5-6 sono riportati i risultati elativi ai migliori *run* analizzati. L’algoritmo di ottimizzazione ovviamente ha addensato la ricerca della soluzione ottima nelle zone di maggiore interesse.

Id	Category	z1	z2	z3	z4	convergence	mgap	rank
128	MOGA2	267	155	-37	-154	13	0,11877	0
102	MOGA2	257	151	-33	-161	13	0,123056	0
121	MOGA2	274	150	-33	-161	11	0,123324	0
12	FULLF	257	150	-33	-161	16	0,12337	0
151	MOGA2	257	150	-33	-161	16	0,12337	0
39	FULLF	267	150	-33	-161	11	0,123393	0
83	MOGA2	267	150	-33	-161	11	0,123393	0
129	MOGA2	267	150	-33	-161	11	0,123393	0
94	MOGA2	257	151	-33	-157	12	0,123485	0

Tabella 5-6 Risultati dell'ottimizzazione: posizioni dei Clamps e valori del gap

In tabella sono anche presenti due parametri oltre al **mgap** valore massimo del gap, **convergence** e **rank** utilizzati per controllare rispettivamente il numero di *step* impiegati dall'algoritmo di risoluzione iterativa dei contatti, e la validità della soluzione trovata, sono presenti inoltre l'Id relativo al trattamento somministrato e le posizioni dei 4 *clamps* per ogni *step* di ottimizzazione..

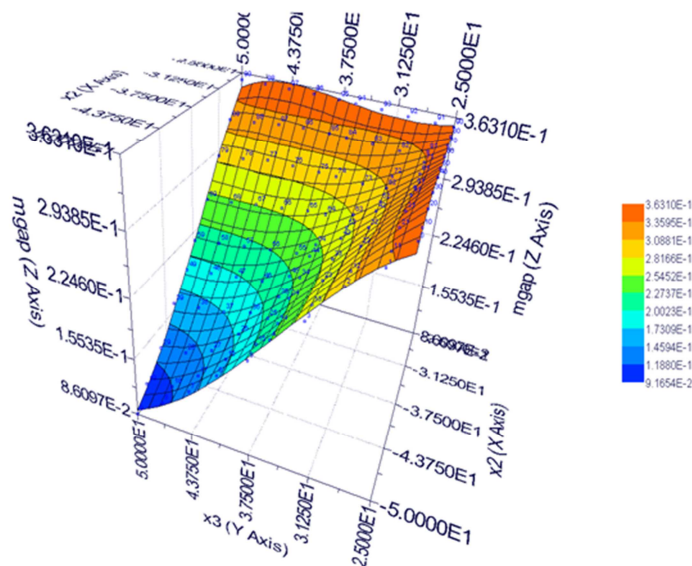


Figura 5-6 Superficie di risposta, relativa al gap rilevato rispetto a due variabili indipendenti

Viene anche presentata per completezza la superficie di risposta Figura 5-6, relativa al processo di ottimizzazione descritto. Ovviamente il valore massimo del *gap* rappresentato dalla superficie, risulta essere funzione delle 4 variabili indipendenti, la superficie è relativa ad un restrizione dell'iperspazio a 5 coordinate, in una geometria 3D che ne rende possibile la visualizzazione. La superficie è relativa alle variabili Z2 e Z3, quindi alle posizioni dei *Clamps* 2 e 3, avendo fissato le altre due variabili. E' possibile osservare come la soluzione proposta, risulti essere l'ottimo assoluto realizzabile, essendo le posizioni ottimali dei *clamps* coincidenti con i limiti della zona di variabilità ammessa, e anche osservando l'andamento della superficie di risposta, il valore selezionato sembrerebbe essere il valore di minimo assoluto. L'andamento del gap, nelle zone di interesse, è stato analizzato per verificare le soluzioni proposte dalla metodologia di ottimizzazione. In Figura 5-7 sono riportati gli andamenti del gap lungo i quattro cordoni di saldatura da realizzare, in 3 differenti configurazioni, quella iniziale o nominale, il caso migliore ovvero il *design optimal* trovato dall'algoritmo di ottimizzazione, e il caso peggiore *worst case* relativo ad uno dei *run* della metodologia di ottimizzazione.

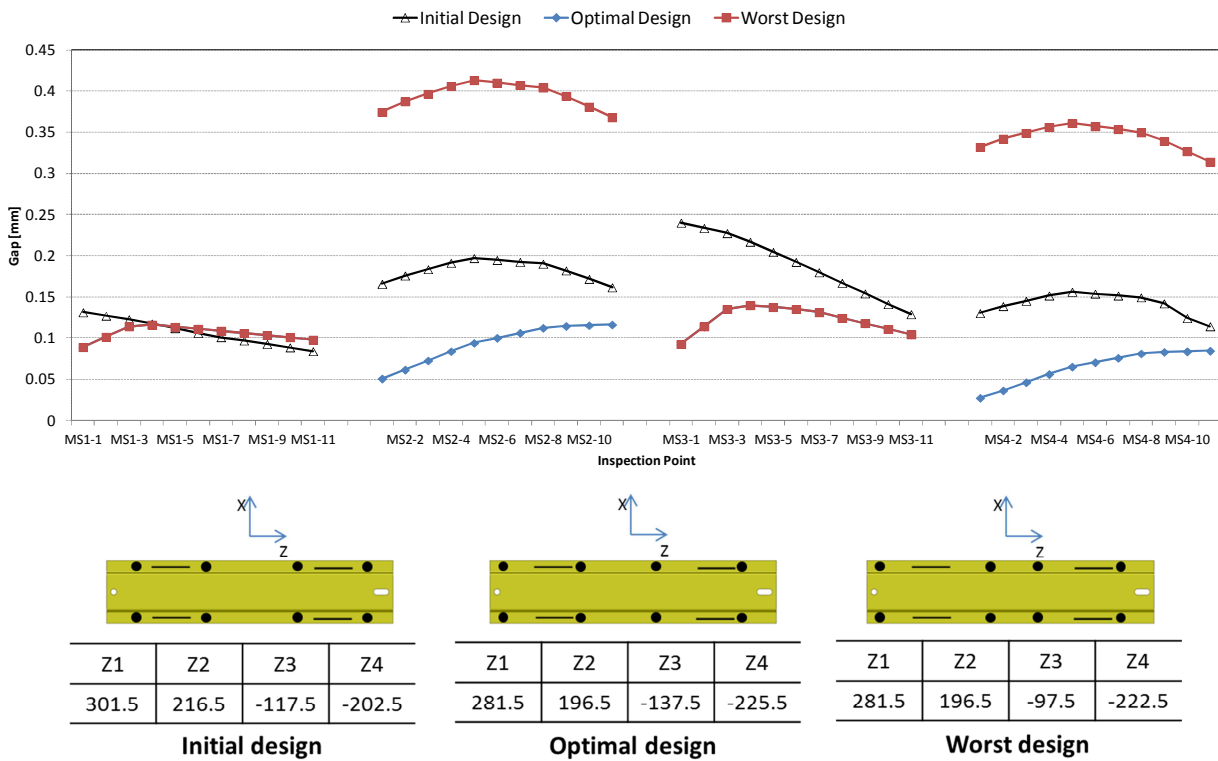


Figura 5-7 Valore del Gap nei 4 cordoni S₁-S₄ di saldatura per 3 configurazione differenti dei Clamps

Ove non presente, la curva relativa al *design* ottimo risulta sovrapposta a quella del *design* iniziale. In Figura 5-7 sono anche riportate le configurazioni dei *clamps* che hanno determinato le tre configurazioni presentate. E' interessante notare come, nella configurazione che presenta i risultati migliori, le posizioni dei *clamps* coincidono con i limiti imposti alle zone di variabilità, ma non in maniera simmetrica, tale anomalia deriva dalla particolare conformazione delle parti e più precisamente dagli errori di forma e dimensione che caratterizzano i due componenti.

5.2.3 Effetto dei Dimple sul gap

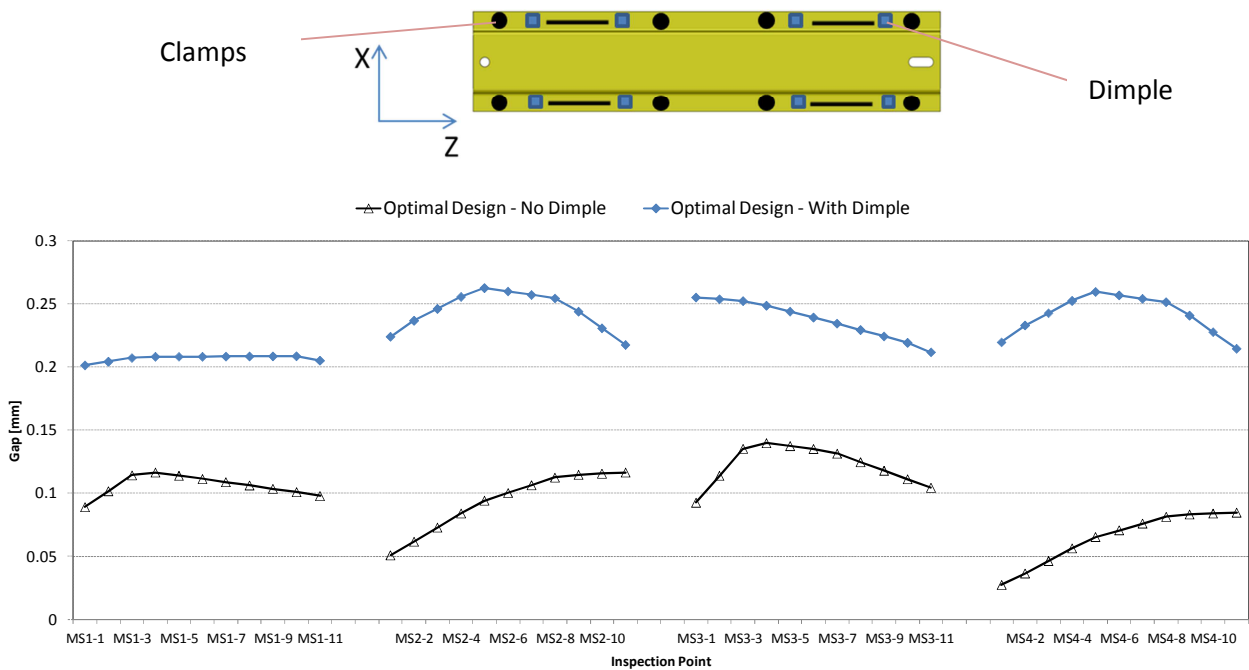


Figura 5-8 Effetto dei dimple sul gap per il design ottimale

A partire dalla configurazione ottimale trovata, è stato valutato anche l'effetto dei *dimple* sul valore del gap. In Figura 5-8 sono presentate le posizioni dei *dimple* rispetto alle posizioni dei *clamps*, ricavate dagli standard industriali in uso, e i nuovi andamenti dei gap lungo le zone d'interesse. I *dimple* creati hanno un'altezza di 0,2mm. E' interessante confrontare i diagrammi relativi agli andamenti del gap con e senza *dimple*, le curve risultano traslate ovviamente verso l'alto, inoltre l'andamento delle stesse risulta essere sensibilmente differente dal caso senza *dimple*.

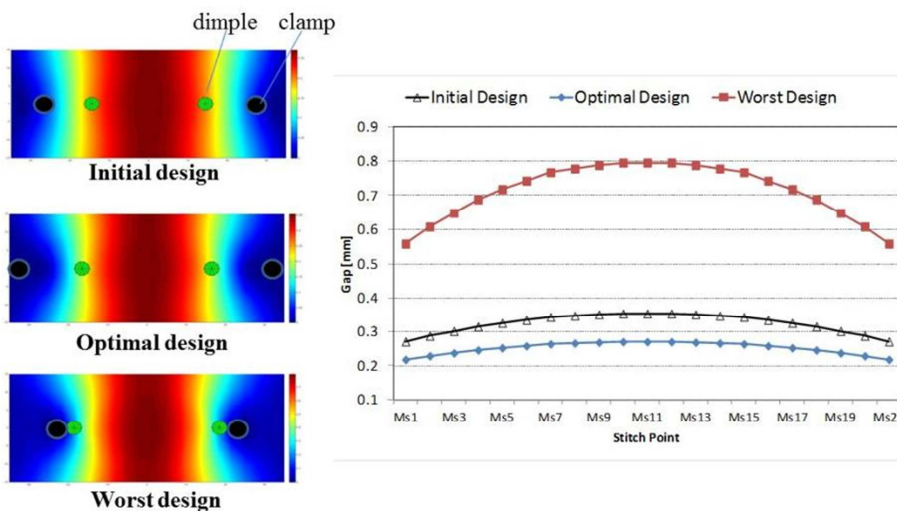


Figura 5-9 Effetto dei Dimple sul valore del Gap per un singolo stitch di saldatura

Coerentemente con l'altezza assegnata al *dimple*, le curve relative al gap non presentano mai valori inferiori all'altezza del *dimple*. Anche i valori massimi e minimi del gap risultano essere soddisfacenti e coerenti con i limiti di specifica (0,05-0,3 mm) previsti nel RLW. Utilizzando una geometria costituita da due piani vincolati alle estremità, è stato anche valutato l'effetto della posizione del *dimple* rispetto al *clamps* e allo *stitch* di saldatura. L'effetto è stato valutato su una singola saldatura ed utilizzando geometrie nominali per osservare il solo effetto del posizionamento del *dimple*, senza ulteriori cause di variabilità. E' chiaramente osservabile in Figura 5-9 il classico effetto ponte generato dall'interazione *dimple-clamps*. Più i *dimple* si avvicinano alla posizione, fissa in questo caso, dei *clamps*, più l'effetto ponte è evidente e il valore del gap cresce, di contro allontanando i *dimple* dai *clamps* si manifesta l'effetto contrario.

5.3 Ottimizzazione della *fixture*: metodologia generale

Nel processo di ottimizzazione globale Figura 5-10 non è stata utilizzata una singola parte, ma attraverso una strategia opportunamente sviluppata, vengono generate delle parti rappresentative dell'intera produzione. Avendo valutato l'incertezza associata alle parti, la metodologia di ottimizzazione è basata su un approccio di *Robust Design*. Il processo di ottimizzazione cerca di ottenere una configurazione robusta dei *clamps* insensibile alle cause di disturbo esterne, ovvero la variabilità delle parti. Ogni diversa configurazione dei *clamps* verrà testata su un set di parti e quindi su un assieme opportunamente generato. In questo modo ogni esperimento determinerà un diverso andamento dei gap per ogni assieme generato, per quantificare i risultati avendo a disposizione una serie di valori rappresentativi dell'intera produzione, è stato utilizzato un indice di *process capability*. Il processo di ottimizzazione sarà riferito in questo caso all'indice utilizzato.

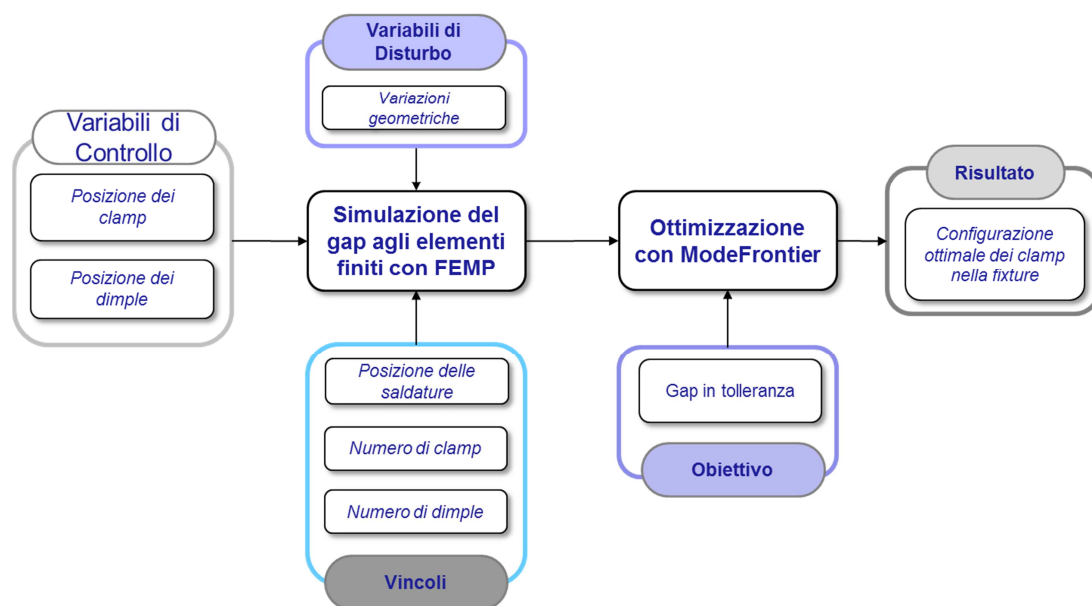


Figura 5-10 Ottimizzazione globale: flusso metodologico

Per modellare la strategia di ottimizzazione in ModeFrontier è stato necessario costruire due cicli innestati denominati *inner loop* e *outer loop*. Il ciclo esterno Figura 5-11 genera le posizioni dei *clamps* e le variate delle parti, il secondo interno Figura 5-12 valuta i gap su tutti gli assiami generati per la particolare configurazione dei clamps utilizzata. L'algoritmo di ottimizzazione riferito al loop esterno guida la soluzione verso un ottimo robusto, insensibile alle variazioni delle parti.

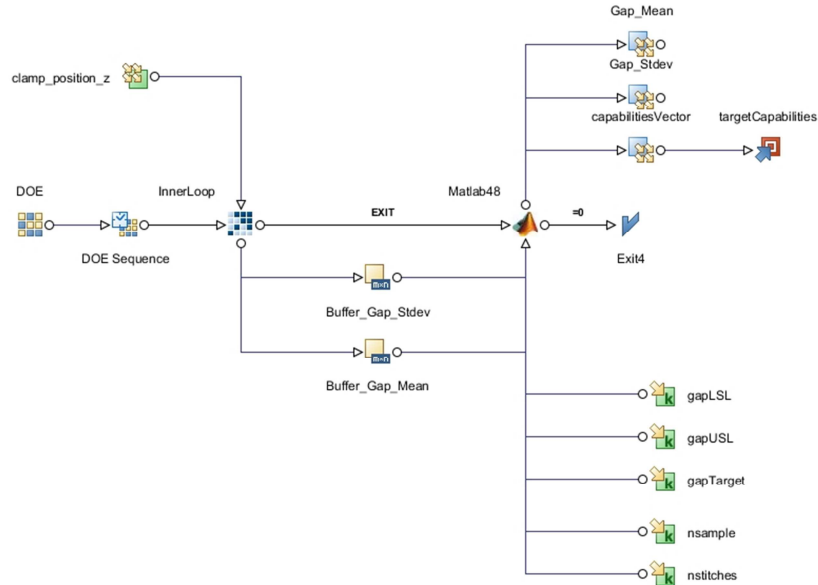


Figura 5-11 Metodologia di ottimizzazione globale: ModeFrontier - Loop esterno [64]

Nel loop esterno oltre alle posizioni dei clamps, sono generate le variate delle parti attraverso un algoritmo che utilizza la PCA *analysis* e vengono valutati gli indici di *process capability*.

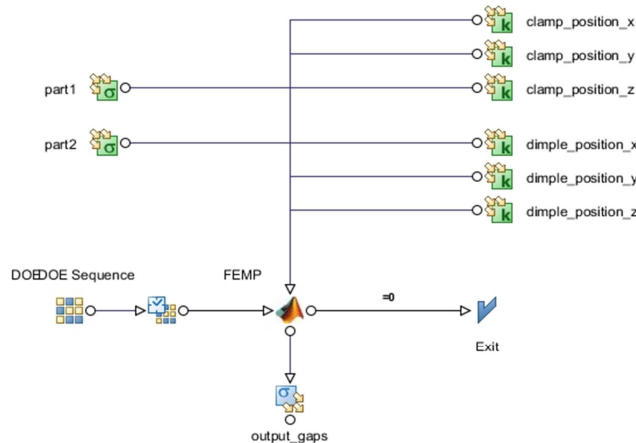


Figura 5-12 Metodologia di ottimizzazione globale: ModeFrontier - Loop interno [64]

Il loop interno, presenta il nodo Matlab che richiama il motore di calcolo FEMP che valuta gli effettivi valori del gap attraverso un'analisi FEM, come nella precedente metodologia di ottimizzazione, e restituisce le informazioni al loop più esterno. In questo caso non si ottiene un singolo valore per ogni punto in cui viene controllato il gap, ma un set di valori relativi agli assiemi variazionali analizzati.

➤ VARIATE GEOMETRICHE DELLE PARTI

La metodologia di analisi è stata sviluppata all'interno del progetto *RLW navigator*, si riportano brevemente i risultati conseguiti. A partire da un certo numero di misure effettuate su componenti

reali, è stata sviluppata una metodologia capace di individuare le cause più rappresentative di variabilità delle parti, in modo da creare un *database* delle cause di variabilità. Tale informazioni sono poi utilizzate per generare nuove parti combinando opportunamente le cause di variabilità individuate. Per individuare lo spazio di variabilità sono stati utilizzati algoritmi numerici utilizzati nel campo dell'*image processing*. Per costruire una geometria variata, è quindi necessario individuare prima di tutto le cause (*pattern*) principali di deformazione caratteristici del processo produttivo in esame. A partire da misure sperimentali realizzate sulle parti prodotte [65], è stata realizzata una statistica su alcuni punti di controllo utilizzando la PCA *Principal Component Analysis* [66] [67]. La metodologia prevede il calcolo della matrice di covarianza relativa alle misurazioni effettuate, e attraverso il calcolo degli auto-valori e degli auto-vettori, riesce ad individuare i modi di deformazione principali e indipendenti. I risultati della PCA fondamentalmente sono i modelli variazionali stocasticamente indipendenti, ovvero i *pattern* di deformazione coincidenti con gli auto-vettori principali. Combinando linearmente i pattern principali di deformazione Figura 5-13 è possibile generare le geometrie variazionali. La PCA risulta particolarmente efficace in quanto, utilizzando solo i primi pattern di deformazione, associati alle cause maggiori di variabilità, è possibile descrivere la maggior parte della variabile analizzata ovvero della parte misurata [68].

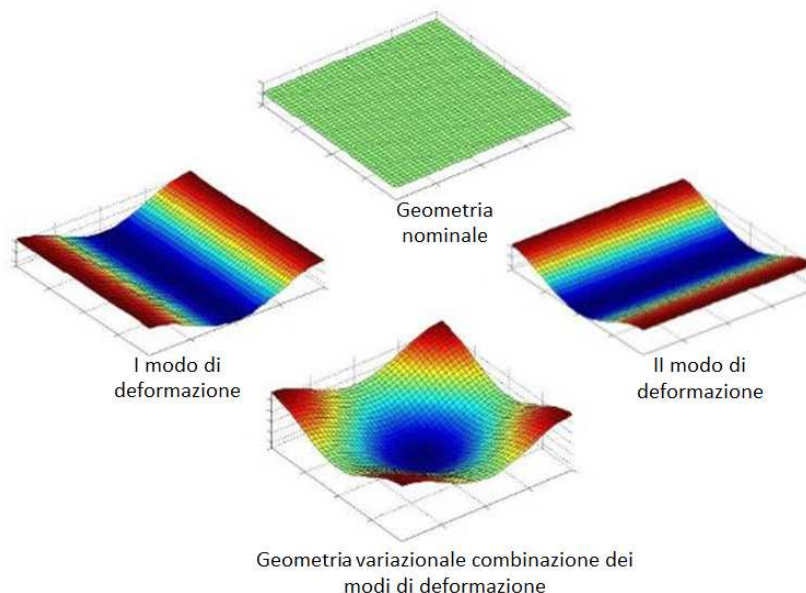


Figura 5-13 Esempio di Geometria variazionale e pattern principali di deformazione [69]

Per generare in maniera casuale le variate delle parti rappresentative della media e della varianza dell'intera popolazione, a partire dal *database* di pattern di deformazione, sono state valutate diverse modalità di campionamento, utilizzando il Metodo Monte Carlo e il Polynomial Chaos. I

risultati migliori, in termini di velocità di convergenza verso la soluzione ottima si sono avuti utilizzando il secondo metodo proposto.

➤ OTTIMIZZAZIONE

L'i-esima configurazione di variabili di controllo, (posizioni dei *clamps*), generata dal loop esterno, viene utilizzata dal loop interno su tutto il set di geometrie variazionali generate. Per ogni *stitch* di saldatura Figura 5-14, e per ogni punto di campionamento del singolo *stich*, non sarà disponibile un singolo valore di gap, ma un valore per ogni variata geometrica, ovvero per ogni variabile di disturbo. L'insieme di tali valori consente di determinare una statistica relativa al valore del gap riferito all'intero set di variate geometriche. Tale statistica sarà ripetuta di volta in volta per tutte le configurazioni alternative delle variabili di controllo.

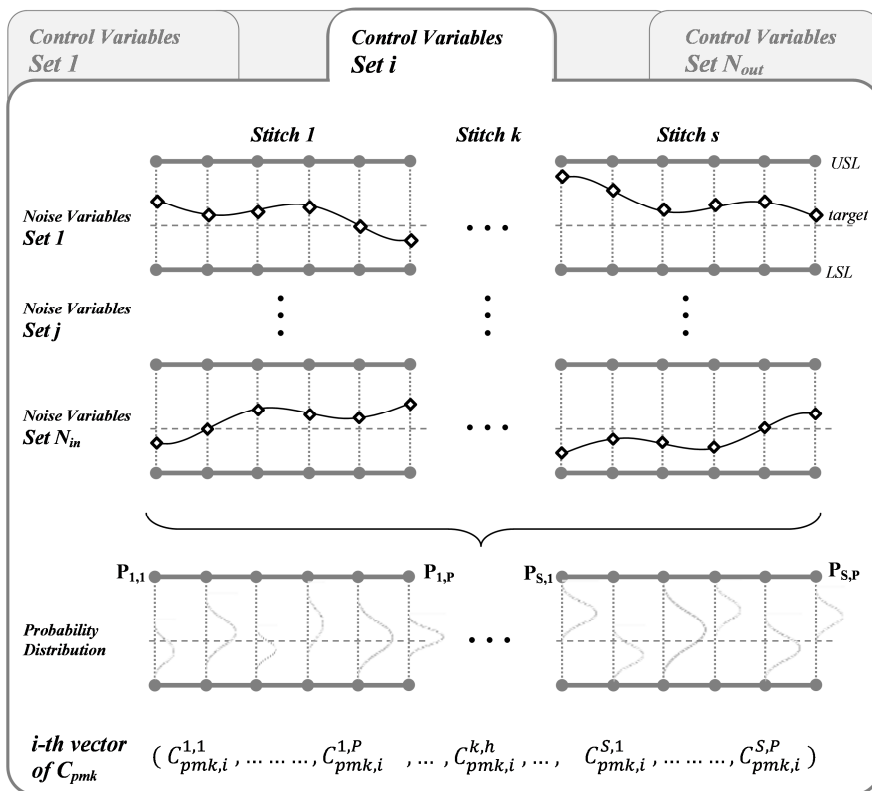


Figura 5-14 Calcolo del vettore Cpmk [64]

Avendo a disposizione quindi per ogni punto di misura del gap i valori di media e varianza, è stato possibile utilizzare un indice di *process capability* per verificare i risultati ottenuti. Come è stato descritto nei capitoli precedenti, il gap tra le parti da saldare deve essere contenuto all'interno di

opportuni limiti di specifica, che verranno utilizzati nella valutazione dell'indice di *process capability* selezionato.

- *Lower Specification Limit* (LSL) 0,05 mm
- *Upper Specification Limit* (USL) 0,30 mm
- *Target* set at 0,2 mm

Il valore ottimale del gap non risulta essere il valore medio dell'intervallo di specifica, tale valutazione rende necessario l'utilizzo del C_{pm} (1) e del C_{pmk} (2) che a differenza dei più comuni C_p e C_{pk} , quantificano anche distribuzioni in cui il valore di target non coincide con il centro dell'intervallo di specifica [70]. I valori di C_{pm} e C_{pmk} coincidono con quelli del C_p e C_{pk} nel caso di distribuzioni in cui il valore target coincide con il centro dell'intervallo di specifica, consentendo l'utilizzo della formulazione adottata anche in condizioni differenti.

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (1)$$

$$C_{pmk} = \min \left[\frac{USL - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{\mu - LSL}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right] \quad (2)$$

L'algoritmo di ottimizzazione in questo caso cerca di portare i valori di C_{pm} e C_{pmk} verso un valore di target pari a 1,33. Dal punto di vista dell'ottimizzazione (3), questo coincide con un processo di minimizzazione in cui si cerca di portare a zero, e quindi minimizzare la differenza tra il valore ottenuto per la variabile e il valore di target.

$$(x_0 - t_0)^2 + (x_1 - t_1)^2 + (x_2 - t_2)^2 + \dots + (x_n - t_n)^2 \quad (3)$$

Considerando un numero N di saldature da realizzare, e un numero di punti di controllo del gap pari a M, saranno disponibili N x M valori di C_{pm} e C_{pmk} , ovviamente pensare di ottimizzare tutte queste variabili è impossibile. Sul caso studio relativo alla portiera automobilistica anche considerando un valore di M pari a 10, si avrebbero diverse centinaia di variabili da ottimizzare in quanto sono presenti diverse decine di saldature da realizzare. La strategia prevista utilizza tutto il set M x N variabili per test case semplici, e il valore peggiore per ogni *stitch* del C_{pmk} per test case complessi. Anche per quanto riguarda l'algoritmo di ottimizzazione il grosso numero di variabili da ottimizzare ha reso poco efficiente l'utilizzo degli algoritmi genetici, ed in particolare del MOGA II, l'algoritmo selezionato per le future analisi è il Levenberg-Marquardt, che consente di ottenere risultati soddisfacenti anche in presenza di un numero elevato di variabili da ottimizzare.

5.4 Conclusioni

L'intera metodologia sviluppata viene utilizzata sui componenti reali della portiera automobilistica. Per motivi di riservatezza legati al progetto *RLW-navigator* non è possibile presentare i primi risultati, già ottenuti, relativi alle analisi sui componenti di produzione. La metodologia di ottimizzazione sviluppata, consente di ottenere la posizione dei *clamps* tale da garantire il controllo del gap nelle zone di interesse. I maggiori limiti nell'utilizzo riguardano i tempi di calcolo, per ogni analisi per ciascuno dei *layout* proposti per la disposizione dei *clamps* è necessario effettuare un'analisi agli elementi finiti attraverso il solutore FEMP, per verificare i valori di gap. La selezione dell'algoritmo di ottimizzazione più opportuno, e la selezione dei parametri, in numero quanto più possibile limitato, da ottimizzare, rappresentano altre criticità del problema, da cui dipendono il numero di *run* e quindi di simulazioni da effettuare, e da cui dipende l'accuratezza della soluzione proposta. Dovendo ripetere tali analisi un numero sufficiente di volte, su un certo set di variate geometriche delle parti per garantire un ottimo robusto, il numero delle analisi da eseguire diventa non trascurabile. Il numero delle analisi da effettuare per i componenti reali è nell'ordine delle migliaia, con tempi di calcolo che a seconda della complessità dei componenti può richiedere diversi giorni, utilizzando workstation dedicate. Non dovendo garantire risultati online sulla linea di produzione, ma indicazioni sulla progettazione della *fixture* i tempi di calcolo risultano ancora accettabili.

6 Conclusioni

La tecnologia del RLW è stata analizzata relativamente alle problematiche connesse con il controllo del gap tra le parti. È stato sviluppato un ambiente completo di simulazione per la saldatura laser remota. Il motore di calcolo agli elementi finiti FEMP è stato validato e verificato con risultati soddisfacenti. Inoltre è stata sviluppata una metodologia robusta per il corretto posizionamento dei *clamps* della *fixture*, per il controllo del gap entro i limiti di specifica imposti. L'intera metodologia sarà applicata su di una portiera automobilistica, relativamente all'assemblaggio di tutti i componenti a meno della pelle esterna. Le successive analisi consentiranno di testare maggiormente il motore di calcolo sviluppato, e la metodologia di ottimizzazione, analizzando un caso studio reale e in produzione. Tale caratteristica sarà molto utile per costruire una database dei *pattern* di deformazione dei componenti, utilizzando le parti reali, opportunamente campionate in stabilimento, si dovrebbero avere dei risultati molto aderenti alla realtà. Per quanto riguarda FEMP, sarà testato soprattutto relativamente all'analisi di componenti complessi dal punto di vista numerico (10^6 DoFs), e geometricamente complessi (presenza di elementi non ideali nella mesh). Le problematiche saranno le stesse per la metodologia di ottimizzazione, ovvero causate dalla complessità numerica dei componenti, i tempi di calcolo di ogni singola analisi saranno non trascurabili (diverse decine di minuti), e per raggiungere una soluzione di ottimo, una volta settato correttamente l'algoritmo di ottimizzazione, saranno necessari diversi giorni di calcolo. Tali criticità saranno sicuramente trascurabili, non dovendo garantire risultati online sulla linea di produzione, ma indicazioni sulla progettazione della *fixture*. Tutte le analisi sono in corso d'opera e i risultati preliminari, tra l'altro molto incoraggianti, non possono ad oggi essere divulgati per motivi di riservatezza.

Bibliografia

- [1] Camelio, Hu, and Ceglarek, "Impact of Fixture Design on Sheet Metal Assembly Variation," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 182-193, 2004.
- [2] G. Verhaeghe, "Laser welding automotive steel and aluminium. Make It With LASERS TM Workshop, July 2000," in *Make It With LASERS TM Workshop*, July 2000.
- [3] D.A. Belforte, "Remote Laser Welding," *Industrial Laser Solution for Manufacturing*, vol. 17, no. 7, 2002.
- [4] Bea, Brockmann, and Havrilla, "Remote laser welding in automotive production," *Industrial Laser Solution for Manufacturing*, vol. 26, no. 5, Jan. 2011.
- [5] Peter Busuttil, "Remote Laser Welding," *Industrial Laser Solution for Manufacturing*, vol. 21, no. 9, 2006.
- [6] Nicholas Blundell, "Quasi-static performance vs panel gap," 2010.
- [7] H., Weyand, L., Luft, A. Bley, "An Alternative Approach for the Cost-efficient Laser Welding of Zinc-coated Sheet Metal. ," *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 56, pp. 17-20, 2007.
- [8] Sanjay, Ngai Fong, Khin Maung, and Ming, "Virtual factory: An integrated approach to manufacturing systems modeling," *International Journal of Operations & Production Management*, vol. 21, no. 5,6, pp. 594-608, 2001.
- [9] Asada and By, "Kinematic Analysis of Workpiece Fixturing for Flexible Assembly with Automatically Reconfigurable Fixtures," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, pp. 86-94, 1985.
- [10] Lai et al., "New fixtures for car body assembly operations in the vehicle industry," Collaboration Centro Ricerche Fiat - COMAU - PMAR University of Genova, 2006.
- [11] Franciosa, Gerbino, and Patalano, "Simulation of variational compliant assemblies with shape errors based on morphing mesh approach," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 53, no. 1-4, pp. 47-61, 2011.
- [12] Kashyap and DeVries, "Finite element analysis and optimization in fixture design," *Structural Optimization*, vol. 18, pp. 193-201, 1999.
- [13] W. Cai, S.J. Hu, and J.X. Yuan, "Deformable Sheet Metal Fixturing: Principles, Algorithms and Simulations," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 118, no. 3, pp. 318-324, 1996.
- [14] Lee and Haynes, "Finite element analysis of flexible fixturing system," *ASME Journal of Engg. for Industry*, vol. 109, pp. 579-584, 1987.
- [15] Menassa and DeVries, "Optimization methods applied to selecting support positions in fixture design," *ASME Journal of Engg. for Industry* 1991, vol. 113, pp. 412-418, 1991.

- [16] Rearick, Hu, and Wu, "Optimal Fixture Design for Deformable Sheet Metal Workpieces," *Transactions of NAMRI/SME*, vol. XXI, pp. 407-4012, 1993.
- [17] Li and Shiu, "Principle and Simulation of Fixture Configuration Design for Sheet Metal Assembly With Laser Welding, Part II: Optimal Configuration Design with Genetic Algorithm," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 18, no. 1, pp. 276-284, 2001.
- [18] B. Li, B.W. Shiu, and K.J. Lau, "Principle and Simulation of Fixture Configuration Design for Sheet Metal Assembly with Laser Welding. Part 1: Finite Element Modelling and a Prediction and Correction Method," *International Journal of Advance Manufacturing Technologies*, vol. 18, no. 1, pp. 266-275, 2001.
- [19] Bauchau, Choi, Tan, Li Lalusa, "Evaluation of some shear deformable shell elements," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, no. 17, pp. 5033-5054, 2006.
- [20] Roache PJ., "Verification and validation in computational Science and Engineering," Albuquerque, Hermosa Publiscer 1998.
- [21] Gendron G., "A review of four PC packages for FE structural analysis," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 28, issue 2, pp. 105 - 114, 1997.
- [22] Wang, Basu, and Leiva, "Automobile body reinforcement by finiteelement optimization," *Finite Element in Analysis and Design*, vol. 40, no. 8, pp. 879-893, 2004.
- [23] OC, Taylor, RL, Zhu, JZ. Zienkiewicz, *The finite element method: its basis and fundamentals*, 6th ed.: Butterworth-Heinemann, 2011.
- [24] KJ. Bathe and ED. Dvorkin, "A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation ," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 21, no. 2, pp. 367–383, 1985.
- [25] Backlund J., "On isoparametric elements," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 12, pp. 731–732, 1978.
- [26] G. Belingardi, *Il metodo degli elementi finiti nella progettazione meccanica*. Torino, Italia: Libreria editrice universitaria, 1995.
- [27] K.J. Bathe, *Finite Element Procedures.*: Prentice Hall, 1996.
- [28] A. Gugliotta, *Elementi Finiti - Parte III*. Torino: Otto editore, 2002.
- [29] Cook, Malkus, and Plesha, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, IV ed.: Wiley, 2002.
- [30] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, *The Finite Element Method - Vol.2*, V ed.: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [31] Daryl Logan, *A First Course in Finite Element Method*, IV ed.: Thomson, 2007.

- [32] D. Chapelle and K.J. Bathe, *The Finite Element Analysis of Shells - Fundamentals.*: Springer-Verlag, 2003.
- [33] Evariste Sanchez-Palencia, Olivier Millet, and Fabien Béchet, *Singular Problems in Shell Theory.*: Springer, 2010.
- [34] Hughes and Brezzi, "On Drilling Degree of Freedom," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 72, no. 1, pp. 105-121, 1989.
- [35] J. Robinson, "Some New Distortion Measures For Quadrilaterals," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 3, no. 3, pp. 183-197, 1987.
- [36] K. Wisniewski, *Finite Rotation Shells.*: Springer, 2010.
- [37] Xiao-Ming, Long Song, and Zehn-Han, "Membrane elements insensitive to distortion using the quadrilateral area coordinate method," *Computers & Structures*, vol. 82, no. 1, pp. 35-54, 2004.
- [38] J. Robinson, "A warped quadrilateral strain membrane element," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 7, no. 3, pp. 359-367, 1976.
- [39] Kanok-Nukulchai, "A Simple and Efficient Finite Element for General Shell Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 14, no. 2, pp. 179-200, 1979.
- [40] Pal-Gap Lee, "A three-node triangular plate bending element based on mindlin/reissner plate theory and mixed interpolation," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 13, no. 1, pp. 50-62, 1999.
- [41] Taylor RL, Doherty WP, Ghabussi T. Wilson EL, "Incompatible displacement models.," *Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics*, pp. 43-57, 1973.
- [42] Taylor RL, "Finite element analysis of linear shell problems," *Mathematics in Finite Elements and Applications*, pp. 191-203, 1987.
- [43] Prathap G. Naganarayana BP, "Force and moment corrections for the warped four-node quadrilateral plane shell element," *Computers & Structures*, vol. 33, pp. 1107-1115, 1989.
- [44] Alexander S. Felippa CA, "Membrane triangles with corner drilling freedoms - part III: implementation and performance evaluation," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 12, pp. 203-239, 1992.
- [45] Militello C. Felippa CA, "Construction of optimal 3-node plate bending elements by templates," *Computational Mechanics*, vol. 24, pp. 1-13, 1999.
- [46] Militello C. Felippa CA, "Membrane triangles with corner drilling freedoms - part II: the ANDES element," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 12, pp. 189-201, 1992.
- [47] Huamin Zhou, Jianhui Li, Wei Feng, Dequn Li Yun Zhang, "A 3-node flat triangular shell element with corner drilling freedoms and transverse shear correction," *Int. J. Numer. Meth. Engng*, vol. 86, pp.

- 1413–1434, 2011.
- [48] De La Fuente HM, Haugen B., Felippa CA. Alvin K., "Membrane triangles with corner drilling freedoms - part I: the EFF element," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 12, pp. 163–187, 1992.
- [49] P. Wriggers, *Computational Contact Mechanics*.: Wiley, 2002.
- [50] Franciosa P., "FEMP - Finite Element Method & Programming USER Guide," WMG, 2012.
- [51] Franciosa P., "FEMP - Finite Element Method & Programming - Reference guide," WMG, 2013.
- [52] Oberkampf, Trucano, and Hirsch, "Verification, Validation, and Predictive Capability in Computational Engineering and Physics," in *Foundations for Verification and Validation in the 21st Century Workshop*, 2002.
- [53] MacNeal and Harder, "A proposed Standard Set of Problems to Test Finite Element Accuracy," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 1, no. 1, pp. 3-20, 1985.
- [54] D. White and J. Abel, "Testing Of Shell Finite Element Accuracy And Robustness," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 6, no. 2, pp. 129-151, 1989.
- [55] Scordelis and Lo, "Computer Analysis of Cylindrical Shells," *Journal of American Concrete Institute*, no. 31, pp. 539-562, 1964.
- [56] T. Belytschko, H. Stolarski, W. Liu, N. Carpenter, and J. Ong, "Stress projection for membrane and shear locking in shell finite elements," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 51, no. 1-3, pp. 221-258, 1985.
- [57] Gruttmann and Wagner, "A linear quadrilateral shell element with fast stiffness computation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 194, no. 39-41, pp. 4279-4300, 2005.
- [58] Hughes T. J. R. and Liu W. K., "Nonlinear finite element analysis of shells: Part I three dimensional shells," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 26, pp. 331-362, 1982.
- [59] KD Kim , GR Lomboy, and GZ Voyiadjis , "A 4-node assumed strain quasi-conforming shell element with 6 degrees of freedom," vol. 58, pp. 2177-2200, 2003.
- [60] P. Franciosa, "Validation of the Simulation Engine," WMG, RLW Internal Report 2012.
- [61] Franciosa P., "Modelling shell elements: comparison among four Fem-based simulation tools," *draft to be submitted to Advance in software engineering*.
- [62] Silvia Poles, "An improved Multi Objective Genetic Algorithm," 2003.
- [63] J. E. Rowe C. R. Reeves, *Genetic Algorithms - Principles and perspectives - A guide to GA theory.*, 2003.
- [64] L. Maio, "Development and validation of a methodology for clamp layout optimisation of non-ideal

- compliant sheet-metal assembly in remote laser welding applications," Unina, Tesi di laurea 2012.
- [65] P. Franciosa and A. Das, "Statistical Part Variation Analysis with PCA," WMG, RLW Internal Report 2012.
- [66] Hu and Wu, "Identifying root causes of variation in automobile body assembly using Principal Component Analysis," in *Transactions of NAMRI/SME*, 1992, pp. 311-316.
- [67] Camelio, Hu, and Marin, "Compliant Assembly Variation Analysis Using Component Geometric Covariance," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 126, no. 355-360, 2004.
- [68] Camelio and Yim, "Identification of Dimensional Variation Patterns on Compliant Assemblies," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 65-76, 2006.
- [69] Franciosa P. and Das A., "Statistical Part Variation Analysis with PCA," WMG, 2012.
- [70] Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, VI ed.: Wiley, 2009.
- [71] 2004, suh, *principle*.
- [72] vito, "xxx," no. 2, 2009.
- [73] B.W. Shiu, D. Ceglarek, and J. Shi, "Multi-stations sheet metal assembly modeling and diagnostics," *Transactions of NAMRI/SME*, vol. 24, pp. 199-204, 1996.
- [74] A.Y.C Nee, Z.J Tao, and A. Kumar Senthil, *An Advanced treatise for Fixture Design and Planning*. Singapore: World Scientific Publishing, 2004.
- [75] Ma, Lei, and Rong, "FIX-DES: A Computer-Aided Modular Fixture Configuration Design System," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 14, pp. 21-32, 1998.
- [76] Morello, Rosti Rossini, Pia, and Tonioli, *The Automotive Body - Vol 1.*: Springer, 2011.
- [77] D. Ceglarek, "RLW Navigator STREP Proposal," 2011.
- [78] Chang-Koon Choi, Tae-Yeol Lee, and Keun-Young Chung, "Direct modification for non-conforming elements with drilling DOF," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 55, pp. 1463-1476, 2003.
- [79] Carlos Felippa. (2012) Introduction to Finite Element Methods - University of Colorado. [Online]. <http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/IFEM.d/>
- [80] Steven Elliot, "Automated fixture builder system," US Patent 1999.
- [81] Lorenz Biegler, *Nonlinear Programming.*: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [82] Poles and Lovison, "A Polynomial Chaos Approach to Robust Multiobjective Optimization," in *Dagstuhl*

Seminar Proceedings - Hybrid and Robust Approaches to Multiobjective Optimization.

- [83] Albert Konter, "Advanced Finite Element Contact Benchmarks," NAFEMS, 2006.
- [84] Selim Yilmazer, "Fixture Design Optimisation For Sheet Metal Assembly Processes With Remote Laser Welding," WMG, MSc Final Dissertation 2012.
- [85] N., J., Loureiro, A., Bölmsjö, G. Pires, "Welding Robots: Technology, System Issues and Applications," London, 2005.